

UNIVERSITE DE LIMOGES

Faculté de Sciences et Techniques

Ecole Doctorale Science - Technologie - Santé

Laboratoire du Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes

N° 78-2009

THESE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES

Discipline : Procédés et Matériaux Céramiques

Présentée et soutenue publiquement par

Bing QI

Le 17 Décembre 2009

INFLUENCE DE L'ENDOMMAGEMENT SUR LES
PROPRIETES D'ELASTICITE DE MATERIAUX MODELES :
APPROCHE NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE

Directeurs de Thèse : M. Joseph ABSI et M. Nicolas TESSIER-DOYEN

JURY

J.M. GATT	Maître de Conférences - HDR, INSTN, CEA, Cadarache	Rapporteur
E. LACOSTE	Maître de Conférences - HDR, LGM2B, Bordeaux	Rapporteur
L. GUILLAUMAT	Professeur, ISAT, Université de Bourgogne	Examineur
F. DUBOIS	Professeur, FST, Université de Limoges	Examineur
N. TESSIER-DOYEN	Maître de Conférences, GEMH-ENSCI, Limoges	Examineur
J. ABSI	Professeur, GEMH-ENSCI, Limoges	Examineur

Remerciements

La présente étude a été réalisée à l'Université de Limoges, au sein du Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogène (GEMH), dans les locaux de l'Ecole Nationale Supérieure de Céramique Industrielle (ENSCI) de Limoges. Je remercie la région Limousin pour avoir assuré le financement des mes travaux pendant ces trois années.

Je tiens à adresser tout d'abord mes plus sincères remerciements à mes deux directeurs de thèse, Monsieur J. Absi, Professeur à l'ENSCI et Monsieur N. Tessier-Doyen, Maître de Conférences à l'ENSCI. Je leur suis très reconnaissant de m'avoir proposé ce sujet de recherche. Ils m'ont toujours accordé leur confiance et m'ont laissé une grande liberté quant au déroulement et à l'organisation de mes recherches. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je remercie vivement Monsieur J.M. Gatt, Maître de conférences à l'INSTN de Cadarache et Monsieur E. Lacoste, Maître de Conférences à l'IUT de Bordeaux, de m'avoir fait l'honneur d'accepter de juger mon travail de thèse en tant que rapporteurs.

Je suis très reconnaissant envers Monsieur L. Guillaumat, Professeur à l'ISAT, d'avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Je suis également très reconnaissant envers Monsieur F. Dubois, Professeur à l'Université de Limoges, d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Je tiens à remercier tous les membres de l'ENSCI, chercheurs, techniciens et personnels administratifs avec qui j'ai eu le plaisir de travailler.

Enfin, je remercie particulièrement Madame M. Ranjbar-Far, thésard au GEMH, avec qui j'ai passé ces trois années au sein du même bureau. Je lui remercie de m'avoir apporté beaucoup de soutien.

Je vous remercie tous !

À mes parents

À Nan Mu

Sommaire

<i>Introduction</i>	<i>1</i>
<i>Chapitre I – Généralités sur l’endommagement des matériaux</i>	<i>5</i>
I. Introduction	6
I.1. Quelques domaines d’utilisation	6
I.2. Importance du module d’Young	8
I.3. Relation entre le module d’Young et l’endommagement	9
II. Théorie et modélisation de l’endommagement	11
II.1. Description.....	11
II.2. Modélisation	11
II.2.1. Modèle d’endommagement isotrope	12
II.2.2. Modèle d’endommagement anisotrope	14
II.3. Endommagement d’origine thermique	16
II.4. Endommagement localisé : critères de propagation de fissures	17
II.4.1. Critère de la contrainte principale maximale.....	17
II.4.2. Critère de la contrainte circonférentielle maximale	18
II.4.3. Critère de la densité d’énergie de déformation minimale.....	19
II.4.4. Critère du taux de restitution d’énergie maximal	20
III. Méthodes numériques et fissuration	20
III.1. Méthode des éléments finis	21
III.2. Méthode des éléments de frontière.....	23
III.3. Méthode sans maillage	23
III.4. Méthode numérique utilisée dans le travail de thèse.....	24
IV. Contexte de l’étude	25
IV.1. Synthèse des travaux antérieurs concernant les matériaux modèles	25
IV.2. Apports des travaux en cours et moyens mis en oeuvre	27
V. Conclusion	27

Chapitre II - Elaboration et caractérisation des matériaux 29

I. Introduction.....	30
II. Constituants des matériaux modèles	31
II.1. Inclusions d'alumine.....	31
II.2. Matrice vitreuse	32
III. Elaboration des matériaux modèles.....	33
III.1. Préparation du mélange	34
III.2. Pressage uni-axial à température ambiante	34
III.3. Séchage et déliantage	35
III.4. Frittage naturel par flux visqueux.....	35
III.5. Préparation des échantillons pour la caractérisation	36
IV. Outils de caractérisation	37
IV.1. Méthodes ultrasonores.....	37
IV.2. Essai de flexion trois points	39
IV.3. Thermodilatométrie.....	40
V. Résultats expérimentaux.....	40
V.1. Module d'Young de chaque constituant.....	40
V.2. Coefficient de dilatation thermique	42
V.3. Résistance à la rupture.....	43
V.4. Microstructure des matériaux modèles élaborés	43
V.5. Evolution du module d'Young des matériaux modèles en fonction de la température	44
VI. Conclusion	47

Chapitre III - Techniques de simulation numérique..... 49

I. Introduction.....	50
II. Approches numériques de l'endommagement local.....	51
II.1. Outil « Debond ».....	51
II.2. Méthode des éléments cohésifs.....	54
II.3. Simulation de la fermeture d'une fissure.....	57
II.4. Comparaison des deux méthodes.....	60

III. Gestion du contact entre deux surfaces	61
IV. Etude de l'influence du maillage	64
IV.1. Choix du type d'éléments.....	64
IV.2. Influence de la densité du maillage	66
V. Modèle numérique	67
VI. Procédure de simulation d'un cycle d'hystérésis	70
VII. Conclusion	71

Chapitre IV - Résultats numériques, comparaison et discussion..... 73

I. Introduction	74
II. Modèles à une et à trois inclusions sans MPC	75
III. Modèles à trois inclusions	76
III.1. Comparaison des résultats avec/sans la condition MPC	76
III.2. Critique des modèles à trois inclusions	78
III.2.1. Comparaison de E_1 et de E_2 issus d'un même modèle.....	79
III.2.2. Résultat de E_2 en inversant la direction de propagation des fissures	80
III.2.3. Résultats de E_2 issus de deux modèles différents à trois inclusions.....	82
III.2.4. Critique des modèles comportant un nombre d'inclusions réduit.....	83
IV. Amélioration des résultats	84
IV.1. Modèles à trois inclusions avec plusieurs tirages.....	84
IV.2. Modèle comportant un nombre d'inclusions élevé	86
IV.2.1. Recherche du nombre d'inclusions optimal.....	86
IV.2.2. Modèle à 23 inclusions	88
IV.2.3. Résultats pour un modèle à 23 inclusions	90
IV.3. Comparaison des deux méthodes	91
V. Conclusion	92

<i>Chapitre V - Etude de matériaux modèles avec inclusions anisotropes</i>	95
I. Introduction	96
II. Généralités sur l'anisotropie	97
II.1. Anisotropie des propriétés d'élasticité.....	97
II.2. Anisotropie d'expansion thermique.....	98
II.3. Cas de l'andalousite	99
III. Etude numérique	101
III.1. Mise en place et validation de l'outil numérique	102
III.2. Modèles mono-inclusion à interface cohésive	105
III.2.1. Influence de l'anisotropie d'élasticité	105
III.2.2. Influence de l'anisotropie d'expansion thermique.....	105
III.3. Modèle multi-inclusions à interfaces cohésives	108
III.3.1. Influence de l'anisotropie d'élasticité	108
III.3.2. Influence de l'anisotropie d'expansion thermique.....	109
III.4. Prise en compte de la propagation de fissures pour prédire l'évolution du module d'Young en fonction de la température	110
IV. Approche expérimentale	112
IV.1. Elaboration des matériaux	112
IV.2. Evolution du module d'Young en fonction de la température	112
IV.3. Observation de la microstructure	114
V. Modification des modèles numériques	115
VI. Conclusion	116
<i>Conclusions et Perspectives</i>	119
<i>Bibliographie</i>	123

Introduction

Les matériaux réfractaires sont largement utilisés dans le monde industriel. Ils sont généralement fabriqués à partir de matières premières naturelles ou synthétisées, ou encore par combinaison de différents composants minéraux. La microstructure des réfractaires est complexe et hétérogène. Elle comporte des grains de tailles, de natures chimiques et de morphologies différentes ainsi que des pores et des microfissures. Dans leur environnement d'utilisation, les contraintes thermomécaniques sont susceptibles de les détériorer et de conduire à leur ruine prématurée, entraînant des risques importants pour les opérateurs et des pertes de production significatives. La prédiction de leur comportement thermomécanique devient alors nécessaire. Cependant, la complexité de leur microstructure rend souvent difficile cette prédiction. De nombreux facteurs interviennent sur leurs propriétés globales (propriété de chaque phase, type de liaisons entre les phases, la présence d'additifs organiques ou de défauts etc.). Pour analyser séparément l'influence de ces facteurs, un matériau réfractaire peut être par exemple volontairement simplifié à un matériau ne contenant que deux phases. Ce type de matériaux peut permettre d'identifier plus facilement l'impact des paramètres microstructuraux sur ses propriétés mécaniques et thermiques globales.

La différence de coefficients de dilatation thermique entre les phases d'un matériau peut conduire à l'apparition d'endommagement au cours de son étape de fabrication. Pour des matériaux modèles comportant uniquement deux phases, trois familles peuvent être distinguées en fonction de la nature de l'endommagement observé à l'échelle microscopique : les matériaux cohésifs (sans endommagement), les matériaux décohésifs (avec des décohésions interfaciales entre les phases) et les matériaux microfissurés (présence d'un réseau de microfissures dispersées dans une des phases).

Le module d'Young (E) est un paramètre mécanique fondamental pour la prédiction du comportement thermomécanique des matériaux. L'étude de sa variation en fonction de la température présente un intérêt majeur car elle permet de suivre l'état d'endommagement pendant un cycle thermique représentatif des conditions d'élaboration ou de service d'un

matériau. Les premières études concernant les matériaux modèles menées au laboratoire G.E.M.H [TES-03, JOL-06] ont permis de mettre en évidence la nécessité d'utiliser des outils numériques pour étudier précisément le comportement des matériaux décohésifs. Un outil numérique a notamment été développé pour faire propager des fissures. Employé pour construire des modèles numériques comportant des inclusions sphériques, l'évolution du module d'Young en fonction de la température tenant compte de l'état d'endommagement au cours d'un cycle thermique a pu être modélisée.

Ce travail entre dans le cadre de ces différentes études concernant les matériaux modèles verre/alumine, en considérant cette fois-ci des inclusions de forme polyédrique se rapprochant davantage de la microstructure de matériaux réfractaires industriels. Les outils numériques utilisés ont été optimisés permettant ainsi de simuler la propagation et la fermeture virtuelle de fissures implémentées dans des modèles numériques comportant une ou plusieurs inclusions.

Cinq chapitres composent ce mémoire de thèse :

- Le chapitre I est consacré à la présentation de généralités sur l'endommagement des matériaux. Différents modèles analytiques et numériques relatifs à l'endommagement sont décrits afin de recenser les différents modes d'endommagement et les modèles de propagation de fissures associés ;
- Le chapitre II consiste à présenter les étapes d'élaboration des matériaux modèles verre/alumine ainsi que les techniques de caractérisation de leurs propriétés mécaniques et thermiques. D'abord, le procédé d'élaboration par pressage suivi d'un frittage est décrit ainsi que les caractéristiques des constituants. L'évolution du module d'Young des matériaux fabriqués en fonction de la température $E=f(T)$ accompagnée d'observations au Microscope Electronique à Balayage (MEB) vont permettre entre autres de faire le lien entre la microstructure et les propriétés d'élasticité ;
- Après la partie expérimentale, le chapitre III concerne la présentation des techniques de simulation numérique. Dans ce chapitre, deux méthodes vont préalablement être utilisées pour simuler la propagation et la fermeture des fissures. Une discussion sur leurs avantages et leurs inconvénients devrait permettre de choisir la plus appropriée. L'influence de la densité du maillage va également être étudiée avant de construire la procédure complète de simulation ;

- Le chapitre IV est consacré aux résultats numériques et à leur comparaison avec les résultats expérimentaux. En fonction des différentes conditions utilisées, une critique constructive des résultats permet de proposer deux méthodes d'amélioration.
- Enfin, dans le chapitre V, les modèles numériques développés précédemment sont améliorés en tenant compte de l'anisotropie de propriétés des inclusions. Les résultats de simulation de l'évolution complète du module d'Young avec la température sont finalement comparés avec les résultats expérimentaux obtenus pour des matériaux verre/inclusions d'andalousite.

Chapitre I – Généralités sur l'endommagement des matériaux

Sommaire

I. Introduction.....	6
I.1. Quelques domaines d'utilisation.....	6
I.2. Importance du module d'Young.....	8
I.3. Relation entre le module d'Young et l'endommagement.....	9
II. Théorie et modélisation de l'endommagement.....	11
II.1. Description.....	11
II.2. Modélisation.....	11
II.2.1. Modèle d'endommagement isotrope.....	12
II.2.2. Modèle d'endommagement anisotrope.....	14
II.3. Endommagement d'origine thermique.....	16
II.4. Endommagement localisé : critères de propagation de fissures.....	17
II.4.1. Critère de la contrainte principale maximale.....	17
II.4.2. Critère de la contrainte circonférentielle maximale.....	18
II.4.3. Critère de la densité d'énergie de déformation minimale.....	19
II.4.4. Critère du taux de restitution d'énergie maximal.....	20
III. Méthodes numériques et fissuration.....	20
III.1. Méthode des éléments finis.....	21
III.2. Méthode des éléments de frontière.....	23
III.3. Méthode sans maillage.....	23
III.4. Méthode numérique utilisée dans le travail de thèse.....	24
IV. Contexte de l'étude.....	25
IV.1. Synthèse des travaux antérieurs concernant les matériaux modèles.....	25
IV.2. Apports des travaux en cours et moyens mis en oeuvre.....	27
V. Conclusion.....	27

I. Introduction

Les matériaux céramiques peuvent être séparés en trois grandes classes : les céramiques dites "traditionnelles" (terre cuite, porcelaine, faïence, grès, carrelage, tuiles & briques), les céramiques techniques à applications diverses (électronique, aéronautique, automobile, biomédical,...) et les produits réfractaires utilisés dans toutes les industries à équipements thermiques (sidérurgie, verre, ciment, pétrochimie, chauffage...).

Le terme réfractaire peut être attribué soit à une matière première, soit à un produit fini ayant une résistance pyroscopique au moins égale à 1500°C. Le terme de résistance pyroscopique d'un produit réfractaire fait référence à la température à laquelle sa géométrie commence à être affectée par un ramollissement en fonction de la température. Ceci est dû au fait que les produits réfractaires industriels ne sont pas des corps cristallisés purs. Ils sont, le plus souvent, constitués d'un mélange de phases cristallisées et de phases vitreuses. Lorsqu'ils sont portés à haute température, ils ne subissent donc pas de fusion brutale, mais dans un premier temps, un ramollissement progressif provoqué par celui de la phase vitreuse qui les constitue [LAP-86].

Les produits et matériaux réfractaires sont souvent hiérarchisés par famille en fonction de leur résistance pyroscopique mais ce paramètre à lui seul reste souvent insuffisant pour effectuer un classement précis. En considérant par exemple la nature chimique de leurs oxydes constitutifs, trois familles de produits réfractaires peuvent être distinguées :

- les réfractaires à base de silice et d'alumine ;
- les réfractaires basiques (magnésie, chromite et chaux) ;
- les autres produits à base de zircon, zircone, carbone, carbure, nitrure...

I.1. Quelques domaines d'utilisation

Les matériaux réfractaires connaissent une utilisation croissante en raison, entre autre, d'une production toujours grandissante d'acier, de verre et d'énergie de chauffage :

- Utilisation dans les poches de coulée continue de l'acier

Dans l'industrie sidérurgique, les poches de coulée servent au transfert et à l'affinage de l'acier entre le convertisseur et les répartiteurs. Le revêtement de ces poches est constitué de plusieurs couches de réfractaires de natures différentes. Parmi elles, la couche de durée doit assurer une sécurité entre celle en contact direct avec le métal fondu (1550°C) et la couche d'isolation dont le rôle est de limiter les pertes de chaleur vers l'extérieur. Cette couche de durée est constituée de matériaux réfractaires (*figure I-1*) qui voient une température maximum de 1200°C, avec un fort gradient thermique et des variations cycliques de température [FOG-06].

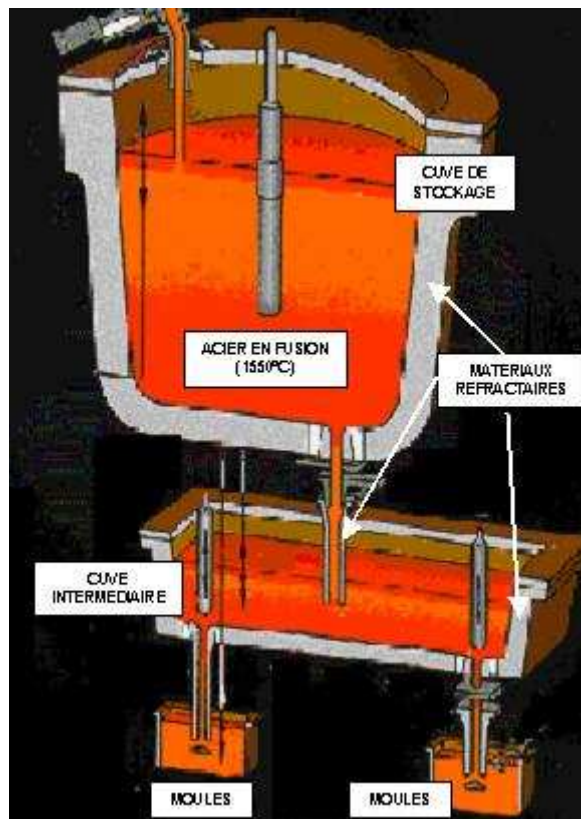


Figure I-1. Exemple de pièces réfractaires utilisées dans le procédé de fabrication de l'acier

- Utilisation dans les centrales thermiques à lit fluidisé circulant

Dans ces structures, les réfractaires (briques ou bétons) sont utilisés dans le garnissage de diverses parois afin de pouvoir supporter des chocs thermiques importants au démarrage et à l'arrêt, ainsi qu'un fort gradient thermique en fonctionnement [CEA-03, LEM-98, MAM-99].

- Utilisation dans l'industrie verrière

L'industrie verrière est la plus grande consommatrice de pièces réfractaires électrofondus. Les matériaux employés ont connu un essor considérable motivé par la nécessité d'accroître les températures de fusion du verre tout en réduisant les risques de corrosion, mais également par l'allongement de la durée de vie des structures et l'amélioration de la qualité du verre produit.

Le choix d'un revêtement réfractaire d'un four de verrerie dépend de la nature des sollicitations, du type d'opération effectuée et du coût du réfractaire [DUV-89]. La plupart des campagnes de fabrication du verre maintiennent ces réfractaires dans des domaines de température s'échelonnant de 1000 à 1650°C durant plusieurs années, c'est-à-dire pendant toute leur durée de vie. Ainsi, ils subissent diverses sollicitations inhérentes à l'environnement particulièrement corrosif du verre en fusion [RAT-94]. Ces différentes attaques finissent par amincir les parois des fours, ce qui résulte, au bout de quelques années, en l'arrêt des campagnes de fabrication pour les besoins de réparations. Ces pièces réfractaires subissent également des contraintes mécaniques qui causent la déformation et la rupture éventuelle des structures.

I.2. Importance du module d'Young

Les matériaux réfractaires industriels sont soumis à des conditions d'utilisation particulièrement sévères. Chacune de leurs applications fait appel à un cahier des charges spécifique regroupant un certain nombre d'exigences en termes de performances et de comportements. Parmi ces critères, les propriétés mécaniques et thermiques jouent un rôle particulièrement décisif sur leur comportement en service : des sollicitations thermomécaniques répétées sont susceptibles d'engendrer des dégradations importantes et de conduire à la ruine prématurée des pièces en fonctionnement.

Le module d'Young est un paramètre mécanique fondamental pour la prévision du comportement thermomécanique des réfractaires. Il est directement lié à l'énergie de cohésion interatomique et à la microstructure du matériau, et constitue donc le reflet de tous les changements microstructuraux causés par des traitements thermiques [BRA-93] ou des variations de pression [MCS-65]. Dans un matériau hétérogène, le module d'Young dépend, entre autres, des modules intrinsèques des phases en présence, de leur fraction volumique et de leur géométrie, du taux de porosité et du taux d'endommagement (micro-fissures).

Dans la littérature, il existe plusieurs méthodes analytiques d'estimation des propriétés d'un matériau hétérogène à partir de celles de ses constituants. Ces méthodes de calcul, souvent basées sur des morphologies simplifiées des différentes phases, permettent :

- soit de déterminer des bornes qui définissent un domaine de valeurs possibles (bornes de Voigt et Reuss [VOI-10, REU-29], bornes de Hashin et Shtrikman [HAS-62_a, HAS-62_b, HAS-63], etc.)
- soit de définir, par homogénéisation, une solution unique pour les différentes grandeurs effectives caractéristiques du matériau.

I.3. Relation entre le module d'Young et l'endommagement

Les matériaux réfractaires sont par essence des matériaux multiphasés fortement hétérogènes du fait de la présence de nombreux constituants de natures chimiques et de morphologies généralement très différentes. Au cours de leur fabrication mais aussi au cours de leur utilisation, ces hétérogénéités conduisent inévitablement au développement de contraintes internes provoquées par des différentiels de dilatation thermique entre les constituants du matériau réfractaire. L'aptitude des constituants des réfractaires à accommoder des contraintes reste généralement limitée du fait de leur comportement individuel fragile. Il en découle souvent l'apparition d'un réseau de microfissures. Ce phénomène conduit généralement à des lois de comportement mécaniques à caractère non linéaire directement liées à l'état de la microstructure (taux de fissuration, décohésions interfaciales,...). A titre d'exemple, les réfractaires à base d'alumine et de carbone [PER-00], les bétons à base d'andalousite ou encore les supports de cuisson de type cordiérite-mullite présentent des évolutions de module d'Young en fonction de la température similaires : une boucle d'hystérésis (*figure I-2*) témoigne de l'évolution de l'endommagement de ces matériaux au cours d'un cycle thermique. Le désaccord dilatométrique entre les agrégats et la phase liante est souvent responsable de l'apparition de cet endommagement.

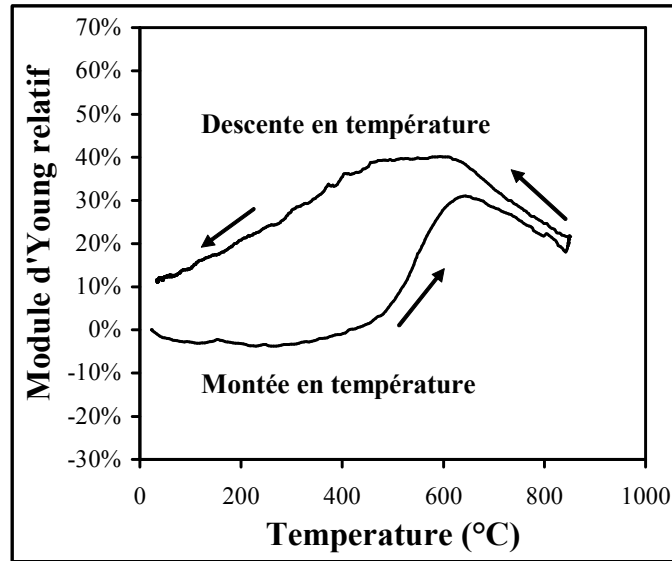


Figure I-2. Exemple d'évolution du module d'Young d'un matériau réfractaire alumine-carbone [PER-00]

Il existe donc une relation très étroite entre le module d'Young et l'endommagement. Dans le cas de matériaux stables et qui ne présentent aucune transformation microstructurale, Watchman et al. [WAC-67] ont montré en 1961 qu'une baisse régulière et réversible est généralement observée sur les courbes de module d'Young en fonction de la température. Ce comportement est la conséquence de l'affaiblissement progressif des liaisons interatomiques au fur et à mesure que la température augmente. Cependant, à cause de la présence de gros grains et de structure multiphasée, les réfractaires ont des comportements assez éloignés de ces prédictions. Case et al. [CAS-81] ont observé des phénomènes d'hystérésis sur des échantillons contenant des grains anisotropes d'alumine. Nonnet et al. [NON-99] comme Baudson et al. [BAU-99] ont souligné des comportements similaires pour des bétons réfractaires alumineux et des réfractaires MgO/C. Ces phénomènes d'hystérésis sont la conséquence de l'évolution d'endommagement en fonction de la température au sein de matériaux. Les écarts aux prédictions du modèle de Watchman [WAC-67] ne sont pas toujours dus aux mêmes mécanismes physiques. Ils peuvent être expliqués dans certains cas par des différentiels de dilatation thermique entre les constituants du matériau mais également par des changements de phase, l'apparition d'une phase vitreuse, une cristallisation, etc.

II. Théorie et modélisation de l'endommagement

II.1. Description

L'endommagement désigne l'ensemble des phénomènes de création de nouvelles surfaces libres au sein d'un matériau soumis à une sollicitation d'origine mécanique ou thermique. L'apparition et le développement de ces nouvelles surfaces constituent généralement un phénomène irréversible.

Dans le cas de matériaux multiphasés, l'endommagement apparaît le plus souvent dans les zones de singularité, comme par exemple au voisinage de l'interface entre les phases ou dans des zones de fortes concentrations en inclusions riches en défauts pré-existants [JOL-07]. Les contraintes, apparaissant généralement au voisinage des inclusions, peuvent devenir suffisamment élevées pour rompre l'inclusion par clivage ou encore pour séparer l'interface entre l'inclusion et la matrice. Les propriétés de la matrice (sa dureté et sa rigidité) par rapport à celles du renfort peuvent influencer le mode d'endommagement. Babout [BAB-02] montre que dans les matrices considérées comme souples, la décohésion domine alors que dans les matrices rigides, le mécanisme majoritaire est la rupture des particules.

La présence des hétérogénéités favorise l'apparition d'une microfissuration qualifiée de diffuse. Elle se manifeste par une perte plus ou moins importante de la rigidité du matériau et par l'absence de macrofissures empêchant ainsi la rupture brutale catastrophique. Lorsque la densité de défauts atteint une valeur importante, la jonction de microfissures se fait par fissuration des ligaments de matrice, souvent dans des zones fortement écrouies dans le cas des matériaux à comportement plastique, autour des sites d'amorçage. Le processus de coalescence s'achève alors par une percolation plus ou moins brutale qui indique qu'une chaîne "infinie" de microfissures s'est constituée dans tout le volume du matériau, séparant celui-ci en deux corps bien dissociés.

II.2. Modélisation

A titre de rappel, notons qu'il existe trois échelles d'observation de l'état de la matière :

- a) Une échelle microscopique (celle du grain) à laquelle les hétérogénéités de la matière sont visibles. Les défauts surfaciques et volumiques, principales causes de l'endommagement, sont alors également décelables ;
- b) Une échelle mésoscopique, introduisant le concept de Volume Élémentaire Représentatif (VER). Ce volume doit être suffisamment grand par rapport aux dimensions des hétérogénéités de la matière, et suffisamment petit pour que les lois de comportement classiquement présentées par les matériaux aient un sens. Les modèles numériques développés dans ce travail de thèse se situent à ce niveau d'échelle mésoscopique ;
- c) Une échelle macroscopique, celle de la structure, composée d'un assemblage de VERs.

La modélisation des phénomènes physiques régissant l'état de la matière peut se baser sur deux grands courants de pensée :

- a) La modélisation empirique et déductive qui consiste à établir, à partir d'observations fines des phénomènes microscopiques, des lois microscopiques. Le comportement mésoscopique est alors le résultat d'une homogénéisation des lois microscopiques à l'échelle du VER ;
- b) La modélisation phénoménologique qui consiste à écrire à partir d'une formulation mathématique, des lois de comportement valables à l'échelle mésoscopique.

Dans le cas des matériaux céramiques, la présence de défauts surfaciques (micro-fissures) ou volumiques (micro-cavités) ainsi que leur croissance et leur coalescence issues d'une faible déformation, constitue un endommagement qu'on peut qualifier de "*brutal*" par rapport au cas des métaux. Dans ce cas, on parle de mécanique d'endommagement fragile. Un des concepts de la mécanique de l'endommagement fragile a été initialement établi par Kachanov en 1958 [KAC-59] puis développé par d'autres auteurs comme Lemaitre et Chaboche [LEM-78] ainsi que Krajcinovic [KRA-89].

II.2.1. Modèle d'endommagement isotrope

Ce modèle propose de quantifier l'état de l'endommagement d'un matériau par une variable scalaire D qui peut varier de 0 à 1 . La valeur 0 représente l'état non-endommagé du matériau, et la valeur 1 représente l'état d'endommagement à la rupture. Ce type d'endommagement peut-être décrit par un modèle simple défini comme suit : lorsqu'une force

de traction F est appliquée à une éprouvette de section nominale S_n , la contrainte est donnée par la relation $\sigma = \frac{F}{S_n}$. En présence d'endommagement, la surface supportant effectivement la charge est S_e , telle que $S_e = S_n - S_D < S_n$, et S_D est la surface des fissures dans le plan contenant la section S_n considérée.

Le paramètre d'endommagement D est défini comme :

$$D = \frac{S_D}{S_n} = 1 - \frac{S_e}{S_n} \quad (\text{I-1})$$

Si la valeur D est identique quelle que soit la direction du plan de la section S_n choisie, l'endommagement est dit isotrope.

La contrainte effective peut être exprimée également par la relation :

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{S_e} = \frac{F}{S_n(1-D)} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (\text{I-2})$$

Les évolutions de l'endommagement peuvent être suivies de manière directionnelle (dans le sens de la traction) par les changements du module d'Young en utilisant la définition suivante :

$$D_E = 1 - \frac{E}{E_0} \quad (\text{I-3})$$

où E est le module d'Young mesuré sous chargement, et E_0 est le module d'Young initial du matériau supposé sain. Cette relation est basée sur une équivalence en déformation :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\tilde{\sigma}}{E_0} \Rightarrow \frac{E}{E_0} = 1 - D_E \Rightarrow E = (1 - D_E)E_0 \quad (\text{I-4})$$

En résumé, notons que ce modèle présente, du fait de sa simplicité d'utilisation, un caractère heuristique important. Il ne constitue qu'une première approche simplifiée de la mécanique de l'endommagement mais ne peut rendre compte :

- de la présence de déformations irréversibles occasionnées par l'endommagement ;
- de l'anisotropie induite par la propagation orientée des microfissures.

Pour tenir compte de ces phénomènes, il convient de choisir une variable descriptive de l'endommagement qui soit de nature non scalaire.

II.2.2. Modèle d'endommagement anisotrope

L'endommagement d'un matériau fragile peut fortement varier en fonction des directions préférentielles de l'espace. Si on prend le cas d'un réseau dont les défauts présentent un élanement important (assimilables à des fissures alignées) (*figure I-3*), l'endommagement est beaucoup plus marqué dans la direction perpendiculaire à celle des fissures (direction D_2) que dans la direction parallèle (D_1).

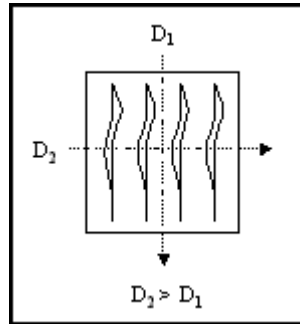


Figure I-3. Fissures alignées selon la direction verticale

Le modèle d'endommagement scalaire, présenté dans le paragraphe précédent, ne permet pas de considérer cette anisotropie. Pour en tenir compte, de nombreux modèles dédiés à la simulation du comportement non linéaire des matériaux fragiles ont été proposés dans la littérature. Dans ce cadre, on peut citer ceux qui sont basés sur une approche phénoménologique et ceux issus d'une approche fondée sur la micromécanique et l'homogénéisation. A titre d'exemple, les travaux de Case [CAS-81] basés sur une approche phénoménologique, proposent une estimation du module d'Young pour une direction donnée en fonction du module d'Young du matériau sain mais également d'une fonction faisant appel à l'orientation des fissures et au coefficient de Poisson du matériau selon la formule :

$$E = E_0 \cdot (1 - f(\nu_0) \cdot D) \quad (I-5)$$

où $f(\nu_0)$ est une fonction qui dépend de l'orientation et de la géométrie des fissures ainsi que du coefficient de Poisson. Le Tableau I-1 résume les différentes expressions de $f(\nu_0)$ en fonction de la forme et de l'orientation des fissures [LAW-87, KIM-93] :

Longueur des fissures	$f(\nu_0)$	Orientation des fissures
Fissures courtes	$\frac{16(1-\nu_0^2)}{3}$	alignées
	$\frac{16(1-\nu_0^2)(10-3\nu_0)}{45(2-\nu_0)}$	aléatoires

Fissures longues	$\frac{\pi^2(1-\nu_0)}{2}$	alignées
	$\frac{\pi^2(1+\nu_0)(5-4\nu_0)}{30}$	aléatoires

Tableau I-1. Prise en compte de la forme et de l'orientation des fissures dans le calcul de $f(\nu_0)$

Dans une approche théorique, l'endommagement anisotrope est le plus souvent défini par un opérateur tensoriel reliant le tenseur des contraintes effectives à celui des contraintes appliquées. Par une approche similaire à celle utilisée dans la définition du paramètre d'endommagement scalaire D , on peut décrire l'état d'endommagement anisotrope par un tenseur M^D d'ordre 4 [LEK-81, KRA-85] ou par un tenseur M^D d'ordre 2 [MUR-78, LAD-83, LEM-99]. Ce tenseur relie le tenseur de contraintes effectives $[\tilde{\sigma}]$ au tenseur de contraintes appliquées $[\sigma]$ par :

$$[\tilde{\sigma}] = M^D [\sigma] \quad (\text{I-6})$$

Il assure également le lien entre le tenseur de déformations élastiques effectives $[\tilde{\varepsilon}]^e$ et le tenseur de déformations élastiques $[\varepsilon]^e$ par l'expression :

$$[\tilde{\varepsilon}]^e = \left((M^D)^t \right)^{-1} [\varepsilon]^e \quad (\text{I-7})$$

La relation entre les tenseurs des raideurs C^D et C_0 du matériau endommagé et du matériau vierge s'exprime alors par la relation :

$$C^D = (M^D)^{-1} : C_0 : \left((M^D)^t \right)^{-1} \quad (\text{I-8})$$

En résumé, deux modèles d'élasticité-endommageable, l'un isotrope, l'autre anisotrope, ont été présentés dans cette section. Le premier modèle, dit modèle d'endommagement scalaire, s'appuie sur la physique de l'endommagement des matériaux fragiles : l'unique variable scalaire qu'il inclut est inapte à rendre compte complètement de l'état d'endommagement réel du matériau. Il a toutefois l'incontestable avantage d'être simple d'utilisation. Le deuxième modèle, dit anisotrope, reste un modèle difficile à manipuler dans l'objectif d'une approche de type homogénéisée.

II.3. Endommagement d'origine thermique

Si un traitement thermomécanique peut dans certains cas restaurer un matériau préalablement déformé plastiquement, il n'en est pas de même pour les matériaux dont le comportement est fragile puisque l'endommagement a tendance à faire perdre à la matière sa cohésion interne.

La théorie classique de la thermoélasticité indique que les contraintes et les déformations, de même nature, engendrées par plusieurs systèmes d'actions extérieurs appliquées simultanément, s'ajoutent respectivement. La superposition d'un champ de contraintes (associé à un champ de déformations élastiques) et d'un champ thermique (qui engendre de ce fait une déformation thermique), se traduit donc par l'équation suivante :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{el} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} \quad (\text{I-9})$$

où le tenseur des déformations thermiques a pour expression, dans le cas courant d'un matériau isotrope :

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} = \alpha (T - T_0) \boldsymbol{\delta}_{ij} \quad (\text{I-10})$$

avec α le coefficient de dilatation thermique.

Pour un corps isotrope adoptant un comportement thermoélastique linéaire, la relation de comportement s'écrit donc :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} (\text{Trace } \boldsymbol{\sigma}) \delta_{ij} + \alpha (T - T_0) \delta_{ij} \quad (\text{I-11})$$

où $(T - T_0)$ est l'écart de température par rapport à la température de référence T_0 .

Les contraintes d'origine thermique sont susceptibles d'apparaître au cours du refroidissement d'un matériau multiphasé depuis sa température d'élaboration ou en service à haute température. La différence entre les coefficients d'expansion thermique des constituants du matériau en est notamment à l'origine. Lorsque les phases possèdent une certaine ductilité, l'accommodation plastique n'induit pas d'endommagement. En revanche, dans le cas des matériaux fragiles, les contraintes peuvent atteindre des niveaux élevés, supérieurs à la résistance à la rupture et, ainsi, entraîner la fissuration du composant. L'aptitude du matériau à accommoder ces contraintes est alors insuffisante.

II.4. Endommagement localisé : critères de propagation de fissures

Les théories classiques décrivent, à l'échelle macroscopique, l'endommagement par des paramètres descriptifs d'un état global de dégradation. A l'échelle microscopique, l'endommagement localisé est lié à la création de nouvelles surfaces libres, autrement dit, à la propagation d'une micro-fissure.

Pour justifier l'amorçage, différentes théories ont été développées. Griffith a proposé une valeur critique de *taux de restitution d'énergie* G_c [GRI-21]. G_c représente l'énergie nécessaire à la création de nouvelles surfaces libres au front de fissure. Lorsque le taux de restitution d'énergie G atteint la valeur critique G_c , la fissure se propage. Irwin [IRW-57] a quant à lui proposé un *facteur d'intensité de contrainte* K_I pour la propagation de fissures en mode I. Lorsque K_I atteint la valeur critique K_{IC} (ténacité du matériau), la fissure se propage. Plus tard, Rice [RIC-68] a étendu la théorie de Griffith [GRI-21] aux matériaux à comportement élasto-plastique. Il a montré que le taux de restitution d'énergie G peut être exprimé comme une intégrale de contour autour du front de fissures, appelé *intégrale J*. Au même moment, Wells [WEL-61] a proposé un paramètre intrinsèque représentatif de l'ouverture critique d'une fissure (*CTOD : Crack Tip Opening Displacement*) que peut subir le matériau avant sa propagation.

La manière dont se propage une fissure est fortement influencée par le type de chargement et la géométrie du matériau. A chaque instant, il est important de pouvoir connaître sa nouvelle direction de propagation. Il existe quatre critères principaux de propagation d'une fissure [BOU-00, BIG-06] :

- le critère de la contrainte principale maximale ;
- le critère de la contrainte circonférentielle maximale ;
- le critère de la densité d'énergie de déformation minimale ;
- le critère du taux de restitution d'énergie maximal.

