

# UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE ED521 Sciences et Ingénierie pour l'information

Laboratoire XLIM - UMR CNRS Université de Limoges 6172

Thèse N°[39-2011]

## Thèse

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES

**Spécialité : GÉNIE INFORMATIQUE ET AUTOMATIQUE**

Présentée et soutenue publiquement par

Mohamed OUAHI

le 30/09/2011

## Observation de systèmes à entrées inconnues, applications à la dynamique automobile

**Directeur de thèse** : Dominique MEIZEL

**Co-Encadrant** : Joanny STÉPHANT

### Composition du jury

*Président* : Ahmed EL HAJJAJI - Professeur, Univ. de Picardie Jules Verne  
*Rapporteurs* : Ali CHARARA - Professeur, Univ. de Technologie de Compiègne  
Xavier MOREAU - Professeur, Univ. de Bordeaux 1  
*Examineurs* : Dominique MEIZEL - Professeur, Univ. de Limoges  
Joanny STÉPHANT - Maître de conférences, Univ. de Limoges



# Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont été réalisés au cours de ces trois dernières années passées à l'ENSIL dans le cadre d'un projet soutenu financièrement par le conseil régional du Limousin, France.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur Dominique CROS, Directeur du laboratoire Xlim, Monsieur Moulay BARKATOU, Directeur du Département Mathématiques - Informatique et Monsieur Raymond QUÉRÉ Directeur de l'École doctorale science et ingénierie pour l'information (ED 521) pour avoir rendu possible la réalisation de ce travail.

Je remercie vivement Monsieur Dominique MEIZEL, mon directeur de thèse, pour tous les conseils pertinents qu'il m'a apportés au cours de ce travail.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur Joanny STEPHANT, mon encadrant, pour tout ce qu'il m'a apportés sur le plan scientifique et personnel, notamment pour ses conseils, sa disponibilité et son soutien dans les moments difficiles.

J'adresse mes profonds remerciements à Monsieur Ali CHARARA, Professeur des universités à l'Université de Technologie de Compiègne et à Monsieur Xavier MOREAU, Professeur des universités à l'université de Bordeaux 1 pour avoir accepté de rapporter sur ce travail. J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur Ahmed EL HAJJAJI Professeur des universités à l'université de Picardie Jules Verne, pour avoir accepté de participer au jury.

Je n'oublie pas l'ensemble du personnel du laboratoire, de l'ENSIL et de l'université de Limoges

Je remercie également mes collègues et les doctorants pour les bons et agréables moments que nous avons passés ensemble : Thomas CLUZEAU, Thierry CORTIER, David GROSSOLEIL, Thierry MALO, Stéphane RENAULT, Gilles MOURIOUX, Serge MAZEN, Sébastien PEYRAUD et Xu HAN. Et tous mes amis, qui m'ont toujours assisté en me mettant du baume au cœur afin de percer les mystères de la connaissance, qu'ils trouvent ici l'expression de toute ma reconnaissance. Que tous ceux qui ont veillé de près ou de loin à l'élaboration de ce projet trouvent ici l'expression de mes vifs remerciements et de ma profonde gratitude.

Enfin, je ne remercierai sans doute jamais assez mon père, ma mère, mes soeurs et tous les autres membre de la famille pour leur amour, leur encouragement et leur soutien inconditionnel de façon permanente dans les moments difficiles tout au long de ces années d'études.

Je vous souhaite beaucoup de bien.



# Table des matières

<b>Publications</b>	<b>vii</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>ix</b>
<b>1 Modélisation des véhicules automobiles</b>	<b>1</b>
1.1 Introduction . . . . .	3
1.2 Notions et définitions . . . . .	3
1.2.1 Mouvements du véhicule . . . . .	3
1.2.2 Éléments du véhicule . . . . .	4
1.3 Modèles de la dynamique d'une automobile . . . . .	5
1.3.1 Modèles de dynamique verticale . . . . .	5
1.3.2 Modèles de dynamique longitudinale . . . . .	9
1.3.3 Modèles de dynamique latérale . . . . .	12
1.3.4 Modèles couplés longitudinal-latéral . . . . .	14
1.4 Modélisation du contact pneumatique/chaussée . . . . .	17
1.4.1 Représentation des efforts pneumatiques/chaussée . . . . .	17
1.4.2 Variables nécessaires au calcul des modèles d'efforts pneu- matiques/chaussée . . . . .	19
1.5 Conclusion . . . . .	22
<b>2 Observateurs à entrées inconnues</b>	<b>23</b>
2.1 Introduction . . . . .	25
2.2 Observateur linéaire invariant à entrées inconnues . . . . .	26
2.2.1 Présentation d'un observateur linéaire invariant : OL . . . . .	26
2.2.2 Observateurs à entrées inconnues qui affectent la sortie . . . . .	29
2.2.3 Observateurs pour les mesures indépendantes des entrées inconnues : OEI3 . . . . .	32
2.3 Observateur d'état pour les systèmes non linéaires : ONL . . . . .	36
2.3.1 Observation d'état de systèmes non linéaires . . . . .	36
2.3.2 Formes canoniques observables d'un système non linéaire à plusieurs entrées et plusieurs sorties . . . . .	39
2.4 Observateur non linéaire à entrées inconnues : ONLEI . . . . .	43
2.4.1 Observateur à entrées inconnues qui affectent la sortie . . . . .	44
2.4.2 Observateur pour les mesures indépendantes des entrées inconnues .	46
2.5 Conclusion . . . . .	52
<b>3 Estimation des attributs de la route</b>	<b>53</b>
3.1 Introduction . . . . .	55
3.2 Estimation du dévers de la chaussée . . . . .	56
3.2.1 Définition de l'observateur . . . . .	56

3.2.2	Calibrage et validation du modèle . . . . .	57
3.2.3	Évaluation qualitative de l'observateur . . . . .	58
3.2.4	Robustesse de l'observateur . . . . .	60
3.3	Estimation de la pente de la route . . . . .	61
3.3.1	Définition de l'observateur . . . . .	61
3.3.2	Calibrage et validation du modèle . . . . .	62
3.3.3	Évaluation qualitative de l'observateur . . . . .	64
3.3.4	Robustesse de l'observateur . . . . .	65
3.4	Estimation du profil de la chaussée . . . . .	66
3.4.1	Modèle quart du véhicule . . . . .	66
3.4.2	Modèle de demi-véhicule . . . . .	73
3.4.3	Modèle complet du véhicule . . . . .	79
3.5	Conclusion . . . . .	86
<b>4</b>	<b>Estimation du braquage à partir de mesures d'efforts</b>	<b>89</b>
4.1	Introduction . . . . .	91
4.2	Modèle bicyclette linéaire . . . . .	92
4.2.1	Modélisation des efforts . . . . .	92
4.2.2	Mesures dépendantes du braquage . . . . .	93
4.2.3	Mesures indépendantes du braquage . . . . .	100
4.2.4	Analyse des erreurs d'observations . . . . .	103
4.2.5	Robustesse des observateurs . . . . .	107
4.3	Modèle bicyclette non linéaire . . . . .	108
4.3.1	Modélisation des efforts . . . . .	108
4.3.2	Mesures dépendantes du braquage . . . . .	110
4.3.3	Mesures indépendantes du braquage . . . . .	116
4.3.4	Analyse des erreurs d'observation . . . . .	122
4.3.5	Robustesse des observateurs non linéaires . . . . .	124
4.4	Conclusion . . . . .	126
<b>5</b>	<b>Estimation des couples résultants appliqués aux roues</b>	<b>127</b>
5.1	Introduction . . . . .	129
5.2	Modèle de dynamique longitudinale et de tangage . . . . .	130
5.2.1	Modélisation de la dynamique du véhicule . . . . .	130
5.2.2	Définition de l'observateur . . . . .	133
5.2.3	Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur . . . . .	134
5.2.4	Limitation de la méthode pour les essais d'accélération . . . . .	138
5.2.5	Robustesse de l'observateur . . . . .	140
5.3	Modèle plan sur plan complet du véhicule . . . . .	141
5.3.1	Modélisation de la dynamique du véhicule . . . . .	142
5.3.2	Définition de l'observateur . . . . .	145
5.3.3	Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur . . . . .	146
5.3.4	Limitation de l'observateur . . . . .	157
5.3.5	Robustesse de l'observateur . . . . .	158

---

5.4 Conclusion . . . . .	159
<b>Conclusion générale</b>	<b>161</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>163</b>
<b>Notations</b>	<b>173</b>
<b>A Simulateur de véhicule CALLAS</b>	<b>177</b>
A.1 Présentation générale . . . . .	177
A.2 Définition du véhicule . . . . .	178
A.2.1 Structure . . . . .	178
A.2.2 Instrumentation . . . . .	178
A.3 Définition du pilote . . . . .	179
A.4 Définition du sol . . . . .	180
A.5 Définition des expérimentations virtuelles . . . . .	180
<b>B Robustesse des observateurs du braquage</b>	<b>183</b>
B.1 Erreurs des observateurs linéaires . . . . .	183
B.2 Erreur des observateurs non linéaires . . . . .	184
<b>C Robustesse des observateurs des couples résultants</b>	<b>187</b>



# Publications

## Conférences internationales à comité de lecture et publications des actes

[Ouahi *et al.* 2011a] M. Ouahi, J. Stéphant et D. Meizel *Evaluation of Torque Observer in Automotive Context* Proceedings International Federation of Automatic Control World Congress (IFAC2011), Milan, Italie, Août 2011

[Ouahi *et al.* 2011c] M. Ouahi, J. Stéphant et D. Meizel *Torques and Vehicle State : an Automotive Application of Unknown Inputs Observer*, Proceedings IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE2011), Gdansk, Pologne, Juin 2011

[Ouahi *et al.* 2010c] M. Ouahi, J. Stéphant et D. Meizel *Simultaneous Observation of Inputs and State of Wheeled Vehicle Model*, Proceedings IFAC Symposium on intelligent autonomous vehicle (IAV2010), Lecce, Italie, Septembre 2010

[Ouahi *et al.* 2010a] M. Ouahi, J. Stéphant et D. Meizel *Redefining Automotive Supervision Using New Sensor Technology*, Proceedings International Symposium on advanced Vehicle Control (AVEC2010), Loughborough, Royaume-Uni, août 2010

[Ouahi *et al.* 2010b] M. Ouahi, J. Stéphant et D. Meizel *Redéfinition de la supervision dynamique d'une automobile à partir de nouveaux capteurs*, Proceedings Conférence internationale francophone d'automatique (CIFA2010), Nancy, France, juin 2010

## Conférences nationales à comité de lecture et publications des actes

[Ouahi *et al.* 2011b] M. Ouahi, J. Stéphant et D. Meizel *Observateur des couples appliqués aux roues d'un véhicule automobile* Actes Journées doctorales d'automatique (JD-MACS 2011) Marseille, France, Juin 2011



# Introduction générale

Les véhicules automobiles se sont rendus indispensables au fonctionnement de notre société. Si le nombre d'immatriculations se stabilise en Europe depuis une dizaine d'années, le parc automobile a tendance à se renouveler. La sécurité des personnes transportées et des véhicules est essentielle. Elle n'est plus un élément optionnel du véhicule mais doit y être intégrée.

Les études d'accidentologie montrent que la plupart des accidents de la route sont dus aux erreurs de conduite. La grande majorité des conducteurs n'a, en effet, pas connaissance des capacités dynamiques de son véhicule dans les conditions environnementales rencontrées. Au cours des dernières décennies, les systèmes de contrôle de la dynamique du véhicule ont été développés sous la forme de systèmes d'aide à la conduite, autrement appelés ADAS (Advanced Driver Assistant Systems). Ils ont été conçus par l'ensemble de la communauté scientifique et certains se voient maintenant imposés en tant qu'élément obligatoire du véhicule. A titre d'exemple, la Commission européenne a proposé en 2008 de propager à l'horizon 2014, sur tous les véhicules neufs, les systèmes d'aide au freinage (BAS) et d'aide au freinage d'urgence (AEBS) ainsi que le système de stabilisation de trajectoire (ESC). "Ces mesures réduiront les accidents mortels de la circulation de quelque 5000 par an" [Commission 2008].

L'objectif de ces systèmes mécatroniques d'aide à la conduite est d'aider le conducteur, en interprétant ses intentions, à conserver la maîtrise de son véhicule en le gardant dans une zone de fonctionnement sûre. Afin de concevoir une stratégie de contrôle efficace, les ADAS ont besoin de connaître l'état du véhicule. Ces données peuvent être obtenues par une instrumentation adéquate, qui a pour inconvénient l'augmentation du prix du véhicule final. Toutefois, les progrès réalisés dans le développement des capteurs micro-usinés et dans la conception de circuits intégrés spécifiques à l'application (ASIC) ont permis la généralisation d'ADAS et donc l'augmentation du nombre d'informations disponibles dans le véhicule. On peut, par exemple, citer les mesures de vitesse de rotation des roues pour les systèmes liés au freinage et à la stabilisation de la trajectoire, les mesures de vitesse de lacet et d'accélération latérale pour l'établissement du diagnostic de stabilité latérale du véhicule, les mesures liées aux actions du conducteur afin de déduire ses intentions, les mesures de hauteurs de chassis pour les véhicules disposant de système de suspensions reconfigurables ...

Malheureusement, certaines variables nécessaires à la compréhension de la dynamique du véhicule à un instant donné ne sont pas disponibles actuellement sur des véhicules de série pour des raisons de coût ou de verrous scientifiques et technologiques encore fermés. Pour compenser ces difficultés et tendre vers les levées des verrous, il est possible d'avoir recours à la modélisation du système sous la forme de modèles de connaissance ou de modèles de comportement. Les premiers sont riches en informations mais difficiles à calibrer et leur mise en œuvre n'est pas aisée. Les seconds ont pour inconvénient d'être moins représentatifs mais leur implémentation en vue d'une application temps-réel embarquée est envisageable. Une amélioration de la qualité des estimations des variables issues de ces derniers modèles

peut être réalisée par l'usage de techniques d'observation d'état popularisées dans l'industrie sous l'appellation de "capteurs logiciels". Le principe de ces techniques est de réaliser des déductions sur des variables internes au modèle à partir de mesures disponibles ou supposées comme telles. Lorsqu'on cherche également à reconstruire des entrées non modélisées du système, par exemple des perturbations liées à l'environnement du système, on pourra alors avoir recours aux observateurs de systèmes à entrées inconnues qui permettent de reconstruire les variables internes au modèle mais également ces entrées non mesurées.

Dans ce mémoire, nous présenterons des applications à la dynamique automobile d'observateurs de systèmes à entrées inconnues. Trois aspects seront traités. Nous commencerons par aborder les entrées inconnues liées à l'environnement du véhicule. Nous regarderons comment estimer les attributs de pente, dévers et profil de la route, variables d'influence de la dynamique du véhicule. Le deuxième type d'entrée inconnue que nous traiterons a été défini à partir de l'hypothèse de mise sur le marché de nouvelles technologies de mesure d'efforts au centre roue. L'idée est alors de redéfinir les stratégies de contrôle du véhicule à partir de l'*unique* information délivrée par les roulements de roues. Il s'avère nécessaire de connaître l'orientation des roues dans le repère du véhicule, entrée inconnue du point de vue du roulement. Finalement, nous avons étudié comment reconstruire les couples appliqués aux roues du véhicule, entrée inconnue du point de vue de la roue et causes du mouvement du véhicule. Cette donnée est non mesurable par un roulement de roue capteur d'efforts.

Nous montrerons au cours de ce mémoire les possibilités et les limites de techniques d'observateurs de systèmes à entrées inconnues pour les applications précitées. La méthodologie de conception et de validation sera systématique. Après avoir conçu un modèle de comportement du véhicule, dont nous aurons choisi le niveau de complexité en fonction de l'état et des entrées inconnues que nous souhaitons reconstruire, nous procéderons à son codage à l'aide du logiciel Matlab-Simulink. Nous utiliserons le simulateur de véhicule Callas comme expérience virtuelle. Le véhicule d'étude est dérivé du véhicule 406 de l'antenne de Nantes du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées ayant servi à la validation du modèle de connaissance du simulateur. Nous procéderons alors au calibrage de notre modèle de comportement de façon à ce qu'il représente au mieux l'expérience. Après la synthèse de l'observateur, nous analyserons qualitativement ses performances en comparant l'état observé et l'état extrait du simulateur. Nous procéderons de même pour les entrées inconnues. Nous verrons que lorsque la qualité de la modélisation et des mesures sont au rendez-vous, les performances des techniques d'observation de systèmes à entrées inconnues le sont également.

Ce travail de thèse a été financé par une bourse de la région Limousin.

## Organisation du mémoire

### Chapitre 1 - Modélisation des véhicules automobiles

Ce premier chapitre est consacré à la présentation d'un état de l'art sur les représentations de la dynamique des véhicules automobiles. Après quelques définitions liées aux mouvements du véhicule et la présentation d'éléments constitutifs, nous présentons des approches

de modélisations de la dynamique du véhicule en interaction avec son environnement. Nous abordons également la modélisation des efforts d'interaction entre le pneumatique et la chaussée ainsi que des modèles permettant d'estimer les variables nécessaires au calcul de ces efforts. Ces modèles de comportement permettent d'établir des représentations d'état de la dynamique du véhicule.

## Chapitre 2 - Observateurs à entrées inconnues

Dans ce chapitre à caractère théorique et bibliographique, nous présentons des méthodes de synthèse d'observateurs à entrées inconnues pour les systèmes linéaires et pour une classe de systèmes non linéaires. Après avoir rappelé les conditions nécessaires à la synthèse d'observateurs linéaires invariants et leur synthèse, nous présentons des méthodes de conception sous conditions d'observateurs de systèmes linéaires dont les entrées inconnues affectent les mesures ou dont les mesures sont indépendantes des entrées inconnues. Dans un second temps, nous traitons le cas de la synthèse d'observateurs à partir d'une forme canonique observable de système non linéaires. La distinction de dépendance entre les sorties du système et les entrées inconnues sera également réalisée.

## Chapitre 3 - Estimation des attributs de la route

Les attributs de la route sont des variables qui ont une influence importante sur le comportement du véhicule. Dans un premier temps, nous nous attacherons à reconstruire les attributs de la route présentant de faibles dynamiques que sont la pente et le dévers. Dans un second temps, nous nous attarderons sur la reconstruction du profil de la chaussée qui présente une dynamique plus importante (fréquences plus élevées). Afin de reconstruire ces variables descriptives de l'environnement, nous utiliserons des modèles linéaires de dynamique verticale associés à une instrumentation pouvant être éventuellement déployable de série. Ce chapitre analysera de manière qualitative la reconstruction des variables en utilisant différents modèles associés à différentes configurations de capteurs et donc différents observateurs linéaires de systèmes à entrées inconnues.

## Chapitre 4 - Estimation du braquage à partir de mesures d'efforts

Ce chapitre traite du cas où l'instrumentation d'un véhicule se limiterait à des roulements de roue capteurs d'effort. Pour reconstruire la dynamique du véhicule, il est essentiel de connaître le repère dans lequel a été réalisée la mesure. Ce chapitre traitera donc de l'estimation de l'angle de braquage à partir de mesures d'efforts latéraux. Pour ce faire, le chapitre abordera dans un premier temps, le problème en utilisant un modèle de dynamique de véhicule linéaire associé à un modèle d'effort pneumatique linéaire appelé communément "modèle bicyclette". Dans un second temps, une représentation non linéaire de pneumatique sera utilisée. Ce chapitre montrera qu'il est non seulement possible de reconstruire l'état du véhicule, notamment l'angle de dérive nécessaire au diagnostic de stabilité latérale, en se passant de l'angle de braquage. Différentes configurations de l'instrumentation seront également comparées qualitativement.

## **Chapitre 5 - Estimation des couples résultants appliqués sur les roues**

Ce dernier chapitre traite de la reconstruction des couples résultants appliqués sur les roues du véhicule. Il permet de donner des éléments de réponses pour les roulements mécaniques capteurs d'efforts souhaitant délivrer un torseur d'effort à 6 composantes au centre roue. Le moment résultant au centre roue est également nécessaire à l'évaluation de nombreux modèles de la dynamique du véhicule. Ce chapitre propose d'aborder le problème selon le cas de vie du véhicule. Dans un premier temps, un observateur est construit pour les problèmes liés à la dynamique longitudinale du véhicule. Dans un second temps, un modèle plan sur plan du véhicule utilisant les dynamiques longitudinale et transversale est utilisé. Les performances des observateurs non linéaires construits seront évaluées qualitativement et différentes limites de la méthode présentées.

# Modélisation des véhicules automobiles

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1.2</b>	<b>Notions et définitions</b>	<b>3</b>
1.2.1	Mouvements du véhicule	3
1.2.2	Éléments du véhicule	4
<b>1.3</b>	<b>Modèles de la dynamique d'une automobile</b>	<b>5</b>
1.3.1	Modèles de dynamique verticale	5
1.3.1.1	Modèle vertical quart du véhicule	5
1.3.1.2	Modèle vertical de demi-véhicule	6
1.3.1.3	Modèle complet du véhicule	7
1.3.2	Modèles de dynamique longitudinale	9
1.3.2.1	Modèle de roue seule	9
1.3.2.2	Modèle à quatre roues et dynamique de tangage sur sol horizontal	10
1.3.2.3	Modèle de pente et de tangage	11
1.3.3	Modèles de dynamique latérale	12
1.3.3.1	Modèle de dévers et de roulis	12
1.3.3.2	Modèle bicyclette	13
1.3.4	Modèles couplés longitudinal-latéral	14
1.3.4.1	Modèle plan sur plan du véhicule	14
1.3.4.2	Modèle plan en présence de la pente et du dévers	16
1.3.4.3	Modèle à huit degrés de libertés	16
<b>1.4</b>	<b>Modélisation du contact pneumatique/chaussée</b>	<b>17</b>
1.4.1	Représentation des efforts pneumatiques/chaussée	17
1.4.1.1	Modèle linéaire	17
1.4.1.2	Modèle de Burckhardt	17
1.4.1.3	Modèle de Pacejka	18
1.4.1.4	Modèle longueur de relaxation	18
1.4.2	Variables nécessaires au calcul des modèles d'efforts pneumatiques/chaussée	19
1.4.2.1	Modèle de glissement des roues	19
1.4.2.2	Modèle de rayon roulement	20
1.4.2.3	Efforts verticaux	20
1.4.2.4	Evaluation des vitesses des roues	20
<b>1.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>22</b>



## 1.1 Introduction

Un véhicule automobile est un système mécatronique complexe. Dans le but de modéliser son fonctionnement dynamique, les approches sont généralement fonctionnelles. Chacun des éléments constitutifs (châssis, direction, suspension, moteur, ...) est alors modélisé avec un niveau de raffinement défini. Toutefois, la modélisation de l'ensemble peut être abordée en faisant appel à des modèles simples mais réaliste de haut niveau. Cette approche simplifiée permet l'embarquement des modèles dans des calculateurs de "faible" capacité et une conception facilitée notamment au niveau du calibrage de modèle.

L'élément fonctionnel qui est, peut être, le plus important du point de vue de la dynamique du véhicule est le pneumatique. En effet, les efforts générés au contact entre le pneumatique et la chaussée sont déterminants dans l'explication des mouvements du véhicule. Dans l'objectif d'une modélisation réaliste du véhicule, les effets de son environnement notamment les mouvements de la chaussée représentés par son profil, sa pente et son dévers doivent également être pris en compte.

Ce chapitre présentera dans un premier temps un ensemble de modèles simplifiés de la dynamique du véhicule. Il commencera par les problématiques verticales en partant de la roue pour arriver au modèle avec quatre ensembles roues suspensions en passant par les modélisations par "côté". Dans un second temps, les problématiques longitudinales pures et transversales pures seront abordées. Finalement, les modèles permettant la modélisation du véhicule freinant en virage (dynamique couplée) seront présentés. Selon les cas, les informations relatives à la chaussée pourront être intégrées au modèle.

Une partie spécifique sera dédiée à la représentation des efforts d'interactions entre les pneumatiques et la chaussée ainsi qu'à l'expression des variables permettant leur évaluation.

Ces modèles serviront de base pour la construction des équations de progression des modèles d'état de véhicule permettant la modélisation de ses mouvements et l'élaboration de capteurs logiciels dédiés à l'estimation de la dynamique du véhicule.

## 1.2 Notions et définitions

### 1.2.1 Mouvements du véhicule

Le véhicule automobile représenté sur la figure 1.1 est un système possédant six degrés de liberté. Ses mouvements sont définis par les mouvements de translation et de rotation de la caisse. L'origine du repère véhicule est pris au centre de gravité,  $G$ , du véhicule .

L'axe  $z$  est orthogonal au plan de la route avec un sens positif vers le haut.

L'axe  $x$  correspond à l'axe longitudinal du véhicule. Le sens positif est choisi vers l'avant.

L'axe  $y$  est choisi de manière à former une base orthonormée directe avec les axes  $x$  et  $z$ .

Les mouvements de translations sont :

- Avance : la translation sur l'axe  $x$  caractérise le déplacement longitudinal du véhicule.
- Ballant : le déplacement latéral se fait selon l'axe  $y$ .
- Pompage : la translation sur l'axe  $z$  caractérise le déplacement vertical.

Les mouvements de rotations de la caisse par rapport aux trois axes sont :

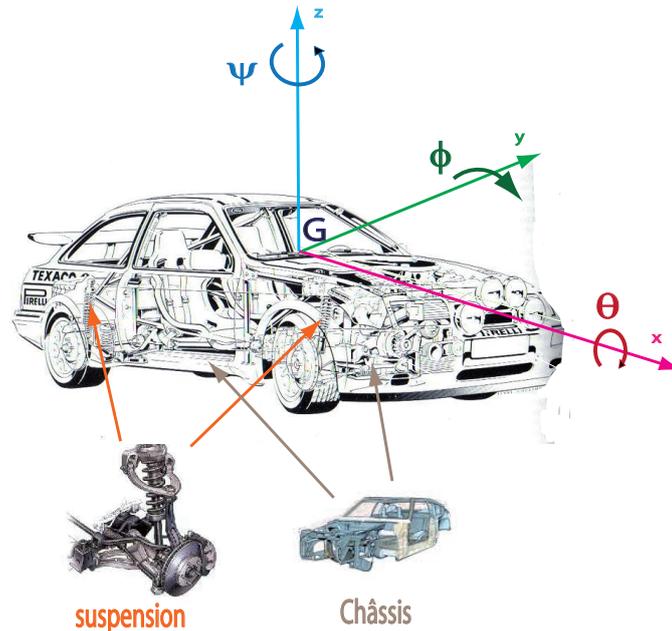


FIGURE 1.1 – Définition des variables explicatives des mouvement du châssis

- Roulis  $\Theta$  : rotation du véhicule autour de l'axe  $x$ , phénomène en particulier ressenti lorsque le véhicule se déplace dans un virage.
- Tangage  $\phi$  : rotation du véhicule autour de l'axe  $y$ , phénomène qui intervient lors des phases d'accélération et de freinage.
- Lacet (cap)  $\psi$  : rotation du véhicule autour de l'axe  $z$ .

### 1.2.2 Éléments du véhicule

Le véhicule est une structure mécanique composée de différents éléments.

- Le châssis est une structure métallique externe. C'est le corps principal du véhicule. Son mouvement par rapport au sol, est caractérisé par trois translations (longitudinale, latérale et verticale) et trois rotations (roulis, tangage et lacet). Le châssis est également appelé masse suspendue dans la modélisation car il se trouve au dessus des suspensions.
- Les éléments pour le contrôle longitudinal sont : le groupe moto-propulseur (moteur, embrayage, boîte de vitesse et transmission), le système de freinage, les roues et les pneumatiques, ce qui permet au véhicule d'accélérer et freiner.
- Les éléments pour le contrôle latéral sont : le volant, la colonne de direction, les roues et les pneumatiques. Ces éléments permettent au véhicule de tourner.
- La suspension est composée de ressorts et d'amortisseurs. Elle assure la liaison verticale entre la roue et le châssis. Elle permet la tenue de route du véhicule et le confort des passagers [Sammier 2001].

## 1.3 Modèles de la dynamique d'une automobile

### 1.3.1 Modèles de dynamique verticale

Plusieurs études ont été menées afin de caractériser les différents profils de route empruntés par les véhicules [Tamboli & Joshi 1999] et [Kropac & Mucka 2005]. [Wong 1993] définit les limites de confort et la vitesse de vibration transformée aux passagers. Imine [Imine 2003] montre qu'il peut estimer le profil par application d'observateurs à mode glissant.

Les commandes des mouvements verticaux du véhicule ont été présentées dans de nombreuses études avec une complexité variée des modèles en fonction de l'application visée. Des modèles quart du véhicule avec deux degrés de liberté ([Fischer & Isermann 2004], [Chantranuwathana & Huei Peng 2004], [Koch *et al.* 2010] et [Savaresi *et al.* 2010]), modèle demi véhicule à 4 degrés de liberté ([Smith & Wang 2002], [Lin & Huang 2004], [Du *et al.* 2008] et [Rozyn & Zhang 2010]) et modèle vertical complet du véhicule à 7 degrés de liberté ([Park & Kim 1998], [Kim *et al.* 2002], [Alasty & Ramezani 2002] et [Yagiz & Hacioglu 2008]).

[Prattichizzo *et al.* 1998] proposent une commande par retour d'état d'un modèle complet du véhicule pour le rejet de perturbation. La commande par logique floue est utilisée par [Cherry & Jones 1995] et [Titli & Boverie 1995] pour le contrôle d'un modèle quart du véhicule. Moreau applique la commande CRONE pour le contrôle de la suspension [Moreau 1995].

#### 1.3.1.1 Modèle vertical quart du véhicule

Le modèle quart de véhicule (figure 1.2) est couramment utilisé dans les travaux relatifs au contrôle et à l'analyse de la tenue de route, du confort des passagers et de l'isolation vibratoire.

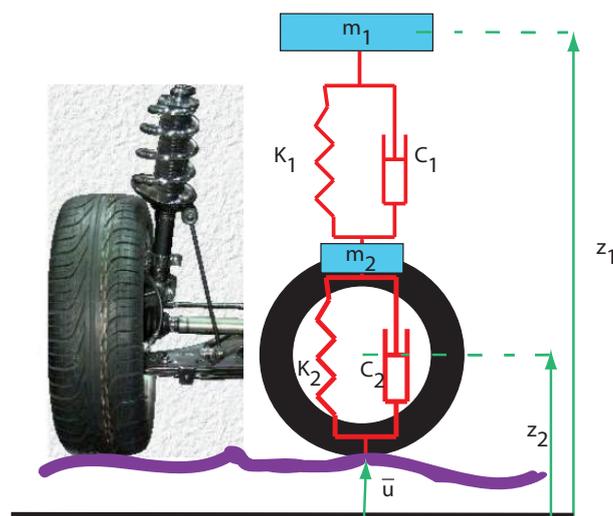


FIGURE 1.2 – Modèle vertical de quart de véhicule [Oudghiri 2008]

Les efforts verticaux du système sont formulés en fonction de l'allongement vertical de la suspension et du déplacement vertical de la roue. Après application du principe fondamental de la dynamique et la linéarisation de ces équations autour d'un point d'équilibre statique, en considérant des petits déplacements, le comportement vertical du modèle de type quart de véhicule peut se présenter par les deux équations suivantes (figure 1.2 et notations 5.4) :

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 = \underbrace{-K_1(z_1 - z_2) - C_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)}_{\text{somme des forces de la suspension}} \\ m_2 \ddot{z}_2 = \underbrace{-K_2(z_2 - \bar{u}) - C_2(\dot{z}_2 - \dot{\bar{u}})}_{\text{somme des forces de la roue}} - [-K_1(z_1 - z_2) - C_1(\dot{z}_1 - \dot{z}_2)] \end{cases} \quad (1.1)$$

### 1.3.1.2 Modèle vertical de demi-véhicule

Les systèmes de suspension actuels sont couplés par train. La barre anti-roulis permet de réduire l'effet du roulis pour éviter le renversement des véhicules en virage. Elle optimise également les charges appliquées aux roues pour la tenue de route. Chaque suspension et chaque roue peut être modélisée par un ressort et un amortisseur. Le système est représenté par la figure 1.3.

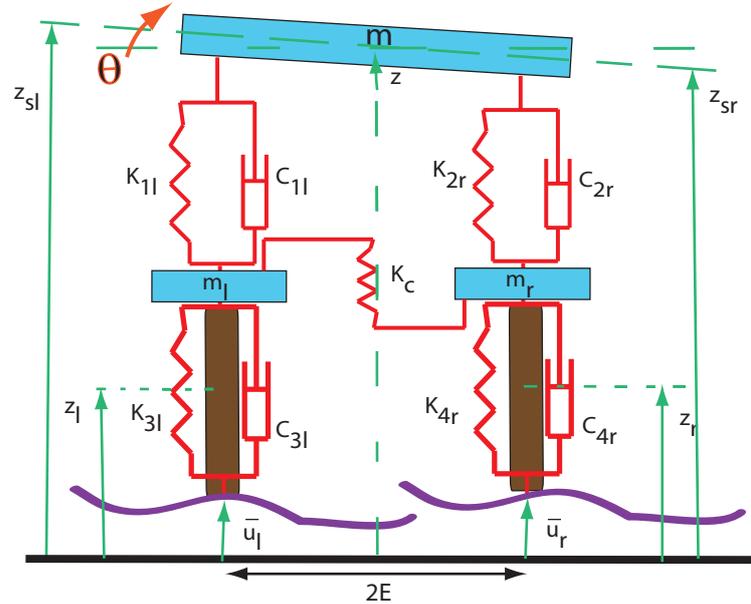


FIGURE 1.3 – Modèle vertical de demi-véhicule

Les hauteurs des caisses gauche  $z_{sl}$  et droite  $z_{sr}$  du véhicule peuvent être exprimées en fonction de la hauteur du centre de gravité  $z$  et l'angle de roulis  $\Theta$  et demi-voie  $E$ .

$$\begin{cases} z_{sl} = z - E\Theta \\ z_{sr} = z + E\Theta \end{cases} \quad (1.2)$$

Nous considérons des petits déplacements autour de l'équilibre. La dynamique verticale d'un train de véhicule s'exprime selon les équations suivantes (figure 1.2 et notations 5.4) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{z}_l = [- (K_{1l} + K_{3l} + K_c)z_l + K_c z_r + K_{1l}z - K_{1l}E\Theta - (C_{1l} + C_{3l})\dot{z}_l + C_{1l}\dot{z} \\ \quad - C_{1l}E\dot{\Theta} + K_{3l}\bar{u}_l]/m_l \\ \ddot{z}_r = [K_c z_l - (K_{2r} + K_{4r} + K_c)z_r + K_{2r}z + K_{2r}E\Theta - (C_{2r} + C_{4r})\dot{z}_r + C_{2r}\dot{z} \\ \quad + C_{2r}E\dot{\Theta} + K_{4r}\bar{u}_r]/m_r \\ \ddot{z} = [K_{1l}z_l + K_{2r}z_r - (K_{1l} + K_{2r})z + (K_{1l} - K_{2r})E\Theta + C_{1l}\dot{z}_l + C_{2r}\dot{z}_r \\ \quad - (C_{1l} + C_{2r})\dot{z} + (C_{1l} - C_{2r})E\dot{\Theta}]/m \\ \ddot{\Theta} = [-K_{1l}Ez_l + K_{2r}Ez_r + (K_{1l} - K_{2r})Ez - (K_{1l} + K_{2r})E^2\Theta - C_{1l}E\dot{z}_l \\ \quad + C_{2r}E\dot{z}_r + (C_{1l} - C_{2r})E\dot{z} - (C_{1l} + C_{2r})E^2\dot{\Theta}]/I_x \end{array} \right. \quad (1.3)$$

### 1.3.1.3 Modèle complet du véhicule

Le modèle complet à 7 degrés de liberté présenté dans cette section permet de modéliser les mouvements de tangage et de roulis ainsi que le pompage de la masse suspendue. Il considère l'association de 2 demi-trains et d'un châssis supposé rigide. La figure 1.4 présente les différentes variables.

En considérant de petits déplacements autour d'un point d'équilibre, et en posant la matrice

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ E_{FL} & -E_{FR} & E_{RL} & -E_{RR} \\ -L_f & -L_f & L_r & L_r \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

on obtient une relation entre la hauteur des "points d'accroche" des suspensions et la position angulaire du châssis.

$$\begin{pmatrix} z_{sfl} \\ z_{sfr} \\ z_{srl} \\ z_{srr} \end{pmatrix} = T^T \begin{pmatrix} z_G \\ \Theta \\ \phi \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Chaque suspension est modélisée comme un ressort associé à un amortisseur. Le modèle de la roue se limite à une simple raideur. Deux barres anti-roulis sont placées à l'avant et l'arrière et représentées par une raideur.

Nous prenons  $\bar{u} = (\bar{u}_{fl}, \bar{u}_{fr}, \bar{u}_{rl}, \bar{u}_{rr})^T$  le vecteur représentant le profil de sol sous chacune des roues et  $q = (z_G, \Theta, \phi, z_{fl}, z_{fr}, z_{rl}, z_{rr})^T$  un vecteur de coordonnées généralisées,  $\dot{q}$  étant le vecteur des vitesses et  $\ddot{q}$  le vecteur des accélérations.

Afin d'exprimer la dynamique des mouvements du châssis, on pose les matrices de masses, de raideurs et d'amortissement suivantes :

$$M_s = \text{diag}(m_s \quad I_{xx} \quad I_{yy}) \quad (1.6)$$

$$M_w = \text{diag}(m_{wf} \quad m_{wf} \quad m_{wr} \quad m_{wr}) \quad (1.7)$$

$$(1.8)$$

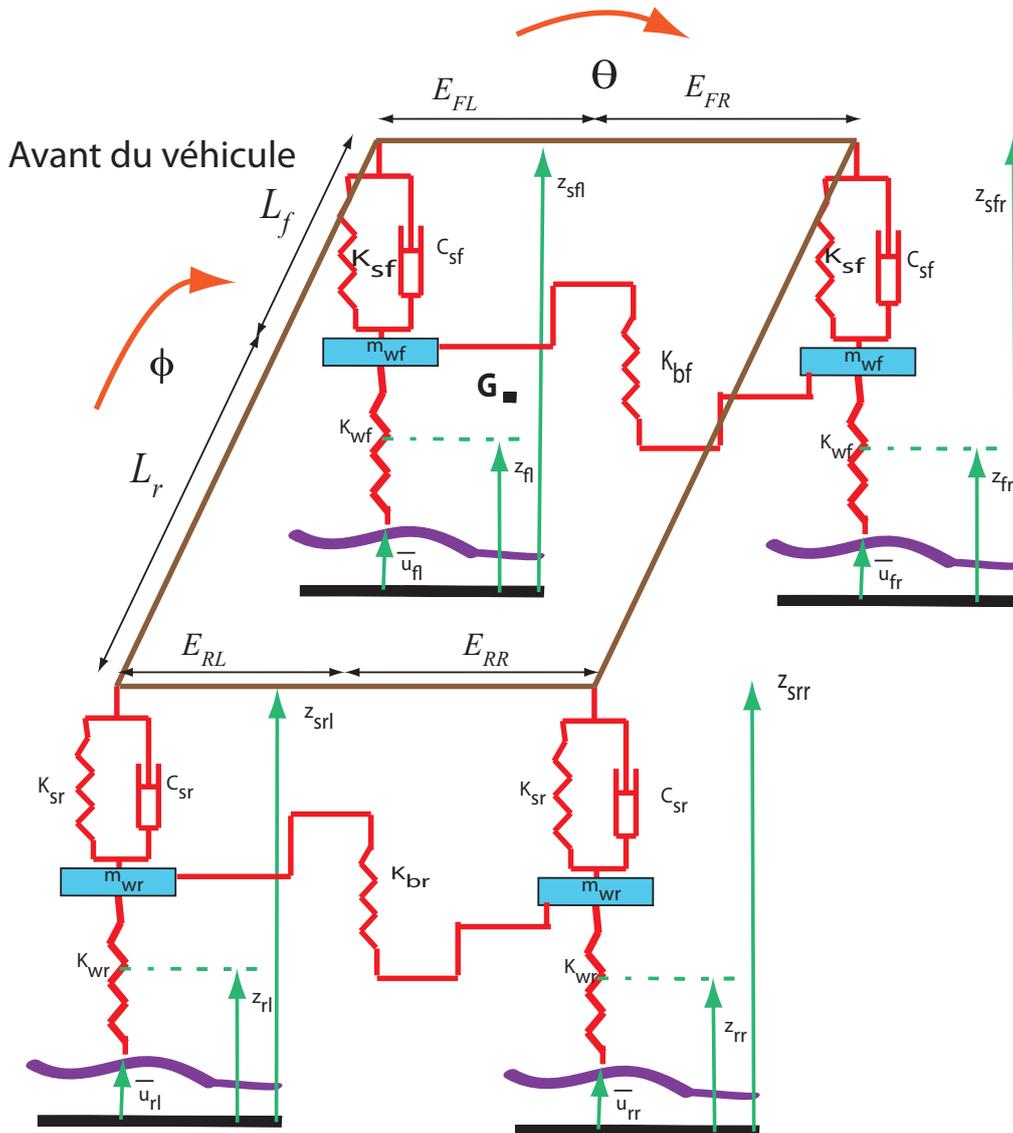


FIGURE 1.4 – Modèle vertical du véhicule

$$K_s = \text{diag}(K_{sf} \ K_{sf} \ K_{sr} \ K_{sr}) \quad (1.9)$$

$$K_w = \text{diag}(K_{wf} \ K_{wf} \ K_{wr} \ K_{wr}) \quad (1.10)$$

$$C_s = \text{diag}(C_{sf} \ C_{sf} \ C_{sr} \ C_{sr}) \quad (1.11)$$

$$K_{ssr} = \begin{pmatrix} K_{sf} + \frac{K_{bf}}{2} & -\frac{K_{bf}}{2} & 0 & 0 \\ -\frac{K_{bf}}{2} & K_{sf} + \frac{K_{bf}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{sr} + \frac{K_{br}}{2} & -\frac{K_{br}}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{K_{br}}{2} & K_{sr} + \frac{K_{br}}{2} \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

Nous pouvons alors écrire un modèle d'évolution de la hauteur des centres de roue, de la hauteur du centre de gravité et de l'orientation du châssis comme (figure 1.2 et notations 5.4) :

$$\begin{pmatrix} M_s & 0_{3 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & M_w \end{pmatrix} \ddot{q} + \begin{pmatrix} TC_s T^T & -T^T C_s \\ -C_s T & C_s + C_w \end{pmatrix} \dot{q} + \begin{pmatrix} TK_{ssr} T^T & -TK_{ssr} \\ -K_s T^T & K_s + K_w \end{pmatrix} q = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 4} \\ K_w \end{pmatrix} \bar{u} \quad (1.13)$$

### 1.3.2 Modèles de dynamique longitudinale

#### 1.3.2.1 Modèle de roue seule

Le modèle d'une roue seule est couramment utilisé dans les travaux relatifs à la conception des systèmes de freinage et de traction des véhicules.

Le modèle dynamique de la roue (figure 1.5) dépend principalement du couple appliqué sur la roue et de l'effort longitudinal d'interaction entre le pneumatique et la chaussée.

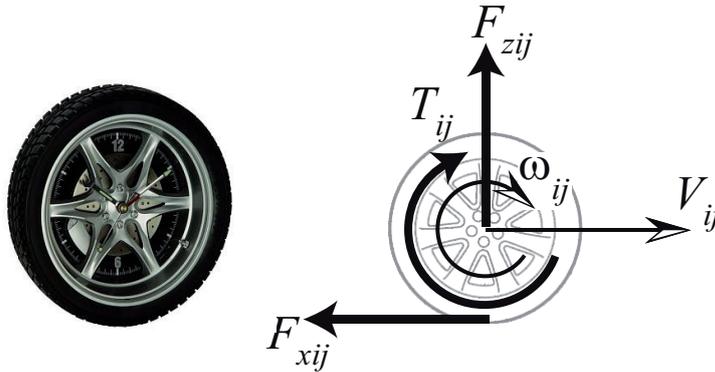


FIGURE 1.5 – Variables explicatives de la dynamique de la roue

Sur chaque roue, un couple de commande  $(T_{ij})^1$  est appliqué. L'effort longitudinal d'interaction entre le pneumatique et la chaussée  $(F_{xij})$ , exprimé dans le repère roue, crée un moment dont le bras de levier avec le centre de la roue est le rayon sous charge  $R_{lij}$

1. Les indices serviront dans la suite de ce mémoire à localiser les différentes roues du véhicule.

[Gillespie 1992]. Ce rayon (figure 1.6) correspond à la déformation verticale d'un pneumatique de raideur  $k_{zij}$ . Il peut être estimé à partir de la charge verticale appliquée ( $F_{zij}$ ) sur la roue, du rayon nominal de la roue ( $R_{0ij}$ ) et de la raideur ( $k_{zij}$ ).

$$R_{lij} \simeq R_{0ij} - \frac{F_{zij}}{k_{zij}} \quad (1.14)$$

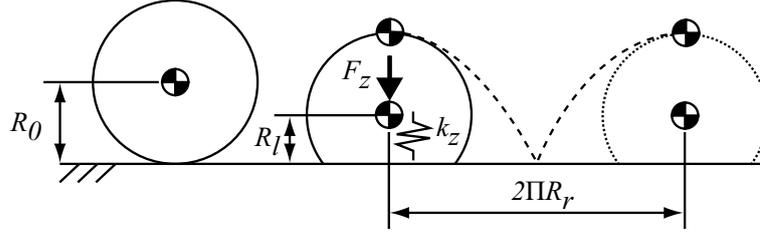


FIGURE 1.6 – Roues et rayons des pneumatiques : rayon nominal, rayon sous charge et rayon de roulement

Par application du principe fondamental de la dynamique (équation des moments), l'expression de la rotation de la roue s'écrit :

$$\begin{cases} M_{ij}\dot{V}_{ij} &= F_{xij} \\ I_{wij}\dot{\omega}_{ij} &= -R_{lij}F_{xij} + T_{ij} \end{cases} \quad (1.15)$$

Dans ce système d'équations,  $M_{ij}$  est la masse du quart  $ij$  de véhicule et  $I_{wij}$  représente l'inertie de la roue autour de son axe de rotation.

### 1.3.2.2 Modèle à quatre roues et dynamique de tangage sur sol horizontal

Le modèle présenté dans cette section permet de décrire le mouvement d'un véhicule à quatre roues sur un sol plan et horizontal. Il considère également le mouvement de tangage de la masse suspendue. Les différentes variables sont présentées sur la figure 1.7.

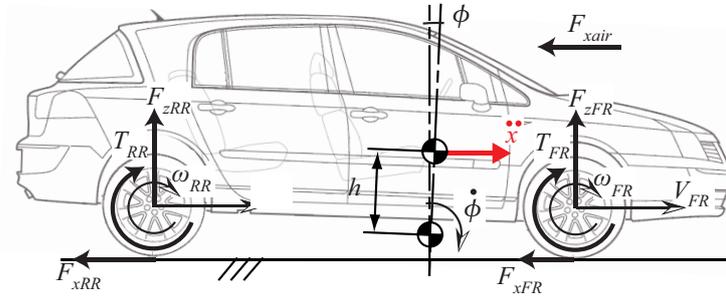


FIGURE 1.7 – Variables du modèle à quatre roues et de dynamique de tangage sur sol horizontal. Seules les variables du côté droit sont présentées

Les couples résultants ( $T_{ij}$ ) (moteur et freineur) sont appliqués sur les quatres roues. Ils servent à l'accélération et au freinage du véhicule. Le modèle décrit les vitesses de rotation des roues  $\omega_{ij}$ , utilise l'effort longitudinal d'interaction entre le pneumatique et la chaussée  $F_{xij}$ . Un effort aérodynamique résistant  $F_{xair}$  peut également être pris en compte. Il représente la résistance à l'avancement du véhicule dans l'air. Il est modélisé par l'expression suivante :

$$F_{xair} = -\frac{1}{2}c_x\rho air_x V_x^2 \quad (1.16)$$

$c_x$  est le coefficient aérodynamique longitudinal,  $air_x$  est l'aire de la surface de référence frontale du véhicule,  $\rho$  est la masse volumique de l'air supposée constante.

Afin de représenter la dynamique de tangage, un modèle équivalent de suspension est utilisé (une raideur associée à un amortissement de rotation). L'équation de rotation du châssis s'écrit autour d'un axe virtuel de tangage situé à une distance  $h$  du centre de gravité de la masse suspendue.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_x = \frac{1}{M_V} (F_{xFL} + F_{xFR} + F_{xRL} + F_{xRR} + F_{xair} + m_s h \ddot{\phi}) \\ \ddot{\phi} = \frac{1}{I_{yy}} (m_s h \dot{V}_x + (m_s h g - K_\phi) \phi - C_\phi \dot{\phi}) \\ \dot{\omega}_{FL} = \frac{1}{I_{wFL}} (-R_{lFL} \cdot F_{xFL} + T_{FL}) \\ \dot{\omega}_{FR} = \frac{1}{I_{wFR}} (-R_{lFR} \cdot F_{xFR} + T_{FR}) \\ \dot{\omega}_{RL} = \frac{1}{I_{wRL}} (-R_{lRL} \cdot F_{xRL} + T_{RL}) \\ \dot{\omega}_{RR} = \frac{1}{I_{wRR}} (-R_{lRR} \cdot F_{xRR} + T_{RR}) \end{array} \right. \quad (1.17)$$

Le lien entre les efforts longitudinaux ( $F_{xFL}$ ,  $F_{xFR}$ ,  $F_{xRL}$ ,  $F_{xRR}$ ) et les variables de la dynamique du véhicule sera précisé dans la section 1.4, relative aux pneumatiques.

### 1.3.2.3 Modèle de pente et de tangage

Au cours de la conduite automobile, la pente change de façon permanente. Cette situation influe directement la dynamique longitudinale du véhicule. Le modèle de véhicule représentant la pente et le tangage peut être décrit par la figure 1.8.

$\phi_r$  représente la pente de la route,  $\phi_{rel}$  est le tangage relatif entre la masse suspendue et la route. L'angle de tangage absolu  $\phi$  peut être exprimé comme :

$$\phi = \phi_{rel} + \phi_r \quad (1.18)$$

Il est possible d'écrire une accélération longitudinale composée de l'accélération du véhicule  $a_{xrel}$  ("due aux efforts entre les pneumatiques et la chaussée") combinée à l'effet de la gravité.

$$a_x = a_{xrel} + g \sin(\phi) \quad (1.19)$$

En supposant que les dérivées première et seconde de la pente de la route sont négligeables devant celles du châssis ( $\dot{\phi}_r \approx \ddot{\phi}_r \approx 0$ ). La dynamique de tangage autour de l'axe

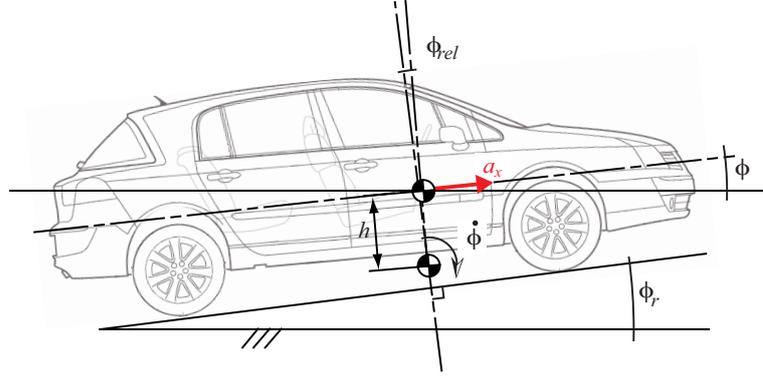


FIGURE 1.8 – Modèle de véhicule roulant sur une route en pente

transversal est exprimée par :

$$\begin{aligned} I_{yy}\ddot{\phi}_{rel} &= -C_{\phi}\dot{\phi}_{rel} - K_{\phi}\phi_{rel} + m_s h a_{xrel} + m_s g h \sin(\phi_{rel} + \phi_r) \\ &= -C_{\phi}\dot{\phi}_{rel} - K_{\phi}\phi_{rel} + m_s h a_x \end{aligned} \quad (1.20)$$

$K_{\phi}$  et  $C_{\phi}$  sont respectivement une raideur et un amortissement équivalents aux suspensions.  $m_s$  est la masse suspendue du véhicule,  $h$  est la hauteur du centre de gravité du véhicule par rapport à l'axe de tangage.

Nous obtenons un modèle simplifié faisant apparaître la dynamique de tangage absolu et la pente de la route.

$$I_{yy}\ddot{\phi} = -C_{\phi}\dot{\phi} - K_{\phi}\phi + m_s h a_x + K_{\phi}\phi_r \quad (1.21)$$

### 1.3.3 Modèles de dynamique latérale

#### 1.3.3.1 Modèle de dévers et de roulis

Le dévers est un paramètre important de la sécurité routière. Ce paramètre de conception de la route est réglé de façon à limiter les sorties de virages. Le modèle présenté dans cette section est construit sur le principe d'une masse subissant une accélération latérale et pouvant tourner autour d'un axe de roulis. [Ryu & Christian 2004] utilisent ce modèle pour estimer l'angle de roulis et considèrent le dévers comme entrée connue. Dans [Sentouh *et al.* 2008] et [Sebsadji *et al.* 2008] les auteurs estiment l'angle de dévers de la route à partir d'une estimation de l'angle de dérive du centre de gravité.

On pose  $\theta_r$  comme le dévers de la route.  $\Theta_{rel}$  est l'angle de roulis du véhicule relativement au plan de la route (figure 1.9). Les paramètres du modèle sont la masse suspendue du véhicule  $m_s$ , la hauteur du centre de gravité du véhicule par rapport à l'axe de roulis est notée  $h$ .

L'angle de roulis absolu  $\Theta$  du châssis dans le repère monde s'exprime par :

$$\Theta = \Theta_{rel} + \theta_r \quad (1.22)$$

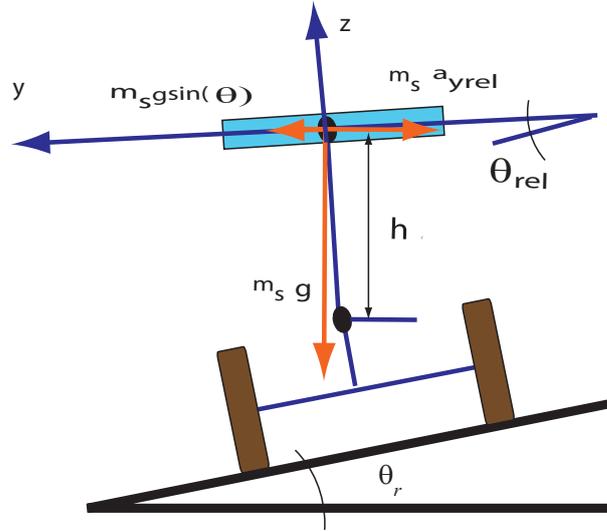


FIGURE 1.9 – Modèle de véhicule roulant sur une route en dévers [Ding *et al.* 2004] et [You *et al.* 2009]

L'accélération latérale  $a_y$  peut être considérée comme la somme de l'accélération latérale et de la projection de l'accélération de gravité dans le repère du châssis.

$$a_y = a_{yrel} + g \sin(\Theta) \quad (1.23)$$

En supposant que la dérivée première et la dérivée seconde du dévers sont petites ( $\ddot{\theta}_r \approx \dot{\theta}_r \approx 0$ ). La dynamique du mouvement de rotation de la caisse par rapport à l'axe longitudinal du véhicule s'écrit :

$$\begin{aligned} I_{xx} \ddot{\Theta}_{rel} &= -C_{\Theta} \dot{\Theta}_{rel} - K_{\Theta} \Theta_{rel} + m_s h a_{yrel} + m_s g h \sin(\Theta_{rel} + \theta_r) \\ &= -C_{\Theta} \dot{\Theta}_{rel} - K_{\Theta} \Theta_{rel} + m_s h a_y \end{aligned} \quad (1.24)$$

$K_{\Theta}$  représente une raideur équivalente au système composé du système anti-roulis et de la suspension.  $C_{\Theta}$  est un amortissement de rotation équivalent.

Nous obtenons le modèle simplifié suivant :

$$I_{xx} \ddot{\Theta} = -C_{\Theta} \dot{\Theta} - K_{\Theta} \Theta + m_s h a_y + K_{\Theta} \theta_r \quad (1.25)$$

### 1.3.3.2 Modèle bicyclette

Le modèle bicyclette est notamment utilisé dans les travaux relatifs au contrôle des trajectoires d'une automobile [Solmaz *et al.* 2008], [Marino & Scalzi 2010]. Ce modèle est également utilisé pour les estimation des efforts latéraux d'interaction entre le pneumatique et la chaussée [Baffet 2007] et [Baffet *et al.* 2009] ou dans l'estimation de variables caractéristiques du comportement latéral du véhicule [Stéphane 2004]. Le modèle bicyclette suppose un véhicule plan et symétrique simplifié par deux roues virtuelles placées au milieu de chaque essieu (figure 1.10).

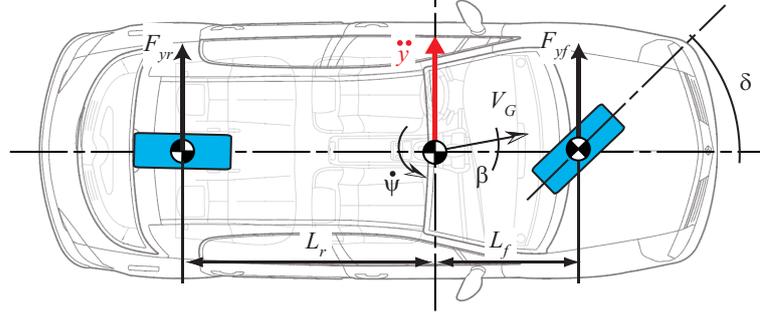


FIGURE 1.10 – Modèle Bicyclette

Le modèle bicyclette est commandé par l'angle de braquage de la roue virtuelle avant ( $\delta$ ). Il permet de décrire les mouvement de lacet ( $\dot{\psi}$ ) ainsi que la direction de la vitesse du centre de gravité du véhicule représentée par la dérive ( $\beta$ ). Il s'écrit à partir du principe fondamental de la dynamique en considérant des efforts latéraux avant ( $F_{yf}$ ) et arrière ( $F_{yr}$ ). En supposant que la norme de la vitesse du centre de gravité du véhicule  $V_G$  est constante, il vient :

$$\begin{cases} \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_{zz}}(L_f F_{yf} - L_r F_{yr}) \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{V_G M_V}(F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} \end{cases} \quad (1.26)$$

Les paramètres du modèle sont la masse du véhicule  $M_V$ , l'inertie de lacet  $I_{zz}$  et la position du centre de gravité par rapport aux essieux avant  $L_f$  et arrière  $L_r$ .

### 1.3.4 Modèles couplés longitudinal-latéral

#### 1.3.4.1 Modèle plan sur plan du véhicule

Ce type de modèle a notamment été utilisé pour l'estimation de l'état du véhicule et notamment des efforts d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée [Rabhi 2004].

Le modèle dynamique du véhicule plan sur plan à quatre roues est calculé dans le repère associé au châssis. Ce modèle considère des efforts d'interaction entre les roues et la chaussée avec une composante longitudinale ( $F_{xij}$ ) et une composante transversale ( $F_{yij}$ ). Le modèle prend également en compte les efforts aérodynamiques appliqués au véhicule. Les roues sont orientées d'un angle ( $\delta_{ij}$ ) par rapport au repère du véhicule. Pour les roues avant, cet angle correspond à l'angle de braquage issu de la chaîne cinématique de direction. Pour les roues arrières d'un véhicule présentent uniquement un train avant directeur, il s'agit de l'angle de pince initial.

Les variables de ce modèle sont présentées sur les figures 1.11, 1.5 et les notations 5.4.

Appliquant le principe fondamental de la dynamique, le modèle dynamique du véhicule est donné par :



Le lien entre les efforts longitudinaux ( $F_{xFL}$ ,  $F_{xFR}$ ,  $F_{xRL}$ ,  $F_{xRR}$ ) et les variables de la dynamique du véhicule sera précisé dans la section 1.4 relative aux pneumatiques.

### 1.3.4.2 Modèle plan en présence de la pente et du dévers

L'objectif d'un tel modèle est de faire apparaître les caractéristiques de la chaussée pour en estimer les paramètres. Il a par exemple été utilisé dans [Sebsadji 2009].

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_{FL} = (-R_{lFL} \cdot F_{xFL} + T_{FL}) / I_{wFL} \\ \dot{\omega}_{FR} = (-R_{lFR} \cdot F_{xFR} + T_{FR}) / I_{wFR} \\ \dot{\omega}_{RL} = (-R_{lRL} \cdot F_{xRL} + T_{RL}) / I_{wRL} \\ \dot{\omega}_{RR} = (-R_{lRR} \cdot F_{xRR} + T_{RR}) / I_{wRR} \\ \dot{V}_x = \dot{\psi} V_y + \frac{1}{M_V} \left[ \sum_{i,j} (F_{xij} \cos(\delta_{ij}) - F_{yij} \sin(\delta_{ij})) + F_{xair} \right. \\ \quad \left. - M_V g \sin(\phi_r) \cos(\theta_r) \right] \\ \dot{V}_y = -\dot{\psi} V_x + \frac{1}{M_V} \left[ \sum_{i,j} (F_{xij} \sin(\delta_{ij}) + F_{yij} \cos(\delta_{ij})) + F_{yair} \right. \\ \quad \left. - M_V g \cos(\phi_r) \sin(\theta_r) \right] \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} \left\{ L_f \sum_{j=R,L} (F_{xFj} \sin(\delta_{Fj}) + F_{yFj} \sin(\delta_{Fj})) \right. \\ \quad - L_r \sum_{j=R,L} (F_{xRj} \sin(\delta_{Rj}) + F_{yRj} \sin(\delta_{Rj})) \\ \quad + \sum_{i=F,R} E_{iR} (F_{xiR} \cos(\delta_{iR}) - F_{yiR} \sin(\delta_{iR})) \\ \quad \left. - \sum_{i=F,R} E_{iL} (F_{xiL} \cos(\delta_{iL}) - F_{yiL} \sin(\delta_{iL})) \right\} \end{array} \right. \quad (1.31)$$

### 1.3.4.3 Modèle à huit degrés de libertés

Ce type de modèle à huit degrés de libertés a par exemple été présenté dans [Ray 1997] pour estimer les efforts d'interaction entre le pneumatique et la chaussée.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{V}_x = \dot{\psi} V_y + \left( \sum_{i,j} (F_{xij} \cos(\delta_{ij}) - F_{yij} \sin(\delta_{ij})) + F_{xair} - m_s h \dot{\psi} \dot{\Theta} \right) / M_V \\ \dot{V}_y = -\dot{\psi} V_x + \left( \sum_{i,j} (F_{xij} \sin(\delta_{ij}) + F_{yij} \cos(\delta_{ij})) + F_{yair} + m_s h \ddot{\Theta} \right) / M_V \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} \left\{ I_{zx} \ddot{\Theta} + L_f \sum_{j=R,L} (F_{xFj} \sin(\delta_{Fj}) + F_{yFj} \sin(\delta_{Fj})) \right. \\ \quad - L_r \sum_{j=R,L} (F_{xRj} \sin(\delta_{Rj}) + F_{yRj} \sin(\delta_{Rj})) \\ \quad + \sum_{i=F,R} E_{iR} (F_{xiR} \cos(\delta_{iR}) - F_{yiR} \sin(\delta_{iR})) \\ \quad \left. - \sum_{i=F,R} E_{iL} (F_{xiL} \cos(\delta_{iL}) - F_{yiL} \sin(\delta_{iL})) \right\} \\ \ddot{\Theta} = \left( m_s h (\dot{V}_y + \dot{\psi} V_x) \cos(\Theta) + I_{zx} \ddot{\psi} + m_s h g \sin(\Theta) - K_{\Theta} \Theta - C_{\Theta} \dot{\Theta} \right) / I_{xx} \\ \dot{\omega}_{FL} = (-R_{lFL} \cdot F_{xFL} + T_{FL}) / I_{wFL} \\ \dot{\omega}_{FR} = (-R_{lFR} \cdot F_{xFR} + T_{FR}) / I_{wFR} \\ \dot{\omega}_{RL} = (-R_{lRL} \cdot F_{xRL} + T_{RL}) / I_{wRL} \\ \dot{\omega}_{RR} = (-R_{lRR} \cdot F_{xRR} + T_{RR}) / I_{wRR} \end{array} \right. \quad (1.32)$$

$I_{zx}$  est le moment d'inertie de couplage entre lacet/roulis.

## 1.4 Modélisation du contact pneumatique/chaussée

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les mouvements du véhicule sont générés par des efforts d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée. Nous consacrons cette section aux représentations mathématiques de ces efforts. Dans un premier temps, nous décrirons les modèles d'efforts puis nous expliquerons comment peuvent être calculées les variables nécessaires à leur évaluation.

### 1.4.1 Représentation des efforts pneumatiques/chaussée

#### 1.4.1.1 Modèle linéaire

Le modèle le plus couramment utilisé du fait de sa simplicité est un modèle linéaire. Ce modèle d'effort est valide lorsque le véhicule est soumis à des accélérations de faibles amplitudes (accélérations latérales inférieures à  $0.4g[m.s^{-2}]$  [Lechner 2002]). L'effort du contact roue/sol de chaque roue est proportionnel à son glissement :

$$F_{xij} = B_{ij}g_{lij} \quad (1.33)$$

$$F_{yij} = D_{ij}g_{tij} \quad (1.34)$$

$B_{ij}$  et  $D_{ij}$  sont respectivement les rigidités longitudinale et de dérive du pneumatique.  $g_{lij}$  et  $g_{tij}$  sont respectivement les taux de glissement longitudinal et latéral du pneumatique.

#### 1.4.1.2 Modèle de Burckhardt

Nous présentons ici une version simplifiée du modèle de Burckhardt [Burckhardt & Reimpell 1993]. Ce modèle présente un bon compromis entre la complexité de calcul et la représentativité du phénomène physique. Cette représentation utilise un coefficient de frottement non-linéaire ( $\mu_{ij}$ ) qui s'exprime en fonction du glissement résultant de la roue et de trois paramètres ( $c_{1ij}$ ,  $c_{2ij}$ ,  $c_{3ij}$ ). Ceci permet de représenter, par exemple, le type de revêtement d'une chaussée ou l'état du pneumatique. Ces paramètres seront identifiés pour correspondre aux courbes d'efforts (longitudinal et transversal) caractéristiques d'un pneumatique sur une chaussée.

$$\mu_{ij}(g_{ij}) = c_{1ij}(1 - \exp(-c_{2ij}g_{ij})) - c_{3ij}g_{ij} \quad (1.35)$$

Afin d'obtenir les efforts d'interaction entre le pneumatique et la chaussée, on applique une mise à l'échelle au coefficient de frottement. Celle-ci est réalisée par la charge appliquée ( $F_{zij}$ ) sur la roue. On obtient finalement une expression des efforts nécessaires au fonctionnement des modèles de la dynamique du véhicule présentés dans la section précédente.

$$\begin{cases} F_{xij} = \frac{g_{lij}}{g_{ij}} \mu_{ij}(g_{ij}) F_{zij} \\ F_{yij} = \frac{g_{tij}}{g_{ij}} \mu_{ij}(g_{ij}) F_{zij} \end{cases} \quad (1.36)$$

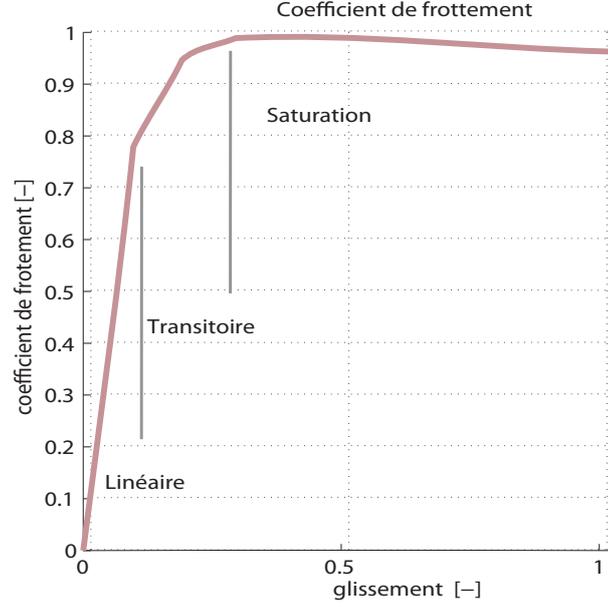


FIGURE 1.12 – Coefficient de frottement selon le modèle Burckhardt

#### 1.4.1.3 Modèle de Pacejka

Dans sa version la plus simple, le modèle proposé par Pacejka [Pacejka 1981] est appelé "formule magique". Il s'agit d'un modèle empirique dont les coefficients sont identifiés à partir de relevés expérimentaux. Cette formulation permet de représenter les efforts longitudinaux et latéraux.

$$\begin{cases} F_{xij}(g_{lij} + S_{hx}) = D_{xij} \sin[C_{xij} \arctan(B_{xij} g_{lij} - E_{xij}(B_{xij} g_{lij} - \arctan(B_{xij} g_{lij}))) + S_{vx}] \\ F_{yij}(\beta_{ij} + S_{hy}) = D_{yij} \sin[C_{yij} \arctan(B_{yij} \beta_{ij} - E_{yij}(B_{yij} \beta_{ij} - \arctan(B_{yij} \beta_{ij}))) + S_{vy}] \end{cases} \quad (1.37)$$

Dans cette formulation  $S_{hx}$  et  $S_{hy}$  sont des paramètres permettant de décaler la courbe par rapport à l'origine.  $D_{xij}$  et  $D_{yij}$  sont les paramètres de réglage de l'amplitude de la courbe.  $C_{xij}$  et  $C_{yij}$  sont des facteurs de forme.  $B_{xij}$  et  $B_{yij}$  sont des coefficients de pente. Les paramètres  $E_{xij}$  et  $E_{yij}$  permettent de positionner l'abscisse du maximum de la courbe. Finalement, les paramètres  $S_{vx}$  et  $S_{vy}$  représentent des offsets ou des décalages constants de la courbe d'effort.

