

UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE Science et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Energétique et
Aéronautique

FACULTE des SCIENCES et TECHNIQUES

Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes

Equipe Génie civil et Durabilité

Thèse N° [68-2009]

Thèse

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Limoges

Discipline: Génie civil

Présentée et soutenue par

Jean-Marie HUSSON

le 02 décembre 2009

*LOI DE COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE AVEC EFFET
MEMOIRE
APPLICATION A LA MECANOSORPTION DANS LE BOIS*

Thèse dirigée par Frédéric DUBOIS

JURY :

M. Joseph Grill	Directeur de Recherche, Montpellier	Rapporteur
M. Christian La Borderie	Professeur des Universités, Pau	Rapporteur
M. Laurent Bleron	Maître de Conférences, Cluny	Examineur
M. Thierry Chotard	Professeur des Universités, Limoges	Examineur
M. Nicolas Sauvat	Maître de Conférences, Limoges	Examineur
M. Frédéric Dubois	Professeur des Universités, Limoges	Directeur de thèse

A mon frère

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Christophe PETIT, professeur de l'université de Limoges et responsable de l'équipe Génie Civil et Durabilité au sein du Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes (GEMH-GCD) pour m'avoir accueilli dans son établissement.

Je remercie très sincèrement Frédéric DUBOIS, professeur de l'université de Limoges, mon directeur de thèse. Je lui suis très reconnaissant pour les conseils et les directives qu'il a su me donner ainsi que pour la prise en compte de mes contraintes pédagogiques de professeur agrégé, dans l'organisation de notre travail. Je tiens également à adresser toute ma reconnaissance à Nicolas SAUVAT, Maître de Conférences à l'Université de Limoges, pour sa participation au travail d'encadrement de ma thèse.

Monsieur Joseph GRIL, Directeur de Recherche à l'Université de Montpellier II et Monsieur Christian La Borderie, Professeur des Universités à l'Université de Pau et des pays de l'Adour m'ont fait l'honneur de rapporter cette thèse, qu'ils en soient sincèrement remerciés.

Je tiens enfin à adresser mes amicales pensées à mes collègues du laboratoire GEMH pour les échanges fructueux que nous avons pu avoir ainsi que pour les bons moments que nous avons partagés.

Je ne saurais oublier les membres de ma famille, ainsi que mes amis. Ils ont du faire preuve de patience pendant ces trois années, durant lesquelles je ne leur ai pas toujours consacré le temps nécessaire.

RESUME

Ce mémoire présente une nouvelle loi de comportement traduisant le comportement mécanosorptif du bois. L'approche thermodynamique proposée, pour des sollicitations uniaxiales dans le domaine élastique, permet d'inclure l'effet mécanosorptif dans l'expression analytique de la déformation, en opérant un découplage de la contrainte en une partie mécanique et une partie mécanosorptive. La mémoire du matériau est alors définie comme la rigidité minimale connue sous charge. Un nouveau modèle rhéologique est développé. Son implantation dans un modèle de Kelvin Voigt permet sa généralisation à une sollicitation mécanique quelconque, dans le domaine viscoélastique. Une validation de notre modèle est entreprise par la simulation de différentes expérimentations de traction uniaxiale sur des éprouvettes de petites dimensions ainsi que sur un essai de flexion.

Mots clés : mécanosorption, thermodynamique, modèle rhéologique, élasticité, viscoélasticité

ABSTRACT

This work deals with a thermodynamic approach in order to take into account realistic elastic behavior under moisture content variations. A decoupling of stress into a mechanical stress and a mechanosorptive stress induced by rigidity variations is proposed. In this context, a memory effect is then characterized by the introduction of the minimum of rigidity known between actual time and origin of mechanical stress. A new rheological model is developed and introduced in a Kelvin Voigt model. It allows us to generalize this analytical approach for uniaxial loading in viscoelastic domain. An experimental validation of our model is presented by simulating different uniaxial creep recovery tests on thin specimens and a creep bending test under moisture content variations.

Keywords: mechanosorption, thermodynamic, rheological model, elasticity, viscoelasticity

NOMENCLATURE

w	: Teneur en eau
Q_0	: Energie de désorption (eau libre)
Q_s	: Energie de désorption (eau liée)
h	: Humidité relative
p_v	: Pression partielle de vapeur d'eau
p_{vs}	: Pression de vapeur saturante
w_e	: Teneur en eau équivalente
T	: Température
ρ	: Masse volumique
c	: Chaleur massique
λ_t	: Coefficient de conduction thermique
D_T	: Coefficient de diffusivité thermique
α_w	: Coefficient de Dufour
λ_w	: Coefficient de diffusion hydrique
D_w	: Coefficient de diffusivité hydrique
β_S	: Coefficient de Soret
$\alpha_L, \alpha_T, \alpha_R$: Coefficients de retrait gonflement libre
$\sigma(t)$: Contrainte totale
$\phi(t)$: Contrainte induite par le chargement mécanique
$\phi_k(t)$: Contrainte mécanique dans le ressort
$\phi_\eta(t)$: Contrainte mécanique dans l'amortisseur
$\Gamma(t)$: Contrainte mécanosorptive

$\varepsilon_e(t)$:	Déformation élastique
$\varepsilon_{inst}(t)$:	Déformation élastique instantanée
$\varepsilon_{ms}(t)$:	Déformation mécanosorptive
$\varepsilon_{e+ms}(t)$:	Déformation élastique instantanée et mécanosorptive couplée
$\varepsilon_{ve}(t)$:	Déformation viscoélastique
$\varepsilon_{ve+ms}(t)$:	Déformation viscoélastique et mécanosorptive couplée
$\varepsilon(t)$:	Déformation totale
$\varepsilon_k(t)$:	Déformation totale du ressort
$\varepsilon_\eta(t)$:	Déformation totale de l'amortisseur
$\varepsilon_{w0}(t)$:	Déformation de retrait gonflement libre
$\varepsilon_{w\sigma}(t)$:	Déformation de retrait gonflement sous charge
$\varepsilon_{w0+w\sigma}(t)$:	Déformation de retrait gonflement libre et sous charge couplée
$J(t)$:	Fonction de fluage
$R(t)$:	Fonction de relaxation
$k(t)$:	Rigidité
$k_{\min}(\tau, t)$:	Rigidité minimale connue sous charge
k_∞ :	Rigidité finale du modèle de Maxwell généralisé
$C(t)$:	Complaisance
$\eta(t)$:	Viscosité
$\beta(t)$:	Inverse de la viscosité
G :	Energie libre
G_{ver} :	Energie libre bloquée
ψ_e :	Potentiel d'énergie libre spécifique

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	1
CH1 - MATERIAU ET COMPORTEMENT	3
1 - Introduction.....	4
2 - Structure et composition du bois.....	5
3 - Comportement hygroscopique	9
4 - Comportement élastique linéaire	16
5 - Comportement viscoélastique linéaire.....	18
6 - Comportement mécanosorptif.....	22
7 - Conclusion	28
CH2 - MODELISATION PAR L’EFFET VERROU DE LA MECANOSORPTION.....	29
1 - Introduction.....	30
2 - Comportement élastique : le ressort hygro-verrou.....	33
3 - Adaptation au comportement viscoélastique	62
4 - Conclusion	68
CH3 - APPROCHE INCREMENTALE.....	69
1 - Introduction.....	70
2 - Modèle rhéologique mécanosorptif.....	70
3 - Algorithme	81
4 - Stabilité numérique	82
5 - Conclusion	85
CH4 - VALIDATIONS NUMERIQUES ET EXPERIMENTALES	86
1 - Introduction.....	87
2 - Résultats numériques	87
3 - Identification des caractéristiques rhéologiques d’une fonction de fluage.....	94
4 - Essai de traction	97
5 - Essai de flexion.....	107
6 - Conclusion	111
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....	113
BIBLIOGRAPHIE	115

INTRODUCTION GENERALE

La résolution des problèmes environnementaux sont au cœur de l'avenir de nos sociétés. L'approche globale des productions de nos différentes industries par la prise en compte des coûts de production, d'exploitation et de recyclage est un levier puissant qui force la prise en compte des retombées environnementales. Dans ce contexte, le matériau bois présente un renouveau d'intérêt tout particulier dans le marché de la construction.

Le dimensionnement des structures en bois est basé actuellement, en Europe, sur l'Eurocode 5. Cette réglementation repose sur les principes de base de la résistance des matériaux en intégrant partiellement les propriétés d'anisotropie du matériau bois. Afin de proposer des règles de dimensionnement pour des ambiances exposées aux intempéries, l'Eurocode 5 préconise une minoration de la résistance mécanique et l'amplification des déformations différées lorsque l'humidité interne moyenne de l'élément étudié dépasse 20%. Or, si cette approche a le mérite d'apporter des éléments de réponse simples à mettre en œuvre, elle est souvent la cause d'un surdimensionnement sécuritaire par manque de connaissances, pour mieux prendre en compte l'effet de l'environnement sur le comportement mécanique des éléments en bois.

Parallèlement à cette réglementation, des travaux fondamentaux ont été développés depuis plusieurs décennies sur la thématique du comportement différé du matériau bois en prenant en compte un comportement viscoélastique couplé à des variations climatiques. Lorsque le bois est soumis à l'application d'une contrainte et à des variations simultanées de teneur en eau, la déformation se trouve augmentée, pouvant amener une rupture prématurée de la structure. Même si, à climat constant, le bois a un comportement viscoélastique dont l'étude reste « relativement simple », ce couplage appelé comportement mécanosorptif reste très complexe à modéliser à l'échelle du matériau, même sollicité simplement.

L'objectif de cette thèse est de contribuer à une meilleure représentation du matériau bois, en proposant une nouvelle loi de comportement qui permet de traduire de façon robuste le comportement mécanosorptif.

Ceci ne peut se faire qu'en développant une connaissance plus approfondie du bois en tant que matériau complexe, très hétérogène, fortement hygroscopique et dont les propriétés mécaniques sont très dépendantes de la teneur en eau.

L'approche thermodynamique proposée, pour des sollicitations uniaxiales dans le domaine élastique, permet d'inclure l'effet mécanosorptif dans l'expression analytique de la déformation, en opérant un découplage de la contrainte en une partie mécanique et une partie mécanosorptive. La mémoire du matériau est alors définie comme la rigidité minimale connue sous charge et un nouveau modèle rhéologique est développé. Son implantation dans une cellule de Kelvin Voigt permet sa généralisation à une sollicitation mécanique quelconque, dans le domaine viscoélastique.

Afin de pouvoir implanter les lois de comportement élastiques et viscoélastiques établies dans un code de calcul aux éléments finis, il est nécessaire d'établir une écriture incrémentale de ces lois, ce qui nécessite de quantifier la mémoire du matériau en se basant sur les modèles rhéologiques établis.

Dans une dernière partie, il est entrepris une validation de notre modèle de façon théorique sur différentes combinaisons de variations simultanées de chargement et de rigidité. Puis, après avoir déterminé, sur la base d'expérimentations, les caractéristiques techniques des échantillons de bois nécessaires à l'utilisation de notre modèle, nous comparons les résultats des simulations que nous obtenons avec ceux des essais réalisés. Les validations expérimentales que nous menons portent sur des essais de fluage-recouvrance réalisés sur des échantillons à l'échelle de la fibre et des essais de flexion sur des poutres en bois massif à échelle centimétrique afin de limiter les effets parallèles dus à la diffusion hydrique.

CH1 - MATERIAU ET COMPORTEMENT

1 - Introduction.....	4
2 - Structure et composition du bois.....	5
21 - Cellule.....	5
22 - Microstructure.....	6
23 - Plans ligneux.....	6
231 - Structure des résineux.....	6
232 - Structure des feuillus.....	7
24 - Macrostructure.....	7
241 - Macrostructure transversale.....	7
242 - Macrostructure longitudinale.....	9
3 - Comportement hygroscopique.....	9
31 - Humidité du bois.....	10
32 - Point de saturation des fibres.....	10
33 - Equilibre hygroscopique.....	11
34 - Hystérésis de sorption.....	12
35 - Couplage thermo-hydrique.....	15
36 - Retrait et gonflement.....	16
4 - Comportement élastique linéaire.....	16
41 – Matériau orthotrope cylindrique.....	17
42 – Effets de l’humidité sur les propriétés mécaniques.....	18
5 - Comportement viscoélastique linéaire.....	18
51 – Comportements types.....	19
511 - Essai de fluage recouvrance.....	19
512 - Essai de relaxation effacement.....	19
52 - Modèles rhéologiques.....	20
521 - Modèle de Kelvin Voigt généralisé.....	20
522 - Modèle de Maxwell généralisé.....	21
6 - Comportement mécanosorptif.....	22
61 - Modèles rhéologiques à activation indépendante.....	23
62 - Modèles rhéologiques à activation combinée.....	25
7 - Conclusion.....	28

1 - Introduction

Le bois est un matériau naturel d'une très grande complexité. C'est une matière élaborée par un organisme vivant, au milieu d'un écosystème. Elle présente une grande variabilité entre essences, entre individus par effets génétiques et sociaux, et entre stations de croissance ; l'ensoleillement, la nature du terrain, l'altitude, la température ambiante interviennent directement sur la croissance des arbres. Cette origine végétale du bois explique ses particularités, mais aussi sa richesse. Matériau aux caractéristiques variables, présentant des singularités plus ou moins marquées, il se distingue nettement des matériaux industriels utilisés dans la construction.

Les particularités du bois peuvent être définies par les propriétés fondamentales suivantes :

- Le matériau bois est hétérogène car les cellules qui le composent sont de natures et de formes différentes, sa densité est irrégulièrement répartie, et des singularités de croissance différencient chaque pièce. De plus, il est anisotrope car il possède une structure cellulaire orientée.
- Le comportement des éléments en bois utilisés dans la construction continue de dépendre fortement de l'environnement extérieur. Le bois est hygroscopique, il est susceptible de perdre ou de reprendre de l'humidité interne sous forme d'eau liée, en fonction de l'humidité relative et de la température de l'air ambiant, ce qui génère des déformations de retrait gonflement libres.
- La déformation observée instantanément lors de l'application d'une charge initiale évolue au cours du temps, ce qui traduit un comportement viscoélastique du matériau. Comme ses caractéristiques mécaniques évoluent dans le temps, la complexité d'étude du bois en est augmentée.
- Lorsqu'une pièce de bois sollicitée mécaniquement est soumise à des variations hydriques, elle subit des déformations plus importantes que lorsque l'environnement est constant. Il ne s'agit pas d'un simple cumul des déformations de retrait gonflement libres et de fluage viscoélastique observables à humidité constante. Ce phénomène de couplage entre les contraintes et les variations d'humidité est appelé « mécanosorption ».

2 - Structure et composition du bois

21 - Cellule

Le bois est un ensemble de tissus constitués de différents types de cellules accolées les unes aux autres. La membrane de chaque cellule, ou paroi cellulaire, est composée de cinq couches de cellulose imprégnées de lignine, et à ce titre, elle peut être considérée comme un matériau composite, figure 1.1 :

- la couche intercellulaire ou lamelle mitoyenne, extérieure à la paroi cellulaire proprement dite, soude les cellules entre elles.
- la paroi primaire, très mince, est en contact avec la couche intercellulaire ; il est difficile de les différencier.
- la paroi secondaire est formée de trois couches (S1, S2, S3). La paroi S2, constituant la partie la plus épaisse de la paroi cellulaire, contribue de façon prépondérante aux propriétés mécaniques et physiques de la membrane. Ces parois sont composées de microfibrilles en forme de spirales, dont l'angle par rapport à la direction axiale appelé angle des microfibrilles, est compris entre -80° et 80° pour la couche S1, 10° et 30° pour la couche S2, -70° et 70° pour la couche S3.