II.4.1. Critère de la contrainte principale maximale

Dans ce cas de figure, la direction de propagation d'une fissure est toujours perpendiculaire à celle de la contrainte principale maximale. Elle peut être ainsi considérée, dans le repère principal, comme étant une propagation de fissure purement en mode I.

Ce critère est l'un des critères de propagation de fissures les plus utilisés. Il constitue un critère de champs de contrainte localisée au front de fissure comme pour le critère de la contrainte circonférentielle maximale qui va être présenté ci-dessous.

II.4.2. Critère de la contrainte circonférentielle maximale

Ce critère a été proposé par Erdogan et Sih en 1963 [ERD-63] pour étudier des matériaux élastiques. Dans ce cas, la contrainte en front de fissure peut être projetée selon trois directions (Figure I-3).

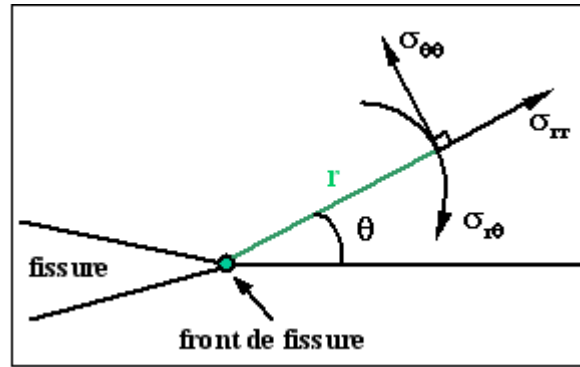


Figure I-3. Contrainte maximale au front de fissure en coordonnées sphériques

Les expressions de ces projections peuvent être écrites en coordonnées sphériques par les formules ci-dessous :

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \left\{ K_I [1 + \sin^2(\theta/2)] + \frac{3}{2} K_{II} \sin^2(\theta/2) - 2K_{II} \tan(\theta/2) \right\} \quad (\text{I-12})$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \left\{ K_I \cos^2(\theta/2) - \frac{3}{2} K_{II} \sin(\theta/2) \right\} \quad (\text{I-13})$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \{ K_I \sin(\theta) + K_{II} [3 \cos(\theta) - 1] \} \quad (\text{I-14})$$

où K_I représente le facteur d'intensité des contraintes en mode I et K_{II} celui en mode II.

Ces équations sont valables à la fois dans le cas d'une hypothèse de contrainte plane et de déformation plane. Selon le critère imposé, la fissure va se propager dans la direction pour laquelle la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ atteint une valeur maximale. La dérivée de l'équation I-13 doit ainsi être égale à zéro :

$$\frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \{ K_I \sin(\theta/2) - K_{II} [3 \cos(\theta) - 1] \} = 0 \quad (\text{I-15})$$

Cet angle de contrainte maximale θ a alors pour expression :

$$\theta = 2 \arctan \left[\frac{1}{4} \frac{K_I}{K_{II}} \pm \frac{1}{4} \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] \quad (\text{I-16})$$

Le choix du signe de θ , issu de l'équation I-16, est directement conditionné par celui de K_{II} . Si K_{II} est positif, alors le signe de θ sera positif. On peut également conclure que selon l'équation I-16, l'angle de propagation en mode I ($K_{II} = 0$) est égal à zéro. Pour une propagation de fissure en mode II, l'angle de propagation peut varier dans l'intervalle $[-70.5^\circ, 70.5^\circ]$ dans le cadre d'une rupture élastique linéaire.

II.4.3. Critère de la densité d'énergie de déformation minimale

Ce critère a été proposé par Sih et MacDonald [SIH-74] en 1974. Il considère que l'énergie de déformation W_e s'oppose à la croissance de la fissuration. La fissure va se propager alors dans la direction où la densité d'énergie de déformation $S_{(\theta)}$ est minimale.

$S_{(\theta)}$ est une fonction de l'angle de propagation de fissure θ qui peut être exprimée par la formule suivante :

$$S(\theta) = a_{11(\theta)} K_I^2 + 2a_{12(\theta)} K_I K_{II} + a_{22(\theta)} K_{II}^2 \quad (\text{I-17})$$

$a_{11(\theta)}$, $a_{12(\theta)}$, $a_{22(\theta)}$ sont des facteurs dépendant de l'angle θ .

La direction de propagation θ de la fissure peut alors être déterminée au moment où $S_{(\theta)}$ devient minimale, tel que :

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial S_{(\theta)}}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_0} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 S_{(\theta)}}{\partial \theta^2} \right)_{\theta=\theta_0} \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I-18})$$

L'avantage de ce critère, comme pour le critère du taux de restitution d'énergie maximal présenté ci-dessous, est qu'il n'est pas nécessaire de localiser un front de fissure ce qui évite le problème de perturbations dû à la singularité du champ de contrainte.

II.4.4. Critère du taux de restitution d'énergie maximal

Le taux de restitution d'énergie G est l'énergie nécessaire pour faire propager une fissure. La direction de propagation est attribuée à la direction dans laquelle G atteint sa valeur maximale.

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial G}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_0} = 0 \\ \left(\frac{\partial^2 G}{\partial \theta^2} \right)_{\theta=\theta_0} \leq 0 \end{cases} \quad (\text{I-19})$$

G peut être calculé par une méthode d'intégrale de contour appelée *intégrale J*. J est une valeur indépendante du parcours de contours dans la cas quasi-statique et isotherme. En mécanique de la rupture fragile, G est égal à J . La formule proposée par Rice [RIC-68] est la suivante :

$$J = \int_{\Gamma} (U dy - t_i \frac{\partial u_i}{\partial x} d_s) \quad (\text{I-20})$$

où U est la densité d'énergie de restitution, t_i est le vecteur normal d'un contour Γ autour de point de fissure, u_i est le déplacement, et d_s est un élément du contour Γ .

La valeur de G peut également être calculée par une autre méthode utilisant *l'intégrale d'interface*. Cette approche a été initialement développée par Hellen [HEL-75] et Park [PAR-74] et reformulée par De Lorenzi [DEL-85] en 2D. La formule s'écrit :

$$G = \frac{1}{\delta a} \iint_A (\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_1} - w \delta_{i1}) \frac{\partial \Delta x_1}{\partial x_i} dA \quad (\text{I-21})$$

où A est la surface entre deux parcours de contour, et Δx_1 est l'extension virtuelle de fissures. Cette intégrale permet d'obtenir une valeur de G plus précise que par la méthode de l'intégrale de contour.

III. Méthodes numériques et fissuration

Dans le domaine du calcul numérique, de nombreuses méthodes ont été développées pour étudier la fissuration tout en mettant à profit l'augmentation considérable de la capacité de calcul des ordinateurs. Ainsi les méthodes numériques deviennent intéressantes et

incontournables du point de vue économique. Essentiellement, trois classes de méthodes numériques sont fréquemment utilisées:

- La méthode des éléments finis (MEF) ;
- La méthode des éléments de frontières (BEM) ;
- La méthode sans maillage (MSM).

III.1. Méthode des éléments finis

Dans la littérature, l'étude de la fissuration par la MEF a débuté dans les années soixante. J.L. Swedlow et al. [SWE-65, SWE-69] ont utilisé les éléments finis conventionnels pour analyser la contrainte et la déformation élasto-plastique d'une plaque comportant une fissure. Ngo et Scordelis [NGO-67] ont repris ces travaux pour analyser la rupture d'une poutre en béton armé. L'inconvénient de la méthode des éléments finis de type conventionnel est qu'elle a besoin d'un très haut degré de raffinement du maillage autour du front de fissure pour contourner la singularité du champ de contrainte. Henshell et Shaw [HEN-75] en 1975 et Barsoum [BAR-76] en 1976 ont développé séparément les éléments de *quarter-point* (dit QPE) autour du front de fissure. Ces éléments QPE permettent d'augmenter la précision du calcul sans avoir besoin d'un maillage excessivement raffiné. Lim et al. [LIM-92, LIM-93] ont montré que 6 à 8 QPE autour du front de fissure pourraient donner des résultats raisonnables. D'autre part, Benzley en 1974 [BEN-74] et Gifford et Hilton en 1978 [GIF-78] ont développé les éléments finis enrichis en ajoutant des fonctions analytiques spéciales concernant le déplacement des nœuds pour les éléments situés dans la zone du front de fissure. L'avantage de ces éléments finis enrichis est que le facteur d'intensité de contrainte peut être directement calculé comme une partie des résultats. Par contre, ces éléments sont difficiles à implémenter et les résultats peuvent fortement dépendre de leur taille.

La MEF, malgré ses inconvénients, reste une méthode prédominante pour simuler la propagation de fissures. De nombreux modèles et techniques ont été implémentés dans les codes de calculs en utilisant la MEF. Parmi ces méthodes, le modèle de zone cohésive (CZM), la technique d'extension virtuelle de fissures (VCET) et la technique de fermeture virtuelle de fissures (VCCT) sont fréquemment utilisés.

Le *modèle de zone cohésive* (CZM) est un modèle de rupture initialement proposé par Barenbaltt [BAR-59] en 1959 pour étudier des matériaux fragiles et par Dugdale [DUG-60] pour étudier des matériaux ductiles. En 1976, Hillerborg et al. [HIL-76] ont étendu le CZM

pour prédire la rupture d'un béton avec la MEF. D'après ce modèle, les éléments cohésifs subissent une loi de traction-séparation qui traduit la dégradation progressive des éléments le long du parcours de fissuration. Différentes lois de traction-séparation ont été proposées [NEE-87, RIC-89, NEE-90_a, NEE-90_b, TVE-90, TVE-92, XU-93, CAM-96, GEU-98]. La principale caractéristique qui permet de les différencier est liée à la facilité de mise en oeuvre des paramètres permettant de décrire cette loi. Le modèle CZM présente des avantages liés au fait qu'il est possible d'éviter le problème de singularité et que l'implémentation sous les logiciels par MEF ne pose pas de problème. De plus, il ne nécessite pas la présence d'une pré-fissure. Son inconvénient principal réside dans le fait qu'un chemin de fissuration doit être pré-déterminé.

La *technique d'extension virtuelle de fissures* (VCET) a été proposée par Park [PAR-74] en 1974 et Hellen [HEL-75] en 1975 par une approche par éléments finis pour déterminer le taux de restitution d'énergie G . La propagation de la fissure a lieu lorsque G atteint une valeur critique. La direction de propagation de la fissure est identique à la direction de G maximal. La propagation est réalisée par l'enlèvement progressif du point de fissure. L'avantage de cette technique est qu'elle permet de calculer précisément la valeur de G . Son inconvénient est lié au fait qu'elle nécessite le choix d'une pré-fissure et le calcul d'une nouvelle valeur de G après chaque pas de propagation de fissure. Par conséquent, un remaillage est obligatoire.

La *technique de fermeture virtuelle de fissures* (VCCT) a été, à l'origine, proposée par Rybicki et Kanninen [RYB-77] en 1977 pour la fissuration en 2D, puis développée en 3D par Shivakumar et al. [SHI-88]. Cette technique est basée sur la théorie de l'intégrale de fermeture de fissure présentée par Irwin [IRW-57] et qui suppose que l'énergie libérée pour faire propager une fissure sur une distance donnée soit identique à l'énergie nécessaire à la fermeture de cette fissure. La VCCT est ainsi une méthode d'énergie globale comme la VCET. Le taux G peut être facilement déterminé par cette méthode. Par contre, la pré-fissure et le remaillage après chaque pas de propagation de fissure sont nécessaires.

Compte tenu des paragraphes présentés ci-dessus, on peut remarquer que le grand inconvénient de la MEF pour simuler la propagation de fissure est qu'un remaillage est nécessaire pour construire de nouvelles interfaces entre les éléments. C'est une étape à la fois coûteuse en temps de calcul, et génératrice de sources d'erreurs. Récemment, une méthode basée sur la MEF classique, appelée la *méthode des éléments finis étendus* (XFEM), a été

développée avec un très fort potentiel. Cette méthode permet de prendre en compte les discontinuités à l'intérieur des éléments. L'interface est d'une part suivie grâce à la technique des « fonctions de niveaux » [SET-99], et elle est d'autre part prise en compte dans l'élément par des fonctions additionnelles (degrés de liberté supplémentaires) à l'aide de la technique de partition de l'unité [MEL-96]. Le grand avantage de la XFEM est que le maillage peut être uniforme et relativement grossier, le remaillage n'étant plus nécessaire. Cette méthode a été initialement proposée par Moës, Dolbow et Belytschko en 1999 pour la propagation de fissure en 2D [MOE-99], et puis étendue aux problèmes en 3D [MOE-02, GRA-02].

III.2. Méthode des éléments de frontière

Contrairement à la MEF qui nécessite un maillage du domaine étudié en éléments discrets, la *méthode des éléments de frontière* (BEM) nécessite uniquement le maillage de la frontière du domaine concerné. La BEM est basée sur la théorie des équations intégrales de frontières (BEI) développée par Ioakimidis en 1983 [IOA-83] et Hong et Chen en 1988 [HON-88]. Elle a été appliquée aux problèmes de stabilité et de propagation de fissure depuis les années quatre-vingt-dix [ALI-91, POR-91, POR-92, POR-93, MI-93, SOL-95, YAN-95, ZHA-97].

On peut remarquer que la BEM permet d'avoir une bonne précision quant à la détermination du facteur d'intensité de contrainte. Dans cette méthode, à chaque étape de remaillage, il suffit seulement d'ajouter quelques éléments au niveau des lèvres de la fissure. Le travail de remaillage est ainsi beaucoup minimisé. Néanmoins, la BEM est aussi limitée par la complexité de la solution fondamentale et les problèmes de stockage de données.

Récemment, une méthode appelée *scaled boundary finite-element method* (SBFEM) a été proposée par Wolf et Song en 1996 [WOL-96]. Cette méthode combine les avantages de la BEM et de la FEM. Elle permet de réduire l'espace discrétisé comme dans le cas de la méthode BEM, et d'éviter le calcul de la solution fondamentale comme dans le cas de la méthode FEM. Le travail de simulation de la propagation de fissures par cette méthode est détaillé dans les articles de Yan et al. [YAN-06, YAN-07].

III.3. Méthode sans maillage

La méthode sans maillage (MMS) est plus proche de la MEF que de la BEM. Elle est basée sur la résolution de la forme faible des équations aux dérivées partielles par une

méthode de Galerkin, comme la MEF. Dans la méthode MMS, la construction de l'approximation du champ de déplacement n'a pas besoin de maillage. Seul un ensemble de nœuds est utilisé dans le domaine étudié. Par rapport à la FEM et à la BEM, cette méthode offre plus d'avantages pour résoudre des problèmes de grande déformation. En mécanique de la rupture, cette méthode présente également l'avantage de faire propager des fissures sans avoir besoin d'un remaillage.

La MMS a été initialement proposée en mécanique de la rupture par Belytschko et al. en 1994 [BEL-94] pour résoudre les problèmes de la fissuration quasi-statique. Elle a été appliquée par la suite aux problèmes de fissuration dynamique [BEL-95, BEL-96_a, LU-95]. Le couplage de la MMS et de la MEF a également été proposé pour diminuer la zone sans maillage à une zone proche de la fissure [BEL-96_b]. En 2000, cette méthode a été utilisée pour étudier la fissuration d'un béton [BEL-00]. Dans la littérature, on trouve également l'utilisation de la MMS pour la fissuration en 3D [SUK-97, KRY-99].

III.4. Méthode numérique utilisée dans le travail de thèse

La méthode numérique utilisée dans le cadre de cette thèse est la méthode des éléments finis. Elle a été choisie compte tenu de sa souplesse de mise en œuvre et en particulier vis-à-vis de la modélisation des défauts majoritairement rencontrés sous la forme de décohésions aux interfaces matrices/inclusions. Ce travail de modélisation et de simulation numérique a fait principalement appel au logiciel ABAQUS[®] et au programme MOA (Modeleur d'Objets Aléatoires) développé au sein du laboratoire et qui permet de générer différentes formes d'inclusions réparties aléatoirement au sein d'un conteneur.

Un schéma d'intégration implicite a été utilisé sous ABAQUS via une formulation variationnelle classique. Des conditions de convergence de calcul en termes de pas de temps et de type d'éléments de maillage ont été étudiées afin de garantir au mieux la précision des calculs.

Dans cette étude, le calcul numérique à l'échelle de la microstructure de matériaux comportant des défauts a été utilisé pour prédire leur comportement. La fissuration a été simulée grâce à l'outil « Debond » intégré au logiciel ABAQUS. Cet outil permet de simuler la propagation d'une fissure sous la forme d'un déboutonnage de nœuds le long d'un chemin pré-déterminé par le programmeur. Dans le cas des modèles développés dans ce travail, ce chemin correspond aux interfaces matrice/inclusions. Cet outil permet également de simuler

une fermeture virtuelle d'une fissure en autorisant une transmission des contraintes et des déplacements entre les nœuds en vis-à-vis des deux surfaces des lèvres de la fissure.

IV. Contexte de l'étude

IV.1. Synthèse des travaux antérieurs concernant les matériaux modèles

La différence qui peut exister entre les coefficients de dilatation des constituants d'un matériau engendre l'apparition de contraintes résiduelles au cours de sa fabrication induisant éventuellement de l'endommagement. C'est le cas des matériaux composites dont les propriétés mécaniques macroscopiques sont fortement contrôlées par l'état de décohésion et par le frottement aux interfaces entre inclusions et matrice. Cette dernière peut également présenter une multi-fissuration.

Dans un matériau comprenant une multitude de constituants, comme dans le cas par exemple des matériaux réfractaires, de nombreux facteurs influencent les propriétés globales (propriété de chaque phase, liaison entre phases, les additifs, etc.). Pour analyser séparément l'influence de ces facteurs, le matériau peut être volontairement simplifié à un matériau modèle biphasé. Des matériaux modèles de ce type constitués d'inclusions sphériques d'alumine dans une matrice de verre ont fait l'objet de deux études antérieures [TES-03, JOL-06]. Les teneurs volumiques maximales en seconde phase obtenues sont de l'ordre de 55%. Différents systèmes à différentiels de dilatation thermique quasi-nul, négatif ou positif ont été élaborés ne conduisant ainsi à aucune apparition d'endommagement dans le premier cas et rendant compte dans les deux cas suivants d'un décollement aux interfaces et à une microfissuration de la matrice. Bien que le verre ne soit pas un matériau réfractaire, son choix peut être justifié par la possibilité d'accommoder facilement son coefficient de dilatation thermique à celui des inclusions, et ainsi obtenir trois configurations microstructurales bien distinctes.

Des mesures du module d'Young à température ambiante ainsi que des modélisations par éléments finis ont systématiquement montré que les valeurs se situaient au voisinage de la borne inférieure du modèle de Hashin & Shtrikman [HAS-62_a, HAS-62_b, HAS-63] pour les matériaux ne comportant pas d'endommagement. Le module d'Young est en effet une propriété mécanique relativement sensible à l'évolution de la microstructure (présence de

microfissures par exemple). C'est pourquoi il a été étudié ici puisqu'il est directement dépendant du taux d'endommagement au sens de Kachanov [KAC-59, KAC-86]. Ces résultats sont en accord avec les hypothèses de ce modèle analytique issu d'approches variationnelles qui considèrent qu'il décrit un assemblage de sphères composites rigides aléatoirement réparties dans une matrice infinie plus souple. Dans le cas des systèmes verre/alumine à différentiel de dilatation, les valeurs de E à température ambiante se situent en dessous de ce modèle de prédiction témoignant ainsi de l'endommagement créé au cours de l'étape d'élaboration. D'autres mesures du module d'Young par ultrasons ont permis de montrer qu'il en résulte un phénomène d'hystérésis lorsque le matériau subit un cycle de température dont l'allure peut parfaitement être expliquée à partir de l'évolution de la microstructure du matériau, très différente à la montée en température et au refroidissement. Il est tout à fait intéressant de constater que des systèmes biphasés sont capables de présenter un comportement hystérétique très similaire à celui observé pour des produits réfractaires industriels.

Par la suite, l'étude des systèmes biphasés verre/alumine à inclusions sphériques générant des décohésions a été privilégiée. Les microstructures analysées de façon plus précise ont mis en évidence, en termes de propriétés mécaniques, l'influence de la proximité des inclusions entre elles. Un état de décohésions localisées au niveau des interfaces inclusions/matrice a bien été observé. De plus, des fissures circonférentielles situées au-delà de l'interface lorsque les inclusions sphériques sont éloignées les unes des autres ont été observées. Celles-ci peuvent également devenir médianes lorsque la distance entre inclusions est environ inférieure à leur rayon. Des simulations numériques de l'étape de pressage effectuées en calcul instationnaire ont permis de calculer des niveaux de contrainte supérieurs à la valeur de résistance à la rupture de la matrice, constituant ainsi des départs privilégiés de fissures. L'approche de modélisation themomécanique par éléments finis a consisté à utiliser des outils numériques de gestion de contact à l'aide du logiciel Abaqus. En deux dimensions, les outils *Contact Tied* et *Hard Contact* ont pu démontrer que la décohésion créée à l'interface par différentiel de dilatation thermique modifie la direction des contraintes principales.

La deuxième partie du travail a consisté à mettre en œuvre des outils de gestion de contact des phases et d'ouverture de fissures afin de pouvoir simuler l'évolution du module d'Young en fonction de la température ayant une forme de cycle d'hystérésis. La chute des propriétés d'élasticité lors du refroidissement du matériau a été décrite de façon assez fidèle

grâce à l'utilisation de l'outil *Debond* en 2 dimensions sur un modèle numérique comportant une seule inclusion.

IV.2. Apports des travaux en cours et moyens mis en oeuvre

Dans la continuité de ces travaux, le présent travail de recherche consiste à étudier le comportement thermoélastique de matériaux modèles en fonction de la température en prenant en compte une microstructure plus en adéquation avec celle observée dans le cas de matériaux industriels.

Tout d'abord, dans la partie expérimentale, des inclusions dont la morphologie est assimilable à celle de polyèdres quelconques ont été incorporées dans une matrice. Ainsi, des matériaux modèles verre/alumine ou verre/andalousite ont été fabriqués avec différentes fractions volumiques d'inclusions. Leur module d'élasticité a été caractérisé durant un cycle thermique, son évolution étant directement corrélée à celle de l'endommagement présent au sein des matériaux.

Ensuite, des outils numériques ont été utilisés pour simuler cette propriété en fonction de la température en tenant compte également de celle de l'endommagement. Les calculs numériques ont été réalisés à l'aide du code de calcul ABAQUS [ABA-06]. En comparaison avec des travaux précédents consacrés à des modèles numériques mono-inclusion, des modèles multi-inclusions ont été considérés. Dans ce cadre, l'influence du maillage et de l'application des différentes conditions aux limites ont été prises en compte. Les résultats numériques ont été comparés aux résultats expérimentaux pour pouvoir valider les modèles numériques développés.

Enfin, des matériaux modèles comportant des inclusions d'andalousite aux propriétés thermoélastiques anisotropes ont été étudiés.

V. Conclusion

Ce chapitre de généralités a été présenté d'une manière synthétique. Le rappel des principes fondamentaux liés à l'endommagement a été présenté de façon transversale couvrant ainsi des domaines relatifs aussi bien à la science des matériaux qu'aux calculs numériques.

Le fil conducteur de ce chapitre fait apparaître le besoin de mettre en exergue le lien entre l'aspect prédictif du calcul numérique et la microstructure des matériaux fortement hétérogènes endommagés. Dans cette optique, le chapitre suivant est consacré au travail expérimental où des matériaux modèles biphasés ont été élaborés et caractérisés. Ce chapitre est préliminaire aux trois autres dédiés à l'aspect prédictif du calcul numérique.

Chapitre II - Elaboration et caractérisation des matériaux

Sommaire

I. Introduction.....	30
II. Constituants des matériaux modèles	31
II.1. Inclusions d'alumine.....	31
II.2. Matrice vitreuse	32
III. Elaboration des matériaux modèles.....	33
III.1. Préparation du mélange	34
III.2. Pressage uni-axial à température ambiante	34
III.3. Séchage et déliantage	35
III.4. Frittage naturel par flux visqueux.....	35
III.5. Préparation des échantillons pour la caractérisation	36
IV. Outils de caractérisation	37
IV.1. Méthodes ultrasonores.....	37
IV.2. Essai de flexion trois points	39
IV.3. Thermodilatométrie	40
V. Résultats expérimentaux.....	40
V.1. Module d'Young de chaque constituant.....	40
V.2. Coefficient de dilatation thermique	42
V.3. Résistance à la rupture.....	43
V.4. Microstructure des matériaux modèles élaborés	43
V.5. Evolution du module d'Young des matériaux modèles en fonction de la température	44
VI. Conclusion	47

I. Introduction

D'après l'étude bibliographique décrite dans le chapitre précédent, la variation du module d'Young des matériaux réfractaires en fonction de la température présente fréquemment une boucle d'hystérésis témoignant d'une relation étroite avec la variation de la microstructure. Les phénomènes physiques inhérents à cette boucle d'hystérésis sont parfois nombreux (changement de phase, apparition d'une phase vitreuse, déshydratation,...) et difficiles à découpler lorsqu'ils se produisent simultanément. Dans la perspective de mieux comprendre les mécanismes responsables de ces effets hystériques et en se concentrant plus particulièrement sur ceux relatifs à l'endommagement, la microstructure des matériaux étudiés a été volontairement simplifiée par rapport à celle des matériaux réfractaires industriels multiphasés, en considérant uniquement deux phases (matériaux modèles). L'élaboration et la caractérisation des propriétés mécaniques de tels matériaux biphasés constituent deux étapes importantes. En effet, elles permettent notamment de localiser et d'identifier l'origine de l'endommagement ainsi que de quantifier son impact sur le comportement à l'échelle macroscopique du matériau. La détermination de valeurs expérimentales fiables, et qui seront ultérieurement utilisées dans les simulations numériques, constitue une étape incontournable pour l'obtention de résultats pertinents.

Le choix des deux phases constitutives des matériaux modèles doit être effectué en accord avec les principales caractéristiques des constituants habituellement employés dans les réfractaires industriels. Concernant la phase inclusionnaire, des agrégats d'alumine tabulaire ont été choisis. En effet, ce type d'agrégat est fréquemment utilisé pour la fabrication de bétons réfractaires alumineux. Quant à la matrice, il s'agit d'une phase amorphe dont le coefficient de dilatation thermique est plus faible que celui des inclusions. La fraction volumique des inclusions est susceptible de varier selon les besoins de l'étude.

Dans ce chapitre, les constituants et le procédé d'élaboration des matériaux modèles vont être préalablement décrits. Puis, les différents outils de caractérisation des propriétés d'élasticité et thermiques seront présentés. Les résultats expérimentaux seront finalement exposés et interprétés.

II. Constituants des matériaux modèles

Des travaux antérieurs [TES-03] ont été effectués au laboratoire afin d'étudier des couples de constituants permettant d'élaborer des matériaux biphasés dont l'interface inclusions/matrice est complètement ou partiellement cohésive. En effet, un coefficient de dilatation plus faible pour la matrice est susceptible d'engendrer un décollement plus ou moins prononcé des inclusions. Les premiers résultats ont conduit à l'utilisation de produits vitreux (de différentes compositions chimiques) pour la matrice et de particules d'alumine (ou de magnésie) pour les inclusions. Une seconde étude [JOL-06] a principalement consisté à s'intéresser à des matériaux modèles comportant des inclusions denses d'alumine, de forme sphérique. Dans le cadre de ce travail, ce sont des inclusions d'alumine tabulaire de morphologie polyédrique couramment utilisées dans la composition des bétons réfractaires à haute teneur en alumine [AUV-03] qui ont été choisies.

II.1. Inclusions d'alumine

Les inclusions d'alumine choisies sont des agrégats d'alumine tabulaire (référence T60, Alcoa®). L'alumine tabulaire est une alumine calcinée contenant environ 99% d'alumine α corindon. Elle est formée de fines plaquettes relativement larges et possède une forte inertie chimique ainsi qu'une grande réfractarité. Les inclusions ont subi un tamisage à partir d'un lot (0-1mm) de façon à réduire l'étendue granulométrique. Après tamisage, le diamètre moyen des particules est de l'ordre de 500 μ m. Ses principales propriétés ont été reportées dans le *tableau II-1* suivant :

Désignation	T60
Fournisseur	Alcoa
Nature chimique	Al ₂ O ₃
Pureté chimique (%)	99
Géométrie	Tabulaire
Couleur	Blanche
ρ apparente (g.cm ⁻³)	3,72
ρ absolue (g.cm ⁻³)	3,96
Porosité fermée (%)	≈ 6
Taille des pores (μ m)	3-20
$\alpha_{[50-450^{\circ}\text{C}]}$ (K ⁻¹)	7,8 10 ⁻⁶

Tableau II-1. Principales caractéristiques des inclusions d'alumine utilisées

Une observation directe de la géométrie des inclusions d'alumine obtenue par numérisation au scanner est présentée sur la *figure II-1a*. Du point de vue de la morphologie, on peut recenser des inclusions de forme relativement équi-axes (homogénéité dimensionnelle) dans le plan d'observation, et d'autres de forme un peu plus allongée dans une des trois directions.

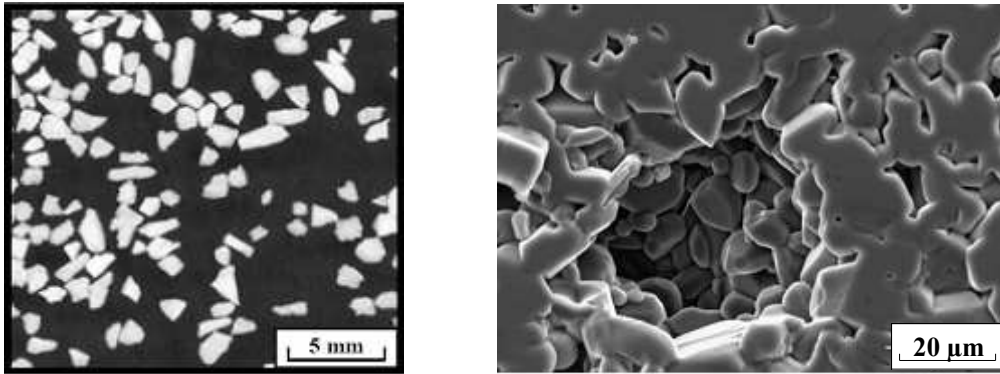


Figure II-1. (a) Cliché d'inclusions d'alumine tabulaire à l'échelle macroscopique (scanner) ;(b) Cliché d'un agrégat d'alumine tabulaire contenant un pore fermé (MEB)

La *figure II-1b* montre qu'à l'échelle de la microstructure, un agrégat d'alumine tabulaire est bien composé de petites plaquettes d'alumine α (de 5 à 10 μm de long) mais également de porosités. La taille des plus gros pores peut parfois dépasser 20 μm .

II.2. Matrice vitreuse

Le verre est essentiellement un produit minéral obtenu par fusion qui se solidifie au refroidissement sans cristalliser. Tammann [TAM-03] a postulé l'existence d'un état vitreux et donné au terme verre la signification d'un état physique de la matière. Par opposition aux matériaux solides cristallins, le verre est un matériau qui présente un ordre à courte distance et dont la structure est parfaitement désordonnée. Ce type de structure correspond à une distribution statistique de ses éléments constitutifs et il est, par conséquent, qualifié d'amorphe étant donné qu'il est considéré comme étant un liquide surfondu.

Le verre classique est caractérisé par sa faculté à évoluer de façon progressive et réversible vers un état de plus en plus fluide lorsque la température s'élève. Il ne possède pas de température de fusion mais il est plutôt caractérisé par deux températures typiques :

- la température de transformation ou température de transition vitreuse (T_g) qui marque la transition entre l'état solide ($T < T_g$) et l'état liquide surfondu ($T > T_g$).

Du point de vue expérimental, cette température ne correspond généralement pas à une température bien définie mais plutôt à un intervalle ;

- la température de ramollissement ou de Littlelon (T_r) qui marque la température de début de déformation (début du fluage).

Le verre choisi pour la matrice vitreuse est un verre commercial (référence BA, Ferro®) livré sous la forme d'une poudre dont le diamètre moyen des particules est de l'ordre de 20 μ m. Ses propriétés ont été reportées dans le *tableau II-2* :

Désignation	Verre BA
Fournisseur	Ferro
Composition chimique	
SiO ₂ (%)	56%
B ₂ O ₃ (%)	24%
Al ₂ O ₃ (%)	13%
BaO (%)	6%
Autre (%)	1%
Caractéristiques physiques	
ρ absolue (g.cm ⁻³)	2,41
T _g (°C)	575-595
T _r (°C)	670
$\alpha_{[50-450^\circ\text{C}]}$ (K ⁻¹)	4,2 10 ⁻⁶

Tableau II-2. Composition chimique (exprimée en % masse d'oxydes) du verre de référence BA et caractéristiques physiques associées

La présence d'oxyde de baryum à hauteur de 6% massique dans la composition chimique de ce verre a pour effet de diminuer son coefficient de dilatation thermique ($\alpha = 4,2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) et d'augmenter sa rigidité globale. Sa température de transition vitreuse est relativement basse à cause du fort pourcentage d'oxyde de bore (entre 575 et 595°C). Compte-tenu de ses caractéristiques, le verre n'est en aucun cas un matériau réfractaire mais il offre l'avantage d'avoir un coefficient de dilatation thermique homogène et de pouvoir disperser en son sein facilement et aléatoirement des inclusions de matériaux réfractaires.

III. Elaboration des matériaux modèles

Les différentes étapes du protocole d'élaboration des matériaux modèles sont résumées sur la *figure II-2*.

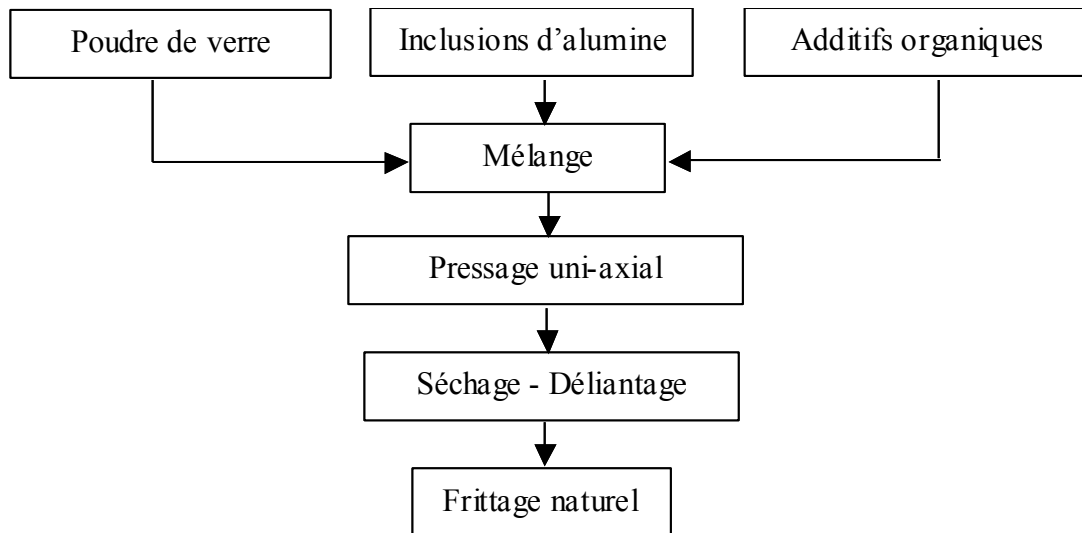


Figure II-2. Etapes du procédé de fabrication

Tout d’abord, la poudre de verre, les inclusions d’alumine ainsi que quelques adjuvants solubles en milieu aqueux nécessaires pour faciliter la mise en forme sont mélangés. Ensuite, ce mélange est pressé uni-axialement à température ambiante dans une matrice. La pièce crue est ensuite déliantée (étape permettant d’évacuer les différents adjuvants organiques du mélange) puis frittée.

III.1. Préparation du mélange

La poudre de verre et les inclusions d’alumine polyédriques ainsi que l’eau (environ 10% massique) et le PolyVinyl Alcool (introduit à 2% massique) sont mélangées dans un bécher avant le pressage. Les masses de poudre de verre et d’inclusions d’alumine sont déterminées à partir de leurs masses volumiques respectives ($2,41 \text{ g.cm}^{-3}$ pour le verre et $3,68 \text{ g.cm}^{-3}$ pour les inclusions) pour obtenir des matériaux modèles avec des teneurs variables en inclusions. Les 2 teneurs considérées sont 15 et 30% en volume.

III.2. Pressage uni-axial à température ambiante

Le pressage uni-axial est actuellement la technique de fabrication la plus largement utilisée dans le domaine de la mise en œuvre des matériaux céramiques. Il consiste à compacter une poudre contenue dans une matrice en appliquant un effort de pressage dans une direction à l’aide d’un poinçon rigide. Pour les échantillons étudiés, il a été choisi d’utiliser une matrice flottante (mobile) afin d’optimiser l’homogénéité du pressage des échantillons crus. Avec cette technique, durant l’étape de compaction à 70MPa, la matrice

accompagne partiellement le mouvement du poinçon haut pour mieux répartir les contraintes de compaction du mélange [SCH-80].

III.3. Séchage et déliantage

L'objectif de l'étape de séchage est d'évacuer une quantité maximale d'eau introduite préalablement au moment de la mise en forme. Les échantillons crus sont alors introduits dans une étuve pendant 24h à 60°C. Concernant le déliantage, une vitesse de montée en température relativement faible (0,4°C/min) a été choisie pour permettre à l'eau résiduelle de s'évaporer et au PolyVinyl Alcool (PVA) de se décomposer thermiquement (*figure II-3*).

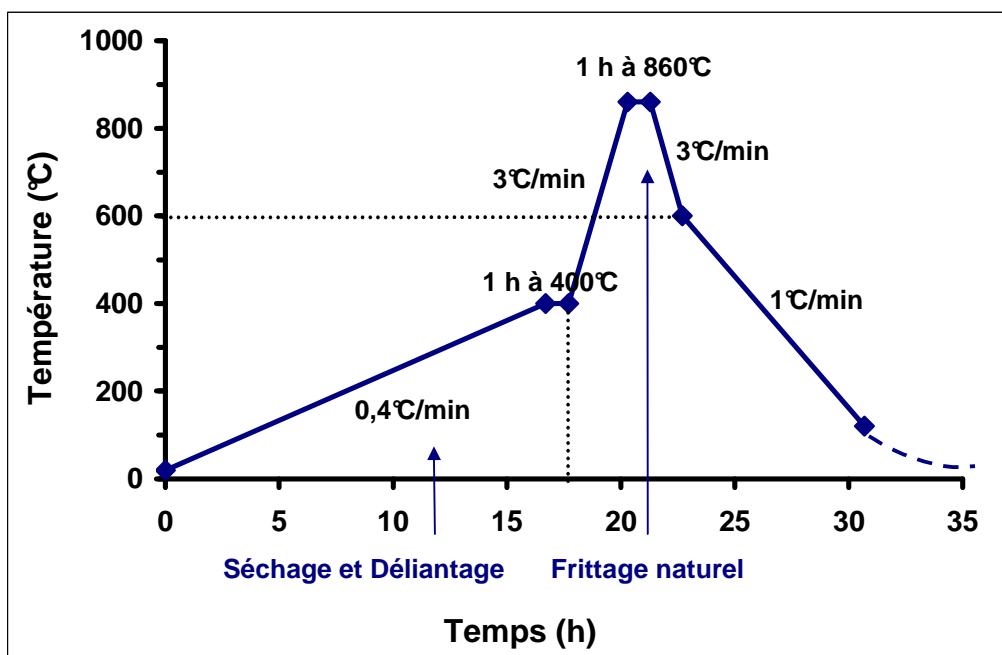


Figure II-3. Cycle thermique de déliantage et de frittage

Un palier d'une heure à 400°C permet de finaliser la dégradation pyrolytique du PVA avant le début de frittage intervenant au-dessus de T_g (595°C).