#### 1.4.1.4 Modèle longueur de relaxation

Les deux modèles précédents ont pour inconvénient de représenter les efforts instantanément. Afin d'ajouter la prise en compte du temps d'établissement de l'effort du fait de la déformation du pneumatique, il est possible d'utiliser la longueur de relaxation

[Maurice *et al.* 1999], [Bolzern *et al.* 1999] et [Lechner 2002]. Ce paramètre représente la distance parcourue par la roue pour que l'effort soit pleinement effectif. Nous noterons cette longueur  $\sigma_{xij}$  pour le cas longitudinal et  $\sigma_{yij}$  dans le cas latéral.

Le modèle d'effort de pneumatique prenant en compte la longueur de relaxation est donné par les expressions suivantes :

$$\dot{F}_{xij} = \frac{V_x}{\sigma_{xij}} (\bar{F}_{xij} - F_{xij}) \quad (1.38)$$

$$\dot{F}_{yij} = \frac{V_y}{\sigma_{yij}} (\bar{F}_{yij} - F_{yij}) \quad (1.39)$$

Les variables  $\bar{F}_{xij}$  et  $\bar{F}_{yij}$  représentent respectivement l'effort longitudinal et latéral staticodynamique. Ces variables peuvent être calculées à partir d'un modèle d'effort de référence ; par exemple un des modèles précédents (modèle linéaire, modèle de Burckhardt, modèle de Pacejka).

## 1.4.2 Variables nécessaires au calcul des modèles d'efforts pneumatiques/chaussée

### 1.4.2.1 Modèle de glissement des roues

Les efforts d'interaction entre le pneumatique et la chaussée sont générés par les déformations des pneumatiques. Cette déformation peut être décrite par un taux de glissement. Dans la mesure où le pneumatique se déforme dans différentes directions, nous pouvons la projeter selon la direction de la résultante de glissement (1.40) ou selon les directions longitudinales et/ou transversales. Dans les approches de modélisation des efforts d'interaction entre les roues et le sol, il est à noter que le modèle d'effort et le modèle de glissement sont à définir ensemble.

$$g_{ij} = \sqrt{g_{lij}^2 + g_{tij}^2} \quad (1.40)$$

Le taux de glissement longitudinal (TGL,  $g_{lij}$ , (1.41)), positif en phase d'accélération et négatif en phase de freinage, est défini comme la vitesse du glissement normalisée entre la vitesse longitudinale du centre de la roue et la vitesse linéaire équivalente d'un point situé à sa périphérie, exprimées dans le repère roue [Kiencke & Nielsen 2000].

$$g_{lij} = -\frac{V_{ij} \cos(\beta_{ij}) - \omega_{ii} R_{rij}}{\max(V_{ij} \cos(\beta_{ij}), \omega_{ii} R_{rij})} \quad (1.41)$$

Le glissement latéral d'une roue ( $g_{tij}$ ) est défini en fonction de la tangente de son angle de dérive ( $\beta_{ij}$ ).

$$g_{tij} = \tan(\beta_{ij}) \quad (1.42)$$

### 1.4.2.2 Modèle de rayon roulement

Pour l'évaluation du taux de glissement longitudinal, le rayon de roulement ( $R_{rij}$ ) est utilisé (figure 1.6). Il correspond au rayon équivalent d'une roue rigide présentant le même développement que la roue modélisée. Il peut être estimé à partir du rayon nominal de la roue ( $R_{0ij}$ ) et de la charge verticale appliquée ( $F_{zij}$ ) sur la roue. Dans l'expression (1.43),  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$  sont des paramètres à identifier.

$$R_{rij} \simeq R_{0ij} - \frac{F_{zij}}{a_{ij}F_{zij} + b_{ij}} \quad (1.43)$$

Une estimation heuristique du rayon de roulement a également été défini dans [Ellis 1994].

$$R_{rij} \simeq R_{0ij} - 0.28 \frac{F_{zij}}{k_{zij}} \quad (1.44)$$

### 1.4.2.3 Efforts verticaux

Lorsque la masse suspendue du véhicule subit des accélérations, un transfert de charge est appliqué sur les roues du fait de la suspension. Ainsi, les efforts verticaux sont augmentés pendant les phases de freinage sur les roues avant et sur les roues extérieures lors d'un virage.

Il est possible d'approximer l'effort normal ( $F_{zij}$ ) agissant sur chaque roue en fonction de la masse totale du véhicule, de ses paramètres géométriques, de l'accélération longitudinale  $a_x$  et de l'accélération latérale  $a_y$  [Gillespie 1992], [Peng & Hu 1996]. Nous négligeons dans ce cas, tous les phénomènes transitoires de la suspension et parlons de transfert de charge "quasi-statiques" (à accélérations quasi constantes).

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{zFL} = M_{FL}g - \frac{M_V z_G}{2L} a_x - \frac{M_V z_G L_f}{2LE_{FL}} a_y \\ F_{zFR} = M_{FR}g - \frac{M_V z_G}{2L} a_x + \frac{M_V z_G L_f}{2LE_{FR}} a_y \\ F_{zRL} = M_{RL}g + \frac{M_V z_G}{2L} a_x - \frac{M_V z_G L_r}{2LE_{RL}} a_y \\ F_{zRR} = M_{RR}g + \frac{M_V z_G}{2L} a_x + \frac{M_V z_G L_r}{2LE_{RR}} a_y \end{array} \right. \quad (1.45)$$

### 1.4.2.4 Evaluation des vitesses des roues

La vitesse linéaire au centre de chaque roue ( $V_{ij}$ ) peut être calculée à partir de la vitesse du centre de gravité du véhicule et de relations cinématiques (figure 1.13).

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{FL} = V_G - \dot{\psi} (E_{FL} - L_f \sin(\beta)) \\ V_{FR} = V_G + \dot{\psi} (E_{FR} + L_f \sin(\beta)) \\ V_{RL} = V_G - \dot{\psi} (E_{RL} + L_r \sin(\beta)) \\ V_{RR} = V_G + \dot{\psi} (E_{RR} - L_r \sin(\beta)) \end{array} \right. \quad (1.46)$$

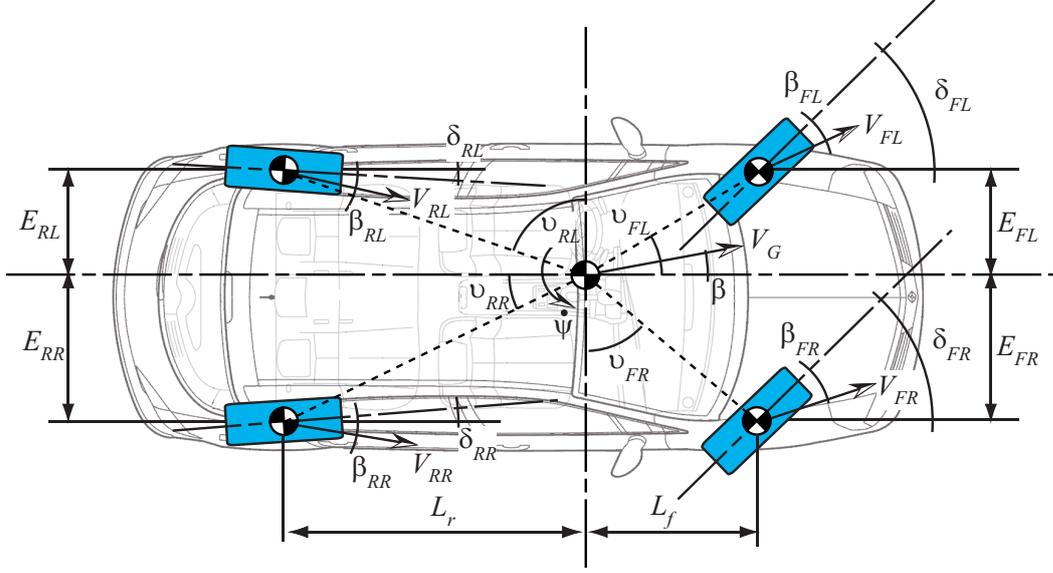


FIGURE 1.13 – Variables du châssis et des roues

$V_G$  est la norme de la vitesse du centre de gravité.

$$V_G = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (1.47)$$

$\beta$  est l'angle de la dérive du centre de gravité du véhicule. Il représente la direction du vecteur vitesse dans le repère du véhicule.

$$\beta = \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (1.48)$$

L'angle de dérive de chaque roue peut être calculé en utilisant les relations liant la géométrie et la cinématique du véhicule [Kiencke & Nielsen 2000], figure 1.13.

$$\begin{cases} \beta_{FL} = \delta_{FL} - \arctan\left(\frac{V_G \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{FL} \cos(\nu_{FL})}{V_G \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{FL} \sin(\nu_{FL})}\right) \\ \beta_{FR} = \delta_{FR} - \arctan\left(\frac{V_G \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{FR} \sin(\nu_{FR})}{V_G \cos(\beta) + \dot{\psi} d_{FR} \cos(\nu_{FR})}\right) \\ \beta_{RL} = \delta_{RL} - \arctan\left(\frac{V_G \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{RL} \sin(\nu_{RL})}{V_G \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{RL} \cos(\nu_{RL})}\right) \\ \beta_{RR} = \delta_{RR} - \arctan\left(\frac{V_G \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{RR} \cos(\nu_{RR})}{V_G \cos(\beta) + \dot{\psi} d_{RR} \sin(\nu_{RR})}\right) \end{cases} \quad (1.49)$$

Les angles  $\nu_{ij}$  sont obtenus à partir de la géométrie du véhicule [Kiencke & Nielsen 2000], ils permettent de positionner les centres de roue dans le repère véhicule (figure 1.13).

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_{FL} = \arctan\left(\frac{E_{FL}}{L_f}\right) \\ \nu_{FR} = \arctan\left(\frac{E_{FR}}{L_f}\right) \\ \nu_{RL} = \arctan\left(\frac{E_{RL}}{L_r}\right) \\ \nu_{RR} = \arctan\left(\frac{E_{RR}}{L_r}\right) \end{array} \right. \quad (1.50)$$

$d_{ij}$  est la distance entre le centre de gravité du véhicule et le point de contact roue/sol [Kiencke & Nielsen 2000].

$$d_{ij} = \sqrt{L_j^2 + E_{ij}^2} \quad (1.51)$$

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, après avoir défini les principaux éléments d'un véhicule, nous avons présenté des modèles pouvant être utilisés pour la description de ses mouvements. Nous avons ensuite décrit quelques approches de modélisation des efforts de contact entre les pneumatiques et la chaussée. Finalement, des modèles pour l'évaluation des variables nécessaires au calcul des modèles d'efforts pneumatiques ont été présentés.

Dans la suite du document, nous nous appuyerons sur ce chapitre pour construire les modèles de véhicule utilisés comme modèle d'évolution de nos observateurs. Un modèle de véhicule sera systématiquement composé d'un modèle de la dynamique générale telle que nous l'avons présenté dans la section 1.3 et d'un modèle d'effort d'interaction pneumatique/chaussée de la section 1.4.1. Les variables d'état apparaîtront dans les modèles de pneumatique par l'intermédiaire des modèles de glissement et de dérive présentées à la section 1.4.2.

# Observateurs à entrées inconnues

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>25</b>
<b>2.2</b>	<b>Observateur linéaire invariant à entrées inconnues</b>	<b>26</b>
2.2.1	Présentation d'un observateur linéaire invariant : OL	26
2.2.2	Observateurs à entrées inconnues qui affectent la sortie	29
2.2.2.1	Nombre d'entrées inconnues inférieur au nombre de mesures ( $m < p$ ) : OEI1	30
2.2.2.2	Nombre d'entrées inconnues égal au nombre de mesures ( $m = p$ ) : OEI2	31
2.2.3	Observateurs pour les mesures indépendantes des entrées inconnues : OEI3	32
<b>2.3</b>	<b>Observateur d'état pour les systèmes non linéaires : ONL</b>	<b>36</b>
2.3.1	Observation d'état de systèmes non linéaires	36
2.3.2	Formes canoniques observables d'un système non linéaire à plusieurs entrées et plusieurs sorties	39
2.3.2.1	Forme canonique	39
2.3.2.2	Classe particulière de la forme canonique	40
<b>2.4</b>	<b>Observateur non linéaire à entrées inconnues : ONLEI</b>	<b>43</b>
2.4.1	Observateur à entrées inconnues qui affectent la sortie	44
2.4.1.1	Synthèse de l'observateur dans le cas $m_1 < p$ : ONLEI1	45
2.4.1.2	Synthèse de l'observateur dans le cas où $m_1 = p$ : ONLEI2	46
2.4.2	Observateur pour les mesures indépendantes des entrées inconnues	46
2.4.2.1	Synthèse d'observateur avec $m_1 < p$ : ONLEI3	48
2.4.2.2	Synthèse d'observateur avec $m_1 = p$ : ONLEI4	51
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>52</b>



## 2.1 Introduction

Un système est souvent soumis à des entrées de perturbations qui affectent l'état et la sortie du processus sans qu'on puisse agir sur elles. Lorsqu'elles ne sont pas mesurées, ces perturbations sont appelées entrées inconnues et leur présence rend plus difficile l'estimation de l'état du système.

Au cours des deux dernières décennies, plusieurs travaux ont été consacrés à la synthèse des observateurs à entrées inconnues (OEI). Il est rarement possible de mesurer tous les signaux d'entrée d'un système ainsi que l'intégralité de son état et cela donne tout le sens de ces techniques.

Initialement les systèmes étudiés pour l'observation d'état ont été les systèmes linéaires, pour lesquels le filtre de Kalman [Kalman 1960] est utilisé en minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation et l'observateur de Luenberger [Luenberger 1971] pour que la dynamique de l'erreur d'estimation des systèmes soit asymptotiquement stable.

Le domaine de l'estimation d'état des systèmes non linéaires est encore largement ouvert. Nous allons voir qu'il n'existe pas de méthode universelle pour la synthèse de tels observateurs, les approches envisageables sont :

- Méthodes de transformations non linéaires [Krener & Isidori 1983], [Zeitz 1987], [Phelps 1991], [Kazantzis & Kravaris 1998], [Hou & Pugh 1999]. Cette technique se base sur un changement de coordonnées qui permet de transformer un système non linéaire en un système linéaire. Une fois la transformation réalisée, l'utilisation d'un observateur linéaire (Luenberger ou filtre de Kalman) suffira pour estimer l'état du système transformé, donc l'état du système original en utilisant le changement de coordonnées inverse.
- Observateurs étendus [Chen 1993], [Boutayeb *et al.* 1997], [Reif *et al.* 1998], [Aubry *et al.* 1998], [Jouffroy & Slotine 2004]. C'est le cas du filtre de Kalman étendu et l'observateur de Luenberger étendu, le calcul du gain de l'observateur se fait par l'intermédiaire du système linéarisé autour de la trajectoire estimée.
- Observateurs de Luenberger généralisés (OLG) [Arcak & Kokotovic 1999], [Arcak & Kokotovic 2001], [Arcak 2002], [Fan & Arcak 2002], [Fan & Arcak 2003]. Dans ce cas, la conception de ce type d'observateurs consiste à ajouter un deuxième gain à l'observateur de Luenberger à l'intérieur de la partie non linéaire du système.
- Observateurs basés sur l'approche ensembliste [Lohmiller & Slotine 1998], [Lohmiller & Slotine 2000], [Lohmiller & Slotine 2005], [El Rifai & Slotine 2006]. l'observateur est basé sur une méthode de contraction d'ensembles. Cette technique mène à de nouvelles conditions de synthèse différentes de celles fournies par les techniques précédentes.
- Observateurs à grand gain [Thau 1973], [Kou *et al.* 1975], [Gauthier & Bornard 1981], [Farza *et al.* 1993], [Gauthier & Kupka 1994], [Raghavan & Hedrick 1994], [Rajamani 1998], [Kreisselmeier & Engel 2003], [Farza *et al.* 2009], [Farza *et al.* 2010]. Ce type d'observateurs est utilisé pour les systèmes lipschitziens. Le gain de l'observateur est choisi pour compenser la non-linéarité du système. Dans ce cas, il n'est pas nécessaire de linéariser le système.

Le but de ce chapitre est la présentation d'un état de l'art sur la construction des

observateurs linéaires à entrées inconnues. Il présente également la méthode de synthèse des observateurs des systèmes non linéaires à entrées inconnues, basée sur la technique d'observation à grand gain appliquée à des formes canoniques observables, caractérisant des classes de systèmes non linéaires plusieurs entrées et plusieurs sorties (MIMO) uniformément observables.

## 2.2 Observateur linéaire invariant à entrées inconnues

Plusieurs travaux ont été réalisés pour l'estimation des entrées inconnues dans le cadre des systèmes dynamiques linéaires [Guan & Saif 1991], [Maquin & Gaddouna 1994], [Stotsky & Kolmanovsky 2001], [Daafouz *et al.* 2006] et [Darouach 2009]. [Edwards & Spurgeon 2000] ont proposé deux méthodes s'appuyant sur des observateurs à mode glissant, pour détecter et estimer les défauts de capteurs. [Liu & Peng 2002] ont présenté, en utilisant un observateur de Luenberger, l'estimation des états inconnus d'un système dynamique linéaire soumis à des perturbations. L'algorithme d'estimation de ces perturbations est basé sur l'inversion de la dynamique du système. Les travaux de [Wang *et al.* 1975] proposent des observateurs d'ordre réduit pour les systèmes linéaires comportant des entrées connues et inconnues. [Kudva *et al.* 1980] donne les conditions d'existence de cet observateur sous forme de contraintes de rang. Dans [Seliger & Frank 1991], les entrées inconnues représentent des perturbations et des incertitudes de modélisation. L'article de [Gaddouna *et al.* 1994] propose des solutions pour la détection de défauts et la génération de résidus.

### 2.2.1 Présentation d'un observateur linéaire invariant : OL

Soit un système linéaire invariant défini par le système suivant

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{cases} \quad (2.1)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^u$  est le vecteur d'entrée et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie.  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B \in \mathbb{R}^{n \times u}$  est la matrice de commande associée à l'entrée et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  est la matrice d'observation.

Il arrive souvent que toutes les variables d'état d'un système ne soient pas accessibles à la mesure. L'idée est donc de reconstruire l'état  $x$  à partir des informations disponibles, c'est-à-dire la sortie  $y$  et l'entrée de commande  $u$ . On utilise pour cela un système dynamique permettant de construire l'état : un observateur.

Avant de construire l'observateur, il faut étudier l'observabilité du système. La matrice d'observabilité s'écrit comme suit :

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$$

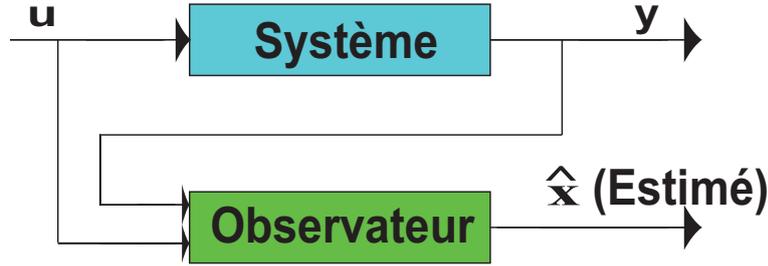


FIGURE 2.1 – Principe de l'observateur

Si la matrice d'observabilité est de rang plein  $\text{Rang}(O) = n$  alors le système (2.1) est observable.

On appelle un observateur du système  $\Sigma$  un estimateur qui permet de construire une estimation  $\hat{x}$  de l'état par l'intermédiaire d'une variable  $z$  telle que  $z = T\hat{x}$  sous la forme suivante :

$$\text{obs} \begin{cases} \dot{z} = Nz + Mu + Ly \\ \hat{x} = T^{-1}z \end{cases} \quad (2.2)$$

Où  $z \in \mathbb{R}^n$  et  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  est l'estimation du vecteur d'état  $x$ .

$N \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $M \in \mathbb{R}^{n \times u}$ ,  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  sont des matrices qu'il faut choisir de sorte que l'erreur d'observation soit asymptotiquement nulle.

Les propriétés d'un observateur sont la stabilité et la convergence.

Si la dimension de  $z$  est inférieure à la dimension de  $x$ , l'observateur est dit d'ordre réduit. Si  $z$  et  $x$  ont la même dimension, l'observateur est dit d'ordre complet (tout l'état est estimé).

Dans le cadre où l'observateur à d'ordre complet, nous pouvons choisir  $T = I$  ce qui donne  $z = \hat{x}$ .

Nous posons alors l'erreur d'estimation  $e = x - \hat{x}$ .

L'évolution de la dynamique de cette erreur est donnée par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ &= Ax + Bu - (Nz + Mu + Ly) \end{aligned}$$

Nous remplaçons  $x$  par  $e + \hat{x}$  et  $y$  par  $Cx$  pour obtenir.

$$\dot{e} = (A - LC)e + (A - N - LC)\hat{x} + (B - M)u \quad (2.3)$$

L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro si et seulement si les matrices  $N$ ,  $M$  et  $L$  sont choisies de sorte que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$\begin{cases} A - LC \text{ est une matrice stable (matrice de Hurwitz)} \\ A - LC - N = 0 \\ B - M = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

L'équation (2.3) devient alors

$$\dot{e} = (A - LC)e \quad (2.5)$$

On va maintenant étudier les conditions de détermination des matrices  $N$ ,  $M$  et  $L$  vérifiant les équations (2.4).

#### Détermination de la matrice $M$

On a  $B - M = 0$ . On peut donc poser  $M = B$  ( $B$  est la matrice de commande du système (2.1)).

#### Détermination de la matrice $L$

D'après l'équation (2.5) la matrice  $L$  est choisie de telle sorte que l'erreur d'observation soit asymptotiquement stable.

Conformément au théorème de Lyapunov la convergence de l'observateur est garantie s'il existe une fonction  $V(e)$  uniformément équivalente à la norme euclidienne, telle que

$$\forall e \neq 0 \begin{cases} V(e) > 0 \\ \dot{V}(e) < 0 \end{cases}$$

Prenons  $V(e) = e^T X e$  où  $X = X^T$  est une matrice symétrique définie positive à déterminer. Les conditions précédentes sur la fonction  $V(e)$  et sa dérivée peuvent alors s'écrire

$$\forall e \neq 0 \begin{cases} X > 0 \\ (A - LC)^T X + X(A - LC) < 0 \end{cases}$$

et en appliquant le complément de Schur [Niculescu 2001], [Scorletti 2006], [Boyd *et al.* 1994], [Hassibi *et al.* 1999], on obtient

$$\begin{pmatrix} -X & 0 \\ 0 & (A - LC)^T X + X(A - LC) \end{pmatrix} < 0 \quad (2.6)$$

On remarque que l'inégalité (2.6) est bilinéaire par rapport aux variables  $L$  et  $X$ . Une méthode de résolution consiste à procéder au changement de variable :

$$W = XL$$

L'inégalité obtenue après ce changement de variables s'écrira

$$\begin{pmatrix} -X & 0 \\ 0 & A^T X + XA - (C^T W^T + WC) \end{pmatrix} < 0$$

La solution du problème initial est obtenue en deux étapes. On résout tout d'abord l'inégalité matricielle linéaire par rapport aux inconnues  $X$  et  $W$  puis on déduit la valeur du gain

$$L = X^{-1}W$$

**Détermination de la matrice  $N$** 

Une des conditions (2.4) est  $A - LC - N = 0$ . On en déduit

$$N = A - LC$$

Ainsi, l'observateur d'ordre complet (2.2) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \\ &= A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})\end{aligned}\quad (2.7)$$

La détermination de la matrice de gain de l'observateur  $L$  peut également se faire par placement de pôles [De Larminat 1996].

**2.2.2 Observateurs à entrées inconnues qui affectent la sortie**

L'observateur à entrées inconnues est développé pour estimer l'état d'un système en présence d'entrées inconnues. Dans le cas où les entrées inconnues affectent la sortie du système, il est possible de les éliminer en procédant à un changement de variables.

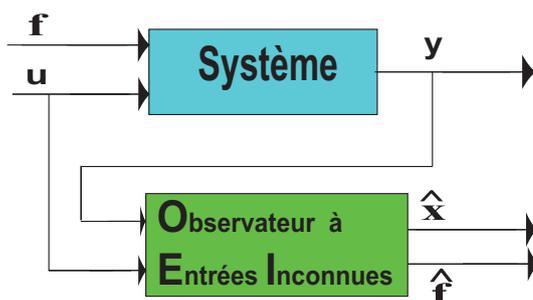


FIGURE 2.2 – Principe de l'observateur à entrées inconnues

Le système linéaire invariant suivant représente le cas où la sortie  $y$  est affectée par les entrées inconnues :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Rf \\ y &= Cx + Df \end{cases}\quad (2.8)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $f \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrées inconnues et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sorties.

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $R \in \mathbb{R}^{n \times m}$  est la matrice de commande associée aux entrées inconnues,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  est la matrice d'observation et  $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$  est la matrice d'influence des entrées inconnues sur les mesures.

On suppose que la matrice  $D$  est de rang plein colonnes  $\text{Rang}(D) = m$ .

Comme les entrées connues n'interviennent pas dans la synthèse de l'observateur, seule les entrées inconnues sont considérées par le système. Un observateur à entrées inconnues existera si et seulement si le système (2.8) est à minimum de phase [Boutayeb *et al.* 2002]. C'est-à-dire que le système (2.8) est détectable.

Nous développons dans ce qui suit la synthèse de l'observateur linéaire invariant dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est inférieur au nombre de sorties ( $m < p$ ) et dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de sorties ( $m = p$ ). La matrice d'observation  $C$  est supposée de rang plein en lignes sans être obligatoirement sous la forme  $C = (I_p \ 0 \ \dots \ 0)$ .

### 2.2.2.1 Nombre d'entrées inconnues inférieur au nombre de mesures ( $m < p$ ) : OEI1

Le nombre d'entrées inconnues est inférieur au nombre de mesures. La forme des deux matrices  $C$  et  $D$  donne l'accès à un réarrangement des sorties puisque la matrice  $D$  est de rang plein colonnes. La sortie du système (2.8) peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} f \quad (2.9)$$

$D_1$  est une matrice carrée inversible d'ordre  $m$  et  $D_2$  est une matrice de taille  $(p - m) \times m$ .

L'entrée inconnue  $f$  peut être estimée à partir de la première ligne de (2.9) par :

$$f = D_1^{-1}(y_1 - C_1 x) \quad (2.10)$$

Il est possible de poser le changement de variable qui permet d'exprimer une nouvelle sortie du système en fonction des deux autres

$$\begin{aligned} \bar{y}_2 &= y_2 - D_2 D_1^{-1} y_1 \\ &= (C_2 - D_2 D_1^{-1} C_1) x \end{aligned} \quad (2.11)$$

En utilisant l'expression de  $f$  (2.10) et en utilisant la nouvelle sortie  $\bar{y}_2$  (2.11), le système (2.8) peut s'exprimer sous la forme suivante :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= (A - R D_1^{-1} C_1) x + R D_1^{-1} y_1 \\ &= F x + G y_1 \\ \bar{y}_2 &= (C_2 - D_2 D_1^{-1} C_1) x \\ &= H x \end{cases} \quad (2.12)$$

La construction des états non mesurables est alors celle d'un système classique d'entrée connue  $y_1$  et de sortie  $\bar{y}_2$ , dont la synthèse a été présentée à la section 2.2.1.

Finalement, les estimées de l'état et de l'entrée inconnue du système (2.8) sont données par l'observateur suivant :

$$OEI1 \begin{cases} \dot{\hat{x}} &= (A - R D_1^{-1} C_1) \hat{x} + R D_1^{-1} y_1 + L (\bar{y}_2 - (C_2 - D_2 D_1^{-1} C_1) \hat{x}) \\ \hat{f} &= D_1^{-1} (y_1 - C_1 \hat{x}) \end{cases} \quad (2.13)$$

**2.2.2.2 Nombre d'entrées inconnues égal au nombre de mesures ( $m = p$ ) : OEI2**

L'objectif est ici de concevoir un observateur d'ordre plein à entrées inconnues pour le système (2.8) lorsque le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures [Boutayeb *et al.* 2002] et [Liu 2007].

$$OEI2 \begin{cases} \dot{z} &= Nz + Ly \\ \hat{x} &= z \end{cases} \quad (2.14)$$

$\hat{x} = z \in \mathbb{R}^n$  est l'estimation du vecteur d'état.

$N \in \mathbb{R}^{n \times n}$  et  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$  sont des matrices à déterminer de telle sorte que l'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro.

Nous posons l'erreur d'estimation  $e = x - \hat{x}$  dont la dynamique s'écrit

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{z} \\ &= Ax + Rf - (Nz + Ly) \end{aligned}$$

Nous remplaçons  $z$  par  $x - e$  et  $y$  par  $Cx + Df$  pour obtenir la dynamique d'erreur suivante :

$$\dot{e} = Ne + (A - LC - N)x + (R - LD)f \quad (2.15)$$

L'erreur d'observation converge asymptotiquement vers zéro si et seulement si les matrices  $N$  et  $L$  sont choisies de sorte que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$\begin{cases} N \text{ est une matrice stable (matrice de Hurwitz)} \\ A - LC - N = 0 \\ R - LD = 0 \end{cases} \quad (2.16)$$

Sous ces hypothèses, l'équation (2.15) devient alors

$$\dot{e} = Ne \quad (2.17)$$

La matrice  $D$  étant carrée et inversible, on peut en déduire que  $L = RD^{-1}$  puis que  $N = A - RD^{-1}C$

L'entrée inconnue  $f$  peut être estimée, si l'état est connu, à partir de la sortie du système (2.8) sous la forme suivante :

$$f = D^{-1}(y - Cx) \quad (2.18)$$

Dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures, les estimées de l'état et de l'entrée inconnue du système (2.8) sont données par les relations suivantes :

$$OEI2 \begin{cases} \dot{\hat{x}} &= (A - RD^{-1}C)\hat{x} + RD^{-1}y \\ \hat{f} &= D^{-1}(y - C\hat{x}) \end{cases} \quad (2.19)$$

### 2.2.3 Observateurs pour les mesures indépendantes des entrées inconnues : OEI3

Le système dynamique linéaire invariant dont les mesures ne sont pas soumises à l'influence des entrées inconnues peut être décrit par l'équation suivante :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Bu + Rf \\ y &= Cx \end{cases} \quad (2.20)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^u$  est le vecteur des entrées connues,  $f \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des entrées inconnues et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur des sorties.

$A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  est la matrice d'état,  $B \in \mathbb{R}^{n \times u}$  est la matrice de commande associée aux entrées connues,  $R \in \mathbb{R}^{n \times m}$  est la matrice d'influence des entrées inconnues sur l'état et  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$  est la matrice d'observation.

On suppose que la matrice  $R$  est de rang plein colonnes et que les matrices  $C$  et  $R$  ont les structures suivantes :

$$\begin{aligned} C &= (I_p \ 0 \ \dots \ 0) \\ R &= \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix} \\ \text{Rang}(R) &= m \end{aligned} \quad (2.21)$$

Les résultats que nous présentons dans cette section sont notamment traités dans plusieurs travaux [Darouach *et al.* 1994], [Yang & Wilde 1988], [Guan & Saif 1991] et [Liu 2007] où ils sont exploités pour la synthèse du gain de l'observateur des systèmes linéaires à entrées inconnues.

Un observateur à entrées inconnues existe pour le système (2.20) si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

$$\text{Rang}(CR) = \text{Rang}(R_1) = m$$

$$\forall s \in \mathbb{C}, \text{Re}(s) \geq 0, \text{Rang} \begin{pmatrix} sI_n & R \\ C & 0 \end{pmatrix} = n + m$$

Considérons l'observateur d'ordre plein :

$$OEI3 \begin{cases} \dot{z} &= Nz + Mu + Ly \\ \hat{x} &= z - Ey \end{cases} \quad (2.22)$$

$z \in \mathbb{R}^n$  est une variable interne à l'observateur,  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$  est l'estimation du vecteur d'état.  $N \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $M \in \mathbb{R}^{n \times u}$ ,  $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $E \in \mathbb{R}^{n \times p}$  sont des matrices à déterminer de telle sorte que l'erreur d'observation soit asymptotiquement nulle.

La dynamique d'évolution de l'erreur d'observation  $e = x - \hat{x}$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ &= (I + EC)\dot{x} - \dot{z} \end{aligned}$$

Nous remplaçons  $\dot{x}$  et  $\dot{z}$  par leurs expressions, nous obtenons :

$$\dot{e} = (I + EC)(Ax + Bu + Rf) - (Nz - Ly)$$

Par construction, nous avons  $\hat{x} = z - Ey$  qui peut également s'écrire  $z = \hat{x} + Ey$

$$\dot{e} = (I + EC)(Ax + Bu + Rf) - (N\hat{x} + Mu + (LC + NEC)x)$$

En posant

$$P = I + EC \quad (2.23)$$

On obtient

$$\dot{e} = Ne + (PB - M)u + PRf + (PA - NP - LC)x \quad (2.24)$$

L'erreur d'estimation d'état converge asymptotiquement vers zéro si et seulement si les matrices  $N$ ,  $L$ ,  $M$  et  $E$  sont choisies de sorte que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$\begin{cases} N \text{ est une matrice stable (matrice de Hurwitz)} \\ PR = (I + EC)R = 0 \\ M = PB = (I + EC)B \\ LC = PA - NP \end{cases} \quad (2.25)$$

Sous ces conditions, l'équation (2.24) devient alors

$$\dot{e} = Ne \quad (2.26)$$

Nous allons maintenant étudier les conditions de détermination des matrices  $N$ ,  $E$  et  $L$  permettant de vérifier les relations (2.25).

#### Détermination de la matrice $E$

La matrice  $E$  est déterminée à partir de la deuxième équation de (2.25).

On a  $(I + EC)R = 0$ . On peut en déduire que  $ECR = -R$

Une solution numérique possible (non unique) peut s'écrire en utilisant l'expression de la pseudo-inverse de la matrice  $CR$ , de rang plein ligne  $(CR)^+ = (CR)^T[(CR)(CR)^T]^{-1}$

$$E = -R(CR)^+ + Y(I - (CR)(CR)^+) \quad (2.27)$$

où  $Y$  est une matrice arbitraire.

#### Détermination de la matrice $P$

La matrice  $P$  peut s'exprimer à partir de l'équation (2.23) et en utilisant le résultat précédent (2.27).

$$\begin{aligned} P &= I + (-R(CR)^+ + Y(I - (CR)(CR)^+))C \\ &= I + YC - (I + YC)R(CR)^+C \\ &= (I + YC) [I - R(CR)^T[(CR)(CR)^T]^{-1}C] \end{aligned} \quad (2.28)$$

**Détermination de la matrice  $M$** 

La matrice  $M$  est déterminée à partir de la troisième relation de (2.25) et l'expression de  $P$  (2.28).

$$M = (I + YC)[I - R(CR)^T[(CR)(CR)^T]^{-1}C]B \quad (2.29)$$

**Détermination de la matrice  $L$** 

La matrice  $L$  est déterminée à partir de la dernière relation de (2.25)

$$NP + LC - PA = 0$$

En utilisant l'expression de  $P$  (2.23),

$$N(I + EC) + LC - PA = 0$$

il est possible de procéder au développement suivant :

$$\begin{aligned} N &= PA - NEC - LC \\ &= PA - (NE + L)C \\ &= PA - KC \end{aligned} \quad (2.30)$$

Posons la variable  $K$  telle que

$$K = NE + L \quad (2.31)$$

Nous remplaçons  $N$  par son expression (2.30) dans l'équation (2.31) et nous trouvons :

$$K = (PA - KC)E + L$$

ce qui donne l'expression de la matrice  $L$  :

$$L = K(I + CE) - PAE \quad (2.32)$$

On remarquera que la détermination de la matrice  $L$  nécessite la détermination de la matrice  $N$  par l'intermédiaire de la matrice  $K$ .

**Détermination de la matrice la matrice  $N$** 

Pour que l'erreur d'observation soit asymptotiquement stable, la matrice  $N$  doit être choisie judicieusement (2.26). Conformément au théorème de Lyapunov la convergence de l'observateur est garantie s'il existe une fonction  $V(e)$  telle que

$$\forall e \neq 0 \begin{cases} V(e) > 0 \\ \dot{V}(e) < 0 \end{cases}$$

Prenons  $V(e) = e^T X e$  où  $X = X^T$  est une matrice symétrique définie positive à déterminer. Les conditions précédentes sur la fonction  $V(e)$  et sa dérivée peuvent alors s'écrire

$$\forall e \neq 0 \begin{cases} X > 0 \\ N^T X + X N < 0 \end{cases}$$

en appliquant le compliment de Schur [Niculescu 2001], [Scorletti 2006], [Boyd *et al.* 1994] et [Hassibi *et al.* 1999], on obtient.

$$\begin{pmatrix} -X & 0 \\ 0 & N^T X + NX \end{pmatrix} < 0$$

Comme  $N = PA - KC$  (équation (2.30))

$$\begin{pmatrix} -X & 0 \\ 0 & (PA - KC)^T X + X(PA - KC) \end{pmatrix} < 0 \quad (2.33)$$

La matrice  $P$  est calculée selon (2.28) avec  $Y$  une matrice arbitraire.

On remarque que l'inégalité (2.33) est bilinéaire par rapport aux variables  $K$  et  $X$ . Une méthode de résolution consiste à procéder à un changement de variable  $W = XK$  pour obtenir l'inégalité suivante :

$$\begin{pmatrix} -X & 0 \\ 0 & (PA)^T X + X(PA) - (C^T W^T + WC) \end{pmatrix} < 0$$

La solution du problème initial est alors obtenue en deux étapes. On résout tout d'abord l'inégalité matricielle linéaire par rapport aux inconnues  $X$  et  $W$ . On déduit ensuite la valeur du gain  $K$ .

$$K = X^{-1}W$$

Ceci permet de déterminer les matrices  $L$  et  $N$  :

$$\begin{cases} N &= PA - KC \\ L &= K(I + EC) - PAE \end{cases} \quad (2.34)$$

L'entrée inconnue  $f$  peut s'exprimer si l'état est connu à partir de la sortie du système (2.20) et de la pseudo-inverse de la matrice d'influence des entrées inconnues sur l'état.

$$f = R^+(\dot{x} - Ax - Bu) \quad (2.35)$$

En utilisant le résultat de l'observateur  $\hat{x}$  (2.22), l'entrée inconnue peut alors être estimée à partir de :

$$\hat{f} = R^+(\dot{z} - Ey - A\hat{x} - Bu)$$

Finalement, les estimées de l'état et de l'entrée inconnue du système (2.20) sont données par le système suivant :

$$OEI3 \begin{cases} \dot{z} &= Nz + Mu + Ly \\ \hat{x} &= z - Ey \\ \hat{f} &= R^+(\dot{z} - Ey - A\hat{x} - Bu) \end{cases} \quad (2.36)$$

## 2.3 Observateur d'état pour les systèmes non linéaires : ONL

Nous rappelons dans cette section le principe d'observation d'état avec quelques définitions sur la notion d'observabilité et un état de l'art sur différentes techniques de conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires.

### 2.3.1 Observation d'état de systèmes non linéaires

Soit un système non linéaire défini comme suit :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{cases} \quad (2.37)$$

$x \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $u \in \mathbb{R}^u$  est le vecteur d'entrée et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie.  $l(x, u) \in \mathbb{R}^n$  est la fonction d'état,  $h(x, u) \in \mathbb{R}^p$  est la fonction de sortie mesurable.

L'objectif de l'observateur est l'estimation complète du vecteur d'état du système (2.37). Considérons l'observateur d'ordre plein :

$$ONL \begin{cases} \dot{z} &= \Phi(z, u, y) \\ \hat{x} &= \Psi(z, u, y) \end{cases} \quad (2.38)$$

$z \in \mathbb{R}^n$  est un variable interne de l'observateur avec les conditions initiales  $z_0 = z(0)$ . Les entrées de ce système sont  $u$  et  $y$ , et la sortie est l'état estimé  $\hat{x} \in \mathbb{R}^n$ .

Si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- Si  $x(0) = \hat{x}(0)$  alors  $\forall t \geq 0, x(t) = \hat{x}(t)$
- $\|e\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \rightarrow 0$  quand  $t \rightarrow \infty$

alors le système (2.38) est un observateur asymptotique pour le système (2.37).

La première condition signifie que si l'observateur (ONL) et le système (2.37) possèdent tous les deux le même état initial, alors l'état estimé par (ONL) devrait être égal à l'état réel du système (2.37) à tout instant.

La seconde condition signifie que l'erreur d'estimation doit être asymptotiquement stable. Un système, pour lequel un observateur de la forme (2.38) existe et tel que la seconde condition est satisfaite, est dit détectable.

Dans le cas où l'état estimé  $\hat{x}$  est égal à  $z$ , alors l'observateur (2.38) s'écrit :

$$\dot{\hat{x}} = \Phi(\hat{x}, u, y) \quad (2.39)$$

La première condition implique que  $\dot{x} = \dot{\hat{x}}$  ce qui permet d'écrire l'égalité entre  $l(x, u)$  et  $\Phi(\hat{x}, u, y)$ . Par conséquent l'observateur (2.39) devient :

$$\dot{\hat{x}} = l(\hat{x}, u) \quad (2.40)$$

Si l'état estimé est identique à l'état réel alors, il en va de même pour les sorties du système. Ainsi,  $y = h(x, u) = h(\hat{x}, u) = \hat{y}$

Il est alors possible d'ajouter un terme  $K(\hat{x}, u, y)(y - \hat{y}) = 0$  à l'observateur (2.40) pour obtenir la relation suivante :

$$ONL \begin{cases} \dot{\hat{x}} &= l(\hat{x}, u) + K(\hat{x}, u, y)(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= h(\hat{x}, u) \end{cases} \quad (2.41)$$

Le problème de la synthèse de l'observateur consiste donc à trouver des fonctions  $\Phi(z, u, y)$  et  $\Psi(z, u, y)$  qui assurent la convergence de l'état estime  $\hat{x}$  vers l'état réel  $x$  du système.

L'observabilité d'un système est la propriété qui permet de dire si l'état peut être déterminé uniquement à partir de la connaissance des signaux d'entrée et de sortie. Dans le cas des systèmes non linéaires, la notion d'observabilité est liée aux entrées et aux conditions initiales du système.

**Définition 1 (Indistinguabilité) :** Soient, pour le système (2.37),  $\forall t \geq 0$   $y_0(t)$  et  $y_1(t)$  deux signaux de mesures, générés par l'application du signal d'entrée  $u(t)$ , avec les conditions initiales  $x_0$  et  $x_1$ , respectivement. On dit que les conditions initiales  $x_0$  et  $x_1$  sont indistinguables si pour toute entrée  $u(t)$ ,  $\forall t \geq 0$

$$y_0(t) = y_1(t).$$

Dans le cas contraire, on dit que  $x_0$  et  $x_1$  sont distinguables.

**Définition 2 (Observabilité) :** Le système (2.37) est dit observable en  $x_0$  si  $x_0$  est distinguable de tout  $x$  d'un voisinage de  $x_0$ . En outre, le système (2.37) est observable si il est observable  $\forall x_0 \in \mathbb{R}^n$ .

**Définition 3 (Entrée universelle) :** Une entrée  $u : [0, T] \mapsto U$ ,  $[0, T]$  est dite universelle pour le système  $\Sigma$  sur  $[0, T]$  si pour tout couple d'états initiaux distincts  $x_0$  et  $x_1$ , il existe au moins un temps  $t \in [0, T]$  tel que  $y_0(t) \neq y_1(t)$ . Une entrée non universelle est dite singulière.

Lorsqu'il n'existe pas d'entrée singulière, cette propriété est appelée la U-uniforme Observabilité.

**Définition 4 (U-uniforme Observabilité) :** Un système dont toutes les entrées admissibles, à valeurs dans  $U$ , sont universelles est dit U-uniformément observable.

**Définition 5 (Condition de Lipschitz) :** Une fonction  $\varphi : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$  est dite L-Lipschitzienne s'il existe  $L > 0$  tel que pour tout  $u \in \mathbb{R}^u$ ,  $(x, \hat{x}) \in (\mathbb{R}^n)^2$

$$\|\varphi(x, u)\| - \|\varphi(\hat{x}, u)\| \leq L\|x - \hat{x}\|$$

où  $\varphi$  est une fonction satisfaisant la propriété de Lipschitz par rapport à  $x$ .

Le concept d'observabilité peut être interprété de la façon suivante pour un système à une entrée et une sortie.

Soient les vecteurs des dérivées successives des sorties et des entrées du système.

$$\dot{y} = (y \ \dot{y} \ \ddot{y} \ \dots \ y^{(n-1)})^T \text{ et } \dot{u} = (u \ \dot{u} \ \ddot{u} \ \dots \ u^{(n-1)})^T$$

Chaque dérivée  $y^{(i)}, 0 \leq i \leq (n-1)$  est une fonction de l'état du système  $x$  et des dérivées successives des entrées  $\dot{u}$ .

Posons la fonction  $\Psi_i$  définie par :

$$\Psi_i(x, \dot{u}) = y^{(i)}$$

La dérivée suivante de la mesure par rapport au temps s'écrira alors

$$y^{(i+1)} = \frac{\partial \Psi_i}{\partial x}(x, \dot{u})l(x, u) + \frac{\partial \Psi_i}{\partial \dot{u}}(x, \dot{u}) \frac{d\dot{u}}{dt}$$

En définissant l'opérateur linéaire  $\zeta_l$  par :

$$(\zeta_l \Psi)(x, \dot{u}) = \frac{\partial \Psi}{\partial x}(x, \dot{u})l(x, u) + \frac{\partial \Psi}{\partial \dot{u}}(x, \dot{u}) \frac{d\dot{u}}{dt}$$

il est possible d'écrire le vecteur des dérivées successives de la sortie  $\dot{y}$  sous la forme suivante :

$$\dot{y} = \begin{pmatrix} h(x, u) \\ (\zeta_l h)(x, u) \\ \vdots \\ (\zeta_l^{n-1} h)(x, u) \end{pmatrix} = \varpi(x, \dot{u}) \quad (2.42)$$

On appelle fonction d'observabilité  $\varpi(x, \dot{u})$ . Si cette fonction (2.42) est inversible, il existe  $x_0$  unique tel que  $x_0 = \varpi^{-1}(\dot{y}, \dot{u})$ . Le système correspondant est alors dit observable.

Si la jacobienne de la fonction d'observabilité  $\frac{\partial \varpi}{\partial x}(x_0, \dot{u})$  (matrice d'observabilité) est inversible localement en  $x_0$ , dans ce cas, le système correspondant est localement observable, ce qui signifie que  $x_0$  est distinguable en tous les points au voisinage de  $x_0$ .

Pour les systèmes multi-sorties, la notion d'observabilité peut être envisagée d'une manière similaire. Définissons un ensemble de  $p$  mesures avec les fonctions d'observation associées

$$y = (y_1 \ y_2 \ \dots \ y_p)^T \text{ et } h(x, u) = (h_1(x, u) \ h_2(x, u) \ \dots \ h_p(x, u))^T$$

La fonction d'observation associée à la  $j^{\text{ème}}$  mesure s'écrira alors comme

$$\dot{y}_j = \varpi_j(x, \dot{u}) = \begin{pmatrix} h_j(x, u) \\ (\zeta_l h_j)(x, u) \\ \vdots \\ (\zeta_l^{n-1} h_j)(x, u) \end{pmatrix}$$

La fonction d'observabilité du système à  $p$  sorties s'écrira alors

$$\varpi(x, \dot{u}) = \begin{pmatrix} \varpi_1(x, \dot{u}) \\ \varpi_2(x, \dot{u}) \\ \vdots \\ \varpi_p(x, \dot{u}) \end{pmatrix}$$

Si cette fonction d'observabilité est inversible, alors l'état pourra être déterminé à partir de  $\dot{u}$  et de  $\dot{y}$  et le système sera dit observable. Si la condition d'inversion est limitée à la matrice d'observabilité, le système à  $p$  mesures sera dit localement observable.

### 2.3.2 Formes canoniques observables d'un système non linéaire à plusieurs entrées et plusieurs sorties

#### 2.3.2.1 Forme canonique

Sont les systèmes qui peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + \varphi(x, u) \\ y &= Cx = x^1 \end{cases} \quad (2.43)$$

$u \in \mathbb{R}^u$  est le vecteur d'entrée et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie.

$x = (x^1 \ x^2 \ \dots \ x^q)^T \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état où chacun des  $q$  éléments est de la taille du vecteur de mesures  $x^k = (x_1^k \ x_2^k \ \dots \ x_p^k)^T \in \mathbb{R}^p$ ,  $k = 1, \dots, q$ ;  $n = qp$ .

la matrice  $A$  est une matrice anti-décalage par bloc.

$$A = \begin{pmatrix} 0_p & I_p & 0_p & \dots & 0_p \\ 0_p & 0_p & I_p & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0_p \\ 0_p & \dots & \dots & 0_p & I_p \\ 0_p & \dots & \dots & 0_p & 0_p \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

Le premier élément de l'état  $x^1$  est mesuré, la matrice d'observation est telle que

$$C = (I_p \ 0_p \ \dots \ 0_p) \in \mathbb{R}^{p \times n}$$

Les non-linéarités du système  $\varphi(x, u)$  ont une structure triangulaire par rapport à  $x$  et s'écrivent

$$\varphi(x, u) = \begin{pmatrix} \varphi^1(x^1, u) \\ \varphi^2(x^1, x^2, u) \\ \vdots \\ \varphi^q(x, u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

Pour la synthèse d'un l'observateur de type grand gain appliqué au système précédent on adopte les hypothèses suivantes [Bornard & Hammouri 1991], [Gauthier *et al.* 1992],

[Hammouri & Farza 2003] et [Farza *et al.* 2004] :

(H1) la fonction  $\varphi(x, u)$  est globalement Lipschitzienne par rapport à  $x$ , localement uniformément observable en  $u$ .

(H2) L'entrée  $u$  est bornée.

Un observateur de type grand gain pour le système (2.43) peut alors s'écrire :

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \varphi(\hat{x}, u) + \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T (y - C\hat{x}) \quad (2.44)$$

$\theta$  est le paramètre de réglage de l'observateur c'est un réel strictement positif.

$\Delta_\theta$  est une matrice diagonale telle que :

$$\Delta_\theta = \text{diag} \left( I_p \quad \frac{I_p}{\theta} \quad \dots \quad \frac{I_p}{\theta^{q-1}} \right) \quad (2.45)$$

$S$  est l'unique solution de l'équation algébrique de Lyapunov [Gauthier *et al.* 1992]

$$S + A^T S + S A = C^T C$$

Cette solution permet d'écrire le vecteur  $S^{-1} C^T$  comme

$$S^{-1} C^T = \begin{pmatrix} C_q^1 I_p \\ C_q^2 I_p \\ \vdots \\ C_q^q I_p \end{pmatrix} \text{ où } C_q^i \text{ représente la loi binomiale } C_q^i = \frac{q!}{(q-i)!i!}$$

### 2.3.2.2 Classe particulière de la forme canonique

Nous allons aborder dans cette section une classe particulière de systèmes non linéaires qui peut se mettre sous la forme canonique précédente (section 2.3.2.1) à l'aide d'une transformation appropriée. Cette classe de systèmes a été notamment étudiée par [Hammouri & Farza 2003] et [Farza *et al.* 2005] pour la caractérisation d'une classe des systèmes uniformément observables.

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, u) \\ y &= l^0(x^1, u) \end{cases} \quad (2.46)$$

le vecteur d'état est  $x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ , la sortie est  $y = x^1 \in \mathbb{R}^{n_0}$ ,  $x^k \in \mathbb{R}^{n_k}$ ,  $k = 1, \dots, q$ ,  
 $n = \sum_{k=1}^q n_k$  et  $p = n_0 \geq n_1 \geq \dots \geq n_q$ .

Le vecteur d'entrée est  $u \in U$  l'ensemble des fonctions absolument continues à dérivées bornées de  $\mathbb{R}^+$  dans  $U$  un compact de  $\mathbb{R}^u$ .

La structure de la fonction d'état est la suivante :  $l(x, u) = \begin{pmatrix} l^1(x^1, u) \\ l^2(x^1, x^2, u) \\ \vdots \\ l^{q-1}(x, u) \\ l^q(x, u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$ ,

$l^k(x, u) \in \mathbb{R}^{n_k}$  et  $l^0(x^1, u) \in \mathbb{R}^{n_0}$ .

L'hypothèse suivante **(H)** est adoptée pour la synthèse de l'observateur non linéaire. Elle permet de dire que le système est détectable [Liu 2007], c'est-à-dire que les pôles non observables sont stable.

**(H)** Pour  $0 \leq k \leq q-1$ ; la fonction  $x^{k+1} \mapsto l^k(x^1, x^2, \dots, x^k, x^{k+1}, u)$  de  $\mathbb{R}^{n_{k+1}}$  dans  $\mathbb{R}^{n_k}$  est injective. De plus, on suppose qu'il existe  $\alpha, \beta > 0$  tel que pour tout  $k \in 0, \dots, q-1$ ,

$$\forall x \in \mathbb{R}^n, u \in U$$

$$0 < \alpha^2 I_{n_{h+1}} \leq \left( \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}}(x, u) \right)^T \left( \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}}(x, u) \right) \leq \beta^2 I_{n_{h+1}}$$

On introduit un changement de coordonnées qui ramène le système (2.46) sous la première forme canonique (2.43). La synthèse de l'observateur dans les nouvelles coordonnées est immédiate, c'est l'observateur (2.44). Formellement les équations de l'observateur dans les coordonnées originales sont données en considérant la pseudo-inverse de la matrice de la fonction de changement de coordonnées.

Considérons le changement de coordonnées suivant :

$$\Phi : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^{n_0q}$$

$$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix} \mapsto z = \Phi(x, u) = \begin{pmatrix} z^1 \\ z^2 \\ \vdots \\ z^q \end{pmatrix}$$

avec

$$\begin{cases} z^1 = l^0(x^1, u) \\ z^2 = \frac{\partial l^0}{\partial x^1}(x^1, u) l^1(x^1, x^2, u) \\ \vdots \\ z^q = \left( \prod_{k=0}^{q-2} \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}}(x, u) \right) l^{q-1}(x, u) \end{cases} \quad (2.47)$$

Où  $z^k \in \mathbb{R}^{n_0}$  pour  $k = 1, \dots, q$ .

D'après l'hypothèse **(H)**, l'application  $\Phi$  est injective.

On pose  $\Lambda(x, u)$  la matrice diagonale en blocs suivante

$$\Lambda(x, u) = \text{diag} \left( \frac{\partial l^0}{\partial x^1}(x, u), \frac{\partial l^0}{\partial x^1}(x, u) \frac{\partial l^1}{\partial x^2}(x, u), \dots, \prod_{k=0}^{q-1} \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}}(x, u) \right) \quad (2.48)$$

Cette matrice permet de réaliser le changement de coordonnées et d'obtenir la relation suivante :

$$\Lambda(x, u)l(x, u) = Az + G(x, u)$$

Où la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0_{n_0} & I_{n_0} & 0_{n_0} & \cdots & 0_{n_0} \\ 0_{n_0} & 0_{n_0} & I_{n_0} & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0_{n_0} \\ 0_{n_0} & \cdots & \cdots & 0_{n_0} & I_{n_0} \\ 0_{n_0} & \cdots & \cdots & 0_{n_0} & 0_{n_0} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_0q \times n_0q}$  est une matrice anti-

décalage par bloc et  $G$  est une matrice donnée par l'équation suivante :

$$G(x, u) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ (\prod_{k=0}^{q-1} \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}}(x, u))l^q(x, u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_0q}$$

L'hypothèse **(H)** implique que la matrice  $\Lambda(x, u)$  est inversible à gauche, son inverse est notée  $\Lambda^+(x, u)$ . On en déduit donc que

$$l(x, u) = \Lambda^+(x, u)Az + \Lambda^+G(x, u) \quad (2.49)$$

Nous pouvons donc écrire la dynamique des nouvelles coordonnées  $z$ , en utilisant cette transformation. D'après les équations (2.47) et (2.49), on a :

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u)\dot{x} + \frac{\partial \Phi}{\partial u}(x, u)\dot{u} \\ &= \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u)l(x, u) + \frac{\partial \Phi}{\partial u}(x, u)\dot{u} \\ &= \Lambda(x, u)l(x, u) + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u) - \Lambda(x, u) \right) l(x, u) + \frac{\partial \Phi}{\partial u}(x, u)\dot{u} \\ &= Az + G(x, u) + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u) - \Lambda(x, u) \right) [\Lambda^+(x, u)Az + \Lambda^+(x, u)G(x, u)] \\ &\quad + \frac{\partial \Phi}{\partial u}(x, u)\dot{u} \end{aligned}$$

$$\text{On a } \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u) - \Lambda(x, u) \right) \Lambda^+(x, u)G(x, u) = 0$$

car d'après (2.48) la matrice  $\Lambda^+(x, u)$  est diagonale, que les  $(q-1)n_0$  premières composantes de  $G(x, u)$  sont nulles et que  $\left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u) - \Lambda(x, u) \right)$  est triangulaire inférieure avec des zéros sur toute sa diagonale. Par conséquent, la dynamique de  $z$  peut se réécrire :

$$\dot{z} = Az + G(x, u) + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u) - \Lambda(x, u) \right) \Lambda^+(x, u)Az + \frac{\partial \Phi}{\partial u}(x, u)\dot{u}$$

Nous notons  $\Phi^c$  la fonction réciproque de  $\Phi$ . Pour alléger les écritures, on adoptera la notation suivante pour la fonction  $\varphi(z, u)$  de structure triangulaire :

$$\begin{aligned}
\varphi(z, u) &= G(x, u) + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(x, u) - \Lambda(x, u) \right) \Lambda^+(x, u) Az + \frac{\partial \Phi}{\partial u}(x, u) \dot{u} \\
&= G(\Phi^c(z), u) + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x}(\Phi^c(z), u) - \Lambda(\Phi^c(z), u) \right) \Lambda^+(\Phi^c(z), u) Az \\
&\quad + \frac{\partial \Phi}{\partial u}(\Phi^c(z), u) \dot{u}
\end{aligned}$$

En utilisant les notations adoptées, le système (2.46) peut être écrit dans les nouvelles coordonnées en  $z$  sous la forme suivante :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{z} &= Az + \varphi(z, u) \\ y &= Cz = z^1 \end{cases} \quad (2.50)$$

où  $C = (I_{n_0} \ 0_{n_0} \ \dots \ 0_{n_0}) \in \mathbb{R}^{n_0 \times n_0 q}$ .

Le système (2.50) est sous la forme canonique (2.43). De ce fait, l'observateur (2.44) peut être synthétisé pour ce système.

Les équations de cet observateur s'écrivent dans les nouvelles coordonnées comme suit :

$$\dot{\hat{z}} = A\hat{z} + \varphi(\hat{z}, u) + \theta \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T C(z - \hat{z}) \quad (2.51)$$

Où :  $\hat{z} = \begin{pmatrix} \hat{z}^1 \\ \hat{z}^2 \\ \vdots \\ \hat{z}^q \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_0 q}$ ,  $z^k \in \mathbb{R}^{n_0}$ ,  $k = 1, \dots, q$ .

Maintenant, l'observateur (2.51) s'écrit dans les coordonnées originales  $x$  comme suit (d'après l'inversion de l'équation (2.47)) :

$$\dot{\hat{x}} = l(\hat{x}, u) + \theta \Lambda^+(\hat{x}, u) \Delta_\theta^{-1} S^{-1} C^T (l^0(x, u) - l^0(\hat{x}, u)) \quad (2.52)$$

Où :  $\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{x}^2 \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_0 q}$ ,  $x^k = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^k \\ \hat{x}_2^k \\ \vdots \\ \hat{x}_{n_k}^k \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_k}$ ,  $k = 1, \dots, q$ .

## 2.4 Observateur non linéaire à entrées inconnues : ONLEI

Dans le cadre des systèmes dynamiques non linéaires, plusieurs travaux ont été réalisés pour l'estimation des entrées inconnues. L'objectif est l'estimation complète du vecteur d'état  $x$  et des entrées inconnues  $f$  malgré la présence de ces dernières.

[Liu 2007] applique la technique des observateurs de type grand gain pour l'estimation des entrées inconnues dans un réacteur.

[Boutayeb & Darouach 1995] proposent une approche qui consiste à transformer le système non linéaire initial (satisfaisant la condition de Lipschitz) en système singulier dans la dynamique duquel les entrées inconnues n'interviennent pas.

[Sharma & Aldeen 2004] proposent une extension de [Koenig & Mammam 2002] aux systèmes non linéaires affectés par des perturbations sur l'entrée et la sortie. L'idée repose à nouveau sur une séparation entre les perturbations et le reste du système par une

série de transformations des équations d'état et de sortie. Lorsque cette séparation est achevée, un observateur est construit pour la partie sans perturbation. [Kalsi *et al.* 2010] traite le problème des entrées inconnues pour les systèmes non linéaires lipschitziens et [Pertew *et al.* 2005] utilise des techniques d'optimisation  $H_\infty$  pour la synthèse de l'observateur.

### 2.4.1 Observateur à entrées inconnues qui affectent la sortie

Nous nous intéressons ici à la synthèse d'observateurs à entrées inconnues lorsque celles-ci interviennent dans l'expression de la sortie. Ce problème a été abordé dans les travaux [Liu 2007] où les systèmes non linéaires considérés se composent d'une partie linéaire exploitée pour la synthèse du gain de l'observateur, d'une partie non linéaire satisfaisant certaines hypothèses plus ou moins restrictives.

Soit une classe de système MIMO non linéaire, présenté par :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, f, u) \\ y &= h(x, u) + W(u)f \end{cases} \quad (2.53)$$

Le vecteur d'état est tel que  $x = \begin{pmatrix} x^1 \\ X \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état,  $x^1 \in \mathbb{R}^p$ ,  $X \in \mathbb{R}^{n-p}$ .  $u \in U$  est le vecteur d'entrée connue où  $U$  est l'ensemble des fonctions absolument continues à dérivées bornées de  $\mathbb{R}^+$  dans  $U$  un compact de  $\mathbb{R}^u$ .  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie.  $f \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur des entrées inconnues dont le nombre est égal ou inférieur au nombre de mesures ( $m \leq p$ ).

La fonction d'état est sous la forme

$$l(x, f, u) = \begin{pmatrix} l^1(x, f, u) \\ l_X(x, f, u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

où  $l^1(x, f, u) \in \mathbb{R}^p$  et  $l_X(x, f, u) \in \mathbb{R}^{n-p}$ .

$h(x, u) \in \mathbb{R}^{p \times m}$  est une matrice de rang plein.

$W(u) \in \mathbb{R}^{p \times m}$  est une matrice, décomposée en deux parties

$$W(u) = \begin{pmatrix} W_1(u) \\ W_2(u) \end{pmatrix} \quad (2.54)$$

La première partie  $W_1(u) \in \mathbb{R}^{m_1 \times m}$  où  $m \leq m_1 \leq p$  est de rang plein colonne.

$$\forall u \in U; \forall t \geq 0 : \text{Rang}(W_1(u)) = m \quad (2.55)$$

La seconde partie de la matrice de transfert direct des entrées inconnues sur la sortie est  $W_2(u) \in \mathbb{R}^{(p-m_1) \times m}$ .

La partition de  $W(u)$  impose celle de  $h(x, u)$  qui s'écrit alors

$$h(x, u) = \begin{pmatrix} h_1(x, u) \\ h_2(x, u) \end{pmatrix}$$

où  $h_1(x, u) \in \mathbb{R}^{m_1 \times m}$ ,  $h_2(x, u) \in \mathbb{R}^{(p-m_1) \times m}$ .

De la même façon, le vecteur de mesures sera découpé en deux parties

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1(x, u) \\ h_2(x, u) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_1(u) \\ W_2(u) \end{pmatrix} f \quad (2.56)$$

où  $y_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$ ,  $y_2 \in \mathbb{R}^{(p-m_1)}$ .

Nous présenterons dans cette section la construction d'un observateur permettant d'estimer simultanément l'état et les entrées inconnues en considérant deux situations. Dans le premier cas, le découpage de la matrice  $W(u)$  sera telle que la taille de  $W_1(u)$  sera égale au nombre de mesures ( $m_1 = p$ ). La deuxième situation sera le cas  $m_1 < p$ .

Le traitement de ces deux cas passera par un réarrangement du système. Dans la mesure où on a supposé que la matrice  $W_1(u)$  était de rang plein colonne, il est possible d'en définir une pseudo inverse que nous noterons  $W_1^+(u)$ .

Dans ce cas, l'entrée inconnue  $f$  peut s'exprimer à partir de l'équation (2.56) si l'état  $x$  est connu

$$f = W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)) \quad (2.57)$$

L'objectif de cette manipulation est de reformuler une mesure dont l'expression ne dépend pas de l'entrée inconnue. Ainsi, la fonction d'observation peut être réarrangée et se limiter à l'expression de la sortie  $y_2$  :

$$y_2 = h_2(x, u) + W_2(u) (W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u))) \quad (2.58)$$

Finalement, le système initial (2.53) initial peut être réécrit en utilisant l'expression de l'entrée inconnue (2.57).

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)), u) \\ y_2 &= h_2(x, u) + W_2(x) (W_1^+(x)(y_1 - h_1(x, u))) \end{cases} \quad (2.59)$$

#### 2.4.1.1 Synthèse de l'observateur dans le cas $m_1 < p$ : ONLEI1

Le problème initial de synthèse d'observateur à entrées inconnues est ramené à celui de la synthèse d'un observateur standard pour le système non linéaire tel que celui de la section 2.3.2.2. Dans ce cas, l'entrée inconnue, remplacée par (2.57) permet d'écrire le système suivant :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, y_1, u) \\ y_2 &= l^0(x, y_1) \end{cases} \quad (2.60)$$

$y_1$  et  $u$  constituent les entrées connues du système,  $x$  est l'état et  $y_2$  la sortie.