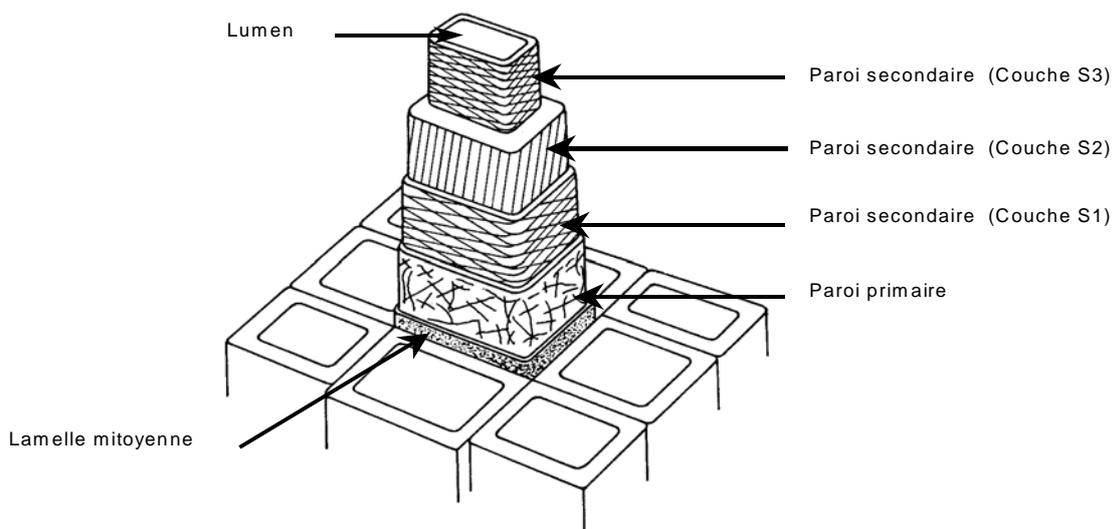


Figure 1.1 : Les différentes couches de la paroi cellulaire [NAV 05]

22 - Microstructure

Les couches de la paroi cellulaire sont constituées principalement de trois types de polymères [NAV 05] :

- La cellulose qui demeure le constituant principal du bois (40-50%), est composée de grandes chaînes de molécules qui lui procurent une grande souplesse. La cristallinité de la cellulose a une influence importante sur le comportement mécanique de la paroi cellulaire en relation avec le taux d'humidité de la paroi [BAC 82], [AND 88].
- Les hémicelluloses (20-25%) sont des polymères amorphes ramifiés.
- La lignine (20-30%) est un polymère hétérogène et complexe formant un réseau tridimensionnel. Elle est dure et cassante ; elle donne au bois sa résistance mécanique.

Les polymères, qui constituent le bois, notamment les hémicelluloses, la partie amorphe de la cellulose et la lignine dans une moindre mesure, sont hygroscopiques. Les molécules d'eau sont adsorbées par la cellulose amorphe ou les hémicelluloses. L'eau est ainsi un constituant à part entière du bois.

23 - Plans ligneux

231 - Structure des résineux

Les fibres trachéides représentent environ 80 % de la masse ligneuse. Ce sont des cellules pratiquement rectangulaires. Elles ont des parois minces et de grandes cavités, figure 1.2(a). Elles forment des rangées très régulières qui servent au transport de la sève brute dans l'aubier et de support de cime. Elles communiquent entre elles par des ponctuations.

Les cellules de parenchyme se trouvent dans les rayons. Elles servent à l'entreposage des réserves nutritives utilisées à la feuillaison au printemps et pour réagir rapidement après une attaque d'insectes. Les rayons sont invisibles à l'œil nu.

Les cellules épithéliales produisent la résine qui est utilisée par l'arbre pour accélérer la cicatrisation des blessures et pour empêcher l'infection par les microorganismes. Elles sont groupées autour des canaux résinifères dont la fonction est d'acheminer la résine vers une blessure.

232 - Structure des feuillus

Les fibres des feuillus sont des cellules de forme plutôt polygonale. Elles ont souvent une paroi épaisse et une cavité centrale petite, figure 1.2(b). Elles acheminent une partie de la sève brute dans l'aubier. Les vaisseaux sont de grosses cellules à paroi mince et à grande cavité centrale. Ils acheminent la sève brute dans l'aubier. Ces cellules verticales, mises bout à bout avec de grandes ouvertures à leur contact, permettent un débit important. Ces canalisations spéciales s'expliquent par le grand débit de sève brute nécessaire aux feuillus ; la grande surface de feuille des feuillus entraînant une évaporation rapide. Toutefois, une très grande variabilité entre essences peut être observée pour les feuillus.

Les cellules de parenchyme ont le même rôle que chez les résineux. On les trouve surtout dans les rayons ligneux mais également en files verticales.

Les cellules épithéliales ne sont présentes que chez certains feuillus. Elles secrètent des gommés qui servent à la cicatrisation des blessures.

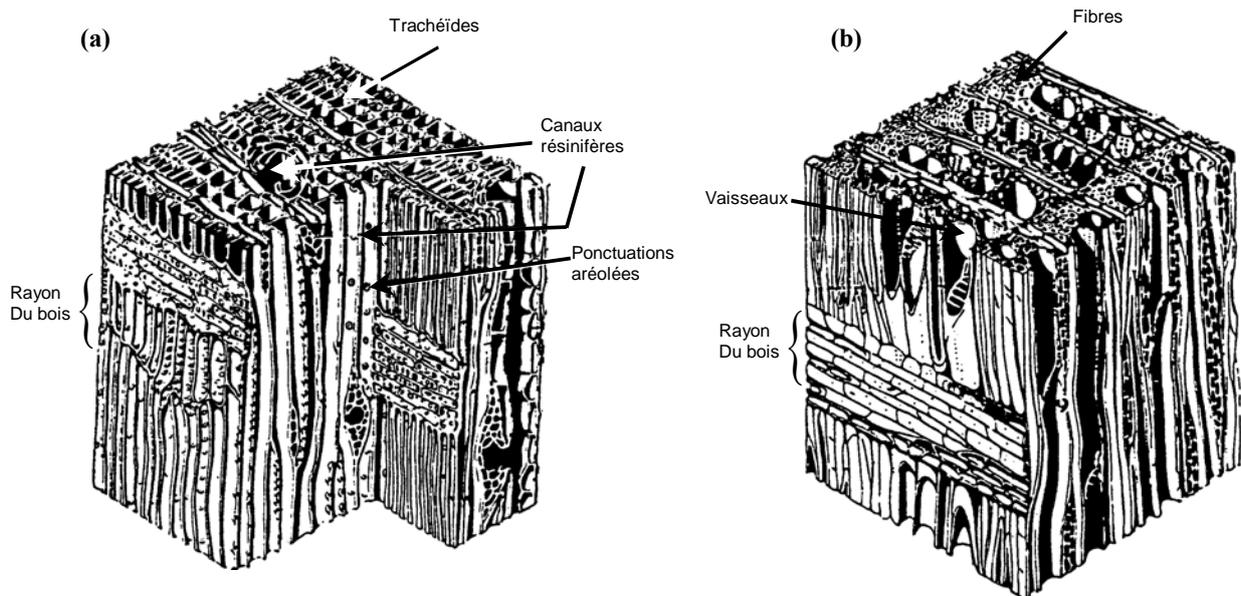


Figure 1.2 : Arrangement cellulaire d'un résineux (a) et d'un feuillu (b) [GUI 87]

24 - Macrostructure

241 - Macrostructure transversale

La coupe d'un tronc révèle une section où des cernes sont nettement visibles, figure 1.3. Ils correspondent aux couches de croissance annuelles en circonférence.

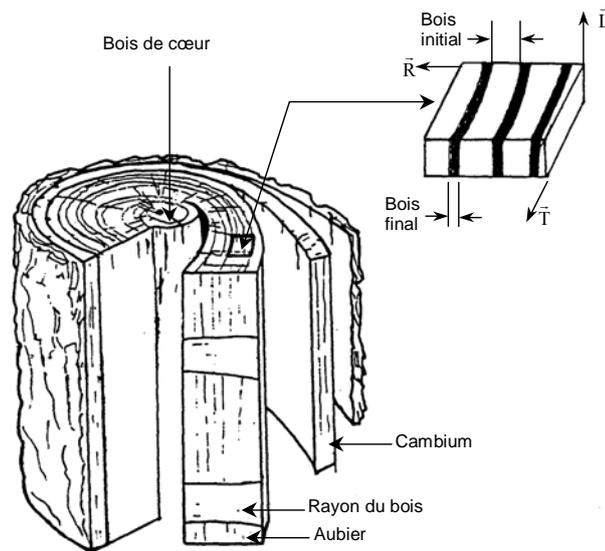


Figure 1.3 : Coupe d'une grume et directions privilégiées

Différentes zones peuvent également être identifiées :

- L'ECORCE : Composée de cellules mortes. Elle est imperméable mais permet des échanges gazeux pour la respiration des cellules du cambium et de l'aubier.
- LE LIBER : La plupart des cellules le composant sont mortes. La partie la plus interne du liber possède des canaux qui amènent la sève élaborée des feuilles aux cellules du cambium.
- LE CAMBIUM : C'est une fine couche de cellules génératrices qui produit la croissance de l'arbre. Il est uniquement visible au microscope.
- L'AUBIER : Composé de cellules plus ou moins vivantes, en voie de duraminisation. Il transporte la sève brute des racines aux feuilles.
- LE DURAMEN : Composé de cellules mortes, qui ont fini d'évoluer, ayant subies une transformation chimique et physique afin d'augmenter la durabilité naturelle. C'est le support de l'arbre, aussi appelé Bois Parfait.
- LA MOELLE : Tissu mou au centre. Il se forme au début de la croissance de l'arbre et ne se modifie pas.

L'épaisseur de l'aubier et des cernes annuels d'accroissement, la densité, le grain, la rétractabilité marqueront définitivement la croissance de l'arbre et révéleront, en grande partie les qualités du bois.

242 - Macrostructure longitudinale

La création de matière organique dans l'arbre se fait par photosynthèse, dans les feuilles ou aiguilles. Les accroissements annuels d'un arbre peuvent être schématisés par la superposition de couches en forme de cône, où chaque couche représente le bois formé en un an, figure 1.4. Le nombre, la taille, le type (vivant ou mort) et l'angle des nœuds sont des éléments majeurs déterminant le classement et les propriétés des pièces de bois. La variabilité dans l'arbre des caractéristiques des nœuds doit s'appréhender en considérant le déterminisme de formation, de développement, de mort, puis de chute des branches. Il convient de distinguer les branches constitutives du houppier de l'arbre de celles issues du développement ultérieur sur le tronc de bourgeons, responsables de la formation de branches épïcormiques ou « gourmands ».

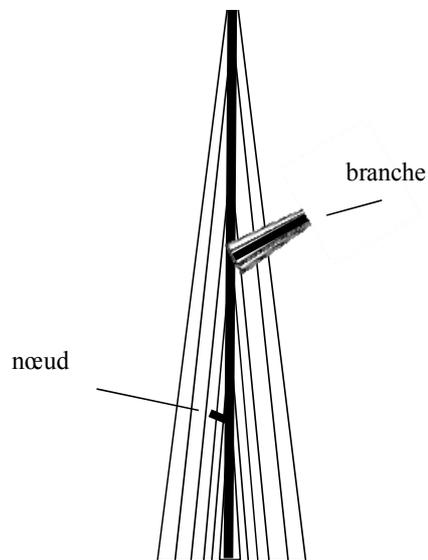


Figure 1.4 : Représentation schématique de la croissance d'un arbre [NAV 05]

3 - Comportement hygroscopique

Le comportement hygroscopique du bois est une de ses plus fortes particularités par rapport aux autres matériaux de construction. Il est donc nécessaire de définir son état hygrométrique avec précision.

31 - Humidité du bois

L'eau est présente dans le bois sous trois formes :

- L'eau libre, ou capillaire, se trouve dans les micropores des parois cellulaires et dans les lumens. L'eau libre est soumise à la pression capillaire et se distingue ainsi de l'eau liquide ordinaire.
- L'eau liée, ou de saturation, qui imprègne les parois des cellules. Les molécules d'eau liée sont adsorbées par des groupes hydroxyles qui se situent sur les macromolécules d'hémicellulose, de cellulose amorphe et de lignine dans une moindre mesure.
- L'eau de constitution qui entre dans la composition des membranes.

Le degré d'humidité ou état hygrométrique du bois est caractérisé par la teneur en eau qui correspond au rapport de la masse d'eau libre et de saturation à la masse anhydre:

$$w\% = \frac{\text{masse}(\text{eau libre} + \text{eau de saturation})}{\text{masse anhydre}} \cdot 100 \quad (1.1)$$

Plus les cellules sont de grande dimension et plus les parois de ces cellules sont minces. Aussi, l'arbre pourra contenir plus d'eau. Sitôt l'abattage effectué, l'humidité du bois diminue rapidement et passe très vite de 100 - 150% à 25 - 35%. En avivés, à l'air libre, et sous hangar, l'humidité atteint 13 à 17%. Le bois est considéré commercialement sec à une humidité de 22%.

32 - Point de saturation des fibres

Les vides cellulaires d'un bois vert sont remplis d'eau libre. Elle s'évacue progressivement par évaporation, sans que le bois ne subisse de retrait ou de déformation : c'est la phase dite de "ressuyage". Les cavités de la matière ligneuse perdent une partie de l'eau en phase liquide avec formation d'un ménisque et d'une phase vapeur [GUI 87]. Lorsque qu'il n'existe plus d'eau en phase liquide dans les cavités cellulaires et que les parois cellulaires sont encore saturées en eau liée, le point de saturation est atteint. Le point de saturation des fibres, en dessous duquel se manifeste le "jeu du bois", est de l'ordre de 30 % pour toutes les essences. L'eau est ainsi présente dans le bois sous trois états. Les trois états de l'eau et le point de saturation des fibres sont schématiquement présentés sur la figure 1.5.