III.4. Frittage naturel par flux visqueux

Le frittage permet de transformer la poudre compactée (corps cru) en une masse solide consolidée et cohérente par l'action de la chaleur sans fusion totale. La consolidation due au développement de ponts entre les grains de poudre est souvent accompagnée d'une densification (élimination des pores) et d'un grossissement des grains. Le frittage est qualifié ici de naturel puisqu'il s'effectue sans application de contrainte mécanique par opposition au frittage sous charge. Dans le cas du verre qui possède uniquement une température de

transition vitreuse caractérisant un état intermédiaire entre un liquide et un solide (état visqueux), c'est le frittage par flux visqueux qui intervient étant donné que la viscosité du flux de verre reste relativement importante par rapport au cas du frittage en phase liquide. L'évolution de la microstructure est alors essentiellement contrôlée par la lente redistribution de la phase visqueuse dans les pores du compact sous l'effet des gradients de pression générés par les surfaces courbes des grains lors du frittage.

Dans le cas des matériaux modèles verre/alumine, les échantillons sont frittés à 860°C ($\approx T_g + 270^\circ\text{C}$) pendant une heure (*figure II-3*). Une faible vitesse de refroidissement est employée (1°C/min) de T_g jusqu'à la température ambiante afin de limiter le gradient thermique au sein de l'échantillon, et par conséquent, de minimiser l'apparition de contraintes résiduelles dans les échantillons frittés.

Pendant le processus de frittage par flux visqueux, les grains d'alumine restent complètement inertes chimiquement. En revanche, leur introduction en quantité importante dans l'échantillon a pour effet de limiter le déplacement du flux visqueux et de provoquer ainsi une densification moins importante.

III.5. Préparation des échantillons pour la caractérisation

En fonction des techniques de caractérisation utilisées, la géométrie des échantillons testés peut-être très différente. D'une manière générale, les échantillons sortant du four ont subi une déformation sous l'effet du ramollissement de la matrice plus ou moins importante en fonction de la quantité d'inclusions introduites. La première étape consiste donc à rectifier les surfaces à la meule diamantée de façon à ce qu'elles soient parallèles. Puis en fonction des techniques employées, des découpes à l'aide de scies ou à l'aide de carottes diamantées sont réalisées pour obtenir des échantillons de géométrie parallélépipédique ou cylindrique.

La *figure II-4* montre un échantillon de géométrie cylindrique contenant 30% vol. d'inclusions.



Figure II-4. Matériau modèle verre-alumine

Après fabrication et découpe, les matériaux modèles sont caractérisés à l'aide de différentes techniques pour observer leur microstructure et déterminer leur comportement mécanique et thermique.

IV. Outils de caractérisation

Différents outils de caractérisation ont été utilisés pour analyser les caractéristiques des constituants et des matériaux biphasés verre/alumine : des techniques ultrasonores pour mesurer le module d'Young à température ambiante et en fonction de la température, des essais de flexion 3 points pour déterminer la résistance à la rupture du verre et des matériaux biphasés, et la thermodilatométrie pour mesurer le coefficient de dilatation thermique des constituants. Des observations au microscope électronique à balayage de la microstructure des échantillons caractérisés ont aussi été effectuées.

IV.1. Méthodes ultrasonores

Plusieurs techniques permettent de déterminer les propriétés d'élasticité d'un matériau. Une méthode non destructive par propagation d'ondes ultrasonores a été choisie dans le cadre de cette étude puisqu'elle possède l'avantage de conserver l'intégrité des échantillons après la mesure.

Dans le cas de matériaux homogènes tels que le verre BA ou l'alumine, la méthode ultrasonore en réflexion à 10MHz peut être employée. Mais dans le cas des matériaux biphasés, la forte atténuation des ondes acoustiques due à la présence des hétérogénéités ne permet pas d'obtenir des mesures de bonne qualité et facilement exploitables. Une solution

consiste alors à diminuer la fréquence de propagation des ondes à 1MHz et recourir à une technique en transmission. Dans le cas de matériaux fortement hétérogènes (typiquement comportant des grains dont les dimensions sont proches du millimètre tels que les matériaux modèles biphasés verre/alumine étudiés), il est parfois nécessaire d'adopter une technique opérant à une fréquence encore plus faible ($\approx 150\text{KHz}$). Elle est qualifiée de technique en mode « barre longue ». C'est cette technique qui a été privilégiée pour caractériser les propriétés d'élasticité des matériaux modèles verre/alumine.

Le principe de cette technique, développée au laboratoire, est de pouvoir suivre in-situ l'évolution du module d'Young en fonction de la température, laquelle est directement liée au changement de microstructure d'un matériau hétérogène [HUG-02]. La condition essentielle imposée par une configuration de type « barre longue » est que la longueur, d , de l'échantillon soit faible vis à vis de la longueur d'onde ultrasonore λ (typiquement dans un rapport $d/\lambda \leq 0.2$). Le dispositif expérimental du laboratoire présenté sur la *figure II-5* a été développé à partir des travaux de Papadakis [PAP-74] : la source ultrasonore est constituée d'un transducteur magnétostrictif placé en zone froide du système. La propagation de l'onde ultrasonore à travers l'échantillon placé dans le four est assurée par un guide d'onde en alumine.

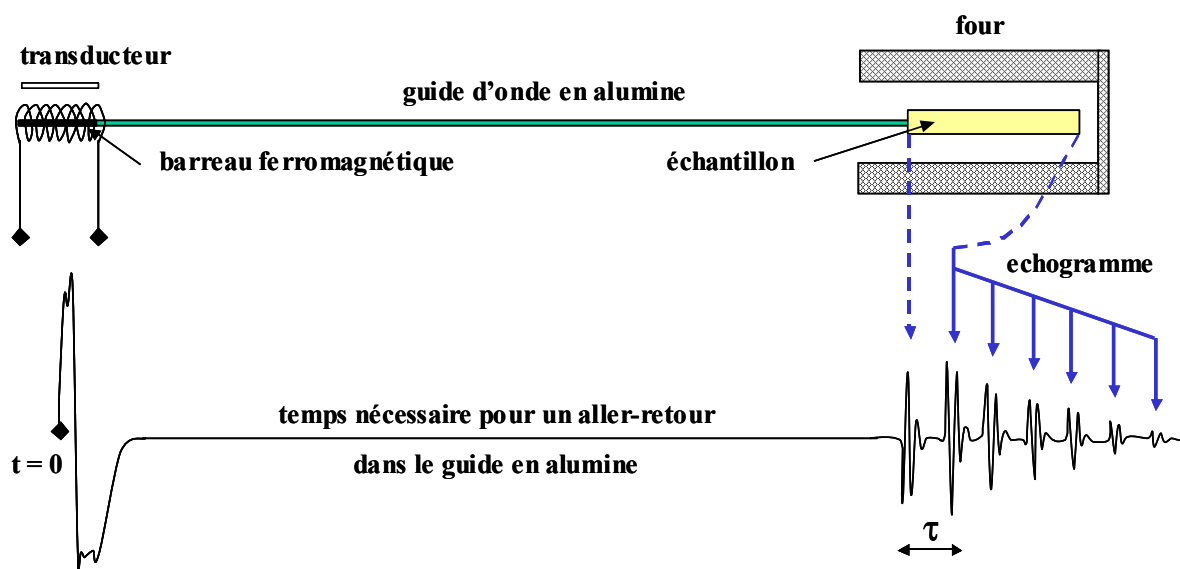


Figure II-5. Dispositif de mesure du module d'Young par technique ultrasonore en mode « barre longue »

Les conditions expérimentales particulières liées à cette technique impliquent de considérer plusieurs paramètres : l'adaptation d'impédance entre le guide et l'échantillon ainsi

que la taille des hétérogénéités [HUG-92]. En effet, pour que l'échantillon puisse être considéré comme homogène, ses dimensions ont été ajustées par rapport à la taille des inclusions.

Pour la matrice de verre et les matériaux modèles étudiés, des éprouvettes de $5 \times 5 \times 70 \text{ mm}^3$ ont été préparées, la taille des inclusions étant environ égale à 0,5mm. Une poudre d'alumine tabulaire, issue du broyage des inclusions, pressée puis frittée à 1700°C a permis d'obtenir une barrette de dimensions requises pour l'analyse ultrasonore. Le couplage entre le guide d'alumine et l'échantillon est assuré par un ciment réfractaire. Le module d'Young est déterminé par la formule suivante :

$$E = \rho \left(\frac{2d}{\tau} \right)^2 \quad (\text{II-1})$$

d'où, ρ est la masse volumique apparente de l'échantillon ; d est la longueur de l'échantillon, τ est le temps de propagation de l'onde dans l'échantillon.

IV.2. Essai de flexion trois points

Le seuil de rupture à température ambiante des échantillons de verre et de matériaux biphasés a été déterminé par flexion 3 points. L'éprouvette repose sur deux appuis simples distants de l et la charge F est appliquée au milieu de la travée (*figure II-6*) :

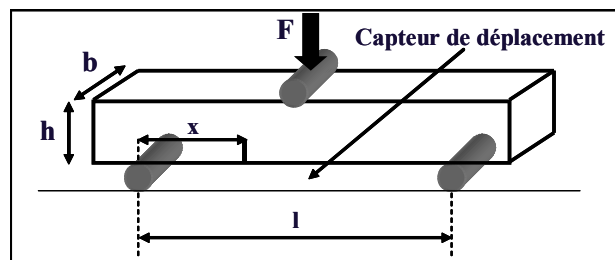


Figure II-6. Dispositif de mesure de la résistance à la rupture en flexion 3 points

Dans le cas d'une éprouvette de section rectangulaire (b, h, l), la résistance à la rupture est calculée à partir de l'équation II-2 :

$$\sigma_R = \frac{3Fx}{b.h^2} \quad (\text{II-2})$$

x représente la distance séparant la section de rupture de l'appui le plus proche ($x < l/2$). Des éprouvettes parallélépipédiques ($4 \times 4 \times 50 \text{ mm}^3$), ont été polies à $5 \mu\text{m}$ et chanfreinées sur les 2 arêtes de la face d'appui. La vitesse de la traverse a été fixée à $0,5 \text{ mm.min}^{-1}$.

IV.3. Thermodilatométrie

Le principe de la thermodilatométrie consiste à mesurer la variation de longueur d'une éprouvette massive parallélépipédique dans une direction donnée en fonction des variations de la température. Cette technique permet de mesurer le coefficient de dilatation thermique sur un intervalle de température donné mais également d'obtenir des informations sur des phénomènes physico-chimiques (points caractéristiques des verres par exemple).

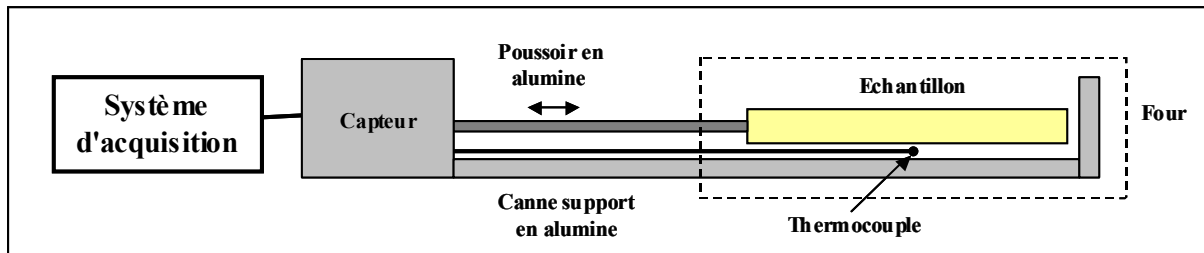


Figure II-7. Schéma de principe de la thermodilatométrie

Le dilatomètre à contact utilisé (ADAMEL, DI24) est constitué d'un four horizontal, d'une canne support et d'un poussoir en alumine relié à un capteur de déplacement (voir *figure II-7*). Le système informatique d'acquisition enregistre la variation de longueur totale (alumine + échantillon), à laquelle est apportée une correction afin de déduire le $\Delta L/L_0$ de l'échantillon seul. Pour le verre, une éprouvette de $5 \times 5 \times 20 \text{ mm}^3$ a été préparée. Concernant les inclusions d'alumine tabulaire, leur coefficient de dilatation thermique n'a pu être directement mesuré en raison de leur trop faible taille, incompatible avec ce dispositif de mesure. Une éprouvette fabriquée à partir d'une poudre d'inclusions d'alumine tabulaire broyées, pressée puis frittée à 1700°C a en revanche été caractérisée.

V. Résultats expérimentaux

V.1. Module d'Young de chaque constituant

Pour déterminer le module d'Young de chaque constituant, des barreaux de verre ou d'alumine ont été caractérisés par technique ultrasonore. L'évolution du module d'Young en fonction de la température a été étudiée pour chaque constituant (*figure II-8*).

La *figure II-8* montre que les valeurs du module d'Young mesurées à 20°C sont respectivement de 68GPa et de 340GPa pour la matrice de verre et l'éprouvette d'alumine. De plus, le module d'Young de l'alumine décroît linéairement jusqu'à 1000°C . Par contre, pour

la matrice de verre BA, le module d'Young reste relativement stable avant 600°C. Après 600°C, température considérée comme étant la température de transition vitreuse de la matrice, le module d'Young chute fortement de façon linéaire jusqu'à environ 750°C. L'état du verre peut être à ce moment-là considéré comme étant visco-élastique et l'onde ultrasonore donne une réponse caractéristique d'un pseudo module d'Young relatif à la composante élastique du matériau. Pour chacun de ces constituants, l'évolution est parfaitement réversible lors du cycle thermique.

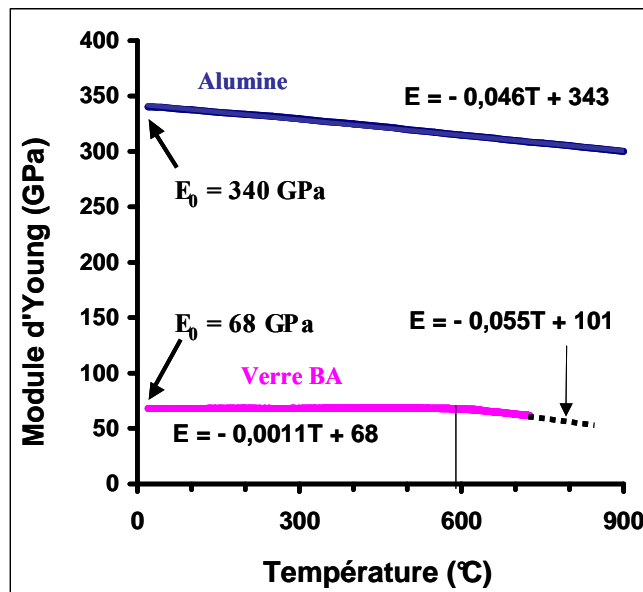


Figure II-8. Evolution du module d'Young des constituants avec température

Sur la figure, on remarque également que la mesure du module d'Young pour la matrice de verre s'arrête à 750°C, car au delà de cette valeur, pour la mesure ultrasonore, il est difficile de conserver la forme initiale de l'échantillon de verre car il a tendance à fluer. Pour obtenir le module d'Young du verre BA jusqu'à la température du frittage de matériaux modèles (860°C), une extrapolation linéaire a été effectuée en pointillé jusqu'à 860°C.

Ainsi, pour chaque constituant, les valeurs du module d'Young au-delà de 750°C peuvent être prédites par extrapolation.

T (°C)	20	100	200	300	400	500	550	600	650	700	800	860
E_{Alumine} (GPa)	340,0	337,4	333,6	329,2	324,8	319,8	317,2	314,7	312,4	309,6	305,1	302,6
E_{verre} (GPa)	68,0	68,1	68,3	68,3	68,4	68,5	68,5	68,0	65,5	62,9	57,4	54,1

Tableau II-3. Valeurs du module d'Young de chaque phase en fonction de la température

Le tableau II-3 présente les valeurs du module d'Young de chaque constituant de 20°C à 860°C par pas de 100°C. Proche de 600°C, où le phénomène de la transition vitreuse se produit, les valeurs sont précisées par intervalle de 50°C. Toutes ces valeurs ont servi de base de données au code de calcul par simulation numérique.

V.2. Coefficient de dilatation thermique

La figure II-9 présente l'essai dilatométrique réalisé sur une éprouvette de verre (5°C/min) :

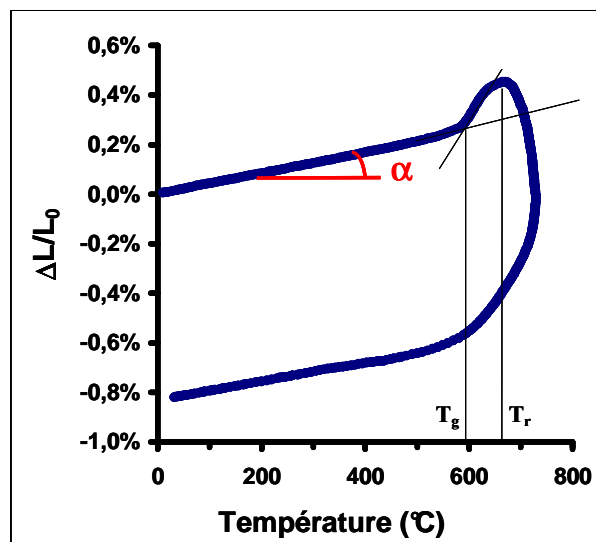


Figure II-9. Résultat dilatométrique sur la matrice verre BA

Le coefficient de dilatation thermique (α) est obtenu en considérant la pente de la courbe à la montée entre 50°C et 450°C. On peut noter que cette valeur est la même au refroidissement du verre. Il est de l'ordre de $4,2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$. Les températures de transition vitreuse (T_g) et de ramollissement (T_r) peuvent également être distinguées sur la figure II-9 (respectivement de 590°C et 670°C environ).

Pour l'alumine, la courbe de variation dimensionnelle en fonction de la température est complètement linéaire et stable. Le coefficient de dilatation thermique mesuré est de l'ordre de $7.8 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

V.3. Résistance à la rupture

La valeur de la résistance à la rupture moyenne du verre obtenue à partir de la caractérisation de 5 éprouvettes par flexion 3 points est de $45 \pm 16 \text{ MPa}$. Pour les éprouvettes de matériau verre/alumine contenant 30% d'inclusions, cette valeur est plus faible ($36 \pm 13 \text{ MPa}$). Ce niveau de contrainte moins élevé semble indiquer que l'introduction de particules d'alumine dont le coefficient de dilatation est plus élevé que celui de la matrice engendre la présence de défauts.

V.4. Microstructure des matériaux modèles élaborés

Après la caractérisation des propriétés mécaniques et thermiques de chaque constituant, la microstructure des matériaux modèles biphasés a été observée au microscope électronique à balayage (MEB).

La *figure II-10* présente la microstructure d'un échantillon contenant 30% vol. d'inclusions après frittage. Deux familles de micro-fissures bien distinctes peuvent être identifiées à partir de la *figure II-10a* : une première famille de fissures circonférentielles, présentes dans la matrice de verre, et une deuxième famille de fissures localisées à l'interface, faisant apparaître une décohésion entre la matrice et les inclusions.

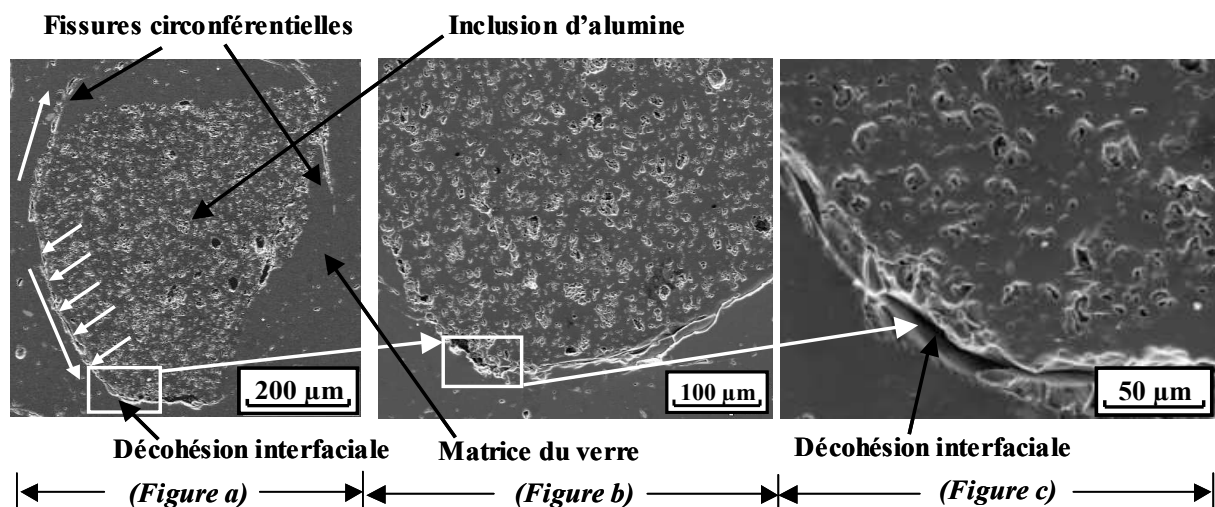


Figure II-10. Microstructures observées par MEB à différentes échelles

De plus, les directions de propagation des fissures peuvent être identifiées sur la *figure II-10a* : les fissures circonférentielles ont plutôt tendance à s'initier à l'interface inclusion/matrice puis, à se propager dans la matrice de verre, alors que les fissures correspondant aux décohésions interfaciales naissent au même endroit mais suivent la direction imposée par l'interface pour ne générer qu'une décohésion partielle.

Avec une plus grande échelle d'observation (*figure II-10b et figure II-10c*), la décohésion interfaciale peut être mieux visualisée, faisant apparaître clairement un vide entre l'inclusion d'alumine et la matrice de verre (déchaussement interfaciale partiel).

En conclusion, l'observation au MEB a permis d'identifier la présence d'endommagement au sein des matériaux modèles fabriqués. Les microfissures ont été créées après l'étape de frittage du processus de fabrication, ce qui implique que cet endommagement est probablement dû majoritairement au différentiel de dilatation thermique entre les inclusions d'alumine et la matrice du verre. Il est important de noter que les fissures appartenant à la deuxième famille (les décohésions interfaciales) sont celles qui sont majoritairement observées dans les matériaux modèles élaborés.

V.5. Evolution du module d'Young des matériaux modèles en fonction de la température

Le module d'Young est considéré comme étant une caractéristique essentielle permettant d'apprécier de façon représentative le niveau d'endommagement présent dans un matériau. Après observation de la microstructure des matériaux modèles, leur comportement élastique en fonction de la température au cours d'un cycle thermique a été analysé par technique ultrasonore en mode « barre longue ».

Les deux échantillons préparés pour l'essai ultrasonore en température ont subi un cycle thermique identique composé de deux étapes (*figure II-11*) : une étape de montée en température de 20°C à 860°C, suivie d'une étape de refroidissement de 860°C à 20°C.

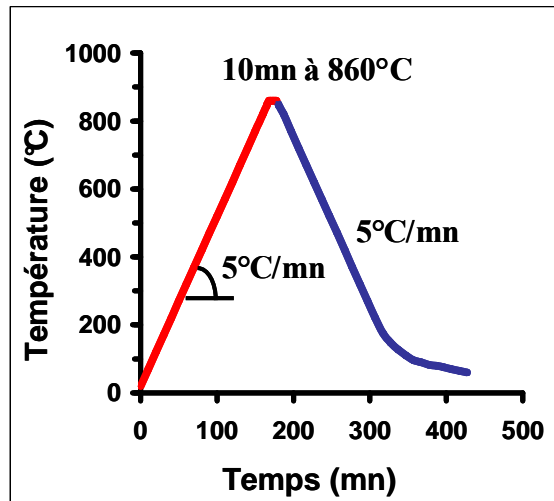


Figure II-11. Cycle thermique utilisé pour la mesure ultrasonore du module d'Young des matériaux modèles

Deux types de matériaux modèles ont été caractérisés : l'un contenant une fraction volumique d'inclusions de 15% et l'autre de 30%. Les résultats de l'évolution du module d'Young en fonction de température sont présentés sur la figure II-12.

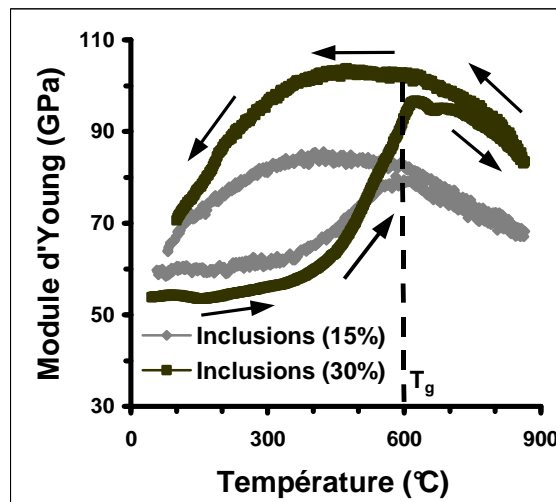


Figure II-12. Résultats expérimentaux du module d'Young en fonction de la température

Les deux courbes montrent un cycle d'hystérésis lié à la fermeture et à la réouverture des décohésions interfaciales et des microfissures préexistantes dans les matériaux à température ambiante. Autrement dit, l'évolution du module d'Young en fonction de la température présente aussi l'évolution de l'endommagement au sein du matériau durant un cycle thermique.

Les phénomènes associés à la variation de E sous la forme d'une boucle d'hystérésis peuvent être décrits en plusieurs étapes successives :

- A l'étape d'échauffement, de 20°C à 400°C, le module de Young augmente très lentement, ce qui signifie que l'endommagement créé à la fabrication du matériau reste globalement stable. De 400°C à 600°C, une forte augmentation du module de Young apparaît ce qui est dû à la fermeture des microfissures existant initialement au sein du matériau. En effet, la largeur de la lèvres des fissures diminue, ce qui conduit à la quasi-disparition des micro-fissures et à une transmission parfaite des contraintes et des déplacements entre les interfaces des deux constituants.
- De 600°C à 860°C (après la température de transition vitreuse), la matrice vitreuse adopte un comportement visqueux. Le contact à l'interface verre/alumine devient alors parfaitement cohésif du fait de la guérison des microfissures. La chute du module d'Young des matériaux modèles s'apparente alors à celle observée pour la matrice vitreuse individuelle après T_g en raison de la chute de ses propriétés d'élasticité. De 860°C à 600°C, on constate une réversibilité parfaite du phénomène.
- A l'étape de refroidissement, de 600°C à 400°C, le module d'Young reste stable malgré la rigidification des liaisons atomiques. En dessous de 400°C, il existe une forte diminution du module d'Young à la suite de l'initiation et de la propagation des microfissures due au différentiel de dilatation thermique entre les constituants. Dans ce cas, la contraction plus faible de la matrice au refroidissement par rapport à celle des inclusions fait apparaître des contraintes aux interfaces qui atteignent finalement une valeur critique et conduisent à la réapparition brutale de l'endommagement. On peut également constater que le module d'Young de l'échantillon à 30% vol. en inclusions diminue plus rapidement que celui à 15% vol. En effet, un plus grand nombre d'inclusions représentées dans le volume de matériau implique un nombre plus important de décohésions interfaciales.

Ces résultats montrent également qu'au début du cycle de chauffage (à température ambiante), le module de Young de l'échantillon à 30% vol. est inférieur à celui à 15%. Ce résultat signifie qu'un endommagement plus important a été créé après frittage dans l'échantillon à 30% par rapport à celui à 15%.

VI. Conclusion

Des matériaux modèles ont été élaborés par frittage à 860°C d'un mélange de deux constituants avec une teneur de 15 et 30% volumique en inclusions d'alumine tabulaire de forme polyédrique dans une matrice de verre. Le module d'Young de chaque constituant a été mesuré en fonction de la variation de température entre 20°C et 860°C par technique ultrasonore. On constate que pour l'alumine, il décroît linéairement avec l'augmentation de la température et que pour le verre, il montre une chute rapide après 600°C, température à laquelle a lieu la transition vitreuse. Le coefficient de dilatation du verre déterminé par thermodilatométrie ($\alpha_{verre} = 4.2 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$) est plus faible que celui des inclusions d'alumine faisant état d'un différentiel important ($\alpha_{alumine} = 7.8 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$).

Des observations réalisées au MEB font état d'un endommagement important généré après frittage et majoritairement présent sous la forme de décohésions aux interfaces des deux constituants. Ces décohésions sont apparues pendant l'étape de refroidissement à cause du différentiel de dilatation thermique négatif ($\Delta\alpha = -3.6 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$) existant entre la matrice vitreuse et les inclusions d'alumine. La présence de cet endommagement se répercute également sur les valeurs de la résistance à la rupture en flexion 3 points, plus faible pour le matériau biphasé (36 MPa environ) que pour le verre considéré sans inclusions (45 MPa environ).

L'évolution du module d'Young des matériaux biphasés durant un cycle thermique a finalement été caractérisée par technique ultrasonore en mode « barre longue ». Les résultats ont montré la présence de phénomènes d'hystérésis qui témoignent de la fermeture des microfissures et des décohésions interfaciales pendant l'étape de montée en température, et à leur réouverture à l'issue de l'étape de refroidissement.

Les valeurs expérimentales du module d'Young de chaque constituant vont être utilisées dans les simulations numériques, qui font l'objet du chapitre suivant.

Chapitre III - Techniques de simulation numérique

Sommaire

I. Introduction.....	50
II. Approches numériques de l'endommagement local.....	51
II.1. Outil « Debond ».....	51
II.2. Méthode des éléments cohésifs.....	54
II.3. Simulation de la fermeture d'une fissure.....	57
II.4. Comparaison des deux méthodes.....	60
III. Gestion du contact entre deux surfaces.....	61
IV. Etude de l'influence du maillage.....	64
IV.1. Choix du type d'éléments.....	64
IV.2. Influence de la densité du maillage.....	66
V. Modèle numérique.....	67
VI. Procédure de simulation d'un cycle d'hystérésis.....	70
VII. Conclusion.....	71

I. Introduction

D'après les résultats expérimentaux décrits dans le chapitre précédent, la variation du module d'Young des matériaux modèles endommagés verre/alumine tabulaire durant un cycle thermique est représentée par une courbe en forme de boucle d'hystérésis. Ce phénomène est attribué à la fermeture de microfissures apparaissant pendant l'étape de montée en température et à la réouverture de ces dernières durant l'étape de refroidissement. Compte tenu de l'aspect dynamique de ce phénomène, il est difficile de le décrire et de l'expliquer à l'aide des théories analytiques classiques. La simulation numérique par éléments finis est utilisée dans cette partie comme un outil de prédiction destiné à mieux comprendre l'évolution de l'endommagement de ces matériaux à l'échelle de la microstructure. Dans ce cadre, toutes les simulations numériques ont été effectuées en utilisant le code de calcul ABAQUS.

L'approche globale de la modélisation est expliquée sur la *figure III-1*.

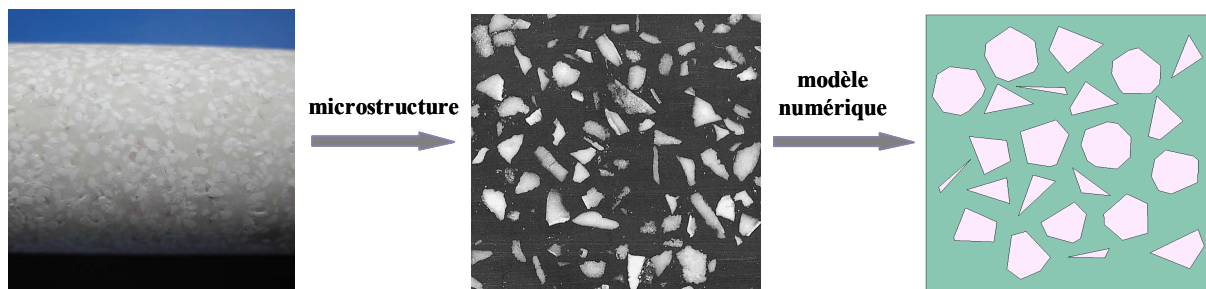


Figure III-1. Approche de simulation numérique tenant compte de la microstructure de matériaux modèles à inclusions de forme polyédrique

Les modèles numériques sont tout d'abord créés en respectant la microstructure des matériaux modèles. Ensuite, en utilisant des outils numériques adéquats, la propagation et la fermeture de fissures peuvent ensuite être réalisées. Enfin, l'évolution de l'endommagement durant un cycle thermique ainsi que le phénomène d'hystérésis pourront être simulés.

Dans ce chapitre, les approches utilisées sous ABAQUS pour effectuer une simulation de propagation de fissures, vont d'abord être présentées. La comparaison entre les caractéristiques des différentes approches permettra de choisir la méthode la mieux adaptée aux modèles numériques développés. Ensuite, la gestion de contact entre les surfaces, le choix du type d'éléments ainsi que l'influence de la densité du maillage vont être étudiés afin d'optimiser les résultats numériques. Enfin, une procédure permettant de simuler entièrement

l'évolution hystérétique du module d'Young en fonction de la température (à l'échauffement et au refroidissement) sera présentée.

II. Approches numériques de l'endommagement local

Pour modéliser la propagation de fissures au sein des matériaux modèles à l'aide du logiciel ABAQUS, il existe deux approches : l'utilisation de l'outil « Debond » et de la méthode des éléments cohésifs. L'outil « Debond » permet de simuler la propagation de fissures par déboutonnage des nœuds du maillage selon un critère de contrainte critique. Quant à la méthode des éléments cohésifs, elle permet de simuler l'évolution de l'endommagement en utilisant une loi de traction-séparation. Ces deux approches sont présentées ci-dessous.

II.1. Outil « Debond »

L'outil « Debond » regroupe un ensemble de commandes implémentées sous ABAQUS qui permettent de faire propager une fissure le long d'un parcours donné en générant deux surfaces au fur et à mesure de sa progression. Le chemin de la propagation est initialement une interface cohésive considérée comme étant composée de deux surfaces : la *surface maître* et la *surface esclave* (figure III-2).

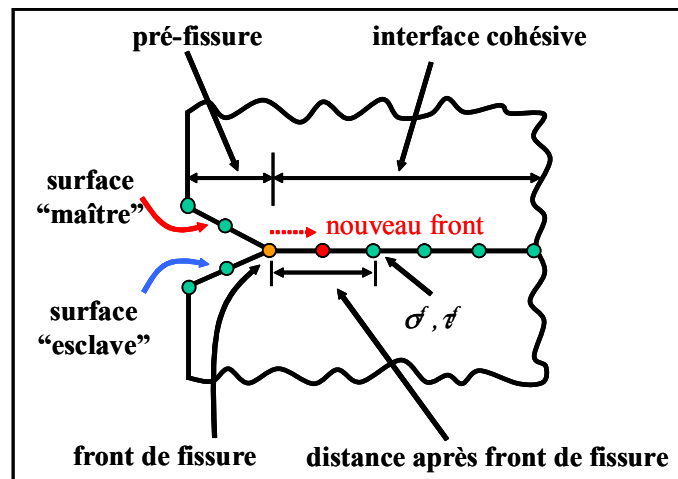


Figure III-2. Schématisation de la propagation d'une fissure à l'aide de l'outil « Debond »

Comme il est montré sur cette figure, les nœuds des deux surfaces d'une interface cohésive coïncident parfaitement derrière le front de fissure puis, se séparent juste avant ce front de fissure. Lorsque le critère de rupture atteint sa valeur maximale, l'activation de la

fonction « Debond » entraîne donc la séparation du nœud initialement en front de fissure en deux bien distincts. Les deux surfaces nouvellement créées s'éloignent alors l'une de l'autre, et par conséquent, la fissure se propage.

De manière plus détaillée, l'outil « Debond » est constitué de trois étapes de programmation qui consistent à paramétrer les commandes suivantes :

- 1- la commande « *Initial Conditions* » ;
- 2- la commande « *Debond* » ;
- 3- la commande « *Fracture Criterion* ».

La commande « *Initial Conditions* » permet de définir l'interface après le front de fissure en un état cohésif. Quant à la commande « *Debond* », elle permet de séparer l'interface cohésive en deux surfaces et d'activer l'ouverture d'un chemin de fissure. La commande « *Fracture Criterion* » permet d'attribuer le critère de propagation de la fissure.

Voici un exemple des étapes de paramétrage de l'outil « Debond » :

```
*INITIAL CONDITIONS, TYPE=CONTACT
nom de la surface esclave, nom de la surface maître, NSET

*DEBOND, SLAVE=nom de la surface esclave, MASTER=nom de la surface maître,
TIME INCREMENT = t

*FRACTURE CRITERION, TYPE = type de critère, DISTANCE ou NSET
```

La fonction "TYPE=CONTACT" dans la commande « *Initial Conditions* » signifie que la surface maître et la surface esclave ont une relation de type contact cohésif. NSET définit la zone pour laquelle les deux surfaces sont en contact cohésif.

La fonction "TIME INCREMENT" dans la commande « *Debond* » permet de contrôler l'évolution du temps après le déboutonnage de la fissure. Autrement dit, elle permet de contrôler sa vitesse de propagation. Si on donne à t une valeur suffisamment petite, la fissure se propage lentement. Il est ainsi possible d'ajuster la valeur de t pour contrôler la vitesse de dégradation de l'interface.