La fonction d'état peut être explicitée par

$$l(x, y_1, u) = l(x, W_1^+(u)(y_1 - h_1(x, u)), u)$$

Quant à la fonction d'observation elle s'écrira

$$l^0(x, y_1) = h_2(x, u) + W_2(u) (W_1^+(x)(y_1 - h_1(x, u)))$$

Ainsi, dès que l'état  $x$  est estimé (voir la synthèse de l'observateur dans la section 2.3.2.2), il est possible d'en déduire une estimation de l'entrée inconnue.

$$\hat{f} = W_1^+(u)(y_1 - h_1(\hat{x}, u)) \quad (2.61)$$

#### 2.4.1.2 Synthèse de l'observateur dans le cas où $m_1 = p$ : ONLEI2

Dans ce cas, la matrice  $W_1(u)$  est identique à la matrice  $W(u)$ . Le système (2.59) devient :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, y, u) = l(x, W^+(u)(y - h(x, u)), u) \\ y &= h(x, u) + W(u)f \end{cases} \quad (2.62)$$

Pour la synthèse de l'observateur, nous adoptons l'hypothèse de détectabilité du système.

**(H)** Il existe une matrice Symétrique Définie Positive  $P(t)$  telle que :

(i)  $\exists \alpha_1, \alpha_2 > 0; \forall t \geq 0$  :

$$\alpha_1 I_n \leq P(t) \leq \alpha_2 I_n$$

(ii)  $\exists \alpha_3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}^n, \forall t \geq 0$  :

$$\dot{P}(t) + P(t) \left( \frac{\partial l}{\partial x}(x, y, u) \right) + \left( \frac{\partial l}{\partial x}(x, y, u) \right)^T P(t) \leq -\alpha_3 I_n$$

Ainsi, le système

$$\dot{\hat{x}} = l(\hat{x}, y, u)$$

est un observateur du système (2.62).

Comme dans le cas précédent, les entrées inconnues peuvent être reconstruites à partir de l'équation (2.61). Finalement, l'observateur de l'état et l'estimateur des entrées inconnues du système (2.62) est donné par :

$$ONLEI2 \begin{cases} \dot{\hat{x}} &= l(\hat{x}, W^+(u)(y - h(\hat{x}, u)), u) \\ \hat{f} &= W^+(u)(y - h(\hat{x}, u)) \end{cases} \quad (2.63)$$

#### 2.4.2 Observateur pour les mesures indépendantes des entrées inconnues

Nous présentons ici la synthèse d'observateurs de type grand gain pour la classe de systèmes non linéaires uniformément observables à laquelle nous avons ajouté des entrées inconnues. Ce type d'observateur a notamment été étudié par [Liu *et al.* 2006].

Soit une classe de systèmes non linéaires dont les mesures ne sont pas affectées par les entrées inconnues. On supposera qu'une partie de l'état est directement mesurée.

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, u) + G(u)f \\ y &= Cx = x^1 \end{cases} \quad (2.64)$$

$x = \begin{pmatrix} x^1 \\ X \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$  est le vecteur d'état, dont la partie  $x^1 \in \mathbb{R}^p$  est mesurée et  $X \in \mathbb{R}^{n-p}$ .  $f \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée inconnue avec le nombre d'entrées inconnues inférieur ou

égal au nombre de mesures ( $m \leq p$ ).  $u \in U$  est le vecteur d'entrée connue.  $U$  l'ensemble des fonctions absolument continues à dérivées bornées de  $\mathbb{R}^+$  dans  $U$  un compact de  $\mathbb{R}^u$  et  $y \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur de sortie.

La décomposition de l'état en parties mesurée et non mesurée amène au découpage de la fonction d'état

$$l(x, u) = \begin{pmatrix} l^1(x, u) \\ l_X(x, u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n$$

où  $l^1(x, u) \in \mathbb{R}^p$  et  $l_X(x, u) \in \mathbb{R}^{n-p}$ .

De la même façon, la fonction  $G(u)$  est une matrice composée de deux parties

$$G(u) = \begin{pmatrix} G^1(u) \\ G_X(u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times m}$$

où  $G^1(u) \in \mathbb{R}^{p \times m}$  et  $G_X(u) \in \mathbb{R}^{(n-p) \times m}$ .

Finalement, la matrice d'observation est  $C = (I_p \ 0_p \ \dots \ 0_p) \in \mathbb{R}^{p \times n}$ .

Pour la synthèse d'un observateur permettant de reconstruire l'état et les entrées inconnues du système ci-dessus, on adoptera les hypothèses suivantes [Liu *et al.* 2006].

**(H1)** La matrice  $G^1(u)$  est de rang plein en colonnes pour tout  $t \geq 0$ . Cela signifie qu'elle peut être découpée selon

$$G^1(u) = \begin{pmatrix} G_1^1(u) \\ G_2^1(u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{p \times m} \quad (2.65)$$

La première partie  $G_1^1(u) \in \mathbb{R}^{m_0 \times m}$  est une matrice de rang plein colonne  $m \leq m_0 \leq p$ . C'est-à-dire que  $\text{Rang}(G_1^1(u)) = \text{Rang}(G^1(u)) = \text{Rang}(CG(u)) = m, \forall u \in U$  et  $\forall t \geq 0$ .

La matrice  $G_1^1(u)$  est également telle qu'il existe deux réels  $\alpha_G$  et  $\beta_G$  positifs et que pour tout  $u \in U$  et tout  $t \geq 0$

$$0 < \alpha_G^2 I_m \leq (G_1^1(u))^T (G_1^1(u)) \leq \beta_G^2 I_m.$$

**(H2)** La dérivée par rapport au temps de l'entrée inconnue  $f$  doit être uniformément bornée, c'est-à-dire,  $\forall t > 0, \sup \left\| \frac{\partial f}{\partial t} \right\| \leq \rho_f$  où  $\rho_f > 0$ .

$m_1$  est le plus petit nombre de lignes de la matrice pour lequel la matrice reste de rang plein  $m_1 \leq m_0 \leq p$  quelle que soit la commande appliquée.

Ainsi, la décomposition de la matrice  $G^1(u)$  de l'équation nous donne les structures suivantes de l'état et de l'équation d'état.

$$x^1 = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \end{pmatrix} \text{ où } x_1^1 \in \mathbb{R}^{m_1}, x_2^1 \in \mathbb{R}^{p-m_1}$$

$$l^1(x, u) = \begin{pmatrix} l_1^1(x, u) \\ l_2^1(x, u) \end{pmatrix} \text{ où } l_1^1(x, u) \in \mathbb{R}^{m_1}, l_2^1(x, u) \in \mathbb{R}^{p-m_1}.$$

De la même manière que l'étude où les entrées inconnues affectent la sortie, deux situations seront présentées. Dans le premier cas ( $m_1 < p$ ), on considérera une catégorie particulière de systèmes. Dans le second cas ( $m_1 = p$ ), une condition supplémentaire sera explicitée pour concevoir l'observateur.

### 2.4.2.1 Synthèse d'observateur avec $m_1 < p$ : ONLEI3

On suppose que la fonction  $l(x, u)$  a la structure suivante :

$$l(x, u) = \begin{pmatrix} l^1(x^1, x^2, u) \\ l^2(x^1, x^2, x^3, u) \\ \vdots \\ l^{q-1}(x, u) \\ l^q(x, u) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n \quad (2.66)$$

Le vecteur d'état est  $x = (x^1 \ x^2 \ \dots \ x^q)^T \in \mathbb{R}^n$ . Chacune des parties de l'état est notée  $x^k = (x_1^k \ x_2^k \ \dots \ x_{n_k}^k) \in \mathbb{R}^{n_k}$ . Les indices sont tels que  $k = 1, \dots, q$ . Il existe la relation d'ordre  $n_1 \geq \dots \geq n_q$  et la première partie de l'état correspond toujours à la partie mesurée  $n_1 = p$ .

Le découpage de l'état et de la fonction d'état  $l^k(x, u) \in \mathbb{R}^{n_k}$  implique celui de la matrice

$$G(u) = \begin{pmatrix} G^1(u) \\ G^2(u) \\ \vdots \\ G^q(u) \end{pmatrix}$$

Chaque sous-matrice  $G^k(u)$  est de dimension  $n_k \times m$ .

Le système (2.64) peut se récrire sous la forme :

$$\Sigma \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{x}_1^1 \\ \dot{x}_2^1 \\ x^2 \\ \vdots \\ x^q \end{pmatrix} \\ y \end{array} \right. = \begin{pmatrix} l_1^1(x^1, u) \\ l_2^1(x^1, x^2, u) \\ l^2(x^1, x^2, x^3, u) \\ \vdots \\ l^q(x, u) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_1^1(u) \\ G_2^1(u) \\ G^2(u) \\ \vdots \\ G^q(u) \end{pmatrix} f \quad (2.67)$$

$$= Cx = x^1$$

Posons :

$$\begin{cases} \Upsilon_1^2(u) &= G_2^1(u) (G_1^1(u))^+ \\ \Upsilon_X(u) &= G_X(u) (G_1^1(u))^+ \\ \Upsilon^2(u) &= \begin{pmatrix} \Upsilon_1^2(u) \\ \Upsilon_X(u) \end{pmatrix} \end{cases} \quad (2.68)$$

Afin de construire l'observateur, le système devrait également respecter certaines hypothèses.

La première est équivalente à la condition de détectabilité du système [Liu 2007]. La seconde indique que le nombre d'entrées inconnues est inférieur ou égal au nombre de mesures.

**(H3)** Pour tout  $k \in 1, \dots, q-1$ , la fonction  $x^{k+1} \mapsto l^k(x^1, x^2, \dots, x^k, x^{k+1}, u)$  de  $\mathbb{R}^{n_{k+1}}$  dans  $\mathbb{R}^{n_k}$  est injective.

On suppose qu'il existe deux réels positifs  $\alpha, \beta$  tel que  $\forall x \in \mathbb{R}^n, u \in U$

$$0 < \alpha^2 I_{n_{k+1}} \leq \left( \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}}(x, u) \right)^T \left( \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}}(x, u) \right) \leq \beta^2 I_{n_{k+1}}$$

**(H4)** La condition du rang suivante est satisfaite pour tout  $x \in \mathbb{R}^n, u \in U$  et  $t \geq 0$  :

$$\begin{aligned} \text{Rang} \left( \frac{\partial l^1}{\partial x^2}(x^1, x^2, u) \quad G^1(u) \right) &\triangleq \text{Rang} \begin{pmatrix} \frac{\partial l_1^1}{\partial x^2}(x^1, x^2, u) & G_1^1(u) \\ \frac{\partial l_2^1}{\partial x^2}(x^1, x^2, u) & G_2^1(u) \end{pmatrix} \\ &= \text{Dimension}(x^2) + \text{Dimension}(f) \\ &= n_2 + m \end{aligned}$$

Avant de donner les équations de l'observateur proposé, on doit introduire quelques notations et des résultats préliminaires.

- Soit  $\theta_1$  et  $\theta_2$  des nombres réels strictement positifs, sont les paramètres de réglage de l'observateur.
- Soit  $\Delta_1(\theta_1)$  et  $\Delta_2(\theta_2)$  deux matrices diagonales :

$$\begin{aligned} \Delta_1(\theta_1) &= \text{diag}(I_{m_1}, \frac{I_{m_1}}{\theta_1}) \\ \Delta_2(\theta_2) &= \text{diag} \left( I_{p-m_1}, \frac{I_{p-m_1}}{\theta_2}, \dots, \frac{I_{p-m_1}}{\theta_2^{q-1}} \right) \end{aligned}$$

- Pour  $i = 1, 2$ ,  $S_i$  est l'unique matrice symétrique définie positive solution de l'équation algébrique de Lyapunov suivante :

$$S_i + A_i^T S_i + S_i A_i = C_i^T C_i$$

Où :

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} 0_{m_1} & I_{m_1} \\ 0_{m_1} & 0_{m_1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2m_1 \times 2m_1} \\ A_2 &= \begin{pmatrix} 0_{p-m_1} & I_{(q-1)(p-m_1)} \\ 0_{p-m_1} & 0_{p-m_1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{q(p-m_1) \times q(p-m_1)} \\ C_1 &= (I_{m_1} \quad 0_{m_1}) \in \mathbb{R}^{m_1 \times 2m_1} \\ C_2 &= (I_{p-m_1} \quad 0_{p-m_1} \quad \dots \quad 0_{p-m_1}) \in \mathbb{R}^{(p-m_1) \times q(p-m_1)} \end{aligned}$$

Les vecteurs  $S_1^{-1} C_1^T$  et  $S_2^{-1} C_2^T$  peuvent s'exprimer comme suit :

$$S_1^{-1} C_1^T = \begin{pmatrix} 2I_{m_1} \\ I_{m_1} \end{pmatrix}; \quad S_2^{-1} C_2^T = \begin{pmatrix} C_q^1 I_{p-m_1} \\ C_q^2 I_{p-m_1} \\ \vdots \\ C_q^q I_{p-m_1} \end{pmatrix}$$

Avec  $C_j^i$  est le symbole désignant la binomiale, c'est-à-dire  $C_j^i = \frac{j!}{(j-i)!i!}$

Les équations de l'observateur (ONLEI3) sont les suivantes :

$$ONLEI3 \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \hat{x}_1^1 \\ \hat{f} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1^1(\hat{x}_1^1, \hat{x}_2^1, \hat{x}^2, u) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_1^1(u) \\ 0 \end{pmatrix} \hat{f} \\ \quad + \theta_1 \Lambda_1^+(u) \Delta_1^{-1}(\theta_1) S_1^{-1} C_1^T (x_1^1 - \hat{x}_1^1) \\ \begin{pmatrix} \hat{x}_2^1 \\ \hat{x}_2^2 \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_2^1(\hat{x}_1^1, \hat{x}_2^1, \hat{x}^2, u) \\ l^2(\hat{x}_1^1, \hat{x}_2^2, \hat{x}^3, u) \\ \vdots \\ l^q(\hat{x}, u) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_2^1(u) \\ G^2(u) \\ \vdots \\ G^q(u) \end{pmatrix} \hat{f} + 2\theta_1 \Upsilon^2(u) (x_1^1 - \hat{x}_1^1) \\ \quad + \theta_2 \Lambda_2^+(x_1^1, \tilde{x}, u) \Delta_2^{-1}(\theta_2) S_2^{-1} C_2^T (x_2^1 - \hat{x}_2^1) \end{array} \right. \quad (2.69)$$

Où :

$$\begin{aligned} \Lambda_1(u) &= \text{diag}(I_{m_1}, G_1^1(u)) \\ F^1(x_1^1, \tilde{x}, u) &= \frac{\partial l_2^1}{\partial x^2} - \Upsilon_1^2(u) \frac{\partial l_1^1}{\partial x^2} \\ F^k(x_1^1, \tilde{x}, u) &= \frac{\partial l^k}{\partial x^{k+1}} \text{ pour } k = 2, \dots, q-1 \\ \Lambda_2(x_1^1, \tilde{x}, u) &= \text{diag}(I_{p-m_1}, F^1, F^1 F^2, \dots, \prod_{k=1}^{q-1} F^k) \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } \tilde{x} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_2^1 \\ \tilde{x}_2^2 \\ \vdots \\ \tilde{x}^q \end{pmatrix} \text{ et } \tilde{x} = \hat{x} + \Upsilon_X^2(u) (x_1^1 - \hat{x}_1^1)$$

Pour écrire l'observateur (2.69) sous une forme plus condensée, on introduit les notations suivantes :

$$\begin{aligned} \Lambda(x_1^1, \tilde{x}, u) &= \text{diag}(I_{m_1}, \Lambda_2(x_1^1, \tilde{x}, u)) \\ \Delta(\theta_2) &= \text{diag}(0_{m_1}, \Delta_2^{-1}(\theta_2)) \\ D(u) &= \begin{pmatrix} I_{m_1} \\ \Upsilon^2(u) \end{pmatrix} \\ K &= \begin{pmatrix} 0_{m_1} \\ S_2^{-1} C_2^T \end{pmatrix} \end{aligned}$$

En utilisant ces notations, l'observateur (2.69) peut être écrit dans le texte original de coordonnées  $x$  sous la forme suivante :

$$ONLEI3 \left\{ \begin{array}{l} \hat{x} = l(\hat{x}, u) + G(u) \hat{f} + 2\theta_1 D(u) (x_1^1 - \hat{x}_1^1) \\ \quad + \theta_2 \Lambda^+(x_1^1, \tilde{x}, u) \Delta(\theta_2) K (x_2^1 - \hat{x}_2^1) \\ \hat{f} = \theta_1^2 (G_1^1(u))^+ (x_1^1 - \hat{x}_1^1) \end{array} \right. \quad (2.70)$$

Avec :

$$\hat{x} = \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{x}^2 \\ \vdots \\ \hat{x}^q \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n, x^{n_k} \in \mathbb{R}^{n_k}, \hat{x}^1 = \begin{pmatrix} \hat{x}_1^1 \\ \hat{x}_2^1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^p, \hat{x}_1^1 \in \mathbb{R}^{m_1}, \hat{x}_2^1 \in \mathbb{R}^{p-m_1} \text{ et } \hat{f} \in \mathbb{R}^m.$$

2.4.2.2 Synthèse d'observateur avec  $m_1 = p$  : ONLEI4

Comme indiqué précédemment,  $x_1^1$  et  $G_1^1(u)$  coïncident respectivement avec  $x^1$  et  $G^1(u, s)$ . En plus des hypothèses **(H1)** et **(H2)**, on adopte l'hypothèse suivante :

**(H3)'** Il existe une matrice Symétrique Définie Positive  $P(t) \in \mathbb{R}^{(n-p) \times (n-p)}$  telle que :

(i)  $\exists \alpha_1, \alpha_2; \forall t \geq 0$  :

$$\alpha_1 I_{n-p} \leq P(t) \leq \alpha_2 I_{n-p}$$

(ii)  $\exists \alpha_3 > 0; \exists u \in U; \forall x^1 \in \mathbb{R}^p; \forall \xi \in \mathbb{R}^{n-p}$  :

$$\dot{P}(t) + P(t) \left( \frac{\partial l_X}{\partial X} - \Upsilon_X^2(u) \frac{\partial l^1}{\partial X} \right) + \left( \frac{\partial l_X}{\partial X} - \Upsilon_X^2(u) \frac{\partial l^1}{\partial X} \right)^T P(t) \leq -\alpha_3 I_{n-p}$$

L'hypothèse **(H3)'** est équivalente à la condition de détectabilité du système (2.64).

Les équations de l'observateur (ONLEI4) sont données par :

$$ONLEI4 \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}^1 \\ \dot{\hat{f}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1^1(\hat{x}^1, \hat{x}^2, u) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G^1(u) \\ 0 \end{pmatrix} \hat{f} \\ \quad \quad \quad + \theta_1 \Lambda_1^+(u) \Delta_1^{-1}(\theta_1) S_1^{-1} C_1^T (x^1 - \hat{x}^1) \\ \begin{pmatrix} \dot{\hat{x}}^2 \\ \vdots \\ \dot{\hat{x}}^q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l^2(\hat{x}^1, \hat{x}^2, \hat{x}^3, u) \\ \vdots \\ l^q(\hat{x}, u) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G^2(u) \\ \vdots \\ G^q(u) \end{pmatrix} \hat{f} + 2\theta_1 \Upsilon_X^2(u) (x^1 - \hat{x}^1) \end{array} \right. \quad (2.71)$$

L'observateur du système (2.64) peut être écrit dans les coordonnées originales  $x$  sous la forme suivante :

$$ONLEI4 \left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{x}} = l(\hat{x}^1, \tilde{X}, u) + G(u) \hat{f} + 2\theta_1 D(u) (x^1 - \hat{x}^1) \\ \dot{\hat{f}} = \theta_1^2 (G^1(u))^+ (x^1 - \hat{x}^1) \end{array} \right. \quad (2.72)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \begin{pmatrix} \hat{x}^1 \\ \hat{X} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^n, \hat{x}^1 \in \mathbb{R}^p, X \in \mathbb{R}^{n-p}, f \in \mathbb{R}^m, \\ \tilde{X} &= \hat{X} + \Upsilon_X^2(u) (x^1 - \hat{x}^1) \text{ et } D(u) = \begin{pmatrix} I_p \\ \Upsilon_X^2(u) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

## 2.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté des méthodes de synthèse d'observateurs de l'état et d'entrées inconnues de systèmes linéaires. Dans un second temps, après avoir rappelé les concepts liés à la détectabilité (l'observabilité) des systèmes non linéaires, la construction d'observateurs pour une certaine classe de système a été abordée. Les techniques suivantes qui ont été présentées consistent à trouver un changement de variable permettant de replacer le problème dans les conditions de celui qui a été précédemment résolu. A ceci vient bien sûr s'ajouter des conditions pour que l'observation donnée dans le nouveau système de coordonnées puisse être exprimée dans les coordonnées du problème initial. Finalement, la problématique de la présence d'entrées inconnues sur une certaine classe de système non linéaire a été présentée.

Dans le cas linéaire comme non linéaire, différents cas de figure ont été présentés. Le premier cas est lié au positionnement de l'entrée inconnue dans le système. Soit elle apparaît dans l'équation d'observation du système. Soit aucune information sur l'entrée inconnue n'est disponible dans les mesures. Le second cas abordé est lié au nombre d'entrées inconnues par rapport à la taille du système et notamment au nombre de mesures disponibles. Ce dernier cas est principalement liée à la possibilité d'inversion de fonction.

Ces différentes techniques d'observation de l'état et des entrées inconnues vont être appliquées dans les chapitres suivants à des problématiques liées à la dynamique automobile. Elles s'appuieront sur les modèles de véhicule présentés dans le premier chapitre.

# Estimation des attributs de la route

---

## Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>55</b>
<b>3.2</b>	<b>Estimation du dévers de la chaussée</b>	<b>56</b>
3.2.1	Définition de l'observateur	56
3.2.2	Calibrage et validation du modèle	57
3.2.3	Évaluation qualitative de l'observateur	58
3.2.4	Robustesse de l'observateur	60
<b>3.3</b>	<b>Estimation de la pente de la route</b>	<b>61</b>
3.3.1	Définition de l'observateur	61
3.3.2	Calibrage et validation du modèle	62
3.3.3	Évaluation qualitative de l'observateur	64
3.3.4	Robustesse de l'observateur	65
<b>3.4</b>	<b>Estimation du profil de la chaussée</b>	<b>66</b>
3.4.1	Modèle quart du véhicule	66
3.4.1.1	Utilisation de deux accéléromètres, observateur de type OEI1	67
3.4.1.2	Utilisation d'un seul accéléromètre, observateur de type OEI2	68
3.4.1.3	Validation du modèle et des deux observateurs	69
3.4.1.4	Robustesse de l'observateur	72
3.4.2	Modèle de demi-véhicule	73
3.4.2.1	Utilisation de deux accéléromètres, observateur de type OEI2	74
3.4.2.2	Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur	76
3.4.2.3	Robustesse de l'observateur	79
3.4.3	Modèle complet du véhicule	79
3.4.3.1	Utilisation de quatre accéléromètres, observateur de type OEI2	80
3.4.3.2	Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur	82
3.4.3.3	Robustesse de l'observateur	86
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>86</b>

---



## 3.1 Introduction

Afin de spécifier au mieux les lois de commande des systèmes d'aide à la conduite, la connaissance de l'état du véhicule est une donnée importante. Il est également intéressant, voire nécessaire, de connaître l'environnement dans lequel il évolue. Parmi les éléments de l'environnement du véhicule pouvant influencer sur sa dynamique générale, nous avons retenu trois types de variables à reconstruire par les techniques d'observation d'état à entrées inconnues.

La première de ces variables est la pente de la chaussée. Elle est d'une importance capitale pour l'évaluation et l'amélioration de la consommation énergétique d'un véhicule. La seconde variable retenue est le dévers de la chaussée dans la mesure où il joue un rôle essentiel dans la sécurité du véhicule, notamment lors de la prise de virage. Finalement, nous nous intéresserons à la reconstruction du profil de chaussée qui influence le contact entre les pneumatiques et la chaussée, la tenue de route et le confort des passagers.

Afin d'obtenir une évaluation de ces différentes variables, nous utiliserons des modèles d'état construits à partir des modèles verticaux présentés au chapitre 1. Nous modéliserons ces variables comme des entrées inconnues du système. Une fois les conditions d'application de l'observateur vérifiées, notamment par l'étude des conditions d'observabilité, nous appliquerons les techniques d'observation présentées au chapitre 2. Ces techniques nous donneront accès aux entrées inconnues qui nous intéressent au premier plan mais également, par construction, à l'état du système et donc à des variables pouvant être utiles à d'autres algorithmes de sécurité active.

Ce chapitre commencera par la reconstruction des variables de "faibles dynamiques" que sont la pente et le dévers de la chaussée. L'instrumentation utilisée pour ces études de cas sera constituée de gyromètres et d'accéléromètres. De part la construction du modèle, un observateur de type OEI3 (section 2.2.3) sera utilisé car les mesures sont indépendantes des entrées inconnues.

Dans un second temps, nous nous attarderons sur la reconstruction du profil de chaussée. Pour ce faire, nous construirons des observateurs sur des modèles verticaux de véhicules de complexité croissante en allant du quart de véhicule pour aller à un modèle vertical intégrant les dynamiques angulaires du châssis. Différentes configurations de l'instrumentation seront également étudiées. Soit les mesures seront réalisées sur les roues et le châssis soit seules les masses non suspendues seront instrumentées. Le premier cas d'instrumentation entraînera l'application d'observateurs de type OEI1 (section 2.2.2.1) définissables lorsque le nombre de mesures est supérieur au nombre d'entrées inconnues. Le second cas entraînera l'application d'observateurs de type OEI2 (section 2.2.2.2) du fait d'un nombre d'entrées inconnues égal au nombre de mesures.

Dans les différentes études de cas, la méthodologie déployée sera systématique. Nous commencerons par définir le modèle d'état et l'observateur associé à l'hypothèse d'instrumentation. Nous présenterons ensuite les conditions d'expérimentation virtuelle utilisées pour le simulateur de véhicule. Une fois le modèle d'état calibré, nous présenterons une évaluation qualitative de l'observateur. Finalement, nous procéderons à une étude de robustesse en effectuant des variations paramétriques du modèle sous jacent à l'observateur.

### 3.2 Estimation du dévers de la chaussée

Le dévers (figure 3.1) de la chaussée est une variable importante de la dynamique latérale du véhicule. Ce paramètre de conception de la route joue un rôle essentiel dans la tenue de route du véhicule en virage. Nous utiliserons ici un modèle de haut niveau du véhicule nécessitant peu de capteurs.

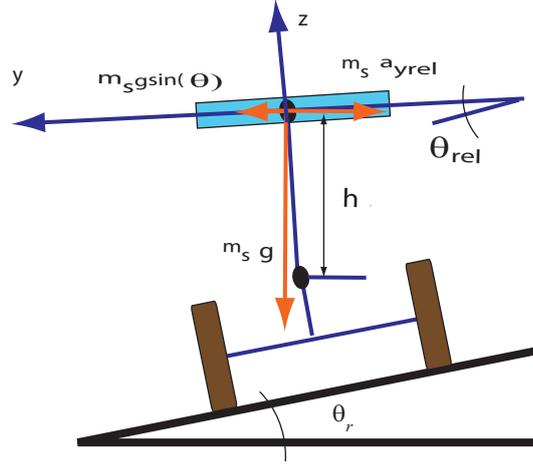


FIGURE 3.1 – Modèle de véhicule roulant sur une route en dévers [Ding *et al.* 2004] et [You *et al.* 2009]

#### 3.2.1 Définition de l'observateur

L'observateur défini dans cette section est basé sur le modèle (1.25).

$$I_{xx}\ddot{\Theta} = -C_{\Theta}\dot{\Theta} - K_{\Theta}\Theta + m_s h a_y + K_{\Theta}\theta_r \quad (3.1)$$

Ce système peut être mis sous la forme d'un système linéaire dont la sortie est indépendante de l'entrée inconnue (2.20), permettant d'appliquer un observateur de type OEI3.

Le vecteur d'état est  $x = \begin{pmatrix} \Theta \\ \dot{\Theta} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ . Le vecteur d'entrée connue est constitué de l'accélération latérale  $u = a_y \in \mathbb{R}$ . Le vecteur d'entrée inconnue est le dévers  $f = \theta_r \in \mathbb{R}$ . On suppose que la vitesse de roulis est mesurée et constitue le vecteur de sortie  $y = \dot{\Theta} \in \mathbb{R}$ . La matrice d'état est  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_{\Theta}}{I_{xx}} & -\frac{C_{\Theta}}{I_{xx}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

La matrice de commande associée à l'entrée connue est  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{m_s h}{I_{xx}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ .

La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est  $R = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{K_{\Theta}}{I_{xx}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ .

La matrice d'observation est  $C = (0 \quad 1) \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ .

L'observateur à entrées inconnues de type OEI3 (section 2.2.3) existe si et seulement si le système est détectable (observable) et si le nombre d'entrées inconnues est inférieur ou égal au nombre de mesures.

La matrice d'observabilité du système ci-dessus s'écrit :

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_{\Theta}}{I_{xx}} & -\frac{C_{\Theta}}{I_{xx}} \end{pmatrix}$$

Son déterminant est égal à  $K_{\Theta}/I_{xx}$ . Le système est donc observable car ce déterminant est non nul du fait de la construction du véhicule.

L'observateur de type OEI3 d'ordre plein permet la reconstruction simultanée du roulis (état non mesuré) et du dévers (entrée inconnue) à partir l'accélération latérale (entrée connue) et de la mesure de vitesse de roulis.

Afin de faciliter l'implémentation de cet observateur, nous avons choisi d'approximer la dérivation de la mesure dans l'estimateur de l'entrée inconnue par

$$sY(s) \simeq \frac{s}{1 + \tau s} Y(s)$$

avec  $s$  l'opérateur de Laplace.

$\tau$  est une constante de temps plus petite que le temps du processus.

Ceci nous donne donc l'observateur suivant :

$$OEI3 \begin{cases} \dot{z} &= Nz + Ma_y + L\dot{\Theta} \\ \begin{pmatrix} \hat{\Theta} \\ \dot{\Theta} \end{pmatrix} &= z - E\dot{\Theta} \\ \hat{\theta}_r &= R^+ \left( z - E \frac{s}{1 + \tau s} \dot{\Theta} - A \begin{pmatrix} \hat{\Theta} \\ \dot{\Theta} \end{pmatrix} - Ba_y \right) \end{cases} \quad (3.2)$$

Les matrices  $N = \begin{pmatrix} 0 & 1.44 \\ 0 & 1.68 \end{pmatrix}$ ,  $L = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $E = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  sont choisies de sorte

que l'erreur d'estimation d'état  $e = \begin{pmatrix} \Theta \\ \dot{\Theta} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{\Theta} \\ \dot{\Theta} \end{pmatrix}$  converge asymptotiquement vers zéro.

$N$  est une matrice dont les valeurs propres sont choisies dans le demi plan complexe gauche de telle sorte que l'erreur d'estimation converge vers zéro.

### 3.2.2 Calibrage et validation du modèle

Afin de valider le modèle de véhicule, nous utilisons une route de dévers variable. On suppose qu'il varie sous la forme d'une suite de "triangles" le long de la trajectoire du véhicule. Le profil de chaussée utilisé dans le simulateur Callas est présenté sur la figure 3.2. Les variations de dévers sont de plus en plus rapides et importantes. On peut représenter le véhicule comme roulant sur une chaussée dont seul le côté droit "monte" et "descend". L'annexe A.4 présente succinctement les moyens de définition des sols dans le simulateur.

La chaussée virtuelle présente un dévers nul au départ du véhicule. Au bout de 50[m], le dévers est de 2[%] pour s'annuler au bout de 100[m]. Le parcours complet du véhicule est ainsi défini sur 750[m]. Le plus grand dévers rencontré est de 10[%] à l'abscisse 650[m].

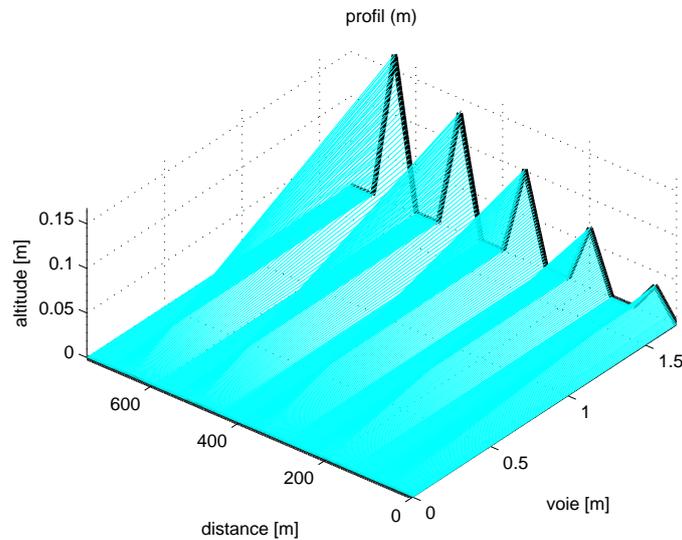


FIGURE 3.2 – Profil de chaussée utilisé pour la reconstruction du dévers. Définition à partir d'un angle de dévers sous le côté gauche du véhicule dans le simulateur Callas

Le pilote virtuel est configuré pour conserver un cap constant. Ceci implique que le pilote agit sur le volant pour compenser le dévers. La piste virtuelle est parcourue à une vitesse constante de  $50[km/h]$ .

L'entrée et la sortie mesurées relevées par le simulateur sont présentées sur la figure 3.3. On peut voir sur la figure 3.3(a) que l'accélération latérale est principalement composée de l'accélération de gravité. La vitesse de roulis est également liée aux variations du dévers de la chaussée (figure 3.3(b)). Les différents "plateaux" présents sur la vitesse de roulis correspondent aux dévers définis. Les transitoires sont dus aux discontinuités du modèle numérique de chaussée utilisé dans le simulateur.

Sur la figure 3.3(b) est également présentée l'évolution de la vitesse de roulis reconstruite par le modèle (3.1) auquel on applique une entrée connue constituée du dévers et de l'accélération latérale. Les conditions initiales du modèle sont positionnées en utilisant les sorties du simulateur à l'instant initial.

Le résultat obtenu illustre que le modèle servant à la conception de l'observateur est correctement calibré.

### 3.2.3 Évaluation qualitative de l'observateur

Les estimées de l'angle de roulis  $\hat{\Theta}$  (état non mesuré) et du dévers  $\hat{\theta}_r$  (entrée inconnue) délivrées par l'observateur (3.2) sont comparées sur la figure 3.4 aux valeurs issues du modèle Callas servant de référence. Les conditions initiales de l'observateur sont les mêmes que celles utilisées par le modèle en boucle ouverte avec les entrées connues.

On peut tout d'abord remarquer que les différentes variables sont correctement reconstruites. En ce qui concerne l'angle de roulis absolu, on peut remarquer qu'il est mieux reconstruit en utilisant l'observateur qu'avec le modèle en boucle ouverte.

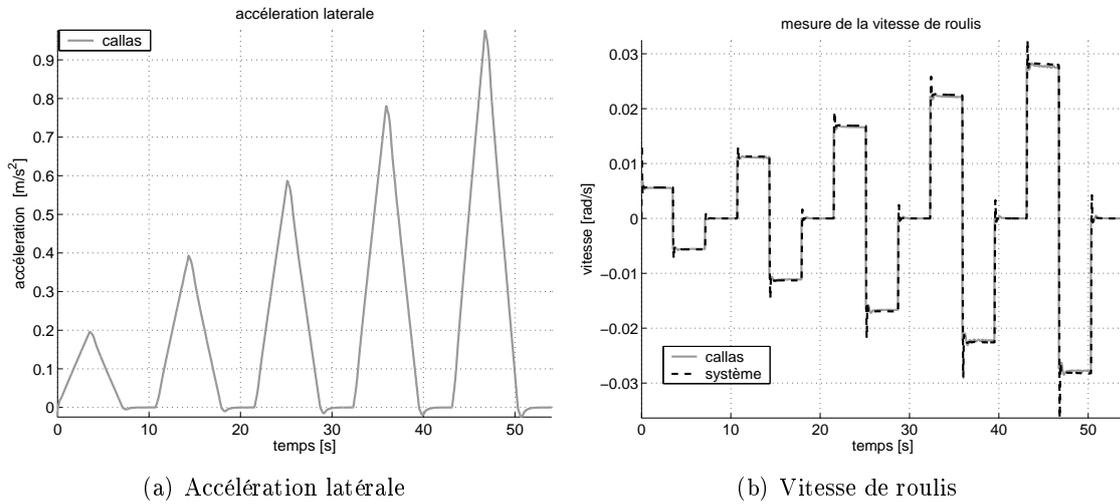


FIGURE 3.3 – Dévers - Modèle (3.1) - accélération latérale, vitesse de roulis - Callas et modèle boucle ouverte

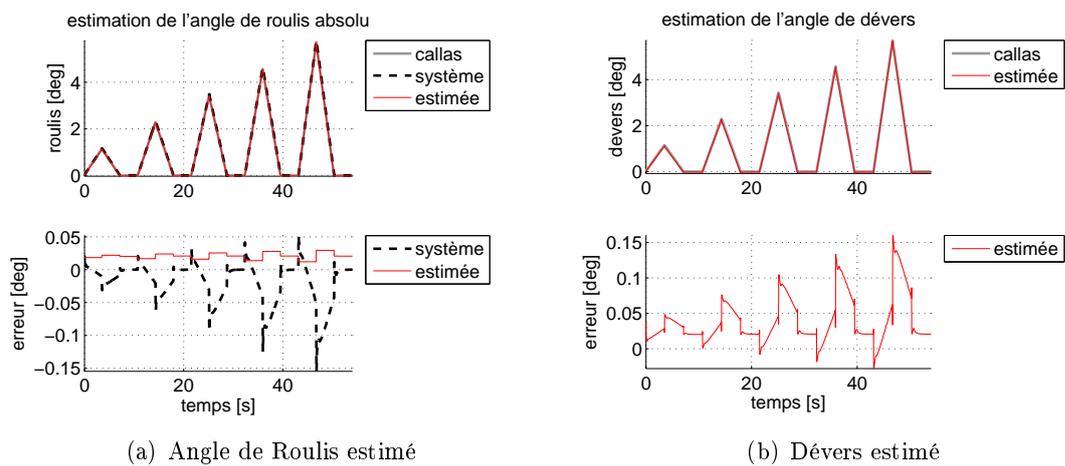


FIGURE 3.4 – Dévers - modèle (3.1) et observateur (3.2) - angle de roulis, dévers - Callas, modèle boucle ouverte et observateur

Pour l'angle de dévers, il est à noter qu'une erreur maximale de 3[%] est commise au moment du dernier changement de variation du dévers à un maximum de 5 degrés ( $t = 45[s]$ ). L'erreur moyenne de l'observation du dévers est 0.04 degrés. Ceci est un bon résultat si on se rappelle que l'entrée est inconnue de l'observateur.

### 3.2.4 Robustesse de l'observateur

Dans un premier temps, nous allons analyser la robustesse de l'observateur aux variations de paramètres. Dans un second temps, nous ajouterons un bruit de mesure aux capteurs de l'entrée connue (accélération latérale) et de sortie (vitesse de roulis).

moyenne de l'erreur dévers [ <i>deg</i> ]	variation	$m_s$	$I_{xx}$	$K_{\Theta}$	$C_{\Theta}$	$h$
	80%	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
	120%	0.04	0.04	instable	0.04	0.04
moyenne de l'erreur roulis absolu [ <i>deg</i> ]	variation	$m_s$	$I_{xx}$	$K_{\Theta}$	$C_{\Theta}$	$h$
	80%	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
	120%	0.02	0.02	instable	0.02	0.02

TABLE 3.1 – Dévers - observateur (3.2) - robustesse aux variations de paramètres - moyenne de l'erreur sur le parcours

Les différents paramètres ( $m_s$ ,  $I_{xx}$ ,  $K_{\Theta}$ ,  $C_{\Theta}$  et  $h$ ) sont positionnés à 80% puis 120% de leurs valeurs nominales. L'analyse de la robustesse aux variations de paramètres est réalisée en comparant les erreurs moyennes commises sur les estimations du dévers (entrée inconnue) et de l'angle de roulis absolu (état non mesuré) sur le parcours précédemment présenté. Le tableau 3.1 présente la synthèse de ces différents essais. On peut tout d'abord constater que l'observateur semble robuste aux variations de paramètres effectuées dans la mesure où l'erreur moyenne est constante quelle que soit la variation de paramètre effectuée. Elle reste également identique à celle constatée en utilisant les paramètres nominaux identifiés. Néanmoins, lorsque la raideur équivalente de roulis devient trop importante, une instabilité de l'observateur a été constatée.

Dans un second temps, nous regardons le comportement de l'observateur à l'addition d'un bruit blanc centré sur les capteurs. Lorsqu'il est ajouté à l'accélération latérale (entrée connue), l'observateur réagit correctement du fait du filtrage passe-bas du système. La figure 3.5 montre une estimation du dévers de la chaussée lorsqu'un bruit de variance  $0.5[m^2/s^4]$  est ajouté sur la mesure d'accélération latérale. Du fait de l'utilisation d'une dérivée de la mesure, l'observateur (3.2) n'est pas robuste au bruit de mesure sur la sortie.

Une divergence de l'observateur est constatée pour de faibles variations des conditions initiales.

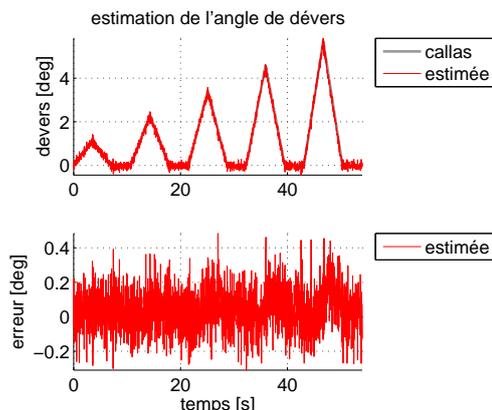


FIGURE 3.5 – Dévers - observateur (3.2) - influence d'un bruit gaussien de variance  $0.5[m^2/s^4]$  ajouté à l'entrée

### 3.3 Estimation de la pente de la route

La pente de la chaussée joue un rôle important dans la dynamique longitudinale du véhicule et donc dans les stratégies de commande de vitesse à économie d'énergie. Dans l'objectif de reconstruire la pente, nous utiliserons dans cette section un modèle de véhicule de haut niveau nécessitant une instrumentation légère.

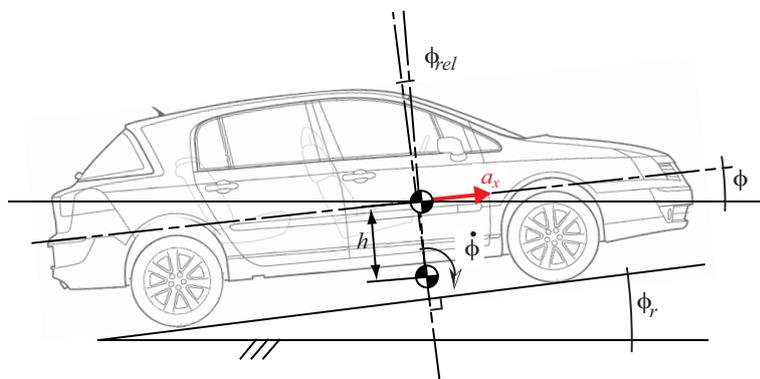


FIGURE 3.6 – Modèle de véhicule roulant sur une route en pente

#### 3.3.1 Définition de l'observateur

L'observateur défini dans cette section est basé sur le modèle (1.21).

$$I_{yy}\ddot{\phi} = -C_{\phi}\dot{\phi} - K_{\phi}\phi + m_s h a_x + K_{\phi}\phi_r \quad (3.3)$$

Ce système (3.3) peut être mis sous la forme d'un système linéaire dont la sortie est indépendante de l'entrée inconnue (2.20). On supposera dans cette application qu'un accéléromètre longitudinal et un gyromètre de tangage sont disponibles sur le véhicule.

Le vecteur d'état est constitué de l'angle et de la vitesse de tangage  $x = \begin{pmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ . L'accélération longitudinale est utilisée comme entrée connue du modèle  $u = a_x \in \mathbb{R}$ . L'entrée inconnue est la pente de la chaussée  $f = \phi_r \in \mathbb{R}$ . Le gyromètre de tangage est une sortie du modèle  $y = \dot{\phi} \in \mathbb{R}$ .

La matrice d'état est  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_\phi}{I_{yy}} & -\frac{C_\phi}{I_{yy}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ .

La matrice de commande associée à l'entrée connue est  $B = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{m_s h}{I_{yy}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ .

La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est  $R = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{K_\phi}{I_{yy}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ .

La matrice d'observation est  $C = (0 \ 1) \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ .

La matrice d'observabilité du système s'écrit

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_\phi}{I_{yy}} & -\frac{C_\phi}{I_{yy}} \end{pmatrix}$$

Le déterminant de la matrice d'observabilité est égal à  $K_\phi/I_{yy}$ . Le système est donc observable car ce déterminant est non nul du fait de l'existence de la suspension.

D'après la structure de ce modèle, il est possible d'appliquer un observateur de type OEI3 (section 2.2.3) d'ordre plein. Cet observateur permettra la reconstruction simultanée du tangage (état non mesuré) et de la pente (entrée inconnue) à partir de la mesure de l'accélération longitudinale et la vitesse de tangage.

$$OEI3 \begin{cases} \dot{z} & = Nz + Ma_x + L\dot{\phi} \\ \begin{pmatrix} \hat{\phi} \\ \dot{\hat{\phi}} \end{pmatrix} & = z - E\dot{\phi} \\ \hat{\phi}_r & = R^+ \left( \dot{z} - E \frac{s}{1+\tau s} \dot{\phi} - A \begin{pmatrix} \hat{\phi} \\ \dot{\hat{\phi}} \end{pmatrix} - Ba_x \right) \end{cases} \quad (3.4)$$

Les matrices  $N = \begin{pmatrix} 0 & 1.44 \\ 0 & 1.68 \end{pmatrix}$ ,  $L = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $E = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  sont choisies de sorte que l'erreur d'estimation d'état  $e = \begin{pmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{\phi} \\ \dot{\hat{\phi}} \end{pmatrix}$  converge asymptotiquement vers zéro.

### 3.3.2 Calibrage et validation du modèle

Afin de valider la reconstruction de la pente de la route à l'aide de l'observateur (3.4), nous allons dans un premier temps calibrer et valider le modèle de véhicule servant à la conception de l'observateur. Pour cela, nous allons déplacer le véhicule à une vitesse de 30[km/h] sur une chaussée dont la pente est lentement variable représentée sur la figure 3.7. La route virtuelle est définie par trois "bosses" dont les sommets d'altitudes 1, 2 et

3[m] se trouvent aux abscisses 100, 350 et 600[m]. Les principes de construction de la chaussée dans le simulateur sont présentés à la section A.4.

Au cours de cet essai, le pilote virtuel a pour consigne de conserver une vitesse constante. Ceci implique une action sur la pédale de frein au cours des descentes et sur la pédale d'accélérateur dans les côtes.

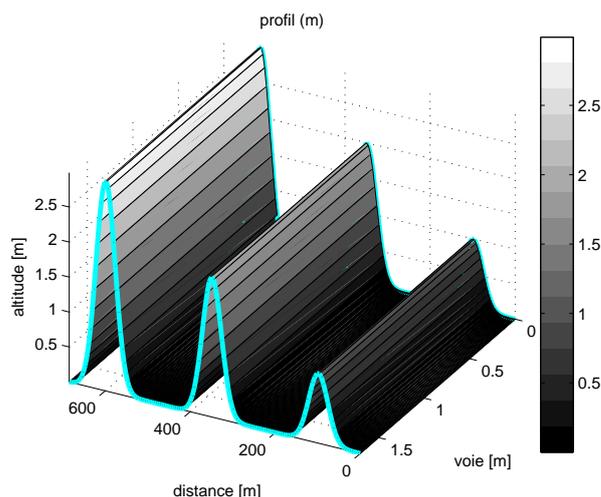


FIGURE 3.7 – Profil de chaussée utilisé pour la reconstruction de la pente. Définition d'un profil du côté gauche et du côté droit dans le simulateur Callas

L'entrée ( $a_x$ ) correspondant à un accéléromètre embarqué est visible sur la figure 3.8(a). On peut noter que le profil d'accélération est principalement impacté par l'accélération de gravité. Néanmoins, certaines discontinuités sont à remarquer sur la mesure. Elles sont dues aux commandes appliquées par le pilote virtuel.

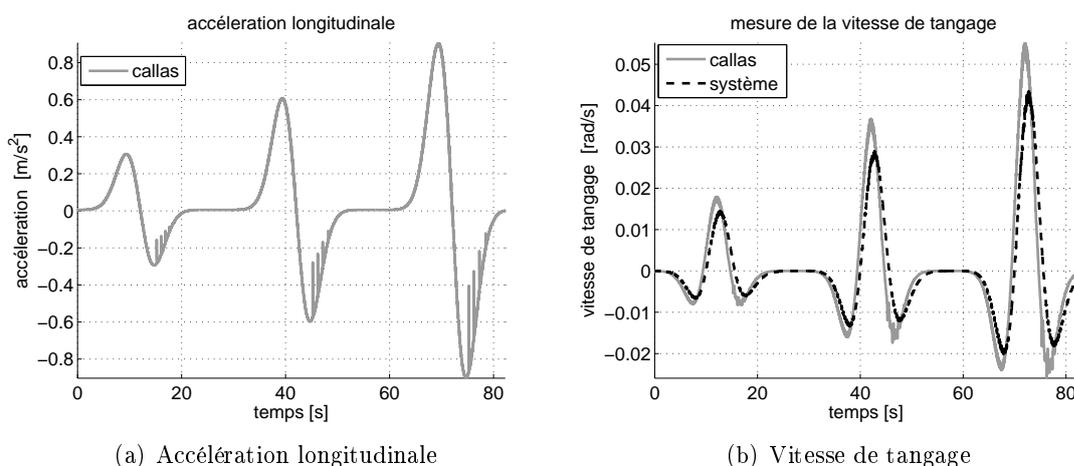


FIGURE 3.8 – Pente - modèle (3.3), accélération longitudinale, vitesse de tangage - Callas et modèle boucle ouverte

La mesure délivrée par le gyromètre de tangage est visible sur la figure 3.8(b). On peut tout d'abord remarquer que ce sont principalement les variations du profil de chaussée qui sont visibles dans la mesure. Les bruits sont principalement induits par la réponse du modèle Callas à la chaussée virtuelle et aux problèmes numériques associés. Cette figure présente également la réponse du modèle (3.3) lorsqu'on applique la pente comme une entrée connue permettant de constater le bon calibrage du modèle.

### 3.3.3 Évaluation qualitative de l'observateur

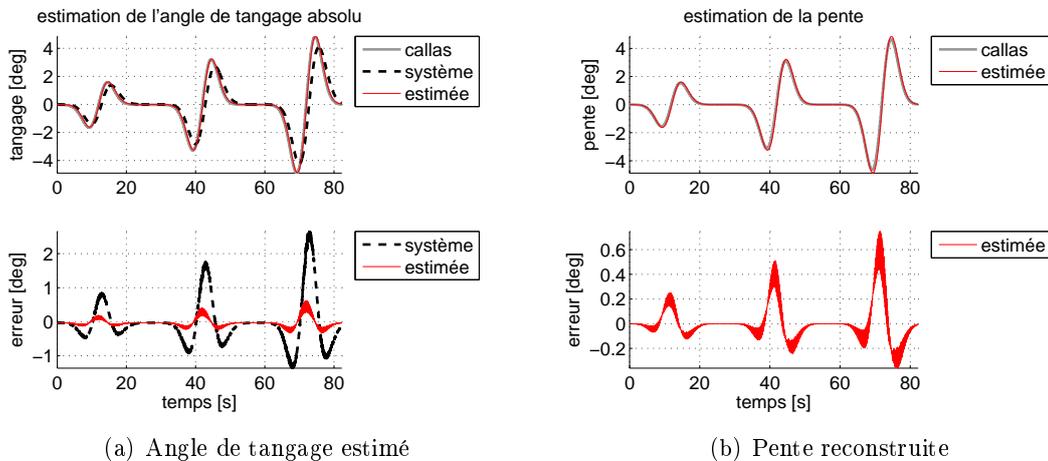


FIGURE 3.9 – Pente - modèle (3.3) et observateur (3.4) - angle de tangage, pente - Callas, modèle boucle ouverte et observateur

Les estimés de l'angle de tangage obtenu par le modèle calibré et par l'observateur sont confrontées à la mesure extraite du logiciel Callas sur la figure 3.9(a). On peut constater que l'utilisation de l'observateur permet d'améliorer significativement la reconstruction de cette variable. Ceci est principalement explicable par une différence de phase moins importante entre le modèle commandé en boucle ouverte par le profil et l'observateur corrigé à partir de la mesure de tangage.

En ce qui concerne l'estimation de la pente de la route, on peut noter que l'observateur proposé présente de bonnes performances qualitatives dans la mesure où, sur le parcours utilisé, une erreur maximum de  $0.6[deg]$  est constatable au point d'inflexion représentant le franchissement de la dernière colline. Les oscillations visibles sur l'erreur sont induites par l'interprétation du profil de sol par le simulateur.

Ces résultats indiquent que ce type de méthode d'estimation du profil de la route à des fins de relevé topographique ou de fusion de données est envisageable pour des véhicules roulant avec de faibles dynamiques d'accélération.

moyenne de l'erreur pente [deg]	variation	$m_s$	$I_{yy}$	$K_\phi$	$C_\phi$	$h$
	80%	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	120%	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
moyenne de l'erreur tangage absolu [deg]	variation	$m_s$	$I_{yy}$	$K_\phi$	$C_\phi$	$h$
	80%	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
	120%	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03

TABLE 3.2 – Pente - observateur (3.4) - robustesse aux variations de paramètres - moyenne de l'erreur sur le parcours

### 3.3.4 Robustesse de l'observateur

Le tableau 3.2 présente une synthèse d'un analyse de robustesse de l'observateur (3.4) aux variations de paramètres. L'étude menée a consisté en l'évaluation de l'erreur moyenne commise sur la reconstruction de la pente lors du parcours du véhicule Callas et un observateur dont les paramètres sont différents des valeurs nominales identifiées. L'ensemble des paramètres du modèle a été positionné à 80[%] puis 120[%] de la valeur nominale.

L'analyse du tableau nous indique que l'observateur est robuste aux variations des paramètres du modèle par rapport au critère de l'erreur moyenne sur le parcours. En effet, il donne le même taux d'erreur que le modèle calibré commandé par le "vrai" profil.

En analysant la réponse de l'observateur (3.4) à un bruit additif sur ces différentes entrées, on peut constater qu'il est tolérant au bruit sur l'entrée d'accélération longitudinale, de la même façon que l'observateur de dévers présenté à la section précédente et que cet observateur diverge pour des faibles variations des conditions initiales.

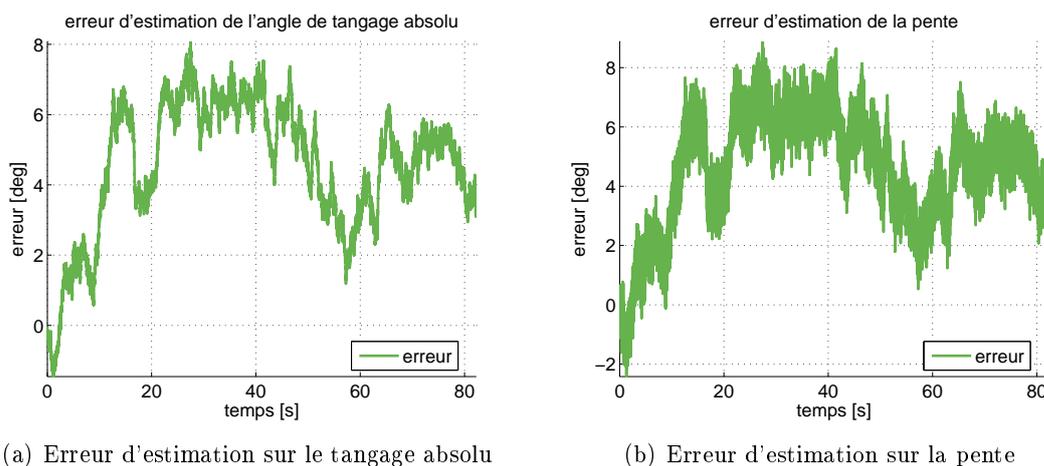


FIGURE 3.10 – Pente - observateur (3.4) - influence d'un bruit gaussien de variance  $0.05[\text{rad}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$  ajouté à la mesure de vitesse de tangage

En revanche, l'ajout d'un bruit de mesure de type gaussien sur la mesure de vitesse de tangage ne provoque pas la divergence de l'observateur. La figure 3.10 illustre le comportement de la reconstruction des variables lorsqu'un bruit de variance  $0.05[\text{rad}^2 \cdot \text{s}^{-2}]$  est ajouté. On peut remarquer l'effet de filtrage sur la reconstruction du tangage (deuxième équation de l'observateur (3.4)) et de dérivation sur la reconstruction de la pente (troisième équation de l'observateur(3.4)).

### 3.4 Estimation du profil de la chaussée

La géométrie du sol influence la réponse du véhicule de manière significative en modifiant notamment les efforts verticaux appliqués sur chacune de ses roues et donc, les efforts d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée. Le profil de la chaussée est, dans certaines approches de modélisation, considéré comme une donnée d'entrée nécessaire au fonctionnement des modèles. Il devient alors utile de procéder à son relevé pour être capable de les alimenter.

#### 3.4.1 Modèle quart du véhicule

Afin de minimiser l'instrumentation nécessaire à la reconstruction du profil de chaussée, nous utiliserons dans cette première section un quart du véhicule (figure 3.11).

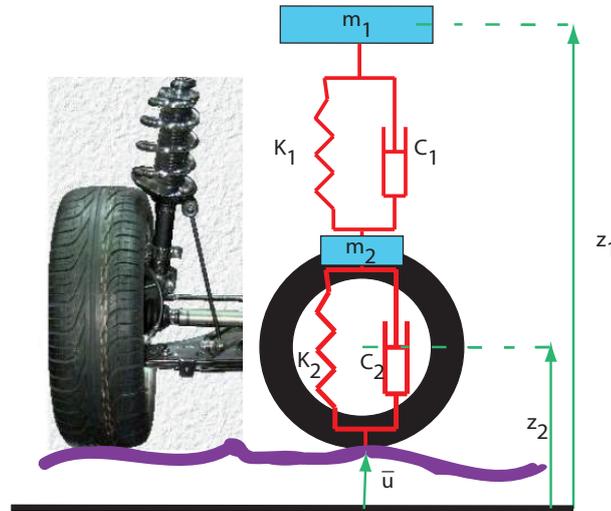


FIGURE 3.11 – Modèle vertical de quart de véhicule [Oudghiri 2008]

Le modèle (1.1) sera utilisé pour construire l'observateur de profil.

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 &= -K_1 z_1 + K_1 z_2 - C_1 \dot{z}_1 + C_2 \dot{z}_2 \\ m_2 \ddot{z}_2 &= K_1 z_1 - (K_1 + K_2) z_2 + C_1 \dot{z}_1 - (C_1 + C_2) \dot{z}_2 + K_2 \bar{u} \end{cases} \quad (3.5)$$

Pour reconstruire l'état du quart de véhicule ainsi que le profil de chaussée inconnu ( $\bar{u}$ ), deux cas de figure seront explorés. Dans un premier temps, nous considérerons que les accélérations verticales du châssis ( $\ddot{z}_1$ ) et de la roue ( $\ddot{z}_2$ ) sont disponibles à la mesure. Ainsi, un observateur de type OEI1 (section 2.2.2.1) pourra être construit. Dans un second temps, nous considérons que seule l'accélération de la masse non suspendue ( $\ddot{z}_2$ ) est disponible et un observateur de type OEI1 (section 2.2.2.2) pourra être développé.

### 3.4.1.1 Utilisation de deux accéléromètres, observateur de type OEI1

Le système (3.5) peut se présenter sous la forme d'une équation d'état représentant un système linéaire avec une entrée inconnue qui affecte la sortie. Dans cette section nous abordons le cas où deux accéléromètres verticaux sont disponibles. Le premier est implanté sur le châssis et l'autre sur la masse non suspendue. L'entrée inconnue étant le profil de la chaussée, nous nous trouvons alors dans la configuration où le nombre d'entrées inconnues est inférieur au nombre de mesures. Le système s'écrit sous la forme (2.8) :

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Rf \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{D}f \end{cases} \quad (3.6)$$

Le vecteur d'état est constitué des positions verticales du châssis et de la roue ainsi que de leur vitesse  $x = (z_1 \ z_2 \ \dot{z}_1 \ \dot{z}_2)^T$ , le vecteur d'entrée inconnue est  $f = \bar{u}$  et le vecteur de sortie est  $y = (\ddot{z}_1 \ \ddot{z}_2)^T$ .

$$\text{La matrice d'état est } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{K_1}{m_1} & \frac{K_1}{m_1} & -\frac{C_1}{m_1} & \frac{C_1}{m_1} \\ \frac{K_1}{m_2} & -\frac{K_1+K_2}{m_2} & \frac{C_1}{m_2} & -\frac{C_1+C_2}{m_2} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

$$\text{La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est } R = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{K_2}{m_2} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$$

$$\text{La matrice d'observation est } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{K_1}{m_1} & \frac{K_1}{m_1} & -\frac{C_1}{m_1} & \frac{C_1}{m_1} \\ \frac{K_1}{m_2} & -\frac{K_1+K_2}{m_2} & \frac{C_1}{m_2} & -\frac{C_1+C_2}{m_2} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 4}$$

La matrice d'influence de l'entrée inconnue sur les mesures est

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{K_2}{m_2} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}.$$

La matrice  $\mathbf{D}_2$  étant inversible par construction du véhicule ( $K_2 \neq 0$ ), il est possible d'exprimer l'entrée inconnue par

$$\bar{u} = \mathbf{D}_2^{-1} (\ddot{z}_2 - \mathbf{C}_2 x) \quad (3.7)$$

Il est également possible de définir une nouvelle variable  $\mathbf{Y}$  à partir des mesures d'accélération telle que  $\mathbf{Y} = \ddot{z}_2 - \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_2^{-1} \ddot{z}_1$ .

En tenant compte du fait que  $\mathbf{D}_1 = 0$ , cette variable donnera une nouvelle équation d'observation

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C}_1 x$$

Afin de construire l'observateur à entrées inconnues, nous étudions la détectabilité du système. Un observateur existe si et seulement si le système est à minimum de phase [Boutayeb *et al.* 2002] (c'est-à-dire que le système est détectable). La matrice de détectabilité s'écrit

$$O_{dt} = \begin{pmatrix} sI_4 - (A - R\mathbf{D}_2^{-1}\mathbf{C}_2) & -R \\ 0_{2 \times 4} & D \end{pmatrix}, \forall s \in \mathbb{C}, \text{Re}(s) \geq 0.$$

Donc, le système est détectable car cette matrice de détectabilité  $O_{dt}$  est de rang plein ( $\text{Rang}(O_{dt}) = 5$ ) du fait des propriétés mécaniques du véhicule.

Ceci nous permet de reformuler le système (3.6) en remplaçant les termes précédents pour finalement obtenir l'observateur de type OEI1 (section 2.2.2.1) :

$$OEI1 \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 \\ \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 \end{pmatrix} = (A - R\mathbf{D}_2^{-1}\mathbf{C}_2) \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \end{pmatrix} + R\mathbf{D}_2^{-1}\ddot{z}_2 + L \left( \mathbf{Y} - \mathbf{C}_1 \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \end{pmatrix} \right) \\ \hat{u} = \mathbf{D}_2^{-1} \left( \ddot{z}_2 - \mathbf{C}_2 \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \end{pmatrix} \right) \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Le gain  $L = (0 \ 0.01 \ -1.01 \ 0.01)^T$  de l'observateur est choisi de telle sorte que l'erreur d'observation soit asymptotiquement stable.

### 3.4.1.2 Utilisation d'un seul accéléromètre, observateur de type OEI2

Nous supposons maintenant que seule l'accélération verticale de la masse non suspendue ( $\ddot{z}_2$ ) est accessible à la mesure. L'observateur présenté dans cette section aura les mêmes objectifs que celui de la section précédente à savoir reconstruire l'état du quart du véhicule et le profil de chaussée considéré comme une entrée inconnue.

Le modèle d'état utilisé pour la conception de l'observateur est différent de celui de la section précédente de par l'équation d'observation. Seule la seconde ligne est conservée pour donner la matrice d'observation

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} \frac{K_1}{m_2} & -\frac{K_1+K_2}{m_2} & \frac{C_1}{m_2} & -\frac{C_1+C_2}{m_2} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$$

et la matrice d'influence de l'entrée inconnue sur les mesures

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_2 = \frac{K_2}{m_2} \in \mathbb{R}$$

Nous nous trouvons alors dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures. Un observateur de type OEI2 pourra alors être appliqué (section 2.2.2.2).

Le déterminant de la matrice d'observabilité,  $O = (\mathbf{C} \ \mathbf{CA} \ \mathbf{CA}^2 \ \mathbf{CA}^3)^T$ , est égal à  $-K_1^4 K_2^2 / m_1^2 m_2^4$ . Le système est donc observable car ce déterminant est non nul du fait de l'existence de la suspension et du pneumatique.

La matrice  $\mathbf{D}$  étant inversible, il est possible d'exprimer l'entrée inconnue en fonction de la mesure (3.7).

L'observateur de type OEI2 d'ordre plein qui permet d'estimer  $z_1, z_2, \dot{z}_1, \dot{z}_2$  (état du système) et  $\bar{u}$  (entrée inconnue) à partir de la seule mesure  $\ddot{z}_2$  est donné par le système d'équations suivant :

$$OEI2 \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 \\ \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \end{pmatrix} = (A - R\mathbf{D}_2^{-1}\mathbf{C}_2) \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 \end{pmatrix} + R\mathbf{D}_2^{-1}\ddot{z}_2 \\ \hat{u} = \mathbf{D}_2^{-1} \left( \ddot{z}_2 - \mathbf{C}_2 \begin{pmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 \end{pmatrix} \right) \end{array} \right. \quad (3.9)$$

### 3.4.1.3 Validation du modèle et des deux observateurs

Afin de réaliser l'évaluation qualitative de ces deux observateurs, nous allons faire rouler le véhicule sur une chaussée en escalier telle que celle représentée sur la figure 3.12. Sur ce parcours, trois marches sont présentes. Elles ont pour hauteur respectives 1, 2 et 3[cm]. Les plateaux des marches ont une longueur de 50[m]. Le pilote a pour consigne de réaliser le parcours à une vitesse constante de 20[km/h]. Le quart de véhicule considéré dans cette expérience est le quart avant gauche du véhicule.

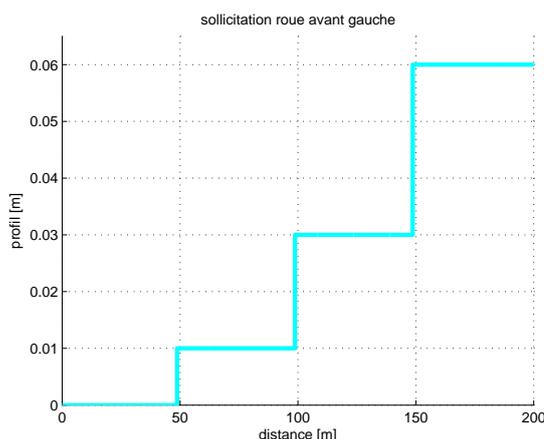


FIGURE 3.12 – Profil de chaussée utilisé pour la reconstruction du profil de chaussée à partir d'un modèle quart de véhicule

La figure 3.13 représente dans sa partie haute la mesure d'accélération verticale du chassis  $\ddot{z}_1$  et dans sa partie basse celle de la masse non suspendue  $\ddot{z}_2$ . On peut noter l'importance

des accélérations dues à la discontinuité provoquée par la montée de marche. La figure présente également la reconstruction des accélérations par le modèle en boucle ouverte lorsque le profil est considéré comme connu.