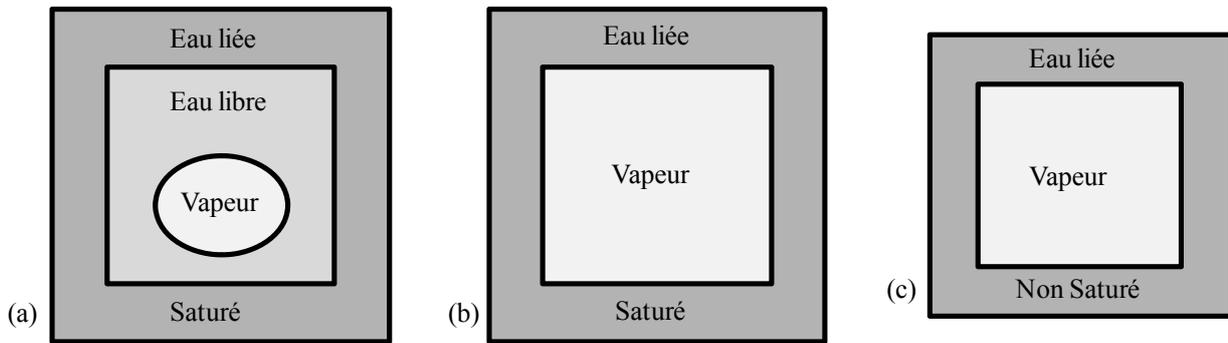


Figure 1.5 : Représentation schématique de trois états différents de l'eau dans le bois : (a) au dessus du PSF; (b) au PSF ; (c) en dessous du PSF. [NAV 05]

33 - Equilibre hygroscopique

En fonction de l'humidité de l'air ambiant, dépendant du couple température / humidité relative, le bois se stabilise à une humidité d'équilibre hygroscopique. L'adsorption des molécules d'eau par les groupes hydroxyles est une réaction exothermique générant de la chaleur. Par contre pour sécher le bois, il est nécessaire de fournir de l'énergie. L'énergie nécessaire pour évaporer une molécule d'eau libre est plus petite que pour enlever une molécule d'eau liée, aussi l'eau libre existant dans le bois s'évapore avant l'eau liée. L'eau liée représente, dans ce cas, un quatrième état thermodynamique.

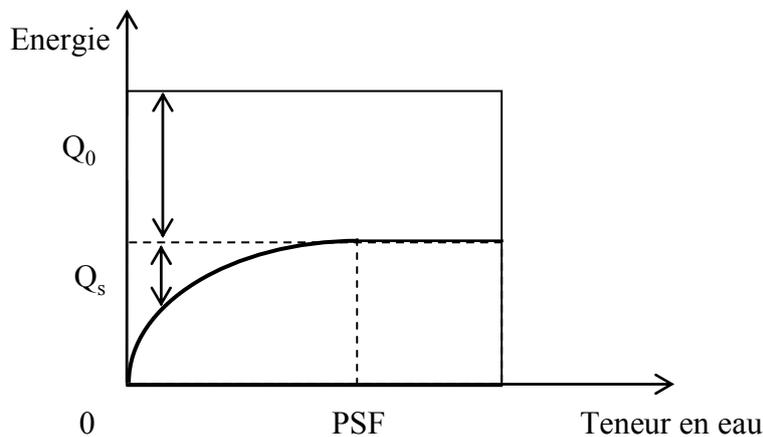


Figure 1.6 : Energie de désorption [SKA 88]

L'énergie de désorption peut être décomposée en deux parties, figure 1.6 :

- Q_0 l'énergie nécessaire pour évaporer l'eau libre, [NAV 05], elle est constante avec la teneur en eau du bois et vaut $2,38 \cdot 10^6$ J/kg

- Q_s l'énergie nécessaire pour extraire l'eau liée. Sa valeur est fortement influencée par la teneur en eau, elle varie de 0J/kg au PSF à environ $1,17.10^6$ J/kg pour le bois anhydre

Sous le climat tempéré existant en France pendant la période la plus sèche, les conditions atmosphériques sont en moyenne de l'ordre de 20°C et 70 % d'humidité relative ; ce qui correspond à un équilibre hygroscopique du bois d'environ 13 %. Pendant la période la plus humide, les conditions atmosphériques sont de l'ordre de 0 à 5°C et 85 % d'humidité relative ; ce qui correspond à un équilibre hygroscopique du bois de l'ordre de 19 %.

Pour raisonner de façon plus précise, en recherchant la valeur de la teneur en eau en un point d'une pièce de bois, et ce, à un instant donné, il est nécessaire de connaître différents facteurs suivants:

- L'environnement où se situe la pièce de bois. Il est caractérisé par la température, l'humidité relative, la vitesse de l'air.
- Les dimensions de la pièce qui créent plus ou moins d'inertie hydrique
- L'essence du bois caractérisée par la masse volumique, la chaleur massique, la conductivité thermique et hydrique dans chacun des trois plans d'observation transversale, radiale ou tangentielle.
- Le chargement mécanique qu'elle subit, défini par l'intensité, les variations, le type de sollicitation et le sens de sollicitation par rapport aux fibres peut également perturber la cinétique et l'équilibre hydrique [MER 06]

34 - Hystérésis de sorption

En étudiant le cas où une pièce de bois a un échange libre d'humidité avec l'air ambiant, pour déterminer le transfert de masse au cœur de la matière, il est nécessaire au préalable de définir la teneur en eau à la surface de la pièce de bois en fonction des paramètres caractérisant l'état de l'air.

L'humidité relative de l'air h est le rapport de la pression partielle de vapeur d'eau p_v à la pression de vapeur saturante p_{vs} .

$$h = \frac{p_v}{p_{vs}} \quad (1.2)$$

La vitesse de l'air au voisinage de la pièce est également un facteur de détermination des coefficients de convection hydrique et thermique.

Pour prendre en compte les échanges entre les molécules de vapeur d'eau présentes dans l'air et les molécules d'eau liées dans le bois, il est classique de considérer une couche virtuelle d'échange

dans laquelle le bois et l'air présentent un équilibre total instantané caractérisé par une teneur en eau équivalente w_e déduite du comportement hygroscopique du matériau bois [LAS 00]. La théorie de Dent [DEN 77] postule que l'eau est adsorbée sous deux formes. La première forme est constituée de molécules d'eau primaire directement liées aux sites de sorption avec une grande énergie de liaison (figure 1.7, points noirs). La seconde forme est constituée de molécules secondaires liées aux sites de sorption déjà occupés par les molécules primaires (figure 1.7, points blancs).

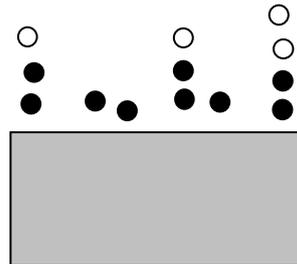


Figure 1.7 : Schématisation des niveaux de liaison de l'eau sur le bois [DEN 77]

Cette teneur en eau équivalente correspond à la valeur obtenue à l'équilibre. Elle est dictée par le comportement hygroscopique du matériau. Les molécules d'eau sont caractérisées par une énergie de liaison qui est une fonction de la température nécessaire à l'existence de sa phase liquide. Cependant, à la surface de la phase liquide, certaines de ces molécules d'eau parviennent à franchir la barrière d'énergie qui les maintiennent collées les unes aux autres : c'est le phénomène de vaporisation. Cette vaporisation continue jusqu'à ce qu'elle se mette à l'équilibre dit hygrométrique avec l'environnement [MER 06].

De nombreux travaux ont montré que, pour une température donnée, la teneur en eau équivalente à la surface du bois était différente selon que l'humidité relative de l'air était atteinte par une variation à la hausse ou à la baisse. C'est le phénomène représenté par l'hystérésis d'adsorption et de désorption, figure 1.8.

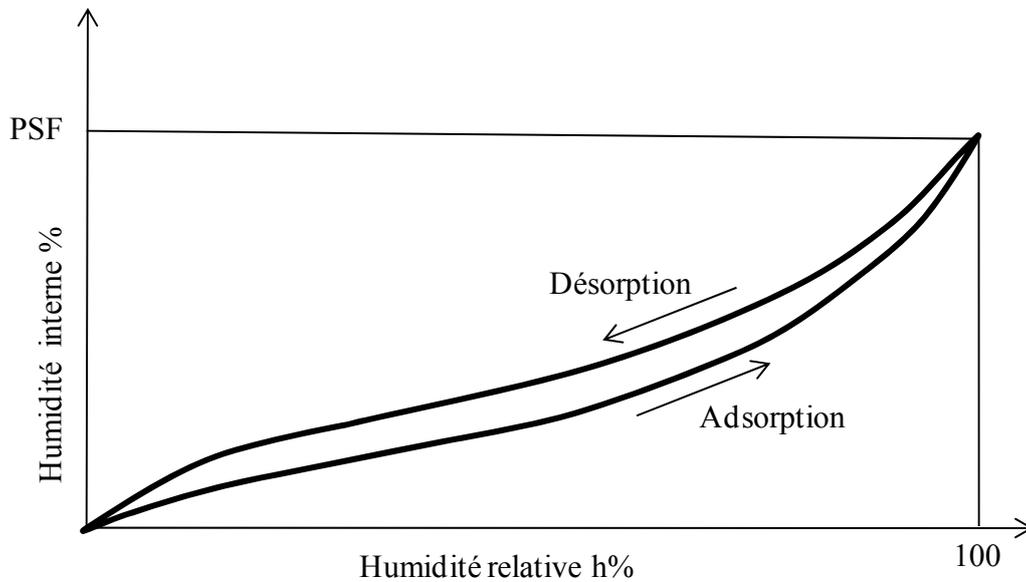


Figure 1.8 : Hystérésis d'adsorption et désorption 0%-100%-0% [MER 06]

Dans les conditions d'usage des structures, l'humidité relative de l'air ne varie pas toutefois d'un extrême à l'autre. Les sollicitations réelles s'apparentent à des oscillations sur des plages relativement restreintes. Par conséquent, la teneur en eau équivalente à la surface du bois est une valeur intermédiaire entre celles que l'on pourrait déterminer à l'aide des courbes globales d'adsorption et de désorption. Dans ses travaux, Merakeb [MER 06] propose une relation, par un calcul incrémental, entre la teneur en eau équivalente à la surface du bois, pour toute variation d'humidité relative, en adsorption ou désorption à partir d'une valeur initiale, figure 1.9.

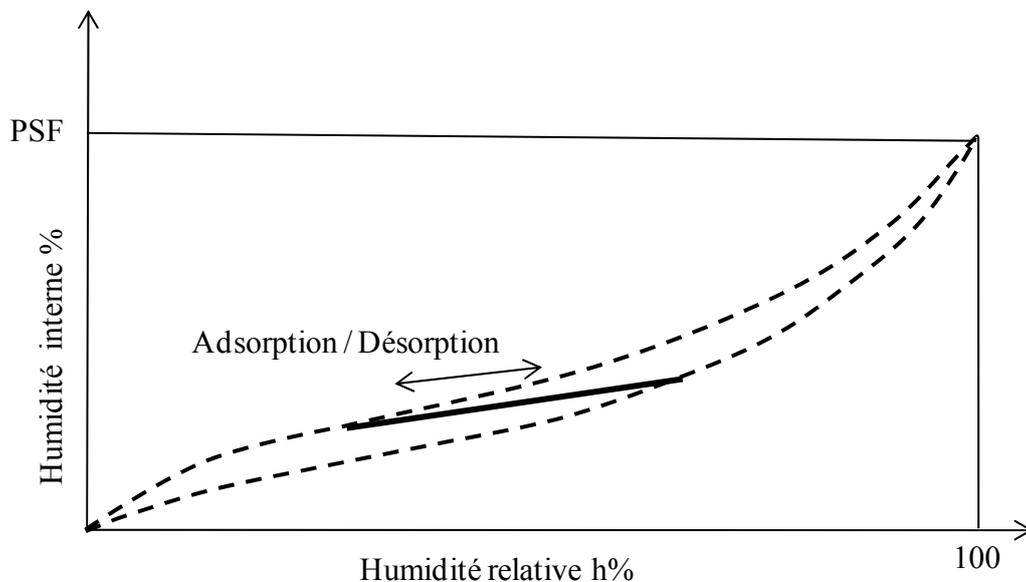


Figure 1.9 : Hystérésis partielle d'adsorption et de désorption 30%-65%-30% [MER 06]

35 - Couplage thermo-hydrique

L'application de températures élevées au matériau bois provoque des dégradations chimiques plus ou moins importantes de ses différents composants [NAV 05], induisant une relaxation moléculaire et un changement des propriétés mécaniques [SAL 77]. La température de transition vitreuse marque un changement d'état associé à des variations brutales de propriétés mécaniques. Le bois a, en fait, un comportement multi-transitions. Chaque transition est liée à un constituant chimique du bois [KEL 87], [GEN 88]. La température de transition vitreuse de la cellulose est comprise entre 200°C et 259°C, celle des hémicelluloses est comprise entre 150°C et 220°C, et enfin celle de la lignine est comprise entre 140°C et 190°C. La plage d'étude des structures en environnement variable se situe à des températures beaucoup plus basses. Les phénomènes que nous étudions sont hors de ce domaine de changement d'état.

Cependant, la diffusion de l'eau dans le bois est liée à la température, de même que la conduction thermique du matériau est liée à son état hydrique. Seddik Merakeb propose dans ses travaux un couplage des phénomènes en les intégrant dans les équations de Fourier et de Fick par l'intermédiaire de deux coefficients de couplage [MER 06].

La loi de Fourier permet d'obtenir le transfert de chaleur dans la matière par conduction thermique en fonction de la variation dans le temps d'une température source. Afin de pouvoir coupler les effets thermiques et hydriques, il est nécessaire de faire apparaître le coefficient de diffusivité thermique D_T en m²/s. La loi de Fourier s'exprime sous la forme suivante:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad \text{avec} \quad D_T = \frac{\lambda_t}{\rho \cdot c} \quad (1.3)$$

Il est alors possible d'intégrer le couplage hydrique dans l'équation (1.3).

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \alpha_w \cdot \frac{\partial w}{\partial t} \quad (\alpha_w : \text{Coefficient de DUFOUR}) \quad (1.4)$$

De la même façon, la loi de Fick permet d'obtenir la diffusion de l'eau dans la matière en fonction de la variation dans le temps d'une teneur en eau « source ». Elle s'exprime sous la forme suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad \text{avec} \quad D_w = \frac{\lambda_w}{\rho \cdot c_w} \quad (1.5)$$

Le coefficient D_w s'exprime en m²/s et peut-être assimilé à un coefficient de diffusivité hydrique.

Il est alors possible de proposer un couplage thermique par l'introduction du coefficient de Soret; c'est à dire:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_w \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \beta_S \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\beta_S : \text{Coefficient de SORET}) \quad (1.6)$$

36 - Retrait et gonflement

Le départ de l'eau liée entraîne des phénomènes de retrait et de déformation. Le retrait et le gonflement sont proportionnels à la diminution ou à l'augmentation du taux d'humidité du bois. Ce phénomène est très orthotrope. Chaque essence est caractérisée par trois coefficients de rétractabilité qui expriment les variations dimensionnelles d'une pièce de bois pour une variation d'humidité de 1 %, selon chacune des trois directions :

Essence de bois	α_T	α_R	α_L
Chêne	0,3%	0,15%	0,02%
Sapin, Epicéa	0,25 à 0,35%	0,10 à 0,15%	0,02%

Tableau 1.1 : Rétractibilité du bois

Le retrait axial est si faible qu'il est pratiquement négligeable en termes de variation dimensionnelle. C'est dans le sens tangentiel qu'il est le plus important; il est environ 1,5 à 2 fois plus élevé que le retrait radial. Cependant, pour quelques essences, les retraits radiaux et tangentiels sont presque identiques : ces essences sont moins sensibles aux fentes de séchage.

La rétractabilité conditionne la stabilité en ambiance extérieure d'une essence. On distingue ainsi les essences:

- à fort retrait : chêne, hêtre, etc.,
- à retrait moyen : résineux en général,
- à retrait faible : noyer, peuplier, acajou, etc.

4 - Comportement élastique linéaire

Sous des contraintes ou des déformations imposées limitées, le bois présente un comportement élastique linéaire. Les relations classiques liant le tenseur de contraintes et celui des déformations peuvent être utilisées. Cependant, le caractère anisotrope du bois contribue à la variabilité de ses caractéristiques mécaniques selon le sens d'application de l'effort.