La fonction "TYPE = type de critère" dans la commande « *Fracture criterion* » signifie que différents critères de propagation de fissure peuvent être choisis. Sous ABAQUS, il existe trois types de critères : le critère de contrainte critique (TYPE = CRITICAL

STRESS) ; le critère de déplacement critique de l'ouverture de la fissure (TYPE = COD) ; et le critère de longueur critique de fissure (TYPE = CRACK LENGTH). Les deux derniers types de critère n'ont finalement pas été retenus pour cette étude à cause des difficultés de paramétrage. Le critère de la contrainte normale (TYPE = CRITICAL STRESS) permet de déboutonner les surfaces lorsque la contrainte située à une distance d du front de fissure atteint une valeur critique paramétrable. Ce critère est particulièrement utilisé pour les matériaux fragiles et sa formule est définie par la relation suivante :

$$f = \sqrt{\left(\frac{\sigma_n}{\sigma^f}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau^f}\right)^2} \quad (\text{III-1})$$

σ_n est la composante normale de la contrainte calculée au niveau d'un nœud situé à une distance d du front de fissure. τ est la composante de la contrainte de cisaillement. σ^f et τ^f sont respectivement les contraintes normale critique et de cisaillement critique dont les valeurs doivent être spécifiées par l'utilisateur. Dans le cas des matériaux modèles verre/alumine, il est supposé que la valeur de la contrainte normale critique à l'interface est voisine de celle du constituant ayant la résistance mécanique la plus faible, autrement dit celle du verre. On rappelle que la contrainte moyenne à rupture du verre a été estimée à 45MPa environ par flexion 3 points. C'est cette valeur qui a été attribuée à la contrainte critique σ^f [ABA-06]. Le mode de propagation des fissures étant supposé être uniquement en mode I, une très grande valeur de τ^f doit être ainsi donnée à la contrainte de cisaillement critique (typiquement $\tau^f = 10^{20}$ MPa) afin que sa contribution reste négligeable. Un paramétrage correct de la DISTANCE d est également un facteur important dans l'objectif d'éviter la divergence du calcul numérique par des problèmes de singularité tout en étant représentatif de la contrainte locale régnant autour de la fissure. Par conséquent, une valeur optimale de d doit correspondre à une longueur de 1 à 3 éléments maximum du maillage de l'interface [JOL-08, QI-09].

La *figure III-3a* présente un résultat de simulation numérique de la propagation d'une fissure obtenue par l'outil « Debond » à l'interface de deux couches (une couche de verre liée à une couche d'alumine par une interface cohésive). Une pré-fissure est imposée à l'extrémité gauche de l'interface. La surface inférieure de la couche d'alumine ($E = 340$ GPa et $\nu = 0,25$) est bloquée en déplacement selon les directions 1 et 2. Une traction orientée dans la direction 2 est appliquée à gauche de la couche de verre ($E = 78$ GPa et $\nu = 0,21$). La contrainte normale critique σ^f a été choisie égale à 0,5MPa tandis que la contrainte de cisaillement critique τ^f a été

choisie fixée à 10^{20} MPa afin que la propagation de fissure s'effectue purement en mode I. La distance post front de fissure est égale à 1% de la longueur de l'interface.

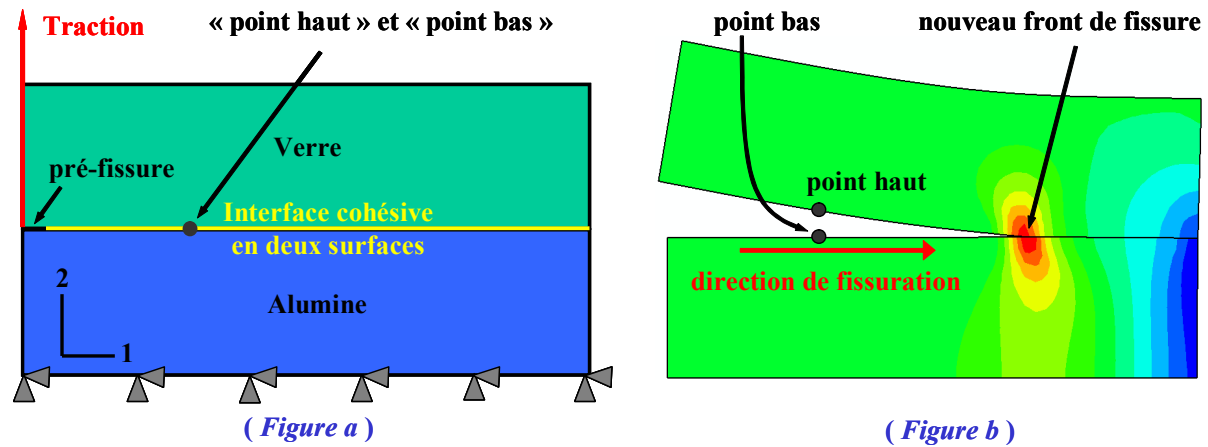


Figure III-3. Simulation numérique de la propagation d'une fissure dans une bicouche à l'aide de l'outil « Debond » : (a) modèle numérique d'un essai de traction ; (b) résultat de la propagation de la fissure en isovaleurs de la contrainte S_{22}

Le résultat de la simulation numérique (figure III-3b) montre bien la propagation de la fissure avec un nouveau front. La partie de l'interface à gauche de ce nouveau front est bien séparée en deux. La direction de propagation de la fissure peut être parfaitement distinguée ainsi que les zones de concentration de contraintes en front de fissure.

II.2. Méthode des éléments cohésifs

La méthode des éléments cohésifs est basée sur la théorie du *modèle de zone cohésive (CZM)* comme indiqué dans le paragraphe III du chapitre I. Tous les éléments cohésifs subissent une loi de traction-séparation qui traduit la dégradation progressive des éléments le long du parcours de fissuration. Le niveau de dégradation des éléments peut être présenté par une variable scalaire D . D varie de 0 à 1. La valeur 0 représente l'état non-endommagé des éléments, et la valeur 1 celui de l'endommagement total de ces éléments considérés "inactifs" dans ce cas. La figure III-4 présente la loi de traction-séparation bilinéaire inhérente aux éléments cohésifs utilisés [GEU-98, TUR-06] :

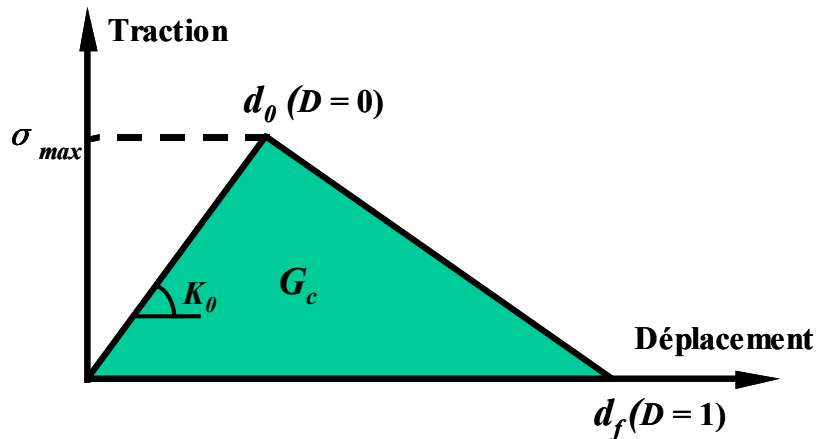


Figure III-4. Loi de traction-séparation bilinéaire pour les éléments cohésifs

Cette loi représente l'évolution de la contrainte calculée au niveau des éléments cohésifs en fonction des déplacements effectifs des nœuds. Cette contrainte augmente linéairement avec une pente K_0 (rigidité initiale des éléments cohésifs). Lorsqu'elle atteint sa valeur maximale σ_{max} (le déplacement effectif des éléments atteint la valeur d_0), la dégradation s'initie. La dégradation totale des éléments peut être définie soit par une valeur de déplacement effectif finale d_f , soit par l'énergie critique de restitution de rupture G_c correspondant à l'aire sous la courbe.

La figure III-5a présente à nouveau un modèle numérique de la propagation d'une fissure obtenu par la méthode des éléments cohésifs à l'interface de deux couches.

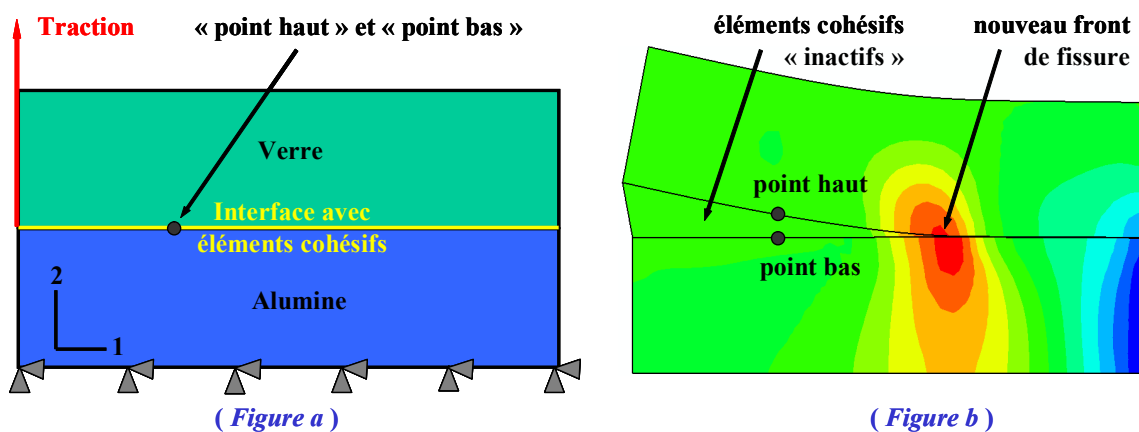


Figure III-5. Simulation numérique de la propagation d'une fissure par la méthode des éléments cohésifs : (a) modèle numérique d'un essai de traction ; (b) résultat de la propagation d'une fissure en isovaleurs de la contrainte σ_{22}

Ce modèle s'apparente à celui de la figure III-3a précédente, à une différence près située au niveau de l'interface : pour l'outil « Debond », l'interface comportait une pré-fissure

et les zones non fissurées étaient gérées par la commande de type CONTACT, tandis que pour le modèle CZM, l'interface ne comporte pas de pré-fissure (gestion uniquement effectuée par des éléments cohésifs). Les mêmes valeurs de σ_{max} et de τ^f ont été choisies, la rigidité initiale des éléments cohésifs étant égale au module d'Young du verre et la valeur de l'énergie critique de restitution de rupture ayant été choisie égale à 168J/m^2 [HIL-85, QIA-08]. Cette valeur correspond au résultat d'un travail expérimental, mené par ces auteurs, sur un béton. Compte-tenu du caractère fragile du béton ressemblant au cas des matériaux étudiés dans le cadre de ce travail, cette valeur a été utilisée comme paramètre servant à la mise en place des éléments cohésifs.

La *figure III-5b* montre les résultats des isovaleurs de la contrainte σ_{22} après propagation de la fissure. La fissure se propage de façon différente par rapport à celle obtenue avec l'utilisation de l'outil « Debond » car il n'existe pas de déboutonnage des nœuds à l'interface. La propagation de la fissure est caractérisée par la dégradation progressive des éléments cohésifs sans séparation. De plus, la rigidité des éléments cohésifs est fonction du niveau de dégradation. La nouvelle rigidité des éléments cohésifs dégradés est toujours proportionnelle à leur rigidité initiale tel que $K_D = (1-D)K_0$ et pour des éléments cohésifs en état de dégradation totale, cette nouvelle rigidité est ainsi égale à 0. Par conséquent, les éléments cohésifs à gauche du nouveau front de fissure sont tous « inactifs ».

Il faut également mentionner que sur la *figure III-5b* des isovaleurs de contrainte, l'état de dégradation des éléments cohésifs n'apparaît pas de façon très explicite avec ce type de représentation. Pour mieux comprendre cet état de dégradation des éléments cohésifs et localiser précisément la position du front de fissure, les résultats ont été représentés en considérant la valeur de la variable d'endommagement D (*figure III-6*).

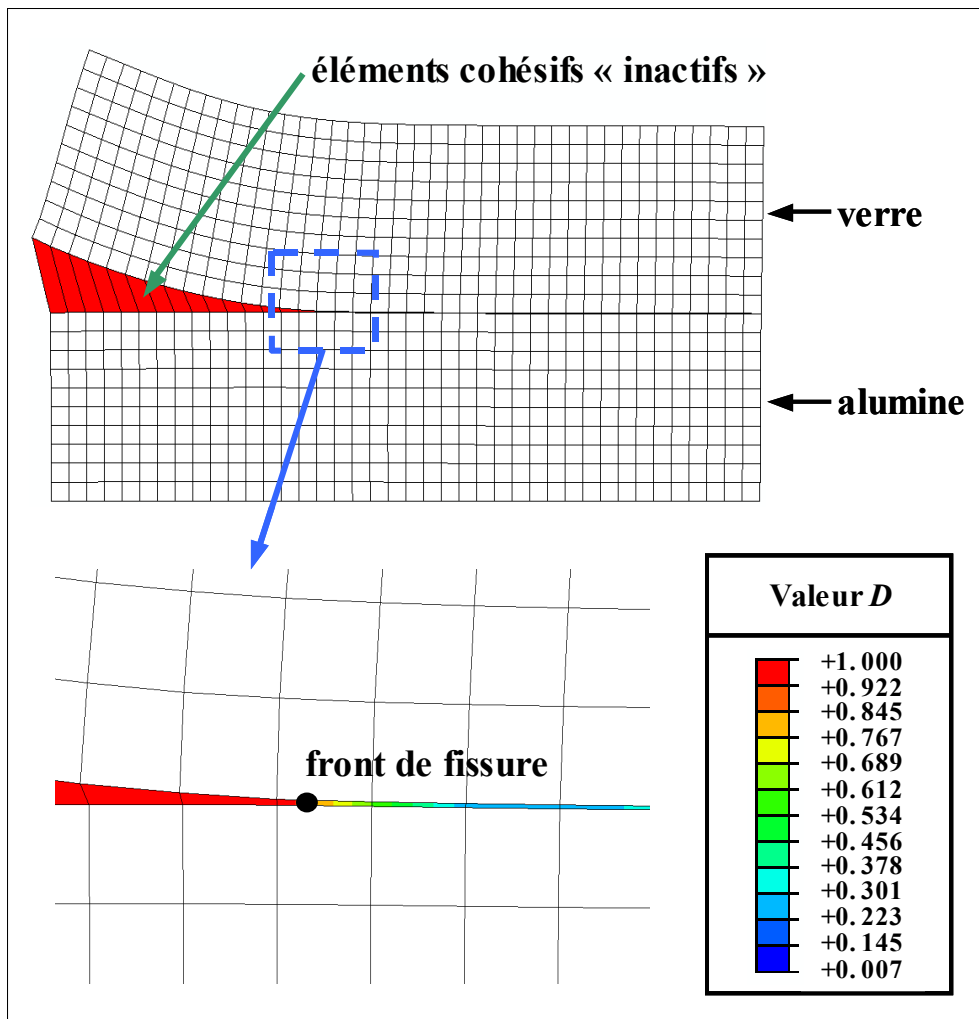


Figure III-6. Présentation de l'état des éléments cohésifs autour du front de fissure entre deux couche

Sur cette figure, la valeur de D varie de 0 à 1. La couleur rouge correspond à la dégradation totale des éléments ($D = 1$) et la couleur bleue correspond à un état quasiment cohésif ($D \approx 0$). Entre ces deux bornes, un état intermédiaire de dégradation localisé à l'interface permet de repérer précisément le front de fissure.

II.3. Simulation de la fermeture d'une fissure

La simulation de la propagation d'une fissure peut être réalisée sous ABAQUS en utilisant soit l'outil « Debond », soit la méthode des éléments cohésifs. Dans le cadre de cette étude concernant la variation du module d'Young de matériaux biphasés endommagés, non seulement une étape de création de fissures doit être considérée mais aussi une étape de résorption des ses fissures a également lieu. En effet, quand la température augmente, les surfaces des défauts sont amenées à entrer à nouveau en contact à cause du différentiel de

dilatation thermique entre matrice et inclusions. D'un point de vue numérique, cette fermeture peut être par exemple effectuée en fusionnant les points des 2 surfaces concernées permettant ainsi de créer de nouveaux éléments et de diminuer la longueur de la fissure. Cette opération peut s'avérer complexe. La solution qui a été retenue consiste à effectuer un rapprochement sans fusion des nœuds se traduisant par une continuité des déplacements entre les nœuds en vis à vis et une transmission intégrale des contraintes.

Pour simuler cette fermeture de fissure, une compression a été immédiatement imposée après la traction appliquée aux modèles des paragraphes II-1 et II-2. Pour les modèles des figures III-4a et III-5a et après la propagation de la fissure en traction, une compression est directement appliquée à la surface supérieure de la couche de verre. Cette compression permet de refermer virtuellement la fissure déjà propagée et de vérifier l'état de l'interface entre les deux couches. La figure III-7 montre les résultats des isovaleurs de contrainte dans la direction 2 après compression :

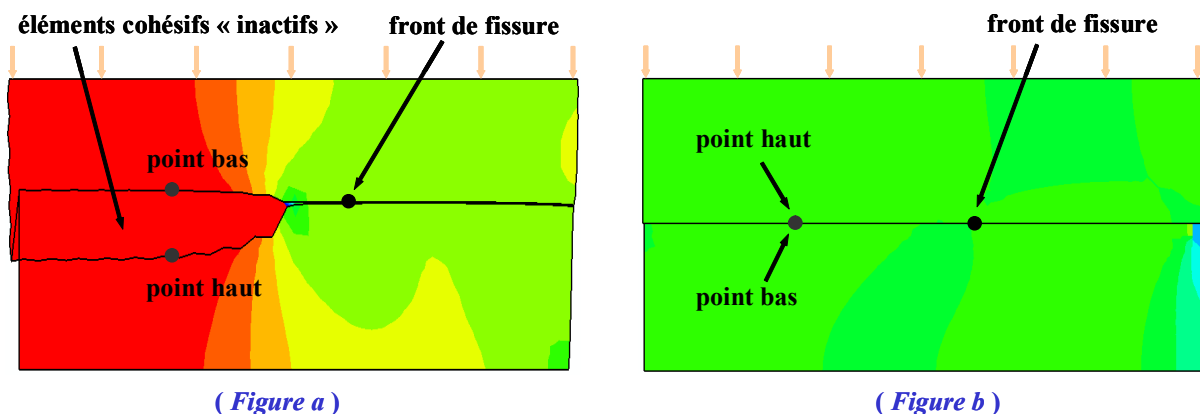


Figure III-7. Résultats des isovaleurs de contraintes dans la direction 2 après compression :
 (a) état de contact à l'interface par la méthode des éléments cohésifs ; (b) état de contact à l'interface obtenu avec l'outil « Debond »

La figure III-7a montre le résultat des contraintes dans la direction 2 après compression et utilisation de la méthode des éléments cohésifs. La partie des nœuds de la couche de verre se trouvant à gauche du nouveau front de fissure a pénétré dans la couche d'alumine. Par contre, cette pénétration n'apparaît pas pour les nœuds à droite du nouveau front de fissure. Une forte perturbation des contraintes au niveau du nouveau front de fissure est également observée. Ce phénomène de pénétration peut être justifié par l'inactivité des éléments cohésifs. A gauche du nouveau front de fissure, les éléments cohésifs sont en état de

dégradation totale (éléments cohésifs "inactifs" avec une rigidité nulle). Par conséquent, ils ne peuvent pas s'opposer à la compression, et la fermeture de fissure n'a donc pas lieu.

La *figure III-7b* montre le résultat des contraintes dans la direction 2 après compression obtenue à l'aide de l'outil « Debond ». Lorsqu'une compression est appliquée, les nœuds de la surface maître et de la surface esclave coïncident à nouveau. L'état de contact entre les deux surfaces est parfait (pas de pénétration mutuelle des deux couches). La répartition des contraintes autour de l'interface est homogène. Par conséquent, la fermeture virtuelle de la fissure peut être assurée par l'outil « Debond ».

Pour mieux comparer l'état de l'interface par les deux approches, le déplacement vertical de deux nœuds en vis à vis a été tracé pour la durée d'une simulation faisant intervenir une sollicitation traction-compression (*figure III-8 et figure III-9*). Ces deux nœuds, initialement à la même position à l'interface (*figure III-3 et figure III-5*), sont appelés "point haut" et "point bas". Le déplacement du point haut est présenté par une ligne rouge, et le déplacement du point bas est présenté par une ligne verte.

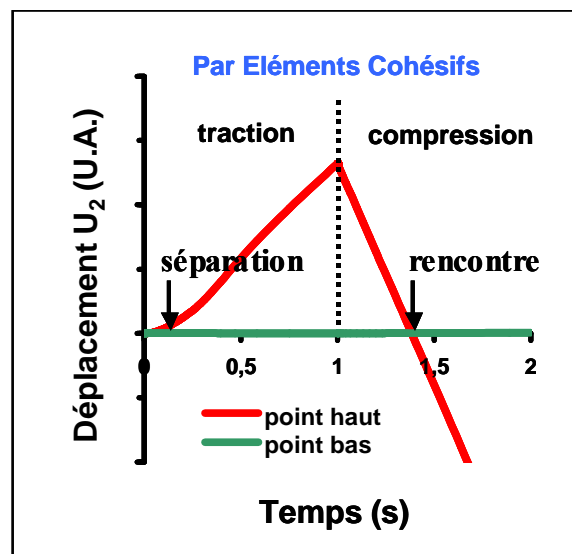


Figure III-8. Déplacements de deux nœuds en traction-compression par la méthode des éléments cohésifs

La *figure III-8* présente le résultat des déplacements U_2 de ces deux nœuds par la méthode des éléments cohésifs. On remarque que les deux nœuds se déplacent initialement d'une façon identique tant que le front de fissure n'a pas encore atteint leur niveau. Lorsque la fissure arrive au voisinage de ces deux nœuds, les deux lignes se séparent. La ligne rouge continue sa progression à cause de la traction. Quant à la ligne verte, elle revient à sa position initiale. En compression, la fermeture progressive de la fissure est mise en évidence par le

rapprochement de la ligne rouge et de la ligne verte. Après rencontre du point haut et du point bas, la descente du point haut progresse avec la même pente. Ceci est due à la rigidité nulle des éléments cohésifs « inactifs ». La transmission du déplacement à l'interface n'est plus assurée et un phénomène de pénétration est observé. Par conséquent, la fermeture de la fissure ne peut être effectuée.

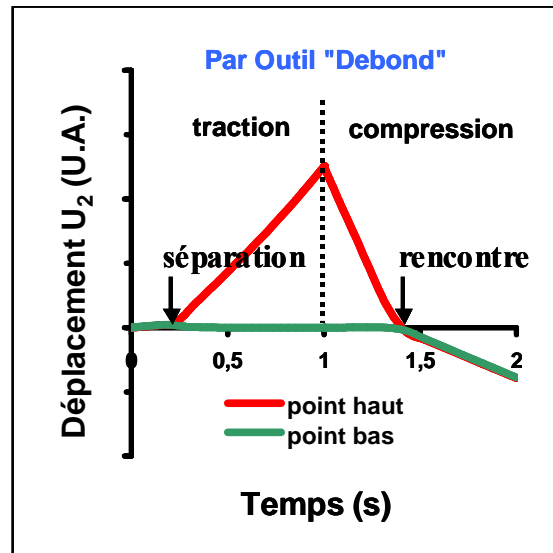


Figure III-9. Déplacements de deux nœuds en traction-compression par outil « Debond »

La figure III-9 présente le résultat des déplacements U_2 des mêmes nœuds par l'outil « Debond ». Pour l'étape de traction, on remarque que le comportement des deux nœuds est identique à celui obtenu dans le cas des éléments cohésifs. La différence est observée pendant l'étape de compression. Lorsque le point haut rejoint le point bas, le mouvement des deux nœuds devient homogène. La pente de descente du point haut diminue lorsqu'il rentre en contact avec le point bas. Cette diminution est due à la rigidité de la couche d'alumine. Par conséquent, la fermeture de fissure a bien lieu avec l'utilisation de l'outil « Debond ».

II.4. Comparaison des deux méthodes

Les caractéristiques principales des deux approches sont résumées dans le *tableau III-1* ce qui permet de donner quelques éléments de comparaison.

	Outil « Debond »	Méthode des éléments cohésifs

Mode de propagation de fissure	Déboutonnage des nœuds	Dégradation des éléments
Critères et paramètres	Contrainte critique ; durée de l'incréméntation ; distance après le front de fissure	Contrainte critique ; déplacement critique ; énergie de restitution de rupture
Attribution des valeurs aux paramètres	Simple	Difficile
Nécessité d'une pré-fissure	Oui	Non
Problème de singularité	Oui	Non
Dimension	2D	2D, 3D
Fermeture de la fissure	Oui	Non

Tableau III-1. Comparaison des caractéristiques des deux approches

On constate que la méthode des éléments cohésifs présente les avantages suivants : la pré-fissure n'est pas nécessaire, il n'existe pas de singularité au front de fissure et elle s'applique aussi bien aux problèmes en 2D qu'à ceux en 3D. En revanche, les valeurs attribuées aux paramètres sont difficiles à déterminer si bien que la fermeture de la fissure ne peut être simulée par cette méthode car les éléments cohésifs rendus « inactifs » à l'issue de la phase de traction ne réagissent plus aux contraintes appliquées pour la phase de compression. L'outil « Debond » reste une approche plus simple pour simuler une propagation de fissure et ce malgré son application limitée à 2 dimensions uniquement et la nécessité d'introduire une pré-fissure. Par conséquent, c'est l'outil « Debond » qui a finalement été choisi pour simuler l'évolution de l'endommagement au sein des matériaux modèles.

III. Gestion du contact entre deux surfaces

L'outil « Debond » considère que l'interface est composée de deux surfaces : *une surface maître* et *une surface esclave*. Ces deux surfaces sont initialement en contact parfaitement cohésif. Les nœuds correspondants sont initialement fusionnés et se séparent progressivement en fonction du paramétrage des critères de l'outil « Debond ». La surface maître est par convention choisie au niveau de la matière la plus rigide, donc au niveau des inclusions d'alumine, et la surface esclave est attribuée à la matrice de verre dans le cas de cette étude

La gestion du contact entre la surface maître et la surface esclave est une étape qui conditionne la qualité des résultats numériques. Pour une fissure qui se propage selon une droite, cette gestion est moins critique que dans le cas d'une fissure ayant une trajectoire

courbe. La *figure III-10* présente le modèle comportant une seule inclusion d'alumine sphérique noyée dans une matrice de verre. Une fissure se propage selon une trajectoire circulaire sans gestion de contact des surfaces en vis-à-vis. On peut remarquer un phénomène de pénétration des nœuds entre les deux surfaces alors qu'elles devraient être en contact parfait.

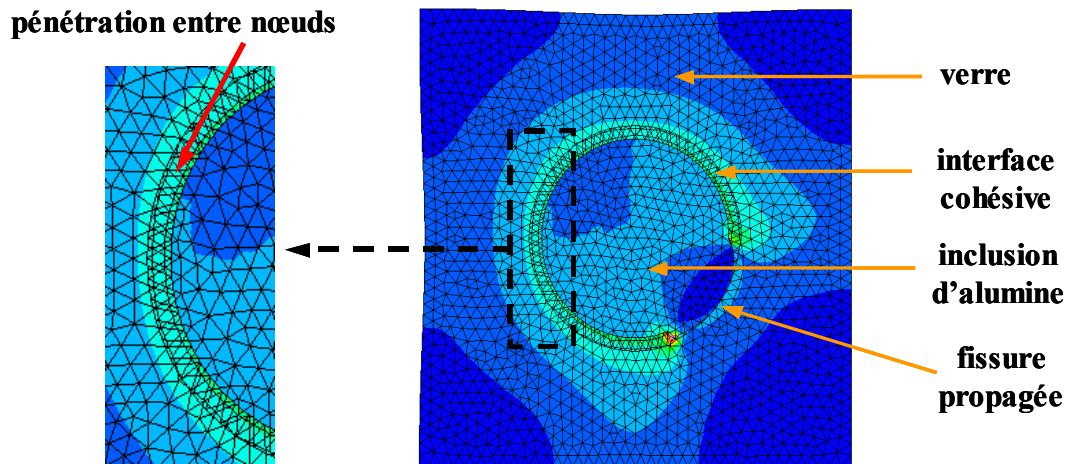


Figure III-10. Pénétration des nœuds entre les surfaces maître et esclave dans un modèle verre-alumine sans gestion de contact

La *figure III-11* présente un autre modèle verre-alumine avec une interface semi-circulaire sans gestion de contact. Au cours de la propagation de la fissure partant d'une extrémité de l'interface, le problème de pénétration entre nœuds a été également observé. Un phénomène de décollement de surface au niveau des intersections plan/demi-cercle est également constaté.

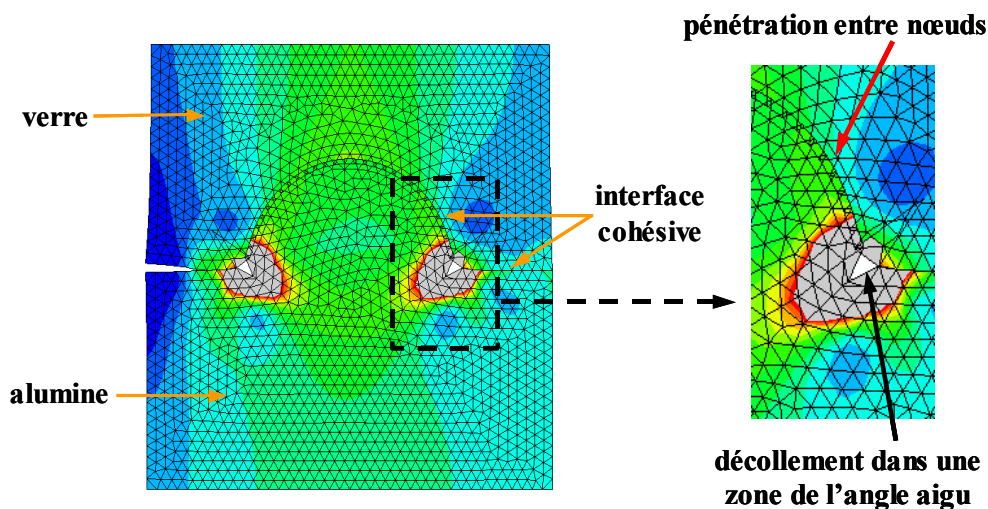


Figure III-11. Visualisation du problème de décollement dans les zones comportant un angle aigu.

Ces problèmes sont essentiellement dus aux positions incorrectes des nœuds de la surface esclave. En effet, au cours de la création du maillage, certains nœuds de la surface esclave se positionnent de l'autre côté de la surface maître entraînant une pénétration localisée des deux surfaces. Par conséquent, et au cours de la simulation, ce mauvais positionnement peut engendrer un décollement et peut aggraver la situation d'interpénétration en affectant un plus grand nombre de points.

Dans le cadre de cette étude, les inclusions de formes polygonales présentent, au niveau des intersections des arêtes, des zones de risques de perturbation numérique similaires. Il est ainsi nécessaire d'effectuer une gestion de contact entre les surfaces en utilisant une fonction « *ajust slave nodes in set* » proposée par ABAQUS.

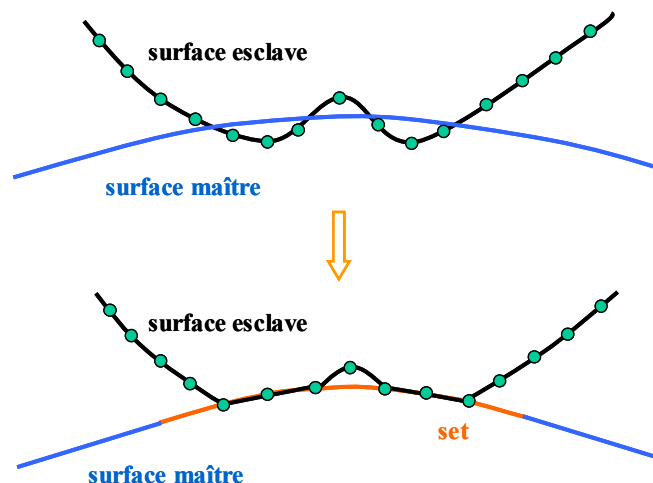


Figure III-12. Gestion de contact des surfaces avec un « set » propose par ABAQUS

D'après cette fonction, les zones sur lesquelles le contact entre les surfaces est imposé, sont définies comme « set ». Le set peut être considéré comme une frontière entre la surface maître et la surface esclave. Les nœuds de la surface esclave qui dépassent cette frontière vont être ajustés (figure III-12). Par conséquent, les nœuds de chaque surface restent de part et d'autre de la frontière. Un autre avantage appréciable qu'offre cette technique réside dans le fait que cette fonction ne crée aucune contrainte numérique supplémentaire sur le modèle [ABA-06].

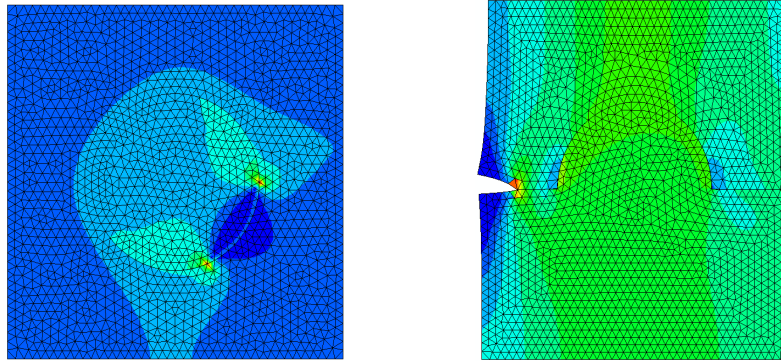


Figure III-13. Etat des surfaces après leur gestion de contact dans le cas de la propagation d'une fissure

En appliquant cette fonction aux modèles des figures III-10 et III-11, la figure III-13 montre bien qu'au cours de la propagation d'une fissure, le problème de pénétration de nœuds entre les surfaces et le problème de décollement au niveau des angles a été parfaitement maîtrisé. La distribution des états de contraintes visualisées dans le cas des deux modèles reste régulière ce qui n'est pas le cas pour des modèles identiques sans gestion de contact.

IV. Etude de l'influence du maillage

IV.1. Choix du type d'éléments

Dans l'objectif de construire un maillage optimisé capable de réduire le risque de divergence du calcul, il est important de choisir des éléments appropriés à la mise en place de l'outil « Debond ». Sous ABAQUS, les éléments du maillage peuvent être identifiés de plusieurs façons : par leur géométrie, par l'ordre d'interpolation des nœuds ou par les degrés de liberté des éléments.

Selon la géométrie des éléments utilisés, ils peuvent être classés en trois catégories : les éléments de *ligne* en 1D ; les éléments *triangulaires ou quadrilatéraux* en 2D et les éléments *tétraédriques, hexaédriques et prismatiques* en 3D. Cette étude étant effectuée en 2D, ce sont les éléments triangulaires quadrilatéraux qui conviennent potentiellement (figure III-14). Les éléments triangulaires ont été finalement choisis car ils s'adaptent mieux au maillage des structures complexes ce qui est le cas pour une microstructure comportant des interfaces en forme de polygones.

Selon l'ordre d'interpolation des nœuds, les éléments peuvent aussi être séparés en *éléments linéaires (ordre 1)* ou en *éléments quadratiques (ordre 2)* comme indiqué sur la

figure III-14. Les éléments linéaires possèdent uniquement des nœuds aux sommets des arêtes alors que les éléments quadratiques ont des nœuds supplémentaires situés au milieu de chaque arête permettant de donner une meilleure approximation aux problèmes faisant intervenir des contours courbés. Pour le maillage des modèles, des *éléments triangulaires quadratiques* provoquant moins de problèmes de divergence dans le calcul que les *éléments triangulaires linéaires*, rigides à la déformation, ont été utilisés.

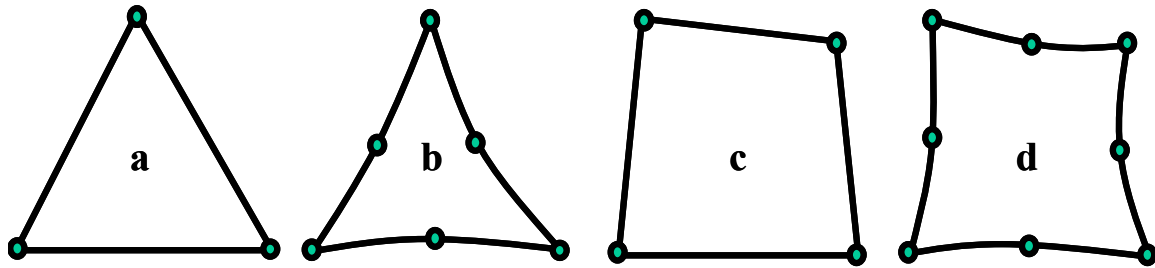


Figure III-14. Différents types d'éléments : (a) élément triangulaire linéaire ;
 (b) élément triangulaire quadratique ; (c) élément quadrilatéral linéaire ;
 (d) élément quadrilatéral quadratique

Les degrés de liberté des nœuds sont également des facteurs importants de la construction du maillage. Pour traiter un problème spécifique, différents degrés de liberté peuvent être paramétrés aux nœuds des éléments. Les principaux degrés de liberté concernent les déplacements, les rotations, la température, le potentiel électrique, etc. A titre d'exemple, pour les problèmes traités en contraintes planes, le degré de liberté des nœuds est considéré sur leur déplacement. Sous ABAQUS, des éléments « *plan stress* » doivent être choisis.

Dans le cadre d'une étude thermomécanique, les éléments « *coupled temp-displacement* » doivent être choisis. Ces éléments contiennent non seulement le degré de liberté en déplacement mais aussi celui en température. En définitive, les éléments appelés « *CPS6MT* » sous ABAQUS ont été choisis pour la simulation numérique. *C* signifie qu'il s'agit d'éléments solides ; *PS* signifie qu'ils fonctionnent selon l'hypothèse d'une analyse en contraintes planes ; *6* signifie qu'il s'agit d'éléments à six nœuds (triangulaires quadratiques) ; *MT* signifie que les éléments sont modifiés et font partie de la famille « *coupled temp-displacement* » dont les nœuds peuvent avoir des degrés de liberté en déplacement et en température.

IV.2. Influence de la densité du maillage

Après avoir choisi le type d'éléments, l'influence de la densité du maillage a été étudiée. Le travail de thèse de Joliff [JOL-06] a montré que le maillage doit être raffiné autour des interfaces entre les deux constituants. Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'influence de la densité globale du maillage sur le résultat du calcul numérique et particulièrement sur les valeurs du module d'Young. La *figure III-15* illustre différents maillages utilisés pour un modèle comportant 5 inclusions.