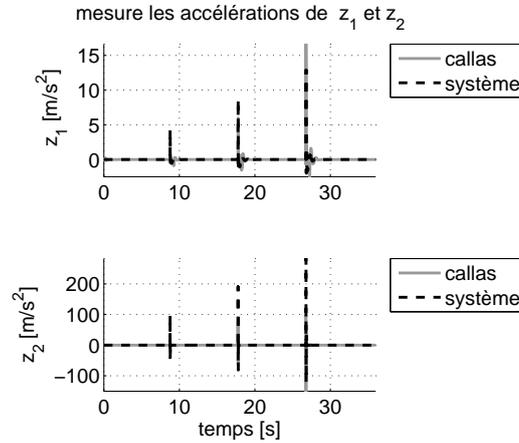


FIGURE 3.13 – Profil - Modèle quart de véhicule - accélérations verticales de la masse suspendue et de la roue - Callas et modèle boucle ouverte

On peut noter ici la difficulté d'identification du modèle par rapport à l'expérimentation virtuelle. En effet, différents phénomènes ne sont pas pris en compte dans notre modélisation du système. Tout d'abord, le profil injecté dans notre modèle l'est sur un point au droit du centre roue, alors que le modèle Callas considère la roue comme un "cylindre" déformable. Ceci implique qu'une accélération verticale est créée avant que l'échelon n'arrive au droit de la roue et donc une avance de la mesure sur l'entrée du système. La figure 3.14 présente la différence entre le modèle proposé et les données générées par le simulateur.

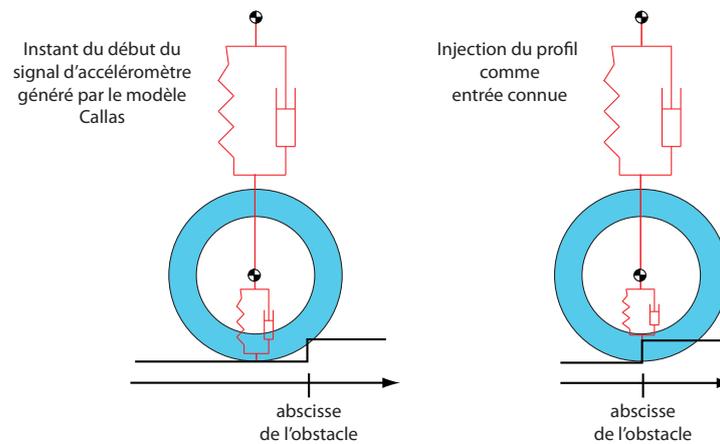


FIGURE 3.14 – Différence de représentation entre le modèle Callas considérant la roue comme un cylindre déformable et la modélisation de la dynamique verticale utilisée

L'expérimentation n'est pas réalisée sur un quart de véhicule isolé. Nous utilisons le véhicule complet et donc les sollicitations subies par les autres roues se retrouvent dans les signaux utilisés.

La figure 3.15 présente les résultats de reconstruction des hauteurs de centre roue 3.15(a) et du châssis 3.15(b) pour le modèle commandé par le profil considéré comme connu et les observateurs (3.8) et (3.9). La référence Callas est également représentée. Sur la partie basse des deux figures, on peut voir l'erreur d'estimation commise par les trois méthodes.

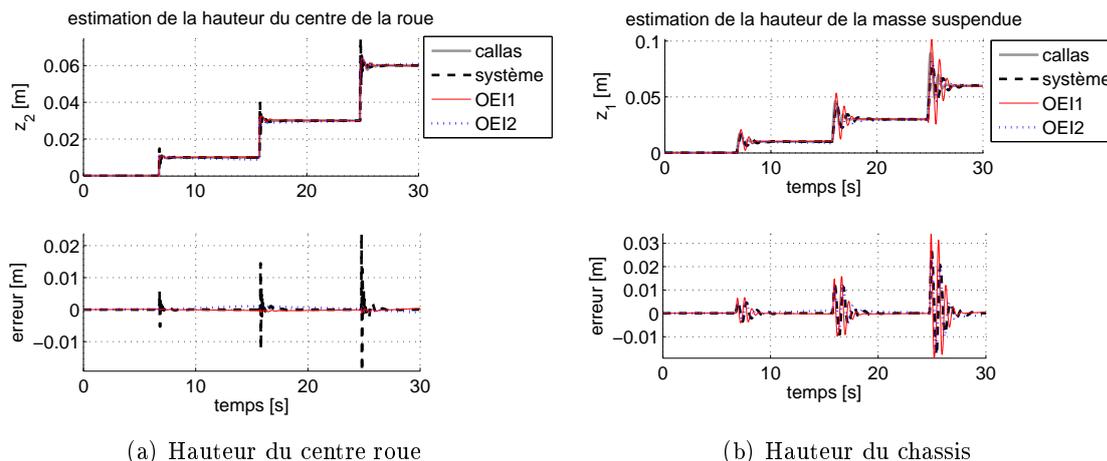


FIGURE 3.15 – Profil - modèle quart de véhicule - Reconstruction de la hauteur du châssis et du centre de la roue - Callas, observateurs OEI1 (2 mesures) (3.8) et OEI2 (1 mesure) (3.9), modèle en boucle ouverte

Pour ce qui concerne la reconstruction de la hauteur roue, on peut dire que les gains de reconstruction sont conséquents pour les deux observateurs par rapport au modèle en boucle ouverte. On peut constater, pour ces conditions d'expérimentation virtuelle, une erreur inférieure au millimètre pour la reconstruction des trois marches. On peut également constater une légère dérive de la hauteur pour l'observateur OEI2 utilisant une seule mesure d'accélération.

La hauteur de la masse suspendue est quant-à elle correctement reconstruite par les deux observateurs. Toutefois, la réponse transitoire de l'observateur OEI1 utilisant les deux mesures d'accélération est nettement meilleure. L'erreur transitoire est de l'ordre de grandeur de la hauteur de la marche pour l'observateur utilisant uniquement la mesure d'accélération au centre de la roue.

La figure 3.16 présente la reconstruction du profil de la chaussée par les deux observateurs comparée à la référence Callas avec l'erreur d'estimation.

On peut constater que les différents plateaux sont correctement reconstruits. On remarque également que la légère dérive constatée sur la reconstruction de la hauteur de la roue pour l'observateur (3.9) est également présente dans la reconstruction du profil. Finalement, dans les phases transitoires en réponse à la montée de marche, les erreurs maximales constatées sont du même ordre de grandeur pour les deux observateurs mais l'amortissement est de meilleure qualité lorsque les deux mesures d'accélérations sont utilisées.

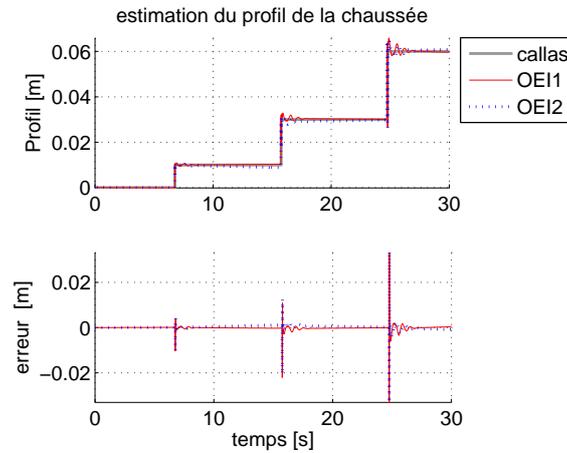


FIGURE 3.16 – Profil - modèle quart de véhicule - Reconstruction du profil de la route - Callas, observateurs OEI1 (2 mesures) (3.8) et OEI2 (3.9) (1 mesure)

A la vue de ces résultats, on peut donc conclure que les deux observateurs proposés présentent de très bonnes performances d'estimation de l'état comme de l'entrée inconnue lorsque le modèle est correctement paramétré.

#### 3.4.1.4 Robustesse de l'observateur

La figure 3.17 montre la réponse temporelle de l'observateur OEI1 (3.8) lors du franchissement des marches d'escalier décrites sur la figure 3.12 lorsque la valeur de la masse suspendue prise en compte dans la conception de l'observateur est modifiée de 80 à 120[%] de la masse nominale identifiée. On peut alors noter que si l'ordre de grandeur de l'erreur reste faible, une tendance à la dérive des signaux reconstruits est à constater.

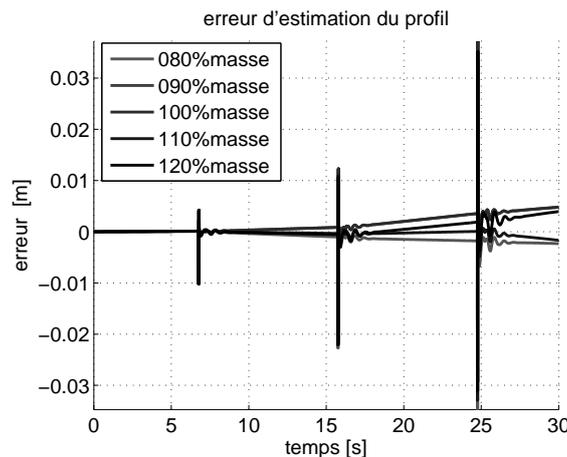


FIGURE 3.17 – Profil - observateur OEI1 (3.8) - Effet des variations de la masse suspendue dans la conception de l'observateur - erreur de reconstruction du profil

Une étude des erreurs moyennes commises par les deux observateurs, a été menée pour des variations des paramètres du modèle de 80 à 120[%] de leurs valeurs nominales identifiées. Cet étude ramène aux mêmes performances qualitatives constatées pour la l'estimation de l'état et du profil. Les deux observateurs sont donc considérés comme robustes aux variations paramétriques selon le critère d'analyse choisi.

Ces observateurs divergent pour des faibles variations des conditions initiales.

En revanche, dès lors que du bruit de mesure additif est appliqué sur les signaux de mesure utilisés par les deux observateurs, des problèmes de divergence de l'algorithme sont constatés.

### 3.4.2 Modèle de demi-véhicule

De part la conception du véhicule, il peut être intéressant de reconstruire le profil sous chacune des roues d'un même essieu. Cela permet également d'observer le roulis du train sollicité. De plus, lorsqu'un quart de véhicule isolé est utilisé, l'influence des sollicitations issues des profils subis par les autres roues n'est pas prise en compte.

Afin d'évaluer la reconstruction du profil par essieu nous allons réaliser le parcours présenté sur la figure 3.18. Le pilote virtuel aura pour consigne de rouler sur cette route à une vitesse constante de  $[20km/h]$ . Le profil droit est nul et le profil gauche est constitué d'une montée de marches successives de hauteur 1, 2 et 3[*cm*] sur des plateaux de 50[*m*] de longueur. L'annexe rappelle les méthodes de construction des profils de chaussée du simulateur Callas.

Par cette expérience, nous allons solliciter le profil sous la roue gauche. Cela induira une dynamique du roulis du châssis.

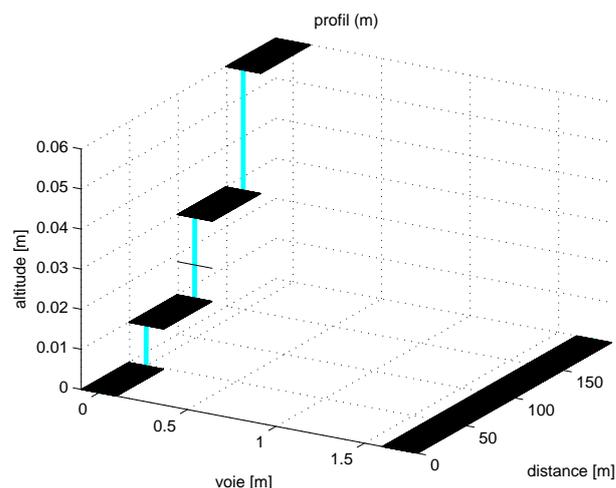


FIGURE 3.18 – Profil de chaussée utilisé pour la reconstruction des profils gauche et droit ainsi que du roulis pour un train seul. Définition d'un profil de type escalier pour le côté gauche dans le simulateur Callas

### 3.4.2.1 Utilisation de deux accéléromètres, observateur de type OEI2

Pour la reconstruction du roulis et du profil de la chaussée, nous allons utiliser un modèle de demi-véhicule (1.3) dont les variables sont mises en situation sur la figure 3.19.

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{z}_l = [- (K_{1l} + K_{3l} + K_c) z_l + K_c z_r + K_{1l} z - K_{1l} E \Theta - (C_{1l} + C_{3l}) \dot{z}_l + C_{1l} \dot{z} \\ \quad - C_{1l} E \dot{\Theta} + K_{3l} \bar{u}_l] / m_l \\ \ddot{z}_r = [K_c z_l - (K_{2r} + K_{4r} + K_c) z_r + K_{2r} z + K_{2r} E \Theta - (C_{2r} + C_{4r}) \dot{z}_r + C_{2r} \dot{z} \\ \quad + C_{2r} E \dot{\Theta} + K_{4r} \bar{u}_r] / m_r \\ \ddot{z} = [K_{1l} z_l + K_{2r} z_r - (K_{1l} + K_{2r}) z + (K_{1l} - K_{2r}) E \Theta + C_{1l} \dot{z}_l + C_{2r} \dot{z}_r \\ \quad - (C_{1l} + C_{2r}) \dot{z} + (C_{1l} - C_{2r}) E \dot{\Theta}] / m \\ \ddot{\Theta} = [-K_{1l} E z_l + K_{2r} E z_r + (K_{1l} - K_{2r}) E z - (K_{1l} + K_{2r}) E^2 \Theta - C_{1l} E \dot{z}_l \\ \quad + C_{2r} E \dot{z}_r + (C_{1l} - C_{2r}) E \dot{z} - (C_{1l} + C_{2r}) E^2 \dot{\Theta}] / I_x \end{array} \right. \quad (3.10)$$

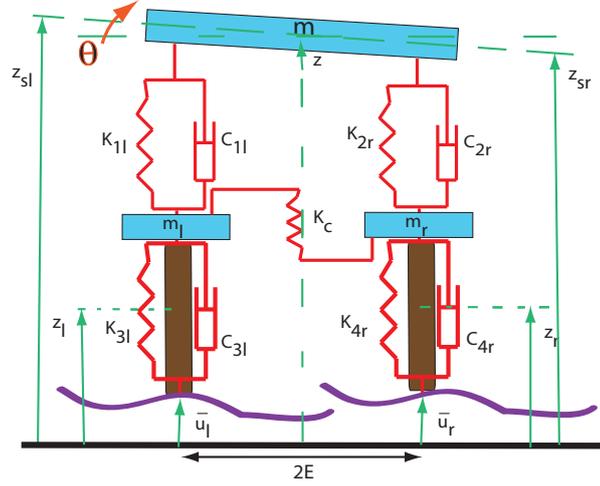


FIGURE 3.19 – Modèle vertical de demi-véhicule

Le modèle (3.10) peut être mis sous la forme d'une représentation d'état où les entrées inconnues affectent la mesure (3.6). Le vecteur d'état est  $x = (z_l \ z_r \ z \ \Theta \ \dot{z}_l \ \dot{z}_r \ \dot{z} \ \dot{\Theta})^T \in \mathbb{R}^8$ . Le vecteur des entrées inconnues est constitué des profils sous les côtés gauche et droit  $f = (\bar{u}_l \ \bar{u}_r)^T \in \mathbb{R}^2$ . On suppose mesurées les accélérations verticales des masses non suspendues  $y = (\ddot{z}_l \ \ddot{z}_r)^T \in \mathbb{R}^2$ .

La matrice d'état s'écrit  $A = \begin{pmatrix} 0_{4 \times 4} & I_{4 \times 4} \\ A_1 & A_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 8}$  avec

$$A_1 = \begin{pmatrix} -\frac{K_{1l} + K_{3l} + K_c}{m_l} & \frac{K_c}{m_l} & \frac{K_{1l}}{m_l} & -\frac{K_{1l} E}{m_l} \\ \frac{K_c}{m_r} & -\frac{K_{2r} + K_{4r} + K_c}{m_r} & \frac{K_{2r}}{m_r} & \frac{K_{2r} E}{m_r} \\ \frac{K_{1l}}{m} & \frac{K_{2r}}{m} & -\frac{K_{1l} + K_{2r}}{m} & \frac{(K_{1l} - K_{2r}) E}{m} \\ -\frac{K_{1l} E}{I_x} & \frac{K_{2r} E}{I_x} & \frac{(K_{1l} - K_{2r}) E}{I_x} & -\frac{(K_{1l} + K_{2r}) E^2}{I_x} \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} -\frac{C_{1l}+C_{3l}}{m_l} & 0 & C_{1l}/m_l & -C_{1l}E/m_l \\ 0 & -\frac{C_{2r}+C_{4r}}{m_r} & C_{2r}/m_r & C_{2r}E/m_r \\ C_{1l}/m & C_{2r}/m & -\frac{C_{1l}+C_{2r}}{m} & \frac{(C_{1l}-C_{2r})E}{m} \\ -C_{1l}E/I_x & C_{2r}E/I_x & \frac{(C_{1l}-C_{2r})E}{I_x} & -\frac{(C_{1l}+C_{2r})E^2}{I_x} \end{pmatrix}$$

La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est

$$R = \begin{pmatrix} 0_{4 \times 1} & 0_{4 \times 1} \\ K_{3l}/m_l & 0 \\ 0 & K_{4r}/m_r \\ 0_{2 \times 1} & 0_{2 \times 1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{8 \times 2}$$

La matrice d'observation est  $\mathbf{C} = (\mathbf{C}_1 \quad \mathbf{C}_2) \in \mathbb{R}^{2 \times 8}$  avec

$$\mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} -\frac{K_{1l}+K_{3l}+K_c}{m_l} & K_c/m_l & K_{1l}/m_l & -K_{1l}E/m_l \\ K_c/m_r & -\frac{K_{2r}+K_{4r}+K_c}{m_r} & K_{2r}/m_r & K_{2r}E/m_r \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} -\frac{C_{1l}+C_{3l}}{m_l} & 0 & C_{1l}/m_l & -C_{1l}E/m_l \\ 0 & -\frac{C_{2r}+C_{4r}}{m_r} & C_{2r}/m_r & C_{2r}E/m_r \end{pmatrix}$$

La matrice d'influence de l'entrée inconnue sur les mesures est

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} K_{3l}/m_l & 0 \\ 0 & K_{4r}/m_r \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

Nous nous trouvons dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures. Dans ce cas, un observateur de type OEI2 pourra être appliqué (section 2.2.2.2).

Afin de construire l'observateur à entrées inconnues, nous étudions la détectabilité du système. La matrice de détectabilité s'écrit

$$O_{dt} = \begin{pmatrix} sI_8 - (A - RD^{-1}C) & -R \\ 0_{2 \times 8} & D \end{pmatrix}, \forall s \in \mathbb{C}, \text{Re}(s) \geq 0.$$

Le système est détectable car cette matrice  $O_{dt}$  est de rang plein ( $\text{Rang}(O_{dt}) = 10$ ) du fait des propriétés mécaniques du véhicule.

La matrice  $\mathbf{D}$  étant inversible du fait de la conception du véhicule, il est possible d'exprimer les entrées inconnues en fonction de la mesure.

$$\begin{pmatrix} \bar{u}_l \\ \bar{u}_r \end{pmatrix} = \mathbf{D}^{-1} \left( \begin{pmatrix} \ddot{z}_l \\ \ddot{z}_r \end{pmatrix} - \mathbf{C}\hat{x} \right) \quad (3.11)$$

L'observateur de type OEI2 d'ordre plein qui permet d'obtenir une estimation de l'état  $\hat{x} = (\hat{z}_l \quad \hat{z}_r \quad \hat{z} \quad \hat{\Theta} \quad \dot{\hat{z}}_l \quad \dot{\hat{z}}_r \quad \dot{\hat{z}} \quad \dot{\hat{\Theta}})^T$  et des entrées inconnues  $(\hat{u}_l \quad \hat{u}_r)^T$  s'écrit

$$OEI2 \begin{cases} \dot{\hat{x}} &= (A - RD^{-1}C)\hat{x} + RD^{-1} \begin{pmatrix} \ddot{z}_l \\ \ddot{z}_r \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \hat{u}_l \\ \hat{u}_r \end{pmatrix} &= \mathbf{D}^{-1} \left( \begin{pmatrix} \ddot{z}_l \\ \ddot{z}_r \end{pmatrix} - \mathbf{C}\hat{x} \right) \end{cases} \quad (3.12)$$

Une fois que les estimations de la hauteur du châssis et de l'angle de roulis sont délivrées par l'observateur précédent, il est possible de donner une estimation des hauteurs de chaque côté du châssis lorsque la demi-voie du véhicule est connue.

$$\begin{cases} \hat{z}_{sl} &= \hat{z} - E\hat{\Theta} \\ \hat{z}_{sr} &= \hat{z} + E\hat{\Theta} \end{cases} \quad (3.13)$$

### 3.4.2.2 Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur

La figure 3.20 présente les données issues du simulateur Callas pour ce qui concerne les accélérations verticales des centres de roues qui seront considérées comme disponibles pour définir l'observateur (3.12). La figure 3.20(a) présente les variables sur toute la durée de l'essai et la partie droite 3.20(b) présente un zoom sur la montée de la première marche.

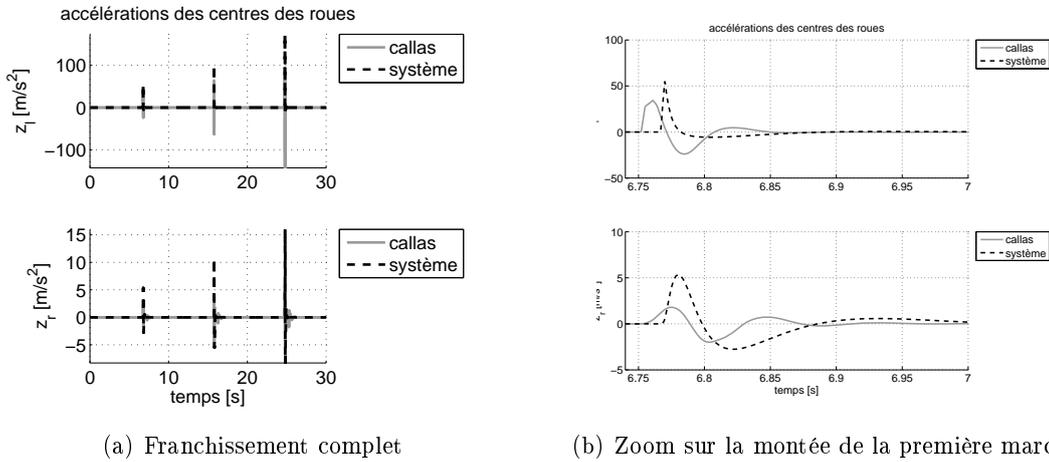
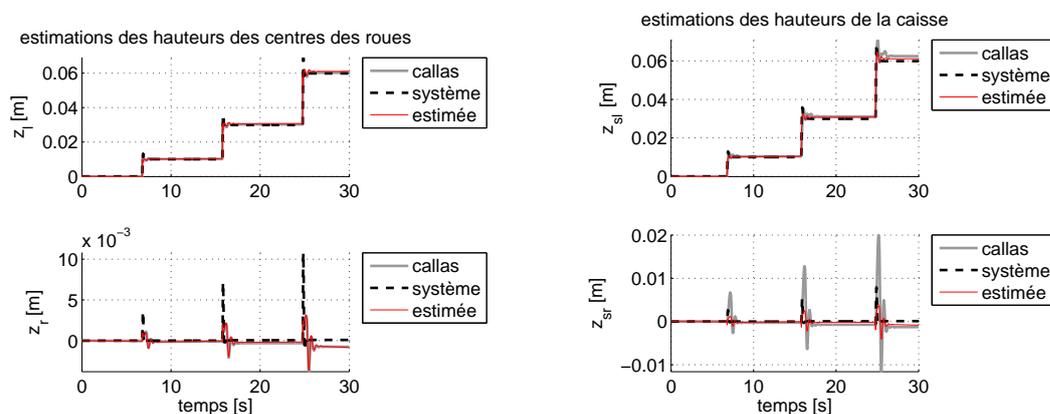


FIGURE 3.20 – Montée de marche par côté - Modèle (3.10) - Accélérations verticales des centres de roue - Callas, modèle en boucle ouverte.

A l'aide de la figure de gauche, on peut tout d'abord constater que les niveaux d'accélérations sont très importants pour la roue gauche qui a les marches comme obstacles directs et qui est représentée sur la partie supérieure de la figure. Le niveau d'accélération monte jusqu'à 10[g]. La partie inférieure de la figure 3.21(a) nous indique l'intérêt d'utiliser le modèle de demi-véhicule dans la reconstruction du profil. En effet, la roue droite roule sur un sol qui a été défini comme plan et horizontal dans le simulateur. Les accélérations, visibles sur la partie inférieure de la figure 3.20(a), sont induites par la sollicitation du côté gauche et transmises à travers le châssis et les suspensions.

La figure 3.20(b) illustre quant à elle la difficulté de calibrage du modèle du fait du décalage temporel entre la position de la marche (entrée connue) et la réponse des mesures lorsque la roue considérée comme un cylindre entre en contact avec la marche précédemment comme cela a été illustré sur la figure 3.14.

La figure 3.21 présente la reconstruction des variables de hauteurs de caisse et de centre roue. Sont comparées la référence Callas, l'estimation donnée par le modèle commandé par le profil de chaussée considéré comme connu et finalement l'estimation réalisée par l'observateur à entrée inconnue présenté dans cette section.



(a) hauteur des centres de roues gauche (partie supérieure) et droite (partie inférieure) (b) hauteur du châssis du côté gauche (partie supérieure) et droit (partie inférieure)

FIGURE 3.21 – Montée de marche par côté - Modèle de demi véhicule par essieu (3.10) et observateur (3.12) - Hauteur des centres de roues, hauteurs de caisse - Callas, modèle en boucle ouverte et observateur

La figure 3.21(a) présente la reconstruction des hauteurs des centres de roues pour la montée de marche de la roue gauche. On peut constater la très nette amélioration que procure l'observateur par rapport au modèle en boucle ouverte sur la reconstruction des mouvements de la roue sollicitée comme sur la roue ne subissant pas la montée de marche. On peut également noter que la roue droite a tendance à s'"écraser" du fait du transfert de charge induit par le roulis ( $z_{sr} < 0$ ). Ce comportement est bien pris en compte par l'observateur.

La figure 3.21(b) présente l'observation de la hauteur de la masse suspendue en utilisant l'estimateur (3.13) et les variables d'état observées. De la même façon que pour les hauteurs roues, on peut noter la bonne reconstruction de ces variables. Deux choses peuvent être également notées. Dans un premier temps, sur ce type d'essai, un offset est à constater sur chacun des "plateaux". Ce phénomène est plus important sur la roue gauche car sollicitée par la montée des marches. Dans un second temps, on peut constater que les transitoires sont mal reconstruits, malgré les précautions prises au calibrage du modèle et lors de la conception de l'observateur. Ce phénomène est principalement visible lors de la montée de la troisième marche. Ceci s'explique notamment par le fait qu'un véhicule complet est utilisé dans le simulateur Callas. Le décalage intervient au moment où la roue *arrière gauche* monte la marche. Ce phénomène n'est pas modélisé par le modèle de type essieu.

Finalement, la figure 3.22 présente les résultats de l'observateur et du modèle commandé en boucle ouverte à partir du profil de chaussée connu pour reconstruire l'angle de roulis absolu (en haut) ainsi que la vitesse de roulis du châssis (en bas). On peut tout d'abord

constater que les deux variables sont correctement reconstruites quelque soit la méthode utilisée. Un légère amélioration peut toutefois être notée lors de l'utilisation de l'observateur. Finalement, l'analyse de la vitesse de roulis confirme l'impact de la roue arrière sur le train avant, du fait de l'apparition de la deuxième implusion sur la mesure de la vitesse de roulis. On peut également conclure, à la vue de cette figure que ce type de technique pourrait être déployée pour reconstruire le dévers de la chaussée.

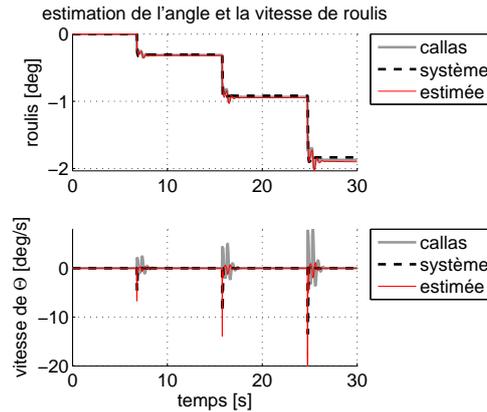
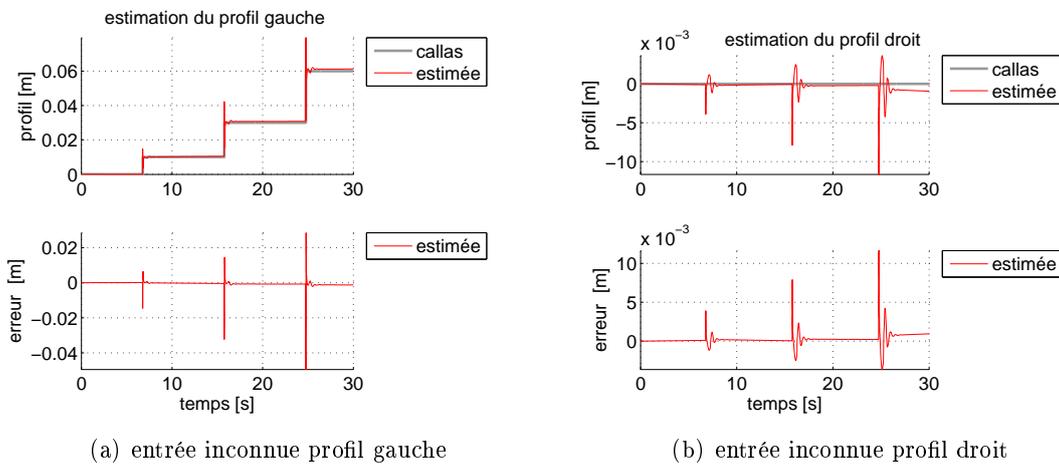


FIGURE 3.22 – Montée de marche par côté - Modèle de demi véhicule par essieu (3.10) et observateur (3.12) - Angle et vitesse de roulis absolu - Callas, modèle en boucle ouverte et observateur



(a) entrée inconnue profil gauche

(b) entrée inconnue profil droit

FIGURE 3.23 – Montée de marche par côté - Modèle (3.10) et observateur (3.12) - Profils gauche et droits - Callas et observateur

La figure 3.23 présente les performances de l'observateur présenté pour reconstruire les deux profils inconnus gauche et droit. On peut constater que, selon les conditions d'expérimentation virtuelle utilisées, une erreur moyenne inférieure au millimètre est commise, indiquant une excellente reconstruction des deux profils. On peut également voir que lorsque les entrées inconnues sont constantes, l'estimation réalisée par l'observateur à entrée in-

nue l'est également. Un léger décalage est toutefois à constater pour la reconstruction du profil plan sur lequel roule la roue droite.

### 3.4.2.3 Robustesse de l'observateur

La figure 3.24 indique que les erreurs des estimations du profil gauche de la chaussée en réponse aux changements de la masse suspendue, ce qui nous permet de nous rapprocher des conditions réelles d'utilisation en supposant par exemple, une modification du nombre de passagers présents à bord du véhicule. Nous faisons varier cette masse de 80[%] à 120[%] de la masse suspendue, nominale identifiée, du demi-véhicule. La figure 3.24 montre que les erreurs des estimations sont faibles, ce qui permet de dire que l'observateur (3.12) est robuste pour le cas étudié.

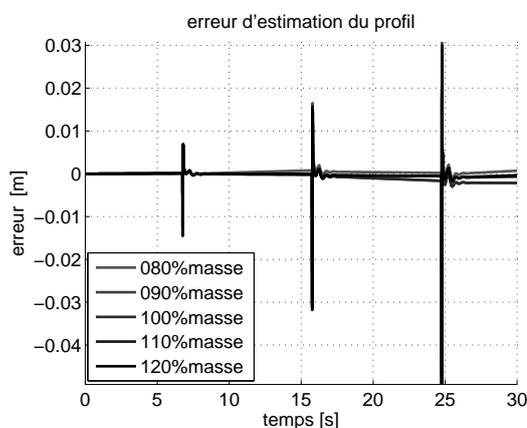


FIGURE 3.24 – Montée de marche par côté - Erreur d'estimation commise par l'observateur (3.12) pour une variation de masse suspendue du demi véhicule

Comme dans le cas du quart du véhicule, l'observateur de type OEI2 est robuste par rapport aux variations de ces paramètres. En effet, lorsque nous faisons varier chacun des différents paramètres, un par un, ( $m$ ,  $m_l$ ,  $m_r$ ,  $K_{1l}$ ,  $K_{2r}$ ,  $K_{3l}$ ,  $K_{4r}$ ,  $K_c$ ,  $C_{1l}$ ,  $C_{2r}$ ,  $C_{3l}$ ,  $C_{4r}$ ,  $E$  et  $I_x$ ) du système linéaire d'un pourcentage de 80 à 120[%] de leurs valeurs nominales identifiées, les erreurs moyennes des estimations des profils gauche et droit sont presque nulles.

Nous notons que l'observateur de type OEI2 n'est pas robuste lorsqu'un bruit de mesure est ajouté sur l'une des mesures d'accélération verticales. L'observateur diverge également pour un mauvais positionnement des conditions initiales de l'état.

### 3.4.3 Modèle complet du véhicule

De la même façon qu'un modèle par essieu permet de prendre en considération l'effet de la dynamique de la partie gauche du véhicule sur la partie droite (et inversement), l'utilisation d'un modèle de suspension complet permettra de prendre en considération les effets combinés des profils subis par chacune des quatre roues.

Le cadre de simulation pour ce modèle de véhicule est plus difficile à mettre en place dans le simulateur. Nous avons donc choisi de valider ce modèle en utilisant des sollicitations découplées. Dans un premier temps, nous franchirons un escalier dont les marches successives auront une hauteur de 1, 2 puis 3[cm]. Cet escalier, présenté sur la figure 3.25(a) sera pris de face par le véhicule. De ce fait, les sollicitations de la dynamique de tangage seront de courte durée. Le pilote ayant pour consigne de rouler sur la piste à une vitesse de 20[km/h] et le véhicule d'essai présentant un empattement de 2.7[m], il s'écoulera 0.48[s] entre le franchissement de la marche par les roues avant et celui des roues arrières. Néanmoins, les effets de l'arrière sur l'avant et inversement pour être constatés.

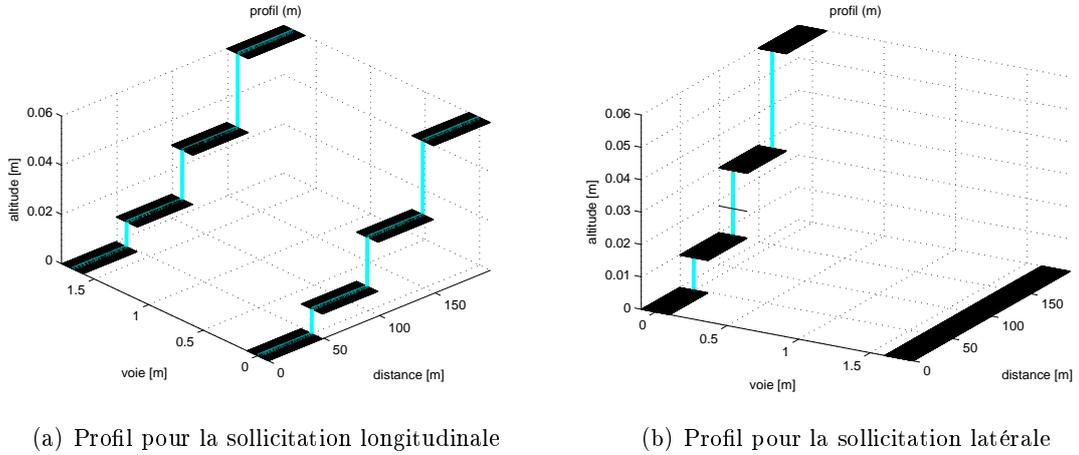


FIGURE 3.25 – Profils de chaussée utilisés pour la sollicitation verticale du modèle de véhicule complet. Sollicitation de tangage par des marches successives. Sollicitation de roulis par une montée d'escalier sur un seul côté

Dans un second temps le modèle de véhicule présenté sera évalué lors d'une montée de marches successives uniquement présente sur le côté gauche du véhicule. Cet essai a précédemment été utilisé dans la reconstruction du profil de la chaussée en utilisant le modèle de demi-véhicule présenté à la section précédente (figure 3.25(b)).

### 3.4.3.1 Utilisation de quatre accéléromètres, observateur de type OEI2

Dans le cadre de cette section, nous proposons un observateur à entrées inconnues basé sur le modèle (1.13) et dont les variables sont rappelées sur la figure 3.26.

L'objectif sera, au delà de la reconstruction des profils présents sous chacune des roues de reconstruire les positions angulaires du châssis ainsi que les hauteurs de roues et de la masse suspendue.

$$\begin{pmatrix} M_s & 0_{3 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & M_w \end{pmatrix} \ddot{q} + \begin{pmatrix} TC_s T^T & -T^T C_s \\ -C_s T & C_s + C_w \end{pmatrix} \dot{q} + \begin{pmatrix} TK_{ssr} T^T & -TK_{ssr} \\ -K_s T^T & K_s + K_w \end{pmatrix} q = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 4} \\ K_w \end{pmatrix} \bar{u} \quad (3.14)$$

Ce modèle peut être mis sous la forme d'un système linéaire à entrée inconnue qui affecte la sortie. Nous prendrons l'hypothèse que chacune des quatre roues est instrumentée

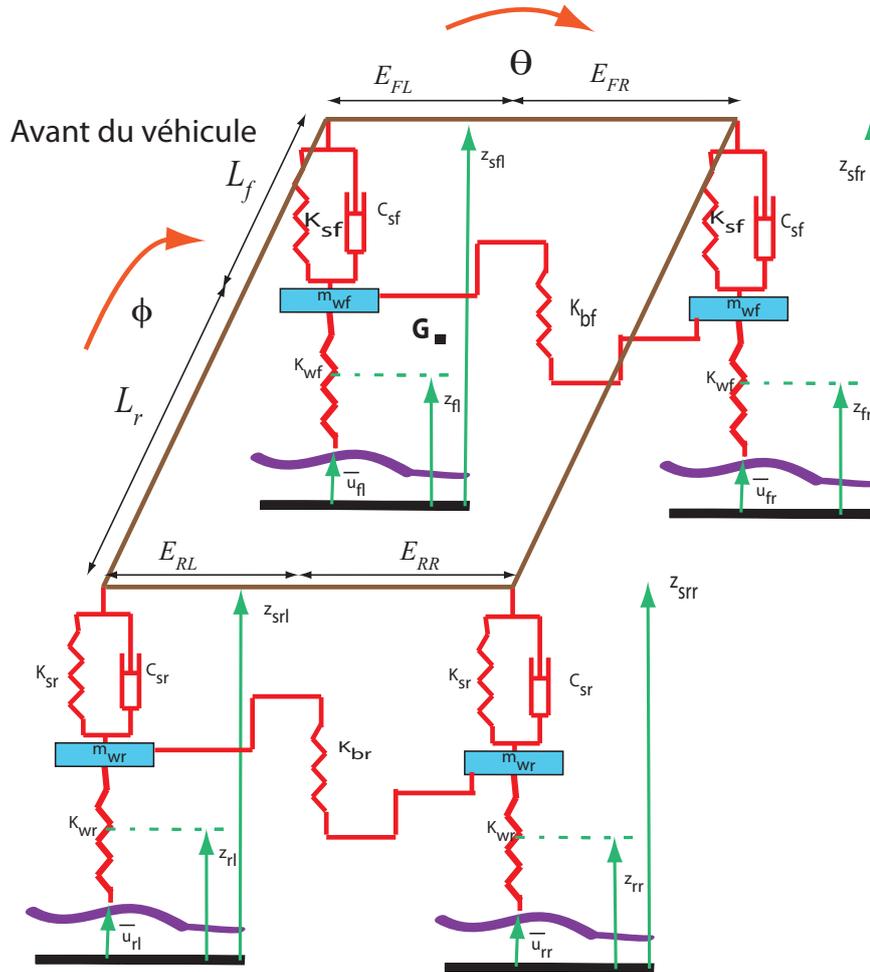


FIGURE 3.26 – Modèle vertical du véhicule

pour se placer dans le cas de figure où le nombre de mesures est égal au nombre d'entrées inconnues. Dans ce cas, un observateur de type OEI2 pourra être appliqué (section 2.2.2.2). Les variables de l'équation d'état seront le vecteur d'état composé des différentes positions et vitesses  $x = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{14}$  où  $q = (z_G, \Theta, \phi, z_{fl}, z_{fr}, z_{rl}, z_{rr})^T$ . Le vecteur d'entrée inconnue est composé des quatre profils  $f = \bar{u} = (\bar{u}_{fl} \ \bar{u}_{fr} \ \bar{u}_{rl} \ \bar{u}_{rr})^T \in \mathbb{R}^4$  et les quatre accélérations mesurées sont regroupées dans le vecteur  $y = (\ddot{z}_{fl} \ \ddot{z}_{fr} \ \ddot{z}_{rl} \ \ddot{z}_{rr})^T \in \mathbb{R}^4$ .

La matrice d'état s'écrit  $A = \begin{pmatrix} 0_{7 \times 7} & I_7 \\ A_1 & A_1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{14 \times 14}$

où :  $A_1 = - \begin{pmatrix} M_s^{-1} & 0_{3 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & M_w^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} TK_{ssr}T^T & -TK_{ssr} \\ -K_{ssr}T^T & K_s + K_w \end{pmatrix}$  et

$A_2 = - \begin{pmatrix} M_s^{-1} & 0_{3 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & M_w^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} TC_sT^T & -TC_s \\ -C_sT^T & C_s \end{pmatrix}$

La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est

$$R = \left( \begin{array}{cc} 0_{7 \times 4} & \\ \left( \begin{array}{cc} M_s^{-1} & 0_{3 \times 4} \\ 0_{4 \times 3} & M_w^{-1} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} 0_{3 \times 4} \\ K_w \end{array} \right) \end{array} \right) \in \mathbb{R}^{14 \times 4}$$

L'équation d'observation permettant de décrire les quatre accélérations verticales reprend les quatre dernières lignes de l'équation d'évolution précédemment décrite. Ainsi, la matrice d'observation est  $C = A(11 : 14, :) \in \mathbb{R}^{4 \times 14}$  et la matrice d'influence de l'entrée inconnue sur les mesures est  $D = R(11 : 14, :) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ .

Afin de construire l'observateur à entrées inconnues, nous étudions la détectabilité du système. La matrice de détectabilité s'écrit

$$O_{dt} = \begin{pmatrix} sI_{14} - N & -R \\ 0_{4 \times 14} & D \end{pmatrix}, \forall s \in \mathbb{C}, \text{Re}(s) \geq 0.$$

Le système est détectable car, du fait des propriétés mécaniques du véhicule, cette matrice est de rang plein ( $\text{Rang}(O_{dt}) = 18$ ).

L'observateur de type OEI2 (section 2.2.2.2) d'ordre plein qui permet la reconstruction simultanée de l'état et des entrées inconnues se résumera donc par l'équation (3.15).

$$OEI2 \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \hat{\dot{q}} \\ \hat{\ddot{q}} \end{pmatrix} = N \begin{pmatrix} \hat{q} \\ \hat{\dot{q}} \end{pmatrix} + L \begin{pmatrix} \ddot{z}_{fl} \\ \ddot{z}_{fr} \\ \ddot{z}_{rl} \\ \ddot{z}_{rr} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \hat{u}_{fl} \\ \hat{u}_{fr} \\ \hat{u}_{rl} \\ \hat{u}_{rr} \end{pmatrix} = D^{-1} \left( \begin{pmatrix} \ddot{z}_{fl} \\ \ddot{z}_{fr} \\ \ddot{z}_{rl} \\ \ddot{z}_{rr} \end{pmatrix} - C \begin{pmatrix} \hat{q} \\ \hat{\dot{q}} \end{pmatrix} \right) \end{array} \right. \quad (3.15)$$

A partir des observations délivrées par cet observateur, il est possible d'estimer les hauteurs de chacun des coins de la caisse en appliquant la relation (1.5).

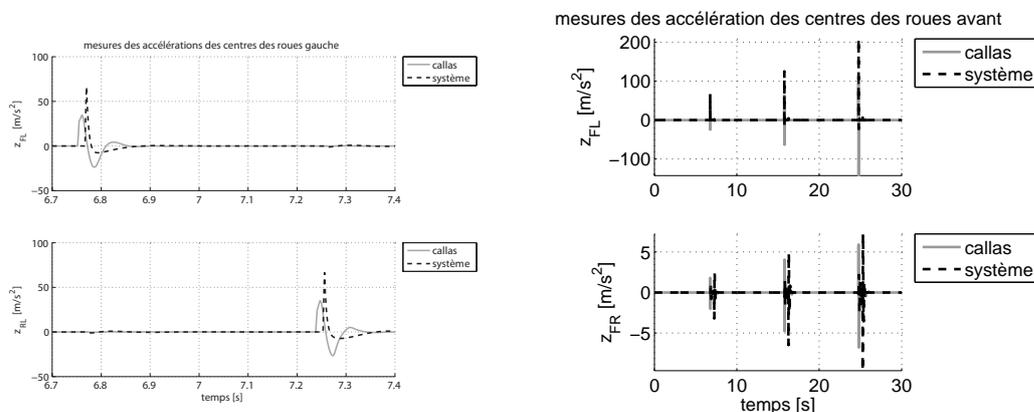
$$\begin{pmatrix} \hat{z}_{sfl} \\ \hat{z}_{sfr} \\ \hat{z}_{srl} \\ \hat{z}_{srr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & E_{FL} & -L_f \\ 1 & -E_{FR} & -L_f \\ 1 & E_{RL} & L_r \\ 1 & -E_{RR} & L_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{z}_G \\ \hat{\Theta} \\ \hat{\phi} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

### 3.4.3.2 Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur

La figure 3.27 présente les réponses des accélérations verticales des roues en réponse aux essais de sollicitation longitudinale 3.27(a) et latérale 3.27(b).

Pour le cas de la sollicitation longitudinale, nous avons choisi de présenter un zoom sur la montée de la première marche dans la mesure où cela permet de visualiser la sollicitation en tangage du véhicule sur ce type d'essai. Ainsi, on peut voir sur le haut de la figure 3.27(a) la réponse de la roue avant gauche et sur la partie inférieure celle de la roue arrière droite. On retrouve bien, à partir de la lecture de ces deux diagrammes, l'empattement du véhicule représenté par la distance entre les deux pics. On peut constater que les niveaux d'accélérations sont assez importants  $5[g]$ . On peut également formuler les mêmes remarques que pour

les modèles précédents en boucle ouverte, notamment sur les problèmes de synchronisation des données entre l'attaque de la marche par la "roue cylindre" de Callas et le point que nous considérons (figure 3.14).



(a) Pente : montée de la première marche par la roue avant (en haut) puis la roue arrière (en bas)

(b) Dévers : parcours complet

FIGURE 3.27 – Sollicitation longitudinale et transversale - Modèle vertical complet (3.14) Mesures des accélérations verticales au centre de roue - Callas et modèle en boucle ouverte commandé par le profil connu

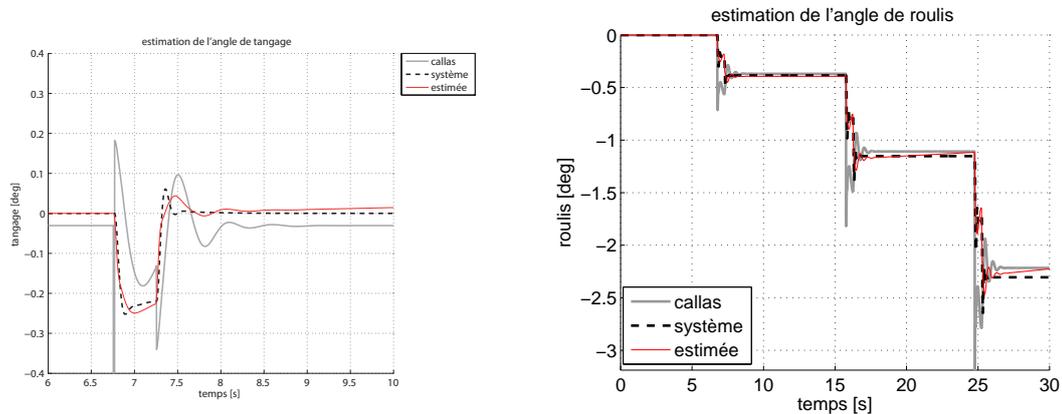
Afin d'illustrer les possibilités de l'observateur que nous avons défini, la figure 3.28 présente la reconstruction des angles de tangage et de roulis.

Nous avons choisi ici de nous concentrer sur la première montée de marche pour illustrer la reconstruction du tangage sur la figure 3.28(a). Sur celle-ci sont représentés les angles de tangage absolu calculés par le modèle Callas, le modèle vertical complet du véhicule ainsi que la variable d'état extraite de notre observateur. Les niveaux de sollicitations sont un peu plus importants pour les deux marches suivantes mais le comportement du modèle et de l'observateur sont les mêmes.

On peut tout d'abord constater que le véhicule du simulateur présente un très léger tangage absolu que nous avons choisi de ne pas prendre en compte dans nos conditions initiales. On trouve qu'une fois la marche montée, le modèle en boucle ouverte et le modèle de Callas retourne bien la position de repos du tangage<sup>1</sup>. On peut noter un légère dérive de l'observateur pour reconstruire le tangage à la suite de la sollicitation. En ce qui concerne les transitoires de la montée de marche, on peut constater que modèle Callas réagit "brutalement" au changement de niveau et est moins amorti que le système que nous avons paramétré.

La figure 3.28(b) présente la réponse du modèle en boucle ouverte et de l'observateur pour la reconstruction de l'angle de roulis sur l'intégralité du parcours défini comme une montée de marche latérale. On peut constater dans un premier temps que le modèle Callas réagit en deux temps. Lors du franchissement, le véhicule commence par prendre un certain roulis car seule la roue avant se soulève puis, le roulis diminue lorsque la roue arrière monte

1. Nous sommes toujours à vitesse constante



(a) Sollicitation longitudinale : estimation du tangage lors de la première montée de marche (b) Sollicitation transversale : estimation du roulis

FIGURE 3.28 – Sollicitations longitudinale et transversale - Modèle vertical complet (3.14) et observateur (3.15) - angle de tangage et angle de roulis - Callas, modèle en boucle ouverte commandé par le profil connu et observateur

la marche à son tour. Le modèle et l'observateur réagissent différemment dans la mesure où le roulis est inférieur lorsque seule la roue avant est montée sur la marche. On peut constater sur cette figure que le modèle et l'observateur reconstruisent correctement le roulis absolu lorsque le signal est stable. On peut également voir que l'observateur dérive légèrement dans la reconstruction de cette variable.

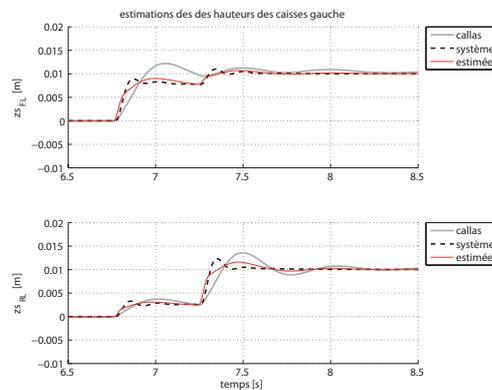
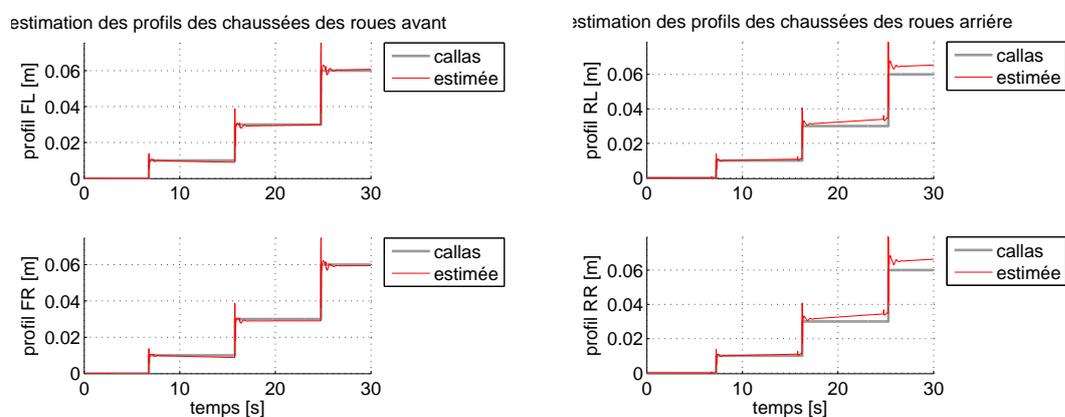


FIGURE 3.29 – Sollicitation transversale - Modèle vertical complet (3.14) et observateur (3.15) - hauteur du châssis - Callas, estimateur utilisant les variables d'état observées

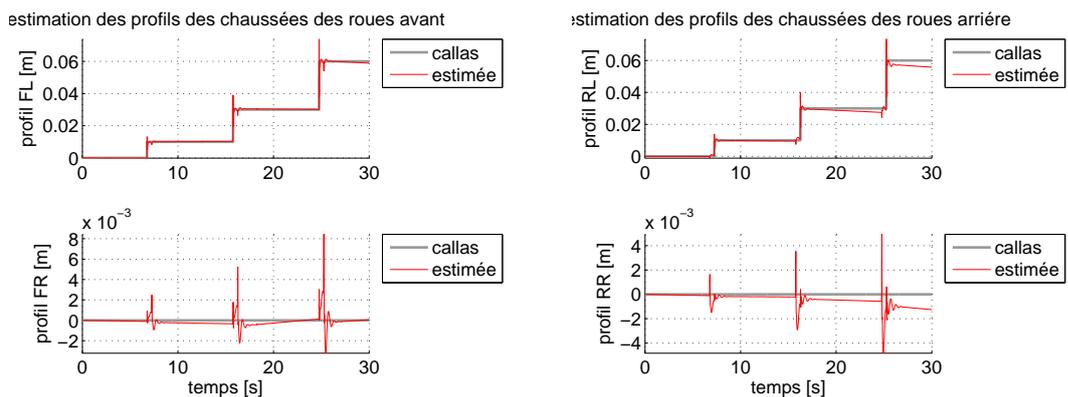
La figure 3.29 présente l'estimation de la hauteur du châssis pour les côtés avant gauche et arrière gauche pour l'essai où seule la roue gauche rencontre des marches. Le calcul est ici réalisé en appliquant l'estimateur (1.5) sur les variables estimées par l'observateur d'une part et par le modèle commandé en boucle ouverte d'autre part.

On peut constater que notre modèle et notre observateur arrivent à reconstruire le mouvement du châssis lors du franchissement de la marche. On peut également constater que, pour nos deux modèles et le modèle de référence, lorsque la roue avant a franchi l'obstacle, l'arrière du châssis s'est également soulevé (sur la période [6.8; 7.3[s]). En revanche, si la remontée de marche par la roue arrière n'est pas visible pour l'avant du châssis pour le simulateur, il l'est pour notre modèle et notre observateur.

Les estimations réalisées par l'observateur des profils avant gauche ( $\bar{u}_{fl}$ ), avant droit ( $\bar{u}_{fr}$ ), arrière gauche ( $\bar{u}_{rl}$ ) et arrière droit ( $\bar{u}_{rr}$ ) sont comparés aux références Callas, pour les deux types de parcours sur la figure 3.30. A la vue de ces différentes figures, on peut tout d'abord dire que la reconstruction des quatre profils est correctement réalisée compte tenu de la complexité du modèle utilisé. On pourra toutefois nuancer le propos par la présence de légères dérives et offsets présents sur les profils reconstruits au niveau des roues arrière.



(a) Sollicitation longitudinale, les marches sont montées essieu par essieu. A gauche les roues avant, à droite les roues arrière



(b) Sollicitation transversale, les marches ne sont montées que par le côté gauche du véhicule. A gauche les roues avant, à droite les roues arrière

FIGURE 3.30 – Sollicitations longitudinale et transversale - Observateur (3.15) - profils observés pour les quatre roues - Callas et observateur

### 3.4.3.3 Robustesse de l'observateur

La figure 3.31 indique les erreurs des estimations du profil de la chaussée en réponse au changement de valeur de la masse suspendue ( $m_s$ ). Nous avons choisi de réaliser des variations entre 80 et 120[%] de la masse nominale identifiée. La figure montre que les erreurs des estimations sont faibles, ce qui permet de dire que l'observateur à entrées inconnues est robuste pour le système linéaire étudié.

Nous noterons que l'observateur de type OEI2 n'est pas robuste lorsqu'un bruit de mesure est ajouté sur l'accélération verticale du centre de la roue.

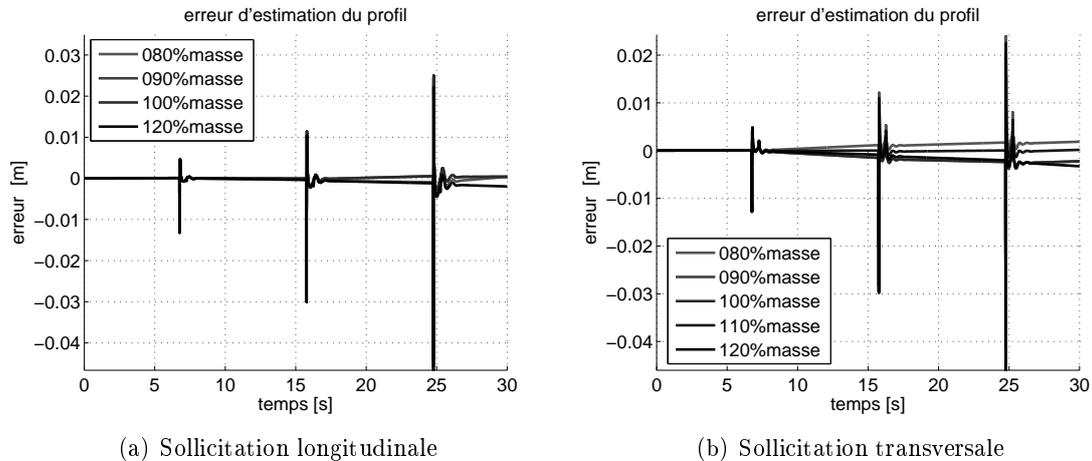


FIGURE 3.31 – Sollicitations longitudinale et transversale - Observateur (3.15) - Erreur d'observation sur la reconstruction du profil en fonction des variations de masse suspendue du véhicule

## 3.5 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous nous sommes concentrés sur la reconstruction d'entrées inconnues pour les systèmes embarqués à bord des véhicules. Ces entrées inconnues représentent l'environnement dans lequel évolue le véhicule et représentent un cas classique d'étude d'entrées inconnues de la dynamique des véhicules. Elles représentent des entrées de perturbations du système qu'il est bon de connaître. Nos algorithmes ont été confrontés à un simulateur de véhicule avec les avantages des inconvénients de l'expérimentation virtuelle.

Nous avons traité trois entrées inconnues dans ce chapitre. La première est la pente de la chaussée qui est une variable intéressante à connaître notamment par les lois de commande en charge de la gestion de la consommation du véhicule. Pour reconstruire cette variable, une solution utilisant un gyromètre de tangage et un accéléromètre longitudinal a été proposée.

La seconde entrée inconnue abordée a été le dévers de la chaussée. Cette variable est notamment utile pour les algorithmes utilisés pour la détermination des vitesses de franchissements sûres de virage. La méthodologie déployée utilise un gyromètre de roulis ainsi qu'un accéléromètre latéral.

Enfin, nous nous sommes attardés sur la reconstruction du profil de la chaussée qui est utile dans l'évaluation des mouvements verticaux du véhicule qui affectent au premier plan le confort des passagers et la tenue de route du véhicule. Il a été montré différentes approches pour aborder le problème. Dans un premier temps, le profil a été reconstruit sur la base d'un modèle de quart de véhicule où deux types d'instrumentation ont été proposés. Il a alors été montré que l'utilisation de l'instrumentation la plus complète permettait d'obtenir de meilleurs résultats quant à la reconstruction de l'état du véhicule mais que pour la reconstruction de l'entrée inconnue "profil", l'instrumentation de la masse non suspendue était suffisante.

Dans la mesure le véhicule subit des sollicitations du sol par les quatre roues, les deux approches suivantes ont consisté en la reconstruction du profil en utilisant un modèle d'essieu puis un modèle vertical complet. L'utilisation du premier modèle a l'inconvénient de subir les effets de l'autre train dans la mesure où son influence n'est pas modélisée. Le modèle complet a quant à lui l'inconvénient de présenter un plus grand nombre de paramètres largement variables, donc a priori difficile à déployer expérimentalement.



# Estimation du braquage à partir de mesures d'efforts

## Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>91</b>
<b>4.2</b>	<b>Modèle bicyclette linéaire</b>	<b>92</b>
4.2.1	Modélisation des efforts	92
4.2.2	Mesures dépendantes du braquage	93
4.2.2.1	Utilisation des deux mesures d'effort avant et arrière, définition de l'observateur de type OEI1	94
4.2.2.2	Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition de l'observateur de type OEI2	95
4.2.2.3	Validation du modèle et évaluation qualitative des deux observateurs	96
4.2.3	Mesures indépendantes du braquage	100
4.2.3.1	Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition d'un observateur de type OEI3	100
4.2.3.2	Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur	102
4.2.4	Analyse des erreurs d'observations	103
4.2.5	Robustesse des observateurs	107
<b>4.3</b>	<b>Modèle bicyclette non linéaire</b>	<b>108</b>
4.3.1	Modélisation des efforts	108
4.3.2	Mesures dépendantes du braquage	110
4.3.2.1	Utilisation des deux mesures d'efforts avant et arrière, définition de l'observateur de type ONLEI1	110
4.3.2.2	Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition de l'observateur de type ONLEI2	113
4.3.2.3	Validation du modèle et évaluation qualitative des deux observateurs non linéaires	113
4.3.3	Mesures indépendantes du braquage	116
4.3.3.1	Utilisation des deux mesures d'efforts avant et arrière, définition de l'observateur de type ONLEI3	116
4.3.3.2	Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition de l'observateur de type ONLEI4	118
4.3.3.3	Validation du modèle et évaluation qualitative des deux observateurs	120
4.3.4	Analyse des erreurs d'observation	122
4.3.5	Robustesse des observateurs non linéaires	124
<b>4.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>126</b>





$$\begin{cases} \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_{zz1}}(L_f F_{yf} - L_r F_{yr}) \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{V_{GMV}}(F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} \end{cases} \quad (4.1)$$

Différents cas de figure et donc différents modèles seront abordés au cours de ce chapitre. Dans un premier temps, nous considérerons le problème de l'estimation du braquage comme entrée inconnue dans le cas linéaire avant d'aborder la problématique dans le cas non linéaire. Les non-linéarités sont liées au modèle d'efforts des pneumatiques.

Afin d'évaluer les performances des observateurs, ils seront testés avec un essai représentatif de la dynamique latérale : le franchissement de chicane ISO pour des vitesses de 40 et 90[km/h], réalisé à l'aide du simulateur de véhicule Callas. L'emplacement des couloirs est présenté sur la figure 4.2.

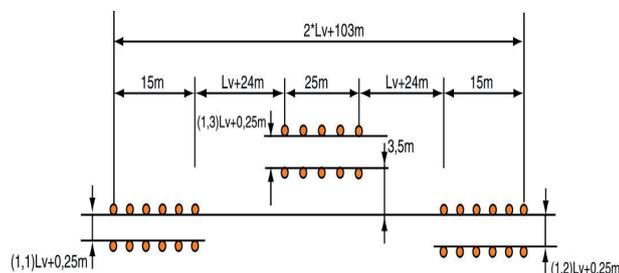


FIGURE 4.2 – Chicane ISO : positionnement des couloirs

## 4.2 Modèle bicyclette linéaire

Dans cette section, nous allons aborder la reconstruction du braquage à l'aide d'un modèle bicyclette en supposant un modèle linéaire de pneumatique. De part la nature des modèles et des liens entre les entrées inconnues et les mesures, trois types d'observateurs sont construits dans les sections 4.2.2 et 4.2.3. Finalement une comparaison entre les trois observateurs sera réalisée à la section 4.2.4 et une étude de robustesse à la section 4.2.5.

### 4.2.1 Modélisation des efforts

En supposant de faibles dynamiques, une vitesse constante et en posant l'hypothèse de petits angles de dérive, il est possible de considérer les efforts latéraux linéaires avant et arrière (1.34) comme proportionnels aux dérives avant et arrière.

$$\begin{cases} F_{yf} &= D_f \beta_f \\ F_{yr} &= D_r \beta_r \end{cases} \quad (4.2)$$

A partir de relations cinématiques il est possible d'exprimer les angles de dérive avant et arrière à partir des caractéristiques de la vitesse du centre de gravité et de la vitesse de lacet du véhicule.

$$\begin{cases} \beta_f &= \delta - \beta - \frac{L_f \dot{\psi}}{V_G} \\ \beta_r &= -\beta + \frac{L_r \dot{\psi}}{V_G} \end{cases} \quad (4.3)$$

En remplaçant les expressions des dérivées avant et arrière dans (4.2), on obtient le modèle d'effort suivant :

$$\begin{cases} F_{yf} &= D_f \left( \delta - \beta - \frac{L_f \dot{\psi}}{V_G} \right) \\ F_{yr} &= D_r \left( -\beta + \frac{L_r \dot{\psi}}{V_G} \right) \end{cases} \quad (4.4)$$

Dans le cas où le temps d'établissement des efforts serait pris en compte, il est possible d'introduire la dynamique de la longueur de relaxation. Dans ce cas, le modèle d'effort utilisé sera celui présenté à la section 1.4.1.4 :

$$\begin{cases} \dot{F}_{yf} &= \frac{V_G}{\sigma_f} (\bar{F}_{yf} - F_{yf}) \\ \dot{F}_{yr} &= \frac{V_G}{\sigma_r} (\bar{F}_{yr} - F_{yr}) \end{cases} \quad (4.5)$$

Les efforts  $\bar{F}_y$  pourront être, par exemple, définis à partir du modèle d'efforts linéaire précédent (4.4).

### 4.2.2 Mesures dépendantes du braquage

Dans cette section, nous allons présenter deux observateurs permettant de reconstruire le braquage considéré comme une entrée inconnue à partir des mesures des efforts latéraux ( $F_{yf}$ ) et ( $F_{yr}$ ). La modélisation choisie fera apparaître l'entrée inconnue dans l'équation d'observation. Ceci permettra d'appliquer le cadre théorique des observateurs de systèmes dont les entrées inconnues affectent les mesures (section 2.4.1).

En introduisant le modèle de pneumatique linéaire (4.4) dans les équations de la dynamique du châssis (4.1), nous obtenons l'équation d'évolution "classique" du modèle bicyclette linéaire.

$$\begin{cases} \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_{zz}} \left( L_f D_f \left( \delta - \beta - \frac{L_f \dot{\psi}}{V_G} \right) - L_r D_r \left( -\beta + \frac{L_r \dot{\psi}}{V_G} \right) \right) \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{V_G M_V} \left( D_f \left( \delta - \beta - \frac{L_f \dot{\psi}}{V_G} \right) + D_r \left( -\beta + \frac{L_r \dot{\psi}}{V_G} \right) \right) - \dot{\psi} \end{cases} \quad (4.6)$$

Deux cas de figure seront explorés dans l'objectif de reconstruire simultanément l'état de la dynamique latérale du véhicule et le braquage. Dans un premier temps, nous considérerons que les deux mesures d'efforts latéraux des roues virtuelles avant et arrière sont disponibles. Dans ce cas, le cadre théorique sera celui où le nombre de mesures est supérieur au nombre d'entrées inconnues. Nous appliquerons alors un observateur de type OEI1 tel que décrit à la section 2.2.2.1. Pour le second cas de figure, nous ne garderons que la mesure d'effort au niveau de la roue virtuelle avant. Dans ce cas, le nombre de mesures sera identique au nombre d'entrées inconnues et un observateur de type OEI2 (section 2.2.2.2) sera appliqué.