41 – Matériau orthotrope cylindrique

En idéalisant une grume de bois comme un cylindre ayant un axe confondu avec celui de la grume, tout plan radial passant par cet axe est un plan de symétrie matérielle. Tout plan transverse constitue également une symétrie matérielle locale. La considération de ces deux plans de symétrie matérielle orthogonaux, permet d'identifier le bois comme un matériau orthotrope cylindrique. L'agencement cellulaire du bois apparaît différemment selon les trois plans d'observation transversale, radiale ou tangentielle, figure 1.10.

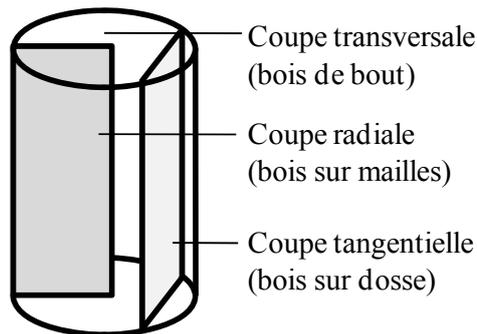


Figure 1.10 : Terminologie des coupes selon les directions principales

La direction axiale ou longitudinale est celle qui est parallèle à l'axe de l'arbre. La direction radiale est celle qui passe par un rayon de l'arbre perpendiculairement aux cernes d'accroissement. La section obtenue correspond au sciage « sur quartier » ou « sur mailles ». La direction tangentielle est celle qui est tangente aux cernes d'accroissement à une distance variable de l'axe. Sa section correspond au sciage « sur dosse ». Les caractéristiques physiques et mécaniques du bois varient selon ces directions. Les composantes du tenseur des contraintes s'expriment en fonction des composantes du tenseur des déformations à l'aide de neuf constantes élastiques linéairement indépendantes.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \varepsilon_L \\ \gamma_{TL} \\ \gamma_{RL} \\ \gamma_{RT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{RL} \\ \tau_{RT} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Il n'est pas toujours aisé de trouver, dans la littérature scientifique, des informations sur ces neuf constantes. Lorsqu'elles sont disponibles, elles sont données pour une essence bien précise, pour une densité et une ambiance donnée, qui correspondent généralement à une teneur en eau du bois de 12%.

42 – Effets de l’humidité sur les propriétés mécaniques

Le comportement hygroscopique du bois se traduit par une variabilité de ses caractéristiques mécaniques en fonction de la teneur en eau. Pour des conditions différentes d’une teneur en eau du bois de 12%, il convient d’apporter des corrections sous la forme suivantes, [GUI 87] :

$$1/S_{ij} = 1/S_{ij}^{\circ} \cdot [1 - a_{ij} \cdot (h - 12)] \cdot [1 - b_{ij} \cdot h \cdot (\theta - 12)] \quad (1.8)$$

h est la teneur en eau, exprimée en pourcentage, et θ la température en degrés Celsius. Les constantes a_{ij} et b_{ij} sont données dans le tableau 1.2 :

direction	RT				RT+L				L	
	ij	11	22	12	66	44	55	13		23
a		$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$1 \cdot 10^{-2}$
b		$18 \cdot 10^{-5}$	$18 \cdot 10^{-5}$	$27 \cdot 10^{-5}$	$18 \cdot 10^{-5}$	$13 \cdot 10^{-5}$	$13 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-5}$

Tableau 1.2 : Corrections d’humidité et de température

5 - Comportement viscoélastique linéaire

En première approche, le comportement du bois peut être considéré viscoélastique linéaire, c'est-à-dire qu'il existe une correspondance fonctionnelle linéaire entre l'histoire des contraintes $\sigma(t)$ et l'histoire des déformations $\varepsilon(t)$, et ce, pour la réponse instantanée et la réponse différée. Cette hypothèse reste valide pour des petites déformations et pour des états de contraintes faibles. Il sera de plus considéré comme non vieillissant si ses caractéristiques mécaniques n'évoluent pas au cours du temps, ce qui se traduit par un recouvrement total des déformations lors d'un essai de fluage/recouvrance ou un effacement total des contraintes lors d'un essai de relaxation/effacement. Le comportement viscoélastique linéaire non vieillissant se caractérise dans le domaine temporel par les fonctions de fluage J et de relaxation R . Elles peuvent s'exprimer, pour un comportement uniaxial, respectivement à l'aide des intégrales de Boltzmann suivantes :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(t-\tau) \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \tau} \cdot d\tau \quad (1.9)$$

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t-\tau) \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} \cdot d\tau \quad (1.10)$$

La modélisation de ce type de comportement suppose une détermination de ces fonctions par des essais. Deux expériences fondamentales mettent en évidence l'évolution de la déformation en fonction du temps, témoin du comportement visqueux de la matière [PLU 92]

51 – Comportements types

511 - Essai de fluage recouvrance

L'essai de fluage consiste à imposer à une éprouvette de bois un échelon de contrainte constant, l'éprouvette devant être maintenue dans une atmosphère constante de façon à considérer que sa teneur en eau reste constante. La déformation élastique observée instantanément lors de l'application de la charge initiale évolue au cours du temps. Cette déformation différée est dite déformation de fluage. Après déchargement, l'évolution de la déformation manifeste l'existence d'une déformation différée du bois et traduit la propriété de recouvrance du bois, figure 1.11.

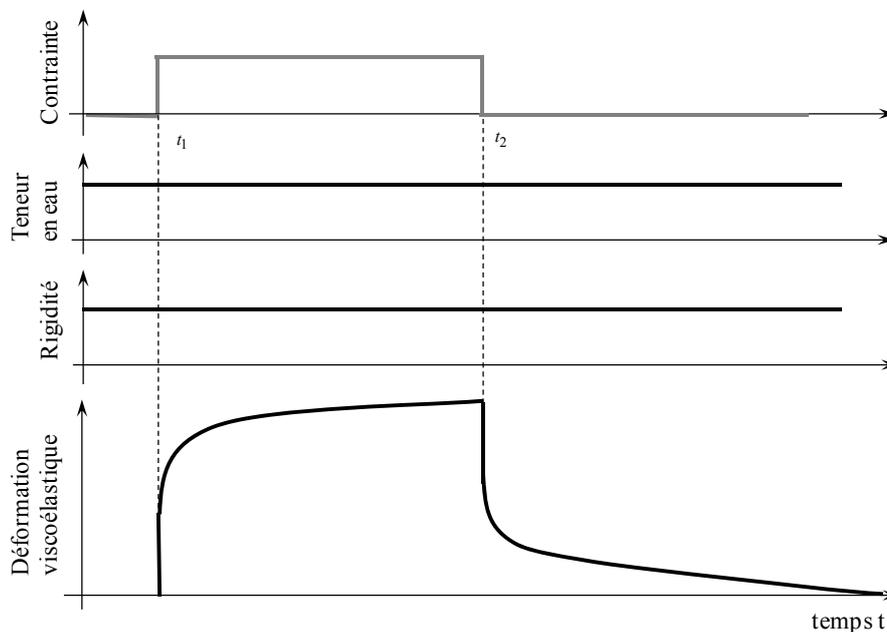


Figure 1.11 : Essai de fluage recouvrance

512 - Essai de relaxation effacement

L'expérience duale à celle de fluage consiste à imposer soudainement à une éprouvette de bois un échelon de déformation et à le maintenir constant pour observer l'évolution de la contrainte. La

contrainte mesurée instantanément lors de l'application de la déformation initiale décroît au cours du temps. Cette expérience est l'expérience de relaxation. L'expérience duale de la recouvrance est celle de l'effacement. Après avoir imposé un créneau de déformation entre les temps t_1 et t_2 . On mesure la diminution de contrainte, figure 1.12.

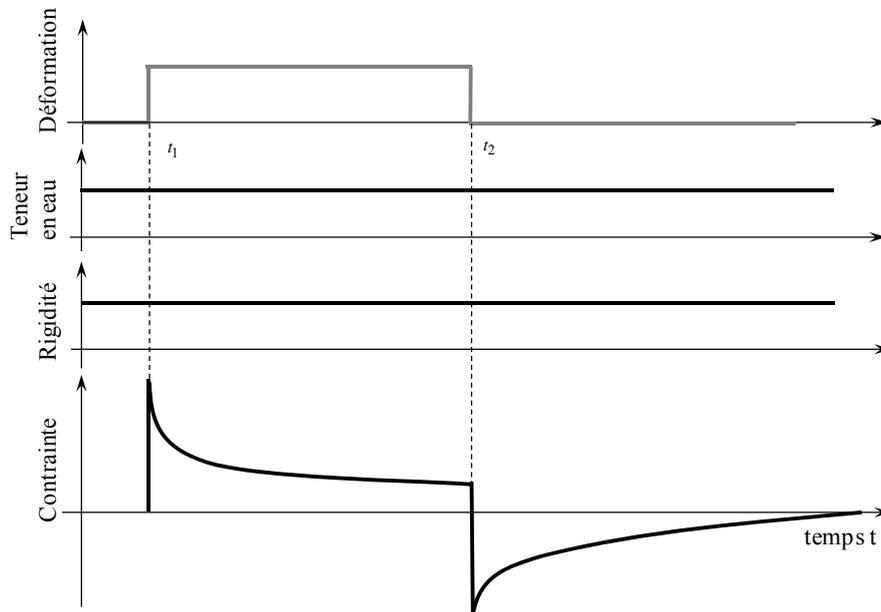


Figure 1.12 : Essai de relaxation effacement

52 - Modèles rhéologiques

Les modèles rhéologiques facilitent l'étude thermodynamique du comportement d'un matériau. Pour étudier le comportement viscoélastique linéaire du bois, il est fait appel à deux modèles rhéologiques, celui de Kelvin-Voigt généralisé, plus particulièrement utilisé pour traduire l'essai de fluage recouvrance et celui de Maxwell généralisé pour l'essai de relaxation effacement.

521 - Modèle de Kelvin Voigt généralisé

Il est composé d'une cellule de Kelvin Voigt associée, en série, à un ressort. Cette cellule permet de traduire le comportement visqueux alors que le ressort isolé traduit la réponse élastique instantanée. Il se représente sous la forme suivante, figure 1.13 :

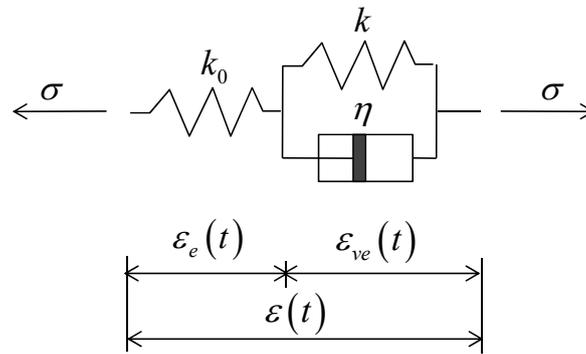


Figure 1.13 : Modèle de Kelvin Voigt généralisé

Dans l'hypothèse d'un matériau non vieillissant, il permet d'exprimer une fonction de fluage sous la forme suivante :

$$J(t) = \frac{1}{k_0} + \frac{1}{k} \left(1 - \exp\left(-\frac{k}{\eta} \cdot t\right) \right) \quad (1.11)$$

k_0 et k représentent des modules d'élasticité associés aux ressorts, η désigne la viscosité associée à l'amortisseur. Afin de modéliser un comportement de façon précise sur différentes échelles de temps, différentes cellules de Kelvin Voigt sont associées en série.

522 - Modèle de Maxwell généralisé

Il est composé d'une cellule de Maxwell associée, en parallèle, à un ressort. Cette cellule permet de traduire le comportement visqueux alors que le ressort de rigidité k_∞ traduit la rigidité apparente de long terme. La rigidité instantanée est, quant à elle, pilotée par la somme des rigidités k et k_∞ . Le temps de relaxation prend en compte les propriétés de viscosité η caractérisant l'amortisseur. Il se représente, pour un comportement uniaxial, sous la forme suivante, figure 1.14 :

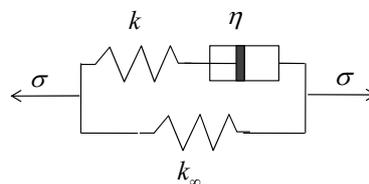


Figure 1.14 : Modèle de Maxwell généralisé

Dans l'hypothèse d'un matériau non vieillissant, il permet d'exprimer une fonction de relaxation sous la forme suivante :

$$R(t) = k_\infty + k \cdot \exp\left(-\frac{k}{\eta} \cdot t\right) \quad (1.12)$$

Afin de modéliser un comportement de façon précise, différentes cellules de Maxwell sont associées en série. Le bois est un matériau viscoélastique-vieillissant avec des propriétés mécaniques évoluant avec la température et l'humidité. Dans la suite de ce travail, nous ne considérerons qu'un comportement viscoélastique linéaire, en supposant les chargements suffisamment faibles pour ne pas faire apparaître d'effets non linéaire matériau. Nous n'aborderons pas les problèmes d'endommagement ni de plasticité. Par contre, nous nous focaliserons sur les effets non linéaires dus aux couplages environnementaux. On observe que lorsque le bois est soumis à des variations cycliques d'humidité sous un chargement mécanique constant, il admet une accélération et une accumulation des déformations connues sous le nom de mécanosorption [ARM 60].

6 - Comportement mécanosorptif

Le phénomène de mécanosorption se caractérise par le fait qu'une variation d'humidité relative sous contrainte constante amène une augmentation des déformations par rapport à une pièce ayant les mêmes contraintes sans variation d'humidité relative [ARM 62]. Les effets engendrés donnent lieu à des réponses pour lesquelles plusieurs interprétations phénoménologiques ont été proposées [PIT 96]:

- soit les mécanismes se situent principalement au niveau moléculaire et sont liés aux processus de rupture et de déformation de liaisons hydrogènes des régions amorphes des chaînes de celluloses,
- soit ils se situent principalement au niveau de la microstructure du bois et sont liés à la configuration ou à l'orientation des microfibrilles dans la couche S2 de la paroi cellulaire [MEY 72].

Différentes approches thermodynamiques ont été proposées pour modéliser ces phénomènes. L'ensemble de ces modèles découle soit du modèle de Maxwell soit de celui de Kelvin-Voigt. Afin de représenter le comportement du matériau bois, considérons tout d'abord une sollicitation uniaxiale de traction sous variations de teneur en eau, Figure 1.15. Afin de négliger le processus de diffusion, nous supposons que l'échantillon étudié a une très faible épaisseur. Cet essai met en évidence les observations aujourd'hui classiques d'une accélération caractérisée du fluage lors de la première humidification après chargement et l'accélération de la recouvrance lors de la première humidification après déchargement.