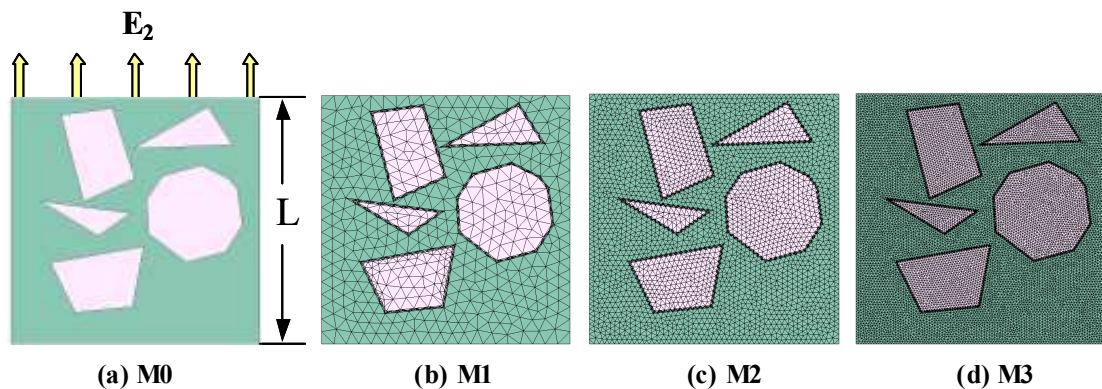


Figure III-15. Influence de la densité du maillage : (a) modèle à 5 inclusions (taille du modèle = L) ; (b) M1 : maillage avec une taille d'éléments = 5% de L ; (c) M2 : maillage avec une taille d'éléments = 2% de L ; (d) M3 : maillage avec une taille d'éléments = 1% de L

Les inclusions d'alumine sont toujours entourées d'une matrice de verre. La densité du maillage augmente de gauche à droite. La taille des éléments de chaque maillage peut être quantifiée par un pourcentage de la taille d'un côté du modèle, égale à L . Le maillage sur les interfaces est toujours deux fois plus fin que celui utilisé loin des interfaces. Une traction a été imposée sur la surface supérieure des modèles dans la direction verticale et le module d'Young E_2 selon la même direction a été calculé par la loi de Hooke. Les résultats de l'influence de la densité du maillage sont présentés sur la *figure III-16* :

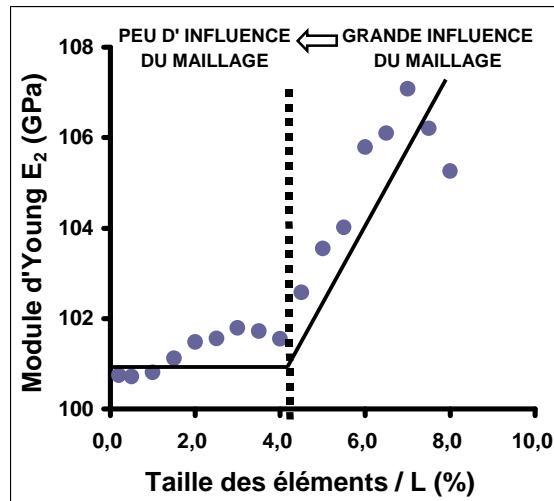


Figure III-16. Influence de la densité du maillage sur les valeurs du module d'Young

On constate que la densité du maillage influence fortement le résultat. Quand le maillage n'est pas raffiné (au-delà de 4% en taille d'éléments), les calculs montrent des valeurs élevées du module d'Young. Ce résultat peut être expliqué par un calcul faussé de la moyenne des contraintes et des déplacements aux nœuds de Gauss du maillage à cause du faible nombre de points de calculs utilisés. Lorsque la taille des éléments est inférieure à 4% de la taille du modèle, les valeurs de E_2 deviennent plus stables avec un écart moyen limité de l'ordre de 2%. Par conséquent, la taille des éléments du maillage a toujours été choisie inférieure à 4% de la taille des modèles.

V. Modèle numérique

Après ces études préliminaires, les modèles numériques peuvent finalement être construits. Afin de mieux comparer les résultats, tous les modèles conservent la même fraction volumique d'inclusions (30%) et subissent le même critère de propagation de fissures.

La figure III-17 présente les modèles numériques de matériaux modèles contenant 1 ou 3 inclusions. Les inclusions sont toutes en alumine entourée par la matrice de verre avec un raffinement du maillage à l'interface. Une pré-fissure est fixée sur chaque interface. La taille de la pré-fissure est toujours identique à la taille des éléments de discrétisation de l'interface. Il faut remarquer que la taille de la pré-fissure doit être suffisamment petite pour que sa contribution soit négligeable par rapport à la longueur totale de l'interface. En général, cette taille de pré-fissure est inférieure à 1% de la longueur moyenne de l'interface. L'outil

« Debond » est utilisé à l'interface pour simuler l'évolution de l'endommagement. La direction de la propagation de la fissure est choisie au hasard.

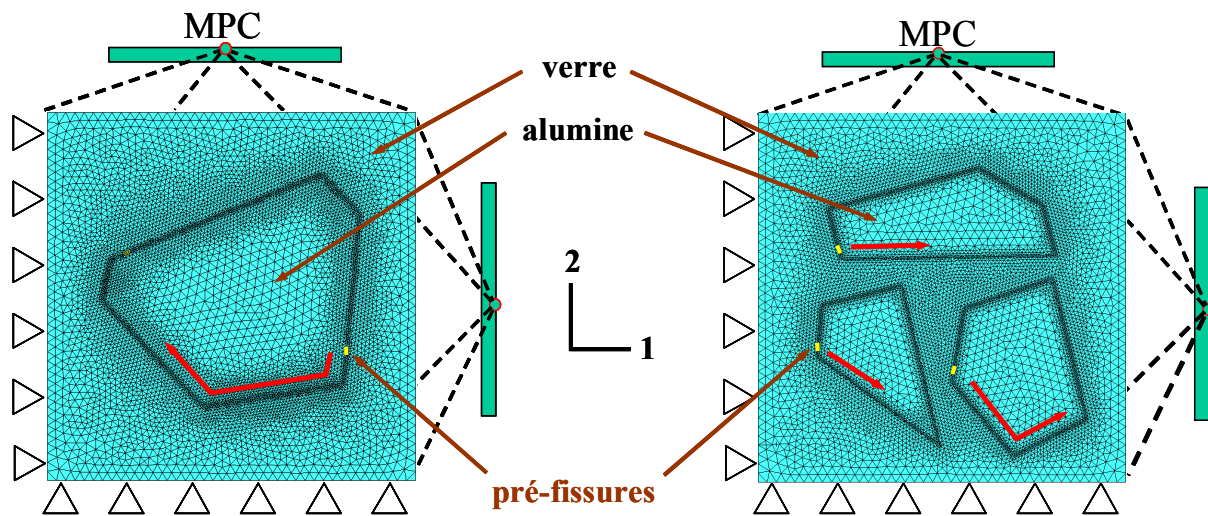


Figure III-17. Modèles numériques complets des matériaux modèles

Les conditions aux limites sont imposées par un déplacement nul au niveau :

- des nœuds de la surface inférieure du modèle dans la direction verticale ;
- des nœuds de la surface à gauche dans la direction horizontale.

Ces conditions n'imposent aucune contrainte externe supplémentaire au cours de la simulation et engendrent la prise en compte de symétries horizontales et verticales. Par conséquent, un modèle d' l (ou 3) inclusion(s) avec conditions aux limites est censé être représentatif d'un modèle à 4 (ou 12) inclusions sans condition aux limites.

De plus, l'influence d'une condition supplémentaire appelée MPC (*Multi-Points Constraint*) a été étudiée. Avec MPC, les nœuds de la surface supérieure vont se déplacer verticalement de façon identique, et les nœuds de la surface de droite vont se déplacer horizontalement de façon identique. La condition MPC permet ainsi de donner une périodicité au contour du modèle.

Au cours d'un cycle thermique, le module d'Young de chaque phase va varier légèrement avec la température. Les valeurs reportées dans le *tableau II-2* ont donc été prises en compte dans les calculs numériques puisqu'elles ont été attribuées successivement aux différentes phases pour chaque température :

T (°C)	20	100	200	300	400	500	550	600	650	700	800	860
E_{Alumine} (GPa)	340,0	337,4	333,6	329,2	324,8	319,8	317,2	314,7	312,4	309,6	305,1	302,6
E_{verre} (GPa)	68,0	68,1	68,3	68,3	68,4	68,5	68,5	68,0	65,5	62,9	57,4	54,1

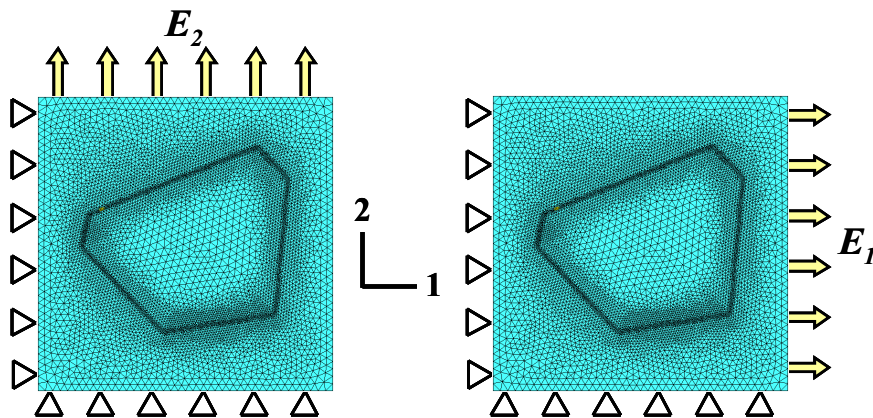
Tableau II-2. Valeurs du module d'Young de chaque phase en fonction de la température

Le module d'Young E de chaque modèle a été calculé à l'aide de loi de Hooke par traction ou par compression de la surface supérieure ou de la surface de droite. La loi de Hooke est exprimée par :

$$E = \frac{\langle \sigma \rangle}{\langle \varepsilon \rangle} \quad (\text{III-2})$$

où $\langle \sigma \rangle$ est la contrainte moyenne des nœuds à la surface, et $\langle \varepsilon \rangle$ est la déformation moyenne des nœuds à la surface.

Il faut remarquer que la valeur de E peut être séparée en E_1 et E_2 suivant la direction d'application de la contrainte. Comme indiqué sur la *figure III-18*, E_1 représente le module d'Young pour une contrainte appliquée dans la direction horizontale, et E_2 celui pour une contrainte verticale.

Figure III-18. Présentation de différents modules d'Young calculés E_1 et E_2

D'un point de vue expérimental, le comportement thermique et élastique des matériaux est considéré isotrope en raison des propriétés isotropes de la matrice de verre et du grand nombre d'inclusions aléatoirement réparties dans le volume du matériau. En revanche, dans le cadre d'une simulation numérique, le module d'Young global doit être moyenné en

considérant les deux valeurs de E_1 et de E_2 , caractéristiques de l'anisotropie de forme des inclusions.

VI. Procédure de simulation d'un cycle d'hystérésis

D'après le chapitre précédent, le module d'Young des matériaux modèles en fonction de la température, durant un cycle thermique, présente un phénomène d'hystérésis dû à la fermeture et à l'ouverture des microfissures. La simulation numérique est un outil qui peut permettre de décrire l'évolution de l'endommagement au sein de ces matériaux modèles.

La simulation numérique du phénomène d'hystérésis est basée successivement sur trois modèles comme indiquées sur la *figure III-19* : un modèle de propagation de fissures (de 600°C à 20°C), un modèle de fermeture de fissures (de 20°C à 600°C) et un modèle avec des interfaces cohésives (entre 600°C et 860°C). Ces modèles sont représentatifs des étapes réelles de l'évolution de l'endommagement détaillées dans le chapitre II. Pour simuler le phénomène d'hystérésis, le module d'Young a été calculé pour plusieurs températures. La différence entre les deux températures les plus proches est majoritairement égale à 50°C (par exemple, 20°C, 100°C, 150°C, 200°C, ..., 700°C, 750°C, 800°C, 860°C).

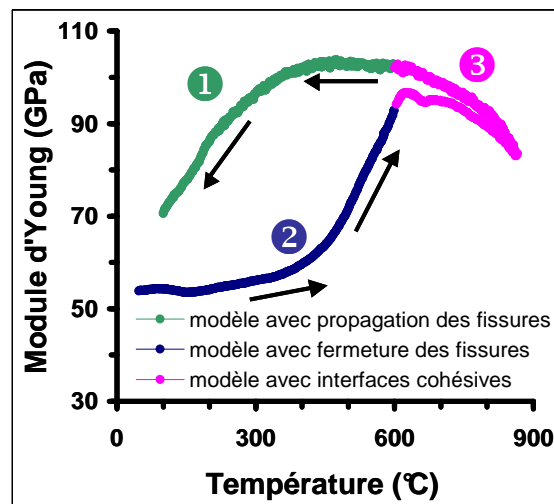


Figure III-19. Etapes successives de simulation numérique conduisant au phénomène d'hystérésis du module d'Young global

Le premier modèle consiste à simuler l'évolution du module d'Young au refroidissement de 600°C à la température ambiante (20°C). La simulation de cette phase est assurée par des modèles numériques faisant appel à l'outil « Debond » permettant la propagation des fissures. Le module d'Young à une température donnée est calculé par un

essai de compression. Il faut remarquer que, contrairement aux mesures expérimentales du module d'Young par technique ultrasonore qui commence par une montée en température, la simulation numérique démarre par l'étape de refroidissement. En effet, à 600°C, le matériau est considéré comme étant non endommagé (guérison complète des fissures) grâce au comportement visqueux de la matrice. De plus, il est très difficile de créer des modèles numériques avec un endommagement déjà existant à 20°C au sein des modèles.

Le deuxième modèle consiste à simuler l'évolution du module d'Young à la montée en température de 20°C à 600°C. A cette étape, les surface maître et esclave vont se rapprocher progressivement à cause du différentiel de dilatation thermique entre les constituants. Grâce à l'outil « Debond », cette fermeture virtuelle peut se réaliser avec succès par une transmission complète des déplacements et des contraintes.

Le dernier modèle consiste à simuler l'évolution du module d'Young entre 600°C et 860°C. Au cours de cette étape, le contact aux interfaces entre les deux constituants est parfaitement cohésif à cause de l'état visqueux de la phase verre. La simulation de cette étape est simple à réaliser en utilisant les modèles sans outil « Debond ». Le contact cohésif des interfaces est présenté grâce à l'outil « Tied » [ABA-06, JOL-06]. Cet outil permet de lier entre elles les surfaces maître et esclave, de façon identique à l'action de la commande INITIAL CONDITION de l'outil « Debond ». La variation du module d'Young des matériaux modèles est due à la variation du module d'Young de chaque phase, à la baisse rapide de rigidité de la phase verre au-delà de la température de transition vitreuse.

VII. Conclusion

Deux approches ont été utilisées pour réaliser la simulation de l'évolution de l'endommagement au sein de matériaux modèles durant un cycle thermique. L'une fait appel à l'outil « Debond » et l'autre à la méthode des éléments cohésifs. L'outil « Debond » permet de déboutonner les nœuds selon un critère de contrainte critique. Quant à la méthode des éléments cohésifs, elle permet de définir une loi de traction-séparation attribuée à des éléments spécifiques. Ces deux méthodes fonctionnent avec succès quant à l'ouverture de fissures. Par contre, la méthode des éléments cohésifs n'est pas capable de simuler une fermeture de fissure car en état de dégradation totale les éléments ne peuvent plus transmettre de contrainte. Par conséquent, c'est l'outil « Debond » qui a été privilégié pour simuler

l'évolution de l'endommagement ainsi que le phénomène d'hystérésis du module d'Young des matériaux étudiés.

L'outil « Debond » permet de séparer l'interface en deux surfaces : la surface maître et la surface esclave. Pour les interfaces de forme complexe, un phénomène de pénétration et un phénomène de décollement ont été observés à cause d'un mauvais positionnement des nœuds de la surface esclave. La gestion du contact entre ces deux surfaces est ainsi nécessaire pour éviter ces problèmes. Elle a été assurée par l'ajustement de l'emplacement des nœuds de chaque côté de l'interface.

D'un point de vue du maillage, le choix du type d'éléments permet d'éviter la divergence des calculs et d'obtenir un résultat optimisé. Les éléments triangulaires quadratiques « coupled temp-displacement » ont été ainsi utilisés car ils conviennent parfaitement pour des études thermo-élastiques. La densité de maillage montre également son influence sur la précision des résultats numériques. L'utilisation d'éléments dont la taille est inférieure à 4% de la longueur du modèle conduit à des résultats numériques fiables.

Les modèles numériques ont été développés en positionnant une pré-fissure au niveau de chaque interface, l'outil « Debond » assurant l'ouverture et la fermeture de fissures. Les conditions aux limites appliquées permettent de donner des axes symétriques horizontaux et verticaux aux modèles numériques, et elles n'entraînent aucunes contraintes externes. Une condition MPC peut être appliquée au besoin pour donner une périodicité du contour aux modèles. La simulation numérique de $E=f(T)$ des matériaux verre/alumine étudiés commence par une étape du refroidissement de 600°C à 20°C et continue par une étape de montée en température de 20°C à 600°C. Finalement, entre 600 et 860°C, l'état de l'interface est géré par un contact cohésif grâce à l'outil « Tied ».

Chapitre IV - Résultats numériques, comparaison et discussion

Sommaire

I. Introduction.....	74
II. Modèles à une et à trois inclusions sans MPC.....	75
III. Modèles à trois inclusions	76
III.1. Comparaison des résultats avec/sans la condition MPC	76
III.2. Critique des modèles à trois inclusions	78
III.2.1. Comparaison de E_1 et de E_2 issus d'un même modèle.....	79
III.2.2. Résultat de E_2 en inversant la direction de propagation des fissures	80
III.2.3. Résultats de E_2 issus de deux modèles différents à trois inclusions.....	82
III.2.4. Critique des modèles comportant un nombre d'inclusions réduit.....	83
IV. Amélioration des résultats.....	84
IV.1. Modèles à trois inclusions avec plusieurs tirages.....	84
IV.2. Modèle comportant un nombre d'inclusions élevé	86
IV.2.1. Recherche du nombre d'inclusions optimal.....	86
IV.2.2. Modèle à 23 inclusions	88
IV.2.3. Résultats pour un modèle à 23 inclusions.....	90
IV.3. Comparaison des deux méthodes	91
V. Conclusion	92

I. Introduction

D'après le chapitre précédent, l'outil « Debond » a été choisi pour simuler la propagation et la fermeture de fissures. Différents modèles ainsi que la procédure ont été mis en place afin de simuler l'évolution du module d'Young en fonction de la température $E=f(T)$ des matériaux modèles verre/alumine. Les valeurs ont été calculées durant un cycle thermique par pas de 50°C et selon deux directions orthogonales donnant lieu à deux valeurs (E_1 et E_2).

Dans ce chapitre, on présentera des résultats numériques issus de différents modèles de type mono-inclusion ou multi-inclusions.

Tout d'abord, les résultats des modèles contenant une ou trois inclusions (*figure III-17*) vont être comparés entre eux puis aux résultats expérimentaux et analytiques. L'influence de la condition MPC (Multi Point Constraint) va être discutée dans le cas d'un modèle à trois inclusions.

Ensuite, une étape importante consistera à discuter de la faiblesse du modèle à trois inclusions. En effet, la position et la morphologie des inclusions ainsi que la position des pré-fissures et leurs directions de propagation peuvent influencer l'évolution du module d'Young. Dans ce but, trois axes de simulation vont être effectués tout en conservant une fraction volumique d'inclusions (30%) constante. Le premier consiste à comparer l'évolution de E_1 et de E_2 pour un même modèle. Le second consiste à étudier l'évolution de E_2 en changeant les directions de propagation de fissures. Le troisième consiste à étudier l'évolution de E_2 en modifiant la position des inclusions.

Enfin, deux solutions vont être proposées pour améliorer la pertinence des résultats numériques. L'une consiste à considérer la moyenne des résultats de plusieurs modèles ayant un nombre d'inclusions constant et peu élevé. L'autre est d'utiliser un seul modèle contenant un grand nombre d'inclusions. En parallèle, une étude sur l'évolution de l'écart entre E_1 et E_2 permettra d'optimiser le modèle à grand nombre d'inclusions. Les résultats des deux solutions présentées au début de ce paragraphe vont être comparés et discutés permettant ainsi de choisir la plus appropriée.

II. Modèles à une et à trois inclusions sans MPC

Les modèles contenant une inclusion et trois inclusions ont été présentés dans la *figure III-17* du paragraphe V du chapitre précédent. D'après ce même paragraphe, on sait également que deux modules d'Young (E_1 et E_2) peuvent être calculés pour chaque modèle selon les directions 1 et 2. La *figure IV-1* montre ces modèles d'une inclusion et de trois inclusions sans application de la condition MPC. L'évolution du module d'Young E_2 a été étudiée. Les résultats numériques ont été à la fois comparés aux résultats expérimentaux et analytiques. Le résultat analytique correspond à celui provenant de la borne inférieure du modèle d'Hashin-Shtrikman (HS-) [HAS-63] qui considère un état non endommagé du matériau. Les résultats sont présentés sur la *figure IV-2*.

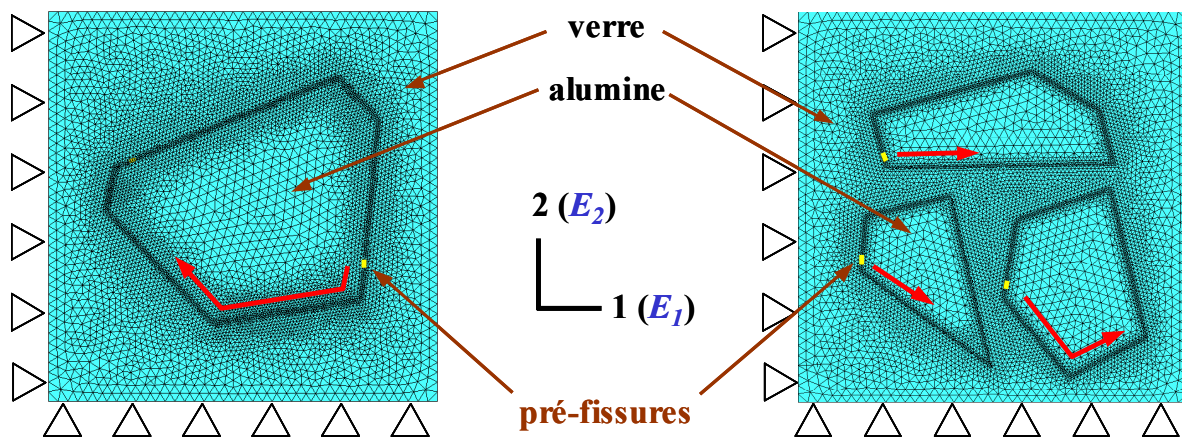


Figure IV-1. Modèles à 1 et à 3 inclusions sans la condition MPC et ayant la même fraction volumique d'inclusions (30%)

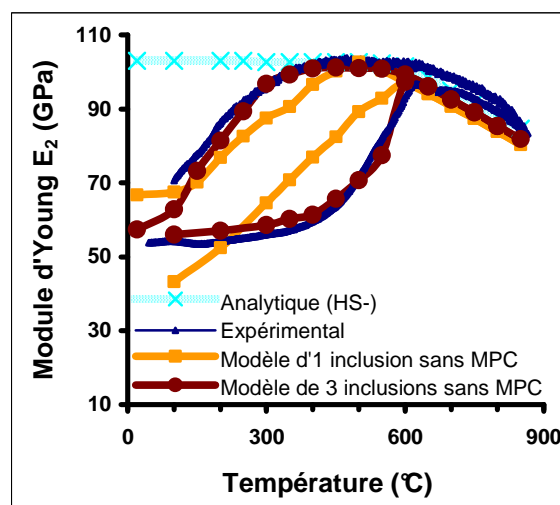


Figure IV-2. Résultats numériques issus des modèles contenant 1 ou 3 inclusions

Sur la *figure IV-2*, on remarque qu'entre 600°C et 860°C, les évolutions de E_2 sont réversibles et identiques pour les deux modèles. Elles sont également identiques à l'évolution du résultat analytique. En effet, entre 600°C et 860°C, le contact entre les deux phases est parfaitement cohésif à cause de l'état visqueux du verre. Le module d'Young issu des deux modèles dépend uniquement de la fraction volumique d'inclusions et du module d'Young de chaque phase, particulièrement de celui du verre.

En dessous de 600°C, à l'étape de refroidissement, les résultats numériques s'éloignent petit à petit de la borne HS- à cause de l'initiation et de la propagation des fissures. L'apparition de cet endommagement est due au différentiel de dilation entre les deux constituants. Quant à l'étape de montée en température, l'augmentation du module d'Young montre bien le bon fonctionnement de l'outil « Debond » et la transmission de contraintes et de déplacements entre les deux surfaces de la fissure lors de la fermeture.

D'autre part, on constate que les résultats du modèle à trois inclusions se rapprochent plus des résultats expérimentaux que ceux issus du modèle à une inclusion. On constate également que l'évolution de $E=f(T)$ du modèle à trois inclusions est moins abrupte que celle du modèle mono-inclusion. En effet, pour le modèle mono-inclusion, une seule fissure se propage et le résultat numérique est très sensible à la façon dont la propagation de la fissure s'effectue. Pour le modèle à trois inclusions, la prise en compte des trois fissures limite cette influence. Par conséquent, le modèle mono-inclusion a été abandonné.

III. Modèles à trois inclusions

Maintenant, l'influence de la condition MPC va être étudiée dans le cas d'un modèle à trois inclusions. Une discussion sur la faiblesse de ces modèles qui permettra de mettre en évidence la nécessité d'améliorer nos modèles numériques sera finalement effectuée.

III.1. Comparaison des résultats avec/sans la condition MPC

La condition MPC impose un déplacement identique des nœuds de la surface choisie. Cette condition se traduit par une périodicité du modèle numérique. La *figure IV-3* illustre deux modèles à trois inclusions sans et avec la condition MPC.

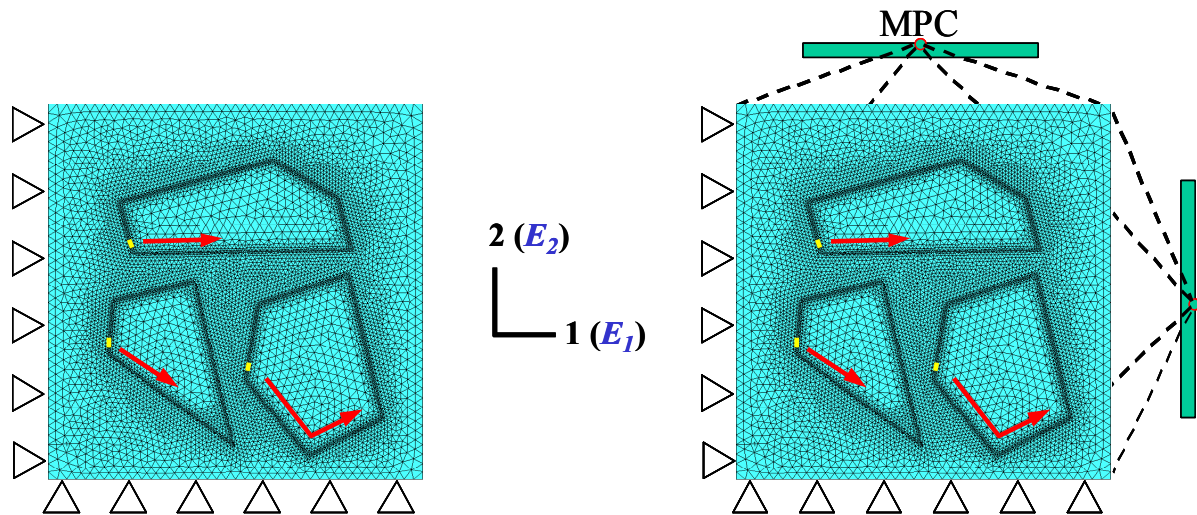


Figure IV-3. Modèles à trois inclusions : (a) sans MPC ; (b) avec MPC

Les résultats de l'évolution du module d'Young E_2 en fonction de la température pour les deux modèles sans/avec la condition MPC sont présentés sur la figure IV-4.

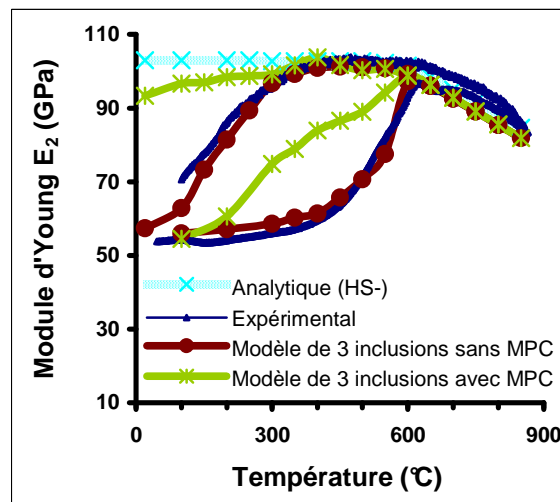


Figure IV-4. Résultats numériques des modèles à trois inclusions sans/avec MPC

D'après ces résultats, on constate que la condition MPC entraîne une augmentation du module d'Young bien qu'elle puisse donner une condition périodique au contour du modèle. Cette augmentation n'est pas issue de la diminution du niveau d'endommagement, mais elle est plutôt due aux contraintes supplémentaires engendrées par la condition MPC.

En effet, dans le cas du modèle sans MPC, les nœuds d'une surface sans condition se déplacent librement en fonction de la nature de la sollicitation thermoélastique. L'existence des inclusions d'alumine et leur position dans la matrice vont fortement influencer le déplacement des nœuds. La figure IV-5 illustre le déplacement vertical U_2 de tous les nœuds

de la surface haute du modèle sans MPC à l'étape de refroidissement, qui montre bien que le déplacement n'est pas identique pour tous les nœuds.

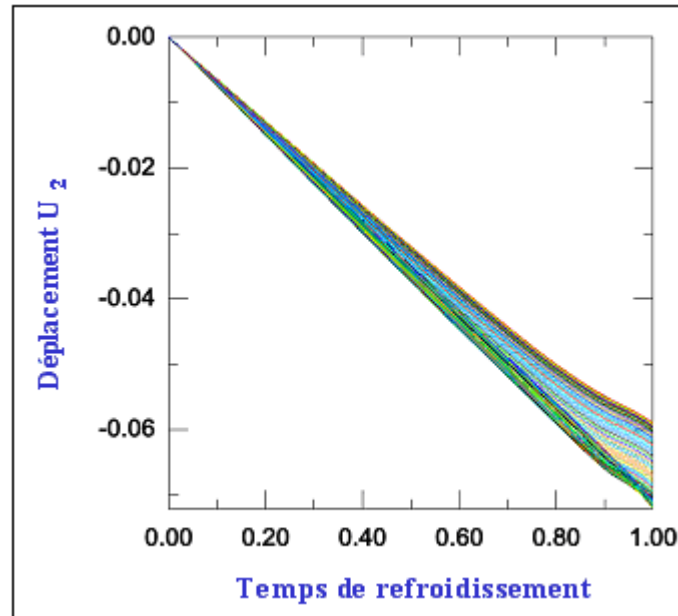


Figure IV-5. Déplacement U_2 de tous les nœuds de la surface haute sans MPC

Comme la condition MPC impose à tous les nœuds de la surface choisie un déplacement identique, certains nœuds vont subir des contraintes supplémentaires pour pouvoir répondre à cette demande. Par conséquent, l'application de la condition MPC provoque des contraintes supplémentaires artificielles qui engendrent une augmentation du module d'Young. Malheureusement, la compensation de ces contraintes supplémentaires est difficile à réaliser.

Par conséquent, tous les modèles numériques présentés dans la suite de ce travail ont été considérés sans application de la condition MPC.

III.2. Critique des modèles à trois inclusions

Sur la *figure IV-2*, on remarque que l'évolution de E_2 issu d'un modèle à trois inclusions (*figure IV-1*) présente une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. La question qu'on peut se poser est de savoir si ce modèle possède suffisamment d'inclusions pour être représentatif du comportement thermique et élastique des matériaux modèles. Pour répondre à cette question, trois axes de simulation vont être effectués : le premier consiste à comparer l'évolution de E_1 et de E_2 pour un même modèle ; le second consiste à étudier

l'évolution de E_2 en inversant les directions de propagation des fissures ; le troisième consiste à étudier l'évolution de E_2 en modifiant la position des inclusions.

III.2.1. Comparaison de E_1 et de E_2 issus d'un même modèle

Le premier axe de simulation consiste à comparer l'évolution de E_1 et de E_2 pour un même modèle. Les résultats ont été reportés sur la *figure IV-6* :

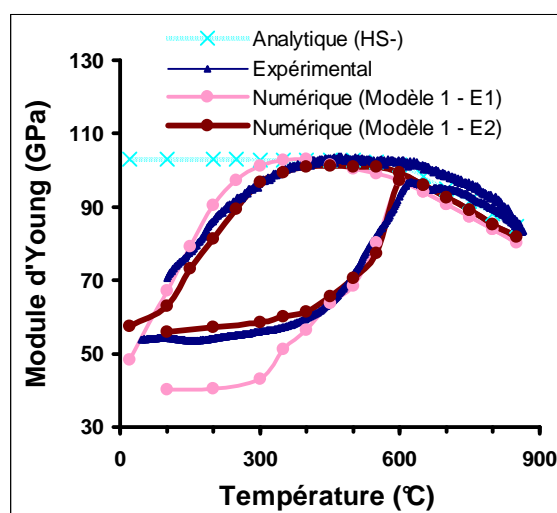


Figure IV-6. Résultats de E_1 et de E_2 pour un même modèle

Ces résultats permettent de constater qu'il existe une différence entre l'évolution de E_1 et de E_2 , surtout au début de l'étape de montée en température. Autrement dit, une anisotropie apparente est observée.

Le problème de la différence entre l'évolution de E_1 et de E_2 peut être expliqué par l'anisotropie de l'endommagement. L'endommagement dépend de l'orientation des fissures et le module d'Young calculé dans une direction perpendiculaire à celle des fissures est plus sensible à la présence de ces dernières que celui calculé dans une direction parallèle. Par exemple, pour une température donnée, on remarquera une forte baisse de E_1 (calculé dans la direction horizontale) par rapport à E_2 si la fissure se propage dans une direction verticale.

Une analyse plus approfondie de ces résultats (*figure IV-6*) montre que, vers 400°C, E_2 débute sa descente plus tôt que E_1 . Ce phénomène peut être expliqué par la présence d'une fissure horizontale au niveau de l'inclusion supérieure se propageant avant les deux autres (voir *figure IV-3a*). Ensuite, pour des températures variant entre 300 et 200°C, les deux autres fissures se propagent verticalement entraînant une baisse de E_1 plus marquée que celle de E_2 . A température ambiante, le faible niveau de E_1 comparé à celui de E_2 peut être expliqué par la

présence de deux fissures probablement perpendiculaires à la direction 1 en fin de refroidissement.

D'une façon générale, sachant que dans le cas de nos matériaux modèles étudiés, les fissures se propagent tout au long des interfaces, la morphologie des inclusions devient un facteur important qui conditionne l'orientation des fissures propagées et qui influence ainsi l'évolution du module d'Young.

La position initiale des pré-fissures est un autre facteur important. En changeant cette position, les contraintes locales au voisinage des pré-fissures vont également varier. Cela induit soit une accélération, soit un ralentissement de la propagation des fissures, l'ordre de la propagation étant ainsi changé. Au cours de ce travail, les fissures seront plus faciles à faire propager en positionnant les pré-fissures dans la zone centrale du modèle plutôt qu'aux voisinages des bords du modèle car les contraintes locales seront plus fortes à cause des interactions entre inclusions.

Par conséquent, pour les modèles à trois inclusions, la morphologie des inclusions et la position des pré-fissures vont influencer les résultats de l'évolution du module d'Young.

III.2.2. Résultat de E_2 en inversant la direction de propagation des fissures

La direction de la propagation des fissures est un facteur important et doit être prise en compte. La *figure IV-7* montre deux modèles identiques, à l'exception de la direction de propagation des fissures, l'une étant l'opposée de l'autre. Les résultats de l'évolution de E_2 issus des deux modèles sont présentés dans la *figure IV-8*.

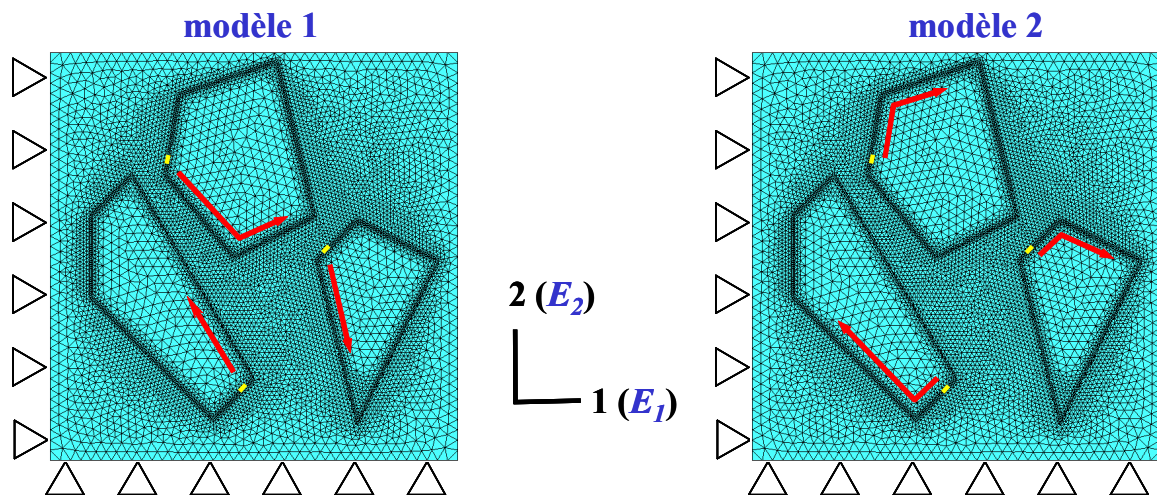


Figure IV-7. Modèles à trois inclusions en inversant la direction de propagation de fissures

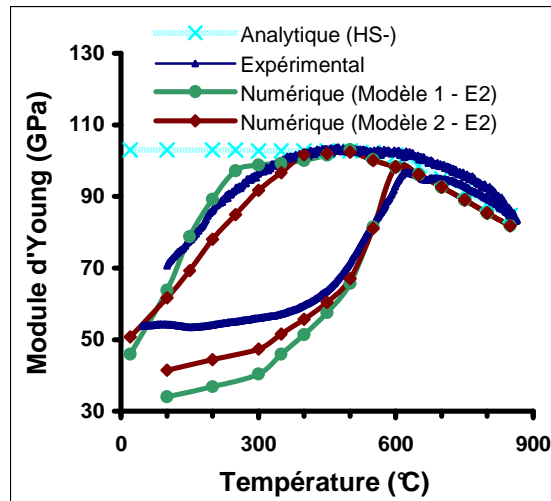


Figure IV-8. Evolution de E_2 pour deux directions de propagation de fissures

D'après la figure IV-8, on remarque qu'en inversant la direction de propagation des fissures, les évolutions de E_2 ne sont pas tout à fait identiques. On constate que vers 400°C, le module d'Young issu du modèle 2 débute sa diminution plus tôt que celui du modèle 1. En effet, dans le modèle 1, les fissures se propagent initialement selon la direction verticale parallèlement à la direction de calcul de E_2 . En inversant la direction de propagation des fissures dans le modèle 2, les fissures se propagent perpendiculairement à la direction de calcul de E_2 . Ainsi, la baisse de E_2 sera plus marquée dans le modèle 2 au début de la fissuration.

Il faut également mentionner que le niveau d'endommagement n'est pas identique dans les deux modèles au début de l'étape de montée en température. En effet, la longueur finale d'une fissure propagée est fortement influencée par la direction de sa propagation. Nous avons remarqué qu'une fissure se propage moins rapidement si la direction des fissures est orientée vers une zone où les contraintes locales sont faibles. En modifiant la direction de propagation des fissures, leurs longueurs finales vont être également différentes par rapport au cas précédent. C'est la raison pour laquelle les deux modèles n'ont pas le même niveau d'endommagement. Il existe plus d'endommagement au sein du modèle 1 que le modèle 2.