#### 4.2.2.1 Utilisation des deux mesures d'effort avant et arrière, définition de l'observateur de type OEII

En considérant que le braquage est inconnu et que nous disposons de deux mesures d'effort, le système se met sous la forme d'un système linéaire à entrée inconnue qui affecte la sortie (2.8) s'écrivant sous la forme

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Rf \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{D}f \end{cases} \quad (4.7)$$

Le vecteur d'état  $x$  est constitué de la dérive et de la vitesse de lacet au centre de gravité  $x = \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ . L'entrée inconnue est le braquage  $f = \bar{\delta} \in \mathbb{R}$  et le vecteur de sortie est composé des deux efforts  $y = \begin{pmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ .

$$\text{La matrice d'état s'écrit } A = \begin{pmatrix} \frac{-D_f - D_r}{M_V V_G} & \frac{L_r D_r - L_f D_f}{M_V V_G^2} - 1 \\ \frac{L_r D_r - L_f D_f}{I_{zz}} & \frac{-L_r^2 D_r - L_f^2 D_f}{I_{zz} V_G} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

$$\text{La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est } R = \begin{pmatrix} \frac{D_f}{M_V V_G} \\ \frac{L_f D_f}{I_{zz}} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$$

$$\text{La matrice d'observation est } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_1 \\ \mathbf{C}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D_f & \frac{-L_f D_f}{V_G} \\ -D_r & \frac{L_r D_r}{V_G} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

$$\text{La matrice d'influence de l'entrée inconnue sur la sortie est } \mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_f \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$$

Il est possible de définir un observateur à entrées inconnues si et seulement si le système précédent est détectable (observable). La matrice d'observabilité du système s'écrit :

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix}$$

Cette matrice est de rang plein ( $Rang(O) = 2$ ). Le système est observable.

Nous nous plaçons dans le cadre où les efforts latéraux "existent" et que la rigidité de dérive avant est non nulle  $D_f \neq 0$ . La matrice  $\mathbf{D}$  d'influence de l'entrée inconnue sur la sortie est un vecteur non nul. Il est de rang plein colonne. Ceci permet d'exprimer l'entrée inconnue à partir de la première ligne de l'équation d'observation

$$\bar{\delta} = \frac{1}{D_f} \left( F_{yf} - \begin{pmatrix} -D_f & \frac{-L_f D_f}{V_G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \right) \quad (4.8)$$

Il est également possible de définir une nouvelle variable  $\mathbf{Y}$  à partir des mesures d'effort telle que  $\mathbf{Y} = F_{yr} - \mathbf{D}_2 \mathbf{D}_1^{-1} F_{yf}$ . Cette variable donnera une nouvelle équation d'observation. La sous-matrice  $\mathbf{D}_2$  étant nulle, la nouvelle sortie du système se résume à la seule mesure d'effort latéral arrière.

$$\mathbf{Y} = F_{yr} = \mathbf{C}_2 x = \begin{pmatrix} -D_r & \frac{L_r D_r}{V_G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

Ceci nous permet de reformuler le système (4.7) en introduisant l'expression de la nouvelle mesure et de l'estimation de l'entrée inconnue.

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\hat{\beta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{pmatrix} = (A - R\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{C}_1) \begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} + R\mathbf{D}_1^{-1}F_{yf} \\ F_{yr} = \begin{pmatrix} -D_r & \frac{L_r D_r}{V_G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (4.10)$$

On peut remarquer que ce système est commandé par l'entrée mesurée  $F_{yf}$  et que la sortie  $F_{yr}$  est également mesurée selon nos hypothèses.

Pour construire l'observateur d'état associé à ce système, nous allons en étudier l'observabilité. En posant la matrice d'état

$$F = (A - R\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{C}_1)$$

et la matrice d'observation

$$H = \mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} -D_r & \frac{L_r D_r}{V_G} \end{pmatrix}$$

on obtient la matrice d'observabilité

$$O = \begin{pmatrix} H \\ HF \end{pmatrix}$$

Le déterminant de cette matrice est  $\det(O) = -D_r$ . La rigidité de dérive arrière  $D_r$  étant non nulle dans les hypothèses de validité du modèle de véhicule linéaire utilisé, le système est observable.

Ceci nous permet de formuler l'observateur de type OEI1 suivant

$$OEI1 \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\hat{\beta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{pmatrix} = (A - R\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{C}_1) \begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} + R\mathbf{D}_1^{-1}F_{yf} + L \left( F_{yr} - \mathbf{C}_2 \begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} \right) \\ \hat{\delta} = \mathbf{D}_1^{-1} \left( F_{yf} - \mathbf{C}_1 \begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} \right) \end{cases} \quad (4.11)$$

La matrice  $L = \begin{pmatrix} -0.06 \\ 0.51 \end{pmatrix}$ , gain de l'observateur, est choisie de telle sorte que l'erreur d'observation soit asymptotiquement stable ou que la matrice de régime libre de l'erreur de l'observation  $(F - LH) = ((A - R\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{C}_1) - L\mathbf{C}_2)$  soit une matrice stable (matrice de Hurwitz).

#### 4.2.2.2 Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition de l'observateur de type OEI2

Nous supposons dans cette section qu'une seule mesure est disponible et nous choisissons la mesure de l'effort latéral avant  $F_{yf}$ . Dans ce cas, le modèle d'état du système est le même que celui présenté dans la section précédente (4.7) à la différence de l'équation d'observation dont on ne garde que la première ligne.

La matrice d'observation devient alors

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_1 = \begin{pmatrix} -D_f & \frac{-L_f D_f}{V_G} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$$

et la matrice d'influence de l'entrée inconnue sur les mesures est

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_1 = D_f \in \mathbb{R}$$

La matrice d'observabilité de ce système s'écrit :

$$O = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{pmatrix}$$

et son déterminant est

$$\det(O) = D_f^2 \left( -1 + \frac{L_r D_r + L_f D_r}{M_V V_G^2} - \frac{L_f L_r^2 D_r + L_f^2 L_r D_r}{V_G^2 I_{zz}} \right) \quad (4.12)$$

Cette formulation ne permettant de donner des conclusions liées, par exemple, à la physique du système, nous procédons à une évaluation numérique de ce déterminant. Il a pour valeur  $-2.0406\mathbf{e}+010$  lorsqu'on applique le paramétrage de notre véhicule. Ceci nous permet de conclure que, pour le paramétrage donné, le système est observable.

La formulation du système nous place dans le cadre où le nombre d'entrées inconnues est identique au nombre de mesure et où l'entrée inconnue apparaît dans l'équation d'observation. Il est alors possible de construire un observateur d'ordre plein de type OEI2 (section 2.2.2.2) qui permet d'estimer l'état et l'entrée inconnue à partir de la seule mesure de l'effort latéral avant. Cet observateur s'écrit explicitement

$$OEI2 \begin{cases} \begin{pmatrix} \dot{\hat{\beta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{pmatrix} &= (A - R\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{C}_1) \begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} + R\mathbf{D}_1^{-1}F_{yf} \\ \hat{\delta} &= \mathbf{D}_1^{-1} \left( F_{yf} - \mathbf{C}_1 \begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} \right) \end{cases} \quad (4.13)$$

#### 4.2.2.3 Validation du modèle et évaluation qualitative des deux observateurs

Afin de valider les performances des deux observateurs, nous allons tout d'abord calibrer et valider le modèle dont l'entrée est le braquage considéré comme mesuré ( $\delta_m$ ). Les observateurs seront ensuite conçus en utilisant le paramétrage identifié. Dans les résultats suivants, le modèle (4.14) sera référencé "ML2".

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + R\delta_m \\ \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \\ F_{yf} \\ F_{yr} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -D_f & \frac{-L_f D_f}{V_G} \\ -D_r & \frac{L_r D_r}{V_G} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D_f \\ 0 \end{pmatrix} \delta_m \end{cases} \quad (4.14)$$

L'équation d'observation décrite ici permet d'observer tout l'état du système et de reconstruire les mesures.

### Validation du modèle

La figure 4.3 présente la reconstruction des efforts latéraux avant et arrière réalisée par le modèle précédent. Ils sont mis en comparaison avec les efforts calculés par le simulateur Callas. Le franchissement de chicane à  $40[km/h]$  est visible sur la partie gauche 4.3(a). La partie droite 4.3(b) présente le comportement pour une vitesse de  $90[km/h]$ .

Afin de vérifier le comportement du modèle, les mêmes rigidités de dérive ( $D_f$ ) et ( $D_r$ ) ont été utilisées pour les deux essais. Or, la rigidité de dérive du pneumatique n'est pas constante et évolue en fonction de la sollicitation. De plus, lorsque la sollicitation latérale augmente, l'hypothèse d'un modèle d'effort linéaire en la dérive n'est plus valable. Les deux figures présentées indiquent bien la bonne estimation d'effort du modèle pour le franchissement à  $40[km/h]$ . En revanche, pour le franchissement à  $90[km/h]$ , on peut constater que la reconstruction est moins performante.

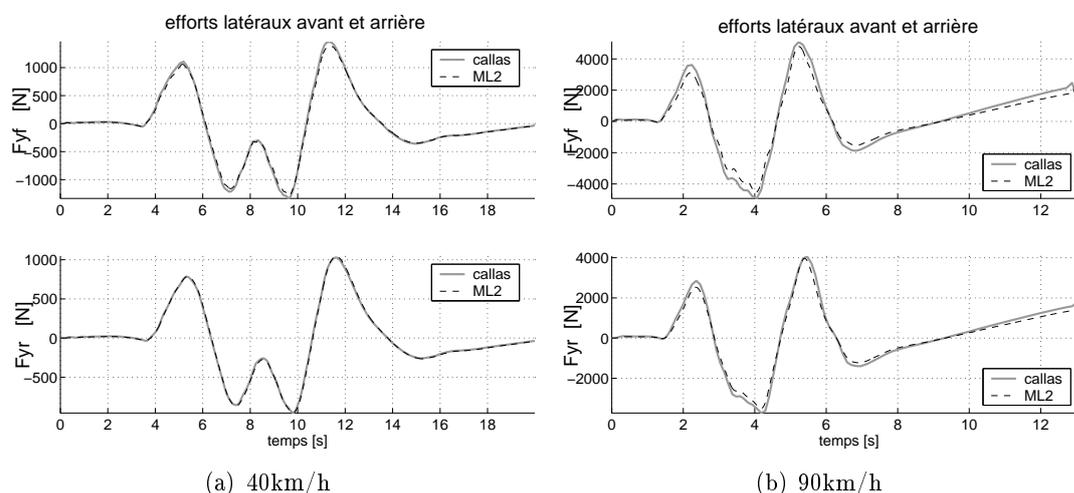


FIGURE 4.3 – Chicane ISO -  $40[km/h]$  et  $90[km/h]$  - Modèle (4.14) - Efforts latéraux avant et arrière - Callas et modèle en boucle ouverte

### Comportement des deux observateurs - Chicane ISO franchie à $40[km/h]$

Les estimées de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet (états) délivrées par les observateurs de type OE11 (4.11) et OE12 (4.13) sont comparées sur la figure 4.4 aux valeurs issues du modèle Callas servant de référence et au modèle en boucle ouverte (4.14).

On peut constater que la reconstruction de la vitesse de lacet est correctement réalisée quelle que soit la méthode. En revanche la reconstruction de la dérive est un peu moins bien réalisée et le même niveau d'erreur est à constater pour les deux types d'observateurs. Les trois méthodes ont en revanche tendance à sous estimer la dérive.

L'estimation de l'entrée inconnue est quant à elle comparée à la référence calculée par le pilote virtuel de Callas sur la figure 4.5. Les deux observateurs à entrée inconnue reconstruisent correctement le braquage de la roue virtuelle avant du modèle bicyclette.

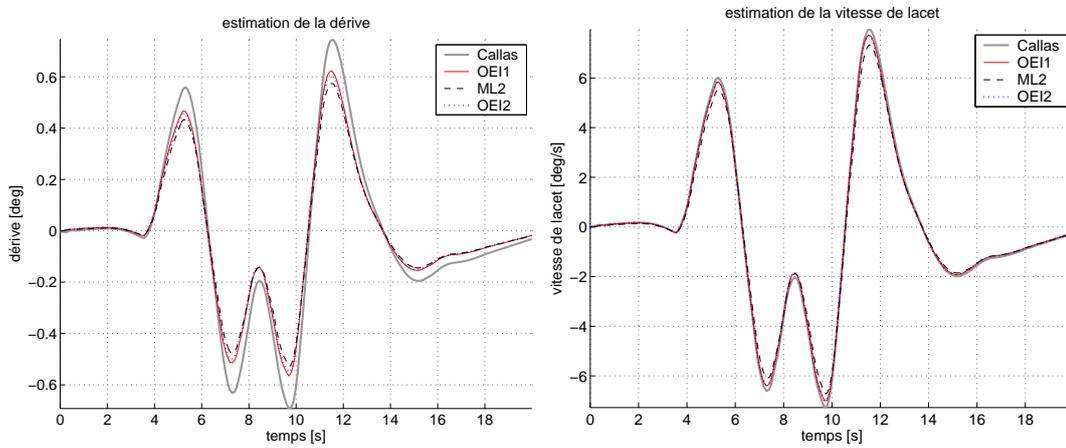


FIGURE 4.4 – Chicanes ISO -  $40[\text{km}/\text{h}]$  - dérive, vitesse de lacet - Callas, Modèle (4.14) observateurs OEI1 (4.11) (2 mesures) et OEI2 (4.13) (1 mesure)

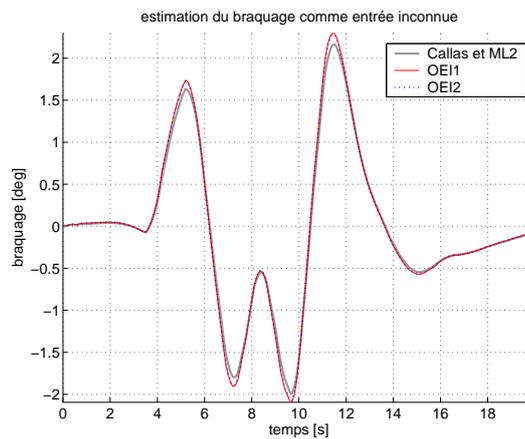


FIGURE 4.5 – Chicane ISO -  $40[\text{km}/\text{h}]$  - braquage - Callas, observateurs OEI1 (4.11) (2 mesures) et OEI2 (4.13) (1 mesure)

## Comportement des deux observateurs - Chicane ISO franchie à 90[km/h]

Les estimations de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet sont données sur la figure 4.6. En ce qui concerne le modèle sous-jacent à la conception de l'observateur "ML2", on retrouve la difficulté de représenter le comportement du véhicule pour cette vitesse de franchissement. En effet, sur ce type de parcours, on atteint les limites de la représentativité du modèle. Les deux observateurs utilisés permettent une amélioration significative de la reconstruction de la vitesse de lacet. En revanche, la reconstruction de l'angle de dérive s'en retrouve dégradée.

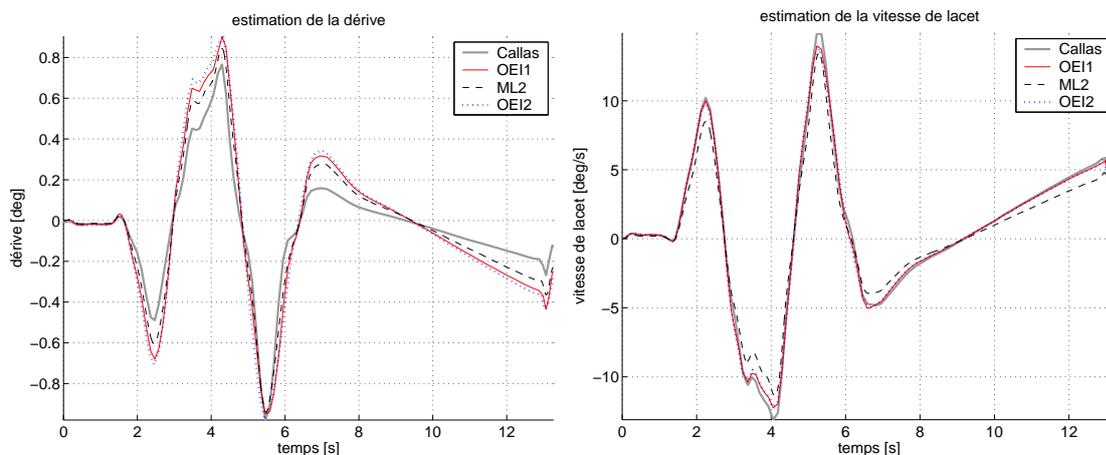


FIGURE 4.6 – Chicane ISO - 90[km/h] - dérive, vitesse de lacet - Callas, Modèle (4.14) observateurs OEI1 (4.11) (2 mesures) et OEI2 (4.13) (1 mesure)

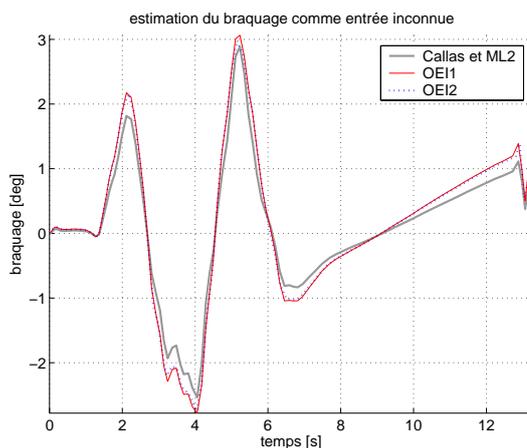


FIGURE 4.7 – Chicanes ISO - 90[km/h] - braquage - Callas, observateurs OEI1 (4.11) (2 mesures) et OEI2 (4.13) (1 mesure)

La figure 4.7 indique la reconstruction de l'angle de braquage de la roue virtuelle avant par les deux observateurs à entrées inconnues. On peut alors constater que si les efforts

latéraux avant et arrière ou si seul l'effort latéral avant est mesuré, il est possible de reconstruire le braquage qui a conduit à la génération de ces efforts. Il est bien sûr nécessaire de disposer d'un modèle correctement calibré.

### 4.2.3 Mesures indépendantes du braquage

Dans cette section, nous allons aborder le même problème que celui traité à la section précédente à la différence près que la modélisation définie ne fera pas apparaître le braquage (entrée inconnue) dans l'équation d'observation.

Le modèle de véhicule utilisé sera, dans ce cas, constitué de la dynamique latérale du châssis (4.1) d'un modèle d'effort latéral  $\bar{F}_y$  linéaire (4.4) et d'une dynamique d'établissement de ces efforts représentée par la longueur de relaxation (4.5). L'assemblage de ces deux dernières formulations nous permet de décrire explicitement la dynamique de l'effort et du châssis par les deux systèmes d'équation suivants :

$$\begin{cases} \dot{F}_{yf} &= \frac{V_G}{\sigma_f} D_f \left( \delta - \beta - \frac{L_f}{V_G} \dot{\psi} \right) - \frac{V_G}{\sigma_f} F_{yf} \\ \dot{F}_{yr} &= \frac{V_G}{\sigma_r} D_r \left( -\beta + \frac{L_r}{V_G} \dot{\psi} \right) - \frac{V_G}{\sigma_r} F_{yr} \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\begin{cases} \ddot{\psi} &= \frac{1}{I_{zz}} (L_f F_{yf} - L_r F_{yr}) \\ \dot{\beta} &= \frac{1}{V_G M_V} (F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} \end{cases} \quad (4.16)$$

#### 4.2.3.1 Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition d'un observateur de type OEI3

Nous supposons, que seule la mesure de l'effort avant est disponible pour construire l'observateur.

Le modèle de la dynamique du véhicule se présentera sous la forme d'un système linéaire à entrées inconnues (2.20), n'influençant pas la mesure. Dans notre cas, il n'y a pas d'entrée connue appliquée au système.

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= Ax + Rf \\ y &= Cx \end{cases} \quad (4.17)$$

Le vecteur d'état est constitué de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet mais également de variables d'efforts permettant de représenter leur dynamique  $x = (F_{yf} \ F_{yr} \ \beta \ \dot{\psi})^T \in \mathbb{R}^4$ . Le vecteur d'entrée inconnue se résume à l'angle de braquage  $f = \delta \in \mathbb{R}$  et le vecteur de sortie est l'effort latéral avant  $y = F_{yf} \in \mathbb{R}$ .

$$\text{La matrice d'état est } A = \begin{pmatrix} \frac{-V_G}{\sigma_f} & 0 & \frac{-D_f V_G}{\sigma_f} & \frac{-D_f L_f}{\sigma_f} \\ 0 & -V_G & \frac{-D_r V_G}{\sigma_r} & \frac{-D_r L_r}{\sigma_r} \\ 1 & \frac{\sigma_r}{1} & \sigma_r & \sigma_r \\ \frac{M_V V_G}{L_f} & \frac{M_V V_G}{-L_r} & 0 & -1 \\ \frac{1}{I_{zz}} & \frac{-1}{I_{zz}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$$

La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est  $R = \begin{pmatrix} \frac{D_f V_G}{\sigma_f} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$

La matrice d'observation est  $\mathbf{C} = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ .

Il sera possible de définir un observateur à entrées inconnues si et seulement si le système est détectable (observable). Pour le système précédent, la matrice d'observabilité est

$$O = (\mathbf{C} \ \mathbf{C}A \ \mathbf{C}A^2 \ \mathbf{C}A^3)^T$$

L'analyse de cette matrice ne permet pas de tirer "facilement" des conclusions par rapport à la physique du système. Dans le cas du véhicule étudié, le déterminant de la matrice d'observation vaut  $4.9349\mathbf{e}+015$ . Ce déterminant étant non nul, nous concluons donc que le système est observable.

Afin de faciliter l'implémentation de cet observateur, nous avons choisi d'approximer la dérivation de la mesure dans l'estimateur de l'entrée inconnue par

$$sY(s) \simeq \frac{s}{1 + \tau s} Y(s)$$

avec  $s$  l'opérateur de Laplace et  $\tau$  est une constante de temps plus petite que le temps du processus.

L'observateur de type OEI3 (section 2.2.3) d'ordre plein proposé pour l'estimation de l'état non mesuré constitué de la dérive ( $\beta$ ), de la vitesse de lacet ( $\dot{\psi}$ ) et de l'effort latéral arrière ( $F_{yr}$ ) ainsi que de l'entrée inconnue est donné par le système suivant :

$$OEI3 \left\{ \begin{array}{l} \dot{z} = Nz + LF_{yf} \\ \begin{pmatrix} \hat{F}_{yf} \\ \hat{F}_{yr} \\ \hat{\beta} \\ \hat{\dot{\psi}} \end{pmatrix} = z - EF_{yf} \\ \hat{\delta} = R^+ \left( \dot{z} - E \frac{s}{1 + \tau s} F_{yf} - A \begin{pmatrix} \hat{F}_{yf} \\ \hat{F}_{yr} \\ \hat{\beta} \\ \hat{\dot{\psi}} \end{pmatrix} \right) \end{array} \right. \quad (4.18)$$

Les matrices  $N$ ,  $L$  et  $E$  sont choisies de sorte que l'erreur d'estimation d'état  $e = \begin{pmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \\ \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{F}_{yf} \\ \hat{F}_{yr} \\ \hat{\beta} \\ \hat{\dot{\psi}} \end{pmatrix}$  converge asymptotiquement vers zéro.

$N$  est une matrice de régime libre de l'erreur de l'observation, dont les valeurs propres sont choisies dans le demi plan complexe gauche de telle sorte que l'erreur d'estimation converge vers zéro.

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 82 & 0 & 144 \\ 90 & 0 & -135 & 105 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, L = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.23 \\ 3.9 \end{pmatrix} \text{ et } E = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

#### 4.2.3.2 Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur

Les résultats de l'observateur de type OEI3 sont comparés avec le modèle de relaxation auquel nous appliquons le braquage considéré comme mesuré  $\delta_m$ . Ce modèle, nommé ML3 dans la suite de la section, s'écrit

$$ML3 \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \dot{\hat{F}}_{yf} \\ \dot{\hat{F}}_{yr} \\ \dot{\hat{\beta}} \\ \dot{\hat{\psi}} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \hat{F}_{yf} \\ \hat{F}_{yr} \\ \hat{\beta} \\ \hat{\psi} \end{pmatrix} + R\delta_m \\ y = I_{4 \times 4} \begin{pmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \\ \beta \\ \psi \end{pmatrix} \end{array} \right. \quad (4.19)$$

L'équation d'observation est choisie de façon à extraire l'ensemble de l'état, incluant les efforts internes au modèle.

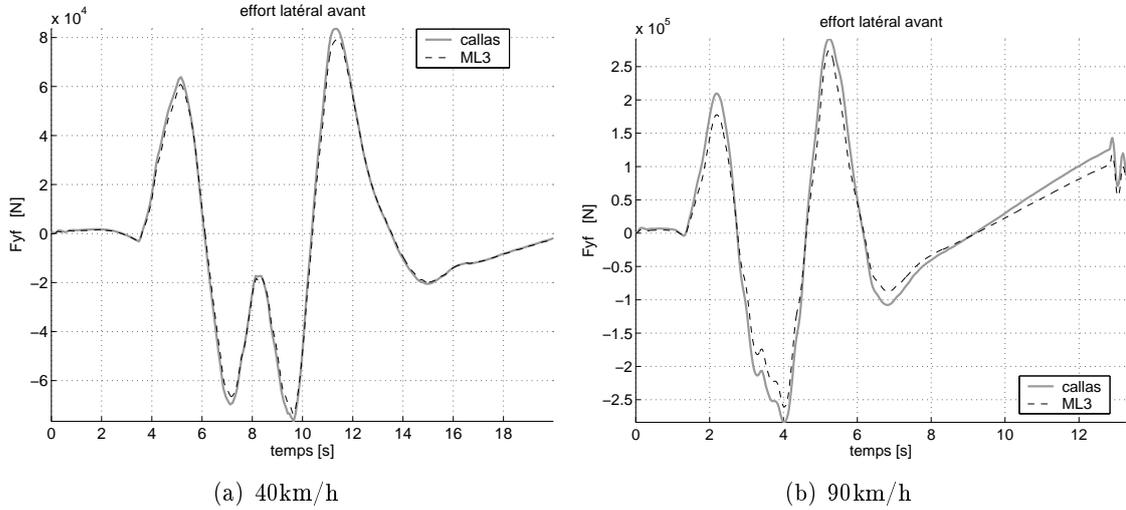


FIGURE 4.8 – Chicane ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - Modèle (4.19) - Effort latéral avant - Callas et modèle en boucle ouverte

La figure 4.8(a) présente la reconstruction de l'effort latéral avant par le modèle ML3 ainsi que la donnée servant de référence qui a été extraite du simulateur Callas. Lors d'un double changement de file à 40[km/h]. La figure 4.8(b) présente le comportement du modèle pour le franchissement à 90[km/h]. Pour les deux essais, la même valeur de rigidité de dérive a été utilisée pour les roues avant comme pour les roues arrière.

Les résultats présentés dans ces deux figures illustrent tout d'abord le fait que le modèle d'effort utilisant la dynamique de relaxation se comporte correctement. On remarquera également la même limitation que celle présentée par le modèle d'effort linéaire simple lorsque la sollicitation latérale subie par le véhicule est importante comme dans le cas du franchissement de la chicane à  $90[km/h]$ .

Sur la figure 4.9 sont regroupées les reconstructions des autres variables, à savoir la vitesse de lacet, la dérive et l'effort latéral au niveau de l'essieu arrière. On présente également, en plus du modèle ML3, la reconstruction de l'état par l'observateur OEI3 (4.18).

On peut tout d'abord remarquer que le modèle ML3 est correctement paramétré pour reconstruire la vitesse de lacet ainsi que l'effort latéral arrière. En revanche, le modèle est moins bon dans l'estimation de l'angle de dérive. Il est toutefois à noter que le niveau de sollicitation du véhicule est très faible pour ce type de parcours.

Malgré la méconnaissance du braquage, l'observateur permet de reconstruire correctement les différentes variables internes au modèle avec le même niveau d'erreur que le modèle ayant servi à sa construction. On peut toutefois remarquer que, dans les conditions d'essai, la vitesse de lacet et la dérive voient leurs estimations légèrement améliorées au détriment de celle de l'effort latéral arrière.

La figure 4.10 présente quant à elle la reconstruction du braquage. Elle est comparée à la référence issue du simulateur. On peut constater que l'estimation réalisée par l'observateur proposé est tout à fait comparable à la référence ayant généré le mouvement du véhicule.

Afin de compléter l'étude du comportement du modèle et de l'observateur, nous augmentons maintenant la vitesse de franchissement de la chicane à  $90[km/h]$ .

La figure 4.11 illustre que le modèle ML3, dont les valeurs des paramètres pneumatiques sont identiques à ceux de l'essai précédent, présente le même comportement qu'à  $40[km/h]$ . En effet, l'effort latéral arrière ainsi que la vitesse de lacet sont correctement estimés. Le niveau de sollicitation du véhicule a augmenté et le niveau d'erreur de reconstruction également. En ce qui concerne la dérive, le modèle ML3 a toujours du mal à la reconstruire. Si à  $40[km/h]$  le modèle la sous-estimait, elle est maintenant surestimée.

En analysant le comportement de l'observateur, on peut constater une légère amélioration de la reconstruction de la vitesse de lacet et de l'effort latéral arrière. En revanche, la dérive du véhicule est surestimée de manière plus importante que ce qui a été réalisé par le modèle commandé par le braquage supposé connu.

En comparant le braquage inconnu estimé à la référence issue du simulateur, on peut dire que l'estimation réalisée par l'observateur proposé est tout à fait comparable à la référence ayant généré le mouvement du véhicule comme on peut le voir sur la figure 4.12.

#### 4.2.4 Analyse des erreurs d'observations

Les erreurs commises par les trois observateurs précédents OEI1 (4.11), OEI2 (4.13) et OEI3 (4.18) pour les estimations de la dérive ( $\beta$ ), de la vitesse de lacet ( $\psi$ ) et du braquage ( $\delta$ ) pour la chicane ISO franchie pour les deux vitesses de 40 et 90  $[km/h]$  sont présentées sur la figure 4.13.

Nous remarquons que pour ce franchissement, l'erreur maximale d'estimation de la dérive

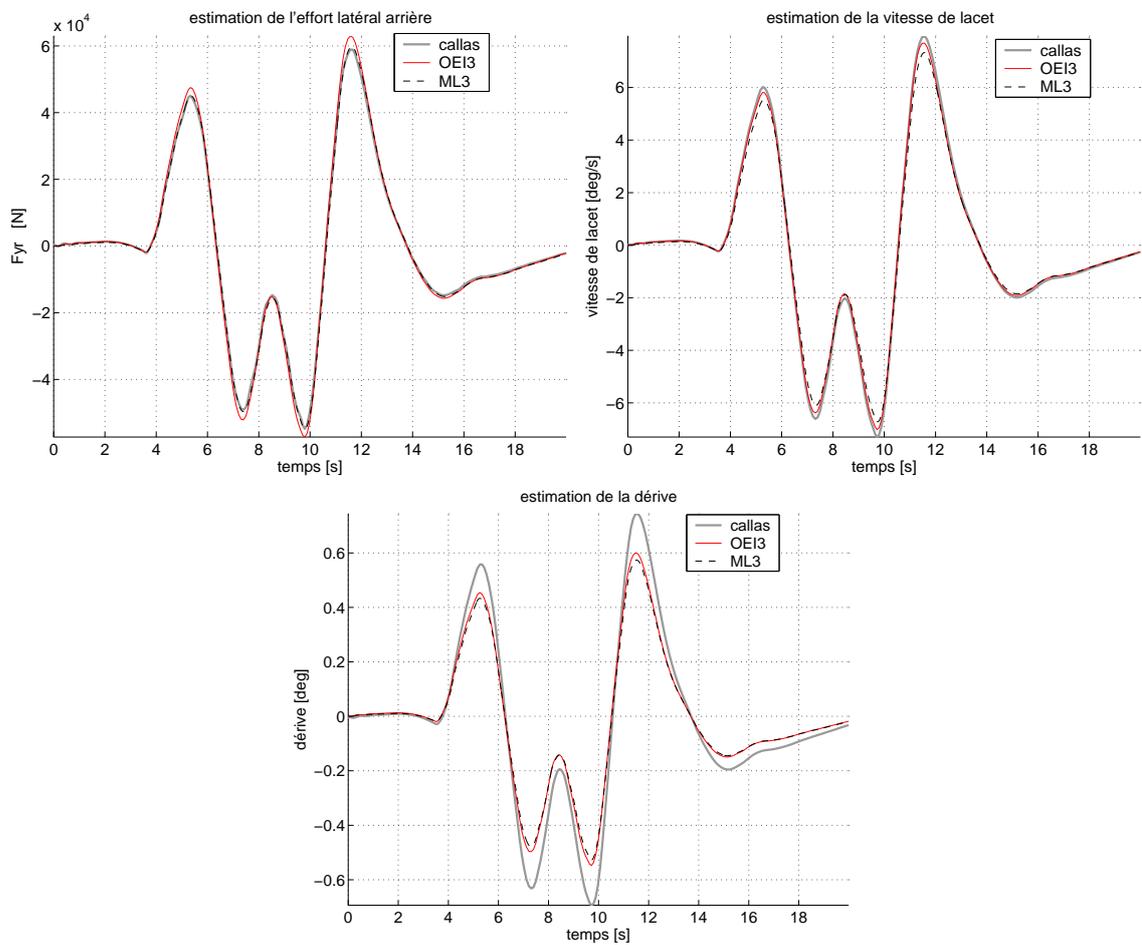


FIGURE 4.9 – Chicane ISO -  $40[km/h]$  - angle de dérive, vitesse de lacet, effort latéral arrière - Callas, modèle (4.19) et observateur OEI3 (4.18)

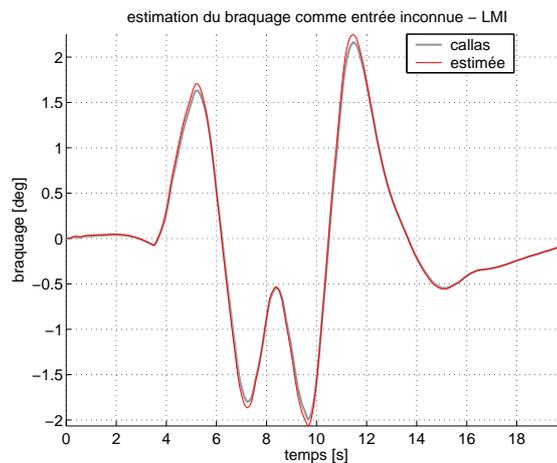


FIGURE 4.10 – Chicane ISO -  $40[km/h]$  - braquage - Callas, observateur OEI3 (4.18)

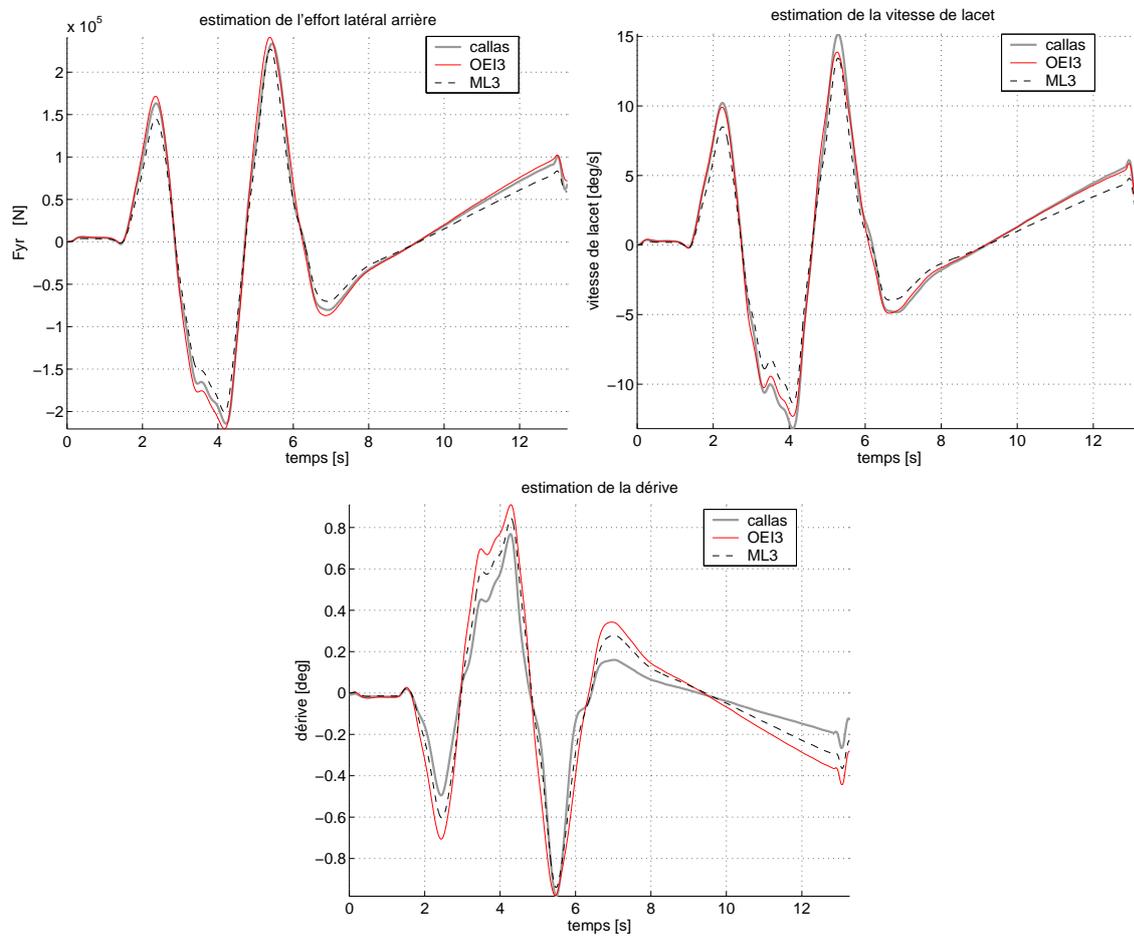


FIGURE 4.11 – Chicane ISO - 90[km/h] - angle de dérive, vitesse de lacet, effort latéral arrière - Callas, modèle (4.19) et observateur OEI3 (4.18)

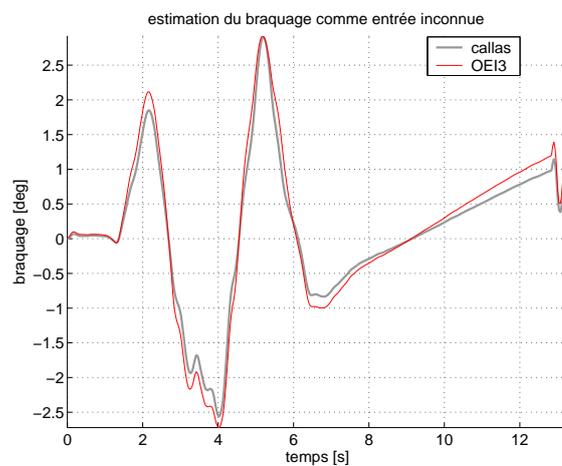


FIGURE 4.12 – Chicane ISO - 90[km/h] - braquage - Callas, observateur OEI3 (4.18)

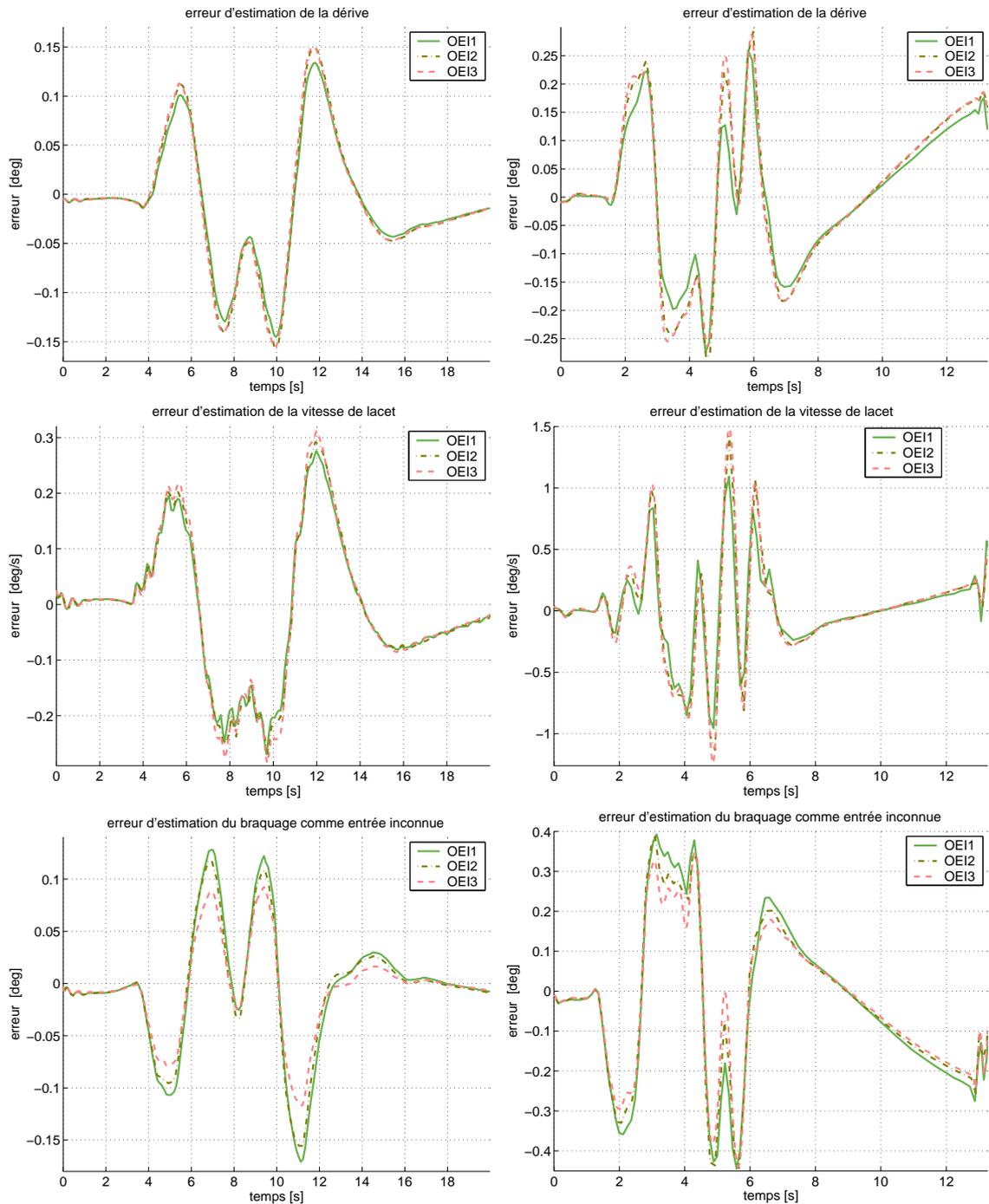


FIGURE 4.13 – Chicanes ISO - à gauche 40[km/h] et à droite 90[km/h] - Observateurs OEI1 (4.11) (2 mesures), OEI2 (4.13) (1 mesure) observateur OEI3 (4.18) (relaxation) - erreurs d'observation dérive, vitesse de lacet et braquage

est de l'ordre de  $0.15[deg]$  à  $t = 9.97[s]$  pour les observateurs de type OEI2 et OEI3. Une erreur maximale de  $0.3[deg/s]$  est obtenue à  $t = 11.98[s]$  sur la vitesse de lacet estimée par ces deux mêmes observateurs. On peut constater que les erreurs d'estimations de la dérive et de la vitesse de lacet commises par l'observateur de type OEI1 sont légèrement inférieures à celle des observateurs de type OEI2 et OEI3. L'erreur maximale d'estimation de l'angle du braquage est de l'ordre de  $0.15[deg]$  à  $t = 11.13[s]$  pour les observateurs de type OEI1 et OEI2. Par contre l'observateur de type OEI3 commet une erreur maximale de l'ordre de  $0.1[deg]$ . La comparaison de ces erreurs, nous indique que nous obtenons une meilleure estimation avec l'observateur de type OEI2 pour les états non mesurés (dérive, vitesse de la lacet) et une meilleure estimation de l'entrée inconnue (braquage) par l'observateur de type OEI3.

Nous obtenons les résultats suivants à  $90[km/h]$ . L'erreur maximale d'estimation de la dérive ( $\beta$ ) est de  $0.29[deg]$  à  $t = 4.5[s]$  pour les trois observateurs de type OEI1, OEI2 et OEI3. En ce qui concerne l'erreur maximale d'observation sur la vitesse de lacet ( $\dot{\psi}$ ), obtenue à  $t = 5.35[s]$ , elle est de l'ordre de  $1.48[deg/s]$  pour les observateurs de type OEI2 et OEI3 et  $1.09[deg/s]$  pour l'observateur de type OEI1. L'erreur maximale d'estimation de l'angle du braquage ( $\delta$ ) est de  $0.44[deg]$  obtenue à  $t = 5.58[s]$  pour les trois observateurs.

Les erreurs moyennes des estimations du braquage établies par les observateurs de type OEI1, OEI2 et OEI3 sont nulles pour la vitesse  $40[km/h]$  et égale à  $-0.03[deg]$  pour la vitesse  $90[km/h]$ .

Nous pouvons donc conclure que la meilleure observation des états non mesurés (dérive et vitesse de lacet) est donnée par l'observateur de type OEI1, parce que nous mettons à la disposition de l'observateur deux mesures d'efforts latéraux avant et arrière. En revanche, la plus petite erreur maximale commise sur l'entrée inconnue (braquage) est obtenue avec l'observateur de type OEI3.

#### 4.2.5 Robustesse des observateurs

Dans cette section, nous présentons les résultats issus d'une étude de robustesse des différents observateurs qui a été réalisée en procédant à des variations des paramètres communs aux modèles sous-jacents. Les paramètres ont été placés à 80 puis 120[%] de la valeur nominale identifiée. Pour chaque variation de paramètre, la moyenne de l'erreur commise par l'observateur a été calculée pour chacune des variables.

En ce qui concerne la variable de braquage, le tableau 4.1 présente, à titre d'illustration, l'erreur moyenne commise lorsque la masse du véhicule  $M_V$  est modifiée. On peut constater dans un premier temps que le niveau de l'erreur moyenne est plus important lors du franchissement à  $90[km/h]$  qu'à  $40[km/h]$ . La moyenne de l'erreur est de l'ordre de  $10^{-2}[deg]$  pour la vitesse de  $40[km/h]$ . La variation du paramètre masse ne joue donc pas un rôle important dans la reconstruction du braquage. Pour le franchissement à  $90[km/h]$ , une diminution de la valeur du paramètre masse ( $M_V$ ) provoque une augmentation de l'erreur moyenne commise.

Le même analyse a été menée pour les autres paramètres : vitesse du centre de gravité, demi-empattement avant, demi-empattement arrière, inertie de lacet, rigidité de dérive avant, rigidité de dérive arrière. Le maximum constaté de l'erreur moyenne calculée sur

40[ <i>km/h</i> ]	variation du paramètre $M_V$	OEI1	OEI2	OEI3	erreur moyenne sur le braquage [deg]
	80%	0.01	0.01	0.00	
	120%	-0.01	-0.01	-0.01	
90[ <i>km/h</i> ]	variation du paramètre $M_V$	OEI1	OEI2	OEI3	erreur moyenne sur le braquage [deg]
	80%	-0.04	-0.05	-0.05	
	120%	-0.02	-0.02	-0.02	

TABLE 4.1 – Chicanes ISO - en haut 40[*km/h*] et en bas 90[*km/h*] - Erreur moyenne commise sur l'intégralité du parcours par les trois observateurs sur l'estimation du braquage en degrés. Paramètre masse totale du véhicule positionné à 80 et 120[%] de la valeur nominale

l'entrée inconnue est de 0.08[*deg*] pour les trois observateurs (annexe B.1).

En analysant ces différents résultats, nous pouvons conclure que les trois observateurs de type OEI1, OEI2, OEI3 sont robustes aux variations de paramètres lorsqu'elles sont de l'ordre de celles étudiées.

Nous notons également que les observateurs de type OEI1, OEI2 et OEI3 sont robustes lorsque des bruits de mesure sont ajoutés sur les efforts latéraux avant et arrière.

### 4.3 Modèle bicyclette non linéaire

Afin d'étendre le domaine de validité de l'observation du braquage à partir de mesures d'effort, nous proposons d'introduire un modèle non linéaire d'effort d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée. La dynamique de châssis sera celle d'un modèle bicyclette plan sur plan. Nous utiliserons le modèle de Burckhardt (1.36) qui approxime le coefficient de frottement par une fonction exponentielle.

Après avoir rappelé à la section 4.3.1 les modèles de la dynamique du véhicule qui seront étudiés, nous aborderons deux types d'observateurs non linéaires. Dans un premier temps, nous verrons que l'entrée inconnue apparaîtra dans les équations d'observation des modèles de dynamique définis (section 4.3.2). Dans un second temps, l'introduction d'un modèle de relaxation permettra d'avoir des mesures indépendantes du (section 4.3.3).

Nous allons également étudier la définition et les performances des différents observateurs en fonction du nombre de mesures d'effort que nous mettons à leur disposition.

#### 4.3.1 Modélisation des efforts

On supposera ici le modèle de Burckhardt [Burckhardt & Reimpell 1993] qui exprime un coefficient de frottement ( $\mu$ ) en fonction du glissement latéral du pneumatique. L'effort

pneumatique est alors le résultat de la mise à l'échelle de ce coefficient par l'effort verticale appliqué sur la roue.

Les coefficients de frottement avant et arrière s'écrivent en fonction de 3 paramètres permettant de représenter l'état du contact. Ces coefficients représentent la norme de l'adhérence mobilisée par le pneumatique. Dans le cas d'une dynamique latérale pure, ils s'expriment en fonction de la norme du glissement latéral qui se résume par la valeur absolue de l'angle de dérive du pneumatique. Ils s'écrivent alors

$$\begin{cases} \mu_f(|\beta_f|) &= c_{1f}(1 - \exp(-c_{2f}|\beta_f|)) - c_{3f}|\beta_f| \\ \mu_r(|\beta_r|) &= c_{1r}(1 - \exp(-c_{2r}|\beta_r|)) - c_{3r}|\beta_r| \end{cases} \quad (4.20)$$

On applique ensuite la mise à l'échelle de ces coefficients de frottements puis nous les projetons dans la base de calcul de la dynamique du châssis. Cette projection se résume à utiliser le signe de l'angle de dérive du pneumatique car nous avons posé l'hypothèse d'une dynamique latérale pure.

$$\begin{cases} F_{yf} &= \text{sign}(\beta_f)\mu_f(|\beta_f|)F_{zf} \\ F_{yr} &= \text{sign}(\beta_r)\mu_r(|\beta_r|)F_{zr} \end{cases} \quad (4.21)$$

Nous supposons que la répartition des masses correspond à l'état d'équilibre statique du véhicule sur un sol plan et horizontal.

$$\begin{cases} F_{zf} &= \frac{L_r}{L_f + L_r} M_V g \\ F_{zr} &= \frac{L_f}{L_f + L_r} M_V g \end{cases} \quad (4.22)$$

Nous obtenons finalement l'expression explicite des efforts latéraux en fonction des angles de dérive que nous utiliserons dans cette section.

$$\begin{cases} F_{yf} = \frac{\beta_f}{|\beta_f|} (c_{1f}(1 - \exp(-c_{2f}|\beta_f|)) - c_{3f}|\beta_f|) \frac{L_r M_V g}{L_f + L_r} \\ F_{yr} = \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r}(1 - \exp(-c_{2r}|\beta_r|)) - c_{3r}|\beta_r|) \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} \end{cases} \quad (4.23a)$$

$$\quad (4.23b)$$

Les angles de dérive peuvent, quant à eux, être calculés à partir des relations cinématiques du modèle de véhicule et s'écrire

$$\begin{cases} \beta_f &= \delta - \arctan \left[ \frac{V_G \sin(\beta) + L_f \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)} \right] \\ \beta_r &= -\arctan \left[ \frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)} \right] \end{cases} \quad (4.24)$$

Dans le cas du modèle non linéaire de pneumatique et lorsque la dynamique d'établissement des efforts est modélisée, on obtient les deux équations d'évolution suivantes où  $\bar{F}_{yf}$  est défini par la relation (4.23a) et  $\bar{F}_{yr}$  par (4.23b).

$$\begin{cases} \dot{F}_{yf} &= \frac{V_G}{\sigma_f} (\bar{F}_{yf} - F_{yf}) \\ \dot{F}_{yr} &= \frac{V_G}{\sigma_r} (\bar{F}_{yr} - F_{yr}) \end{cases} \quad (4.25)$$

### 4.3.2 Mesures dépendantes du braquage

Dans cette section, nous allons présenter deux observateurs permettant de reconstruire le braquage considéré comme une entrée inconnue à partir des mesures d'efforts latéraux. Le modèle sous-jacent à la construction de ces observateurs sera constitué de la dynamique de châssis (4.1) dans laquelle nous introduirons les modèles d'efforts latéraux (4.23) et l'expression des angles de dérive des pneumatiques s'écrira en utilisant la relation (4.24).

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{V_G M_V} (F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} & (4.26a) \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} (L_f F_{yf} - L_r F_{yr}) & (4.26b) \end{cases}$$

Dans un premier temps, nous étudierons à la section 4.3.2.1 le cas où deux mesures d'efforts sont disponibles puis celui où seul l'effort avant est accessible à la mesure à la section 4.3.2.2. Les capacités d'estimation de ces deux observateurs seront comparées à celle du modèle précédent (4.26) quant à la reconstruction de l'état à la section 4.3.2.3.

#### 4.3.2.1 Utilisation des deux mesures d'efforts avant et arrière, définition de l'observateur de type ONLEI1

A partir de l'expression du modèle non-linéaire (4.26) et en supposant les deux efforts latéraux avant et arrière comme disponibles à la mesure, il est possible de formuler le problème sous la forme d'un système non linéaire dont les mesures sont affectées par les entrées inconnues et il devient possible d'appliquer le cadre théorique présenté à la section 2.4.1. Dans le cas de notre problème, aucune entrée connue n'est appliquée au système.

Le modèle précédent (4.26) s'exprimera alors

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, f) \\ y &= h(x) + Wf \end{cases} \quad (4.27)$$

Le vecteur d'état est composé de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet  $x = \begin{pmatrix} \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ .

Le vecteur d'entrée inconnue est le braquage de la roue virtuelle avant  $f = \bar{\delta} \in \mathbb{R}$ .

Le vecteur de sortie est  $y = \begin{pmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ .

L'équation de prédiction est  $l(x, f) = \begin{pmatrix} l_1(x, f) \\ l_2(x, f) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$

où  $l_1(x, f)$  correspond à la dynamique de dérive (4.26a) et  $l_2(x, f)$  à la dynamique de lacet (4.26b).

La construction de l'observateur nécessite de faire apparaître une relation linéaire entre la mesure et l'entrée inconnue qui se représente par la matrice de commande associée à l'entrée inconnue  $W \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ . Le reste de la fonction d'observation est décrit dans la matrice d'observation est  $h(x) \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ .

L'expression des efforts selon le modèle (4.23) ne faisant pas apparaître cette relation linéaire, nous posons l'hypothèse d'un petit angle de braquage et nous réalisons le développement suivant autour de zéro :  $\exp((.)) = 1 + (.)$  où  $(.)$  est un nombre réel.

Ceci nous permet d'obtenir la relation suivante pour l'effort latéral avant

$$F_{yf} = \frac{L_r M_V g}{L_f + L_r} (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f}) \arctan \left[ \frac{V_G \sin(\beta) + L_f \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)} \right] + \frac{L_r M_V g}{L_f + L_r} (c_{1f} c_{2f} - c_{3f}) \bar{\delta} \quad (4.28)$$

et d'établir ainsi les expressions des matrices  $W$  et  $h(x)$  de l'équation d'observation

$$\begin{pmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} \bar{\delta} \quad (4.29)$$

La matrice de transfert de l'entrée inconnue s'écrit alors

$$\begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{L_r}{L_f + L_r} M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

La première ligne de la fonction d'observation est

$$h_1(x) = \frac{L_r M_V g}{L_f + L_r} (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f}) \arctan \left[ \frac{V_G \sin(\beta) + L_f \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)} \right] \quad (4.30)$$

et la seconde ligne

$$h_2(x) = \frac{\beta_r}{|\beta_r|} \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} \left( -c_{3r} \left| -\arctan \left[ \frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)} \right] \right| + c_{1r} \exp \left( -c_{2r} \left| -\arctan \left[ \frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)} \right] \right| \right) \right) \quad (4.31)$$

A partir de l'expression de l'effort latéral avant et dans la mesure où  $W_1$  est non nul, il est possible de définir un estimateur de l'entrée inconnue par :

$$f = \frac{1}{W_1} (y_1 - h_1(x))$$

Soit explicitement

$$\bar{\delta} = \frac{L_f + L_r}{L_r M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f})} (F_{yf} - h_1(x))$$

En remplaçant ensuite l'expression de cette entrée inconnue dans le modèle d'état (4.27), on obtient un nouveau système décrit par l'équation

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} & = l(x, F_{yf}) \\ F_{yr} & = h_2(x) \end{cases} \quad (4.32)$$

où  $F_{yf}$  joue le rôle d'une entrée connue. L'équation d'observation est limitée à l'effort latéral arrière.

On se trouve donc dans le cas d'un système non-linéaire sans entrée inconnue auquel on applique un observateur de type grand gain. Nous supposons que le système vérifie l'hypothèse de détectabilité (**H**) présentée à la section 2.3.2.2.

L'observateur de type ONLEI1 (section 2.4.1.1) d'ordre plein pour l'observation de la dérive  $\beta$ , de la vitesse de lacet  $\dot{\psi}$  (états non mesurés) et l'estimation de l'angle de braquage  $\delta$  (entrée inconnue) est donné explicitement par le système d'équations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\hat{\beta}} = \frac{1}{V_G M_V} [F_{yf} + \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r}(1 - \exp(-c_{2r}) - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}])) - \\ c_{3r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r}] - \dot{\psi} + \frac{2\theta}{\frac{\partial \hat{F}_{yr}}{\partial \hat{\beta}}} \\ (F_{yr} - \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r}(1 - \exp(-c_{2r}) - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}])) - \\ c_{3r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r}) \\ \ddot{\hat{\psi}} = \frac{1}{I_{zz}} [L_f F_{yf} - L_r \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r}(1 - \exp(-c_{2r}) - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}])) - \\ c_{3r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} + \frac{\theta^2}{\frac{\partial \hat{F}_{yr}}{\partial \hat{\beta}} \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \dot{\psi}}} \\ (F_{yr} - \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r}(1 - \exp(-c_{2r}) - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}])) - \\ c_{3r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r}) \\ \hat{\delta}_f = \left( \frac{L_r M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f})}{L_f + L_r} \right)^{-1} (F_{yf} - \frac{L_r M_V g}{L_f + L_r} (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f}) \\ \arctan[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) + L_f \dot{\psi}}{V_G \cos(\hat{\beta})}]) \end{array} \right. \quad (4.33)$$

où

$$\frac{\partial \hat{F}_{yr}}{\partial \hat{\beta}} = \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} (-c_{1r} c_{2r} + c_{3r}) \frac{V_G^2 \cos^2(\hat{\beta}) + V_G \sin(\hat{\beta})(V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi})}{V_G^2 \cos^2(\hat{\beta}) + (V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi})^2}$$

$$\frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \dot{\psi}} = \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} (-c_{1r} c_{2r} + c_{3r}) \frac{-L_r V_G \cos(\hat{\beta})}{V_G^2 \cos^2(\hat{\beta}) + (V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\psi})^2}$$

### 4.3.2.2 Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition de l'observateur de type ONLEI2

Nous supposons maintenant que seule la mesure de l'effort latéral avant  $F_{yf}$  est disponible. On veut reconstruire l'angle de dérive, la vitesse de lacet et l'angle de braquage. Nous remplaçons  $F_{yf}$  par son expression dans (4.1) et à partir de l'équation (4.23), nous obtenons l'équation d'évolution du modèle bicyclette sous forme d'un système non linéaire dont l'entrée inconnue affecte la sortie et où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures (2.53). Nous obtenons un système différent du système présenté dans la section 4.3.2.1 par son équation d'observation. Ceci donne l'expression suivante des matrices  $W$  et  $h(x)$ .

$$W = \frac{L_r M_V g}{L_f + L_r} (c_{1f} c_{2f} - c_{3f})$$

$$h(x) = \frac{L_r}{L_f + L_r} M_V g (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f}) \arctan\left[\frac{V_G \sin(\beta) + L_f \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}\right]$$

L'observateur de type ONLEI2 (section 2.4.1.1) qui donne des estimations simultanées de la dérive du centre de gravité du véhicule, de la vitesse de lacet (états non mesurés) et l'angle de braquage (entrée inconnue) est donné par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \hat{\hat{x}} &= l(\hat{x}, W^{-1}(y - h(\hat{x}))) \\ \hat{\hat{f}} &= W^{-1}(y - h(\hat{x})) \end{cases} \quad (4.34)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{\beta}} &= \frac{1}{V_G M_V} [F_{yf} + \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r} (1 - \exp(-c_{2r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}] |))] + \\ & c_{3r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}] |] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} - \dot{\psi} \\ \ddot{\hat{\psi}} &= \frac{1}{I_{zz}} [L_f F_{yf} - \frac{\beta_r}{|\beta_r|} L_r (c_{1r} (1 - \exp(-c_{2r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}] |))] + \\ & c_{3r} | - \arctan[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}] |] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} \\ \hat{\delta} &= \left( \frac{L_r M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f})}{L_f + L_r} \right)^{-1} \left( F_{yf} - \frac{L_r M_V g}{L_f + L_r} \right. \\ & \left. (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f}) \arctan\left[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) + L_f \dot{\hat{\psi}}}{V_G \cos(\hat{\beta})}\right] \right) \end{cases} \quad (4.35)$$

### 4.3.2.3 Validation du modèle et évaluation qualitative des deux observateurs non linéaires

Les résultats des observateurs de type ONLEI1 (4.33) et ONLEI2 (4.35) sont comparés avec le modèle bicyclette non linéaire dont l'entrée est le braquage considéré comme connu et mesuré  $\delta_m$ . Ce modèle sera nommé "Burckhardt" dans cette section.

Les efforts latéraux avant et arrière du véhicule extrait du simulateur Callas sont donnés sur la figure 4.14(a) pour le double changements de voie à 40[km/h] et sur la figure 4.14(b) pour celui à 90[km/h]. Les mesures  $F_{yf}$  et  $F_{yr}$  calculées par le modèle "Burckhardt" sont

également présentées sur ces deux figures. Les mêmes paramètres de modèle pneumatique ( $c_{1f}$ ,  $c_{2f}$ ,  $c_{3f}$ ,  $c_{1r}$ ,  $c_{2r}$  et  $c_{3r}$ ) ont été utilisés pour les deux essais.

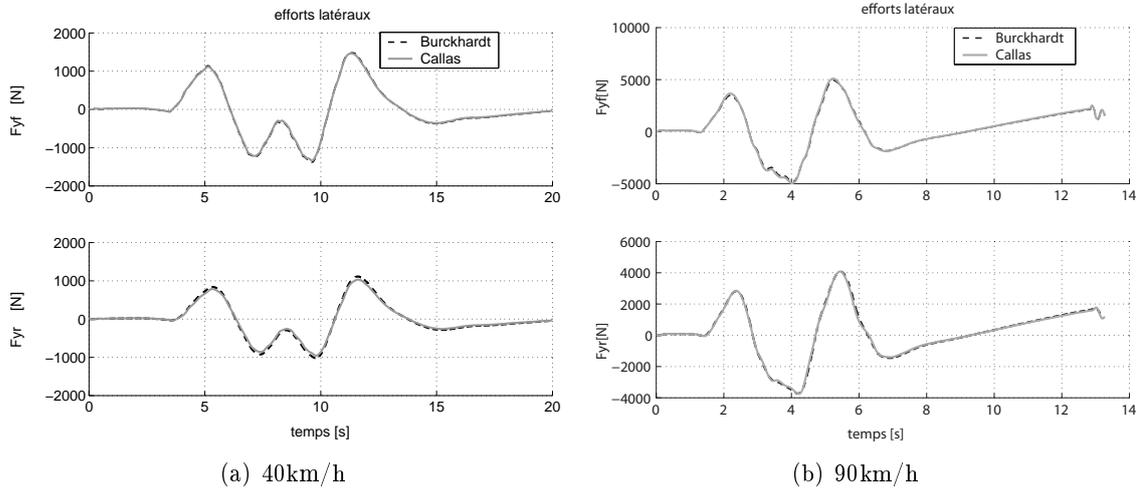
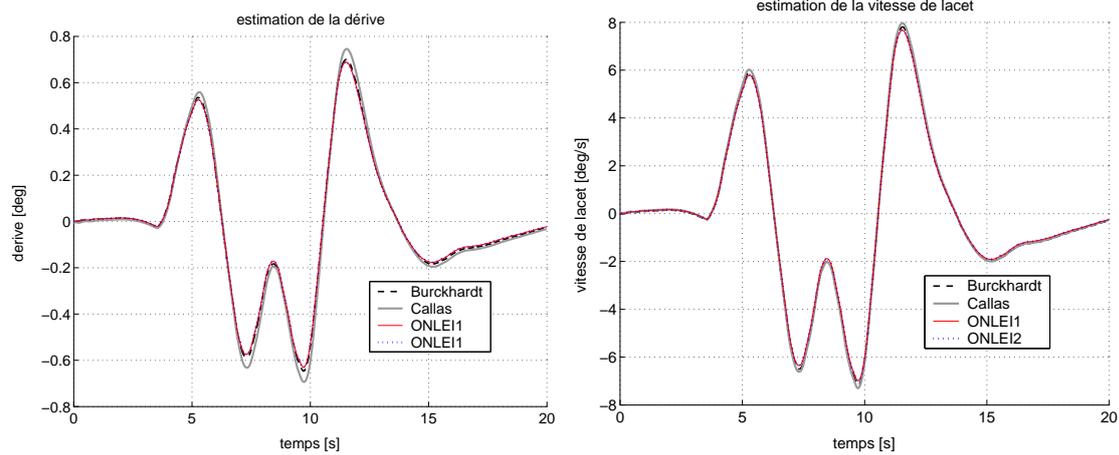


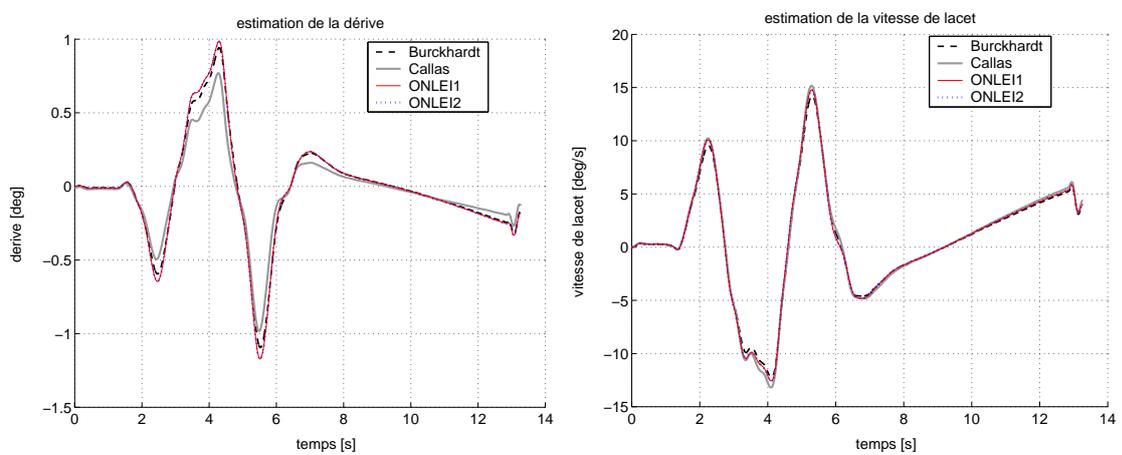
FIGURE 4.14 – Chicanes ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - Modèle (4.26) - Efforts latéraux avant et arrière - Callas et modèle en boucle ouverte

La figure 4.15 présente les estimées de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet (états non mesurés) délivrées par les observateurs de type OENLI1 et OENLI2. Elles sont également comparées aux valeurs issues du modèle Callas servant de référence et au modèle non linéaire ayant servi à leur construction. Les résultats obtenus montrent clairement que les états non mesurés de l'essai à 40[km/h] (figure 4.15(a)) sont correctement estimés par les deux observateurs de type ONLEI1 et ONLEI2. Ils surestiment l'angle de dérive. La vitesse de lacet est bien estimée pour l'essai à 90[km/h] (figure 4.15(b)).