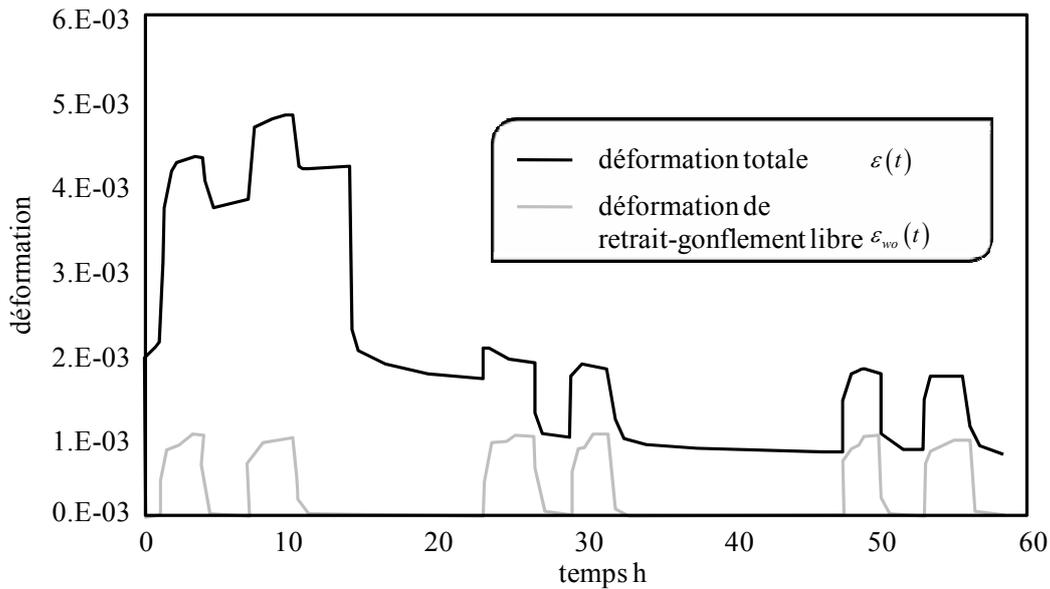


Figure 1.15: Essai de mécanosorption [PIT 96]

Deux concepts peuvent être envisagés selon la partition des déformations retenue:

Modèles à activation indépendante:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{ve}(t) + \varepsilon_{ms}(t) + \varepsilon_{w0}(t) + \varepsilon_{w\sigma}(t) \quad (1.13)$$

Modèles à activation combinée:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_e(t) + \varepsilon_{ve+ms}(t) + \varepsilon_{w0+w\sigma}(t) \quad (1.14)$$

Dans lesquels, $\varepsilon_e(t)$ est la réponse élastique instantanée en déformation. $\varepsilon_{ve}(t)$ et $\varepsilon_{ms}(t)$ représentent les déformations découplées viscoélastiques et mécanosorptives. La forme couplée est représentée par $\varepsilon_{ve+ms}(t)$. L'effet de retrait-gonflement peut être partagé en termes de retrait-gonflement libre $\varepsilon_{w0}(t)$ et de retrait-gonflement sous charge $\varepsilon_{w\sigma}(t)$ ou couplé $\varepsilon_{w0+w\sigma}(t)$.

61 - Modèles rhéologiques à activation indépendante

Leicester [LEI 71] ou Ranta-Manaus [RAN 75] ont développé des modèles à activation indépendante. La représentation de ces modèles est basée sur une cellule de Kelvin Voigt. Un deuxième amortisseur est utilisé pour traduire le retrait gonflement et l'effet mécanosorptif Figure 1.16. Son fonctionnement se traduit par la loi de comportement suivante:

$$\frac{d\varepsilon_{ms}}{dw} = m \cdot \sigma \quad (1.15)$$

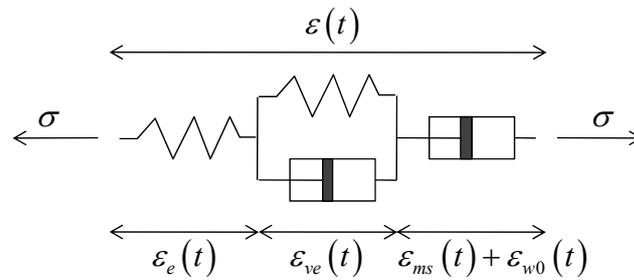


Figure 1.16: Modèle à activation indépendante

Le coefficient m permet de modéliser l'effet de retrait-gonflement et les deux accélérations de déformation durant la première phase d'humidification sous charge ou après déchargement. Dans ce contexte, Ranta-Manaus [RAN 75] a introduit quatre paramètres notés m^+ , m^{++} (durant le fluage sous charge) et m^- , m^{--} (durant la phase de recouvrance), figure 1.17. Ces couples de paramètres permettent de différencier les effets de la première humidification après chargement et déchargement.

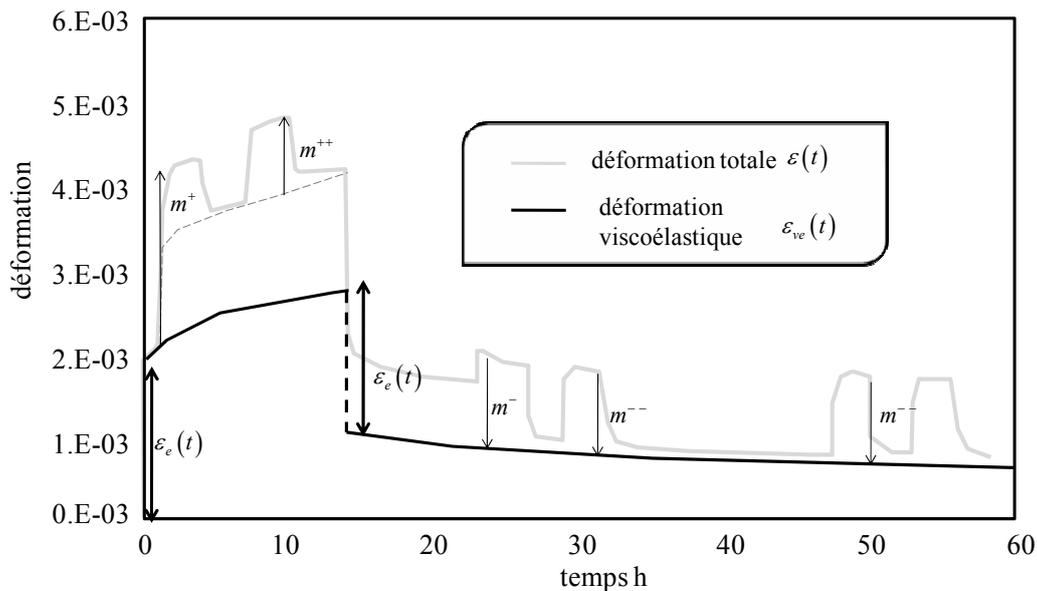


Figure 1.17: Réponse du modèle de Ranta-Manaus

Les deux auteurs considèrent la loi de Bazant [BAZ 79] ci-dessous, pour la réponse élastique.

$$\dot{\varepsilon}_e(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{k} \quad (1.16)$$

Afin de prendre en compte l'évolution temporelle de la déformation induite par les variations de teneur en eau interne, Hunt [HUN 84], [HUN 88], Yahiaoui [YAH 91], Salin [SAN 92] ont généralisé cette approche en remplaçant l'amortisseur isolé par une deuxième cellule de Kelvin Voigt, Figure 1.18. Ces modèles mettent en évidence le fluage pendant les phases de chargement

mécanique ou après déchargement. Le dernier amortisseur va être piloté par les variations hydriques et non plus par les variations temporelles.

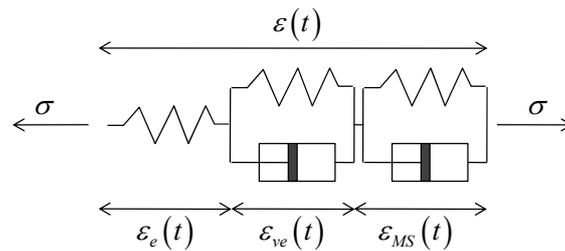


Figure 1.18: Modèle généralisé à activation indépendante

Cependant, l'ensemble de ces modèles considèrent des propriétés de fluage pour de faibles niveaux de teneur en eau et ne peuvent pas traduire la dépendance des propriétés viscoélastiques en fonction de la teneur en eau. Toratti [TOR 92] et Martensson [MAR 97] ont introduit une accélération du fluage en fonction de la teneur en eau mais leurs modèles ne permettent pas de prendre en compte l'assouplissement du matériau durant les phases d'humidification et la rigidification durant les phases de séchage.

62 - Modèles rhéologiques à activation combinée

Hunt [HUN 99], Bazant [BAZ 85] ou Hanhijarvi [HAN 95] ont proposé une forme couplée des déformations viscoélastiques et mécanosorptives $\varepsilon_{ve+ms}(t)$ représentées sur la Figure 1.19.

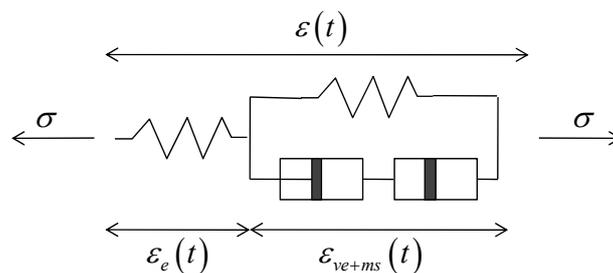


Figure 1.19: Modèle à activation combinée

Ces modèles physiques basés sur des concepts thermodynamiques permettent de prendre en compte l'énergie d'activation entre molécules. Le transfert de masse ou de chaleur peut piloter la réponse en fluage et le niveau de teneur en eau peut être introduit dans la réponse viscoélastique. Dans ce

cas, le découplage entre la réponse et les effets de retrait-gonflement peut être visualisés sur la figure 1.20.

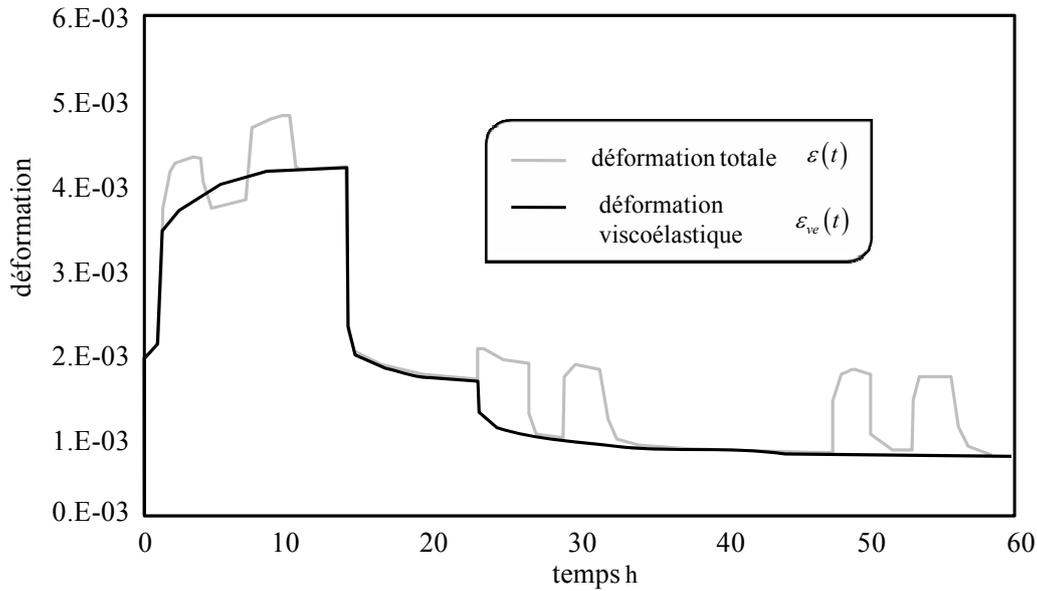


Figure 1.20: Réponse viscoélastique des modèles à activation combinée

Afin de traduire ce comportement, Mukuday [MUK 86] a proposé l'utilisation simultanée de deux modèles rhéologiques, figure 1.21. Le premier caractérise le matériau à l'état sec, le second à l'état humide. Le point d'application de la contrainte va se déplacer en fonction de l'évolution de la teneur en eau en déséquilibrant, par un effet levier, la distribution des contraintes dans les deux branches en fonction du niveau hydrique considéré.

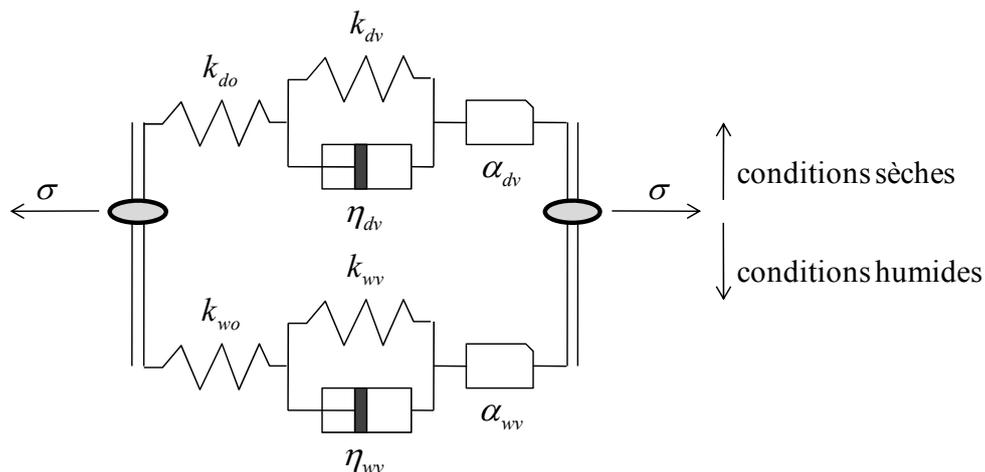


Figure 1.21: Modèle de Mukuday

Ce modèle reproduit les phénomènes physiques à l'échelle de la fibre. Il combine les effets viscoélastiques et de retrait-gonflement. Cependant, ce modèle ne peut reproduire les effets de blocage des déformations durant les phases de déchargement pour de faibles teneurs en eau. Dans

ce contexte, Gril [GRI 88] a proposé un modèle basé sur un concept d'hygro-verrou, figure 1.22. Comme celui de Mukuday, ce modèle permet de traduire le comportement physique à l'échelle de la fibre. Ce modèle intègre n modèles de Maxwell, chacun étant en parallèle avec un amortisseur. La viscosité η_i^{HL} de chaque amortisseur est caractérisée pour un seuil particulier de teneur en eau. Ce sont les amortisseurs qui génèrent les effets de blocage de déformation.

$$\eta_i^{HL} = 0 \text{ pour } w \geq w_i \text{ et } \eta_i^{HL} \rightarrow +\infty \text{ pour } w < w_i \quad (1.17)$$

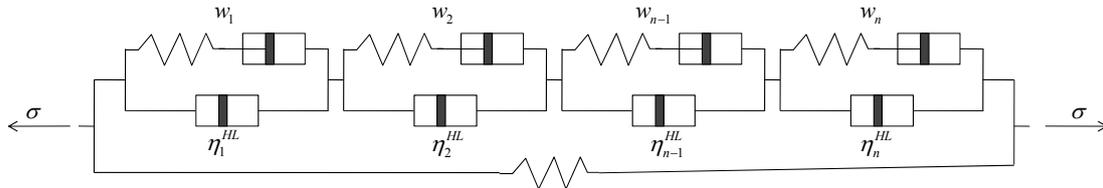


Figure 1.22: Modèle de Gril avec effets hygro-verrou

Ce modèle permet de traduire l'accélération du fluage durant les phases d'humidification et la recouvrance partielle après déchargement. Cependant, il nécessite un nombre fini de cellules de Maxwell et ne peut pas modéliser des variations continues de teneur en eau. Cette idée a été reprise par Bou Saïd [BOU 05]; la difficulté étant d'affiner les seuils finis de blocage dans chaque amortisseur. Afin de dépasser cette difficulté, Dubois [DUB 05] a modélisé l'effet hygro-verrou en considérant deux comportements élastiques spécifiques, un pour les phases d'humidification basé sur la loi de Hooke et un pour les phases de séchage en utilisant la loi de Bazant [BAZ 79], [BAZ 84]:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{k(w(t))} \text{ pour } \dot{w}(t) \geq 0 \text{ et } \dot{\varepsilon}(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{k(w(t))} \text{ pour } \dot{w}(t) \leq 0 \quad (1.18)$$

En considérant un chargement de fluage, la loi de Bazant met en évidence les effets hygro-verrou pendant une diminution de la teneur en eau ($\dot{\varepsilon}(t) = 0$). Dans ces considérations, un modèle classique de Kelvin Voigt généralisé permet de traduire le comportement viscoélastique. Cependant, la combinaison de deux lois de comportement différentes, une pour chaque sens d'évolution de la teneur en eau, présente une difficulté importante de synchronisation, tant au niveau du développement analytique du modèle que dans sa mise en œuvre dans un code aux éléments finis.