Par conséquent, le paramètre "direction de propagation" des fissures ne peut pas être occulté compte tenu de son influence sur l'évolution du module d'Young.

III.2.3. Résultats de E_2 issus de deux modèles différents à trois inclusions

Le troisième axe de simulation consiste à étudier l'évolution de E_2 issus de deux modèles différents à trois inclusions. La *figure IV-9* illustre les deux modèles utilisés. Pour ces deux modèles, les propriétés thermiques et mécaniques des deux phases, le critère de rupture imposé et le maillage sont identiques. La morphologie des inclusions est également identique ainsi que, pour un repère lié à chaque inclusion, la position des pré-fissures et la direction de propagation des fissures. Par contre, les inclusions ont subi une rotation quelconque et une modification d'emplacement. La *figure IV-10* présente les résultats de l'évolution de E_2 issus des deux modèles :

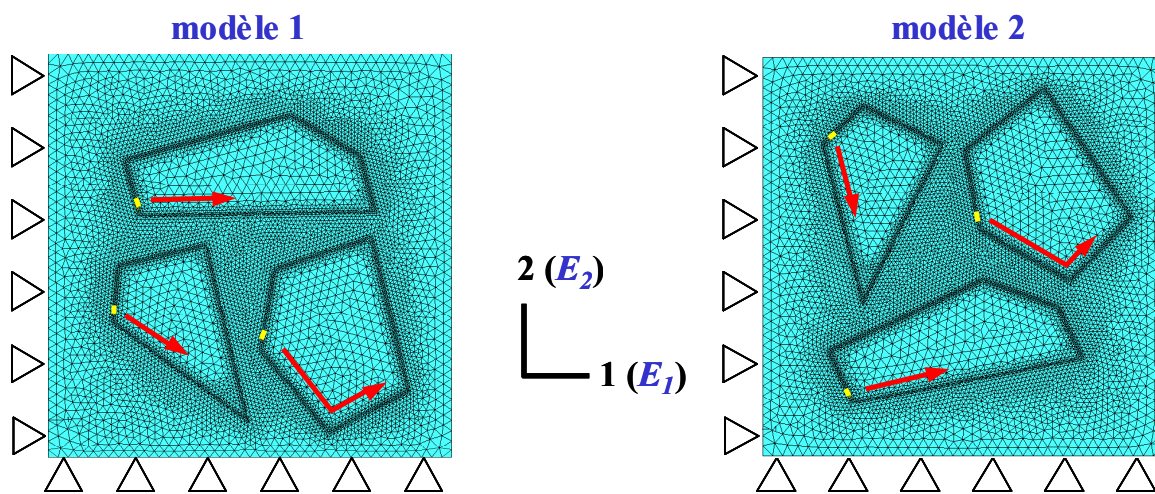


Figure IV-9. Présentation des deux modèles dont les trois inclusions ont subi une rotation quelconque

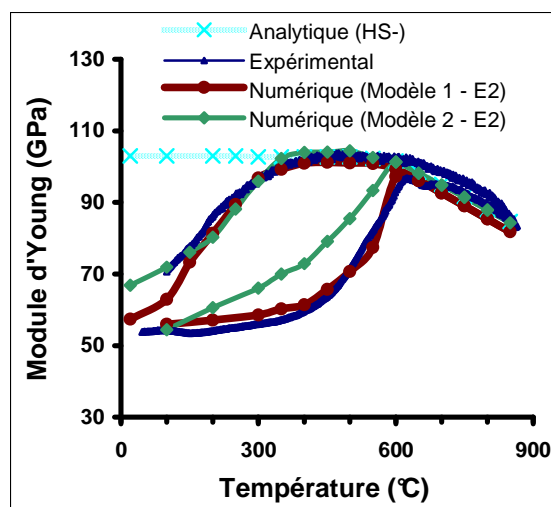


Figure IV-10. Résultats de E_2 issus de deux modèles à 3 inclusions

D'après les résultats, on remarque que l'évolution de E_2 est différente selon les deux modèles. En fait, en modifiant la position des inclusions et pour un observateur extérieur, la direction de propagation des fissures et la position des pré-fissures vont changer bien qu'elles soient invariantes au niveau de chaque inclusion. Ces changements relatifs vont influencer la cartographie des contraintes, et par conséquent, la façon dont les fissures vont se propager. Les paramètres prépondérants sont la longueur de fissuration et l'ordre de propagation des fissures. Ainsi, l'évolution de E_2 n'est pas identique pour les deux modèles.

Par conséquent, la position des inclusions est un autre paramètre à prendre en considération.

III.2.4. Critique des modèles comportant un nombre d'inclusions réduit

Bien que certains résultats numériques puissent présenter une corrélation assez satisfaisante vis à vis des résultats expérimentaux, on constate qu'un degré de confiance peu élevé peut être accordé aux modèles à trois inclusions pour prédire le comportement élastique des matériaux modèles verre/alumine.

D'après les trois axes de simulation étudiés ci-dessus, les résultats de l'évolution du module d'Young sont fortement influencés par la position des inclusions, leur morphologie, la position des pré-fissures et la direction de propagation des fissures. Ces quatre facteurs seront désignés par la suite par "*quatre facteurs d'influence*".

Dans la partie expérimentale (chapitre II), les échantillons de matériaux modèles qui ont été caractérisés par technique ultrasonore contiennent de nombreuses inclusions (supérieures à 700). L'influence des quatre facteurs devient ainsi moins importante voire quasiment négligeable. C'est la raison pour laquelle un comportement unique de l'évolution du module d'Young en fonction de température $E=f(T)$ a été obtenu pour chaque type de matériaux modèles.

Par conséquent, l'amélioration des modèles et des résultats numériques devient nécessaire. La section suivante consiste à présenter deux méthodes d'amélioration dédiées à diminuer l'influence des quatre facteurs.

IV. Amélioration des résultats

Deux méthodes ont été proposées pour améliorer les modèles numériques et diminuer l'influence des quatre facteurs :

- la première consiste à utiliser plusieurs modèles à faible nombre d'inclusions et à calculer la moyenne de leurs résultats.

- la deuxième consiste à utiliser un modèle à grand nombre d'inclusions.

Par la suite, la description des deux méthodes ainsi que les résultats numériques vont être détaillés.

IV.1. Modèles à trois inclusions avec plusieurs tirages

La première méthode d'amélioration consiste à utiliser plusieurs modèles à faible nombre d'inclusions et à en déduire la moyenne de leurs résultats. La *figure IV-11* montre les 9 modèles dont les trois inclusions ont des positions différentes. Pour ces 9 modèles, les propriétés thermiques et élastiques de chaque constituant, la fraction volumique d'inclusions, le maillage et les conditions aux limites sont identiques. Par contre, la position des inclusions dans chaque modèle est aléatoire ainsi que la direction de propagation des fissures.

Après un cycle thermique, chaque modèle va présenter des situations d'endommagement aléatoires dues à l'influence des quatre facteurs. En prenant la moyenne de tous les résultats, l'influence de ces facteurs devrait s'atténuer par un équilibre entre les différents modèles.

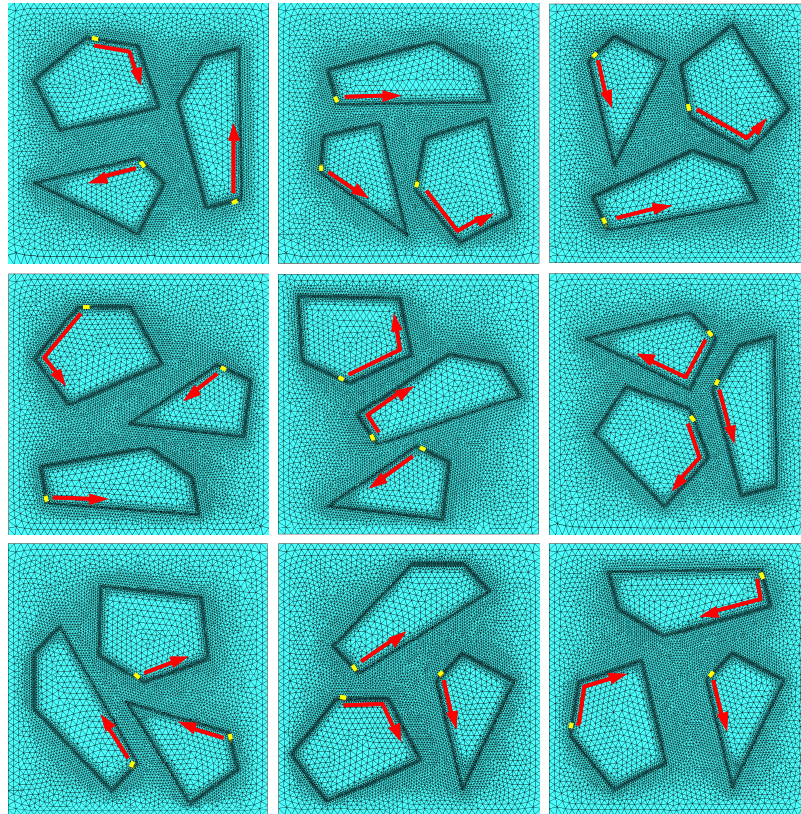


Figure IV-11. Représentation des neuf modèles à trois inclusions

Les résultats de la moyenne de $E=f(T)$ issus des neuf modèles sont présentés sur la figure IV-12 :

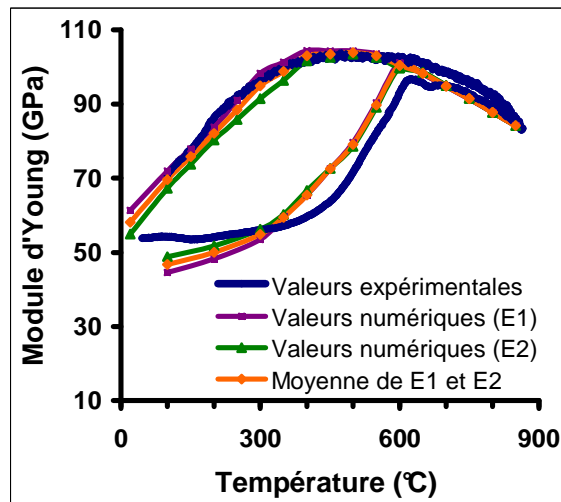


Figure IV-12. Résultats de la moyenne du module d'Young obtenu pour les neuf modèles à 3 inclusions

D'après ces résultats, on remarque que les trois courbes sont très légèrement différentes. En effet, d'une façon individuelle, les modèles de la figure IV-11 présentent une

différence d'évolution des valeurs de E_1 et E_2 à cause de l'influence des quatre facteurs. Cette différence se retrouve également au niveau des résultats des différents modèles à trois inclusions considérés car la manière dont la fissure se propage est différente. Ainsi, certains modèles sont plus endommagés que d'autres. L'endommagement de certains modèles est plus marqué dans la direction 1 alors que d'autres sont visibles dans la direction 2.

En considérant la moyenne des résultats issus de tous les modèles, ces différences s'équilibrent entre elles. Ainsi, pour un cycle thermique donné, le comportement élastique est unique d'un point de vue numérique. Par cette approche, la possibilité de diminuer l'influence des quatre facteurs a été démontrée.

En comparaison des résultats expérimentaux, on constate qu'à l'étape de refroidissement, la température d'initiation de l'endommagement (à environ 400°C) et la vitesse de dégradation sont parfaitement identiques entre résultats numériques et expérimentaux. Cette corrélation devient moins satisfaisante au cours de l'étape de montée en température et la différence peut être attribuée à une maîtrise non optimisée des paramètres de commande de la fermeture virtuelle des fissures. Néanmoins, cette différence reste acceptable car elle se situe dans le domaine de tolérance des valeurs expérimentales (de l'ordre de 5%).

IV.2. Modèle comportant un nombre d'inclusions élevé

La deuxième méthode consiste à utiliser un modèle avec un grand nombre d'inclusions. Par cette augmentation, une diminution de l'influence des quatre facteurs est recherchée tout en gardant à l'esprit la nécessité d'un équilibre entre fiabilité des résultats et temps de calcul.

IV.2.1. Recherche du nombre d'inclusions optimal

Suite à l'augmentation du nombre d'inclusions, la première étape consiste à déterminer leur nombre optimal. La méthode adoptée consiste tout d'abord à étudier l'influence de la position et de la morphologie de ces inclusions sur l'écart $|E_1 - E_2|$ obtenu avec des modèles non endommagés (avec un contact cohésif aux interfaces).

En effet, pour ces modèles, l'écart $|E_1 - E_2|$ est rarement nul à cause de l'influence de la position et de la morphologie des inclusions. La *figure IV-13* illustre deux configurations particulières (modèle de la *figure IV-13a* : alignement des inclusions selon l'axe 2 ; modèle de la *figure IV-13b* : inclusions à formes étendues selon l'axe 1). Ces deux modèles présentent un

grand écart entre E_1 et E_2 soit à cause de l'influence de la position soit à cause de la morphologie. Cet écart important a déjà été vérifié par la théorie des bornes de Reuss et Voigt [REU-29, VOI-10].

Par conséquent, le nombre d'inclusions est considéré comme étant optimal lorsque l'influence de leur position et de leur morphologie sur l'écart $|E_1 - E_2|$ devient négligeable.

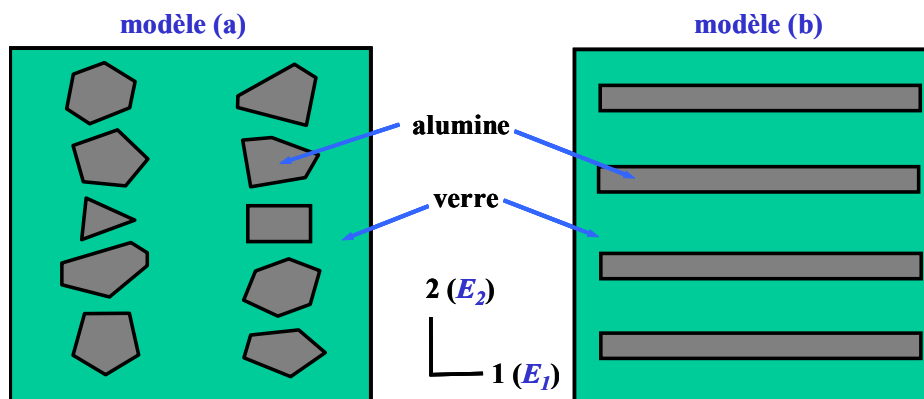


Figure IV-13. Cas particuliers : (a) modèle à inclusions alignés selon l'axe 2 ;
(b) modèle à inclusions élargies selon l'axe 1.

Dans ce but, différents modèles comportant un nombre croissant d'inclusions ont été étudiés (figure IV-14). Pour tous ces modèles, la fraction volumique d'inclusions est identique (30%). Le contact aux interfaces est considéré parfaitement cohésif. Plusieurs tirages ont été effectués pour chaque famille dont le nombre d'inclusions est constant. Les seuls changements concernent la morphologie et la position des inclusions (par exemple, 10 tirages pour le modèle à 3 inclusions ; 7 tirages pour le modèle à 13 inclusions, et 5 tirages pour le modèle à 30 inclusions). On constate que l'influence de la position des inclusions est plus importante que celle de la morphologie car les inclusions possèdent une forme polygonale et une surface quasi-identique.

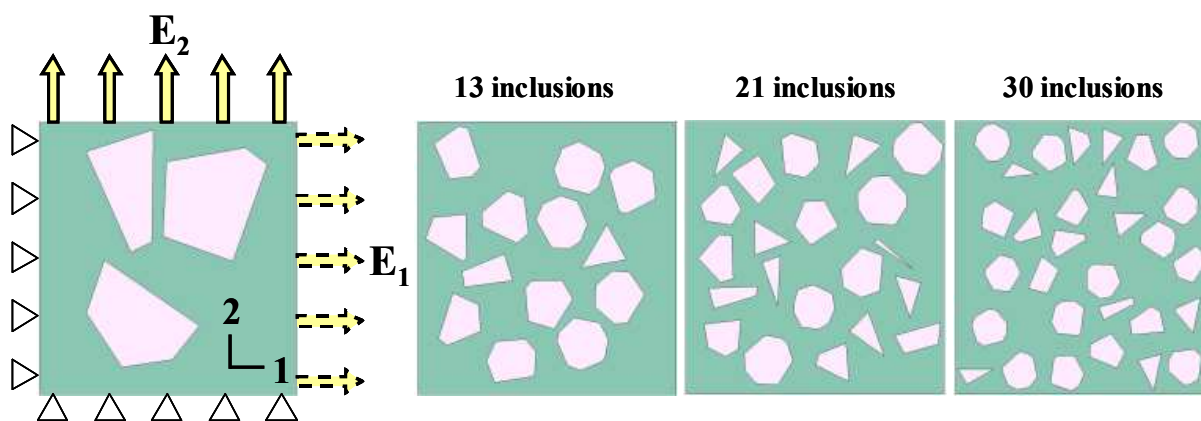
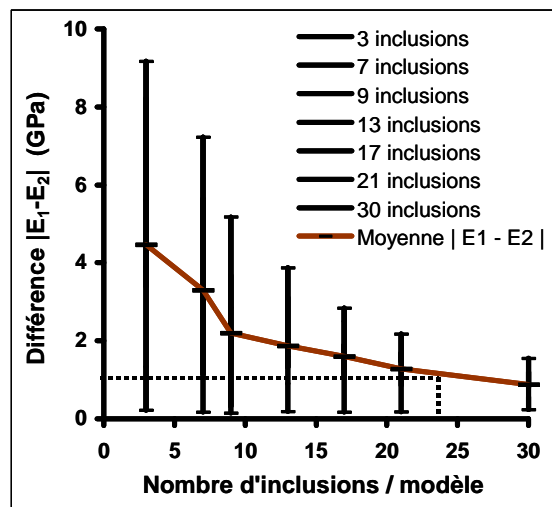


Figure IV-14. Modèles comportant un nombre d'inclusions variable

La différence $|E_1 - E_2|$ issue de chaque modèle a été calculée. La *figure IV-15* présente les résultats par famille. On remarque que l'étendue des intervalles d'écart en $|E_1 - E_2|$ issus des différentes familles, présente une décroissance lorsque le nombre d'inclusions augmente. L'écart $|E_1 - E_2|$ d'un modèle à trois inclusions peut parfois atteindre 9GPa. Par contre, pour les modèles contenant plus de vingt inclusions, cet écart $|E_1 - E_2|$ devient moins important et reste systématiquement inférieur à 2GPa. De plus, pour chaque famille comportant le même nombre d'inclusions, la moyenne de $|E_1 - E_2|$ a été également calculée et elle montre à nouveau une tendance de décroissance (courbe de couleur marron de la *figure IV-15*).

Figure IV-15. Ecart entre E_1 et E_2 pour des modèles à nombre d'inclusions variable

Dans ce cadre, on pourra considérer que l'influence de la morphologie et de la position des inclusions est négligeable si la moyenne de l'écart $|E_1 - E_2|$ d'une famille devient inférieure à 1GPa. Cela correspond typiquement au cas d'un modèle à 23 inclusions.

Par conséquent, un modèle contenant au minimum 23 inclusions peut être choisi en tant que modèle à grand nombre d'inclusions.

IV.2.2. Modèle à 23 inclusions

La *figure IV-16* présente le modèle à 23 inclusions utilisé. La fraction volumique du modèle est égale à 30%, valeur identique à celle des modèles à trois inclusions utilisés avec la première méthode. Une pré-fissure est positionnée de façon aléatoire à l'interface de chaque inclusion. La direction de propagation des fissures est également choisie au hasard.

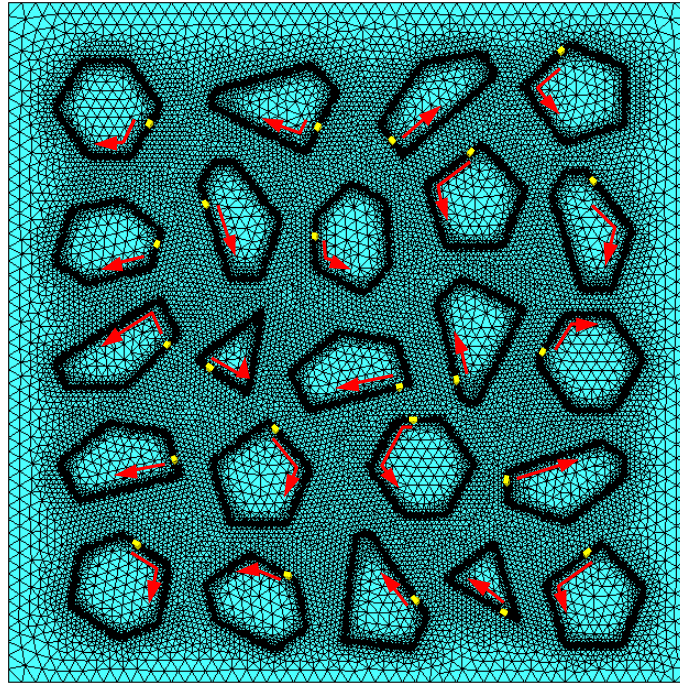


Figure IV-16. Modèle à 23 inclusions

Un paramètre important à considérer est la taille des pré-fissures. Cette taille doit être égale à celle des éléments de discrétisation de l'interface entre les deux constituants (voir le paragraphe V du chapitre III). La taille des pré-fissures influence la densité du maillage aux interfaces et celle du modèle. D'un autre côté, elle domine la vitesse de dégradation car la propagation d'une fissure se présente comme un déboutonnage d'une suite de nœuds. Ainsi lors d'un déboutonnage, une fissure se propage de la taille d'un élément du maillage à chaque pas de temps. Par conséquent et pour la stabilité des calculs, la taille des pré-fissures est un paramètre important à définir.

En imposant un critère de rupture uniforme pour tous les modèles et en gardant la même vitesse de dégradation, un critère basé sur une proportionnalité entre taille de pré-fissure et de contour de l'inclusion peut être proposé pour définir la taille des pré-fissures. Si la taille de la pré-fissure est nommée a et si la taille moyenne du contour (interface) des inclusions est désignée par l , le rapport a/l doit être identique quelque soit le modèle.

Par exemple, pour le modèle à trois inclusions, si la taille des pré-fissures (a_3) est égale à 1×10^{-4} (U.L. : Unité de Longueur) et si la taille moyenne du contour des inclusions (l_3) est égale à 5.8×10^{-3} , alors pour le modèle à 23 inclusions, ayant une taille moyenne du contour (l_{23}) égale à 1.45×10^{-3} , la taille des pré-fissures (a_{23}) est donnée par la relation :

$$\frac{a_{23}}{l_{23}} = \frac{a_3}{l_3} \Rightarrow \frac{a_{23}}{1.45 \times 10^{-3}} = \frac{10^{-4}}{5.8 \times 10^{-3}}$$

$$a_{23} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ (unité de longueur)}$$

Par conséquent, le modèle à 23 inclusions possède un maillage plus dense que celui du modèle à trois inclusions et, d'une façon générale, le maillage d'un modèle est d'autant plus dense que le nombre d'inclusions est élevé.

IV.2.3. Résultats pour un modèle à 23 inclusions

Les résultats de l'évolution de E_1 et de E_2 du modèle à 23 inclusions durant un cycle thermique sont présentés sur la *figure IV-17* :

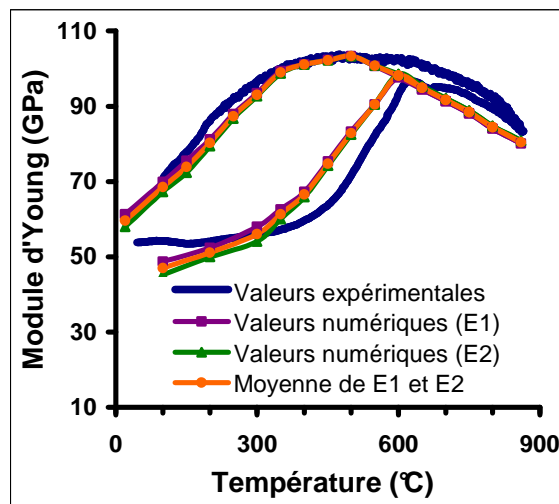


Figure IV-17. Résultats de E_1 et de E_2 d'un modèle à 23 inclusions

On constate que les évolutions de E_1 et de E_2 sont concordantes ce qui peut être justifié par le fait que l'impact de la morphologie et de la position des inclusions devient moins important. De plus, l'augmentation du nombre d'inclusions fait augmenter le nombre des pré-fissures et ainsi la diversité des directions de propagation des fissures. Un modèle à grand nombre d'inclusions peut donc faire diminuer l'influence des quatre facteurs en faisant converger les valeurs de E_1 et de E_2 .

On constate également que pendant l'étape de refroidissement, la pente de dégradation du module obtenu avec le modèle à 23 inclusions est quasi-identique à celle obtenue pour la moyenne des résultats des neuf modèles à trois inclusions (*figure IV-12*). Cette similitude est liée à l'hypothèse de proportionnalité entre la taille des pré-fissures des différents modèles.

Par ailleurs, on remarque que les résultats du modèle à 23 inclusions présente une très bonne amélioration comparés aux résultats d'un modèle à trois inclusions. Par contre, ils sont légèrement moins bien corrélés avec la moyenne des résultats des neufs modèles à trois inclusions (*figure IV-12*). C'est probablement à cause de l'unique tirage d'un modèle à 23 inclusions qui ne semble pas être suffisant. Ainsi, deux tirages supplémentaires paraissent nécessaires.

IV.3. Comparaison des deux méthodes

D'après le travail présenté dans le paragraphe IV, on constate que les résultats numériques obtenus par les deux méthodes d'amélioration sont en bonne corrélation vis à vis des résultats expérimentaux. L'influence de la morphologie des inclusions, de leurs positions, de l'emplacement des pré-fissures et de la direction de propagation a été fortement diminuée. D'un point de vue numérique, la différence entre les résultats des deux méthodes est faible.

Du point de vue de la mise en œuvre des modèles, les modèles à trois inclusions sont plus faciles à réaliser. Neufs modèles à trois inclusions nécessitent environ dix-huit heures de pré-processing pour simuler un cycle d'hystérésis complet (deux heures au maximum par modèle). Un modèle à 23 inclusions nécessite environ quinze heures de travail à cause de ses nombreuses inclusions. En résumé, les deux méthodes présentent des durées de pré-processing similaires.

Par ailleurs, le temps de calcul est un paramètre important à prendre en compte. Dans le cadre de nos études, tous les calculs ont été effectués sous le système XP avec un processeur Xeon® de 2.66GHz et une mémoire vive de 4Go. Le *tableau IV-1* montre une comparaison du temps de calcul entre neufs modèles à trois inclusions et un modèle à 23 inclusions à l'étape de refroidissement :

Température (°C) Temps de calcul (h)	500	400	300	200	100
	neufs modèles à 3 inclusions	3	4.5	18	28.5
un modèle à 23 inclusions	5	8.5	37.5	55	73

Tableau IV-1. Comparaison des temps de calcul entre les deux méthodes d'amélioration

D'après le *tableau IV-1*, on constate que le temps de calcul d'un modèle à 23 inclusions est supérieur à celui des neufs modèles à trois inclusions car le premier possède un

maillage très dense et un nombre plus important de pré-fissures. Cependant, les modèles à trois inclusions présentent leur propre inconvénient puisqu'ils sont fortement influencés par la position des inclusions comme indiqué dans la *figure IV-14*.

En conclusion de ce paragraphe, nous proposons de choisir l'une ou l'autre des méthodes d'amélioration en fonction des contraintes du cahier des charges de l'utilisateur. Dans ce cadre, si la qualité des résultats est le paramètre qui prime, il serait plus juste de calculer la moyenne de deux à trois tirages à 23 inclusions. Par contre, si un bon compromis entre résultats et temps de calcul est le fil conducteur, alors, il est préférable de choisir la solution avec neuf tirages ou plus à trois inclusions.

V. Conclusion

Dans ce chapitre, les résultats numériques de différents modèles ont été présentés et discutés.

D'abord, une comparaison entre le modèle à une inclusion et le modèle à trois inclusions a été effectuée. Elle montre la faiblesse du modèle mono-inclusion dont les résultats en termes de module d'Young sont très sensibles à la présence d'une fissure unique. Le modèle à une seule inclusion a finalement été abandonné.

Une autre comparaison entre le modèle à trois inclusions, sans et avec la condition MPC, a été également effectuée. Bien que la condition MPC puisse imposer une périodicité au contour du modèle, elle entraîne une augmentation des valeurs de E due aux contraintes supplémentaires engendrées pour rendre identique le déplacement des nœuds des surfaces libres. La condition MPC a donc été abandonnée.

Ensuite, différents axes de simulation ont été explorés afin d'étudier la pertinence des résultats fournis par les modèles à trois inclusions. On constate que l'évolution de E_1 et de E_2 n'est pas identique pour un même modèle à trois inclusions. On constate également que l'évolution de E_2 n'est pas non plus identique lorsque la direction de propagation des fissures est inversée. Tous ces phénomènes sont dûs à l'influence de la position des inclusions, de leur morphologie, de la position des pré-fissures et de la direction de propagation des fissures (appelés *quatre facteurs d'influence*). Ces phénomènes montrent également la faiblesse des modèles à trois inclusions.

Afin d'améliorer la robustesse des modèles en diminuant l'influence de ces quatre facteurs, deux méthodes d'amélioration ont été proposées. L'une consiste à calculer la moyenne des résultats de neuf modèles à trois inclusions et l'autre consiste à utiliser un modèle à grand nombre d'inclusions. Pour construire ce dernier modèle, une étude a été effectuée sur l'écart $|E_1 - E_2|$ de plusieurs familles à différents nombres d'inclusions. Les résultats montrent que l'étendue de l'écart $|E_1 - E_2|$ décroît lorsque le nombre d'inclusions augmente. Ceci est dû à la diminution de l'influence de la position et de la morphologie des inclusions. Un modèle à 23 inclusions a été finalement choisi comme modèle de référence à grand nombre d'inclusions dans lequel l'influence de la position et de la morphologie des inclusions devient faible.

Enfin, les résultats numériques de la moyenne de neuf modèles à trois inclusions et d'un modèle à 23 inclusions ont été présentés. Les deux résultats montrent une bonne corrélation des résultats numériques et l'influence des quatre facteurs a été fortement diminuée. Ainsi, les résultats ont été bien améliorés par ces deux méthodes.

Chapitre V - Etude de matériaux modèles avec inclusions anisotropes

Sommaire

I. Introduction.....	96
II. Généralités sur l'anisotropie	97
II.1. Anisotropie des propriétés d'élasticité.....	97
II.2. Anisotropie d'expansion thermique.....	98
II.3. Cas de l'andalousite	99
III. Etude numérique	101
III.1. Mise en place et validation de l'outil numérique	102
III.2. Modèles mono-inclusion à interface cohésive	105
III.2.1. Influence de l'anisotropie d'élasticité	105
III.2.2. Influence de l'anisotropie d'expansion thermique.....	105
III.3. Modèle multi-inclusions à interfaces cohésives.....	108
III.3.1. Influence de l'anisotropie d'élasticité	108
III.3.2. Influence de l'anisotropie d'expansion thermique.....	109
III.4. Prise en compte de la propagation de fissures pour prédire l'évolution du module d'Young en fonction de la température	110
IV. Approche expérimentale	112
IV.1. Elaboration des matériaux.....	112
IV.2. Evolution du module d'Young en fonction de la température	112
IV.3. Observation de la microstructure	114
V. Modification des modèles numériques	115
VI. Conclusion	116

I. Introduction

Dans ce chapitre, l'objectif est de proposer un modèle issu du développement des outils numériques qui permet de prendre en considération le caractère anisotrope des inclusions. En effet, des agrégats présentant des propriétés anisotropes sont parfois introduits dans la composition chimique de certains matériaux réfractaires tels que les bétons à base d'andalousite. La microstructure et le comportement de ces matériaux peuvent être alors profondément différents.

Un rappel bibliographique sur la théorie des propriétés d'élasticité et d'expansion thermique linéaire anisotropes des matériaux en relation avec leur système cristallin a dans un premier temps été effectué. Puis les propriétés anisotropes (constantes d'élasticité et coefficients d'expansion thermique) de l'andalousite, matière première naturelle de structure cristallographique orthorhombique, sont présentées. Les valeurs de ces propriétés serviront à alimenter les modèles numériques en données pertinentes. Les possibilités offertes par l'outil « anisotropic » implémenté sous ABAQUS, capable de prendre en compte cette anisotropie, vont également être analysées avant sa mise en place. Une vérification de son bon fonctionnement sera également effectuée afin de valider la démarche numérique utilisée.

Des modèles mono-inclusion ou multi-inclusions dont les interfaces avec la matrice sont cohésives, permettront d'étudier séparément, puis de façon combinée, l'influence de l'anisotropie des propriétés d'élasticité ainsi que celle relative à l'expansion thermique. Dans le cas de la prise en compte d'interfaces décohésives entre les inclusions et la matrice, des modèles multi-inclusions serviront à étudier les variations du module d'élasticité au cours d'un cycle thermique complet.

Pour valider expérimentalement les résultats obtenus à partir des modèles numériques, des matériaux modèles sont fabriqués par frittage d'un mélange de poudre de verre et d'inclusions d'andalousite dont les caractéristiques thermoélastiques sont anisotropes. L'évolution du module d'Young des matériaux modèles en fonction de la température sera alors mesurée par ondes ultrasonores. Ces résultats seront finalement comparés avec les résultats des simulations numériques, ce qui permettra d'optimiser les modèles en accord avec la réalité de la microstructure des matériaux fabriqués.

II. Généralités sur l’anisotropie

L’anisotropie est la propriété que présente certains cristaux (ou matériaux) d’être dépendants d’une (ou de plusieurs) direction(s) donnée(s). L’anisotropie peut être une caractéristique propre à la structure cristallographique d’un matériau, ou bien elle peut avoir comme origine le mode d’assemblage des composants, ce qui est le cas par exemple des matériaux composites (fibres orientées dans une direction).

II.1. Anisotropie des propriétés d’élasticité

Dans le cas de l’anisotropie des propriétés d’élasticité, le tenseur d’élasticité reliant les contraintes aux déformations s’écrit par la loi de Hooke :

$$\sigma_i = \sum_{j=1}^6 C_{ij} \varepsilon_j \quad (V-1)$$

où C_{ij} représentent les constantes d’élasticité.

La contraction d’indice permet d’écrire le produit des tenseurs sous la forme d’un produit matriciel :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ \text{symétrie} & & & & & C_{66} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{Bmatrix} \quad (V-2)$$

En fonction du nombre de plans de symétries présents dans les monocristaux considérés, ce produit matriciel, correspondant à l’anisotropie la plus forte d’un monocristal, peut encore être réduit. Le *tableau V-1* présente les différentes symétries que peuvent présenter les cristaux que l’on rencontre dans la nature [HEA-61] :

Type de symétrie de matériaux	Nombre de plans de symétrie	Nombre de constantes d’élasticité indépendantes	Relations entre les constantes d’élasticité
Triclinique	0	21	Non
Monoclinique	1	13	$C_{16}=C_{15}=C_{25}=C_{26}=0,$ $C_{46}=C_{45}=C_{35}=C_{36}=0$
Orthorhombique	3	9	Conditions monocliniques, plus $C_{14}=C_{24}=C_{34}=C_{56}=0$
Hexagonal (7)	3	7	$C_{34}=C_{35}=C_{36}=C_{16}=C_{26}=C_{45}=0, C_{11}=C_{22},$ $C_{23}=C_{13}, -C_{24}=C_{56}=C_{14}, C_{44}=C_{55},$ $C_{66}=(C_{11}+C_{22})/2, C_{25}=C_{46}=-C_{15}$

Hexagonal (5)	3	6	Conditions hexagonaux (7), plus $C_{25}=C_{46}=-C_{15}=0$
Quadratique (7)	5	7	Conditions monocliniques, plus $C_{34}=C_{56}=0, C_{24}=-C_{14}, C_{55}=C_{44}, C_{22}=C_{11},$ $C_{23}=C_{13}$
Quadratique (6)	5	6	Conditions quadratiques (7), plus $C_{24}=-C_{14}=0$
Cubique	9	3	Conditions quadratiques (6), plus $C_{11}=C_{33}, C_{12}=C_{13}, C_{44}=C_{66}$
Isotropie transversale	$\infty+1$	5	Conditions hexagonaux (6), plus $C_{24}=C_{56}=-C_{14}=0$
Isotropie	∞^2	2	Conditions cubiques, plus $C_{44}=(C_{11}-C_{12})/2$

Tableau V-1. Différents types de symétrie des matériaux et constantes d'élasticité associées

Plus le nombre de plans de symétrie augmente, plus le nombre de constantes d'élasticité indépendantes diminue. Le tenseur d'élasticité C_{ij} d'un monocristal orthorhombique s'écrit par exemple de la manière suivante :

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ \text{symétrie} & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad (V-3)$$

Le système orthorhombique concerne un certain nombre de monocristaux naturels tels que la fluorine, l'aragonite ou l'andalousite.

II.2. Anisotropie d'expansion thermique

Dans le cas de déformations linéaires, le coefficient d'expansion thermique linéaire peut être représenté par un tenseur symétrique du second ordre α_{ij} . Ce tenseur est directement relié à celui des déformations ε_{ij} induites par une variation de température ΔT par l'intermédiaire de la relation suivante :

$$\varepsilon_{ij} = \Delta T \cdot \alpha_{ij} \quad (V-4)$$

Le coefficient d'expansion thermique n'est généralement pas constant sur un intervalle de température donné, c'est pourquoi on considère souvent le coefficient d'expansion thermique volumique β exprimé par la relation :

$$\beta_{ij} = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{\Delta V}{\Delta T} \right) \quad (V-5)$$

Pour de petites déformations, $\beta_{ij} = 3 \times \alpha_{ij}$ et si α est considéré comme étant constant sur tout l'intervalle de température ΔT , le tenseur α_{ij} peut être exprimé sous la forme étendue suivante :

$$\alpha_{ij} = \begin{Bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ sym. & & \alpha_{33} \end{Bmatrix} \text{ ou en adoptant la contraction d'indice } \alpha_{ij} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{Bmatrix} \quad (V-6)$$

Comme pour les constantes d'élasticité, le nombre de composantes indépendantes de α_{ij} pour des monocristaux de symétries différentes est reporté dans le *tableau V-2* :

Type de symétrie de matériaux	Nombre de plans de symétrie	Nombre de composantes indépendantes	Noms des composantes
Triclinique	0	6	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$
Monoclinique	1	4	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_5$
Orthorhombique	3	3	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3,$
Hexagonal et quadratique	3	2	$\alpha_1, \alpha_2 = \alpha_{\perp}$ et $\alpha_3 = \alpha_{\parallel}$
Cubique	3	1	$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha$

Tableau V-2. Différents types de symétrie des matériaux et composantes du tenseur d'expansion thermique associées

On peut constater que les matériaux à symétrie orthorhombique présentent trois coefficients d'expansion thermique bien distincts dans trois directions de l'espace différentes.