Sur la figure 4.16, l'estimation de l'angle de braquage (l'entrée inconnue) est comparée à la référence calculée par le pilote virtuel de Callas. Pour l'essai à 40[km/h] (figure 4.16(a)) l'angle de braquage est "parfaitement" observé. A 90[km/h] (figure 4.16(b)) les observateurs de type ONLEI1 et ONLEI2 sous-estiment l'angle de braquage à cause de la linéarisation du modèle d'effort pneumatique.



(a) 40km/h



(b) 90km/h

FIGURE 4.15 – Chicane ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - angle de dérive, vitesse de lacet - Callas, modèle non linéaire (4.26) observateurs ONLEI1 (4.33) (2 mesures) et ONLEI2 (4.35) (1 mesure)

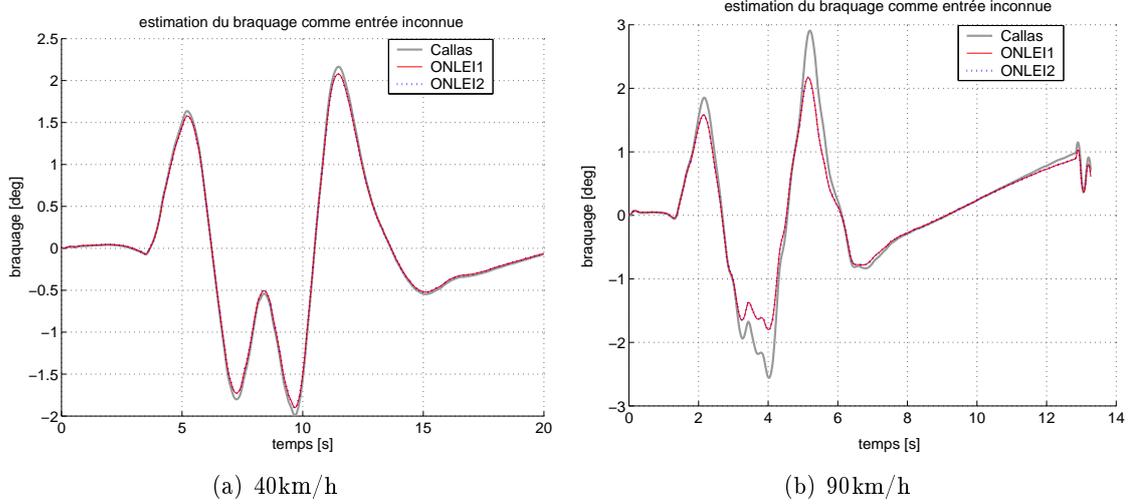


FIGURE 4.16 – Chicanes ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - braquage - Callas, observateurs ONLEI1 (4.33) (2 mesures) et ONLEI2 (4.35) (1 mesure)

### 4.3.3 Mesures indépendantes du braquage

#### 4.3.3.1 Utilisation des deux mesures d'efforts avant et arrière, définition de l'observateur de type ONLEI3

Nous supposons dans cette section que les deux mesures des efforts latéraux avant et arrière sont disponibles. Nous introduisons ici le modèle de type longueur de relaxation présenté à la section 4.2.3.1 qui permet de prendre en compte le temps d'établissement de l'effort latéral. Le modèle d'effort  $\bar{F}_{yf}$  et  $\bar{F}_{yr}$  sont calculés par le modèle non linéaire de Burckhardt. Le système s'écrit alors

$$\begin{cases} \dot{F}_{yf} = \frac{V_G}{\sigma_f} (\bar{F}_{yf} - F_{yf}) & (4.36a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{F}_{yr} = \frac{V_G}{\sigma_r} (\bar{F}_{yr} - F_{yr}) & (4.36b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\beta} = \frac{1}{V_G M_V} (F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} & (4.36c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} (L_f F_{yf} - L_r F_{yr}) & (4.36d) \end{cases}$$

Nous posons l'hypothèse d'un petit angle de braquage et nous réalisons le développement suivant autour de zéro :  $\exp(\cdot) = 1 + (\cdot)$  où  $(\cdot)$  est un nombre réel. Le problème ainsi formulé se trouve sous la forme d'un système non linéaire dont les mesures sont indépendantes des entrées inconnues. Le fait d'avoir les deux mesures d'efforts nous place dans le cadre du système décrit dans l'équation (2.64) où il n'y a pas d'entrée connue.

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} = l(x) + Gf \\ y = Cx = x^1 \end{cases} \quad (4.37)$$

Le vecteur d'état est  $x = \begin{pmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \\ \beta \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ .

La première partie du vecteur d'état est composée de sa partie mesurée

$$y = x^1 = \begin{pmatrix} x_1^1 \\ x_2^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{yf} \\ F_{yr} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$$

Le reste de l'état est composé de l'angle de dérive  $\beta \in \mathbb{R}$  et de la vitesse de lacet,  $\dot{\psi} \in \mathbb{R}$

L'entrée inconnue se résume au braquage  $f = \bar{\delta} \in \mathbb{R}$ .

La fonction d'état est  $l(x) = \begin{pmatrix} l^1(x) \\ l^2(x) \\ l^3(x) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$ ,  $l^1(x) = \begin{pmatrix} l_1^1(x) \\ l_2^1(x) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$ .

Chaque fonction se décrit explicitement par

$$\begin{aligned} l_1^1(x) &= \frac{-V_G F_{yf} + \frac{V_G L_r M_V g (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f})}{\sigma_f L_f + L_r} \arctan\left[\frac{V_G \sin(\beta) + L_f \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}\right]}{\sigma_f} \\ l_2^1(x) &= \frac{-V_G F_{yr} + \frac{V_G \beta_r}{\sigma_r |\beta_r|} (c_{1r} (1 - \exp(-c_{2r}) - \arctan\left[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}\right]))}{\sigma_r} \\ &\quad - c_{3r} - \arctan\left[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}\right] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} \\ l^2(x) &= \frac{1}{M_V V_G} (F_{yf} + F_{yr}) - \dot{\psi} \\ l^3(x) &= \frac{1}{I_{zz}} (L_f F_{yf} - L_r F_{yr}) \end{aligned}$$

La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est

$$G = \begin{pmatrix} G_1^1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{V_G L_r}{\sigma_f L_f + L_r} M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f}) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$$

La matrice d'observation permet d'extraire les deux efforts latéraux

$$C = (I_2 \quad 0_{2 \times 12}) \in \mathbb{R}^{2 \times 4}.$$

En ce qui concerne l'observabilité du système, l'hypothèse **(H1)** de la section 2.4.2 est vérifiée car la matrice  $G^1(u)$  est de rang plein colonnes, le braquage est supposé satisfaire l'hypothèse **(H2)** (la dérivée par rapport au temps de l'entrée inconnue doit être uniformément bornée), il reste à vérifier les hypothèses **(H3)** et **(H4)**.

$$\textbf{(H3)} : \text{ Nous avons } \text{Rang} \left( \frac{\partial l^1(x)}{\partial x^2} \right) = \begin{pmatrix} \frac{\partial F_{yf}}{\partial \beta} \\ \frac{\partial F_{yr}}{\partial \beta} \end{pmatrix} = 1$$

$$\textbf{(H4)} : \text{ le } \text{Rang} \left( \frac{\partial l^1(x)}{\partial x^2} \quad G^1 \right) = 2.$$

Le système est détectable.

On peut donc construire l'observateur de type ONLEI3 décrit par l'équation (2.70) pour

reconstruire l'état et l'entrée inconnue.

$$ONLEI3 \begin{cases} \dot{\hat{x}} &= l(\hat{x}, u) + G(u)\hat{f} + 2\theta_1 D(u)(x_1^1 - \hat{x}_1^1) \\ &\quad + \theta_2 \Lambda^+(x_1^1, \tilde{x}, u) \Delta(\theta_2) K(x_2^1 - \hat{x}_2^1) \\ \dot{\hat{f}} &= \theta_1^2 (G_1^1(u))^+(x_1^1 - \hat{x}_1^1) \end{cases} \quad (4.38)$$

Appliqué à notre modèle, cet observateur s'écrit explicitement

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\hat{F}}_{yf} &= \frac{-V_G \hat{F}_{yf} + V_G L_r M_V g (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f})}{\sigma_f} \arctan \left[ \frac{V_G \sin(\hat{\beta}) + L_f \dot{\hat{\psi}}}{V_G \cos(\hat{\beta})} \right] \\ &\quad + \frac{V_G L_r}{\sigma_f L_f + L_r} M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f}) \hat{\delta} + 2\theta_1 (F_{yf} - \hat{F}_{yf}) \\ \dot{\hat{F}}_{yr} &= \frac{-V_G \hat{F}_{yr} + V_G \frac{\beta_r}{\sigma_r} (c_{1r} (1 - \exp(-c_{2r}) - \arctan \left[ \frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\hat{\psi}}}{V_G \cos(\hat{\beta})} \right] |))}{\sigma_r} \\ &\quad - c_{3r} | - \arctan \left[ \frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\hat{\psi}}}{V_G \cos(\hat{\beta})} \right] \frac{L_f M_V g}{L_f + L_r} + 3\theta_2 (F_{yr} - \hat{F}_{yr}) \\ \dot{\hat{\beta}} &= \frac{1}{M_V V_G} (\hat{F}_{yf} + \hat{F}_{yr}) - \dot{\hat{\psi}} + 3 \frac{(\theta_2)^2}{\frac{\partial \hat{F}_{yr}}{\partial \hat{\beta}}} (F_{yr} - \hat{F}_{yr}) \\ \dot{\hat{\psi}} &= \frac{1}{I_{zz}} (L_f \hat{F}_{yf} - L_r \hat{F}_{yr}) + \frac{(\theta_2)^3}{\frac{\partial \hat{F}_{yr}}{\partial \hat{\beta}} \frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \dot{\hat{\psi}}}} (F_{yr} - \hat{F}_{yr}) \\ \dot{\hat{\delta}} &= \frac{(\theta_1)^2}{\frac{V_G L_r}{\sigma_f L_f + L_r} M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f})} (F_{yf} - \hat{F}_{yf}) \end{aligned} \right. \quad (4.39)$$

où

$$\frac{\partial \hat{F}_{yr}}{\partial \hat{\beta}} = \frac{L_f M_V g (-c_{1r} c_{2r} + c_{3r}) V_G^2 \cos^2(\hat{\beta}) + V_G \sin(\hat{\beta}) (V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\hat{\psi}})}{L_f + L_r V_G^2 \cos^2(\hat{\beta}) + (V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\hat{\psi}})^2}$$

$$\frac{\partial \hat{\beta}}{\partial \dot{\hat{\psi}}} = -1$$

#### 4.3.3.2 Utilisation de la mesure d'effort avant seule, définition de l'observateur de type ONLEI4

Nous supposons dans cette section que seule la mesure de l'effort latéral avant est disponible et que nous voulons estimer l'effort latéral arrière, l'angle de dérive, la vitesse de lacet et l'angle de braquage (entrée inconnue). En utilisant le même principe de synthèse que dans la section précédente 4.3.3.1, nous obtenons le modèle de la dynamique du système sous forme d'un système non linéaire dont les mesures sont indépendantes des entrées inconnues. Le fait de n'utiliser que l'effort latéral avant nous place dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures. Le système qui n'a pas d'entrée connue s'écrit alors (2.64).

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x) + Gf \\ y &= Cx = x^1 \end{cases} \quad (4.40)$$

$x = (F_{yf} \ F_{yr} \ \beta \ \dot{\psi})^T \in \mathbb{R}^4$  est le vecteur d'état,  $f = \bar{\delta} \in \mathbb{R}$  est le vecteur d'entrée inconnue et  $y = F_{yf} \in \mathbb{R}$  est le vecteur de sortie

La fonction d'état s'écrit  $l(x) = (l^1(x) \ l^2(x) \ l^3(x) \ l^4(x))^T \in \mathbb{R}^4$  dont le détail est

$$\begin{aligned} l^1(x) &= \frac{-V_G}{\sigma_f} F_{yf} + \frac{V_G}{\sigma_f} \frac{L_r M_V g (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f})}{L_f + L_r} \arctan\left[\frac{V_G \sin(\beta) + L_f \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}\right] \\ l^2(x) &= \frac{-V_G}{\sigma_r} F_{yr} + \frac{V_G}{\sigma_r} \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r} (1 - \exp(-c_{2r} | - \arctan\left[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}\right]|)) \\ &\quad - c_{3r} | - \arctan\left[\frac{V_G \sin(\beta) - L_r \dot{\psi}}{V_G \cos(\beta)}\right]|) \frac{L_f}{L_f + L_r} M_V g \\ l^3(x) &= (F_{yf} + F_{yr}) / (M_V V_G) - \dot{\psi} \\ l^4(x) &= (L_f F_{yf} - L_r F_{yr}) / I_{zz} \end{aligned}$$

La matrice de commande associée à l'entrée inconnue est

$$G = (G^1 \ G^2 \ G^3 \ G^4)^T = \left( \frac{V_G L_r M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f})}{(L_f + L_r) \sigma_f} \ 0 \ 0 \ 0 \right)^T \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$$

$C = (1 \ 0 \ 0 \ 0) \in \mathbb{R}^{1 \times 4}$  est la matrice d'observation.

Nous supposons que le système vérifie l'hypothèse **(H3)**' de la section (2.4.2.2). L'observateur de type ONLEI4 proposé pour l'observation simultanée de l'effort latéral arrière, de la dérive du véhicule, de la vitesse de lacet (états non mesurés) et de l'angle de braquage (entrée inconnue) à partir de la seule mesure d'effort avant  $F_{yf}$  est donné explicitement par la relation suivante :

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{F}_{yf} &= \frac{-V_G}{\sigma_f} \hat{F}_{yf} + \frac{V_G}{\sigma_f} \frac{L_r}{L_f + L_r} M_V g (-c_{1f} c_{2f} + c_{3f}) \arctan\left[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) + L_f \dot{\hat{\psi}}}{V_G \cos(\hat{\beta})}\right] \\ &\quad + \frac{V_G}{\sigma_f} \frac{L_r}{L_f + L_r} M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f}) \hat{\delta} + 2\theta (F_{yf} - \hat{F}_{yf}) \\ \dot{F}_{yr} &= \frac{-V_G}{\sigma_r} \hat{F}_{yr} + \frac{V_G}{\sigma_r} \frac{\beta_r}{|\beta_r|} (c_{1r} (1 - \exp(-c_{2r} | - \arctan\left[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\hat{\psi}}}{V_G \cos(\hat{\beta})}\right]|)) \\ &\quad - c_{3r} | - \arctan\left[\frac{V_G \sin(\hat{\beta}) - L_r \dot{\hat{\psi}}}{V_G \cos(\hat{\beta})}\right]|) \frac{L_f}{L_f + L_r} M_V g \\ \dot{\hat{\beta}} &= \frac{1}{M_V V_G} (\hat{F}_{yf} + \hat{F}_{yr}) - \dot{\hat{\psi}} \\ \ddot{\hat{\psi}} &= \frac{1}{I_{zz}} (L_f \hat{F}_{yf} - L_r \hat{F}_{yr}) \\ \dot{\hat{\delta}} &= \frac{\theta^2}{\frac{V_G}{\sigma_f} \frac{L_r}{L_f + L_r} M_V g (c_{1f} c_{2f} - c_{3f})} (F_{yf} - \hat{F}_{yf}) \end{aligned} \right. \quad (4.41)$$

### 4.3.3.3 Validation du modèle et évaluation qualitative des deux observateurs

Les résultats des observateurs de type ONLEI3 (4.39) et ONLEI4 (4.41) sont comparés avec le modèle en boucle ouverte (bicyclette non linéaire de Burckhardt), dont l'entrée est le braquage considéré comme connu et mesuré  $\delta_m$ . Ce modèle sera nommé "Burckhardt" dans la suite de cette section.

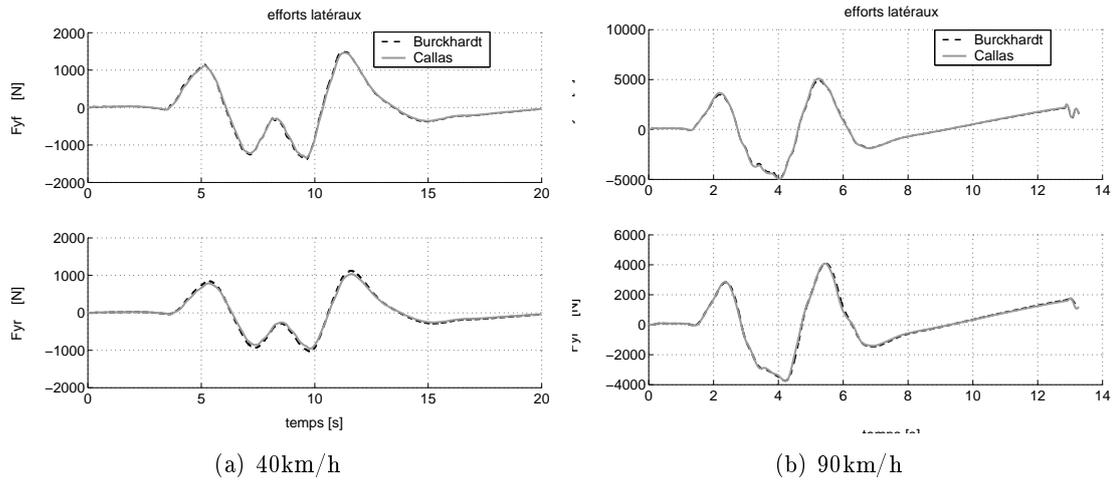


FIGURE 4.17 – Chicanes ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - Modèle (4.36) - Efforts latéraux avant et arrière - Callas et modèle en boucle ouverte

Les efforts latéraux avant et arrière du véhicule (modèle bicyclette) sont donnés par la figure 4.17(a) pour le franchissement de chicane à 40[km/h] et 4.17(b) pour 90[km/h]. Elles indiquent les données extraites du simulateur Callas ainsi que les efforts internes au modèle utilisant la dynamique de relaxation. Le même paramétrage des efforts latéraux a été utilisé pour les deux essais. L'estimation de l'entrée inconnue est comparée à la référence calculée

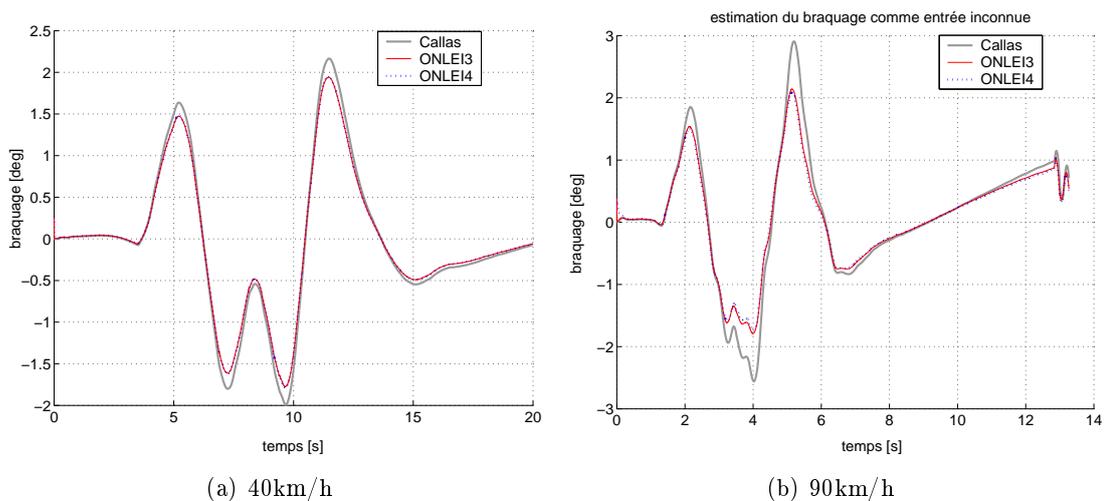
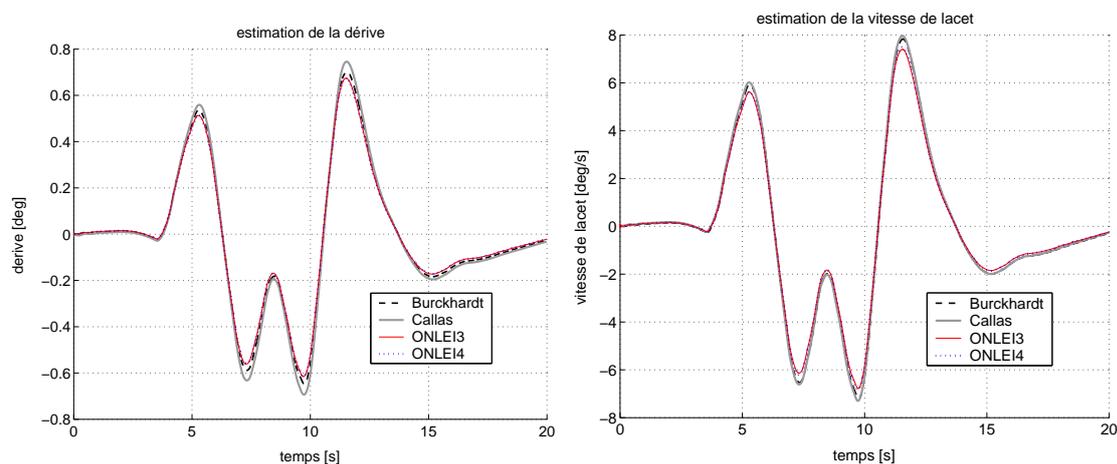


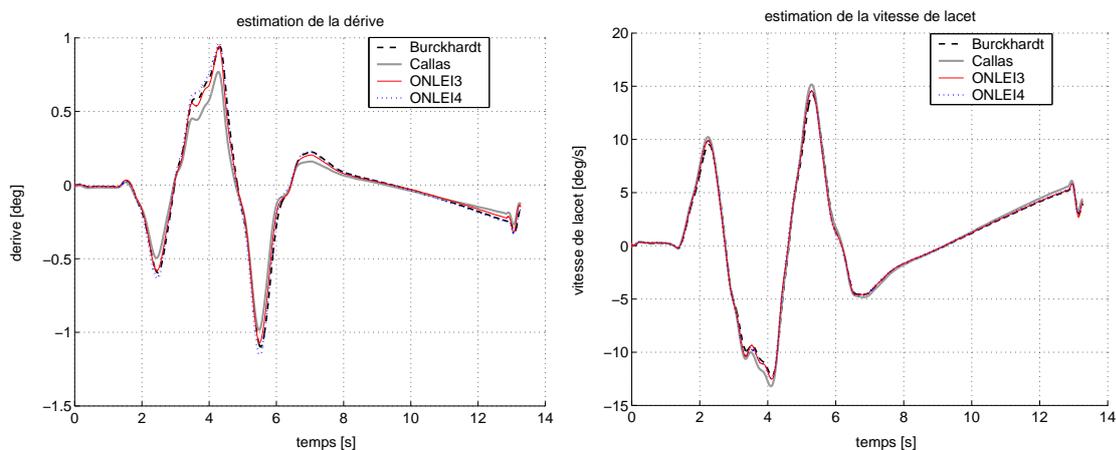
FIGURE 4.18 – Chicanes ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - braquage - Callas, observateurs ONLEI3 (4.39) (2 mesures) et ONLEI4 (4.41) (1 mesure)

par le pilote virtuel du simulateur est visible sur la figure 4.18.

Les estimées de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet (états non mesurés) délivrés par les observateurs de type ONLEI3 et ONLEI4 sont comparées aux valeurs issues du modèle Callas servant de référence et au modèle en boucle ouverte (modèle de Burckhardt) sont présentée sur la figure 4.19.



(a) 40km/h



(b) 90km/h

FIGURE 4.19 – Chicanes ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - angle de dérive, vitesse de lacet - Callas, modèle non linéaire (4.36), observateurs ONLEI3 (4.39) (2 mesures) et ONLEI4 (4.41) (1 mesure)

Les résultats obtenus montrent des performances correctes quant à l'observation de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet ainsi que pour l'entrée inconnue pour le franchissement de la chicane à 40[km/h].

Pour une vitesse de franchissement à 90[km/h] (figure 4.19(b) et 4.18(b)), la dérive reconstruite a tendance à être surestimée par le modèle. Ces surestimations sont amplifiées par l'observateur. En revanche les performances sur la vitesse de lacet sont améliorées. La reconstruction du braquage comme entrée inconnue est sous-estimée.

#### 4.3.4 Analyse des erreurs d'observation

Les erreurs d'observations de l'angle de dérive, de la vitesse de lacet et du braquage pour les double changements de voie à 40 et 90[km/h] sont présentées sur la figure 4.20.

Les erreurs d'estimations de l'angle de dérive et de la vitesse de lacet (états non mesurés) délivrées par les quatre observateurs pour le franchissement à 40[km/h] sont faibles.

L'erreur maximale commise sur l'estimation de la dérive est de 0.06[deg] pour les observateurs de type ONLEI1 et ONLEI2. L'utilisation du modèle de relaxation pour les observateurs de type ONLEI3 et ONLEI4 provoque une erreur maximale d'estimation de 0.08[deg] à l'instant  $t = 11.75[s]$ .

L'erreur maximale d'estimation de la vitesse de lacet est de l'ordre de 0.31[deg/s] pour les observateurs ONLEI1 et ONLEI2 à  $t = 11.57[s]$ . L'erreur maximale est de 0.57[deg/s] pour l'observateur de type ONLEI3 et 0.49[deg/s] pour ONLEI4.

En ce qui concerne l'entrée inconnue, une erreur maximale de 0.22[deg] est obtenue par les observateurs de type ONLEI3, ONLEI4. Les observateurs ONLEI1 et ONLEI2 commettent une erreur maximale de 0.08[deg] à  $t = 11.57[s]$ .

Ceci nous permet de conclure que dans les conditions d'essai utilisées, nous obtenons de meilleures estimations avec les observateurs de type ONLEI1 et ONLEI2, c'est-à-dire les observateurs n'utilisant pas le modèle de longueur de relaxation.

Pour le franchissement à 90[km/h], l'erreur maximale d'estimation de la dérive ( $\beta$ ) est de 0.25[deg] à  $t = 5.7[s]$  pour les deux observateurs de type ONLEI1 et ONLEI2. Au même instant, l'observateur de type ONLEI3 commet une erreur de 0.18[deg] et ONLEI4 0.22[deg].

L'erreur maximale d'observation de la vitesse de lacet ( $\dot{\psi}$ ) est de l'ordre de 0.86[deg/s] pour les observateurs ONLEI1 et ONLEI2. Pour les observateurs de type ONLEI3, ONLEI4, l'erreur maximale est de 0.49[deg/s] à  $t = 6.83[s]$ .

En ce qui concerne l'angle de braquage ( $\delta$ ), l'erreur maximale d'estimation est de 0.81[deg] à  $t = 5.27[s]$  pour les quatre observateurs de type ONLEI1, ONLEI2, ONLEI3 et ONLEI4.

	ONLEI1	ONLEI2	ONLEI3	ONLEI3
<i>Vitesse</i>	[deg]	[deg]	[deg]	[deg]
40[km/h]	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01
90[km/h]	0.01	-0.01	0.01	0.01

TABLE 4.2 – Chicanes ISO - 40[km/h] et 90[km/h] - erreur moyenne commise sur l'estimation du braquage comme entrée inconnue - observateurs ONLEI1 (4.33) (2 mesures), ONLEI2 (4.35) (1 mesure) ONLEI3 (4.39) (2 mesures et relaxation), ONLEI4 (4.41) (1 mesure et relaxation)

Le tableau 4.2 donne la moyenne des erreurs d'estimation sur l'entrée inconnue pour les deux vitesses de franchissement d'obstacle et les quatre types d'observateurs. Nous observons que ces erreurs moyennes sont faibles ( $\pm 0.01$  pour les deux vitesses de franchissement

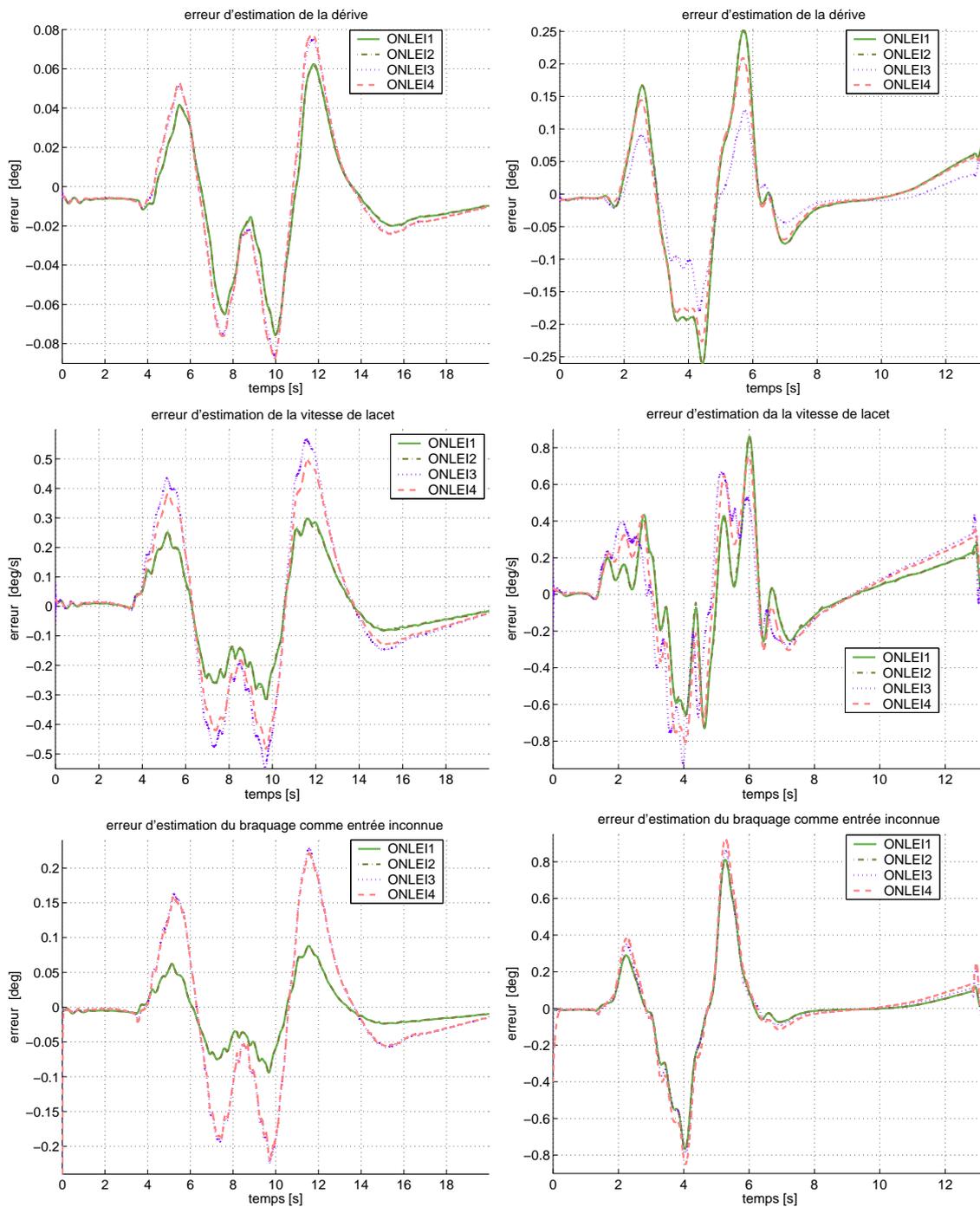


FIGURE 4.20 – Chicane ISO - à gauche 40[km/h] et à droite 90[km/h] - Observateurs ONLEI1 (4.33) (2 mesures), ONLEI2 (4.35) (1 mesure) ONLEI3 (4.39) (2 mesures et relaxation), ONLEI4 (4.41) (1 mesure et relaxation) - erreurs d'observation dérive, vitesse de lacet et braquage

étudiées).

A la vue de l'ensemble de ces résultats, nous pouvons conclure que les observateurs ONLEI1 et ONLEI2 présentent les meilleures performances dans la reconstruction de l'état de la dynamique latérale et du braquage considéré comme une entrée inconnue.

Pour conclure sur la comparaison entre les différents observateurs non linéaires, la meilleure performance de l'observation du braquage comme entrée inconnue est obtenue avec l'observateur de type ONLEI2 qui utilise uniquement la mesure de l'effort avant si on utilise le critère de la plus faible des moyennes d'erreur d'estimation.

#### 4.3.5 Robustesse des observateurs non linéaires

Afin d'évaluer la robustesse des observateurs proposés, nous allons réaliser des variations paramétriques des modèles sous-jacents aux observateurs. Pour ce faire, nous faisons varier un à un les paramètres de masse, de vitesse du centre de gravité, de demi-empattement avant, de demi-empattement arrière, d'inertie de lacet et des coefficients  $c_{1f}$ ,  $c_{2f}$ ,  $c_{3f}$ ,  $c_{1r}$ ,  $c_{2r}$ ,  $c_{3r}$ . Chaque paramètre est positionné un à un à 80 puis à 120[%] de la valeur nominale identifiée. Nous calculons ensuite la moyenne des erreurs d'estimations sur chacune des variables reconstruite par l'observateur.

A titre d'illustration, le tableau suivant 4.3 indique les erreurs moyennes commises sur la reconstruction de braquage pour le paramètres de masse et de vitesse lors du franchissement de la chicane à 90[km/h].

On peut alors conclure que selon le critère de l'erreur moyenne sur le parcours, les quatre observateurs sont robustes aux variations des paramètres du système (annexe B.2).

Afin d'évaluer le comportement des observateurs aux bruits de capteurs, nous les avons testés en ajoutant un bruit additionnel de type gaussien centré de variance  $0.5[N^2]$  sur les mesures d'effort avant et arrière.

La figure 4.21 illustre la réponse de l'observateur de type ONLEI4 à ces bruits (le bruits le plus remarquable des quatre observateurs). On peut alors constater que l'observateur ne diverge pas et que son comportement est proche de celui sans les bruits de mesure.

variation du paramètre $M_V$	ONLEI1	ONLEI2	ONLEI3	ONLEI4	erreur moyenne sur le braquage [deg]
80%	-0.02	-0.02	-0.01	-0.01	
120%	0.02	-0.00	0.03	0.02	
variation du paramètre $V_G$	ONLEI1	ONLEI2	ONLEI3	ONLEI4	erreur moyenne sur le braquage [deg]
80%	0.06	0.00	0.01	0.07	
120%	0.06	0.00	0.01	0.07	

TABLE 4.3 – Chicane ISO - 90[km/h] - Erreur moyenne commise sur l'intégralité du parcours par les quatre observateurs non linéaires sur l'estimation du braquage en degrés. Paramètre masse totale du véhicule positionné à 80 et 120[%] de la valeur nominale et paramètre vitesse du centre de gravité

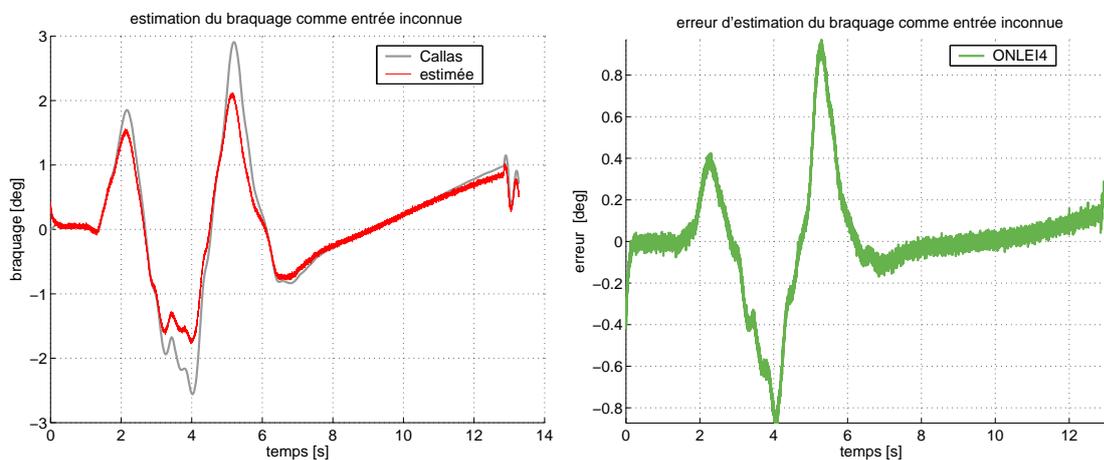


FIGURE 4.21 – Chicane ISO - 90[km/h] - erreur commise sur l'estimation du braquage comme entrée inconnue - Callas et observateur ONLEI4 (4.41) (1 mesure et relaxation) - Comportement pour un bruit gaussien additionnel de variance  $0.5[N^2]$

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre a présenté des observateurs à entrées inconnues dans l'objectif de reconstruire la consigne de braquage d'un véhicule à partir de mesures d'efforts dans un objectif de redondance avec un capteur de braquage existant ou dans un objectif de remplacer les capteurs existants dans les véhicules actuels pour redéfinir l'approche des systèmes d'aide à la conduite.

Les observateurs proposés sont basés sur un modèle de véhicule plan sur plan qui suppose une répartition des masses symétriques. Dans un premier temps nous avons regardé la conception des observateurs lorsque le modèle d'effort latéral était linéaire en la dérive. Dans un second temps, nous avons inséré un modèle non linéaire de pneumatique dans les équations de la dynamique du véhicule.

Les différents observateurs ont été conçus avec différents ensemble de capteurs. Nous avons regardé les cas où les mesures d'effort avant et arrière sont disponibles mais également le cas où seule la mesure d'effort avant serait disponible. Finalement, par l'ajout de la dynamique d'établissement de l'effort latéral, nous pouvons modifier la structure du modèle et faire "disparaître" l'entrée inconnue des équations d'observation.

Les observateurs ont été testés sur un test représentatif de la dynamique latérale, le franchissement de chicane. Cet obstacle a été parcouru aux vitesses de 40 puis 90[ $km/h$ ] afin d'obtenir des niveaux de sollicitations différents.

L'analyse des résultats montre que les observateurs permettent une reconstruction correcte de l'état (dérive et vitesse de lacet) mais également de l'angle de braquage appliqué au véhicule.

L'analyse des erreurs des observations obtenus par les observateurs linéaires et non linéaires sont faibles et la meilleure précision de l'observation du braquage est obtenu avec l'observateur de type OEI3. C'est-à-dire l'utilisation d'un modèle linéaire intégrant la dynamique d'établissement de l'effort et utilisant uniquement la mesure de l'effort latéral avant.

Ces performances sont toutefois à relativiser. En effet, le fonctionnement des observateurs à entrées inconnues présentés est fortement dépendant du modèle utilisé, de la qualité de son paramétrage et du niveau de perturbations présent sur les mesures.

# Estimation des couples résultants appliqués aux roues

---

## Sommaire

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>129</b>
<b>5.2</b>	<b>Modèle de dynamique longitudinale et de tangage</b>	<b>130</b>
5.2.1	Modélisation de la dynamique du véhicule	130
5.2.2	Définition de l'observateur	133
5.2.3	Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur	134
5.2.3.1	Calibrage du modèle pneumatique	134
5.2.3.2	Conditions de simulation	135
5.2.3.3	Validation du modèle	135
5.2.3.4	Évaluation qualitative de l'observateur	136
5.2.4	Limitation de la méthode pour les essais d'accélération	138
5.2.5	Robustesse de l'observateur	140
<b>5.3</b>	<b>Modèle plan sur plan complet du véhicule</b>	<b>141</b>
5.3.1	Modélisation de la dynamique du véhicule	142
5.3.2	Définition de l'observateur	145
5.3.3	Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur	146
5.3.3.1	Calibrage du coefficient de frottement	146
5.3.3.2	Évaluation dans le cas de dynamique longitudinale	147
5.3.3.3	Évaluation dans le cas de dynamique latérale	150
5.3.3.4	Évaluation dans le cas de dynamique couplée	152
5.3.4	Limitation de l'observateur	157
5.3.5	Robustesse de l'observateur	158
<b>5.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>159</b>

---



## 5.1 Introduction

Pour la définition de systèmes automatisés d'aide à la conduite et de sécurité active à base de modèle, il est important de connaître l'état du véhicule mais également les causes de son mouvement. On limite généralement ces causes aux efforts d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée. Or ces efforts sont créés par l'application de couple moteur au centre roue ou par un moment dû par les forces de frottement du système de freinage.

Ces moments et ces couples sont généralement supposés comme connus et mesurés dans les études relatives à l'estimation des efforts et/ou du coefficient de frottement de l'ensemble pneumatique/chaussée. Il se trouve qu'ils sont en fait estimés à partir de modèles calibrés utilisés en boucle ouverte. A titre d'illustration, le couple moteur peut être évalué à partir d'une cartographie du moteur et de sa vitesse de rotation mesurée [Pfiffner *et al.* 2003]. De la même façon, les moments dus aux efforts de freinage peuvent être déduits de la pression au maître cylindre, de la fonction de distribution électronique de freinage et d'un modèle de frottement de plaquettes sur les disques de frein.

Dans ce chapitre, nous aborderons le problème en considérant les couples moteurs et freineurs comme des entrées inconnues appliquées au véhicule. En se plaçant du point de vue du concepteur de système d'aide à la conduite, les estimations de ces entrées inconnues peuvent être utilisées comme des entrées connues de leur propre système. Il est également envisageable de robustifier et/ou de diagnostiquer les méthodes utilisées actuellement pour l'estimation de ces couples. Du point de vue du roulement cherchant à construire un roulement capteur d'effort à bas coût, la technique présentée dans ce chapitre est une piste de réflexion afin de reconstruire la seule composante du torseur d'effort non mesurable directement par un roulement instrumenté.

Au delà de la reconstruction des entrées inconnues, nous montrerons dans ce chapitre, le potentiel de la technique étudiée dans la reconstruction des efforts mais également de l'état du véhicule lorsque le modèle servant à la construction de l'observateur est correctement calibré.

Lors de la modélisation des efforts d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée, une des variables essentielles est la charge appliquée à la roue. Dans ce chapitre, nous considérerons deux cas d'étude. Dans un premier temps, on supposera que les charges appliquées sur les roues sont estimées à partir d'approximations quasi-statiques et des variables d'état estimées. Dans un second temps, nous considérerons des efforts verticaux comme des entrées connues déduites par exemple de l'instrumentation de suspensions actuelles de véhicules haut de gamme ou encore issues d'un roulement capteur d'effort.

Dans ce chapitre, nous étudierons deux cas d'étude. Le premier étudiera un modèle de véhicule dédié à la modélisation de la dynamique longitudinale du véhicule incluant également la dynamique de tangage. Le second évaluera un modèle de véhicule plan sur plan intégrant les dynamiques longitudinales et transversales. Pour les deux modèles étudiés, les sorties mesurées seront les vitesses de rotation des roues. Les modèles de véhicules étant non-linéaires et le nombre de mesures étant égal au nombre d'entrées inconnues, nous appliquerons un observateur non linéaire à grand gain de type ONLEI4 tel que décrit à la section 2.4.2.

Pour la validation du modèle et de l'observateur dédiés à la dynamique longitudinale

pure, nous utiliserons un cas de freinage correspondant à une conduite normale du véhicule. Nous évaluerons alors qualitativement les performances de l'observateur en comparant l'estimation d'état qu'il délivre aux variables extraites du simulateur Callas et aux données du modèle dont nous aurons calibré les paramètres et auquel nous appliquerons les couples supposés connus. La validation du modèle et de l'observateur plan sur plan couplé sera réalisée en utilisant les mêmes éléments de comparaison. Toutefois, nous procéderons à une validation en trois temps. Nous commencerons par l'analyse des résultats en dynamique longitudinale, commençant par une phase de freinage et se terminant par une phase d'accélération. Nous regarderons ensuite les performances du modèle et de l'observateur lors d'un franchissement de chicane. Finalement la dernière validation sera effectuée en utilisant un essai de freinage en courbe permettant de solliciter le modèle dans les deux directions.

## 5.2 Modèle de dynamique longitudinale et de tangage

Le modèle utilisé dans cette section permet de décrire le mouvement d'un véhicule à quatre roues sur un sol horizontal selon l'axe longitudinal. La dynamique de tangage est également modélisée. Les différentes variables sont présentées sur la figure 5.1. Ce type de modèle est particulièrement adapté pour la représentation du véhicule dans des conditions de freinage et d'accélération purement longitudinales.

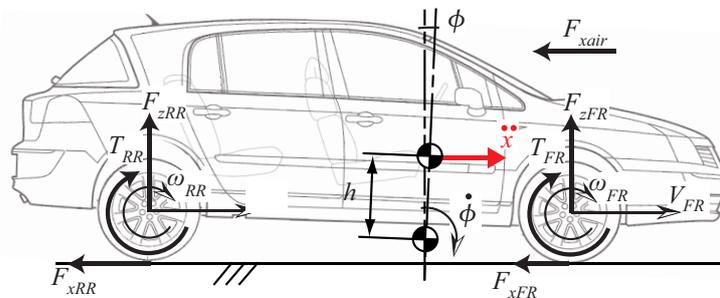


FIGURE 5.1 – Variables du modèle à quatre roues et de dynamique de tangage sur sol horizontal. Seules les variables du côté droit sont représentées

### 5.2.1 Modélisation de la dynamique du véhicule

Afin de reconstruire les dynamiques longitudinales et de tangage du véhicule, nous utiliserons ici le modèle (1.17). En utilisant les hypothèses de dynamique longitudinale, de petit

angle de tangage. Ce modèle est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{FL} = (-R_{lFL} \cdot F_{xFL} + T_{FL}) / I_{wFL} & (5.1a) \\ \dot{\omega}_{FR} = (-R_{lFR} \cdot F_{xFR} + T_{FR}) / I_{wFR} & (5.1b) \\ \dot{\omega}_{RL} = (-R_{lRL} \cdot F_{xRL} + T_{RL}) / I_{wRL} & (5.1c) \\ \dot{\omega}_{RR} = (-R_{lRR} \cdot F_{xRR} + T_{RR}) / I_{wRR} & (5.1d) \\ \dot{V}_x = (F_{xFL} + F_{xFR} + F_{xRL} + F_{xRR} + F_{xair} + m_s h \ddot{\phi}) / M_V & (5.1e) \\ \ddot{\phi} = (m_s h \dot{V}_x + (m_s h g - K_\phi) \phi - C_\phi \dot{\phi}) / I_{yy} & (5.1f) \end{cases}$$

Les couples  $T_{ij}$  que nous appellerons couples résultants, représenteront la résultante entre le couple moteur transmis sur la roue et le moment freineur appliqué par le système de freinage.

L'effort aérodynamique longitudinal ( $F_{xair}$ ) est proportionnel au carré de la vitesse longitudinale ( $V_x$ ) :

$$F_{xair} = -\frac{1}{2} c_x air_x \rho V_x^2 \quad (5.2)$$

$c_x$  est le coefficient aérodynamique longitudinal,  $air_x$  définit l'aire de la surface de référence frontale du véhicule,  $\rho$  représente la masse volumique de l'air.

Afin de décrire l'équation de rotation de la roue, le rayon sous charge ( $R_{lij}$ ) représentant la distance entre le centre roue et le point de contact du sol est utilisé pour calculer le moment produit par l'effort au pied de roue. Ce rayon, représenté sur la figure 5.2 peut être estimé par l'équation (5.3) en modélisant l'écrasement du pneumatique comme celui d'un ressort.

$$R_{lij} \simeq R_{0ij} - \frac{F_{zij}}{k_{zij}} \quad (5.3)$$

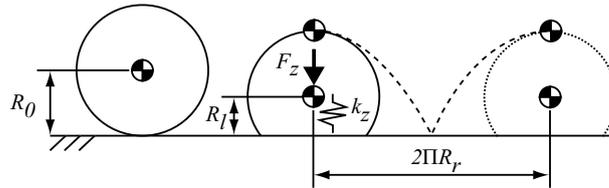


FIGURE 5.2 – Roues et rayons des pneumatiques : rayon nominal, rayon sous charge et rayon de roulement

L'effort longitudinal ( $F_x$ ) peut être défini en fonction du taux de glissement longitudinal ( $g_{lij}$ ) qui représente la différence de vitesse normalisée entre la vitesse du centre roue ( $V_x$ ) et la vitesse d'un point situé à la périphérie d'une roue ayant comme rayon le rayon de roulement ( $R_r$ ).

$$g_{lij} = \frac{V_x - \omega_i \cdot R_{rij}}{\max(V_x, \omega_{rij} \cdot R_{rij})} \quad (5.4)$$

La figure 5.2 illustre la définition du rayon de roulement dont une estimation a été définie dans [Ellis 1994] :

$$R_{rij} \simeq R_{0ij} - 0.28 \frac{F_{zij}}{k_{zij}} \quad (5.5)$$

Les efforts longitudinaux d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée seront décrits en utilisant le modèle simplifié de Burckhardt [Burckhardt & Reimpell 1993] que nous limiterons au cas longitudinal pur. Selon ce modèle, l'effort est calculé à partir d'un coefficient de frottement décrit par l'expression suivante :

$$\mu_{ij}(g_{lij}) = c_{1ij} (1 - \exp(-c_{2ij}g_{lij})) - c_{3ij}g_{lij} \quad (5.6)$$

Les trois paramètres  $c_{1ij}$ ,  $c_{2ij}$  et  $c_{3ij}$  permettent de décrire le revêtement de la chaussée ainsi que l'usure du pneumatique. L'effort longitudinal est ensuite calculé en appliquant un coefficient de proportionnalité représenté par la charge appliquée à la roue.

$$F_{xij} = \mu_{ij}(g_{lij}) \cdot F_{zij} \quad (5.7)$$

Les efforts verticaux utilisés ici seront estimés à partir d'une approximation des efforts quasi statiques (1.4.2.3) évaluées à partir de l'expression de la variation de la vitesse longitudinale (5.1e) :

$$\begin{cases} F_{zFL} &= M_{FL}g - \frac{M_{VzG}}{2L} \dot{V}_x \\ F_{zFR} &= M_{FR}g - \frac{M_{VzG}}{2L} \dot{V}_x \\ F_{zRL} &= M_{RL}g + \frac{M_{VzG}}{2L} \dot{V}_x \\ F_{zRR} &= M_{RR}g + \frac{M_{VzG}}{2L} \dot{V}_x \end{cases} \quad (5.8)$$

### 5.2.2 Définition de l'observateur

En supposant que les vitesses de rotation des roues sont disponibles à la mesure, le modèle précédent (5.1) peut être mis sous la forme d'un système non linéaire dont les mesures sont indépendantes des entrées inconnues. En utilisant les mesures de vitesse de rotation des quatre roues, nous nous retrouvons dans les conditions où le nombre d'entrées inconnues est égale au nombre de mesures. De plus, nous aurons une partie de l'état qui sera mesuré.

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x) + Gf \\ y &= Cx = x^1 \end{cases} \quad (5.9)$$

Dans ces conditions, le vecteur d'état peut être construit de la façon suivante :

$$x = (x^1 \ x^2 \ x^3 \ x^4)^T \in \mathbb{R}^7$$

$x^1 = (\omega_{FL} \ \omega_{FR} \ \omega_{RL} \ \omega_{RR})^T \in \mathbb{R}^4$  est constitué des quatre vitesses de rotation des roues et est la partie mesurée de l'état.

$(x^2 \ x^3 \ x^4)^T = (V_x \ \dot{\phi} \ \phi)^T \in \mathbb{R}^3$  est la partie non mesurée de l'état, composée de la vitesse longitudinale, de la vitesse et de l'angle de tangage.

Le vecteur des entrées inconnues est composé à partir des différents couples résultants  $f = (T_{FL}, T_{FR}, T_{RL}, T_{RR})^T \in \mathbb{R}^4$

$y = x^1 = (\omega_{FL} \ \omega_{FR} \ \omega_{RL} \ \omega_{RR})^T \in \mathbb{R}^4$  est le vecteur des sorties mesurées.

À partir de cette représentation d'état, il est possible d'appliquer un observateur non linéaire à grand gain de type ONLEI4 (2.72) pour estimer simultanément l'état et les entrées inconnues. Cet observateur est donné explicitement par l'équation suivante :

$$\text{ONLEI4} \left\{ \begin{array}{l}
\dot{\hat{\omega}}_{FL} = [-R_{lFL} \cdot \hat{\mu}_{FL} (\hat{g}_{lFL}) \cdot F_{zFL} + \hat{T}_{FL}] / I_{wFL} + 2\theta (\omega_{FR} - \hat{\omega}_{FR}) \\
\dot{\hat{\omega}}_{FR} = [-R_{lFR} \cdot \hat{\mu}_{FR} (\hat{g}_{lFR}) \cdot F_{zFR} + \hat{T}_{FR}] / I_{wFR} + 2\theta (\omega_{FL} - \hat{\omega}_{FL}) \\
\dot{\hat{\omega}}_{RL} = [-R_{lRL} \cdot \hat{\mu}_{RL} (\hat{g}_{lRL}) \cdot F_{zRL} + \hat{T}_{RL}] / I_{wRL} + 2\theta (\omega_{RL} - \hat{\omega}_{RL}) \\
\dot{\hat{\omega}}_{RR} = [-R_{lRR} \cdot \hat{\mu}_{RR} (\hat{g}_{lRR}) \cdot F_{zRR} + \hat{T}_{RR}] / I_{wRR} + 2\theta (\omega_{RR} - \hat{\omega}_{RR}) \\
\dot{\hat{V}}_x = [\hat{\mu}_{FL} (\hat{g}_{lFL}) \cdot F_{zFL} + \hat{\mu}_{FR} (\hat{g}_{lFR}) \cdot F_{zFR} + \hat{\mu}_{RL} (\hat{g}_{lRL}) \cdot F_{zRL} \\
+ \hat{\mu}_{RR} (\hat{g}_{lRR}) \cdot F_{zRR} - \frac{1}{2} c_x \text{air}_x \rho \hat{V}_x^2 + m_s h \ddot{\hat{\phi}}] / M_V \\
\ddot{\hat{\phi}} = [m_s h \dot{\hat{V}}_x + (m_s h g - K_\phi) \hat{\phi} - C_\phi \dot{\hat{\phi}}] / I_{yy} \\
\dot{\hat{\phi}} = \dot{\hat{\phi}} \\
\dot{\hat{T}}_{FL} = \theta^2 I_{wFL} (\omega_{FL} - \hat{\omega}_{FL}) \\
\dot{\hat{T}}_{FR} = \theta^2 I_{wFR} (\omega_{FR} - \hat{\omega}_{FR}) \\
\dot{\hat{T}}_{RL} = \theta^2 I_{wRL} (\omega_{RL} - \hat{\omega}_{RL}) \\
\dot{\hat{T}}_{RR} = \theta^2 I_{wRR} (\omega_{RR} - \hat{\omega}_{RR})
\end{array} \right. \quad (5.10)$$

### 5.2.3 Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur

#### 5.2.3.1 Calibrage du modèle pneumatique

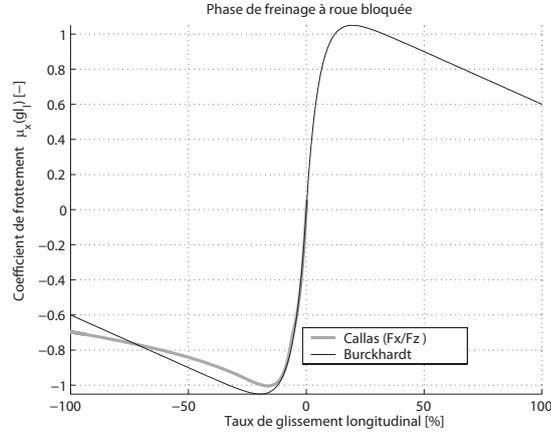


FIGURE 5.3 – Coefficient de frottement d'un modèle longitudinal du contact pneumatique/chaussée obtenu par le modèle Burckhardt en comparaison avec un essai de freinage extrait du logiciel Callas

La figure 5.3 représente en trait fin, le résultat du calibrage des coefficients du modèle Burckhardt pour toute la plage de glissement longitudinal. En trait épais est représenté le coefficient de frottement équivalent utilisé dans le simulateur Callas. Le simulateur utilisant un modèle de Pacejka, le coefficient de frottement utilisé est calculé comme le rapport entre l'effort longitudinal et l'effort appliqué à la roue. Du fait de la difficulté de la simulation du patinage, seule la phase de freinage a été identifiée.

On peut constater sur cette figure que le modèle de Burckhardt reprend bien les grandes tendances des phénomènes à modéliser.

### 5.2.3.2 Conditions de simulation

Afin de valider le modèle et d'évaluer les performances de l'observateur proposé, nous utiliserons une condition de freinage frontal. Pour ce faire, le pilote virtuel est chargé d'appliquer un effort constant sur la pédale de frein. Dans les simulations présentées ici, nous donnerons une consigne d'effort de  $20[daN]$  (figure 5.4 et annexe A.5). Cet effort correspond à une condition de freinage normal.

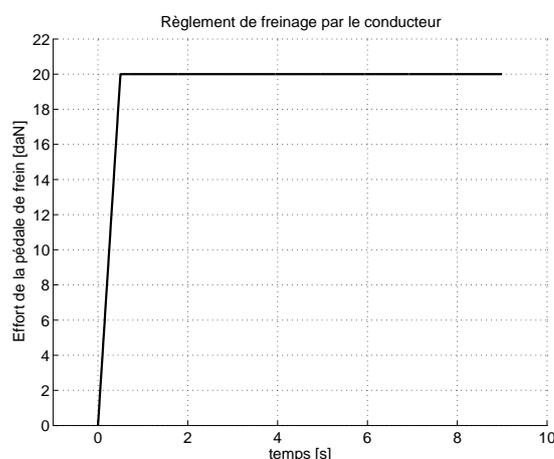


FIGURE 5.4 – Effort appliqué sur la pédale de frein par le conducteur. Début du freinage à  $temps = 0[s]$

Le véhicule est initialisé avec une vitesse longitudinale de  $130[km/h]$ , la phase de freinage commence à  $temps = 0[s]$ . Il faut environ 9.5 secondes au véhicule pour s'arrêter. Du fait de la sensibilité numérique de la modélisation à faible vitesse, la simulation présentée est arrêtée lorsque le véhicule atteint  $10[km/h]$ .

### 5.2.3.3 Validation du modèle

Le calibrage et la validation du modèle en vue d'établir l'observateur des entrées inconnues sont réalisés en appliquant toutes les entrées considérées comme connues. Les couples résultants  $T_{ij}$  sont extraits de la base de données de Callas. Le modèle (5.1) ainsi utilisé en boucle ouverte sera noté "BO" dans la suite de cette section. Pour l'ensemble des variables d'état et des mesures construites par le modèle, la référence Callas sera indiquée par "ref" dans les différentes illustrations.

L'essai étant dans des conditions de freinage frontal pur, nous nous sommes limités à la présentation des variables avant gauche et arrière droite.

Sur le haut de la figure 5.5 sont affichées les vitesses de rotation des roues qui serviront ultérieurement de mesures à l'observateur à entrées inconnues. La partie inférieure de la

figure représente en pointillés trait épais, l'erreur commise sur la vitesse de rotation de la roue avant gauche. En trait fin, c'est celle de la roue arrière droite qui est représentée.

On peut tout d'abord constater que la reconstruction des ces variables est correcte dans la mesure où une erreur inférieure à  $1[km/h]$  est commise pendant toute la durée du freinage. Le pic d'erreur constaté juste avant  $t = 4[s]$  est dû au premier changement de rapport réalisé par le pilote virtuel.

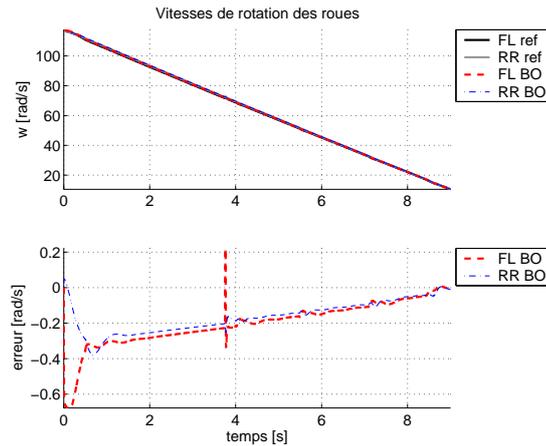


FIGURE 5.5 – Freinage frontal - Modèle (5.1) commandé avec les couples mesurés - vitesses de rotation des roues - Callas, Modèle

La reconstruction correcte de ces variables indique que le modèle fonctionnant avec les couples considérés comme connus est correctement calibré. La reconstruction des autres variables d'état du modèle commandé en boucle ouverte sera présentée et comparée à l'estimation réalisée par l'observateur ainsi qu'à la sortie du logiciel dans la section suivante.

### 5.2.3.4 Évaluation qualitative de l'observateur

Dans cette section, nous procédons à l'évaluation de l'observateur (5.10). Pour cette application, les couples appliqués aux roues sont maintenant inconnus.

Pour les différentes illustrations et comme dans la section précédente, la référence Callas est indiquée par le label "ref", le modèle commandé en boucle ouverte par les couples connus est indiqué par "BO". L'estimation réalisée par l'observateur est étiquetée "ONLEI4" avec un gain  $\theta = 250$ .

Sur la figure 5.6, la vitesse longitudinale du véhicule est présentée. On peut constater une très bonne reconstruction de cette variable dans la mesure où le modèle en boucle ouverte et l'observateur commettent une erreur inférieure à  $0.3[km/h]$  sur l'intégralité du parcours.

Sur la figure 5.7(a) est représentée la vitesse de tangage du véhicule et sur la figure 5.7(b), l'angle de tangage. On peut voir que l'angle de tangage est quasiment constant une fois la phase de freinage établie. Les différentes réponses aux instants 4, 5.6, 7.2 et 8.4 secondes sont dus aux changements de rapports réalisés par le pilote virtuel. On peut

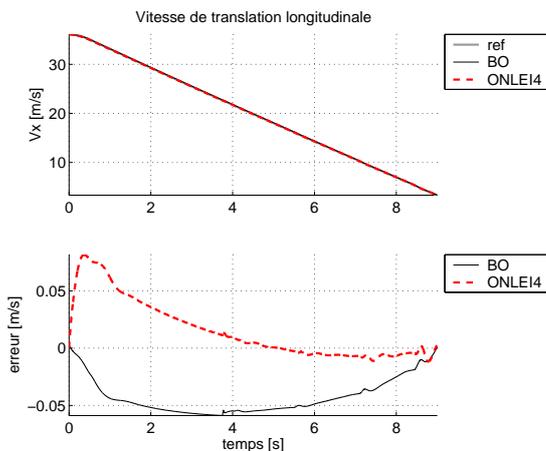
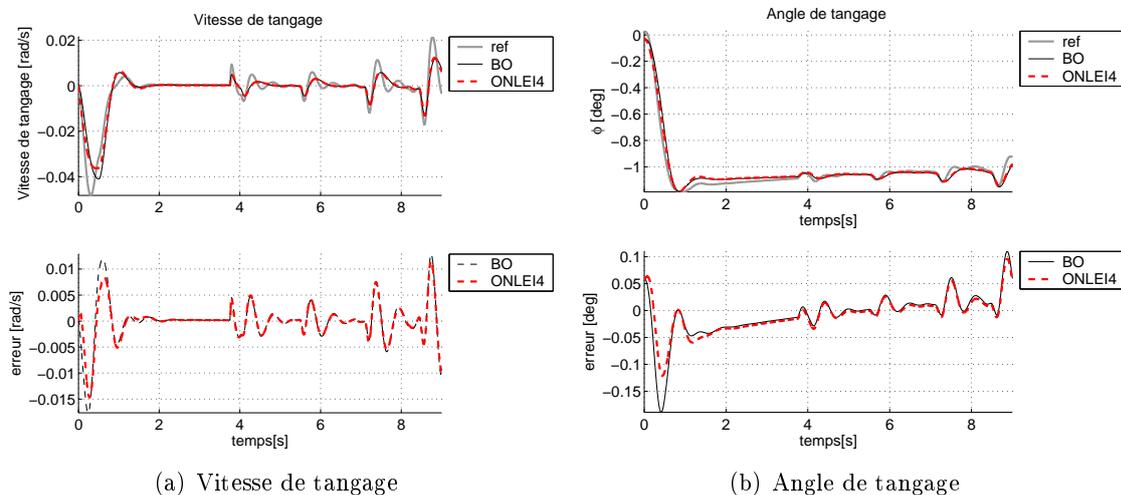


FIGURE 5.6 – Freinage frontal - Modèle (5.1) et observateur (5.10) - vitesse longitudinale - Callas, Modèle et observateur

également voir que les passages de vitesse se font rapidement dans la mesure où l'angle de tangage ne présente pas de grandes variations.

On peut finalement constater sur ces deux figures la bonne reconstruction de ces deux variables par le modèle rappelant ainsi la qualité du calibrage du modèle et du bon comportement de l'observateur.



(a) Vitesse de tangage

(b) Angle de tangage

FIGURE 5.7 – Freinage frontal - Modèle (5.1) et observateur (5.10) - vitesse et angle de tangage - Callas, modèle et observateur

La figure 5.8(a) présente l'estimation des efforts longitudinaux internes à l'observateur. On peut tout d'abord remarquer les différents changements de rapport effectués par le pilote virtuel. On peut ensuite constater la bonne reconstruction des efforts avant et arrière dans le cas où, rappelons le, le couple appliqué sur les roues est inconnu. On peut également voir

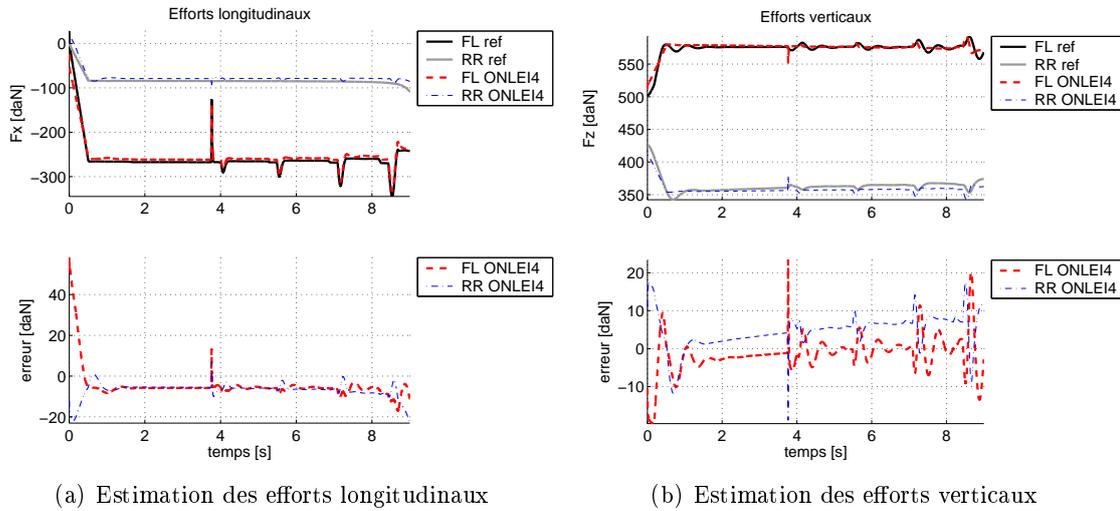


FIGURE 5.8 – Freinage frontal - Observateur (5.10) - Efforts longitudinaux et verticaux - Callas, observateur

sur cette figure que l'effort de freinage sur la roue avant gauche est autour de  $260[daN]$  et que l'erreur commise par l'observateur n'est que de quelques décanewtons. Le même niveau d'erreur est à constater pour les roues arrière dont le niveau d'effort est de  $90[daN]$ .

La figure 5.8(b) présente la reconstruction des charges verticales appliquées aux roues par l'approximation (5.8). On peut alors constater que ces efforts sont correctement évalués.