7 - Conclusion

Malgré une structure microscopique complexe et la présence de défauts macroscopiques, il est possible de considérer le matériau bois comme homogène à la condition que les expérimentations soient menées sur des échantillons à l'échelle centimétrique. D'autre part, la considération de deux plans de symétrie matérielle orthogonaux, permet d'identifier le bois comme un matériau orthotrope cylindrique.

Une pièce de bois est non seulement influencée par la variation de son environnement hydrique et thermique mais elle est également soumise à une variation de contrainte du fait des charges d'exploitation et des charges climatiques. Son comportement peut être considéré comme viscoélastique linéaire mais cette hypothèse reste valide uniquement pour des petites déformations et pour des états de contraintes faibles, ce qui est le cas dans les structures actuelles.

En réalité, la complexité du matériau apparaît, sous des sollicitations simultanées hydriques et mécaniques. Le comportement du bois est différent selon qu'il est sollicité pendant une phase de séchage ou une phase d'humidification ; ce qui est identifié sous le terme de couplage mécanosorptif. De nombreux modèles ont permis une approche de plus en plus fine de ce comportement particulier. Dubois [DUB 04] a modélisé l'effet mécanosorptif en considérant deux comportements élastiques spécifiques. Cependant, la combinaison de deux lois de comportement différentes, une pour chaque sens d'évolution de la teneur en eau, présente une difficulté importante de synchronisation. Il nous paraît donc aujourd'hui nécessaire de proposer une nouvelle loi de comportement moins phénoménologique et plus robuste pour étudier les couplages complexes chargement mécanique/chargement hydrique.

Dans le chapitre suivant est présentée une approche qui permet de lever les points de blocage listés ici.

CH2 - MODELISATION PAR L’EFFET VERROU DE LA MECANOSORPTION

1 - Introduction.....	30
2 - Comportement élastique : le ressort hygro-verrou	33
21 - Réponse à une sollicitation mécanique uniaxiale constante.....	33
211 - Mise en évidence de la contrainte mécanosorptive.....	34
212 - Analyse de la contrainte mécanosorptive.....	36
22 - Etude d’histoires type de chargements.....	37
221 – Scénario 1.....	37
222 – Scénario 2.....	40
223 – Scénario 3.....	42
224 – Scénario 4.....	44
225 – Scénario 5.....	47
23 - Considérations thermodynamiques.....	51
231 - Bilan énergétique.....	51
232 - Méthode de l’état local.....	54
24 - Généralisation à une sollicitation mécanique quelconque.....	57
241 - Formulation incrémentale.....	57
242 - Formulation intégrale.....	58
25 - Modèle rhéologique.....	58
3 – Adaptation au comportement viscoélastique	62
31 - Comportement sous une sollicitation de fluage.....	63
32 - Comportement sous une sollicitation quelconque.....	65
33 - Cas particulier d’une teneur en eau constante.....	66
34 - Comportement viscoélastique généralisé.....	67
4 - Conclusion	68

1 - Introduction

Les éléments constituant les structures en bois sont sollicités simultanément, d'une part, par un chargement mécanique et, d'autre part, par un chargement hydrique. Ce chargement hydrique dépend de la teneur en eau du bois, variable dans la masse et dépendante de l'humidité relative et de la température de l'air ambiant [MER 06]. Ces variations d'humidité interne couplées aux sollicitations mécaniques, génèrent dans le matériau des effets de retrait-gonflement, de la viscoélasticité et un phénomène appelé mécanosorption. L'étude de la mécanosorption a fait l'objet de nombreux travaux qui ont permis de proposer des modèles phénoménologiques, rhéologiques ou analytiques [RAN 75], [GRO 76], [MAR 92], [HAN 98], [HAN 00]. Cependant, les différents modèles développés ne permettent pas de traduire de façon robuste les observations expérimentales. Il semble toutefois admis que le matériau possède un comportement se traduisant par des blocages de déformation durant des phases de séchage et une mémoire hydrique rappelée lors des phases de recouvrement des déformations. Ce comportement a été identifié sous le nom d'hygro-verrou [GRIL 88], [GRIL 96].

Randriambololona a réalisé des essais de mécanosorption sur des éléments de petite section sollicités en traction axiale [RAN 02]. Il a utilisé un dispositif expérimental composé d'une machine électromécanique de traction-compression et d'une cellule hygrothermique accueillant l'éprouvette, figure 2.1.

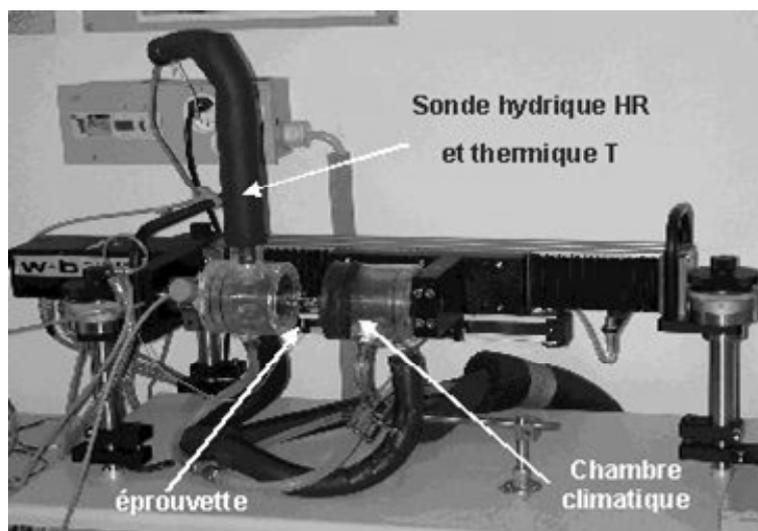


Figure 2.1. Presse de traction-compression avec la cellule hygrothermique

Les essais ont été réalisés sur de petites éprouvettes de pin maritime, taillées dans la direction longitudinale. Chaque éprouvette comporte environ une vingtaine de fibres dans le sens de l'épaisseur, figure 2.2.

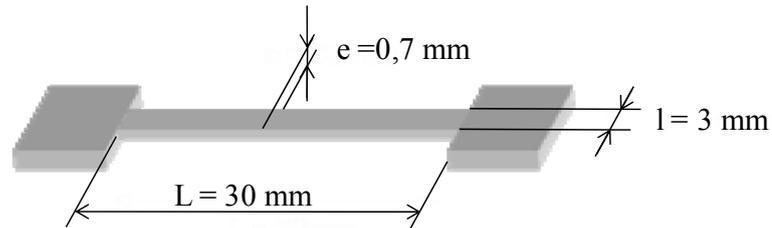


Figure 2.2. Epreuve de traction de petites dimensions

La figure 2.3 présente un des résultats de ces essais en proposant un découplage des effets de retrait gonflement, du comportement viscoélastique et élastique.

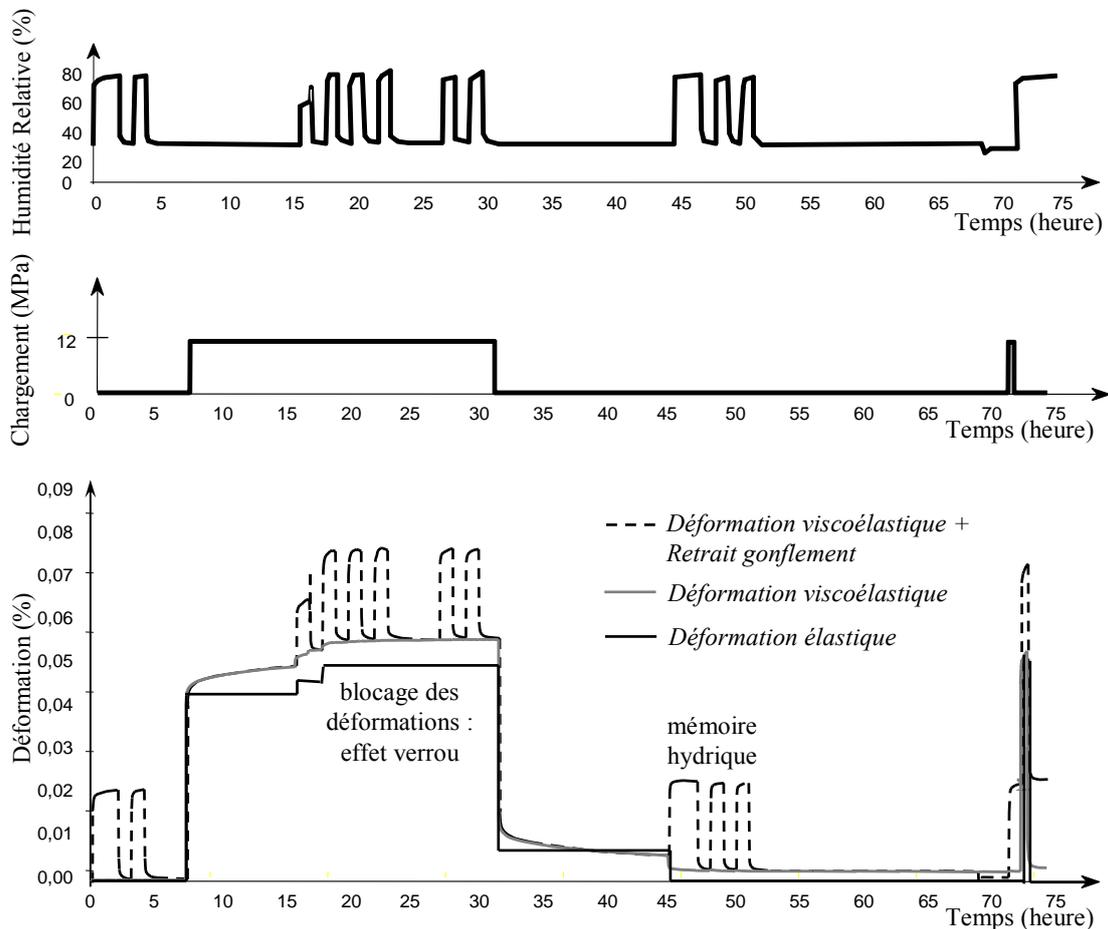


Figure 2.3. Mesure de déformations sous charges mécanique et hydrique combinées et interprétation par découplage.

Dans le cas particulier d'un essai de fluage-recouvrance, ce découplage met en évidence l'effet verrou qui se caractérise par une augmentation de la déformation lors des premières phases

d'humidification (correspondant à un adoucissement du module d'élasticité) et un blocage de la déformation lors des phases de séchage (rigidification du module d'élasticité).

Cet essai met également en évidence le fait que les effets mécanosorptifs s'observent à la suite de variations d'humidité, indépendamment de la durée d'application de la charge. Le niveau de sollicitation étant de l'ordre de 10% de la charge à rupture, on estime que l'état mécanique se situe dans le domaine linéaire. La problématique des gradients hydriques est contournée en considérant des éléments de faible épaisseur. Les effets de retrait-gonflement sont supposés découplés, ils ne font pas partie de cette étude.

Afin d'identifier l'effet verrou, une première partie étudie le comportement élastique sous un chargement constant, le matériau étant sollicité hydriquement de façon aléatoire présentant des phases d'assouplissement et de rigidification. L'effet verrou va introduire une dissociation de la contrainte interne en une contrainte mécanique, apportée par le chargement extérieur, et une contrainte mécanosorptive. Elles représentent des variables internes associées permettant de traduire les observations expérimentales au niveau des déformations. Cette approche est semblable à l'étude du comportement des matériaux à mémoire de forme [ABR 09], [GALL 99], [GALL 00], [HEL 03], [LIU 06], [NI 07], [TOB 01], [ZHA 07], bien que la nature des phénomènes est différente (changement de phase cristallographique). Cependant, les observations expérimentales sont identiques. La contrainte mécanosorptive ainsi que la contrainte mécanique vont être introduites dans une approche thermodynamique de l'état local. Cette analyse va permettre de faire un bilan énergétique mettant en évidence l'effet mécanosorptif traduit par des blocages énergétiques réversibles.

Le modèle est généralisé à une sollicitation mécanique quelconque par une formulation incrémentale et intégrale. Les résultats de l'approche thermodynamique permettent de développer un modèle rhéologique aidant à la compréhension de la mécanosorption.

Une deuxième partie permet d'étendre l'approche faite dans le domaine élastique linéaire à la modélisation du comportement viscoélastique linéaire.

2 - Comportement élastique : le ressort hygro-verrou

21 - Réponse à une sollicitation mécanique uniaxiale constante

Dans le cas d’une sollicitation uniaxiale de traction ou de compression, nous notons k le module d’élasticité. En considérant que ce module est influencé, dans le cas du bois, uniquement par la teneur en eau interne w et non par ses variations, il peut s’exprimer sous la forme :

$$k(t) = k(w(t)) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \dot{w} \geq 0 \Rightarrow \dot{k} \leq 0 \\ \dot{w} \leq 0 \Rightarrow \dot{k} \geq 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Dans ce cas, la variable « temps » ne sert que de synchronisation entre les variations de chargement et d’humidité. La loi de comportement, définissant la relation entre la déformation $\varepsilon(t)$ et la contrainte $\sigma(t)$, s’exprime pour un comportement élastique par la loi de Hooke :

$$\sigma(t) = k(t) \cdot \varepsilon(t) \quad (2.2)$$

Les différents travaux réalisés par Randriambololona [RAN 02], [RAN 03] et Dubois [DUB 04], [DUB 05] ou Chassagne [CHA 06] montrent que la loi de Hooke ne peut s’appliquer sans restriction que dans le cas où le module d’élasticité s’adoucit (phases d’humidification). Pour décrire le comportement mécanique pendant les phases de séchage, ces auteurs ont utilisé les travaux de Bazant [BAZ 79], [BAZ 93], [BAZ 99]. La loi de Bazant prend la forme suivante :

$$\frac{d\sigma(t)}{dt} = k(t) \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad \text{avec} \quad \frac{dk(t)}{dt} \geq 0 \quad (2.3)$$

Cette loi permet, en l’absence de variations des contraintes, de traduire l’effet verrou quelque soit l’augmentation de raideur. Lors de variations aléatoires de l’humidité interne et donc de rigidité, la difficulté principale est de synchroniser les deux lois (2.2) et (2.3). Dans ces considérations, nous optons aujourd’hui pour l’utilisation d’une force interne thermodynamique appelée contrainte mécanosorptive afin de généraliser l’utilisation de la loi de Hooke quelles que soient les évolutions du module d’élasticité.