II.3. Cas de l'andalousite

L'andalousite, de formule chimique $Al_2O_3 \cdot SiO_2$, est une matière première naturelle dont la structure cristalline est de type orthorhombique. Les paramètres de maille sont donc différents dans les 3 directions de l'espace, tandis que les angles de la maille sont tous les trois égaux à 90° .

La variété minérale la plus fréquemment rencontrée dans la nature est la chiastolite qui possède une quantité plus ou moins importante d'impuretés (carbone, quartz, micas, fer,...) [GHA-08, GHA-09]. Les principaux gisements d'andalousite se situent en Espagne, Allemagne, Etats-Unis, Iran, Afrique du Sud, France. Son extraction sert notamment à la production d'isolants électriques pour les hautes températures, de produits céramiques spéciaux à résistance élevée aux acides et de réfractaires. En effet, son utilisation comme

agrégat dans les matériaux réfractaires est intéressante en raison de sa décomposition en mullite à basse température garantissant ainsi de bonnes propriétés thermomécaniques des produits fabriqués.

La structure cristallographique orthorhombique de l'andalousite fait qu'elle présente des propriétés thermo-physiques anisotropes, notamment en termes de propriétés d'élasticité [RAL-84] (tableau V-3).

C_{ij}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{22}	C_{23}	C_{33}	C_{44}	C_{55}	C_{66}
(GPa)	233,4	97,7	116,2	289	81,4	380,1	99,5	87,8	112,3

Tableau V-3. Valeurs expérimentales des propriétés d'élasticité de l'andalousite [RAL-84]

Ces valeurs ont été déterminées expérimentalement sur un type d'andalousite donné [RAL-84]. Elles sont en effet susceptibles de fluctuer en fonction de la variété minérale considérée mais également de la nature et de la quantité des impuretés.

A partir de ces valeurs de constantes d'élasticité, il est possible d'en déduire les valeurs des constantes dites "de l'ingénieur" (modules d'Young et de cisaillement, coefficients de Poisson) anisotropes à partir des relations exprimées dans le tableau V-4 suivant :

A	$A = C_{11}C_{22}C_{33} - C_{11}C_{23}^2 - C_{22}C_{13}^2 - C_{33}C_{12}^2 + 2C_{12}C_{13}C_{23}$
E_1	$E_1 = \frac{A}{C_{22}C_{33} - C_{23}^2}$
E_2	$E_2 = \frac{A}{C_{11}C_{33} - C_{13}^2}$
E_3	$E_3 = \frac{A}{C_{11}C_{22} - C_{12}^2}$
G_{12}	C_{66}
G_{13}	C_{55}
G_{23}	C_{44}
ν_{12}	$\nu_{12} = \frac{-E_1(C_{13}C_{23} - C_{12}C_{33})}{A}$
ν_{21}	$\nu_{21} = \frac{-E_2(C_{13}C_{23} - C_{12}C_{33})}{A}$

ν_{13}	$\nu_{13} = \frac{-E_1(C_{12}C_{23} - C_{13}C_{22})}{A}$
ν_{31}	$\nu_{31} = \frac{-E_3(C_{12}C_{23} - C_{13}C_{22})}{A}$
ν_{23}	$\nu_{23} = \frac{-E_2(C_{12}C_{13} - C_{23}C_{11})}{A}$
ν_{32}	$\nu_{32} = \frac{-E_3(C_{12}C_{13} - C_{23}C_{11})}{A}$

Tableau V-4. Relations entre les constantes de l'ingénieur et les constantes d'élasticité d'un matériau de structure orthorhombique

Les valeurs correspondantes pour l'andalousite sont reportées dans le tableau V-5 ci-dessous :

Constante	E_1	E_2	E_3	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}	ν_{21}	ν_{13}	ν_{31}	ν_{23}	ν_{32}
	178,4	244,8	317,8	112,3	87,8	99,5	0.36	0.49	0.25	0.44	0.10	0.13

Tableau V-5. Valeurs des constantes de l'ingénieur de l'andalousite (E et G en GPa, ν sans dimension)

De même que pour les propriétés d'élasticité, les valeurs des coefficients d'expansion thermique sont reportées dans le tableau V-6 [GHA-08] :

Coefficient α_i	α_1	α_2	α_3
$\times 10^{-6} \cdot K^{-1}$	13,4	9,6	3,5

Tableau V-6. Valeurs des coefficients d'expansion thermique de l'andalousite [GHA-08]

Entre les axes 1 et 3, la différence entre les coefficients d'expansion thermique atteint sa valeur maximale et vaut $1 \times 10^{-5} K^{-1}$.

Dans la suite de ce travail, ce sont ces données qui seront utilisées pour alimenter les modèles numériques.

III. Etude numérique

Pour simuler le comportement de matériaux modèles verre-andalousite, des modèles numériques contenant des inclusions aux propriétés anisotropes ont été étudiés. L'anisotropie d'élasticité des inclusions peut être prise en compte à l'aide de la fonction « anisotropic »

implémentée sous ABAQUS. Tout d’abord, des modèles préliminaires contenant une seule inclusion ont été étudiés afin de vérifier la potentialité et le bon fonctionnement de cette fonction. L’état du contact aux interfaces des deux phases reste cohésif. Par la suite, des modèles multi-inclusions avec un nombre d’inclusions variable ont été testés. Enfin, la propagation de fissures aux interfaces simulant la décohésion des inclusions a été ajoutée.

III.1. Mise en place et validation de l’outil numérique

L’anisotropie des inclusions d’andalousite peut être prise en compte par la fonction « anisotropic » disponible sous ABAQUS. Concernant les propriétés d’élasticité, les valeurs des constantes C_{ij} du tenseur d’élasticité d’un matériau peuvent y être directement implémentées. En effet, certains logiciels tels que ALGOR ou Code ASTER nécessitent de calculer préalablement les constantes de l’ingénieur (modules d’Young, de cisaillement et coefficients de Poisson) à partir des constantes d’élasticité, tandis qu’avec ABAQUS, seules les constantes d’élasticité sont nécessaires.

Afin de tester préalablement le fonctionnement de l’outil « anisotropic », des modèles présentant une seule inclusion ont été créés (voir *figure V-1*).

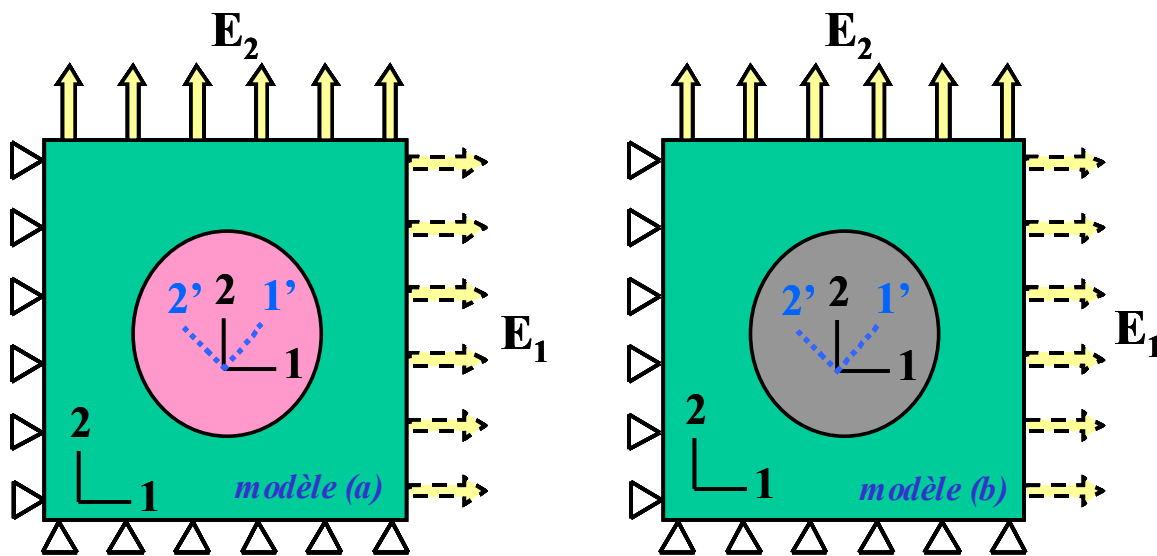


Figure V-1. Modèle mono-inclusion : (a) verre-alumine ; (b) verre-andalousite

Pour ces modèles, les propriétés d’élasticité du verre (un module d’Young de 68GPa et un coefficient de Poisson de 0.21) ont été attribuées à la matrice. Celles de l’alumine (*figure V-1a*) ou de l’andalousite (*figure V-1b*) ont été attribuées à l’inclusion située au centre. Le contact interfacial entre la matrice et l’inclusion est parfaitement cohésif. Le module d’Young

de l'alumine est 340GPa et son coefficient de Poisson est 0.25. Les valeurs du tenseur d'élasticité de l'andalousite utilisées pour les calculs sont celles du *tableau V-3*. Un essai de traction est effectué pour déterminer le module d'Young du modèle. E_1 représente le module d'Young en traction dans la direction horizontale et E_2 celui obtenu dans la direction verticale. Trois orientations différentes ont été considérées pour l'inclusion : 0° correspondant au repère [1, 2], puis 15° et 50° de rotation vers la gauche par rapport à celui-ci. Le maillage reste identique pour tous les calculs.

Les résultats sont reportés dans le *tableau V-7* :

	Orientation de l'inclusion	E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	$ E_1-E_2 $ (GPa)
Modèle verre/alumine	repère 1 et 2	95.63	95.67	0.04
	repère 1' et 2' (15°)	95.63	95.67	0.04
	repère 1' et 2' (50°)	95.63	95.67	0.04
Modèle verre/andalousite	repère 1 et 2	85.94	91.21	4.73
	repère 1' et 2' (15°)	87.12	91.47	3.35
	repère 1' et 2' (50°)	90.51	90.73	0.22

Tableau V-7. Résultats du module d'Young des modèles dont les propriétés d'élasticité isotropes (alumine) et anisotropes (andalousite) ont été attribuées à l'inclusion

Dans ce tableau, deux phénomènes peuvent être constatés :

- pour le modèle verre-alumine, la différence $|E_1-E_2|$ ne dépend pas de l'orientation de l'inclusion ;
- pour le modèle verre-andalousite, l'écart $|E_1-E_2|$ varie en fonction de l'orientation du repère lié à l'inclusion. Il est significatif (environ 5GPa) lorsque l'inclusion se trouve dans le repère [1, 2]. Les orientations imposées par les deux axes témoignent ainsi de la différence de rigidité entre les constantes C_{11} et C_{22} du tenseur d'élasticité de l'andalousite.

Une deuxième vérification consiste à utiliser l'outil « anisotropic » en attribuant aux constantes des valeurs de telle façon que le tenseur d'élasticité devienne isotrope. D'après le *tableau V-1*, le tenseur d'élasticité d'un matériau isotrope s'écrit de la façon suivante :

$$C_{ij} = \begin{cases} \begin{matrix} C_{11} & C_{11}-2C_{44} & C_{11}-2C_{44} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{11}-2C_{44} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{matrix} \\ \text{symétrie} \end{cases} \quad (V-7)$$

Seulement 2 constantes d'élasticité indépendantes (C_{11} et C_{44}) sont alors nécessaires.

Dans le cas des inclusions d'alumine tabulaire utilisées précédemment, il est possible de calculer les valeurs de C_{11} et de C_{44} puis celle de C_{12} à partir de E et de ν en utilisant les relations suivantes [HEA-61] :

$$C_{11} = \frac{(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}E \quad (V-8)$$

$$C_{44} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (V-9)$$

$$C_{12} = C_{11} - 2C_{44} \quad (V-10)$$

ce qui conduit à écrire

$$C_{11} = \frac{(1-0.25)}{(1+0.25)(1-0.5)} \times 340 = 1.2 \times 340 = 408 \text{ (GPa)} \quad (V-11)$$

$$C_{44} = \frac{340}{2(1+0.25)} = 136 \text{ (GPa)} \quad (V-12)$$

$$C_{12} = 136 \text{ (GPa)} \quad (V-13)$$

Les constantes d'élasticité du tenseur caractéristique du comportement isotrope de l'alumine sont reportées dans le *tableau V-8* :

C_{ij}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{22}	C_{23}	C_{33}	C_{44}	C_{55}	C_{66}
(GPa)	408.0	136.0	136.0	408.0	136.0	408.0	136.0	136.0	136.0

Tableau V-8. Tenseur d'élasticité de l'alumine considérée comme étant isotrope

En tenant compte des propriétés d'élasticité du *tableau V-8* affectées à l'inclusion, les résultats des simulations montrent que l'écart entre les valeurs du module d'Young E_1 et E_2 sont identiques à moins de 0.1% près par rapport au cas classique isotrope, ce qui confirme bien le fait qu'un matériau dont les propriétés d'élasticité sont anisotropes peut être décrit de façon fiable en utilisant la fonction « anisotropic » disponible sous ABAQUS.

III.2. Modèles mono-inclusion à interface cohésive

III.2.1. Influence de l'anisotropie d'élasticité

Pour mieux comprendre l'influence de l'anisotropie sur la distribution des contraintes locales, une traction hydrostatique (application d'un déplacement homogène de 0.1%) a été ensuite appliquée sur les modèles de la *figure V-1b*. Cette valeur de déplacement a volontairement été choisie, plus importante que celle que peut tolérer le matériau, afin d'exacerber les isovaleurs des contraintes. La *figure V-2* présente les résultats de la distribution des contraintes de Von Mises pour le modèle verre/andalousite.

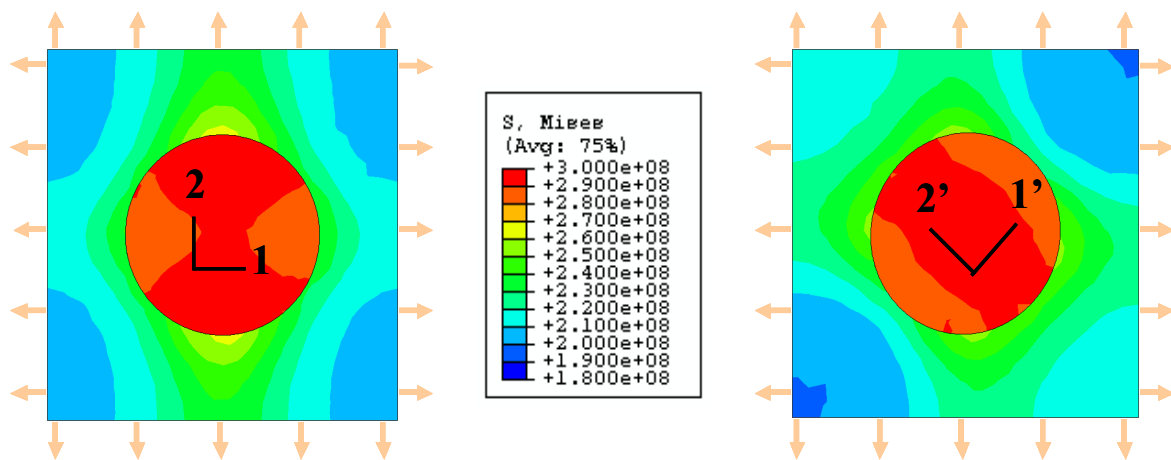


Figure V-2. Isovaleurs des contraintes de Von Mises pour les modèles verre/andalousite après une traction hydrostatique

La distribution des contraintes dépend fortement de l'orientation du repère de l'inclusion. Si on considère le repère [1, 2], la contrainte la plus élevée se trouve au sein de l'inclusion dans la direction 2, qui porte la plus grande valeur de constante d'élasticité C_{22} . Lorsqu'on utilise le deuxième repère [1', 2'] pivoté de 50° sur la gauche par rapport au précédent, la direction la plus rigide correspond à la direction 2'. La distribution des contraintes dans la matrice autour de l'inclusion est également différente.

III.2.2. Influence de l'anisotropie d'expansion thermique

Dans l'objectif d'analyser l'influence de l'anisotropie d'expansion thermique, un modèle mono-inclusion a été créé dont l'inclusion comporte des coefficients d'expansion thermique anisotropes ($\alpha_1 = 13.4 \times 10^{-6}$, $\alpha_2 = 9.6 \times 10^{-6}$ et $\alpha_3 = 3.5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$). Le coefficient d'expansion de la matrice vitreuse est de $4.2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$.

Afin de s'affranchir dans un premier temps de l'influence de l'anisotropie des propriétés d'élasticité, un module d'Young homogénéisé a été attribué à l'inclusion. Il a été calculé à partir des modèles de Voigt, Reuss et Hill qui proposent une estimation de E pour un polycristal considéré comme étant isotrope :

$$E_{Voigt} = (E_1 + E_2 + E_3) / 3 \quad (V-14)$$

$$\frac{3}{E_{Reuss}} = \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + \frac{1}{E_3} \quad (V-15)$$

$$E_{Hill} = (E_{Voigt} + E_{Reuss}) / 2 \quad (V-16)$$

Pour le coefficient de Poisson, une valeur moyenne a été calculée :

$$\nu_{moyen} = (\nu_{12} + \nu_{21} + \nu_{13} + \nu_{31} + \nu_{23} + \nu_{32}) / 6 \quad (V-17)$$

Les valeurs du module d'Young et du coefficient de Poisson homogénéisées attribuées à l'inclusion d'andalousite sont $E_{Hill} = 240\text{GPa}$ et $\nu_{moyen} = 0.30$.

La *figure V-3* présente les isovaleurs des contraintes de Von-Mises obtenues pour un modèle mono-inclusion (module d'Young isotrope pour la matrice et l'inclusion, coefficients d'expansion thermique anisotrope pour l'inclusion) refroidi de 600 à 20°C :

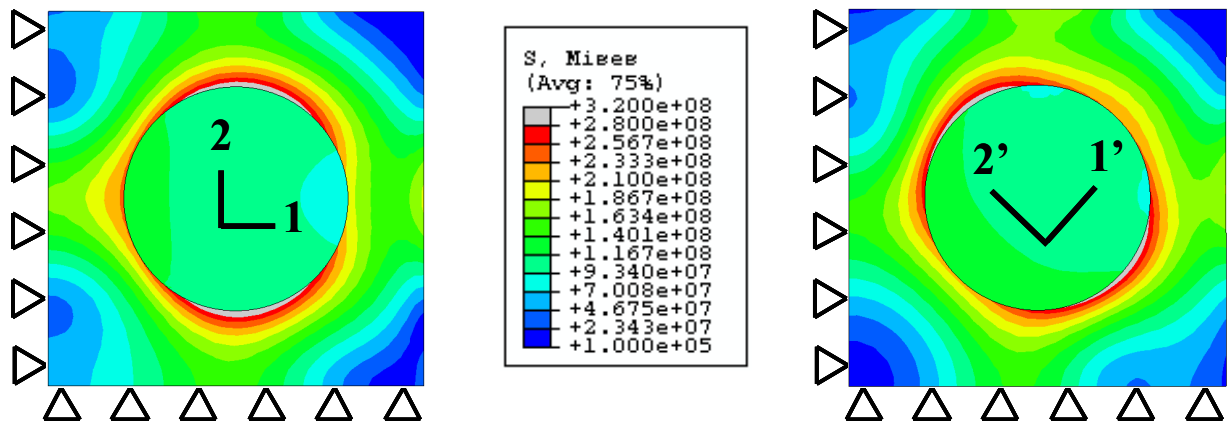


Figure V-3. Contraintes de Von Mises après refroidissement de 600°C à 20°C (l'inclusion possède des coefficients d'expansion thermique anisotropes supérieures à celui de la matrice) en prenant 2 repères d'anisotropie différents [1,2] et [1',2']

Les résultats de la figure V-3 ci-dessus montrent que les contraintes sont concentrées à l'interface et que leur distribution dépend bien des axes d'anisotropie, de même que les contraintes locales dans la matrice. Les différences d'expansion thermique axe-1/matrice et axe-2/matrice sont donc bien responsables de ces fluctuations.

La modélisation s'effectuant en deux dimensions, seules 2 valeurs différentes du coefficient d'expansion thermique sont prises en compte et de ce fait, cette représentation ne permet pas d'évaluer l'impact de l'anisotropie d'expansion thermique dans la 3^{ème} direction. C'est pourquoi une nouvelle simulation identique à celle de la figure V-3 avec affectation des coefficients $\alpha_1 = 13.4 \times 10^{-6}$ et $\alpha_3 = 3.5 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ à l'inclusion a été effectuée et comparée avec la précédente (figure V-4).

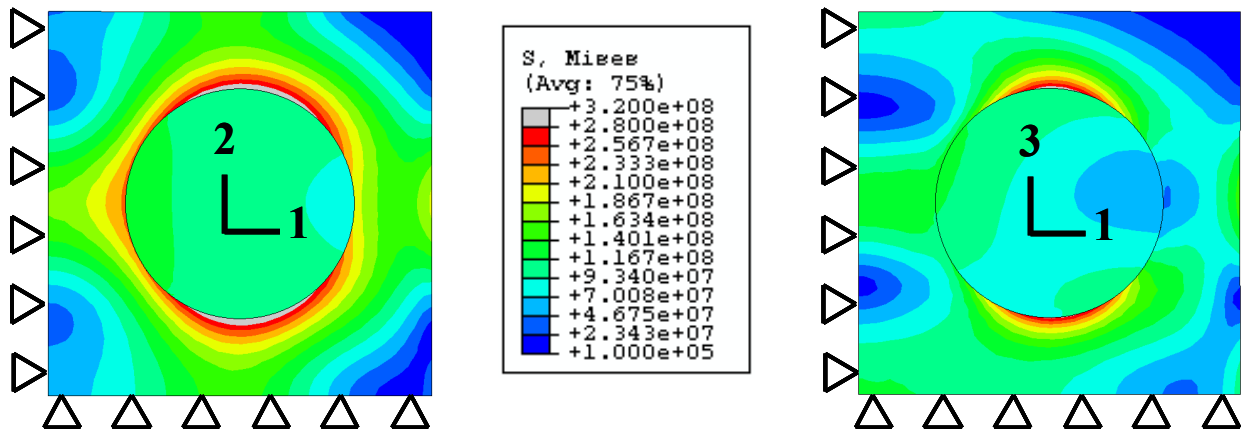


Figure V-4. Contraintes après refroidissement de 600°C à 20°C (l'inclusion possède des coefficients d'expansion thermique anisotropes) en prenant 2 repères d'anisotropie différents [1,2] et [1,3]

On peut constater sur la figure de droite que la contrainte localisée à l'interface est moins importante que dans le premier cas. En effet, l'inclusion se rétracte de façon plus importante que la matrice dans les directions 1 et 2 ($\alpha_1 - \alpha_{matrice} = 9.2 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ et $\alpha_2 - \alpha_{matrice} = 5.4 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) contrairement à la direction 3 ($\alpha_3 - \alpha_{matrice} = -0.7 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$) pour laquelle c'est la matrice qui a tendance à se contracter légèrement plus que l'inclusion au refroidissement. Plus l'écart d'expansion thermique avec la matrice est important et plus les contraintes thermoélastiques sont élevées.

III.3. Modèle multi-inclusions à interfaces cohésives

III.3.1. Influence de l'anisotropie d'élasticité

Des modèles contenant plusieurs inclusions d'andalousite ont maintenant été étudiés. La morphologie des inclusions est polygonale en accord avec la forme réelle des agrégats monocristallins d'andalousite. La fraction volumique en inclusions reste toujours égale à 30%. Ces inclusions d'andalousite étant aléatoirement disposées dans la matrice de verre, leurs axes d'anisotropie sont orientés au hasard dans le volume de l'échantillon. Le tenseur d'élasticité de l'andalousite est identique à celui du *tableau V-3*. L'interface entre les deux phases reste à l'état cohésif. La *figure V-5* montre trois modèles contenant un nombre d'inclusions anisotropes variant de 3 à 15.

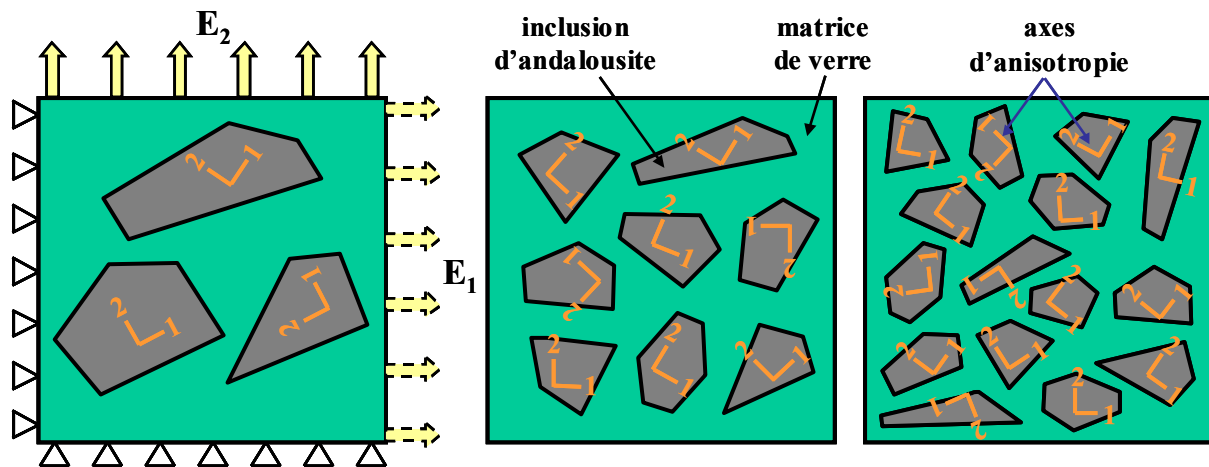


Figure V-5. Exemple de 3 modèles contenant des inclusions de forme polygonale

La valeur du module d'Young dans les directions (E_1 et E_2) est calculée après un essai de traction. L'évolution de la différence $|E_1 - E_2|$ en fonction du nombre d'inclusions est représentée sur la *figure V-6*. Les résultats ont été comparés avec ceux obtenus dans le cas où les propriétés des inclusions sont isotropes (propriétés de l'alumine, courbe "Modèles isotropes").

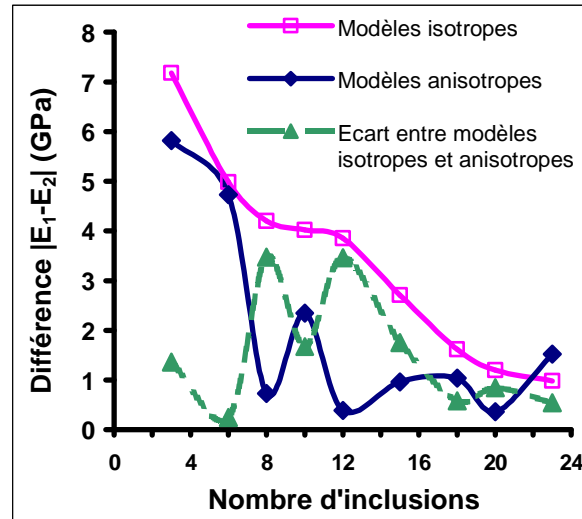


Figure V-6. Evolution de l'écart $|E_1-E_2|$ en fonction du nombre d'inclusions représentées dans les modèles (propriétés d'élasticité isotropes et anisotropes pour les inclusions)

On constate que l'on retrouve la même tendance que celle qui a déjà été présentée dans le chapitre IV. La différence $|E_1-E_2|$ diminue lorsque le nombre d'inclusions augmente. Le facteur qui influence majoritairement le résultat est la disposition et la morphologie des inclusions. Son impact diminue lorsque le nombre d'inclusions augmente. Conjugué à l'effet de l'anisotropie des propriétés d'élasticité, l'évolution de la valeur $|E_1-E_2|$ de chaque modèle devient aléatoire.

La courbe en traits pointillés montre que l'influence de l'anisotropie diminue lorsque le nombre d'inclusions augmente. L'écart est de l'ordre d'1GPa pour un nombre d'inclusions supérieur à 20. Au-delà de cette quantité, la disposition aléatoire des inclusions anisotropes rend isotropes les propriétés macroscopiques du modèle.

III.3.2. Influence de l'anisotropie d'expansion thermique

Un refroidissement de 600 à 20°C a été appliqué aux *modèles a et b* suivants (*figure V-7a* et la *figure V-7b*). Pour ces deux modèles, la matrice reste isotrope en termes de propriétés d'élasticité et d'expansion thermique. Par contre, les inclusions possèdent des propriétés d'élasticité isotropes ($E_{Hill} = 240\text{GPa}$ et $\nu_{moyen} = 0.30$) et d'expansion thermique anisotropes :

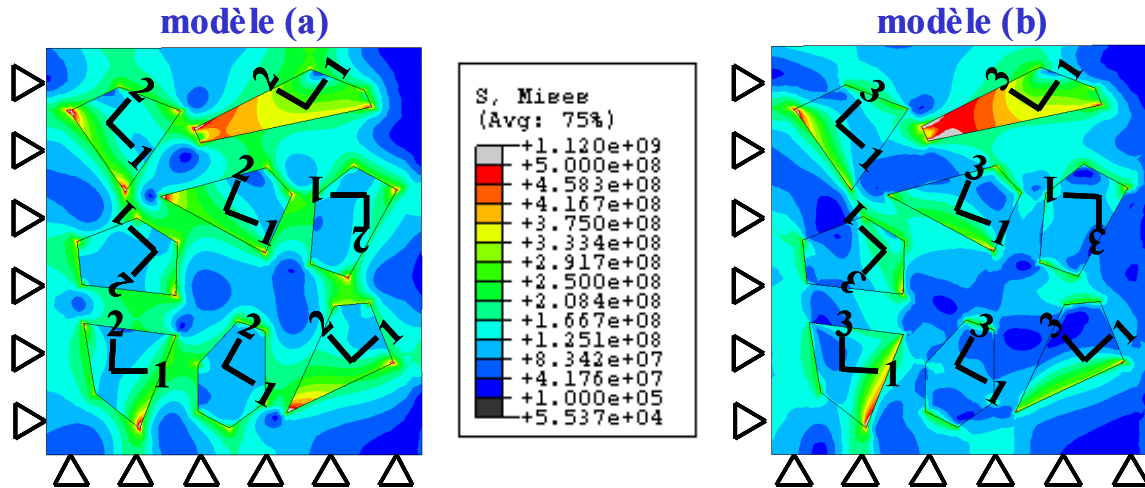


Figure V-7. Modèle multi-inclusions d'andalousite soumis à un refroidissement de 600°C à 20°C : (a) repère d'anisotropie [1,2] ; (b) repère d'anisotropie [1,3]

Sur la figure V-7, on constate d'une façon générale que les concentrations de contraintes sont situées de préférence au niveau des sommets anguleux des inclusions polygonales. Elles sont également plus élevées que dans le cas d'un modèle mono-inclusion sphérique (figure V-3) ce qui prouve qu'il existe des interactions entre les inclusions et que la forme anguleuse des inclusions fait augmenter le niveau des contraintes au voisinage des angles vifs. On constate à nouveau que les contraintes sont globalement moins élevées pour le modèle b car la différence moyenne de coefficient d'expansion thermique est plus faible comparée à celle du modèle a.

III.4. Prise en compte de la propagation de fissures pour prédire l'évolution du module d'Young en fonction de la température

Ce paragraphe est dédié à la prédiction de l'évolution avec la température du module d'Young des matériaux verre/andalousite comportant 30% d'inclusions, en tenant compte de l'endommagement. On suppose que les fissures se propagent toujours à l'interface entre les inclusions et la matrice. Ces décohésions interfaciales ont été réalisées grâce à l'outil « Debond ». La figure V-8 présente un modèle verre/andalousite contenant 23 inclusions. L'évolution de l'endommagement de ce modèle a été simulé durant un cycle thermique complet (une montée en température de 20°C à 860°C, suivi d'un refroidissement de 860°C à 20°C). Les propriétés d'élasticité et d'expansion des inclusions ont été considérées comme étant anisotropes (tableaux V-3 et V-6). Les axes d'anisotropie de chaque inclusion sont orientés aléatoirement.

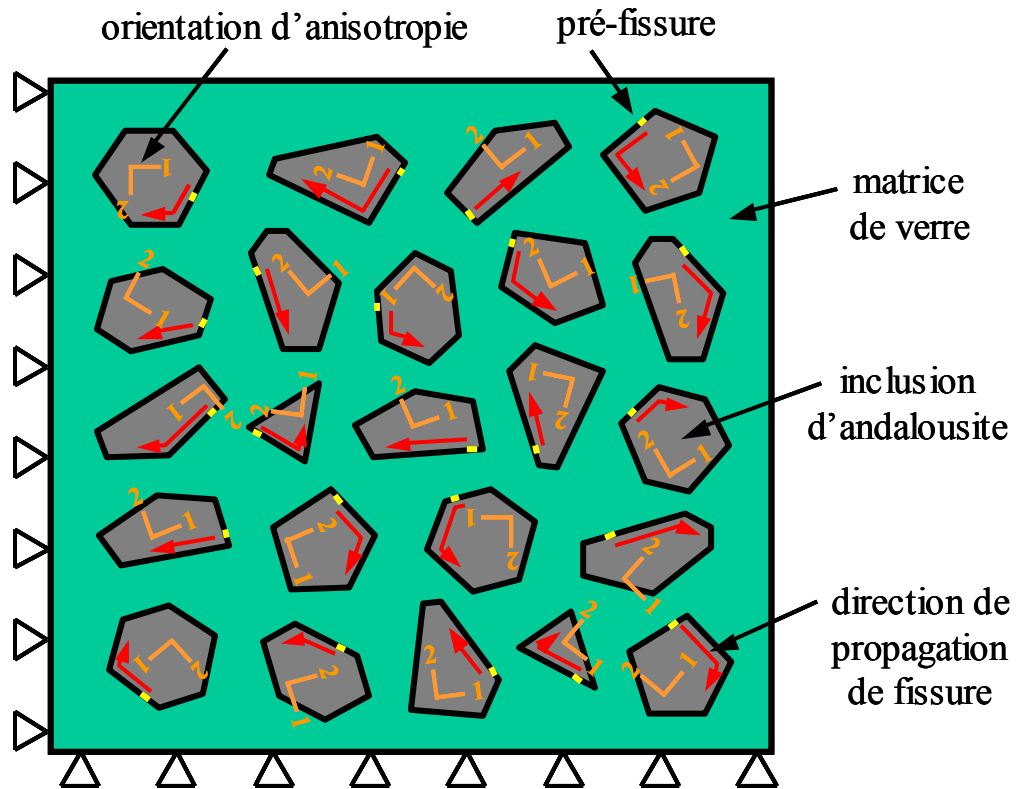


Figure V-8. Modèle numérique à 23 inclusions (propriétés anisotropes des inclusions)

La prédiction de l'évolution du module d'Young au cours d'un cycle thermique est visualisée sur la figure V-9.

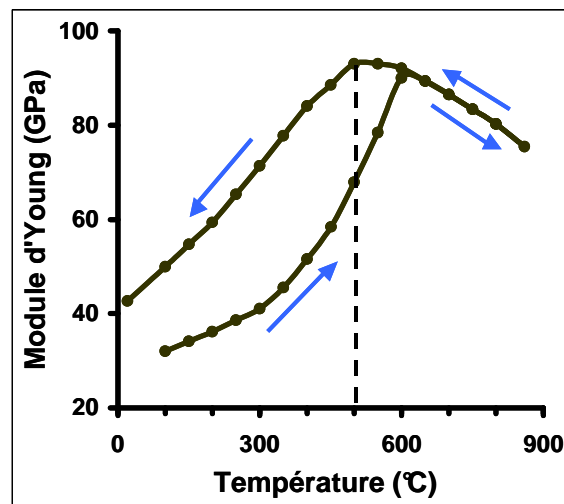


Figure V-9. Prédiction de l'évolution du module d'Young d'un matériau verre/andalousite au cours d'un cycle thermique

Le résultat présente un cycle d'hystérésis. A l'étape de refroidissement, le module d'Young chute à partir de 500°C, valeur plus élevée que dans le cas des matériaux

verre/alumine tabulaire (400°C). Les contraintes locales de niveau important, dues à l'anisotropie de coefficients d'expansion thermique des inclusions d'andalousite, en sont à l'origine.

IV. Approche expérimentale

IV.1. Elaboration des matériaux

La procédure d'élaboration de matériaux verre-andalousite est identique à celle employée pour la fabrication des matériaux verre-alumine. Les monocristaux d'andalousite (Kerphalite KB, DAMREC) sont dans un premier temps broyés en jarre en voie sèche avec des corps broyant en alumine. Un tamisage permet finalement de sélectionner 2 lots bien distincts de monocristaux : un lot avec une gamme de taille de particules [450 - 600 μm] et un autre lot [40 - 60 μm]. La poudre de verre est ensuite mélangée aux inclusions introduites en quantité contrôlée. Le mélange est pressé uni-axialement à 70MPa puis fritté naturellement avec un cycle thermique identique à celui de la *figure II-3*. La *figure V-10* présente deux échantillons cylindriques contenant 30% vol. d'inclusions d'andalousite obtenus par un carottage de la plaque brute frittée.

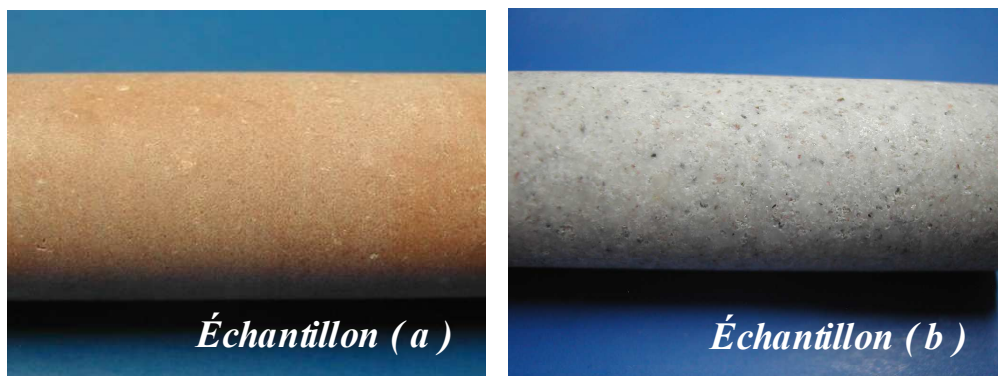


Figure V-10. Echantillons de matériaux modèles après carottage : (a) taille des inclusions d'environ 50 μm ; (b) taille des inclusions d'environ 500 μm .

IV.2. Evolution du module d'Young en fonction de la température

Le module d'Young des matériaux modèles verre/andalousite durant un cycle thermique a été mesuré par technique ultrasonore en mode « barre longue ». Le cycle thermique est composé d'une étape de montée en température (5°C/min de 20°C à 860°C)

suivie d'une étape de refroidissement contrôlée (5°C/min de 860°C à 20°C). Les résultats sont présentés sur la *figure V-11*.