Finalement, la figure 5.9 présente les couples inconnus estimés par l'observateur en comparaison à ceux extraits du simulateur. On peut voir, après la phase d'initialisation, que les couples résultants sont très bien reconstruits par l'observateur. Pour les roues avant, un couple de  $-750[N.m]$  est constaté au centre roue lors de la stabilisation du freinage. On peut donc dire qu'une erreur minime est commise sur l'estimation du couple et que sa dynamique est très bien suivie. En ce qui concerne les roues arrières, l'estimation présente un léger offset de quelques  $[N.m]$  par rapport à la référence extraite du simulateur.

#### 5.2.4 Limitation de la méthode pour les essais d'accélération

Nous allons illustrer dans cette section, une des limitations de l'observateur proposé. Pour ce faire, le pilote virtuel est configuré pour effectuer un essai d'accélération en pleine charge. C'est-à-dire que la pédale d'accélérateur est enfoncée à 100[%]. Le pilote change de rapport de vitesse quand nécessaire.

La figure 5.10(a) présente les résultats de l'observateur précédent (5.10) dans la reconstruction des couples appliqués aux roues. Si la dynamique des couples est bien suivie, on peut toutefois constater que l'observateur ne parvient pas à estimer correctement les couples appliqués. En effet, l'observateur affecte un couple de freinage sur les roues arrières du véhicule et un couple moteur beaucoup trop important sur les roues avant.

Cette erreur d'estimation est principalement due à une erreur de modélisation. En effet, le véhicule configuré dans le simulateur Callas est un modèle de type traction. Dans le cas

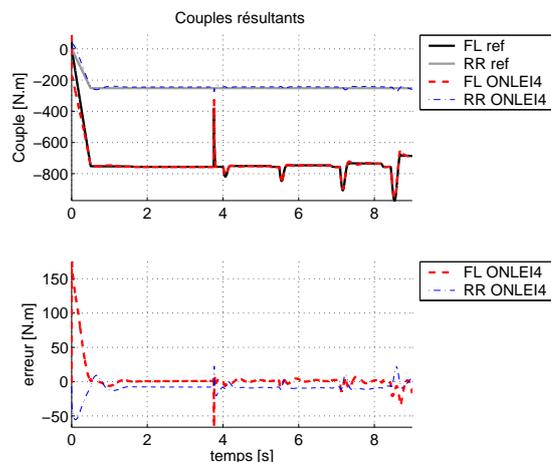
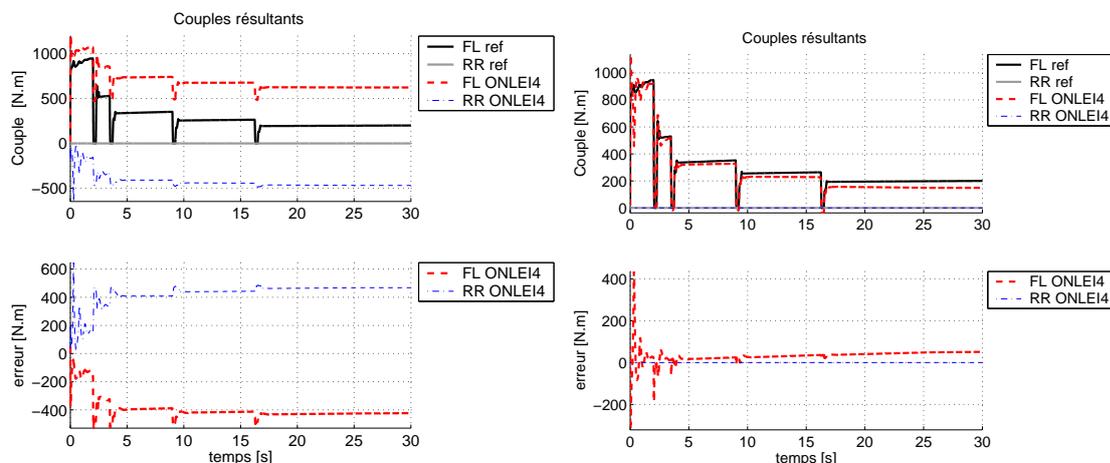


FIGURE 5.9 – Freinage frontal - Observateur (5.10) - Couples résultants - Callas et observateur

de l'essai en accélération pure, seules les roues avant voient passer le couple moteur. Par construction, l'observateur reconstruit un couple sur chacune des quatre roues.



(a) Hypothèse d'un couple appliqué à chacune des roues

(b) Seules les roues avant subissent un couple

FIGURE 5.10 – Accélération pleine charge - Observateur (5.10) - Couples résultants en fonction d'hypothèse du nombre de roues affectées - Callas, observateur

Afin d'améliorer la reconstruction des couples appliqués aux roues dans le cas d'une phase d'accélération de véhicule n'ayant qu'un seul essieu motorisé et dans le cas de la technique d'observation utilisée, il est nécessaire de modifier le modèle de véhicule sous-jacent à l'observateur. Pour ce faire, il faut enlever du vecteur des entrées inconnues les couples appliqués sur les roues arrière (cas de véhicule de type traction). En appliquant la même méthodologie que précédemment, l'observateur est défini par l'expression (5.11).

$$\text{ONLEI4}' \left\{ \begin{array}{l}
\dot{\hat{\omega}}_{FL} = [-R_{lFL} \cdot \hat{\mu}_{FL} (\hat{g}_{lFL}) \cdot F_{zFL} + \hat{T}_{FL}] / I_{wFL} + 2\theta (\omega_{FR} - \hat{\omega}_{FR}) \\
\dot{\hat{\omega}}_{FR} = [-R_{lFR} \cdot \hat{\mu}_{FR} (\hat{g}_{lFR}) \cdot F_{zFR} + \hat{T}_{FR}] / I_{wFR} + 2\theta (\omega_{FL} - \hat{\omega}_{FL}) \\
\dot{\hat{\omega}}_{RL} = [-R_{lRL} \cdot \hat{\mu}_{RL} (\hat{g}_{lRL}) \cdot F_{zRL}] / I_{wRL} \\
\dot{\hat{\omega}}_{RR} = [-R_{lRR} \cdot \hat{\mu}_{RR} (\hat{g}_{lRR}) \cdot F_{zRR}] / I_{wRR} \\
\dot{\hat{V}}_x = [\hat{\mu}_{FL} (\hat{g}_{lFL}) \cdot F_{zFL} + \hat{\mu}_{FR} (\hat{g}_{lFR}) \cdot F_{zFR} + \hat{\mu}_{RL} (\hat{g}_{lRL}) \cdot F_{zRL} \\
+ \hat{\mu}_{RR} (\hat{g}_{lRR}) \cdot F_{zRR} - \frac{1}{2} c_x \text{air}_x \rho \hat{V}_x^2 + m_s h \ddot{\hat{\phi}}] / M_V \\
\ddot{\hat{\phi}} = [m_s h \dot{\hat{V}}_x + (m_s h g - K_\phi) \hat{\phi} - C_\phi \dot{\hat{\phi}}] / I_{yy} \\
\dot{\hat{\phi}} = \dot{\hat{\phi}} \\
\dot{\hat{T}}_{FL} = \theta^2 I_{wFL} (\omega_{FL} - \hat{\omega}_{FL}) \\
\dot{\hat{T}}_{FR} = \theta^2 I_{wFR} (\omega_{FR} - \hat{\omega}_{FR})
\end{array} \right. \quad (5.11)$$

La reconstruction des couples appliqués sur les roues du véhicule lors du même essai est alors correcte et présentée sur la figure 5.10(b). Cette approche permettra donc de reconstruire correctement les couples appliqués sur les roues avant et arrière dans les phases d'accélération.

### 5.2.5 Robustesse de l'observateur

Afin d'évaluer la robustesse de l'observateur aux variations de paramètres, nous avons positionné les différents paramètres du modèle à 80[%] et 120[%] de la valeur nominale identifiée.

Les performances de l'observateur ne sont pas dégradées lorsque les paramètres d'inertie des roues  $I_{wij}$ , de hauteur du centre de gravité par rapport à l'axe de roulis  $h$ , d'inertie de tangage  $I_{yy}$ , de masse suspendue  $m_s$ , de rayon nominal  $R_{0ij}$ , du coefficient d'amortissement équivalent des suspensions  $C_\phi$ , de la raideur équivalente des suspensions  $K_\phi$  et des raideurs pneumatiques sont modifiés.

En revanche, les performances de l'observateur sont fortement dégradées lorsque les conditions initiales  $V_0$  ou  $\omega_{0ij}$  ne sont pas correctement positionnées ou lorsque les paramètres de masse du véhicule  $M_V$  et les différents paramètres du modèle pneumatiques sont touchés  $c_{1ij}$ ,  $c_{2ij}$ ,  $c_{3ij}$ . Les tableaux d'analyse ont été placés dans l'annexe C.

La figure 5.11 illustre le comportement de l'observateur lorsque le modèle sous-jacent à l'observateur suppose que le paramètre de réglage de l'amplitude du coefficient de frottement est positionné à 80[%] de la valeur nominale, représentant par exemple un pneumatique plus usé qu'il ne l'est.

On peut alors constater que l'observateur est peu robuste à la variation de ce paramètre dans la mesure où il sous-estime grandement le couple de freinage appliqué aux roues avant avec une erreur de 100[N.m] pour un couple de freinage de 750[N.m].

La figure 5.12 indique le comportement de la reconstruction des couples résultants avant gauche et arrière droit quand des bruits de mesure sont ajoutés sur les vitesses de rotation des roues. L'observateur de type ONLEI4 est robuste lorsque des bruits de mesures de type

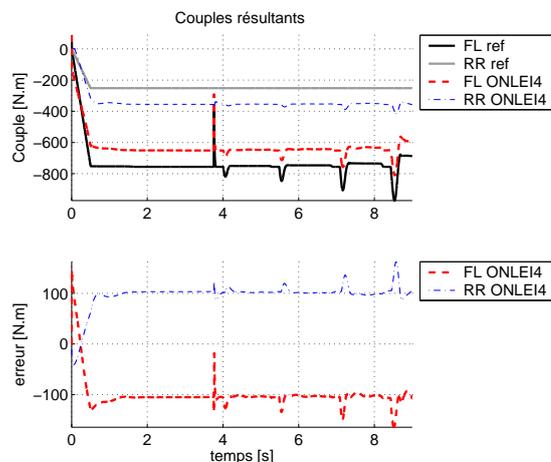


FIGURE 5.11 – Freinage frontal - Observateur (5.10) - Couples résultants avec hypothèse un coefficient de frottement positionné à 80[%] de la valeur nominale - Callas, observateur

gaussien de variance  $0.01[\text{rad}^2.\text{s}^{-2}]$  (faibles erreurs) sont présents sur les vitesses de rotation des roues.

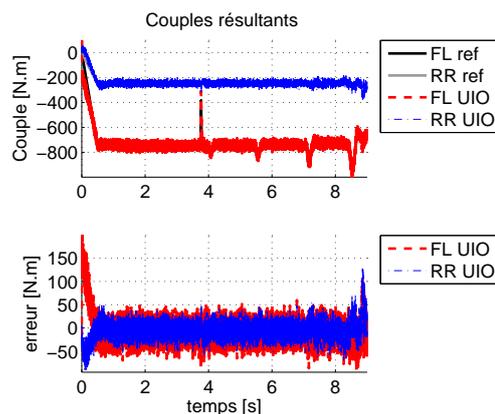


FIGURE 5.12 – Couples résultants - Observateur (5.10) - Influence d'un bruit gaussien de variance  $0.01[\text{rad}^2.\text{s}^{-2}]$  ajouté à la mesure de rotation des roues

### 5.3 Modèle plan sur plan complet du véhicule

Le modèle de véhicule présenté dans la section précédente permettait de reconstruire les variables liées à la dynamique longitudinale du véhicule. Si cette dynamique est importante pour la sécurité du véhicule, il est également important de reconstruire la dynamique lors de comportement couplés. Ces cas de figures sont un peu plus difficile à modéliser et à appréhender. Nous nous proposons dans cette section d'étudier la reconstruction des couples résultants appliqués sur les roues d'un véhicule en intégrant cette fois le couplage des dynamiques.

### 5.3.1 Modélisation de la dynamique du véhicule

Le modèle considéré voit ses variables présentées sur la figure 5.13.

Nous considérons en plus de la dynamique de rotation des roues utilisant le rayon sous charge, les dynamiques longitudinales, transversales et de lacet du véhicule écrites dans le repère associé au véhicule.

$$\Sigma \left\{ \begin{array}{l} \dot{\omega}_{FL} = (-R_{lFL} \cdot F_{xFL} + T_{FL}) / I_{wFL} \\ \dot{\omega}_{FR} = (-R_{lFR} \cdot F_{xFR} + T_{FR}) / I_{wFR} \\ \dot{\omega}_{RL} = (-R_{lRL} \cdot F_{xRL} + T_{RL}) / I_{wRL} \\ \dot{\omega}_{RR} = (-R_{lRR} \cdot F_{xRR} + T_{RR}) / I_{wRR} \\ \dot{V}_x = \dot{\psi} V_y + \frac{1}{M_V} \left( \sum_{i,j} (F_{xij} \cos(\delta_{ij}) - F_{yij} \sin(\delta_{ij})) + F_{xair} \right) \\ \dot{V}_y = -\dot{\psi} V_x + \frac{1}{M_V} \left( \sum_{i,j} (F_{xij} \sin(\delta_{ij}) + F_{yij} \cos(\delta_{ij})) + F_{yair} \right) \\ \ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} \left\{ L_f \sum_{j=R,L} (F_{xFj} \sin(\delta_{Fj}) + F_{yFj} \sin(\delta_{Fj})) \right. \\ \quad - L_r \sum_{j=R,L} (F_{xRj} \sin(\delta_{Rj}) + F_{yRj} \sin(\delta_{Rj})) \\ \quad + \sum_{i=F,R} E_{iR} (F_{xiR} \cos(\delta_{iR}) - F_{yiR} \sin(\delta_{iR})) \\ \quad \left. - \sum_{i=F,R} E_{iL} (F_{xiL} \cos(\delta_{iL}) - F_{yiL} \sin(\delta_{iL})) \right\} \end{array} \right. \quad (5.12)$$

La description des efforts longitudinaux et transversaux est réalisée en fonction des variables de la dynamique du véhicule présentées ci-dessus. Le modèle de représentation des efforts pneumatiques utilisés ici sera le modèle de "Burckhardt".

Dans cette représentation, les efforts sont définis à partir du taux du glissement résultant ( $g_{ij}$ ). Ce taux est lui-même défini comme la norme de ses composantes longitudinale et transversale. Le taux de glissement longitudinal ( $g_{lij}$ ) s'écrit comme la vitesse de glissement normalisée entre la vitesse longitudinale du centre de la roue et la vitesse linéaire équivalente d'un point situé à sa périphérie, exprimées dans le repère roue. Le glissement latéral d'une roue ( $g_{tij}$ ) est défini par la tangente de son angle de dérive.

$$\begin{aligned} g_{ij} &= \sqrt{g_{lij}^2 + g_{tij}^2} \\ g_{lij} &= \frac{V_{ij} \cos(\beta_{ij}) - \omega_{ii} R_{rij}}{\max(V_{ij} \cos(\beta_{ij}), \omega_{ii} R_{rij})} \\ g_{tij} &= \tan(\beta_{ij}) \end{aligned} \quad (5.13)$$

Pour l'évaluation du taux de glissement longitudinal, le rayon de roulement ( $R_{rij}$ ) est utilisé. Il correspond au rayon équivalent d'une roue rigide présentant le même développement que la roue modélisée. Nous proposons de l'approximer par la relation (5.14) où les

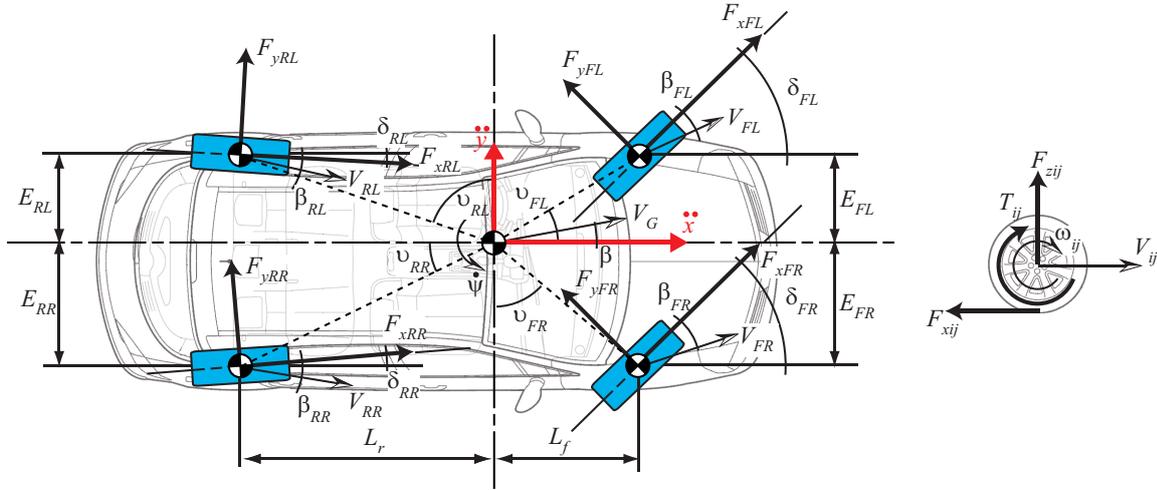


FIGURE 5.13 – Variables explicatives du modèle plan de véhicule à quatre roues roulant sur sol horizontal

paramètres  $a_{ij}$  et  $b_{ij}$  sont des paramètres à identifier.

$$R_{rij} \simeq R_{0ij} - \frac{F_{zij}}{a_{ij}F_{zij} + b_{ij}} \quad (5.14)$$

La vitesse linéaire de chaque centre de roue ( $V_{ij}$ ) peut être déduite de la vitesse du centre de gravité du véhicule et de relations cinématiques.

$$\begin{cases} V_{FL} = V_G - \dot{\psi} (E_{FL} - L_f \sin(\beta)) \\ V_{FR} = V_G + \dot{\psi} (E_{FR} + L_f \sin(\beta)) \\ V_{RL} = V_G - \dot{\psi} (E_{RL} + L_r \sin(\beta)) \\ V_{RR} = V_G + \dot{\psi} (E_{RR} - L_r \sin(\beta)) \end{cases} \quad (5.15)$$

$V_G$  est la norme de la vitesse du centre de gravité du véhicule et  $\beta$  représente la dérive et donc la direction du véhicule.

$$V_G = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad (5.16)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{V_y}{V_x}\right) \quad (5.17)$$

Pour l'évaluation du taux de glissement latéral, l'angle de dérive de chaque roue peut être calculé en utilisant les relations liant la géométrie et la cinématique du véhicule

[Kiencke & Nielsen 2000].

$$\left\{ \begin{array}{l} \beta_{FL} = \delta_{FL} - \arctan \left( \frac{V_G \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{FL} \cos(\nu_{FL})}{V_G \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{FL} \sin(\nu_{FL})} \right) \\ \beta_{FR} = \delta_{FR} - \arctan \left( \frac{V_G \sin(\beta) + \dot{\psi} d_{FR} \sin(\nu_{FR})}{V_G \cos(\beta) + \dot{\psi} d_{FR} \cos(\nu_{FR})} \right) \\ \beta_{RL} = \delta_{RL} - \arctan \left( \frac{V_G \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{RL} \sin(\nu_{RL})}{V_G \cos(\beta) - \dot{\psi} d_{RL} \cos(\nu_{RL})} \right) \\ \beta_{RR} = \delta_{RR} - \arctan \left( \frac{V_G \sin(\beta) - \dot{\psi} d_{RR} \cos(\nu_{RR})}{V_G \cos(\beta) + \dot{\psi} d_{RR} \sin(\nu_{RR})} \right) \end{array} \right. \quad (5.18)$$

Dans cette expression, les angles  $\nu_{ij}$  sont obtenus à partir de la géométrie du véhicule, ils permettent de positionner les centres de roue dans le repère véhicule (figure 5.13).

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_{FL} = \arctan \left( \frac{E_{FL}}{L_f} \right) \\ \nu_{FR} = \arctan \left( \frac{L_f}{E_{FR}} \right) \\ \nu_{RL} = \arctan \left( \frac{L_r}{E_{RL}} \right) \\ \nu_{RR} = \arctan \left( \frac{E_{RR}}{L_r} \right) \end{array} \right. \quad (5.19)$$

$d_{ij}$  est la distance entre le centre de gravité du véhicule et le centre de la roue concernée (le point d'application de l'effort).

$$d_{ij} = \sqrt{L_j^2 + E_{ij}^2} \quad (5.20)$$

Les efforts longitudinaux et transversaux d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée sont exprimés par l'intermédiaire d'un coefficient de frottement ( $\mu_{ij}$ ) et la résultante de glissement.

Le modèle de frottement Burckhardt utilise trois coefficients  $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_3$  pour représenter le type de revêtement d'une chaussée ou l'état d'usure du pneumatique.

$$\mu_{ij}(g_{ij}) = c_{1ij}(1 - \exp(-c_{2ij}g_{ij})) - c_{3ij}g_{ij} \quad (5.21)$$

Les efforts longitudinaux et transversaux d'interaction pneumatique/chaussée sont ensuite calculés pour chaque roue par l'expression (5.22).

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{xij} = \frac{g_{ij}}{g_{ij}} \mu_{ij}(g_{ij}) F_{zij} \\ F_{yij} = \frac{g_{ij}}{g_{ij}} \mu_{ij}(g_{ij}) F_{zij} \end{array} \right. \quad (5.22)$$

Le modèle présenté dans cette section intègre également les efforts aérodynamiques longitudinal et latéral donnés par l'équation (5.23) :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{xair} = -\frac{1}{2} c_x a i r_x \rho V_x^2 \\ F_{yair} = -\frac{1}{2} c_y a i r_y \rho V_y^2 \end{array} \right. \quad (5.23)$$

### 5.3.2 Définition de l'observateur

Pour la définition de l'observateur, on s'appuiera ici sur des travaux menés par les roulementiers SNR-NTN ([Kwapisz 2008], [Kwapisz *et al.* 2008]) et SKF [Holweg 2008] qui ont montré la faisabilité de l'intégration de la mesure d'efforts dans les futures générations de roulement de roue. On supposera donc que les charges verticales appliquées aux roues sont mesurées à partir de ces capteurs d'efforts. De part leur construction, ces roulements capteurs sont également capables d'estimer la vitesse de rotation de la roue.

Afin d'évaluer les équations de la dynamique, il est nécessaire de projeter les efforts d'interaction pneumatique/chaussée dans le repère véhicule et donc de disposer de l'angle de braquage des roues. Il a été choisi d'utiliser l'angle au volant pour définir l'orientation des roues avant. De part la conception du véhicule étudié, nous avons également choisi de considérer un angle de braquage sur les roues arrière. Cet angle correspondant alors à l'angle de pince des roues.

L'équation d'évolution du modèle (5.12) où les efforts pneumatiques sont définis dans les deux directions peut se présenter sous la forme d'un système non linéaire dont les mesures sont indépendantes des entrées inconnues et dans le cas où le nombre d'entrées inconnues est égal au nombre de mesures (5.24).

$$\Sigma \begin{cases} \dot{x} &= l(x, u) + Gf \\ y &= Cx = x^1 \end{cases} \quad (5.24)$$

Le vecteur d'état  $x$  donné par :  $x = (x^1 \ x^2 \ x^3 \ x^4)^T \in \mathbb{R}^7$ .

$x^1 = (\omega_{FL} \ \omega_{FR} \ \omega_{RL} \ \omega_{RR})^T \in \mathbb{R}^4$  est la partie mesurée de l'état.

La partie non mesurée de l'état est constituée des vitesses longitudinale et transversale et de la vitesse de lacet du véhicule.  $(x^2 \ x^3 \ x^4) = (V_x \ V_y \ \dot{\psi})^T \in \mathbb{R}^3$ .

Le vecteur des entrées connues ( $u$ ) est composé de l'ensemble des angles de braquage et des efforts verticaux :  $u = (\delta_{FL} \ \delta_{FR} \ \delta_{RL} \ \delta_{RR} \ F_{zFL} \ F_{zFR} \ F_{zRL} \ F_{zRR})^T \in \mathbb{R}^8$ .

Les couples résultants appliqués aux roues sont regroupés dans le vecteur des entrées inconnues  $f$  :  $f = (T_{FL} \ T_{FR} \ T_{RL} \ T_{RR})^T \in \mathbb{R}^4$ .

Le vecteur des sorties  $y$  est composé des quatre vitesses de rotation des roues :  $y = x^1 = (\omega_{FL} \ \omega_{FR} \ \omega_{RL} \ \omega_{RR})^T \in \mathbb{R}^4$ .

L'observateur de type ONLEI4 (2.72) proposé pour l'estimation simultanée des états non mesurés  $(V_x, V_y, \dot{\psi})$  et des entrées inconnues  $(T_{FL}, T_{FR}, T_{RL}, T_{RR})$ , est alors donné explicitement par le système décrit sur la page suivante.

$$\text{ONLEI4} \left\{ \begin{array}{l}
\dot{\omega}_{FL} = \frac{1}{I_{wFL}} \left( -\hat{R}_{lFL} \cdot \hat{F}_{xFL} + \hat{T}_{FL} \right) + 2\theta (\omega_{FL} - \hat{\omega}_{FL}) \\
\dot{\omega}_{FR} = \frac{1}{I_{wFR}} \left( -\hat{R}_{lFR} \cdot \hat{F}_{xFR} + T_{FR} \right) + 2\theta (\omega_{FR} - \hat{\omega}_{FR}) \\
\dot{\omega}_{RL} = \frac{1}{I_{wRL}} \left( -\hat{R}_{lRL} \cdot \hat{F}_{xRL} + T_{RL} \right) + 2\theta (\omega_{RL} - \hat{\omega}_{RL}) \\
\dot{\omega}_{RR} = \frac{1}{I_{wRR}} \left( -\hat{R}_{lRR} \cdot \hat{F}_{xRR} + T_{RR} \right) + 2\theta (\omega_{RL} - \hat{\omega}_{RL}) \\
\dot{V}_x = \dot{\psi} \hat{V}_y + \frac{1}{M_V} \left( \sum_{i,j} \left( \hat{F}_{xij} \cos(\delta_{ij}) - \hat{F}_{yij} \sin(\delta_{ij}) \right) + \hat{F}_{xair} \right) \\
\dot{V}_y = -\dot{\psi} \hat{V}_x + \frac{1}{M_V} \left( \sum_{i,j} \left( \hat{F}_{xij} \sin(\delta_{ij}) + \hat{F}_{yij} \cos(\delta_{ij}) \right) + \hat{F}_{yair} \right) \\
\ddot{\psi} = \frac{1}{I_{zz}} \left\{ L_f \sum_{j=R,L} \left( \hat{F}_{xFj} \sin(\delta_{Fj}) + \hat{F}_{yFj} \sin(\delta_{Fj}) \right) \right. \\
\quad - L_r \sum_{j=R,L} \left( \hat{F}_{xRj} \sin(\delta_{Rj}) + \hat{F}_{yRj} \sin(\delta_{Rj}) \right) \\
\quad + \sum_{i=F,R} E_{iR} \left( \hat{F}_{xiR} \cos(\delta_{iR}) - \hat{F}_{yiR} \sin(\delta_{iR}) \right) \\
\quad \left. - \sum_{i=F,R} E_{iL} \left( \hat{F}_{xiL} \cos(\delta_{iL}) - \hat{F}_{yiL} \sin(\delta_{iL}) \right) \right\} \\
\dot{\hat{T}}_{FL} = \theta^2 I_{wFL} (\omega_{FL} - \hat{\omega}_{FL}) \\
\dot{\hat{T}}_{FR} = \theta^2 I_{wFR} (\omega_{FR} - \hat{\omega}_{FR}) \\
\dot{\hat{T}}_{RL} = \theta^2 I_{wRL} (\omega_{RL} - \hat{\omega}_{RL}) \\
\dot{\hat{T}}_{RR} = \theta^2 I_{wRR} (\omega_{RR} - \hat{\omega}_{RR})
\end{array} \right. \quad (5.25)$$

### 5.3.3 Validation du modèle et évaluation qualitative de l'observateur

Afin de procéder à la validation du modèle et à l'évaluation des performances de l'observateur, trois cas de figures seront étudiés. Nous commencerons par un cas longitudinal de freinage et d'accélération. Puis, dans un second temps, nous regarderons du modèle lors de faibles dynamiques longitudinales mais une sollicitation latérale plus importante. Finalement un essai de freinage en courbe sera réalisé afin de solliciter le modèle dans ses deux directions principales.

#### 5.3.3.1 Calibrage du coefficient de frottement

Le paramétrage du coefficient de frottement est une étape essentielle de la modélisation du véhicule. La figure 5.14 présente le résultat du paramétrage du modèle (5.21) en traits pointillés épais. Dans la mesure où le modèle de pneumatique Callas utilise un modèle de Pacejka pour représenter les efforts pneumatiques, le calibrage de notre modèle a été réalisé à partir des efforts longitudinaux et transversaux normalisés par la charge appliquée sur la roue.

On peut constater que le modèle "Burckhardt" calibré permet de représenter les mêmes phénomènes que ceux modélisés dans le simulateur de véhicule.

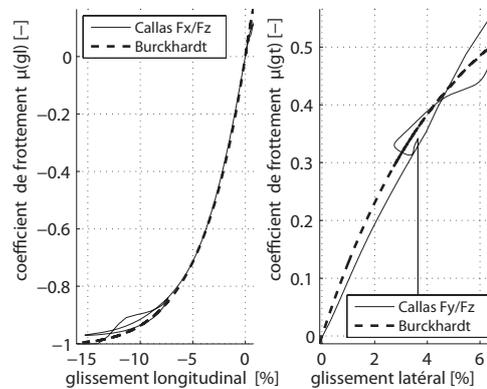


FIGURE 5.14 – Coefficient de frottement en fonction du glissement : référence Callas (indiquée "Callas") et le coefficient de frottement de Burckhardt calibré (5.21)

### 5.3.3.2 Évaluation dans le cas de dynamique longitudinale

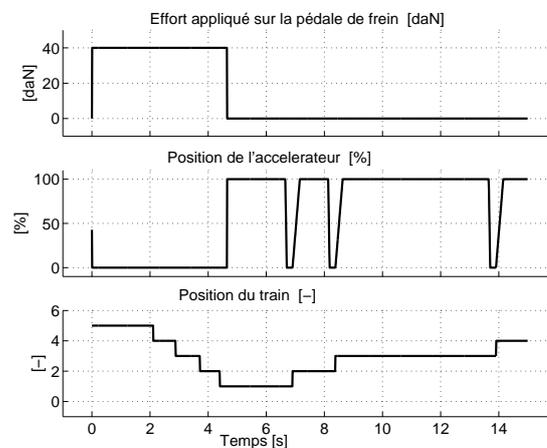


FIGURE 5.15 – Dynamique longitudinale complète freinage puis accélération - Modèle (5.12) - En haut : effort appliqué sur la pédale de frein. Au milieu : position de la pédale d'accélération. En bas : rapport de boîte engagé

Les conditions de simulation sont explicitées sur la figure 5.15. La méthode est présentée dans l'annexe A.5. Le véhicule est initialisé comme roulant à  $130[km/h]$ . Au démarrage de la simulation, le pilote effectue un freinage d'urgence en appliquant un effort de  $40[daN]$  sur la pédale de frein (1<sup>ère</sup> ligne de la figure). Il est également programmé pour effectuer les changements de rapport adéquats (3<sup>ème</sup> ligne de la figure). Une fois la vitesse minimale de  $10[km/h]$  atteinte au bout de 4.2 secondes, le pilote est programmé pour effectuer une

accélération en pleine charge. C'est-à-dire appliquer une consigne de 100[%] sur la pédale d'accélérateur (2<sup>ème</sup> ligne de la figure). On notera que lors des changements de rapport, le pilote cesse d'accélérer. La visualisation de la position de la pédale d'embrayage nous aurait montré son activation.

La validité du modèle utilisé est tout d'abord évaluée en comparant les vitesses de rotation des roues calculées à celles extraites du simulateur sur la figure 5.16.

A partir de cette figure, on peut tout d'abord conclure sur la qualité du calibrage réalisé. En effet, pour les quatre roues, une erreur inférieure à 3[km/h] est commise. On peut

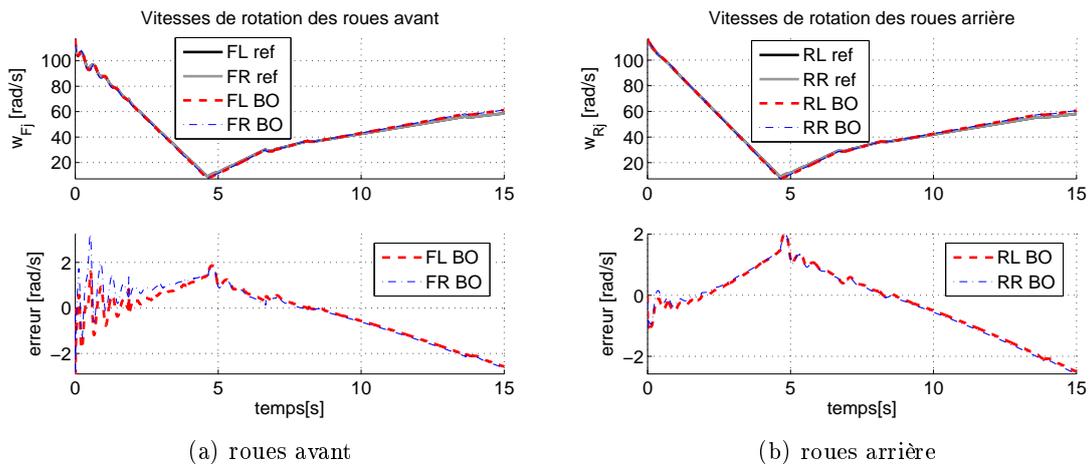


FIGURE 5.16 – Dynamique longitudinale complète freinage puis accélération - Modèle (5.12) - vitesses de rotation des roues - Callas et modèle

également voir que dans la phase de freinage, le modèle présente une tendance à la sous estimation de la vitesse de rotation et dans la phase d'accélération le comportement tendrait plutôt à la surestimation.

Dans les études liées à la reconstruction de la dynamique longitudinale, la connaissance de la vitesse longitudinale est importante dans la mesure où elle sert de référence dans l'évaluation des glissements de roue servant généralement dans la modélisation des efforts pneumatiques. Sur la figure 5.17(a), la reconstruction de cette variable par le modèle (5.12) auquel on applique les couples extraits du simulateur est comparée à la référence Callas et à l'estimation réalisée par l'observateur (5.25) avec un gain  $\theta = 250$ .

On peut voir sur cette figure le bon comportement de l'observateur à entrée inconnue qui a permis de corriger la dérive de l'estimation commise par le modèle. On peut également constater qu'avec une erreur inférieure à 0.2[m/s], l'estimation de la vitesse du véhicule est largement satisfaisante. De la même façon, la transition entre la phase de freinage et d'accélération est correctement reconstruite.

Sur la partie droite de la figure 5.17, on peut constater qu'en ce qui concerne la reconstruction de la vitesse latérale du véhicule, l'observateur a tendance à commettre plus d'erreur que le modèle commandé en boucle ouverte surtout dans la phase de freinage qui est beaucoup plus sollicitante. Toutefois, avec une erreur maximum de 0.2[m/s], on peut considérer que l'estimation est bonne. La figure 5.17(c) présente la reconstruction de la vitesse de

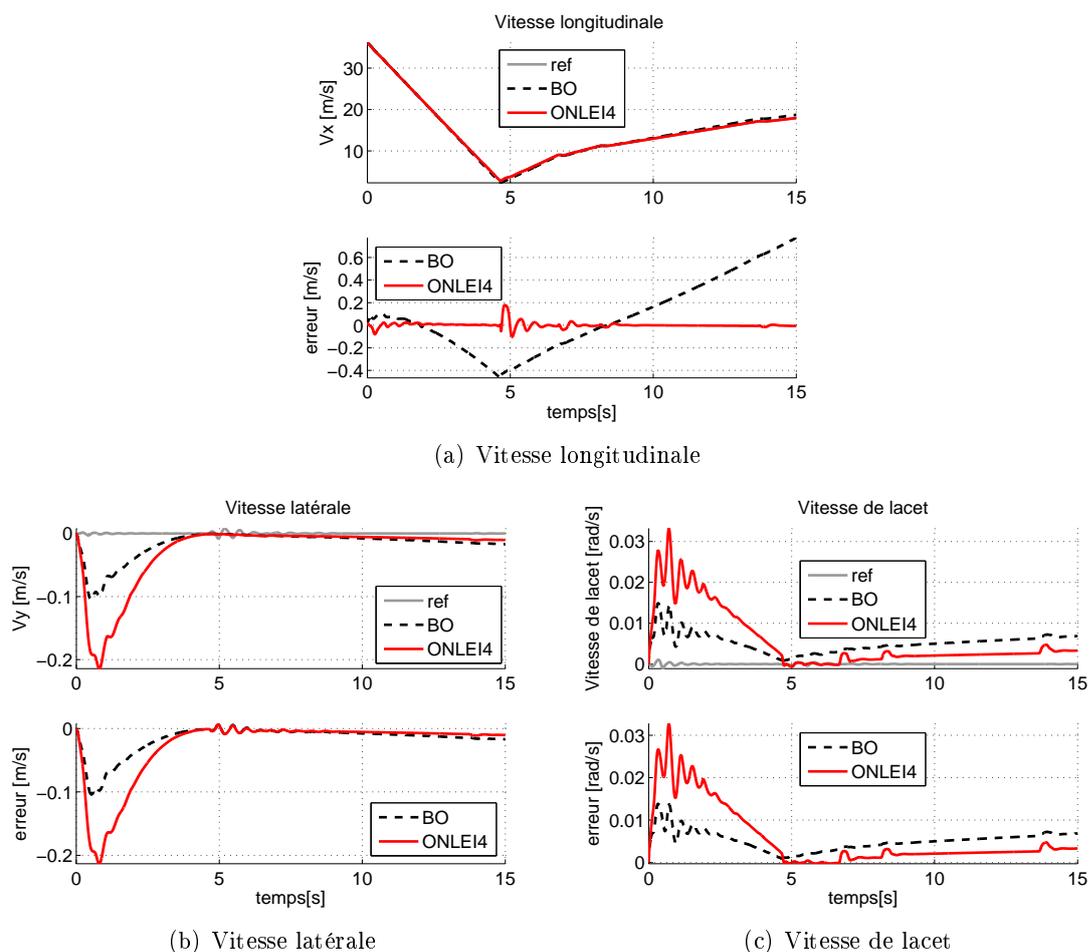


FIGURE 5.17 – Dynamique longitudinale complète freinage puis accélération - Modèle (5.12) et observateur (5.25) - vitesses longitudinale, vitesse latérale et vitesse de lacet - Callas, modèle et observateur

lacet au cours de cet essai de dynamique longitudinale pure. On peut également constater le faible niveau de signal et le comportement cohérent du modèle et de l'observateur.

Sur la figure 5.18(a) sont représentés les efforts longitudinaux d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée calculés par l'observateur (5.25). Seules les roues avant gauche et arrière droite sont présentées et comparées aux sorties du simulateur. On peut tout d'abord constater que les efforts sont bien reconstruits tout au long de l'essai. En effet, l'erreur moyenne le long de ce parcours est d'environ  $10[daN]$  pour les roues avant et  $-3[daN]$  pour les roues arrière. La grande partie de l'erreur d'estimation a lieu au moment du changement de mode entre la phase de freinage et la phase d'accélération. A cet instant, la reconstruction de l'effort longitudinal est plus délicate. En revanche, lors des changements de vitesse, l'observateur arrive à estimer correctement les efforts calculés par le simulateur.

Finalement, la figure 5.18(b) présente l'estimation des entrées inconnues que sont les couples appliqués aux roues par l'observateur (5.25). On peut voir en analysant cette figure que les entrées sont très bien reconstruites si ce n'est au changement de mode entre la

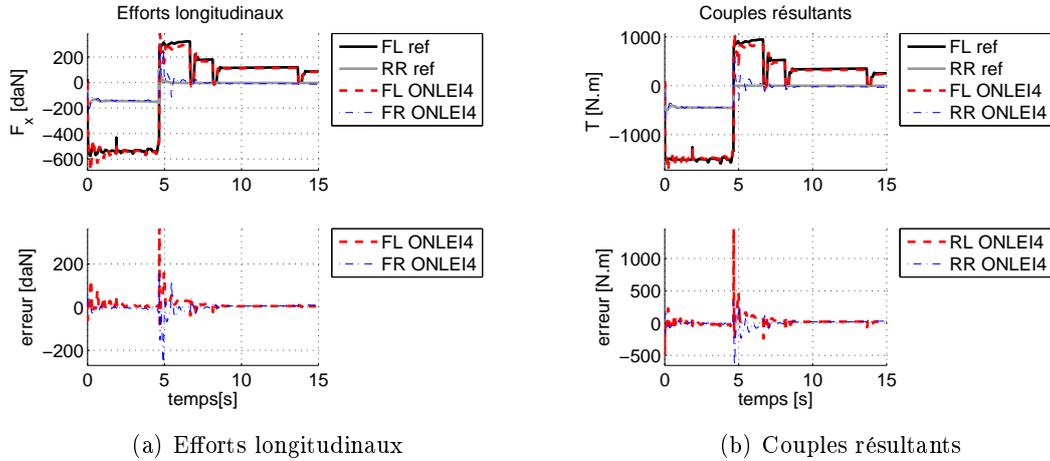


FIGURE 5.18 – Dynamique longitudinale complète freinage puis accélération - Observateur (5.25) - Efforts longitudinaux et couples résultants comme entrées inconnues - Callas et observateur

phase de freinage et de traction. De la même façon que les efforts longitudinaux, les couples résultants appliqués aux roues sont bien estimés dans les phases de changement de rapport de vitesse.

### 5.3.3.3 Évaluation dans le cas de dynamique latérale

Afin d'évaluer le comportement latéral du modèle auquel on applique les couples extraits du simulateur ainsi que l'observateur construit, on procède à un franchissement de chicane à  $40[km/h]$  permettant une sollicitation de la dynamique latérale. Le paramètre de l'observateur  $\theta$  est réglé à une valeur de 250. La trajectoire du véhicule est inscrite entre les plots disposés comme présenté sur la figure 5.19.

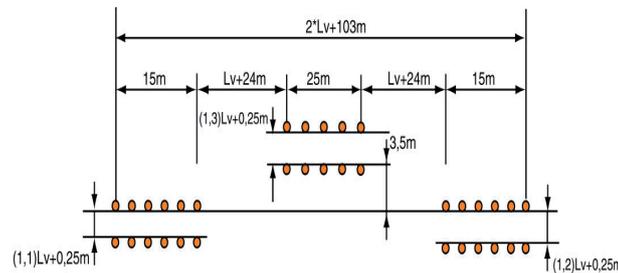


FIGURE 5.19 – Chicane ISO : positionnement des couloirs

La figure 5.20 présente la reconstruction de la vitesse de lacet et de l'angle de dérive par le modèle et l'observateur en comparaison aux données extraites du simulateur. La variable de dérive est calculée en appliquant l'équation (5.17) avec les estimées des vitesses longitudinales et latérales du modèle et de l'observateur.

On peut constater à la vue de cette figure que si la vitesse de lacet est très bien recons-

truite au cours de cet essai, l'angle de dérive a tendance à être surestimé à la fois par le modèle et l'observateur. Toutefois, l'erreur d'estimation est faible et l'observateur permet d'obtenir les mêmes résultats que le modèle calibré auquel on applique les couples connus.

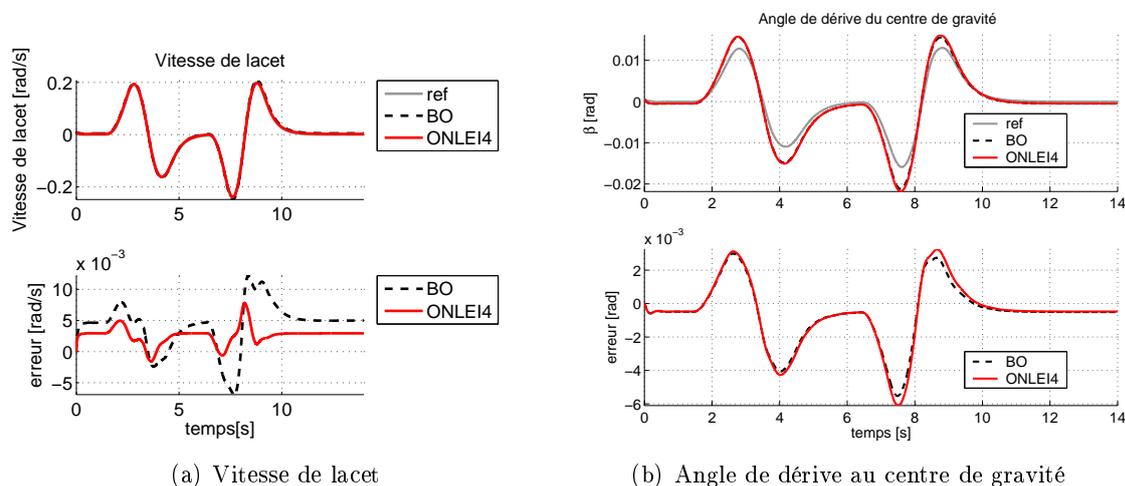


FIGURE 5.20 – Chicane ISO - 40[km/h] - Modèle (5.12) et observateur (5.25) - angle de dérive, vitesse de lacet - Callas modèle et observateur

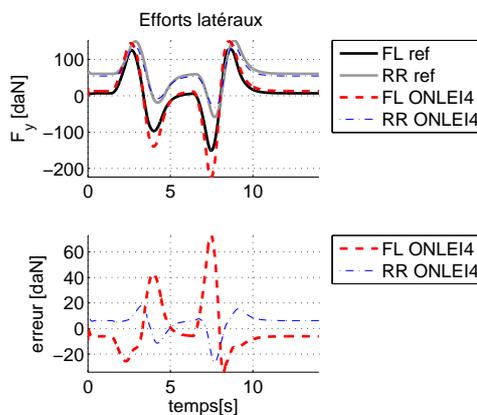


FIGURE 5.21 – Chicane ISO - 40[km/h] - observateur (5.25) - Efforts latéraux, roues avant gauche et arrière droite - Callas et observateur

On peut voir sur la figure 5.21 l'estimation des efforts latéraux par l'observateur en comparaison au modèle d'efforts du simulateur. Sur cette figure, seuls les efforts de la roue avant gauche et de la roue arrière droite ont été représentés. De la même façon que pour l'essai longitudinal précédemment présenté, on peut constater l'effet de la géométrie du train sur la reconstruction de l'effort latéral arrière. En effet, il existe un effort latéral  $y$  compris en ligne droite. Au cours du double changements de voie, on peut voir que l'effort latéral arrière est correctement reconstruit par notre observateur. En ce qui concerne l'effort latéral avant gauche, la reconstruction est moins bonne, notamment lors du premier redressement du

véhicule et lors de la réinsertion dans la file initiale.

La figure 5.22 représente la reconstruction des entrées inconnues que sont les couples résultants appliqués aux roues. Nous avons limité la présentation aux couples appliqués sur la roue avant gauche et la roue arrière droite. On peut tout d'abord constater le faible niveau de sollicitation que représente ce type d'essai pour les couples moteur et freineur. Lors de la simulation, un véhicule de type traction a été utilisé. Dans la mesure où aucune action de freinage n'a été nécessaire au cours de la manœuvre, le couple appliqué sur la roue arrière reste nul. En revanche, la roue avant est sollicitée pour maintenir la vitesse constante du véhicule.

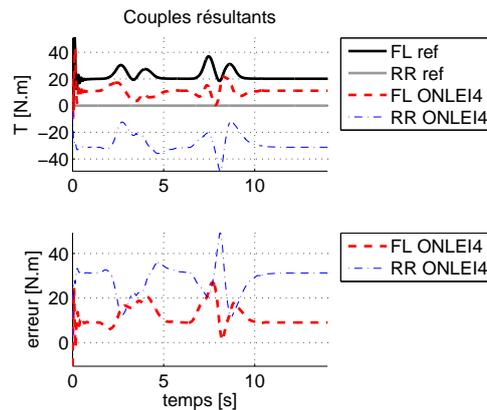


FIGURE 5.22 – Chicanes ISO -  $40[km/h]$  - observateur (5.25) - Couples résultants, roues avant gauche et arrière droite - Callas et observateur

En ce qui concerne la reconstruction des entrées inconnues, on peut donc constater que l'observateur n'est pas performant dans la mesure où 50[%] d'erreur est commise. Toutefois, en considérant le faible niveau de sollicitation, seule une erreur de  $10[N.m]$  est commise ce qui est un bon résultat.

### 5.3.3.4 Évaluation dans le cas de dynamique couplée

L'objectif de l'essai présenté ici est de solliciter le modèle de véhicule dans les directions longitudinales et transversales. Pour ce faire, le pilote virtuel de Callas est configuré pour réaliser un freinage en courbe. Les conditions de simulation sont présentées sur la figure 5.23. Dans un premier temps, à une vitesse stabilisée de  $70[km/h]$ , le pilote augmente l'angle du volant progressivement. Lorsque le rayon de courbure de la trajectoire atteint  $100[m]$ , le pilote stabilise la trajectoire du véhicule pendant deux secondes. A l'issue de ce temps, il applique un effort de  $40[daN]$  sur la pédale de frein ( $t \simeq 4[s]$ ). Avec le paramétrage du véhicule étudié, il est à noter que pour une vitesse de consigne de  $73[km/h]$  la roue avant gauche est en limite de décollage.

Afin de procéder à la validation du modèle et de l'observateur, nous utiliserons le paramétrage du coefficient de frottement présenté sur la figure 5.14 correspondant au modèle de Burckhardt (5.21) calibré lors d'un freinage en courbe.

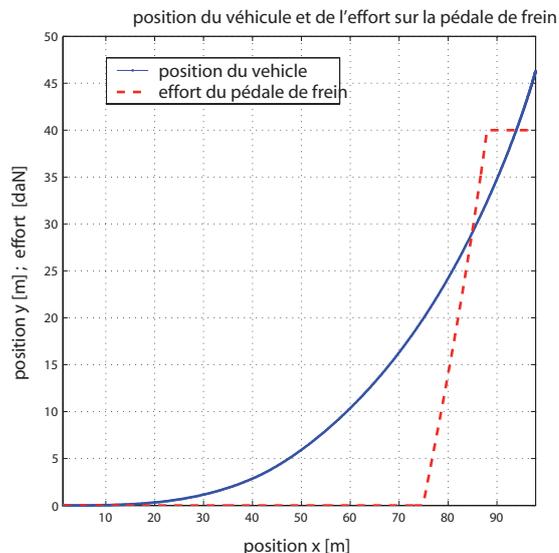


FIGURE 5.23 – Conditions de simulation : trajectoire du véhicule et effort sur la pédale de frein

La figure 5.24 présente la reconstruction de la vitesse de rotation des quatre roues par le modèle (5.12) lorsqu'on applique les couples résultants extraits du logiciel Callas. Ces couples sont alors considérés comme des entrées connues du modèle.

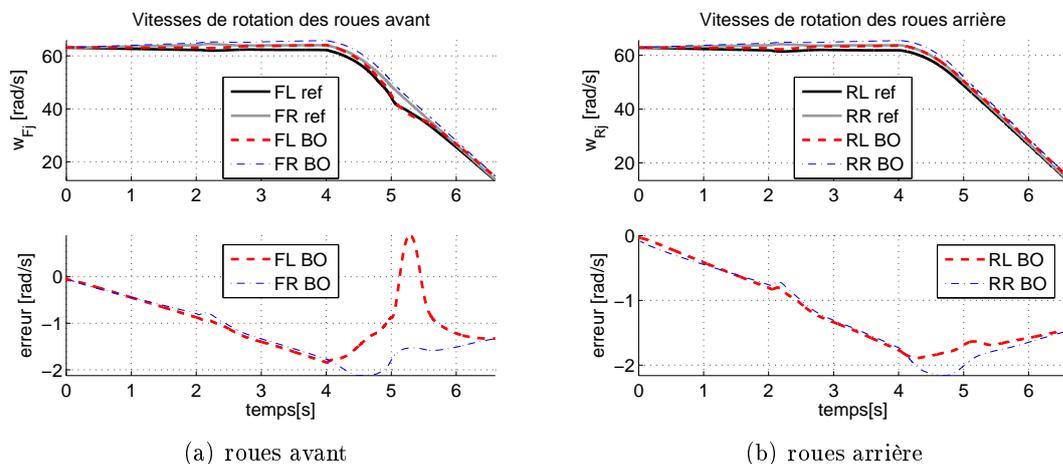


FIGURE 5.24 – Freinage en courbe - Modèle (5.12) - vitesses de rotation des roues - Callas et modèle

Sur la partie gauche, les vitesses représentées sont celles des roues avant et la partie droite concerne les roues arrière. La partie inférieure des deux figures représentent les erreurs de modélisation. Le label "ref" indique la référence Callas et le label "BO" représente les variables du modèle commandé en boucle ouverte.

On peut tout d'abord constater la bonne représentativité du modèle. En effet, pour les quatre roues et dans les conditions de simulation présentées, une erreur maximale de  $2[\text{rad/s}]$  est à constater. Ceci correspond à une vitesse linéaire d'environ  $2.5[\text{km/h}]$ . On peut également voir sur la figure correspondant aux roues avant, le déchargement de la roue intérieure au virage (roue avant gauche) à  $t = 5[\text{s}]$  qui provoque une augmentation du rayon de la roue et une diminution de sa vitesse de rotation.

La figure 5.25 présente la reconstruction des efforts longitudinaux d'interaction pneumatique chaussée réalisée par l'observateur (5.25). La référence Callas est représentée par le label "ref" et l'observateur par le label "ONLEI4". L'observateur est défini avec un gain  $\theta = 250$ .

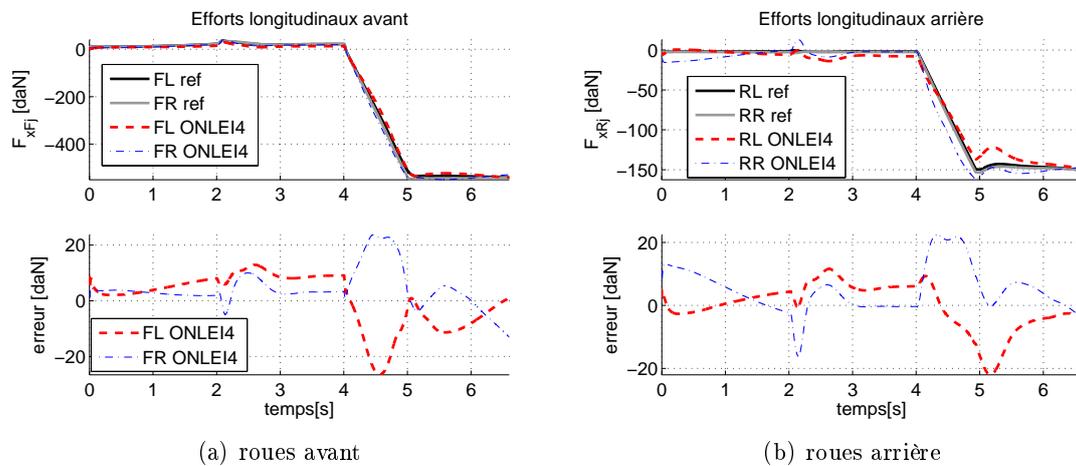


FIGURE 5.25 – Freinage en courbe - Observateur (5.25) - Efforts longitudinaux - Callas et observateur

On peut tout d'abord constater une très bonne reconstruction des efforts longitudinaux. Au cours de la phase de roulage, avant la demande de freinage ( $t = 4[\text{s}]$ ), on peut voir qu'une erreur inférieure à  $10[\text{daN}]$  est commise sur les roues avant. Au cours de la phase d'action sur la pédale de frein, entre les instants  $t = 4[\text{s}]$  et  $t = 5[\text{s}]$ , l'erreur passe par un maximum de  $20[\text{daN}]$ . Finalement, pendant la phase de freinage établi, une erreur inférieure à  $10[\text{daN}]$  est à constater. On peut donc en conclure que l'observateur reconstruit correctement les efforts longitudinaux, avec le même niveau d'erreur, quelque soit le niveau de sollicitation. En ce qui concerne les roues arrière, on peut énoncer les mêmes remarques que pour la sollicitation longitudinale pure. En effet, dans la phase de roulage à vitesse stabilisée, l'observateur attribue un couple aux roues arrière, couple inexistant dans le système. En revanche, dans la phase de freinage, un "couple freineur" est effectivement appliqué sur les roues arrière provoquant ainsi l'effort longitudinal.

La figure 5.26 présente l'estimation des efforts latéraux par l'observateur (5.25) en comparaison à la référence Callas. On peut tout d'abord constater les effets du réglage de la géométrie du train arrière sur les efforts latéraux. En effet, la roue arrière droite produit un effort latéral positif et la roue arrière gauche un effort latéral négatif. Ce décalage est reconstruit grâce aux entrées supposées mesurées que sont les braquages des roues arrière.

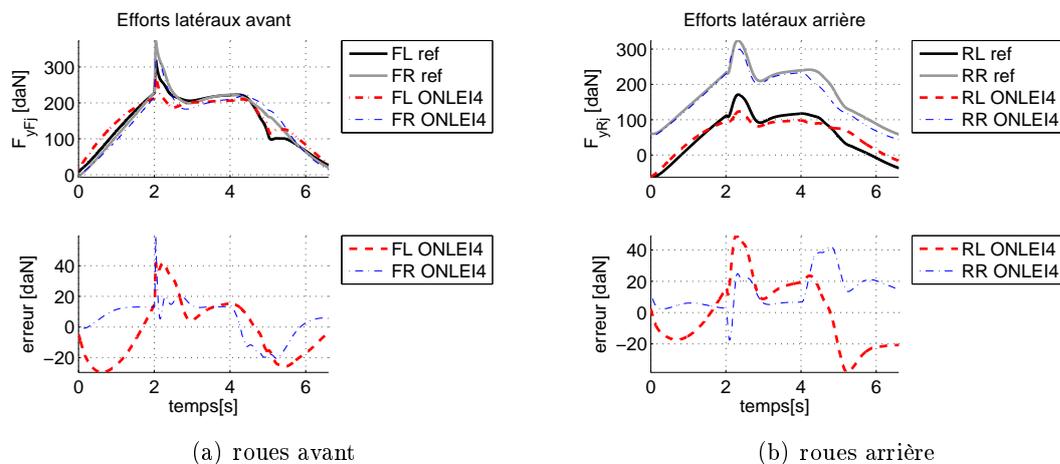


FIGURE 5.26 – Freinage en courbe - Observateur (5.25) - Efforts latéraux - Callas et observateur

En analysant la courbe de réponse des efforts latéraux avant, on peut constater un brusque changement à  $t = 2[s]$ . Nous attribuons cette variation au changement de mode du pilote virtuel (passage de braquage croissant à vitesse stabilisée puis maintien de trajectoire). Au-delà de cet effet de simulation, on peut voir que l'observateur reconstruit correctement les efforts latéraux (autour de 10[%] d'erreur). On peut également constater qu'au cours de la phase critique du freinage lorsque la roue avant gauche présente une tendance au blocage, l'observateur reconstruit également la réduction d'effort latéral. En ce qui concerne les roues arrière, si les tendances de reconstruction sont correctes, le modèle et donc l'observation ont plus de difficultés à reconstruire l'effort latéral.

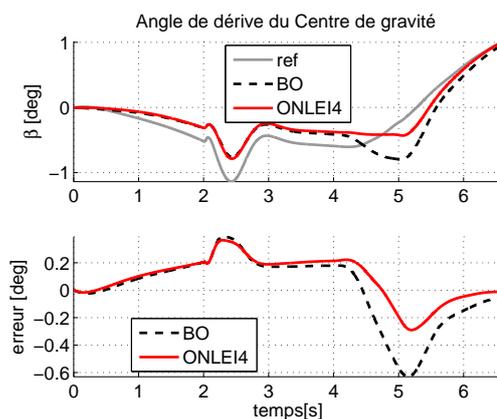


FIGURE 5.27 – Freinage en courbe - Modèle (5.12) observateur (5.25) - Angle de dérive du centre de gravité - Callas, modèle en boucle ouverte et observateur

Dans la mesure où la variable de dérive est une variable essentielle au diagnostic de la stabilité du véhicule, il est intéressant d'analyser la capacité d'estimation du modèle et de l'observateur. La figure 5.27 présente l'estimation de cette variable en comparaison à celle

extraite du simulateur. La dérive est calculée à partir de l'équation (5.17) en utilisant les estimées des variables délivrées par le modèle et l'observateur.

Le niveau de dérive n'est pas très important. En effet, pour l'essai considéré (vitesse moyenne et grand rayon de courbure), l'accélération latérale est peu importante et la dérive est au maximum de  $1[deg]$  à la fin de la phase de freinage. En analysant la figure, on peut voir que la dérive est sous-estimée par le modèle et l'observateur mais dans le même ordre de grandeur d'erreur. Au moment de la phase de freinage, on peut voir que l'observateur parvient à mieux reconstruire la dérive en réduisant l'erreur d'un facteur 2.

La reconstruction de la vitesse longitudinale est présentée sur la figure 5.28(a). On constate que l'observateur permet une meilleure estimation que le modèle commandé en boucle ouverte. On peut également remarquer que l'estimation de la vitesse latérale réalisée par l'observateur est améliorée dans la phase de freinage par rapport au modèle où les couples sont connus.

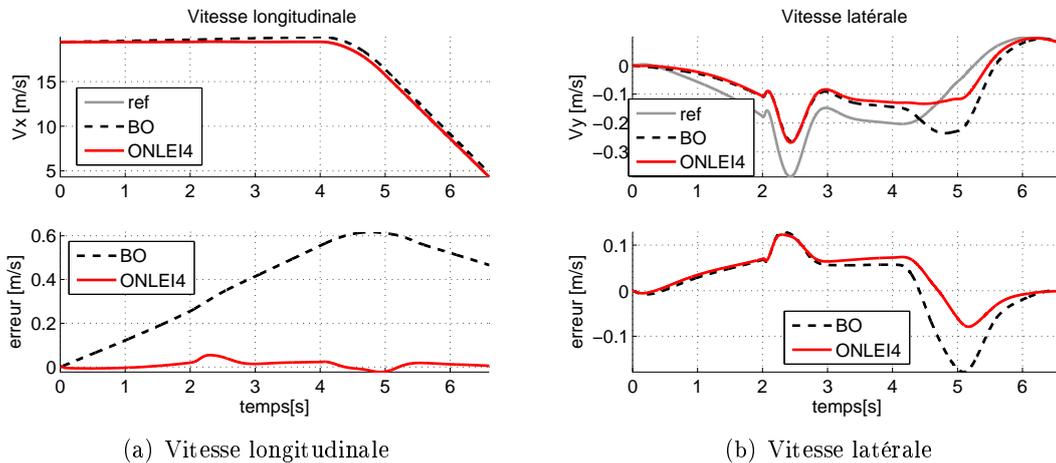


FIGURE 5.28 – Freinage en courbe - Modèle (5.12) observateur (5.25) - Vitesse longitudinale et latérale - Callas, modèle en boucle ouverte et observateur

Finalement, la figure 5.29 présente la reconstruction des entrées inconnues que sont les couples résultants appliqués sur les roues. On peut tout d'abord noter que l'observateur reconstruit correctement les quatre couples appliqués sur les roues. En ce qui concerne les roues arrière (figure 5.29(b)), les erreurs d'estimation réalisées par l'observateur sont de l'ordre de  $25[N.m]$ , quelle que soit la sollicitation demandée aux roues. On peut également voir que l'observateur présente des difficultés à reconstruire les couples dans la phase de roulage à vitesse constante. Ceci est principalement dû à l'inexistence du couple dans le modèle de référence du simulateur.

La partie gauche de la figure 5.29 présente l'estimation par l'observateur des couples appliqués sur les roues avant. l'erreur d'observation est de l'ordre de  $20[N.m]$  pendant toute la durée de l'essai. On peut également constater sur cette figure une certaine difficulté de l'observateur à reconstruire le couple appliqué sur la roue intérieure au virage (roue avant gauche).

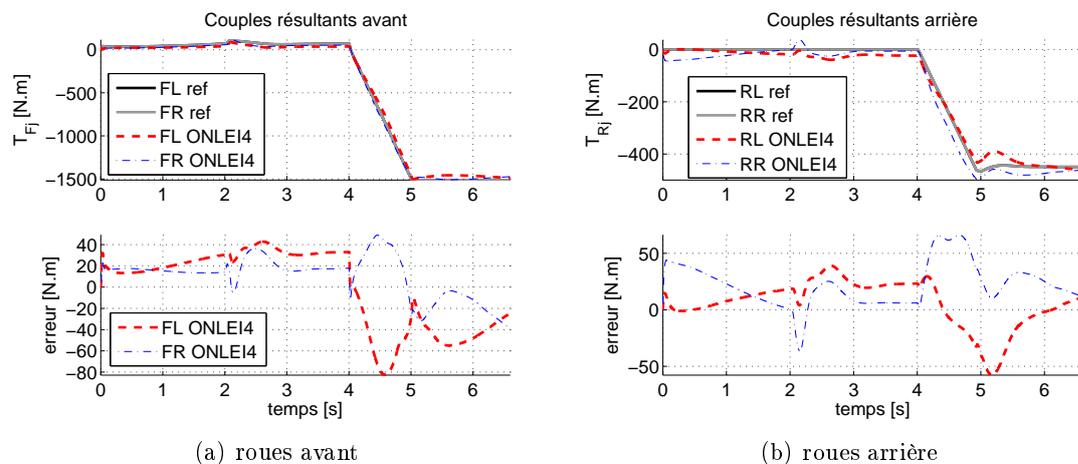


FIGURE 5.29 – Freinage en courbe - observateur (5.25) - Couples résultants - Callas et observateur

### 5.3.4 Limitation de l'observateur

Une des limitation de l'observateur présenté est liée au modèle sous-jacent utilisé. On retrouve dans le cas de ce modèle couplé, les mêmes problèmes que ceux présentés à la section 5.2.4 concernant le modèle de dynamique longitudinale pure intégrant la variation de tangage. En effet, lorsque le véhicule expérimental est de type traction, aucun couple n'est transmis dans les phases d'accélération et de vitesse constante. Le problème est nettement visible sur la figure 5.22 représentant le cas du double changements de voie ou lors du roulage à vitesse stabilisée avec angle de braquage croissant visible sur la figure 5.29(b).

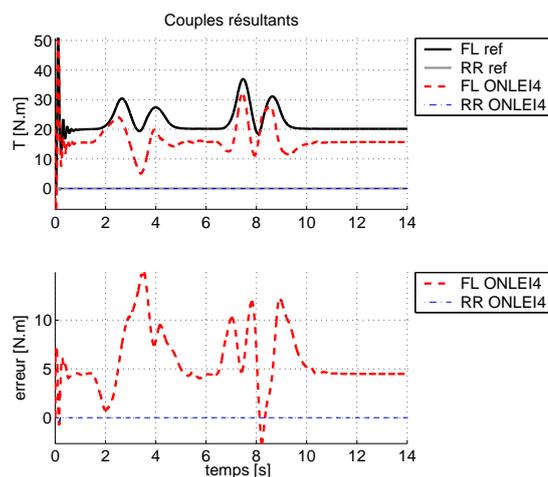


FIGURE 5.30 – Test latéral, amélioration de la reconstruction du couple grâce à l'hypothèse de deux roues motrices

En modélisant un véhicule de type traction, c'est-à-dire en supposant des couples connus et nuls sur les roues arrière du véhicule, il est possible de reconstruire correctement les

couples appliqués aux roues avant. A titre d'illustration, la figure 5.30 montre les résultats produits grâce à cette hypothèse supplémentaire lors du franchissement d'une chicane ISO à 40[km/h]. L'erreur d'estimation est divisée par deux.