211 - Mise en évidence de la contrainte mécanosorptive

La forme dérivée de la loi de Hooke (2.2), appliquée au bois, s'exprime sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{k(t)} - \frac{\dot{k}(t)}{k^2(t)} \cdot \sigma(t) \text{ avec } \dot{x} = \frac{dx(t)}{dt} \quad (2.4)$$

Lors d'une phase de séchage sous contrainte mécanique, l'effet verrou se traduit par un blocage des déformations. D'après la relation (2.4) nous pouvons écrire:

$$\dot{\varepsilon}(t) = 0 = \frac{\dot{\sigma}(t)}{k(t)} - \frac{\dot{k}(t)}{k^2(t)} \cdot \sigma(t) \text{ ou } \frac{\dot{\sigma}(t)}{\sigma(t)} = \frac{\dot{k}(t)}{k(t)} \quad (2.5)$$

L'effet verrou est observé si, proportionnellement, l'évolution des contraintes est identique à celle des raideurs. La résolution de l'équation différentielle (2.5) permet alors d'écrire :

$$\sigma(t) = A \cdot k(t), \quad A = \text{constante} \quad (2.6)$$

Nous proposons dans cette étude de décomposer la contrainte $\sigma(t)$. Afin d'introduire la notion de contrainte mécanosorptive, en tant que variable thermodynamique interne, notons tout d'abord $\phi(t)$ la contrainte induite par le chargement mécanique. Dans le cas d'une sollicitation constante, appliquée au temps t_1 , elle peut se mettre sous la forme :

$$\phi(t) = \phi_1 \cdot H(t - t_1) \quad (2.7)$$

Où $H(t - t_1)$ est la fonction d'Heaviside telle que :

$$H(t - t_1) = 0 \text{ lorsque } t < t_1 \text{ et } H(t - t_1) = 1 \text{ lorsque } t \geq t_1 \quad (2.8)$$

Supposons maintenant l'existence d'une contrainte mécanosorptive $\Gamma(t)$ causant le blocage de la déformation. Elle peut être associée à la contrainte mécanique $\phi(t)$ telle que la contrainte totale $\sigma(t)$ est définie comme suit :

$$\sigma(t) = \phi(t) + \Gamma(t) \quad (2.9)$$

Ainsi, les expressions (2.6) et (2.9) permettent d'écrire la forme de la contrainte mécanosorptive :

$$\Gamma(t) = A \cdot k(t) - \phi(t) \quad (2.10)$$

Pour un chargement constant, l'effet verrou se développe durant les phases de séchage sous charge. En l'absence de chargement ($t < t_1$), les variations hydriques n'ont aucune influence sur la déformation. Finalement, l'équation (2.10) nous permet d'écrire :

$$\Gamma(t_1) = 0 \text{ et donc } A = \frac{\phi_1}{k(t_1)} \quad (2.11)$$

Lors d'une phase de séchage dès l'instant t_1 , Les expressions (2.10) et (2.11) permettent de donner la forme de la contrainte mécanosorptive suivante :

$$\Gamma(t) = \phi_1 \cdot H(t-t_1) \cdot \frac{(k(t)-k(t_1))}{k(t_1)} \quad (2.12)$$

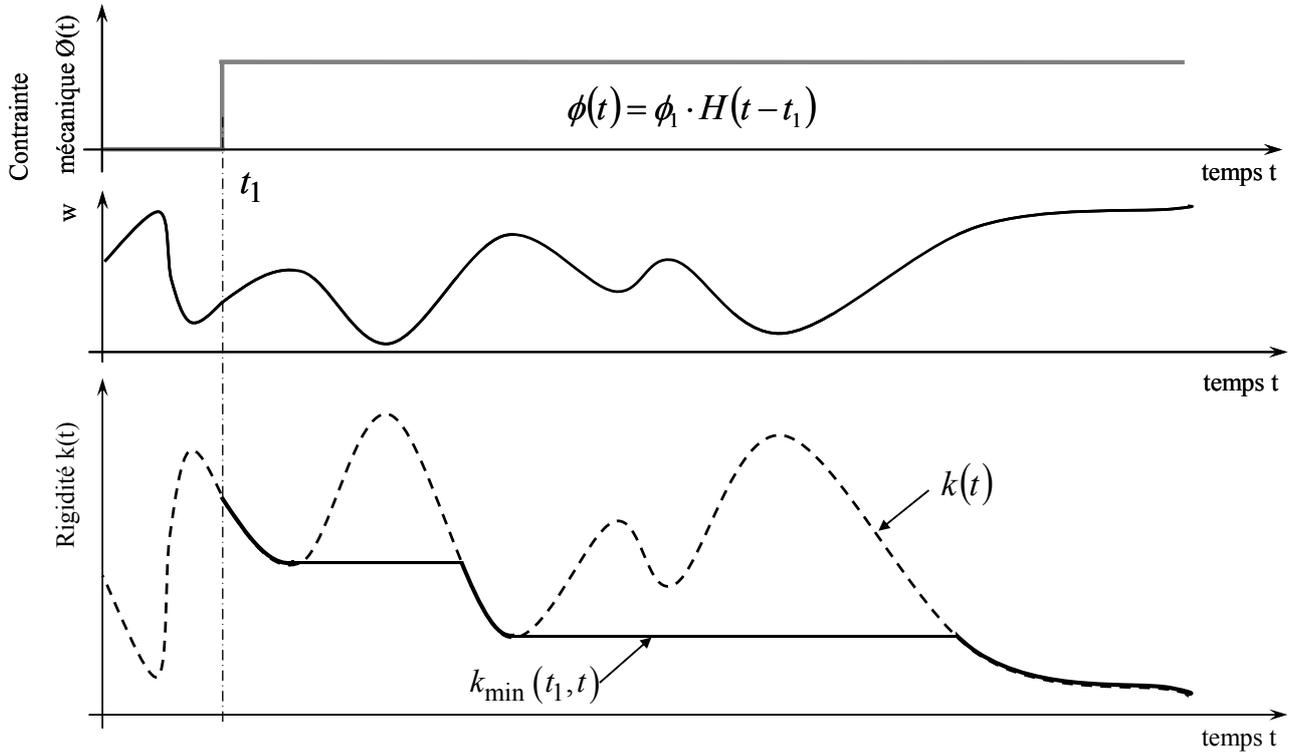


Figure 2.4 Schéma illustrant le module d'élasticité minimum

Dans un cas plus général où les phases d'humidification et de séchage se succèdent, la contrainte mécanosorptive, induite par la contrainte mécanique ϕ_1 , prend la forme suivante :

$$\Gamma(t) = \phi_1 \cdot H(t-t_1) \cdot \frac{(k(t)-k_{\min}(t_1, t))}{k_{\min}(t_1, t)} \quad (2.13)$$

$k_{\min}(t_1, t)$ représente le minimum du module d'élasticité depuis l'instant t_1 , temps d'application de la contrainte mécanique ϕ_1 , figure 2.4. Il est défini par :

$$k_{\min}(t_1, t) = \min_{t' \in [t_1, t]} k(t') \quad (2.14)$$

212 - Analyse de la contrainte mécanosorptive

Dans l'hypothèse d'un chargement mécanique constant ϕ_0 , les conditions sur les contraintes sont les suivantes :

$$\dot{\phi}(t) = 0 \quad \text{et} \quad \sigma(t) = \phi_0 + \Gamma(t) \quad (2.15)$$

La dérivée de la déformation élastique (2.5) peut alors s'exprimer ainsi :

$$\dot{\varepsilon}_e(t) = \frac{\dot{\Gamma}(t)}{k(t)} - \frac{\dot{k}(t)}{k^2(t)} \cdot [\phi_0 + \Gamma(t)] \quad (2.16)$$

Pendant une phase d'assouplissement sous une sollicitation de compression, les conditions de signe peuvent s'exprimer par :

$$\dot{k} \leq 0 \quad \text{et} \quad \phi_0 < 0 \quad (2.17)$$

En considérant un matériau inerte avant tout chargement mécanique et hydrique, dans l'hypothèse retenue où le matériau est dans une phase d'adoucissement, la contrainte mécanosorptive est inexistante. Nous obtenons alors :

$$\Gamma(t) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{\Gamma}(t) = 0 \quad (2.18)$$

L'équation (2.16) peut alors se simplifier comme suit :

$$\dot{\varepsilon}_e(t) = -\frac{\dot{k}(t)}{k^2(t)} \cdot \phi_0 \quad (2.19)$$

La dérivée de la déformation élastique est donc négative. La pièce est comprimée de façon constante. En augmentant la teneur en eau, la rigidité diminue, la pièce s'assouplit et se raccourcit.

En considérant maintenant une phase de rigidification sous une sollicitation de compression, les conditions de signe sont les suivantes :

$$\dot{k} \geq 0 \quad \text{et} \quad \phi_0 < 0 \quad (2.20)$$

L'équation de la contrainte mécanosorptive (2.13) peut se simplifier par :

$$\Gamma(t) = \frac{\phi_0}{k_0} \cdot k(t) - \phi_0 \quad (2.21)$$

k_0 représente le minimum du module d'élasticité depuis l'instant d'application de la contrainte mécanique ϕ_0 . La dérivée de l'équation (2.21) s'exprime alors sous la forme :

$$\dot{\Gamma}(t) = \frac{\phi_0}{k_0} \cdot \dot{k}(t) \quad (2.22)$$

La prise en compte des simplifications (2.21) et (2.22), dans l'écriture (2.16), permet d'exprimer la dérivée de la déformation élastique sous la forme suivante:

$$\dot{\varepsilon}_e(t) = -\frac{\dot{k}(t)}{k(t)} \cdot \left[\frac{\phi_0}{k_0} \right] + \frac{\phi_0}{k_0} \cdot \dot{k}(t) \cdot \frac{1}{k(t)} = 0 \quad (2.23)$$

La dérivée de la déformation élastique est donc nulle. La pièce est comprimée de façon constante et on diminue sa teneur en eau. Tout en observant une rigidification de la matière, la déformation est bloquée.

Un raisonnement similaire, et menant aux mêmes conclusions, peut être mené dans le cas d'une contrainte de traction. On peut retenir que la loi de Hooke ne peut s'appliquer sans restriction que dans le cas de l'augmentation de teneur en eau (assouplissement, comportement adoucissant). Dès que la teneur en eau diminue sous chargement constant, la déformation est bloquée en modifiant cependant les contraintes internes. Cette non observation complique cependant les descriptions phénoménologiques proposées par les expérimentateurs.

Le défi de la validation de cette approche est de mesurer expérimentalement ces contraintes internes. Les difficultés des descriptions phénoménologiques déduites de l'expérimentation, qui influent sur les hypothèses de découplage des différents modèles existants, sont accrues par le fait qu'on ne mesure pas ces contraintes internes.

Pour mettre en évidence les conditions d'existence et justifier la formulation de ces contraintes internes, nous proposons différents scénarios d'histoires de chargement hygro-mécanique.

22 - Etude d'histoires type de chargements

221 – Scénario 1

Ce premier scénario permet de visualiser le blocage des déformations lors d'une phase de séchage sous charge mécanique et son relâchement lors d'une phase d'humidification après déchargement. Nous traduisons cette observation par le développement d'une contrainte mécanosorptive, piloté par les variations d'humidité subies sous charge mécanique.

Un chargement mécanique ϕ_0 est appliqué à un état sec de rigidité k_0 . Sous cette même charge, une humidification entraîne une diminution de rigidité jusqu'à un niveau k_1 , figure 2.5. Il est supposé, dans ce paragraphe, que les variations d'humidité et donc de rigidité sont instantanées.

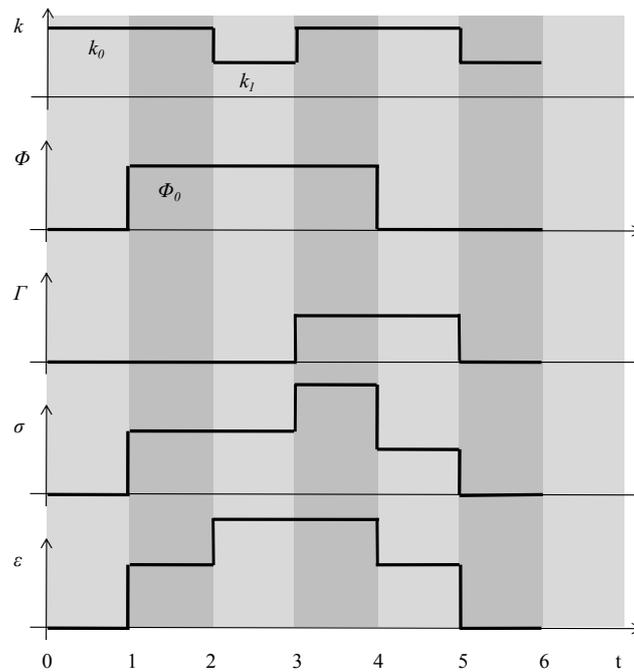


Figure 2.5 Scénario N°1

L'application de la contrainte mécanique ϕ_0 à l'instant t_1 sous une rigidité constante k_0 ne crée pas de contrainte mécanosorptive ; la contrainte totale est donc égale à la contrainte mécanique. La loi de Hooke est appliquée afin de déterminer la déformation correspondante. Le tableau 2.1 récapitule pour cette phase de temps les expressions des contraintes mécanosorptive et totale, et de la déformation.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_1 \leq t < t_2$	0	$\sigma(t_1) = \phi_0$	$\varepsilon(t_1) = \frac{\phi_0}{k_0}$

Tableau 2.1 Scénario N°1 - phase 1

Au temps t_2 le matériau est humidifié. La rigidité diminue et prend la valeur k_1 . La contrainte totale reste constante, tableau 2.2, mais la déformation augmente.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_2 \leq t < t_3$	0	$\sigma(t_2) = \phi_0$	$\varepsilon(t_2) = \frac{\phi_0}{k_1}$

Tableau 2.2 Scénario N°1 - phase 2

Lors du séchage, au temps t_3 , la rigidité augmente et revient à sa valeur initiale k_0 . Une contrainte mécanosorptive apparaît et fait augmenter la contrainte totale proportionnellement à l'augmentation de rigidité, tableau 2.3, ceci a pour effet de ne pas faire varier la déformation. Celle reste bloquée.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_3 \leq t < t_4$	$\Gamma(t_3) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_1} - 1 \right)$	$\sigma(t_3) = \phi_0 + \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_1} - 1 \right)$ $\sigma(t_3) = \phi_0 \cdot \frac{k_0}{k_1}$	$\varepsilon(t_3) = \phi_0 \cdot \frac{k_0}{k_1} \cdot \frac{1}{k_0}$ $\varepsilon(t_3) = \frac{\phi_0}{k_1} = \varepsilon(t_2)$

Tableau 2.3 Scénario N°1 - phase 3

Au temps t_4 , la contrainte mécanique est annulée. La contrainte totale diminue et devient égale à la contrainte mécanosorptive. Comme la rigidité garde sa valeur d'origine k_0 , tableau 2.4, la déformation diminue mais ne s'annule pas.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_4 \leq t < t_5$	$\Gamma(t_4) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_1} - 1 \right)$ $\Gamma(t_4) = \Gamma(t_3)$	$\sigma(t_4) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_1} - 1 \right)$	$\varepsilon(t_4) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_1} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_0}$ $\varepsilon(t_4) = \frac{\phi_0}{k_1} - \frac{\phi_0}{k_0}$ $\varepsilon(t_4) = \varepsilon(t_3) - \frac{\phi_0}{k_0}$

Tableau 2.4 Scénario N°1 - phase 4

Enfin, au temps t_5 , la dernière humidification vient annuler la contrainte mécanosorptive. La contrainte totale s'annule ainsi que la déformation, tableau 2.5.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_5 \leq t < t_6$	$\Gamma(t_5) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_1} - 1 \right) = 0$	$\sigma(t_5) = 0$	$\varepsilon(t_5) = 0$

Tableau 2.5 Scénario N°1 - phase 5

Bilan du scénario 1 : Ce premier scénario, très simple, permet de valider la formulation de la contrainte mécanosorptive. La persistance de la contrainte mécanosorptive après déchargement quantifie la mémoire du matériau. Il convient toutefois de confronter cette formulation à des scénarios plus complexes, afin d'affiner les moteurs d'évolution de cette contrainte mécanosorptive.