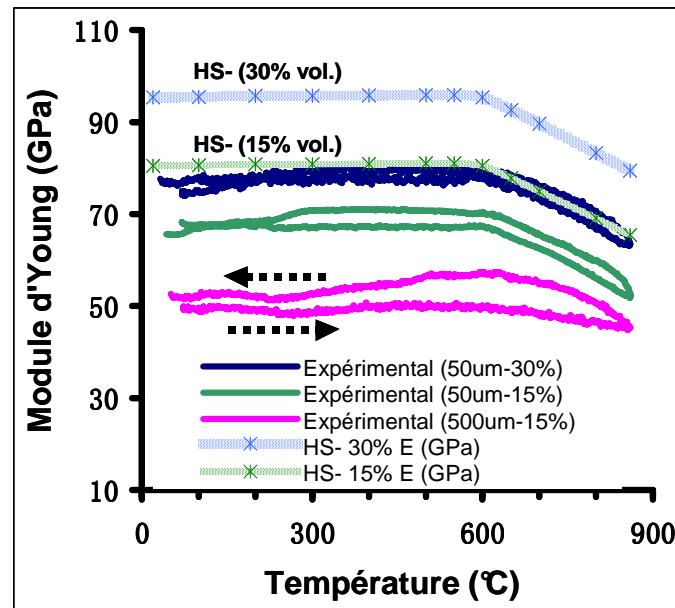


Figure V-11. Résultats expérimentaux du module d'Young en fonction de la température pour les matériaux modèles verre/andalousite

La borne inférieure du modèle de Hashin & Shtrikman fournissant de valeurs prédictives du module d'Young d'un matériau biphasé à renfort particulaire parfaitement sain a été également représentée sur le graphique de la *figure V-11*. Les modules homogénéisés ($E_{Hill} = 240\text{GPa}$ et $\nu_{moyen} = 0.30$) ont été considérés comme étant indépendant de la température compte tenu de la stabilité des inclusions d'andalousite jusqu'à 860°C.

On constate que le phénomène d'hystérésis est peu marqué. Le comportement de l'échantillon à 15% d'inclusions dont le diamètre moyen est de 50µm est même quasiment réversible au chauffage et au refroidissement.

A taux constant (15%), les inclusions dont le diamètre moyen est de l'ordre de 500µm génèrent un module d'Young à température ambiante plus faible que des particules plus petites de 50µm. L'endommagement créé est donc plus important avec des particules de grande taille. A diamètre moyen constant, l'ajout de 30% d'inclusions conduit à un module d'Young légèrement plus élevé que pour 15%. Le taux d'endommagement global du matériau est pourtant plus important lorsque le nombre d'inclusions augmente. Mais, le module d'Young intrinsèque élevé des inclusions d'andalousite contribue à l'obtention d'un module d'Young global un peu plus élevé que celui du matériau à 15%. On peut également constater

que l'ajout d'inclusions de 500 μm modifie le comportement du matériau au-delà de 600°C puisqu'il ne correspond plus à celui de la matrice vitreuse. Le faible effet d'hystérésis indique certainement la présence de décohésions interfaciales en nombre limité.

Pour conclure, la comparaison de ces résultats avec les courbes de Hashin & Shtrikman montre que la variation de température a peu d'impact sur le taux d'endommagement de ces matériaux. L'observation de leur microstructure est nécessaire pour mieux comprendre ces comportements.

IV.3. Observation de la microstructure

La microstructure des matériaux a été observée au MEB (figure V-12).

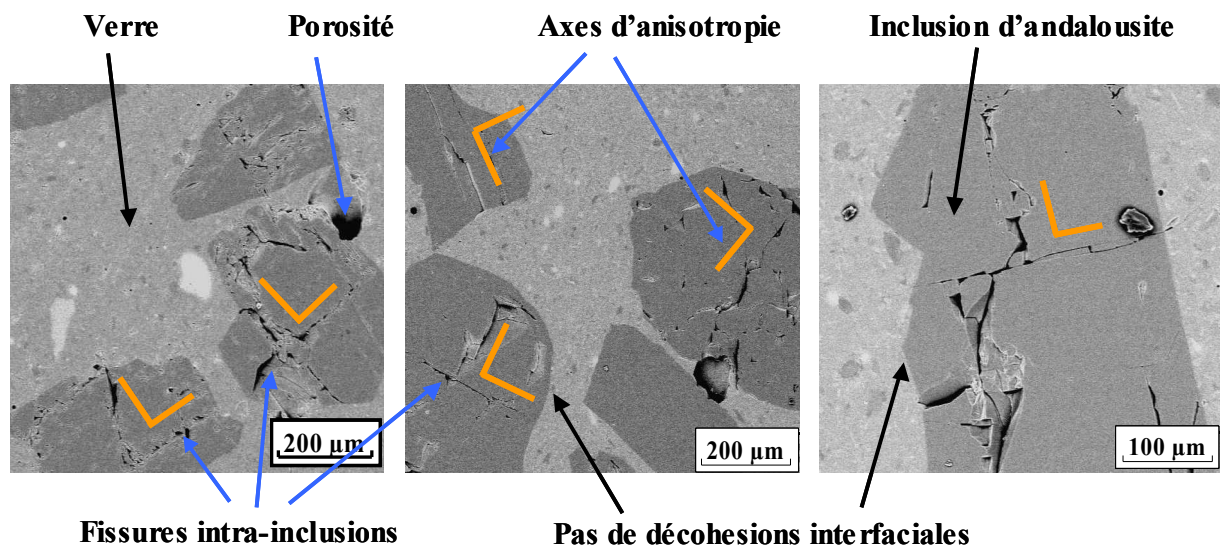


Figure V-12. Microstructures de matériaux modèles verre/andalousite observées par MEB

On constate que l'endommagement du matériau ne se situe pas aux interfaces entre les grains comme dans le cas des matériaux verre-alumine mais plutôt à l'intérieur des inclusions. En effet, les fissures observées sont orientées dans deux directions perpendiculaires correspondant vraisemblablement à celles des axes du repère d'anisotropie [1,2]. Certaines fissures traversent les grains de part en part et atteignent l'interface avec la matrice où elles finissent par disparaître.

Si on considère à nouveau le graphique de la figure V-11, on peut en déduire que les fissures intra-granulaires, une fois créées, restent stables au cours d'un cycle thermique. Les lèvres de ces fissures sont incapables de communiquer en termes de déplacement et de contraintes, même au delà de T_g de la matrice. L'évolution du module d'Young de ces

matériaux avec la température n'est alors pas aussi marquée que dans le cas des matériaux dont l'endommagement est principalement localisé aux interfaces (cas des matériaux verre/alumine tabulaire), ce qui explique la quasi-absence de cycle d'hystérésis.

En première approximation, ce phénomène de fissuration intra-inclusionnaire sans décohésions interfaciales peut s'expliquer par la combinaison de deux phénomènes :

- la forte affinité chimique entre les oxydes de la matrice vitreuse (BaO et B₂O₃ essentiellement) et l'andalousite (Al₂O₃.SiO₂) conduisant à une adhésion importante de l'interface entre les deux constituants ;

- une faible résistance mécanique des inclusions monocristallines d'andalousite aux contraintes de traction et de compression générées au cours du refroidissement par les différentiels d'expansion thermique anisotropes.

Lors de la fabrication et à l'étape de refroidissement, sachant que l'adhésion à l'interface est très forte, les faces des inclusions normales aux axes 1 et 2 (coefficients d'expansion thermique plus élevés que celui de la matrice) vont subir une contrainte de traction qui va générer des fissures perpendiculairement à ces axes. A l'inverse, l'inclusion va subir des contraintes de compression dans la direction de l'axe 3, dont le coefficient de dilatation est plus faible que celui de la matrice.

En conclusion, la prédiction de l'évolution du module d'Young en fonction de la température de la *figure V-9* reste donc assez éloignée de celle qui a été mesurée expérimentalement.

V. Modification des modèles numériques

Comme la prédiction de l'évolution de $E=f(T)$ de la *figure V-9* reste éloignée des mesures expérimentales, un nouveau modèle numérique doit être proposé pour simuler convenablement les propriétés d'élasticité des matériaux modèles verre/andalousite en prenant en considération leur microstructure de façon plus fidèle. Compte tenu du fait qu'il n'existe plus de propagation et de fermeture de décohésions interfaciales, l'outil « Debond » n'est plus employé dans le nouveau modèle à 23 inclusions. Le contact cohésif aux interfaces entre les deux constituants est assuré cette fois-ci par l'outil « Tied ». Les propriétés de la matrice et des inclusions sont identiques à celles du modèle de la *figure V-8*.

Le résultat de l'évolution $E=f(T)$ des matériaux modèles a été comparé avec l'évolution déterminée expérimentalement (*figure V-13*) pour une fraction volumique de 30% en inclusions (diamètre moyen = 50 μ m).

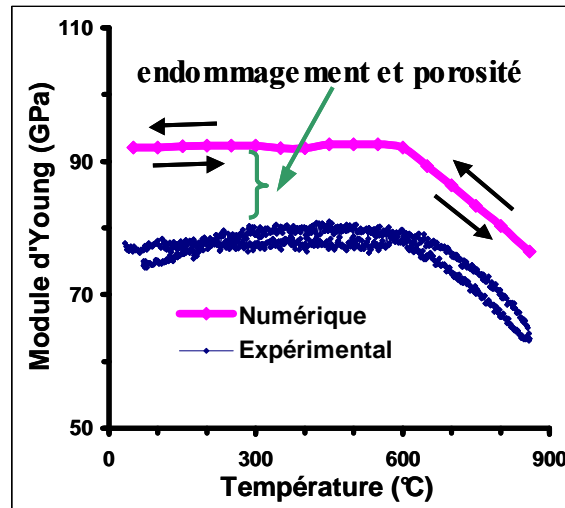


Figure V-13. Nouveaux résultats numériques pour les matériaux modèles verre/andalousite à 30% vol. d'inclusions de diamètre moyen 50 μ m

Sur la *figure V-13*, on retrouve une évolution du module d'Young similaire aux résultats expérimentaux avec un écart pour les valeurs de E à 20°C. Cet écart correspond à la contribution de la porosité et du taux d'endommagement ($D=1-E_{exp(20°C)}/E_{num(20°C)}=16\%$ environ) présent dans les inclusions d'andalousite non pris en compte initialement dans le modèle numérique.

VI. Conclusion

Ce dernier chapitre a été consacré au cas des matériaux modèles composés d'inclusions d'andalousite et d'une matrice de verre. L'andalousite possède des propriétés d'élasticité et d'expansion thermique anisotropes (système cristallin orthorhombique).

Dans la partie numérique, l'anisotropie de propriétés d'élasticité des inclusions d'andalousite a été prise en compte dans les modèles numériques grâce à l'outil « anisotropic » disponible sous ABAQUS. Cet outil permet de saisir directement le tenseur d'élasticité. Les résultats numériques ont montré que les axes d'anisotropie des inclusions influencent la distribution des contraintes locales. En augmentant le nombre d'inclusions dans un modèle, l'influence de l'anisotropie sur le comportement élastique macroscopique des

modèles diminue compte tenu de leur disposition aléatoire dans le modèle. Ainsi, un matériau contenant un grand nombre d'inclusions va présenter un comportement macroscopiquement isotrope. La prédiction de $E=f(T)$ des matériaux verre/andalousite a été effectuée en considérant que les fissures se propagent uniquement aux interfaces. Les résultats ont montré à nouveau un cycle d'hystérésis, la chute du module d'Young débutant plus tôt que dans le cas des modèles verre/alumine.

Dans le travail expérimental, des matériaux modèles ont été fabriqués par un frittage d'un mélange d'inclusions d'andalousite et de poudre de verre. D'après l'observation de leur microstructure, l'endommagement se situe majoritairement à l'intérieur des inclusions. Ce phénomène de fissuration intra-inclusionnaire peut s'expliquer par la combinaison de la forte affinité chimique inclusions/matrice garantissant une forte adhésion de l'interface et une faible aptitude des inclusions monocristallines d'andalousite à résister aux contraintes de traction et de compression induites par les différentiels de dilatation thermique au refroidissement du matériau. Au cours d'un cycle thermique, l'évolution du module d'Young de ces matériaux en fonction de la température présente une courbe réversible différente de celle obtenue pour les matériaux verre/alumine (quasi-absence d'hystérésis). Cette différence d'évolution $E=f(T)$ vient de l'absence de décohésions interfaciales au sein des matériaux verre/andalousite, les fissures intra-inclusionnaires restant à peu près stables au cours du cycle thermique.

Enfin, une correction de la simulation numérique a été effectuée en considérant un contact cohésif des interfaces en accord avec la microstructure des matériaux modèles verre/andalousite. Le nouveau résultat a montré une évolution du module d'Young similaire à celle du résultat expérimental, l'écart étant dû à l'endommagement au sein des inclusions et à la présence de porosité.

Conclusions et Perspectives

La prédiction du comportement thermomécanique des matériaux réfractaires est difficile due à la complexité de leur microstructure. Pour analyser séparément l'influence de ces facteurs, les matériaux ont été volontairement simplifiés aux cas des matériaux modèles biphasés. Dans le cadre de ce travail, deux types de matériaux modèles biphasés ont été étudiés : les matériaux verre/alumine tabulaire et les matériaux verre/andaloustie.

Matériaux modèles verre/alumine

Les matériaux modèles verre/alumine sont composés d'une matrice de verre et d'inclusions polyédriques d'alumine à propriétés isotropes. Le module d'Young, E , de chaque constituant a été mesuré en fonction de la variation de la température entre 20°C et 860°C par technique ultrasonore. On constate que pour l'alumine, E décroît linéairement avec l'augmentation de la température et pour le verre, E chute rapidement après 600°C, température à laquelle a lieu la transition vitreuse. Le coefficient de dilatation du verre déterminé par thermodilatométrie ($\alpha_{\text{verre}} = 4.2 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$) est plus faible que celui des inclusions d'alumine faisant état d'un différentiel important ($\alpha_{\text{alumine}} = 7.8 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$).

Ces matériaux modèles sont fabriqués par frittage des deux constituants à haute température (860°C). Au cours de la fabrication, à l'étape de refroidissement, de l'endommagement apparaît au sein de ces matériaux. Ceci est dû au différentiel de dilatation thermique négatif ($\Delta\alpha = -3.6 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}$) existant entre la matrice vitreuse et les inclusions d'alumine. D'après les observations au MEB, cet endommagement se présente majoritairement sous la forme de décohésions interfaciales. D'après les mesures par technique ultrasonore en mode « barre longue », l'évolution du module d'Young de ces matériaux durant un cycle thermique $E=f(T)$ présente un phénomène d'hystérésis. Ce phénomène témoigne de la fermeture des microfissures et des décohésions interfaciales pendant l'étape de montée en température et de leur réouverture à l'issue de l'étape de refroidissement.

Dans la partie numérique, la simulation de l'évolution de l'endommagement a été effectuée à l'aide du logiciel ABAQUS. Deux approches ont été développées : les éléments cohésifs et l'outil « Debond ». Après une comparaison entre les deux approches, la seconde a été choisie car elle présente plus d'avantages en termes de mise en place et s'adapte mieux à la simulation de la fermeture virtuelle des fissures. D'un point de vue du maillage, les éléments triangulaires quadratiques « coupled temp-displacement » ont été ainsi utilisés car ils conviennent parfaitement pour des études thermo-élastiques. On constate que l'utilisation d'éléments dont la taille est inférieure à 4% de la longueur du modèle conduit à des résultats numériques fiables. La simulation numérique de $E=f(T)$ des matériaux verre/alumine peut être composée de trois modèles : un modèle avec propagation des fissures (de 600°C à 20°C), un modèle avec fermeture des fissures (de 20°C à 600°C) et un modèle avec interfaces cohésives (entre 600°C et 860°C).

D'après les résultats numériques, l'application de la condition MPC permet d'imposer une périodicité au contour du modèle. Par contre, elle entraîne une augmentation des valeurs de E due aux contraintes supplémentaires engendrées pour rendre identique le déplacement des nœuds des surfaces libres. De plus, on constate que les modèles mono-inclusion et à trois inclusions sont fortement influencés par la position des inclusions, leur morphologie, la position des pré-fissures et la direction de propagation des fissures (appelés *quatre facteurs d'influence*).

Ainsi, deux axes d'amélioration ont été proposés. L'un consiste à calculer la moyenne des résultats de neuf modèles à trois inclusions et l'autre consiste à utiliser un modèle à grand nombre d'inclusions. Les deux solutions ont réussi à améliorer nos résultats et à diminuer les influences des quatre facteurs. Le choix de la solution appropriée dépend de la nature de l'objectif.

Matériaux modèles verre/andalousite

Le second type des matériaux modèles est composé d'une matrice de verre et d'inclusions d'andalousite. Contrairement à l'alumine, l'andalousite possède des propriétés mécaniques et thermiques anisotropes. La procédure de fabrication de ces matériaux est identique à celle des matériaux verre/alumine.

Au cours de leur fabrication, l'endommagement apparaît majoritairement à l'intérieur des inclusions. Ce phénomène de fissuration intra-inclusionnaire peut s'expliquer par la combinaison de plusieurs facteurs tels la forte affinité chimique inclusions/matrice

garantissant une forte adhésion de l'interface et la faible aptitude des inclusions monocristallines d'andalousite à résister aux contraintes de traction et de compression induites par les différentiels de dilatation thermique au refroidissement du matériau. Au cours d'un cycle thermique, l'évolution du module d'Young de ces matériaux présente une courbe réversible différente de celle obtenue pour les matériaux verre/alumine (quasi-absence d'hystérésis). Cette différence d'évolution $E=f(T)$ vient de l'inexistence de décohésions interfaciales au sein des matériaux verre/andalousite, les fissures intra-inclusionnaires restant à peu près stables au cours du cycle thermique.

Dans la partie numérique, l'anisotropie de propriétés d'élasticité des inclusions d'andalousite a été prise en compte dans les modèles numériques grâce à l'outil « anisotropic » disponible sous ABAQUS. Les résultats numériques ont montré que les axes d'anisotropie des inclusions influencent la distribution des contraintes locales. En augmentant le nombre d'inclusions dans un modèle, l'influence de l'anisotropie sur le comportement élastique macroscopique des modèles diminue compte tenu de leur disposition aléatoire dans le modèle. Ainsi, un matériau contenant un grand nombre d'inclusions va présenter un comportement macroscopiquement isotrope.

La simulation numérique de $E=f(T)$ des matériaux verre/andalousite a été effectuée sur un modèle à grand nombre d'inclusions en considérant un contact cohésif des interfaces. Le résultat numérique a montré une évolution du module d'Young similaire à celle du résultat expérimental, l'écart étant dû à l'endommagement au sein des inclusions et à la présence de porosité non pris en compte dans le modèle numérique.

Perspectives

Dans notre travail, l'évolution de l'endommagement des matériaux modèles verre/alumine a été simulée par l'outil « Debond ». Les résultats numériques présentent une bonne corrélation aux résultats expérimentaux. Cependant, l'outil « Debond » possède ses propres inconvénients :

- il s'applique uniquement dans les problèmes 2D ;
- les chemins de propagation des fissures doivent être pré-définis.

Pour les matériaux décohésifs, les chemins de propagation des fissures se situent toujours aux interfaces de deux constituants. Ainsi, l'application de l'outil « Debond » peut être justifiée. Par contre, pour les matériaux microfissurés, les chemins de fissuration ne sont

pas certains. A chaque instant, il est nécessaire de déterminer la nouvelle direction de fissuration. Ainsi, l'outil « Debond » n'est plus adapté.

Nous pensons que les méthodes VCCT et XFEM peuvent être des solutions à considérer. Ces deux méthodes peuvent permettre de déterminer une nouvelle direction de fissuration à chaque pas et peuvent être une solution aux problèmes de fissuration en 3D.

Bibliographie

[ABA-06] Hibbitt, Karlsson and Sorensen, ABAQUS v6.6 analysis user's manual, Pawtucket, USA, 2006.

[ALI-91] M.H. Aliabadi, D.P. Rooke, Numerical fracture mechanics, Southampton/Dordrecht: Computational Mechanics Publications/Kluwer Academic Publishers, 1991.

[AUV-33] J.M. Auvray, Elaboration et caractérisation à haute température de bétons réfractaires à base d'alumine spinelle, Thèse, Université de Limoges, 2003.

[BAB-02] L. Babout, Etude par tomographie X et modélisation de l'endommagement de matériaux métalliques modèles, Thèse, INSA de Lyon, 2002.

[BAR-59] G.I. Barenblatt, "The formation of equilibrium cracks during brittle fracture. General ideas and hypothesis. Axially-symmetric cracks.", *Appl. Math. Mech.*, 23 (1959) 434-444.

[BAR-76] R. Barsoum, Further application of quadratic isoparametric elements to linear fracture mechanics of plate bending and general shells, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 11 (1976) 167-169.

[BAU-99] H. Baudson, F. Debucquoy, M. Huger, C. Gault and M. Rigaud, Ultrasonic measurement of Young's modulus MgO/C refractories at high temperature, *J. Eur. Ceram. Soc.*, 19 (1999) 1895-1901.

[BEL-94] T. Belytschko, L. Gu and Y.Y. Lu, Fracture and crack growth by element free Galerkin method, *Modelling Simul. Mater. Sci. Engng.*, 2, (1994) 519-534.

[BEL-95] T. Belytschko, Y.Y. Lu, L. Gu and M. Tabbara, Element-free Galerkin methods for static and dynamic fracture, *International Journal of Solids and Structures*, 32 (1995) 2547-2570.

[BEL-96_a] T. Belytschko and M. Tabbara, Dynamic fracture using element-free Galerkin methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39 (1996) 923-938.

- [BEL-96_b] T. Belytschko, D. Organ, and Y. Krongauz, A coupled finite element–element-free Galerkin method, *Computational Mechanics*, 17 (1996) 186-195.
- [BEL-00] T. Belytschko, D. Organ, and C. Gerlach, Element-free Galerkin methods for dynamic fracture in concrete, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 187 (2000) 385-399.
- [BEN-74] S. Benzly, Representation of of singularities with isoparametric finite elements. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 8 (1974) 537-545.
- [BIG-06] F.R. Biglari, A. Rezaeiasab, K. Nikbin, and I. Sattarifar, Finite element simulation of dynamic crack propagation for complex geometries without remeshing, *Journal of ASTM International*, 3 (2006).
- [BOU-00] P.O. Bouchard, F. Bay, Y. Chastel, and I. Tovenà, Crack propagation modeling using an advanced remeshing technique,” *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 189 (2000) 723-742.
- [BRA-93] R.C. Bradt, Elastic moduli, strength and fracture characteristics of refractories, *Key Engineering Materials*, 88 (1993) 165-192.
- [CHI-94] F. Chirino, R. Gallego, A. Saez and J. Dominguez, A comparative study of three boundary element approaches to transient dynamics crack problems, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 13 (1994) 11-19.
- [DUG-60] D. Dugdale, Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Solids*, 8 (1960)100-104.
- [CAM-96] G.T. Camacho and M. Ortiz, Computational modeling of impact damage in brittle materials, *International Journal of Solids and Structures*, 33 (1996) 2899-2938.
- [CAS-81] E.D. Case, J.R. Smyth, and O.Hunter, Microcracking in large-grain Al₂O₃, *Mater. Sci. Eng.*, 51 (1981) 175-179.
- [CEA-03] CEA, Informations sur l'énergie, CEA éditeur, 2003.
- [DEL-85] H.G. De Lorenzi, Energy release rate calculations by the finite element method, *Eng. Fract. Mech.*, 21 (1985) 129-143.
- [DUV-89] G. Duvierre, Optimized AZS fused cast refractories for soda lime glass container furnaces, *Glass International*, (1989) 19-23.

- [ERD-63] F. Erdogan, and G.C. Sih, On the crack extension in plane loading and transverse shear, *J. Basic Eng.*, 85 (1963) 519-527.
- [FOG-06] E.Y. Fogaing, Caractérisation à haute température des propriétés d'élasticité de réfractaires électrofondus et de bétons réfractaire, Thèse, Université de Limoges, 2006.
- [GEU-98] P.H. Geubelle and J. Baylor, "Impact-induced delamination of laminated composite: a 2D simulation", *Composite Part B Engineering*, 29 (1998) 589-602.
- [GHA-08] M. Ghassemi Kakroudi, E. Yeugo-Fogaing, C. Gault, M. Huger and T. Chotard, "Effect of thermal treatment on damage mechanical behaviour of refractory castables: Comparison between bauxite and andalusite aggregates", *Journal of the European Ceramic Society*, 28 (2008) 2471–2478.
- [GHA-09] M. Ghassemi Kakroudi, M. Huger, C. Gault and T. Chotard, Anisotropic behaviour of andalusite particles used as aggregates on refractory castables, *Journal of the European Ceramic Society*, 29 (2009) 571-579.
- [GIF-78] L.N. Gifford and P.D. Hilton Stress intensity factors by enriched finite elements, *Engineering Fracture Mechanics*, 10 (1978) 485-496.
- [GRA-02] A. Gravouil, N. Moës and T Belytschko. "Non planar 3d crack growth by the extended finite element and level sets: Part ii: Level set update", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 53 (2002) 2569-2586.
- [GRI-21] A.A. Griffith, The phenomenon of rupture and flow in solids, *Philosophical Transactions of the Royal Society (London)*, A221 (1921)163-198.
- [HAS-62_a] Z. Hashin, The elastic moduli of heterogeneous materials, *J. Appl. Mech.*, 29 (1962) 143-150.
- [HAS-62_b] Z. Hashin and S. Shtrikman, On some variational principles in anisotropic and nonhomogeneous elasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, 10 (1962) 335-342.
- [HAS-63] Z. Hashin and S. Shtrikman, A variational approach to the theory of the elastic behaviour of multiphase materials, *J. Mech. Phys. Solids*, 11 (1963) 127-140.
- [HEA-63] R.F.S. Hearmon, An introduction to applied anisotropic elasticity, *Oxford university press*, London, 1961.
- [HEL-75] T.K. Hellen, On the method of virtual crack extension, *Int. J. for Num. Methods in Eng.*, 9 (1975) 187-207.

- [HEN-75] R.D. Henshell and K.G. Shaw, Crack tip finite elements are unnecessary, *Int. J. Num. Meth. Engng.*, 9 (1975) 495-507.
- [HIL-76] A. Hillerborg, M. Modeer and P.E. Petersson, Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements, *Cement and Concrete Research*, 6 (1976) 773-782.
- [HIL-85] A. Hillerborg, Results of three comparative test series for determining the fracture energy G_F of concrete, *Materials and Structures*, 18 (1985) 407-413.
- [HON-88] H.K. Hong and J.T. Chen, Derivations of integral equations of elasticity, *Journal of Engineering Mechanics*, 114 (1988) 1028-1044.
- [HUG-92] M. Huger, "Oxydation et endommagement d'origine thermique, évalués par techniques ultrasonores à haute température, de composites SiC/C/SiC non protégés", Thèse, Université de Limoges, 1992.
- [HUG-02] M. Huger, D. Fargeot and C. Gault, High temperature measurement of ultrasonic wave velocity in refractory materials, *High Temp. High Press.*, 34 (2002) 193-201.
- [IOA-83] N.I. Ioakimidis, A new singular integral equation for the classical crack problem in plane and antiplane elasticity, *Int. J. of Fracture*, 21 (1983) 115-122.
- [IRW-57] G.R. Irwin, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, *Journal of Applied Mechanics*, 24 (1957) 361-364.
- [JOL-06] Y. Joliff, Etude expérimentale et numérique du comportement thermomécanique des matériaux modèles, Thèse, Université de limoges, 2006.
- [JOL-07] Y. Joliff, J. Absi, M. Huger, J.C. Glandus, Experimental and numerical study of the room temperature elastic modulus of model materials with partly bonded matrix/particles interfaces, *Computational Materials Science*, 39 (2007) 267-273.
- [JOL-08] Y. Joliff, J. Absi, M. Huger, J.C. Glandus, Experimental and numerical study of the elastic modulus vs temperature of debonded model materials, *Computational Materials Science*, 44 (2008) 826-831.
- [KAC-59] L. M. Kachanov, Variational methods of solution of plasticity problems, *Journal of applied mathematics and mechanics*, 23 (1959) 880-883.
- [KAC-86] L.M. Kachanov, Introduction to continuum damage mechanics, *The Netherlands Nijhoff*, Dordrecht, 1986.

- [KIM-93] K.Y. Kim, K.H. Wroldstad and F. Aminzadeh, Effects of transverse isotropy on P-wave AVO for gas sands, *Geophysics*, 58 (1993) 883–888.
- [KRA-85] D. Krajcinovic, "Continuum damage. Mechanics revisited: basic concepts and definitions", *Journal of Applied Mechanics*, 52 (1985) 829-834.
- [KRA-89] D. Krajcinovic, Damage mechanics, *Mech. Mater.*, 8 (1989) 117-197.
- [KRY-99] P. Krysl and T. Belytschko, The element-free Galerkin method for dynamic propagation of arbitrary 3-D cracks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44 (1999) 767-800.
- [LAD-83] P. Ladevèze, On an anisotropic damage theory, *Failure criteria of structured media*, (1983) 355-363
- [LAP-86] P. Lapoujade, Y. Le Mat, *Traité pratique sur l'utilisation des produits réfractaires*, Editions H. Vial, (1986) 7-8.
- [LAW-87] N. Laws and J.R. Brockenbrough, The effect of micro-crack systems on the loss of stiffness of brittle solids, *Int. J. Solids, Structures*, 23 (1987) 1247-1268.
- [LEK-81] F. Leckie and E. Onat, Tensorial nature of damage measuring internal variables, chapter Physical Non-Linearities in Structural Analysis, *Springer Berlin*, 1981.
- [LEM-78] J. Lemaitre and J.L. Chaboche, Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement, *J. Mec. Appl.*, 2 (1978) 167-189.
- [LEM-98] H. Lemaistre, Etude des propriétés thermomécaniques de divers réfractaires, Thèse, Institut National des Sciences Appliquée de Lyon, 1998.
- [LEM-99] J. Lemaitre, R. Desmorat and M. Sauzay, Loi d'évolution de l'endommagement anisotrope, *C.R.A.S.*, 327 (1999) 1231-1236.
- [LIM-92] I.L. Lim, I.W. Jhonston and S.K. Choi, On stress intensity factor computation from the quarter-point element displacements, *Communications in applied numerical methods*, 8 (1992) 291-300.
- [LIM-93] I.L. Lim, I.W. Jhonston and S.K. Choi, Application of singular quadratic distorted isoparametric elements in linear fracture mechanics, *International journal for numerical methods in engineering*, 36 (1993) 2473-2499.

- [LU-95] Y.Y. Lu, T. Belytschko and M. Tabbara, Element-free Galerkin method for wave propagation and dynamic fracture, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 126 (1995) 131-153.
- [MAM-99] C. Mamdy Andrieux, Analyse et simulation numérique des contraintes d'origine thermique sur des structures réfractaires de centrales LFC ,Thèse, Université d'Orléans, 1999.
- [MCS-65] H.J. McSkimin, Elastic moduli of quartz versus hydrostatic pressure at 25°C and – 195.8°C, *J. Appl. Phys.*, 36 (1965) 1624-1632.
- [MEL-96] J. Melenk and I. Babuska, “The partition of unity finite element method: Basic theory and applications”, *Comp. Meth. in Applied Mech. and Engrg.*, 139 (1996) 289-314.
- [MI-93] Y. Mi, and M.H. Aliabadi, Three-dimensional crack growth simulation using BEM, *Computers and Structures*, 52 (1993) 871-878.
- [MOË-99] N. Moës, J. Dolbow and T. Belytschko, A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. for Num. Meth. in Engrg.*, 46 (1999) 131-150.
- [MOË-02] N. Moës, A Gravouil, and T Belytschko, “Non planar 3d crack growth by the extended finite element and level sets: Part i: Mechanical model”, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 53 (2002) 2549-2568.
- [MUR-78] S. Murakami and N. Ohno, A constitutive equation of creep damage in polycrystalline metals, *IUTAM Colloquium Euromech 111*, Marienbad, 1978.
- [NEE-87] A. Needleman, A continuum model for void nucleation by inclusion debonding, *Journal of Applied Mechanics*, 54 (1987) 525-531.
- [NEE-90_a] A. Needleman, An analysis of tensile decohesion along an interface, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38 (1990) 289-324.
- [NEE-90_b] A. Needleman, An analysis of decohesion along an imperfect interface, *International Journal of Fracture*, 42 (1990) 21-40.
- [NGO-67] D. Ngo and A.C. Scordelis, Finite element analysis of reinforced concrete beams, *Journal of the American concrete institute*, 64 (1967) 152-163.
- [NON-99] E. Nonnet, N. Lequeux and P. Boch, Elastic properties of high alumina cement castables from room temperature to 1600°C, *J. Eur. Ceram. Soc.*, 19 (1999) 1575-1583.

- [PAP-74] E.P. Papadakis, K.A. Fowler and L.C. Lynnworth, Ultrasonic measurement of Young's modulus and extensional wave attenuation in refractory metal wires at elevated temperature with application to ultrasonic thermometry, *J. Appl. Phys.*, 45 (1974) 2409-2420.
- [PAR-74] D.M. Parks, A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factor, *Int. J. of Fracture*, 10 (1974) 487-502.
- [PER-00] S. Perruzzi, Simulation numérique du comportement thermomécanique de pièces réfractaires de coulée continue, Thèse, Université de Limoges, 2000.
- [POR-91] A. Portela, M.H. Aliabadi and D.P. Rooke, "The dual boundary element method: Effective implementation for crack problem.", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33 (1991) 1269-1287.
- [POR-92] A. Portela, M.H. Aliabadi and D.P. Rooke, The dual boundary element method: effective implementation for crack problems, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 33 (1992) 1269-1287.
- [POR-93] A. Portela, M.H. Aliabadi and D.P. Rooke, Dual boundary element incremental analysis of crack propagation, *Computers and Structures*, 46 (1993) 237-247.
- [QI-09] B. QI, Experimental and numerical study of the Young's modulus vs temperature for heterogeneous model materials with polygonal inclusions, *Computational Materials Science*, 46 (2009) 996-1001
- [QIA-08] P. Qiao, Y. Chen, Cohesive fracture simulation and failure modes of FRP-concrete bonded interfaces, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 49 (2008) 213-225.
- [RAL-84] R.L. Ralph, L.W. Finger and R.M. Hazen, Compressibility and crystal structure of Andalusite at high pressures 25kbar step-scan, *Am. Mineral.*, 69 (1984) 513-519.
- [RAT-94] P.C. Ratto, Fused-cast refractory for glass contact, *International Glass Journal*, 80 (1994) 34-43.
- [REU-29] A. Reuss, Berechnung der fließgrenze von mkschkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle, *Z. angew. Math. u. Mech.*, 9 (1929) 49-58.
- [RIC-68] J.R. Rice, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks, *J. Appl. Phys.*, 35 (1968) 379-386.
- [RIC-89] J.R. Rice and J.S. Wang, Embrittlement of interfaces by solute segregation, *Material Science and Engineering A*, 107 (1989) 23-40.

- [RYB-77] E.F. Rybicki and M.F. Kanninen, A finite element calculation of stress-intensity factors by a modified crack closure integral, *Eng. Fract. Mech.*, 9 (1977) 931-938.
- [SCH-80] H. Scholze, *Le verre: nature, structure et propriétés*, 2nd Ed., Institut du verre, Paris, 1980.
- [SET-99] J. Sethian, "Level set methods and fast marching methods evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science", *Cambridge University Press*, 1999.
- [SHI-88] K.N. Shivakumar and P.W. Pan, A virtual crack-closure technique for calculating stress intensity factors for cracked three dimensional bodies, *Int. J. Fract.*, 36 (1988) 43-50.
- [SIH-74] G.C. Sih, and B. Macdonald, Fracture mechanics applied to engineering problems - strain energy density fracture criterion, *Eng. Fract. Mech.*, 6 (1974) 361-386.
- [SOL-95] P. Sollero and M.H. Aliabadi, Anisotropic analysis of cracks in composite laminates using the dual boundary element method, *Comput. Struct.*, 31 (1995) 222-233.
- [SUK-97] N. Sukumar, B. Moran, T. Black, and T. Belytschko, An elementfree Galerkin method for three-dimensional fracture mechanics, *Computational Mechanics*, 20 (1997) 170-175.
- [SWE-65] J.L. Swedlow, M.L. Williams and W.H. Yang, Elasto-plastic stresses and strains in cracked plate, *Proc. 1st. Int. Conf. Fracture, Sendai, Japan*, 1 (1965) 259-282.
- [SWE-69] J.L. Swedlow, Elasto-plastic cracked plates in plane strain, *International Journal of Fracture*, 5 (1969) 33-44.
- [TAM-03] G. Tammann, *Der glanzstand*, Voss, Leipzig, 1933.
- [TES-03] N. Tessier-doyen, *Etude expérimentale et numérique du comportement thermomécanique de matériaux réfractaires modèles*, Thèse, Université de Limoges, 2003.
- [TES-06] N. Tessier-Doyen, J.C. Glandus and M. Huger, Unusual Young's modulus evolution of model refractories at high temperature, *J. Eur. Ceram. Soc.*, 26 (2006) 289-295.
- [TUR-06] A. Turon, P.P. Camanho, J. Costa and C.G. Davila, An interface damage model for the simulation of delamination under variable-mode loading, *Mech. Mater.*, 38 (2006) 1072-1089.
- [TVE-90] V. Tvergaard, Effect of fibre debonding in a whisker-reinforced metal, *Material Science and Engineering A*, 125 (1990) 203-213.

- [TVE-92] V. Tvergaard and J.W. Hutchinson, The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40 (1992) 1377-1397.
- [VOI-10] W. Voigt, Lehrbuch der Kristallphysik, B.G. Teubner, Berlin, 1910.
- [WAC-67] J.B. Wachtman, W.E. Telft, D.G. Lam, and C.S. Apstein, Exponential temperature dependence of Young's modulus for several oxides, *Phys. Rev.*, 122 (1961) 1754-1760.
- [WEL-61] A.A. Wells, "Unstable crack propagation in metals: cleavage and fast fracture", *Proceedings of the Crack Propagation Symposium*, 1 (1961), 84.
- [WOL-96] J.P. Wolf and C. Song, Finite-element modeling of unbounded media, *Chichester: John Wiley and Sons*, 1996.
- [XU-93] X.P. Xu and A. Needleman, Void nucleation by inclusion debonding in a crystal matrix, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 1 (1993) 111-132.
- [YAN-95] A.M. Yan, and H. Nguyen-Dang, Multiple-cracked fatigue crack growth by BEM, *Computational Mechanics*, 16 (1995) 273-280.
- [YAN-06] Z.J. Yang, Fully automatic modeling of mixed-mode crack propagation using scaled boundary finite element method, *Eng. Fracture Mech.*, 73 (2006) 1711-1731
- [YAN-07] Z.J. Yang and A.J. Deeks, Transient dynamic fracture analysis using scaled boundary finite element method: a frequency-domain approach, *Eng. Fracture Mech.*, 74 (2007) 669-687.
- [ZHA-97] C.H. Zhang, D. Gross, On wave propagation in elastic solids with cracks, *Southampton-Boston: Computational Mechanics Publications*, 1997.