### 5.3.5 Robustesse de l'observateur

Dans cette section, nous allons regarder la robustesse de l'observateur face à des variations paramétriques du modèle utilisé pour sa construction.

A titre d'illustration, nous avons choisi de positionner le modèle selon une hypothèse de route humide ou de pneumatique usé en supposant le paramètre  $c_1$  du modèle de coefficient de frottement (5.6) des roues avant à 70[%] de la valeur nominale identifiée. Cet observateur est ensuite testé sur l'essai de freinage en courbe tel que décrit à la section 5.3.3.4. L'observation des couples résultants appliqués aux roues avant gauche et arrière droite sont visibles sur la figure 5.31.

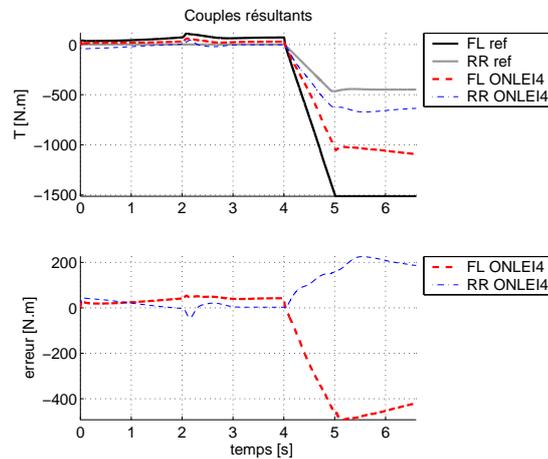


FIGURE 5.31 – Freinage en courbe - observateur (5.25), hypothèse de route humide - Couples résultants - Callas et observateur

On peut constater à la vue de cette figure que le couple inconnu attribué aux roues avant est sous estimé dans les proportions de la modification du paramètre. On peut également voir que l'observateur compense cette erreur en reconstruisant un couple plus important sur les roues arrière. On retrouve bien ici la non robustesse des observateurs à grand gain par rapport aux erreurs de paramètres.

Le même type d'erreur à constater lors d'une erreur d'estimation sur les rayons de roue.

La figure 5.32 présente l'observation des couples résultants avant gauche et arrière droit lorsque des bruits de mesures de type gaussien de variance  $0.01[\text{rad}^2.\text{s}^{-2}]$  (faibles erreurs) sont présents sur les vitesses de rotation des roues. L'observateur de type ONLEI4 est robuste lorsque des bruits de mesures sont présents sur les vitesses de rotation des roues.

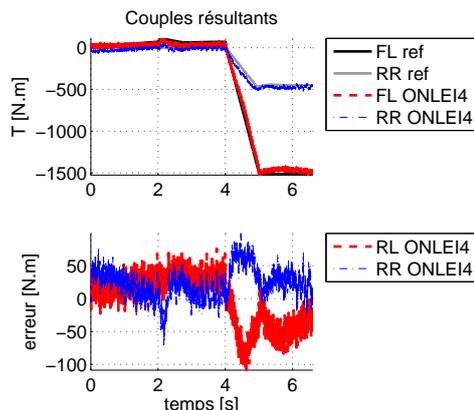


FIGURE 5.32 – Couples résultants - Observateur (5.10) - Influence d'un bruit gaussien de variance  $0.01[\text{rad}^2.\text{s}^{-2}]$  ajouté à la mesure

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la reconstruction d'entrées inconnues que sont les couples appliqués aux roues du véhicule. Nous avons formulé le problème de façon à utiliser des mesures disponibles sur les véhicules actuels comme les vitesses de rotation des roues. À partir de modèles non linéaires de véhicule, nous avons défini des observateurs non-linéaires de type grand gain afin d'estimer l'état ainsi que ces entrées inconnues.

Dans un premier temps, nous avons étudié la reconstruction de la dynamique longitudinale en utilisant un modèle de véhicule à quatre roues, intégrant également la dynamique de tangage et en posant l'hypothèse d'un roulement sur sol plan et horizontal. Pour ce premier cas d'étude, nous avons supposé que les efforts verticaux appliqués aux roues étaient déduits d'approximations quasi-statiques. Après avoir procédé au calibrage du modèle, nous avons vérifié les performances de l'observateur dans le cas d'un freinage de faible dynamique. L'analyse des résultats de l'observateur nous a permis de montrer des performances tout à fait convaincantes lorsque toutes les conditions d'applications étaient réunies. Nous avons également montré les limites de fonctionnement de l'observateur initialement formulé lors des cas de vie de type accélération pure. En effet, l'observateur proposé reconstruit des couples moteurs sur les quatre roues du véhicule alors que seules les roues avant du véhicule étudié sont sollicitées.

Dans un second temps, nous avons regardé le cas d'un modèle plan sur plan intégrant un modèle couplé de pneumatique. La vérification du calibrage du modèle et l'évaluation de l'observateur ont été réalisées en sollicitations découplées par la réalisation d'essais de dynamiques longitudinales pures et transversales pures. Le modèle et l'observateur ont ensuite été soumis à un essai de dynamique couplée consistant en un freinage en courbe. Dans ce deuxième exemple, nous avons choisi de considérer les efforts verticaux comme des entrées mesurées. L'analyse des résultats produits montre qu'il est possible de reconstruire correctement les couples appliqués aux roues lorsque le modèle utilisé pour la construction de l'observateur est correctement calibré. De la même façon que pour le modèle dédié à la dynamique longitudinale pure, il a été constaté l'importance de la modélisation dans le cas

de l'utilisation de l'observateur non linéaire de type grand gain. En effet, la prise en compte d'entrées inconnues sur les roues arrière ne doit se faire que dans les cas de vie mobilisant du freinage (pour les véhicules de type traction). La modélisation et l'observation deviendrait valable lorsqu'un véhicule de type quatre roues motrices est utilisé.

Au cours de ce chapitre, nous avons également évalué la robustesse des observateurs aux variations paramétriques du modèle de véhicule ayant servi à sa construction. La non robustesse des observateurs de type grand gain à ce type d'erreur a bien été constatée.

Pour conclure ce chapitre, il est important de souligner que le couple reconstruit à l'aide des techniques présentées n'est le couple appliqué sur les roues que si le modèle de véhicule et les hypothèses ayant servi à sa construction sont vérifiées. On peut considérer que le couple reconstruit par la technique présentée est en fait constitué des couples que l'on cherche effectivement à reconstruire, des erreurs de modélisation des rayons de roues, des erreurs de modélisation du coefficient de frottement ainsi que les efforts non modélisés comme, par exemple, les efforts de résistance au roulement.

# Conclusion générale

## Conclusions

Ce mémoire de thèse a traité de problèmes d'observation de l'état et d'entrées inconnues appliqués à la dynamique automobile.

Dans le premier chapitre, nous sommes intéressés à différents modèles de connaissance et de comportement de la dynamique du véhicule présents dans la littérature. Ces modèles sont ensuite utilisés dans les chapitres suivants en fonction du contexte de l'étude.

Le deuxième chapitre est un chapitre bibliographique traitant de la synthèse d'observateurs appliqués à des systèmes à entrées inconnues dans les cas linéaires et non linéaires. Les conditions d'existence de tels observateurs ont été rappelées. La convergence de l'observateur est assurée par l'utilisation d'inégalités matricielles linéaires LMIs pour les systèmes linéaires et par l'utilisation de la technique d'observation à grand gain pour les systèmes non linéaires. Ces observateurs à entrées inconnues ont ensuite été développés pour reconstruire des entrées définies comme inconnues de modèles de la dynamique du véhicule.

Le troisième chapitre a proposé des méthodologies afin de reconstruire des variables caractéristiques de la chaussée en plus de l'état du véhicule. Les variables de la route reconstruite sont la pente, le dévers et le profil de la chaussée. Différents observateurs ont été conçus en fonction des variables à reconstruire et de l'ensemble de capteurs supposé disponible. Ainsi, des modèles de comportements de complexité variables ont été utilisés. Les observateurs ont été évalués qualitativement en comparaison aux données issues d'un simulateur de véhicule servant d'expérience virtuelle.

Le quatrième chapitre a été consacré à l'estimation de la dérive du centre de gravité, de la vitesse de lacet et du braquage à partir de la mesure d'efforts latéraux au centre roue supposés délivrés par un roulement capteur d'effort. Pour ce faire, un modèle bicyclette du véhicule a été utilisé. Dans un premier temps, nous avons abordé le problème de l'estimation du braquage comme entrée inconnue dans le cas linéaire pour regarder par la suite l'aspect non linéaire. Les non-linéarités ont été introduites par le modèle d'efforts d'interaction entre les pneumatiques et la chaussée. Les performances des observateurs ont été évalués par comparaison aux données issues de l'expérience virtuelle.

Dans le cinquième et dernier chapitre, nous avons appliqué un observateur non linéaire de type grand gain à entrées inconnues indépendantes des mesure dans le cas où le nombre d'entrées inconnues égal au nombre de mesures. Cet observateur permet d'estimer simultanément l'état du véhicule et le couples résultants appliqués sur les roues ainsi que d'autres variables internes au modèle (efforts d'interaction entre le pneumatique et la chaussée, dérive de centre du gravité du véhicule, ...). L'observateur a été conçu en utilisant uniquement les mesures de vitesse de rotations de roues, mesures disponibles actuellement de série dans les systèmes ABS actuels ou observable par les roulements capteurs d'efforts. Deux modèles de véhicule ont été utilisés : un modèle longitudinal à quatre roues sur sol horizontal et un modèle de véhicule permettant de reconstruire la dynamique longitudinale et transversale du véhicule.

## Perspectives

Le travail présenté dans cette thèse a été obtenu par des validations de simulation. Si le modèle de référence utilisé est un modèle de connaissance avancé servant d'expérience virtuelle, la validation par l'expérience réelle des algorithmes proposés serait un plus. Pour ce faire deux étapes sont à envisager. La première consiste en la validation hors ligne sur des données enregistrées. La seconde sera d'embarquer les algorithmes à bord d'un véhicule en vue de la validation en ligne.

Comme perspectives d'études en continuité avec ce travail on peut noter qu' :

- Il serait utile d'utiliser des modèles non linéaires pour estimer les attributs de la route.
- En ce qui concerne les véhicules à plusieurs essieux directeurs, il sera nécessaire de disposer d'une mesure d'effort latéral par essieux si l'on souhaite estimer le braquage à partir de la méthodologie présentée au chapitre 4.

Il serait préférable pour l'estimation du braquage d'utiliser un modèle de véhicule à deux roues directrices. Dans ce cas, les mesures des efforts latéraux avant et arrière seront obligatoire pour la construction de l'angle de dérive, la vitesse de lacet et les angles des braquages avant et arrière.

- Il serait intéressant de prévoir des modèles à plus de degrés de liberté pour estimer simultanément l'état du véhicule et les attributs de la route ainsi que les couples résultants appliqués sur les roues.

# Bibliographie

- [Alasty & Ramezani 2002] A. Alasty and A. Ramezani. *Parameter Estimation of a Nonlinear Full vehicle Ride Model Based on Trust-Region Method*. In AVEC, International symposium on Advanced Vehicle Control, 2002.
- [Arcak & Kokotovic 1999] M. Arcak and P. Kokotovic. *Nonlinear observers : A circle criterion design*. In 38th IEEE Conference on Decision and Control CDC 1999, Phoenix, Arizona, USA, December 1999.
- [Arcak & Kokotovic 2001] M. Arcak and P. Kokotovic. *Nonlinear observers : A circle criterion design and robustness analysis*. Automatica, December 2001.
- [Arcak 2002] M. Arcak. *A global separation theorem for a new class of nonlinear observers*. In 41th IEEE Conference on Decision and Control CDC 2002, Las Vegas, Nevada, USA, December 2002.
- [Aubry *et al.* 1998] D. Aubry, M. Boutayeb and M. Darouach. *Observateurs de type Kalman étendu pour les systèmes non linéaires temps discret. application à une machine asynchrone*. In Colloque Inter-GDR Thème Commande des Entraînements Electriques, Paris, France, 1998.
- [Baffet *et al.* 2009] G. Baffet, A. Charara and D. Lechner. *Estimation of vehicle sideslip, tire force and wheel cornering stiffness*. Control Engineering Practice, vol. 17, no. 11, pages 1255–1264, 2009.
- [Baffet 2007] Guillaume Baffet. *Développement et validation expérimentale d'observateurs des forces du contact pneumatique/chaussée d'une automobile*. doctorat de l'université de technologie de compiègne, Université de Technologie de Compiègne, septembre 2007.
- [Bolzern *et al.* 1999] P. Bolzern, F. Cheli, G. Falciola and F. Resta. *Estimation of the nonlinear suspension tyre cornering forces from experimental road test data*. Vehicle system dynamics, vol. 31, pages 23–34, 1999.
- [Bornard & Hammouri 1991] G. Bornard and H. Hammouri. *A high gain observer for a class of uniformly observable systems*. In Proc. 30th IEEE Conference on Decision and Control, Brighton, England, vol. 122, pages 23–34, 1991.
- [Boutayeb & Darouach 1995] M. Boutayeb and M. Darouach. *Observers design for nonlinear descriptor systems*. In Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, Louisiana, USA, 1995.
- [Boutayeb *et al.* 1997] M. Boutayeb, H. Rafaralahy and M. Darouach. *Convergence analysis of the extended Kalman filter used as an observer for nonlinear deterministic discrete-time systems*. IEEE Trans. on Automatic Control, 1997.
- [Boutayeb *et al.* 2002] M. Boutayeb, M. Darouach and H. Rafaralahy. *Generalized state-space observers for chaotic synchronization and secure communication*. IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 49, 2002.

- [Boyd *et al.* 1994] Stephen Boyd, Laurent El Ghaoui, Eric Feron and Venkataramanan Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory. Studies in Applied Mathematics*. SIAM, Philadelphia, PA, 1994.
- [Burckhardt & Reimpell 1993] Manfred Burckhardt and Jarnsen Reimpell. *Fahrwerktechnik : Radschlupfregelsysteme*. Vogel-Verlag, 1993.
- [Chanet & Marionneau 2006] Myriam Chanet and Anicet Marionneau. *Système de caractérisation de l'action d'un pneumatique d'un véhicule sur le sol et du sol lui-même*. Patent 1785287 - Brevet 05-11455, 11 2006.
- [Chantranuwathana & Huei Peng 2004] S. Chantranuwathana and H. Huei Peng. *Adaptive robust force control for vehicle active suspensions*. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2004.
- [Chen 1993] G. Chen. *Approximate Kalman filtering*. World Scientific series in approximations and decompositions, 1993.
- [Cherry & Jones 1995] A.S. Cherry and R.P. Jones. *Fuzzy logic control of an automotive suspension system*. IEEE Control Theory Application, vol. 142, no. 2, pages 149–160, 1995.
- [Commission 2008] European Commission. *Improving the safety and environmental performance of vehicles*. Press Release IP/08/786, 2008.
- [Daafouz *et al.* 2006] J. Daafouz, M. Fliess and G. Millérioux. *Une approche intrinsèque des observateurs linéaires à entrées inconnues*. In Proc. of CIFA, IEEE Conférence Internationale Francophone d'Automatique, 2006.
- [Darouach *et al.* 1994] M. Darouach, M. Zasadzinski and S. J. Xu. *Full-Order Observers for Linear Systems with Unknown Inputs*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 39, no. 3, March 1994.
- [Darouach 2009] M. Darouach. *Complements to full order observer design for linear systems with unknown inputs*. Applied Mathematics Letters, vol. 22, 2009.
- [De Larminat 1996] Philippe De Larminat. *Automatique, commande des systèmes linéaires*. Hermès, Paris, 2 édition, 1996.
- [Ding *et al.* 2004] Eve Ding, Thomas Massel and Marc Arndt. *Fault Tolerant Roll Rate Sensor Monitoring*. In Proc. of AVEC, Advanced Vehicle Control Symposium, pages 585–590, August 2004.
- [Du *et al.* 2008] H.P. Du, N. Zhang and J. Lam. *Parameter-dependent input-delayed control of uncertain vehicle suspensions*. Journal of Sound and Vibration, vol. 317, pages 537–556, 2008.
- [Edwards & Spurgeon 2000] C. Edwards and S. K Spurgeon. *Sliding mode observers for fault detection and isolation*. Automatica, vol. 36, pages 541–553, 2000.
- [El Rifai & Slotine 2006] K. El Rifai and J.J.E. Slotine. *Compositional contraction analysis of hybrid nonlinear systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006.
- [Ellis 1994] J.R. Ellis. *Vehicle dynamics*. Mechanical engineering publications Ltd, London, 1994.

- [Fan & Arcak 2002] X. Fan and M. Arcak. *Nonlinear observer design for systems with multivariable monotone nonlinearities*. In 41th IEEE Conference on Decision and Control CDC 2002, Las Vegas, Nevada, USA, December 2002.
- [Fan & Arcak 2003] X. Fan and M. Arcak. *Observer design for systems with multivariable monotone nonlinearities*. Systems and Control Letters, December 2003.
- [Farza *et al.* 1993] M. Farza, K. Busawon and H. Hammouri. *Simple nonlinear observers for on-line estimation of Kinetic rates in bioreactors*. Automatica, 1993.
- [Farza *et al.* 2004] M. Farza, M. M'Saad and L. Rossignol. *Observer design for a class of mimo nonlinear systems*. Automatica, vol. 40, pages 135–143, 2004.
- [Farza *et al.* 2005] M. Farza, M. M'Saad and M. Sekher. *A set of observers for a class of nonlinear systems*. In Proceedings of the 16th IFAC World Congress, praha, Czech Republic, July 2005.
- [Farza *et al.* 2009] M. Farza, M. M'Saad, T. Maatouga and M. Kamounb. *Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems*. Automatica, vol. 45, pages 2292–2299, 2009.
- [Farza *et al.* 2010] M. Farza, M. M'Saad, M. Triki and T. Maatougb. *High gain observer for a class of non-triangular systems*. Systems and Control Letters, 2010.
- [Fischer & Isermann 2004] D. Fischer and R. Isermann. *Mechatronic semi-active and active vehicle suspension*. Control Engineering Practice, vol. 12, pages 1353–1367, 2004.
- [Fraye 1985] Robert W. JR. Frayer. *Measurement of bearings loads using ductile wire inserts*. SAE Transactions, vol. 94, no. 4, pages 237–243, 1985.
- [Gaddouna *et al.* 1994] B. Gaddouna, D. Maquin and J. Ragot. *Fault detection observers for systems with unknown inputs*. In Proceedings of SAFEPROCESS 94, IFAC/IMACS Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Processes, 1994.
- [Gauthier & Bornard 1981] J.P. Gauthier and G. Bornard. *Observability for any  $u(t)$  of a class of nonlinear systems*. IEEE Trans. on Aut. Control, vol. 26, 1981.
- [Gauthier & Kupka 1994] J.P. Gauthier and I.A.K. Kupka. *Observability and observers for nonlinear systems*. SIAM J. Control. Optim, vol. 32, 1994.
- [Gauthier *et al.* 1992] J.P. Gauthier, H. Hammouri and S. Othman. *A simple observer for nonlinear systems - application to bioreactors*. IEEE Trans. on Aut. Control, vol. 37, 1992.
- [Gillespie 1992] Thomas D. Gillespie. Fundamentals of vehicle dynamics. Society of automotive engineers Inc., Warrendale., 1992.
- [Gobbi *et al.* 2010] M. Gobbi, P. and Guarneri, G. Mastinu and G. Rocca. *A smart wheel for improving the active safety of road vehicles*. In AVEC, International symposium on Advanced Vehicle Control, Loughborough, UK, August 2010.
- [Guan & Saif 1991] Y. Guan and M. Saif. *A Novel Approach to the Design of Unknown Inputs Observers*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 36, no. 6, 1991.
- [Hammouri & Farza 2003] H. Hammouri and M. Farza. *Nonlinear observers for locally uniformly observable systems*. ESAIM J. on Control, Optimisation and Calculus of Variations, vol. 9, pages 353–370, 2003.

- [Hassibi *et al.* 1999] A. Hassibi, J. How and S. Boyd. *A path-following method for solving BMI problems in control*. American Control Conference, San Diego, California, vol. 2, pages 1385–1389, 1999.
- [Holweg 2008] E. Holweg. Vehicle dynamics and safety. Presentation on 2008-05-14 at the Mobility Intelligence using Load based Lateral Stability (MILLS) European project meeting, mars 2008.
- [Hou & Pugh 1999] M. Hou and A.C. Pugh. *Observer with linear error dynamics for nonlinear multi output systems*. Systems and Control Letters, vol. 37, pages 1–9, 1999.
- [Imine 2003] Hocine Imine. *Observation d'états d'un véhicule pour l'estimation du profil des traces de roulement*. PhD thesis, Université de Versailles-Saint-Quentin-en-Yvelines, Décembre 2003.
- [Jouffroy & Slotine 2004] J. Jouffroy and J.-J. E. Slotine. *Methodological remarks on contraction theory*. IEEE conference on Decision and control, 2004.
- [Kalman 1960] R. E. Kalman. *A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*. Transactions of the ASME - Journal of Basic Engineering, vol. 82, no. série D, pages 35–45, 1960.
- [Kalsi *et al.* 2010] K. Kalsi, J. Lian, S. Huib and H. S. Zaka. *Sliding-mode observers for systems with unknown inputs : A high-gain approach*. Automatica, vol. 46, pages 347–353, 2010.
- [Kazantzis & Kravaris 1998] N. Kazantzis and C. Kravaris. *Nonlinear observer design using Lyapunov's auxiliary theorem*. Systems and Control Letters, 1998.
- [Kiencke & Nielsen 2000] Uwe Kiencke and Lars Nielsen. Automotive control system. Springer, 2000.
- [Kim *et al.* 2002] Hyo-Jun Kim, Hyun Seok Yang and Young-Pil Park. *Improving the vehicle performance with active suspension using road-sensing algorithm*. Computers & Structures, vol. 80, pages 1569–1577, 2002.
- [Koch *et al.* 2010] G. Koch, O. Fritsch and B. Lohmann. *Potential of low Bandwidth active suspension control with continuously variable damper*. Control Engineering Practice, vol. 18, pages 1251–1262, 2010.
- [Koenig & Mammar 2002] D. Koenig and S. Mammar. *Design of proportional-integral observer for unknown input descriptor systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 47, no. 12, pages 2057–2062, 2002.
- [Kou *et al.* 1975] S.R. Kou, D.L. Elliott and T.J Tarn. *Exponential observers for nonlinear dynamic systems*. Information and Control, vol. 29, 1975.
- [Kreisselmeier & Engel 2003] G. Kreisselmeier and R. Engel. *Nonlinear observers for autonomous Lipschitz continuous systems*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 48, 2003.
- [Krener & Isidori 1983] A. J. Krener and A. Isidori. *Linearization by output injection and nonlinear observers*. Systems and Control Letters, 1983.

- [Kropac & Mucka 2005] O. Kropac and P. Mucka. *Be careful when using the International Roughness Index as an indicator of road unevenness*. Journal of sound and vibration, vol. 287, pages 989–1003, 2005.
- [Kudva *et al.* 1980] P. Kudva, N. Viswabhadham and A. Ramakrishna. *Observers for linear systems with unknown inputs*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 25, pages 113–115, 1980.
- [Kwapisz *et al.* 2008] David Kwapisz, Joanny Stéphant and Dominique Meizel. *Instrumented bearing for force and moment measurements*. In IEEE Sensors - Lecce , Italy, 26-29 Oct., pages 1480–1483, 2008.
- [Kwapisz 2008] David Kwapisz. *Reconstruction du torseur des efforts transmis par le roulement de roue à partir de mesures de déformation*. Phd thesis, Limoges University, november 7 2008. confidential.
- [Lechner *et al.* 1997] D. Lechner, Y. Delanne, G. Schaefer and V. Schmitt. *Méthodologie de validation du logiciel de dynamique automobile CALLAS*. Ingénieurs de l'automobile, vol. 9, no. 713, pages 10–38, 1997.
- [Lechner 2002] Daniel Lechner. *Analyse du comportement dynamique des véhicules routiers légers : développement d'une méthodologie appliquée à la sécurité primaire*. PhD thesis, École centrale de Lyon, Octobre 2002.
- [Lin & Huang 2004] J.-H. Lin and C.-J. Huang. *Nonlinear Backstepping Active Suspension Design Applied to a Half-Car Model*. Vehicle system dynamics, vol. 42, no. 6, pages 373–393, 2004.
- [Liu & Peng 2002] C. S. Liu and H. Peng. *Inverse-dynamics based state and disturbance observers for linear time-invariant systems*. Journal of Dynamic System, Measurement, and Control, vol. 124, pages 375–381, 2002.
- [Liu *et al.* 2006] Fenglong Liu, Mondher Farza and Mohammed M'Saad. *Unknown inputs estimation for a class of nonlinear systems*. In International Symposium on Communications, Control and Signal Processing - Marrakech, Morocco, march 2006.
- [Liu 2007] Fenglong Liu. *Synthèse d'observateurs à entrées inconnues pour les systèmes non linéaires*. doctorat de l'université de basse-normandie, Université de Basse-Normandie, décembre 2007.
- [Lohmiller & Slotine 1998] J. Lohmiller and J.J.E. Slotine. *On contraction analysis for nonlinear systems*. Automatica, vol. 34, no. 6, 1998.
- [Lohmiller & Slotine 2000] J. Lohmiller and J.J. E. Slotine. *Control system design for mechanical systems using contraction theory*. IEEE Trans. Automatic Control, vol. 45, no. 5, 2000.
- [Lohmiller & Slotine 2005] J. Lohmiller and J.J. E. Slotine. *Contraction analysis of nonlinear distributed systems*. International Journal of Control, 2005.
- [Luenberger 1971] D.G. Luenberger. *An introduction to observers*. IEEE Trans on Automatic control, vol. 16, no. 6, 1971.
- [Maquin & Gaddouna 1994] D. Maquin and J. Gaddouna B.and Ragot. *Estimation Of Unknown Inputs In Linear Systems*. American Control Conference, vol. 1, pages 1195–1197, 1994.

- [Marino & Scalzi 2010] R. Marino and S. Scalzi. *asymptotic sideslip angle and yaw rate decoupling control in four-wheel steering vehicles*. Vehicle system dynamics, vol. 48, no. 9, pages 999–1019, 2010.
- [Maurice *et al.* 1999] J.P Maurice, M Berzeri and H.B Pacejka. "Pragmatic tyre model for short wavelength side slip variations". Vehicle system dynamics, pages 65–94, 1999.
- [Mol 2005] Hendrik Anne Mol. *Method and sensor arrangement for load measurement on rolling element bearing based on model deformation*. US Patent 7389701 SKF, 2005.
- [Moreau 1995] Xavier Moreau. *La dérivation non entière en isolation vibratoire et son application dans le domaine de l'automobile. La suspension CRONE : du concept à la réalisation*. Doctorat de l'université bordeaux, l'Université Bordeaux I, Février 1995.
- [Niculescu 2001] Silviu-Iulian Niculescu. *Introduction à l'optimisation convexe : Approche par LMIs*. HEUDIASYC (UMR CNRS 6599), Université de Technologie de Compiègne, 2001.
- [Ouahi *et al.* 2010a] Mohamed Ouahi, Joanny Stéphant and Dominique Meizel. *Redefining Automotive Supervision Using new sensor technology*. In International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC), Loughborough, UK, August 2010.
- [Ouahi *et al.* 2010b] Mohamed Ouahi, Joanny Stéphant and Dominique Meizel. *Redéfinition de la supervision dynamique d'une automobile à partir de nouveaux capteurs*. In Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA), Nancy, France, June 2010.
- [Ouahi *et al.* 2010c] Mohamed Ouahi, Joanny Stéphant and Dominique Meizel. *Simultaneous Observation of Inputs and State of Wheeled Vehicle Model*. In 7th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicle (IAV), volume 7, Lecce, Italy, September 2010.
- [Ouahi *et al.* 2011a] Mohamed Ouahi, Joanny Stéphant and Dominique Meizel. *Evaluation of Torque Observer in Automotive Context*. In IFAC World Congress, Milan, Italy, September 2011.
- [Ouahi *et al.* 2011b] Mohamed Ouahi, Joanny Stéphant and Dominique Meizel. *Observateur des couples appliqués aux roues d'un véhicule automobile*. In Journées Doctorales et Nationales du GDR MACS, Marseille, France, Juin 2011.
- [Ouahi *et al.* 2011c] Mohamed Ouahi, Joanny Stéphant and Dominique Meizel. *Torques and Vehicle State : an Automotive Application of Unknown Inputs Observer*. In IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), Gdansk, Poland, June 2011.
- [Oudghiri 2008] Mohammed Oudghiri. *Commande multi-modèles tolérante aux défauts : Application au contrôle de la dynamique d'un véhicule automobile*. doctorat de université de picardie jules verne, Université de picardie jules verne, 2008.
- [Pacejka 1981] H.B. Pacejka. Analysis of tire properties, chapitre 9, pages 721–870. Clark, S.K. Mechanics of pneumatic tires, DOT-HS805952, 1981.

- [Park & Kim 1998] J.H. Park and Y.S. Kim. *Decentralized variable structure control for active suspensions based on a full-car model*. In IEEE International conference on Control Applications, Trieste, Italy, pages 383–387, september 1998.
- [Peng & Hu 1996] H. Peng and J.S. Hu. *Traction/braking force distribution for optimal longitudinal motion during curve following*. Vehicle System Dynamics, vol. 26, no. 4, pages 301–320, 1996.
- [Pertew *et al.* 2005] A.M. Pertew, H.J. Marquez and Q. Zhao. *Hinfini synthesis of unknown input observers for non-linear Lipschitz systems*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 78, no. 15, pages 1155–1165, 2005.
- [Pffiffer *et al.* 2003] R. Pffiffer, L. Guzzella and Onder C.H. *Fuel-optimal control of CVT powertrains*. Control Engineering Practice, vol. 11, no. 3, pages 329–336, March 2003.
- [Phelps 1991] A. R. Phelps. *On constructing nonlinear observers*. SIAM Journal on Control and Optimization, vol. 29, 1991.
- [Prattichizzo *et al.* 1998] D. Prattichizzo, P. Marcorelli, A. Bicchi and A. Vicino. *Geometric disturbance decoupling control of vehicules with active suspensions*. In IEEE International conference on Control Applications, Trieste, Italy, pages 253–257, september 1998.
- [Rabhi 2004] Abdelhamid R. Rabhi. *Modélisation pour l'estimation de l'état et des forces d'interaction Véhicule-Route*. In Proc. Conférence internationale francophone d'automatique (CIFA2004), Douz, Tunisie, Novembre 2004.
- [Raghavan & Hedrick 1994] S. Raghavan and J.K. Hedrick. *Observer design for a class of nonlinear systems*. International Journal of Control, vol. 59, 1994.
- [Rajamani 1998] R. Rajamani. *Observers for Lipschitz nonlinear systems*. IEEE Trans. Automatic Control, 1998.
- [Ray 1997] Laura R. Ray. *Nonlinear Tire Force Estimation and Road Friction Identification : Simulation and Experiments*. Automatica, vol. 33, no. 10, pages 1819–1833, 1997.
- [Reif *et al.* 1998] K. Reif, F. Sonnemann and R. Unbehauen. *An EKF based nonlinear observer with aprescribed degree of stability*. Automatica, 1998.
- [Rozyn & Zhang 2010] M. Rozyn and N. Zhang. *A method for estimation of vehicle inertial paramrters*. Vehicle system dynamics, vol. 48, no. 5, pages 547–565, 2010.
- [Ryu & Christian 2004] J. Ryu and J. Christian. *Estimation of Vehicle Roll and Road Bank Angle*. American Control Conference, Boston, USA, 2004.
- [Sammier 2001] Damien Sammier. *Sur la modélisation et la commande des suspensions des véhicules automobiles*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG), Novembre 2001.
- [Savaresi *et al.* 2010] Sergio Savaresi, Charles Poussot Vassal, Cristiano Spelta, Olivier Sename and Luc Dugard. *Semi-active suspension control design for vehicles*. Elsevier, 08 2010. ISBN 978-0-08-096678-6.

- [Scorletti 2006] Gérard Scorletti. *Outils pour la robustesse : inégalités matricielles affines*. GREYC Equipe Automatique, U.F.R. de Sciences, Université de Caen GREYC Equipe Automatique 6, Boulevard du Maréchal Juin 14050 Caen Cedex, février 2006.
- [Sebsadji *et al.* 2008] Y. Sebsadji, S. Glaser, S. Mammam and M. Netto. *Vehicle Roll and Road Bank Angles Estimation*. International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, 2008.
- [Sebsadji 2009] Y. Sebsadji. *Numérisation et Reconstruction 3D de la Géométrie de la Route par Observateurs et Stéréovision*. PhD thesis, Université d'Evry Val d'Essonne, France, 2009.
- [Segel 1956] M.L. Segel. *Theoretical prediction and experimental substantiation of the response of the automobile to steering control*. In Proc. automobile division of the institut of mechanical engineers, volume 7, pages 310–330, 1956.
- [Seliger & Frank 1991] R. Seliger and P.M. Frank. *Fault-diagnosis by disturbance decoupled nonlinear observers*. In In Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control, Brighton, England, 1991.
- [Sentouh *et al.* 2008] C. Sentouh, S. Mammam and S. Glaser. *Simultaneous Vehicle State and Road Attributes Estimation Using Unknown Input Proportional-Integral Observer*. IEEE Intelligent Vehicles Symposium Eindhoven, The Netherlands, 2008.
- [Sera-CD 2005] Sera-CD. *Documentation utilisateur Prosper Callas 4.5*, 2005.
- [Sharma & Aldeen 2004] R. Sharma and M. Aldeen. *Estimation of unknown disturbances in nonlinear systems*. In Control 2004, University of Bath, UK, 2004.
- [Smith & Wang 2002] M.C. Smith and F.C. Wang. *Controller Parametrisation for Disturbance Response Decoupling : Application to Vehicle Active Suspension Control*. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 10, no. 3, pages 393–407, 2002.
- [Solmaz *et al.* 2008] S. Solmaz, M. Akar, R. Shorten and J Kalkkuhl. *real-time multiple-model estimation of center of gravity position in automotive vehicles*. Vehicle system dynamics, vol. 46, no. 9, pages 763–788, 2008.
- [Stéphane 2004] Joanny Stéphane. *Contribution à l'étude et à la validation expérimentale d'observateurs appliqués à la dynamique du véhicule*. doctorat de l'université de technologie de compiègne, Université de Technologie de Compiègne, décembre 2004.
- [Stotsky & Kolmanovsky 2001] A. Stotsky and I. Kolmanovsky. *Simple unknown input estimation techniques for automotive applications*. American Control Conference, pages 3312–3317, 2001.
- [Takahashi *et al.* 2006] Toshimichi Takahashi, Mitsuru Asai and Hiroaki Makino. *Development of Tire and Moment Measurement System Mounted on a Wheel Hub Unit*. Advanced Vehicle Control Symposium (AVEC), Tapei, Taiwan, August 2006.
- [Tamboli & Joshi 1999] J. A. Tamboli and S. G. Joshi. *Optimum design of a passive suspension system of a vehicle subjected to actual random road excitations*. Journal of sound and vibration, vol. 219, pages 193–205, 1999.

- [Thau 1973] F.E. Thau. *Observing the state of non-linear dynamic systems*. International Journal of Control, vol. 17, 1973.
- [Titli & Boverie 1995] A Titli and S. Boverie. *Fuzzy and neuro control for semi-active and active suspension*. In IFAC Workshop on Advances in Automotive Control, pages 46–50, 1995.
- [Wang *et al.* 1975] S.-H. Wang, E.J. Davison and P. Dorato. *Observing the states of systems with unmeasurable disturbances*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 20, pages 716–717, 1975.
- [Wong 1993] J.Y. Wong. *Theory of ground vehicles*. John Wiley and Sons, New York, 1993.
- [Yagiz & Hacıoglu 2008] N. Yagiz and Y. Hacıoglu. *Backstepping control of a vehicle with active suspensions*. Control Engineering Practice, vol. 16, pages 1457–1467, 2008.
- [Yang & Wilde 1988] F. Yang and R.W. Wilde. *Observers for linear systems with unknown inputs*. IEEE transaction Automatic Control, vol. 33, pages 677–681, 1988.
- [You *et al.* 2009] S.H. You, J.O. Hahn and Lee Hyeongcheol. *New adaptive approaches to real-time estimation of vehicle sideslip angle*. Control Engineering Practice, vol. 17, pages 1367–1379, 2009.
- [Zeitz 1987] M. Zeitz. *The extended Luenberger observer for nonlinear systems*. Systems and Control Letters, vol. 9, 1987.



# Notations

$air_x$	: Aire de la surface longitudinale du véhicule [ $m^2$ ]
$air_y$	: Aire de la surface latérale du véhicule [ $m^2$ ]
$a_x$	: Accélération longitudinale dans le repère monde [ $m.s^{-2}$ ]
$a_{xrel}$	: Accélération longitudinale du centre de gravité par rapport à la route [ $m.s^{-2}$ ]
$a_y$	: Accélération latérale dans le repère monde [ $m.s^{-2}$ ]
$a_{yrel}$	: Accélération latérale du centre de gravité du véhicule par rapport à la route [ $m.s^{-2}$ ]
$B_{ij}$	: Rigidité longitudinale de la roue (ij) [ $N.rad^{-1}$ ]
$C_1$	: Coefficient d'amortissement de la suspension [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_2$	: Coefficient d'amortissement du pneumatique [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{1l}$	: Coefficient d'amortissement de la suspension gauche [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{2r}$	: Coefficient d'amortissement de la suspension droite [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{3l}$	: Coefficient d'amortissement du pneumatique gauche [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{4r}$	: Coefficient d'amortissement du pneumatique droit [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{sf}$	: Coefficient d'amortissement des suspensions avant [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{sr}$	: Coefficient d'amortissement des suspensions arrière [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{wf}$	: Coefficient d'amortissement des pneumatiques avant [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_{wr}$	: Coefficient d'amortissement des pneumatiques arrière [ $N.s.m^{-1}$ ]
$c_x$	: Coefficient aérodynamique longitudinal [-]
$c_y$	: Coefficient aérodynamique latéral [-]
$C_\Theta$	: Coefficient d'amortissement de roulis équivalent [ $N.s.m^{-1}$ ]
$C_\phi$	: Coefficient d'amortissement de tangage équivalent [ $N.s.m^{-1}$ ]
$D_f$	: Rigidité de dérive de la roue virtuelle avant [ $N.rad^{-1}$ ]
$D_{ij}$	: Rigidité de dérive de la roue (i,j) [ $N.rad^{-1}$ ]
$d_{ij}$	: Distance entre le centre de gravité du véhicule et le centre roue (i,j) [ $m$ ]
$D_r$	: Rigidité de dérive de la roue virtuelle arrière [ $N.rad^{-1}$ ]
$E$	: Demi-voie [ $m$ ]
$E_{ij}$	: Position latérale de la roue (i,j) dans le repère véhicule [ $m$ ]
$f$	: Entrée inconnue
$F_{xair}$	: Effort aérodynamique longitudinal [ $N$ ]
$F_{xij}$	: Effort longitudinal appliqué sur la roue (ij) [ $N$ ]
$F_{yair}$	: Effort aérodynamique latéral [ $N$ ]
$F_{yf}$	: Résultante des efforts latéraux sur la roue virtuelle avant [ $N$ ]
$F_{yr}$	: Résultante des efforts latéraux sur la roue virtuelle arrière [ $N$ ]
$F_{yij}$	: Effort latéral appliqué sur la roue (i,j) [ $N$ ]
$F_{zf}$	: Effort vertical appliqué sur la roue avant [ $N$ ]
$F_{zij}$	: Effort vertical appliqué sur la roue (i,j) [ $N$ ]
$F_{zr}$	: Effort vertical appliqué sur la roue arrière [ $N$ ]
$\cdot FL$	: Roue avant gauche (Front Left)

---

$\cdot FR$	: Roue avant droite (Front Right)
$g$	: Constante de gravité terrestre [ $ms^2$ ]
$g_{ij}$	: Taux de glissement global de la roue (i,j) [-]
$g_{lij}$	: Taux de glissement longitudinal de la roue (i,j) [-]
$g_{tlf}$	: Taux de glissement latéral roue avant [-]
$g_{tij}$	: Taux de glissement latéral de la roue (i,j) [-]
$g_{tr}$	: Taux de glissement latéral roue arrière [-]
$h$	: Hauteur du centre de gravité par rapport à l'axe de roulis [ $m$ ]
$I_i$	: Matrice identité de dimension $i \in \mathbb{N}$
$(ij)$	: Numéro de roue ou de pneumatique $ij = FL, FR, RL, RR$
$I_{wij}$	: Inertie de la roue (i,j) autour de son axe de rotation [ $kg.m^2$ ]
$I_x$	: Inertie de roulis du 1/2 véhicule [ $kg.m^2$ ]
$I_{xx}$	: Inertie de roulis [ $kg.m^2$ ]
$I_{zx}$	: Moment de lacet/roulis [ $kg.m^2$ ]
$I_{yy}$	: Inertie de tangage [ $kg.m^2$ ]
$I_{zz}$	: Inertie de lacet [ $kg.m^2$ ]
$K_1$	: Raideur de la suspension [ $N.m^{-1}$ ]
$K_2$	: Raideur verticale du pneumatique [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{1l}$	: Raideur de la suspension gauche [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{2r}$	: Raideur de la suspension droite [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{3l}$	: Raideur du pneumatique gauche [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{4r}$	: Raideur du pneumatique droite [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{bf}$	: Raideur de la barre anti-roulis avant [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{br}$	: Raideur de la barre anti-roulis arrière [ $N.m^{-1}$ ]
$K_c$	: Raideur d'une barre anti-roulis pour un essieu [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{sf}$	: Raideur des suspension avant [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{sr}$	: Raideur des suspension arrière [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{wf}$	: Raideur des pneumatiques avant [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{wr}$	: Raideur des pneumatiques arrière [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{\Theta}$	: Raideur équivalente au roulis [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{\phi}$	: Raideur équivalente au tangage [ $N.m^{-1}$ ]
$K_{zij}$	: Rigidité verticale de la roue (ij) [ $N.m^{-1}$ ]
$L$	: Empattement du véhicule [ $m$ ]
$L_f$	: Demi-empattement avant [ $m$ ]
$L_r$	: Demi-empattement arrière [ $m$ ]
$M < 0$	: Matrice $M$ , définie négative
$M > 0$	: Matrice $M$ , définie positive
$MIMO$	: Multi-Entrée Multi-Sortie (Multiple Input Multiple output)
$m$	: Masse suspendue (masse suspendue véhicule/2) [ $kg$ ]
$m_1$	: Masse suspendue (masse suspendue véhicule/4) [ $kg$ ]
$m_2$	: Masse non suspendue 1/4 véhicule [ $kg$ ]
$M_{ij}$	: Masse de quart de véhicule de la roue (i,j) [ $kg$ ]
$m_l$	: Masses non suspendues 1/2 véhicule gauche [ $kg$ ]
$m_r$	: Masses non suspendues 1/2 véhicule droite [ $kg$ ]

---

$m_s$	: Masse suspendue [ $kg$ ]
$m_{wf}$	: Masse non-suspendue avant [ $kg$ ]
$m_{wr}$	: Masse non-suspendue arrière [ $kg$ ]
$m_s$	: Masse suspendue du véhicule [ $kg$ ]
$M_V$	: Masse totale du véhicule [ $kg$ ]
$OEI$	: Observateur à entrées inconnues
$ONLEI$	: Observateur non linéaire à entrées inconnues
$R_{0ij}$	: Rayon nominal de la roue (i,j) [ $m$ ]
$R_{lij}$	: Rayon sous charge de la roue (i,j) [ $m$ ]
$\cdot RL$	: Roue arrière gauche (Rear left)
$\cdot RR$	: Roue arrière droite (Rear Right)
$R_{rij}$	: Rayon de roulement de la roue (i,j) [ $m$ ]
$SISO$	: Mono-Entrée Mono-Sortie (Single Input Single output)
$SNL$	: Système non linéaire
$T_{ij}$	: Couple résultant appliqué à la roue (i,j) [ $N.m$ ]
$u$	: Entrées connues
$\bar{u}$	: Profil de la chaussée [ $m$ ]
$\bar{u}_{ij}$	: Hauteur du profil de la route sous la roue (i,j) [ $m$ ]
$\bar{u}_l$	: Profil de la chaussée gauche [ $m$ ]
$\bar{u}_r$	: Profil de la chaussée droite [ $m$ ]
$V_G$	: Norme de vitesse du centre de gravité [ $m.s^{-1}$ ]
$V_{ij}$	: Vitesse de translation de la roue (i,j) [ $m.s^{-1}$ ]
$V_x$	: Vitesse longitudinale de translation du véhicule [ $m.s^{-1}$ ]
$V_y$	: Vitesse latérale de translation du véhicule [ $m.s^{-1}$ ]
$w_{ij}$	: Vitesse de rotation de la roue (i,j) [ $N.rad^{-1}$ ]
$x$	: Vecteur d'état d'un système
$z$	: Hauteur du centre de gravité de la masse suspendue [ $m$ ]
$z_1$	: Hauteur de la masse suspendue [ $m$ ]
$z_2$	: Hauteur du centre de la roue [ $m$ ]
$z_G$	: Hauteur du centre de gravité [ $m$ ]
$z_{ij}$	: Hauteur du centre de la roue (i,j) [ $m$ ]
$z_l$	: Hauteur de la masse suspendue gauche [ $m$ ]
$z_r$	: Hauteur de la masse suspendue droite [ $m$ ]
$z_{sij}$	: Hauteur du coin de la caisse (i,j) [ $m$ ]
$z_{sl}$	: Hauteur de la masse suspendue gauche [ $m$ ]
$z_{sr}$	: Hauteur de la suspension droite [ $m$ ]
$\beta$	: Angle de dérive du centre de gravité [ $rad$ ]
$\beta_f$	: Angle de dérive de la roue virtuelle avant [ $rad$ ]
$\beta_{ij}$	: Angle de dérive de la roue (i,j) [ $rad$ ]
$\beta_r$	: Angle de dérive de la roue virtuelle arrière [ $rad$ ]
$\delta$	: Braquage de la roue avant [ $rad$ ]
$\delta_{ij}$	: Braquage de la roue (ij) [ $rad$ ]
$\mu_{ij}$	: Coefficient de frottement de la roue (j,j) [-]
$\phi$	: Angle de tangage [ $rad$ ]

---

$\phi_r$	:	Pente de la route [ <i>rad</i> ]
$\phi_{rel}$	:	Angle de tangage du véhicule par rapport à la route [ <i>rad</i> ]
$\psi$	:	Angle de lacet (cap) [ <i>rad</i> ]
$\sigma_f$	:	Longueur de relaxation de l'effort latéral avant [ <i>m</i> ]
$\sigma_r$	:	Longueur de relaxation de l'effort latéral arrière [ <i>m</i> ]
$\sigma_{xij}$	:	Longueur de relaxation longitudinale de la roue (i,j) [ <i>m</i> ]
$\sigma_{yij}$	:	Longueur de relaxation latérale de la roue (i,j) [ <i>m</i> ]
$\Theta$	:	Angle de roulis [ <i>rad</i> ]
$\theta_r$	:	Devers de la route [ <i>rad</i> ]
$\theta_{rel}$	:	Angle de roulis du véhicule par rapport à la route [ <i>rad</i> ]
$\rho$	:	Masse volumique de l'air [ <i>kg.m<sup>-3</sup></i> ]
$\dot{(\cdot)}$	:	Dérivée temporelle de ( $\cdot$ )
$\hat{(\cdot)}$	:	Estimation de ( $\cdot$ )
$(\cdot)^+$	:	Pseudo-inverse de ( $\cdot$ )
$ (\cdot) $	:	Valeur absolue de ( $\cdot$ )
$\ (\cdot)\ $	:	Norme de ( $\cdot$ )

# Simulateur de véhicule CALLAS

## A.1 Présentation générale

Le simulateur de véhicule CALLAS est un logiciel de simulation dynamique du comportement des véhicules, 3D, couplé, non linéaire, et décrivant le comportement jusqu'à la limite d'adhérence ; "Couplé A la Limite de la Liaison Au Sol". Ce modèle de connaissance de véhicule a été initialement conçu par la société SERA-CD. Il est actuellement intégré au logiciel SCANer<sup>TM</sup> studio distribué par la société Oktal.

Le cœur de simulation de CALLAS appelé PROSPER permet de modéliser le comportement de véhicules comportant de 2 à 10 essieux, avec ou sans remorque. Les suspensions peuvent adopter toutes les géométries existantes (essieux rigides, roues indépendantes, chenilles, trains hybrides). La propulsion peut être thermique ou électrique, avec tous les schémas de transmission possibles. Les véhicules évoluent sur des sols allant du simple sol plan jusqu'aux sols en 3 dimensions, les chaussées humides, sols meubles, ... L'utilisateur peut effectuer des tests préprogrammés ou des simulations entièrement paramétrables, en temps différé ou en temps réel. Le véhicule peut être commandé en boucle ouverte ou fermée, grâce à des pilotes configurables.

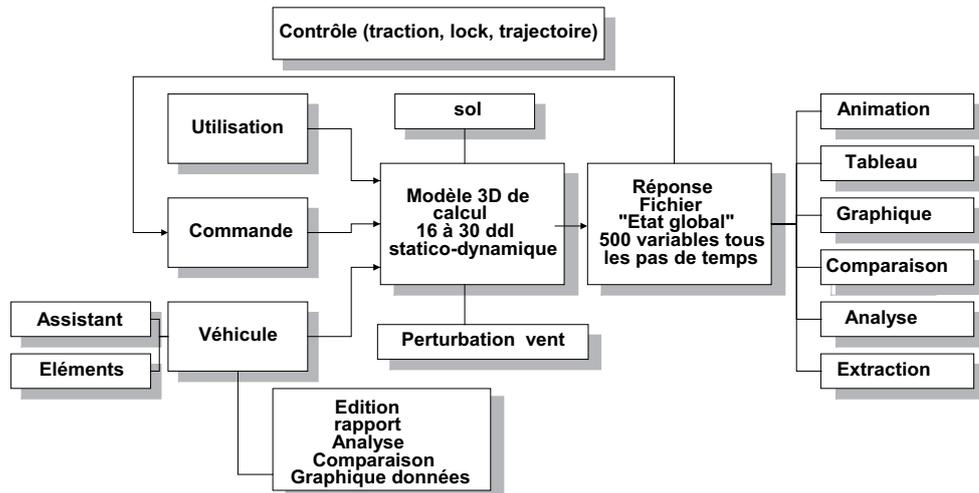


FIGURE A.1 – Structure du logiciel Callas. [Sera-CD 2005]

Le modèle de connaissance utilisé a subi de nombreuses validations tant par les constructeurs que des organismes publics dont la recherche est liée à la dynamique des véhicules (DGA-ETAS, LCPC, INRETS, ...) [Lechner *et al.* 1997].

Cette annexe a pour objectif de présenter succinctement les configurations du logiciel utilisées pour les validations des observateurs. La figure A.1 présente la structure choisie pour la construction du logiciel [Sera-CD 2005].

## A.2 Définition du véhicule

### A.2.1 Structure

Le véhicule virtuel utilisé dans nos simulations est le véhicule ayant servi pour partie à la validation du modèle de connaissance défini dans le simulateur. Il s'agit du véhicule Peugeot 406 de l'équipe "Surface de Contact et Dynamique du Véhicule" de l'antenne de Nantes du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

Nous ne donnerons pas ici le détail du paramétrage du véhicule utilisé mais la listes des menus principaux accessibles pour la définition de notre véhicule :

- *Généralités*
- *Chassis*
- *Aérodynamique*
- *Direction*
- *Freinage*
- *Moteur*
- *Pneumatiques 185/70/R14*
- *Essieu 1 : McPherson*
- *Suspension*
- *Essieu 2 : Multibras*
- *Suspension*
- *Transmission*

### A.2.2 Instrumentation

Il est possible d'instrumenter le véhicule en imposant des capteurs spécifiques. Cette partie du simulateur a été réalisée dans l'objectif d'aider les ingénieurs au paramétrage du modèle de simulation par rapport aux données enregistrées à bord d'un véhicule d'essai réel. Ce volet du logiciel joue également un rôle important dans la validation des données issues du simulateur lorsqu'il est embarqué à bord d'un véhicule.

Il est possible d'ajouter des accéléromètres, des capteurs de mesure de hauteur, des capteurs de vitesse caisse/sol (Correvit), des antennes GPS, . . .

Les capteurs sont modélisés dans l'environnement. Par exemple, les dynamiques de tangage et de roulis du chassis sont pris en compte pour calculer les vitesses délivrées par les capteurs de vitesse. Les capteurs de hauteur caisse réalisent une mesure dans la direction de leur faisceau (figure A.2) et délivrent donc l'information en prenant en compte l'orientation du chassis et le modèle de sol utilisé. Les accéléromètres peuvent être configurés pour prendre en compte la constante gravitationnelle ou pas.

Dans le cas de notre véhicule d'essai virtuel, nous avons implémenté des capteurs de hauteur caisse au droit des centres de roue, et un tri accéléromètre à la position du centre de

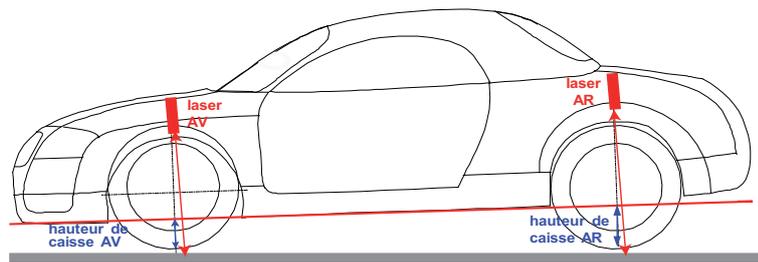


FIGURE A.2 – Implémentation de lasers de mesure de hauteur [Sera-CD 2005].

gravité évalué pour le véhicule à l'arrêt. Les coordonnées des capteurs sont à donner dans le *repère architecte* du véhicule. (x vers l'arrière, z vers le haut, origine au droit du train avant et sur l'origine du zéro du châssis).

### A.3 Définition du pilote

Afin d'assurer le suivi de trajectoire, nous avons utilisé la configuration de pilote appelée "pilote analytique". Trois critères d'erreur de suivi sont utilisés dans la définition de la variable de commande "accélération de l'angle au volant".

- l'écart de position latérale
- l'écart angulaire à la tangente à la trajectoire
- l'écart au rayon de courbure

Ces écarts sont évalués à l'instant  $t$  et anticipés pour le pas de calcul suivant  $t+dt$  en tenant compte de l'état dynamique du véhicule : vitesse, accélération longitudinale et rayon de courbure. La figure A.3 illustre ces variables.

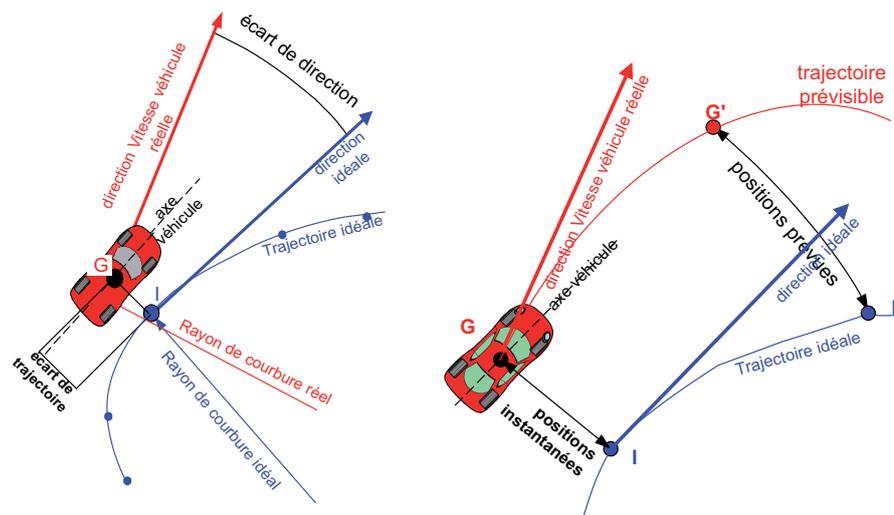


FIGURE A.3 – Définition des erreurs et projection du véhicule au pas de temps suivant pour la conception de la loi de commande du pilote analytique [Sera-CD 2005].

Cette modélisation du pilote a notamment été utilisée dans le chapitre 4 pour la réalisation des franchissements de la chicane ISO.

## A.4 Définition du sol

Les propriétés du sol sont lues par le simulateur en fonction d'un paramètre en distance. Deux possibilités sont offertes dans la définition du sol. Soit il est défini selon un repère monde soit en fonction de l'abscisse curviligne du véhicule. Il existe 6 types de géométrie de sol définis par défaut dans le simulateur.

- sol plan : pente et dévers constants le long de la trajectoire
- aire d'essai : plan incliné, la pente et le dévers vus par le véhicule sont fonction de son cap
- sol analytique : sol dont le relief est prédéfini sinus, trapèze, ralentisseur, . . .
- sol point par point (1) : on définit les altitudes gauche et droite le long de la trajectoire
- sol point par point (2) : on définit une altitude et un dévers point par point le long de la trajectoire. Les altitudes des autres points du véhicules sont déduits à partir de la géométrie.
- sol 3D : le sol est défini comme un ensemble de facettes triangulaires.

Pour la génération des données du chapitre 3, les données utilisées pour la reconstruction du dévers ont été réalisées avec le "sol point par point (altitude et dévers)", les autres données avec "sol point par point (altitudes gauche et droite)". Le dévers est ainsi défini explicitement par le paramétrage de la simulation et la pente implicitement par la variation d'altitude du sol de la chaussée.

## A.5 Définition des expérimentations virtuelles

Il existe deux méthodes pour la réalisation des simulations dans le logiciel Callas. La première consiste à utiliser des simulations préprogrammées nécessitant un paramétrage de haut niveau. La seconde consiste en la définition d'une simulation entièrement paramétrable par l'utilisateur, son utilisation est d'une complexité élevée.

Parmi les simulations préprogrammées on peut noter

- *Validation* : injecter des commandes conducteur mesurées sur un véhicule expérimental en vue de la validation du modèle de connaissance
- *Temps-réel* : injecter en temps-réel des commandes de conducteur mesurées (système de conduite type "jeu vidéo" ou embarquement à bord de véhicule réel)
- *Profil de vitesse sur trajectoire*
- *Chicanes et et renversement*
- *Accélération*
- *Freinage*
- *Virage*
- *Tests volant*
- *Sensibilité au vent*
- *Entrée sol*

A titre d'illustration d'un paramétrage de haut niveau d'une simulation préprogrammée, regardons un essai de freinage dynamique.

Il est tout d'abord possible de positionner les paramètres environnementaux (vitesse et orientation du vent, pente, dévers et vitesse initiale du véhicule). On peut également préciser si le freinage est réalisé en boucle ouverte auquel cas, on précise l'allure de l'action du pilote sur la pédale (trapèze, temps de montée, ...). On peut également choisir un freinage en boucle fermée en indiquant une consigne de décélération ainsi qu'un mode de régulation (pédale, ABS roue par roue, ...) et la position ouverte ou fermée de l'embrayage. Le paramétrage donne aussi la possibilité de choisir la stratégie de changement de rapport. Finalement, les critères d'arrêt de la simulation sont à préciser (distance, durée, perte de contrôle, ...).



# Robustesse des observateurs du braquage

Cette annexe est liée à l'étude de la robustesse des observations du braquage comme entrée inconnue présenté dans le chapitre 4.

## B.1 Erreurs des observateurs linéaires

Nous étudions la robustesse des trois observateurs à entrées inconnues OEI1 (4.11), OEI2 (4.13) et OEI3 (4.18). Pour cela nous positionnons les différents paramètres du système linéaire à 80 puis 120% de la valeur nominale identifiée. Les tableaux suivants récapitulent la moyenne de l'erreur d'observation du braquage considéré comme entrée inconnue. Nous présentons ici l'essai de franchissement de la chicane ISO à 90 [km/h]. L'erreur est calculée sur l'intégralité du parcours.

- Variation de la masse totale du véhicule  $M_V$ , de la vitesse de centre de gravité  $V_G$  et de l'inertie de lacet  $I_{zz}$ .

$M_V$	variation	OEI1 [deg]	OEI2 [deg]	OEI3 [deg]
	80%	-0.04	-0.05	-0.05
	120%	-0.02	-0.02	-0.02
$V_G$	variation	OEI1 [deg]	OEI2 [deg]	OEI3 [deg]
	80%	-0.06	-0.07	-0.07
	120%	-0.01	-0.01	-0.01
$I_{zz}$	variation	OEI1 [deg]	OEI2 [deg]	OEI3 [deg]
	80%	-0.03	-0.03	-0.03
	120%	-0.03	-0.03	-0.03

- Variation du demi-empattement avant  $L_f$  et du demi-empattement arrière  $L_r$ .

$L_f$	variation	OEI1 [deg]	OEI2 [deg]	OEI3 [deg]
	80%	-0.02	-0.04	-0.04
	120%	-0.03	-0.03	-0.03
$L_r$	variation	OEI1 [deg]	OEI2 [deg]	OEI3 [deg]
	80%	-0.02	-0.01	-0.01
	120%	-0.04	-0.04	-0.05

- Variation de la rigidité de dérive avant  $D_f$  et arrière  $D_r$ .

$D_f$	variation	OEI1 [deg]	OEI2 [deg]	OEI3 [deg]
	80%	-0.07	-0.07	-0.07
	120%	-0.01	-0.01	-0.01
$D_r$	variation	OEI1 [deg]	OEI2 [deg]	OEI3 [deg]
	80%	-0.01	-0.01	-0.01
	120%	-0.04	-0.04	-0.05

## B.2 Erreur des observateurs non linéaires

Nous présentons ici les tableaux récapitulatifs des erreurs d'estimation du braquage dans le cas des observateurs non linéaires ONLEI1 (4.33), ONLEI2 (4.35) ONLEI3 (4.39), ONLEI4 (4.41). Nous appliquons la même démarche que celle présentée à la section précédente.

- Variation de la masse totale du véhicule  $M_V$ , de la vitesse de centre de gravité  $V_G$  et de l'inertie de lacet  $I_{zz}$ .

$M_V$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	-0.02	-0.02	-0.01	-0.02
	120%	0.02	-0.00	0.03	0.02
$V_G$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.06	0.00	0.01	0.07
	120%	0.06	0.00	0.01	0.07
$I_{zz}$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.01	-0.00	0.01	0.01
	120%	0.01	-0.00	0.01	0.01

- Variation du demi-empattement avant et du demi-empattement arrière.

$L_f$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.02	-0.00	0.02	0.04
	120%	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02
$L_r$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.00	-0.00	0.01	-0.01
	120%	0.01	-0.00	0.01	0.02

- Variation des coefficients du modèle d'effort pneumatique des roues avant  $c_{1f}, c_{2f}$  et  $c_{3f}$ .

$c_{1f}$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02
	120%	0.02	0.01	0.03	0.02
$c_{2f}$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02
	120%	0.02	0.00	0.02	0.02
$c_{3f}$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.01	-0.00	0.01	0.01
	120%	0.01	-0.00	0.01	0.01

- Variation des coefficients du modèle d'effort pneumatique des roues arrière  $c_{1r}, c_{2r}$  et  $c_{3r}$ .

$c_{1r}$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.03	0.02	0.03	0.02
	120%	-0.01	-0.01	-0.00	-0.00
$c_{2r}$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.02	0.01	0.03	0.02
	120%	-0.01	-0.01	-0.00	-0.00
$c_{3r}$	variation	ONLEI1 [deg]	ONLEI2 [deg]	ONLEI3 [deg]	ONLEI4 [deg]
	80%	0.01	-0.00	0.01	0.01
	120%	0.01	-0.00	0.01	0.01



# Robustesse des observateurs des couples résultants

Nous présentons dans cette annexe les récapitulatifs des erreurs commises sur la reconstruction des couples résultants calculés pour les roues avant gauche et arrière droite pour le modèle de dynamique longitudinale pure prenant en compte la dynamique de tangage. Ceci nous permet de conclure quant à la robustesse de l'observateur proposé (5.10).

La robustesse de l'observateur à entrées inconnues es réalisée en positionnant les différents paramètres du modèles à 80 puis 120% de la valeur nominale calibré.

- Variation des coefficients  $c_{1f}, c_{2f}, c_{3f}, c_{1r}, c_{2r}$  et  $c_{3r}$ .

$T_{FL}$ [N.m]	variation	$c_{1f}$	$c_{2f}$	$c_{3f}$	$c_{1r}$	$c_{2r}$	$c_{3r}$
	80%	-154.87	-86.80	10.77	35.37	29.75	6.07
	120%	147.30	83.99	2.34	-15.38	-11.52	7.08
$T_{RR}$ [N.m]	variation	$c_{1f}$	$c_{3r}$	$c_{3f}$	$c_{1r}$	$c_{2r}$	$c_{3r}$
	80%	148.79	72.12	-33.29	-59.07	-53.12	-28.03
	120%	-185.09	-111.91	-23.79	-5.33	-9.40	-29.09

- Variation de  $M_V, M_{FL}, M_{RR}, I_{wFL}$  et  $I_{wRR}$ .

$T_{FL}$ [N.m]	variation	$M_V$	$M_{FL}$	$M_{RR}$	$I_{wFL}$	$I_{wRR}$
	80%	317.26	-154.72	33.85	6.57	6.57
	120%	168.5676	161.45	-22.44	6.57	6.57
$T_{RR}$ [N.m]	variation	$M_V$	$M_{FL}$	$M_{RR}$	$I_{wFL}$	$I_{wRR}$
	80%	487.29	48.23	-129.53	-28.56	-33.73
	120%	118.16	76.25	75.43	-28.56	-23.39

- Variation de  $R_{0FL}, R_{0RR}, k_{zFL}$  et  $k_{zRR}$ .

$T_{FL}$ [N.m]	variation	$R_{0FL}$	$R_{0RR}$	$k_{zFL}$	$k_{zRR}$	$L$
	80%	120.12	-148.41	42.24	6.57	57.04
	120%	483.25	378.48	-29.08	6.57	-28.31
$T_{RR}$ [N.m]	variation	$R_{0FL}$	$R_{0RR}$	$k_{zFL}$	$k_{zRR}$	$L$
	80%	-238.50	396.93	-28.56	-22.88	-91.75
	120%	590.76	643.21	-28.56	-34.24	13.81

- Variation de  $I_{yy}$ ,  $h$ ,  $K_\phi$  et  $C_\phi$ .

$T_{FL} [N.m]$	variation	$I_{yy}$	$h$	$K_\phi$	$C_\phi$	$m_s$
	80%	-5.79	-5.79	-5.78	-5.78	-5.79
	120%	-5.79	-5.77	-5.79	-5.79	-5.77
$T_{RR} [N.m]$	variation	$I_{yy}$	$h$	$K_\phi$	$C_\phi$	$m_s$
	80%	-6.01	-6.01	-6	-6	-6.01
	120%	-6	-5.99	-6.01	-6	-5.99



---

## Observation de systèmes à entrées inconnues, applications à la dynamique automobile

### Résumé :

Les systèmes actifs d'aide à la conduite des véhicules automobiles ont besoin d'informations sur l'état du véhicule pour construire des stratégies de contrôle efficaces. L'objectif de cette thèse est de développer des observateurs à entrées inconnues qui permettent d'estimer différentes variables liées à l'état du véhicule et de son environnement. Après avoir présenté différentes modélisations du véhicule, différents observateurs d'état à entrées inconnues de systèmes linéaires et non linéaires sont exposés afin d'estimer des variables explicatives de la dynamique du véhicule.

### Mots Clefs :

Observation à entrées inconnues, Grand gain, Représentation d'état, Systèmes, Modélisation, Dynamique du véhicule, Interaction pneumatique/chaussée, Attributs de la route, Couple résultant

---

## Unknown input observers in automotive context

### Abstract :

Advanced driver assistance systems for active safety need the dynamic state of the vehicle to build effective automatic control strategies. This thesis deals with the use of unknown input observers to estimate variables related to the vehicle state and its environment. After presenting different models of vehicle, different unknown input state observers of linear and nonlinear systems are defined to estimate variables of the vehicle dynamics.

### Keywords :

Unknown input observer, high gain, state space, modelling, vehicle dynamics, tyre road contact, road parameters, resultant torque

---