222 – Scénario 2

L'objectif du scénario 2 est de montrer que la formulation ne dépend que de la valeur minimale de la rigidité atteinte sous la charge. Dans cette histoire, nous considérons trois niveaux de rigidité k_0, k_1, k_2 toujours sous un seul créneau de chargement mécanique, figure 2.6. La rigidité initiale k_0 est la plus élevée de l'ensemble du scénario.

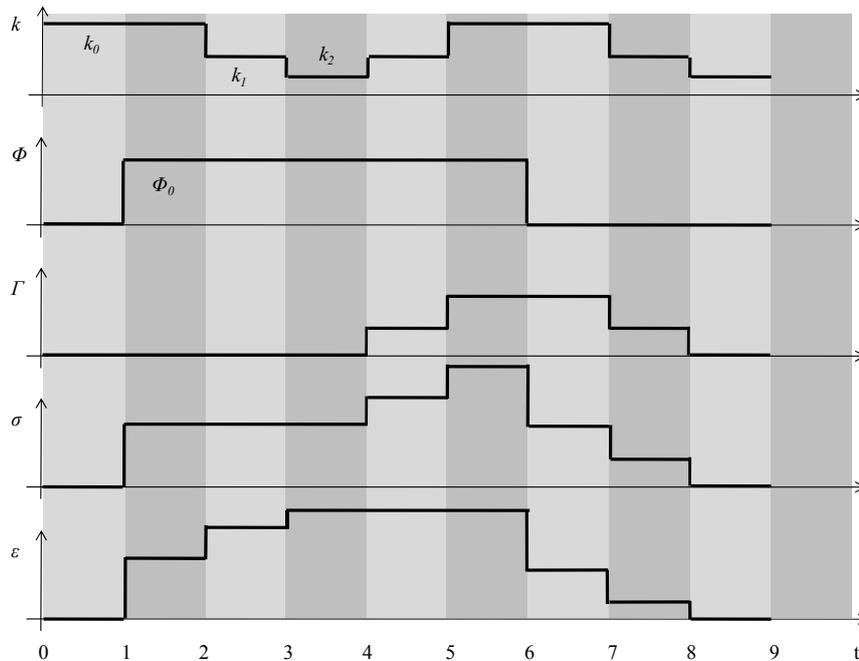


Figure 2.6 Scénario N°2

Pour la phase $t_1 - t_2$ la réponse est identique à celle du scénario 1, tableau 2.1.

Au temps t_2 et au temps t_3 , le matériau est humidifié. La rigidité diminue jusqu'à atteindre la valeur k_2 . La contrainte totale reste constante, tableau 2.6, mais la déformation augmente.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_2 \leq t < t_3$	0	$\sigma(t_2) = \phi_0$	$\varepsilon(t_2) = \frac{\phi_0}{k_1}$
$t_3 \leq t < t_4$	0	$\sigma(t_3) = \phi_0$	$\varepsilon(t_3) = \frac{\phi_0}{k_2}$

Tableau 2.6 Scénario N°2 - phases 2 et 3

Au temps t_4 et au temps t_5 , le matériau est séché. La rigidité augmente et une contrainte mécanosorptive se développe. La contrainte totale augmente proportionnellement à la rigidité.

Comme la rigidité a augmenté, par application de la loi de Hooke, tableau 2.7, la déformation reste constante.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_4 \leq t < t_5$	$\Gamma(t_4) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$	$\sigma(t_4) = \phi_0 + \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$ $\sigma(t_4) = \phi_0 \cdot \frac{k_1}{k_2}$	$\varepsilon(t_4) = \phi_0 \cdot \frac{k_1}{k_2} \cdot \frac{1}{k_1} = \frac{\phi_0}{k_2}$ $\varepsilon(t_4) = \varepsilon(t_3)$
$t_5 \leq t < t_6$	$\Gamma(t_5) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$	$\sigma(t_5) = \phi_0 + \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\sigma(t_5) = \phi_0 \cdot \frac{k_0}{k_2}$	$\varepsilon(t_5) = \phi_0 \cdot \frac{k_0}{k_2} \cdot \frac{1}{k_0} = \frac{\phi_0}{k_2}$ $\varepsilon(t_5) = \varepsilon(t_3)$

Tableau 2.7 Scénario N°2 - phases 4 et 5

Au temps t_6 la contrainte mécanique est annulée. La contrainte totale diminue et devient égale à la contrainte mécanosorptive. Comme la rigidité garde sa valeur k_0 , tableau 2.8, la déformation diminue mais ne s'annule pas.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_6 \leq t < t_7$	$\Gamma(t_6) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\Gamma(t_6) = \Gamma(t_5)$	$\sigma(t_6) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$	$\varepsilon(t_6) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_0}$ $\varepsilon(t_6) = \frac{\phi_0}{k_2} - \frac{\phi_0}{k_0}$ $\varepsilon(t_6) = \varepsilon(t_5) - \frac{\phi_0}{k_0}$

Tableau 2.8 Scénario N°2 - phase 6

Au temps t_7 la première humidification vient diminuer la contrainte mécanosorptive. Par conséquent, la contrainte totale diminue ainsi que la déformation, tableau 2.9.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_7 \leq t < t_8$	$\Gamma(t_7) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$	$\sigma(t_7) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$	$\varepsilon(t_7) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_1}$ $\varepsilon(t_7) = \frac{\phi_0}{k_2} - \frac{\phi_0}{k_1}$ $\varepsilon(t_7) = \varepsilon(t_5) - \frac{\phi_0}{k_1}$

Tableau 2.9 Scénario N°2 - phase 7

Enfin, au temps t_8 la dernière humidification vient annuler la contrainte mécanosorptive. La contrainte totale s'annule ainsi que la déformation, tableau 2.10.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_8 \leq t < t_9$	$\Gamma(t_8) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_2}{k_2} - 1 \right) = 0$	$\sigma(t_8) = 0$	$\varepsilon(t_8) = 0$

Tableau 2.10 Scénario N°2 - phase 8

Bilan du scénario 2 : Le moteur d'évolution de la contrainte mécanosorptive est lié à la rigidité minimale sous charge. Cette valeur minimale est la seule donnée à conserver pour garder en mémoire l'histoire du chargement hydrique. Cette rigidité minimale est liée à un niveau de chargement mécanique, il convient d'étudier des chargements mécaniques variables.

223 – Scénario 3

Les scénarios 1 et 2 mettent l'accent sur l'histoire hydrique. Le scénario 3 reprend l'histoire hydrique du scénario 2, mais sous deux niveaux de chargement mécanique, figure 2.7.

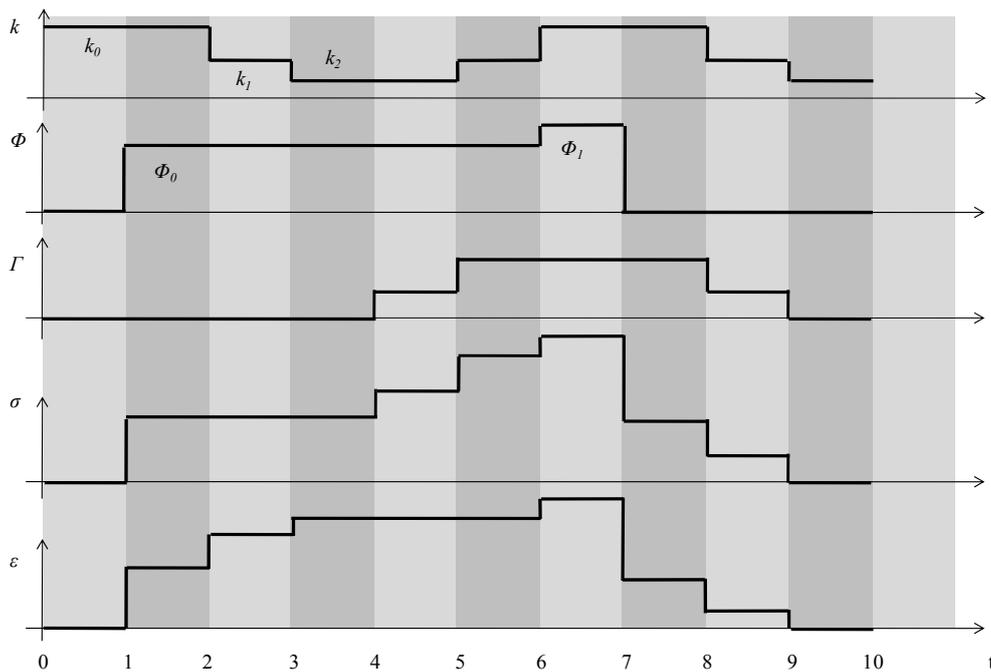


Figure 2.7 Histoire de chargement N°3

Les réponses en contrainte mécanosorptive, en contrainte totale et en déformation sont identiques à celles du scénario 2 pour les temps t_1 , t_2 , t_3 , t_4 et t_5 , voir tableaux 2.1, 2.6 et 2.7. L'application d'un incrément de contrainte mécanique supplémentaire $(\phi_1 - \phi_0)$, au temps t_6 , n'a pas d'incidence sur la contrainte mécanosorptive, tableau 2.11. La contrainte totale est, par contre, augmentée.

L'application de la loi de Hooke sur l'incrément de contrainte mécanique supplémentaire permet de déterminer une augmentation de déformation.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_6 \leq t < t_7$	$\Gamma(t_6) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\Gamma(t_6) = \Gamma(t_5)$	$\sigma(t_6) = \phi_1 + \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\sigma(t_6) = \phi_0 \cdot \frac{k_0}{k_2} + (\phi_1 - \phi_0)$	$\varepsilon(t_6) = \frac{\phi_1}{k_0} + \frac{\phi_0}{k_0} \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\varepsilon(t_6) = \frac{\phi_0}{k_2} + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_0}$ $\varepsilon(t_6) = \varepsilon(t_5) + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_0}$

Tableau 2.11 Scénario N°3 - phase 6

Au temps t_7 , la contrainte mécanique est annulée. Comme la rigidité ne varie pas, la contrainte mécanosorptive reste constante. La contrainte totale diminue et devient égale à la contrainte mécanosorptive. Comme la rigidité garde sa valeur k_0 , tableau 2.12, la déformation diminue mais ne s'annule pas.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_7 \leq t < t_8$	$\Gamma(t_7) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\Gamma(t_7) = \Gamma(t_5)$	$\sigma(t_7) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$	$\varepsilon(t_7) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_0}$ $\varepsilon(t_7) = \frac{\phi_0}{k_2} - \frac{\phi_0}{k_0} = \varepsilon(t_6) - \frac{\phi_1}{k_0}$

Tableau 2.12 Scénario N°3 - phase 7

Au temps t_8 la première humidification induit une diminution de la contrainte mécanosorptive. Par conséquent, la contrainte totale diminue ainsi que la déformation, tableau 2.13.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_8 \leq t < t_9$	$\Gamma(t_8) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$	$\sigma(t_8) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$	$\varepsilon(t_8) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right) \cdot \frac{1}{k_1}$ $\varepsilon(t_8) = \frac{\phi_0}{k_2} - \frac{\phi_0}{k_1} < \varepsilon(t_7)$

Tableau 2.13 Scénario N°3 - phase 8

Enfin, au temps t_9 , la dernière humidification vient annuler la contrainte mécanosorptive. La contrainte totale et la déformation s'annule, tableau 2.14.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_9 \leq t < t_{10}$	$\Gamma(t_9) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_2}{k_2} - 1 \right) = 0$	$\sigma(t_9) = 0$	$\varepsilon(t_9) = 0$

Tableau 2.14 Scénario N°3 - phase 9

Bilan du scénario 3 : Toute variation du chargement mécanique sans variation hydrique n’influe pas sur la contrainte mécanosorptive et n’induit pas d’effet mémoire additionnel.

224 – Scénario 4

L’objectif du scénario 4 est de montrer que quelle que soit l’histoire hydrique, la création de contraintes mécanosorptives est liée aux histoires mécaniques et hydriques combinées. Contrairement au scénario précédent, cette histoire débute par deux niveaux de séchage, suivis de deux retours en humidification. Un séchage apparaîtra donc pour chacun des deux créneaux de chargement mécanique imposé, figure 2.8.

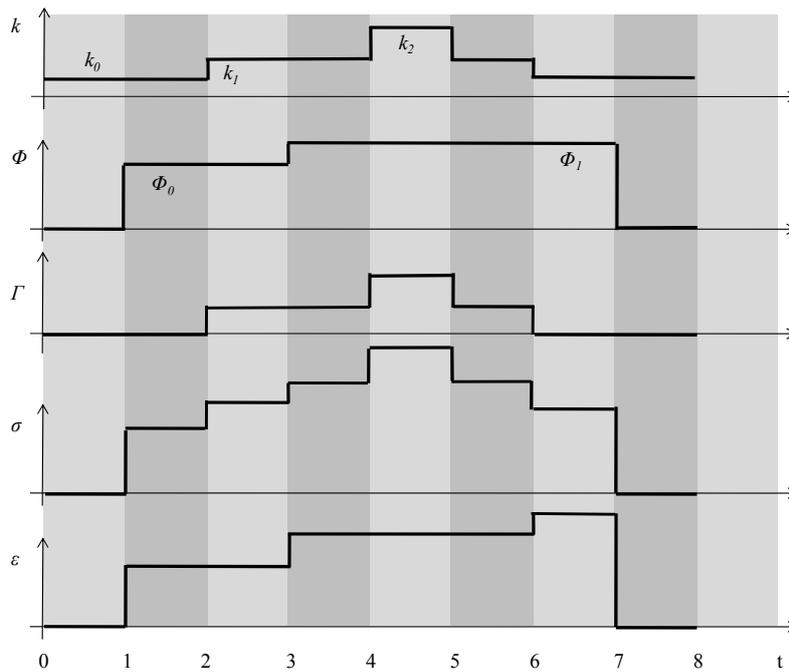


Figure 2.8 Histoire de chargement N°4

L’application de la contrainte mécanique ϕ_0 , à l’instant t_1 , sous une rigidité constante k_0 ne crée pas de contrainte mécanosorptive, tableau 2.15. La contrainte totale est donc égale à la contrainte mécanique. L’application de la loi de Hooke permet de déterminer la déformation.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_1 \leq t < t_2$	0	$\sigma(t_1) = \phi_0$	$\varepsilon(t_1) = \frac{\phi_0}{k_0}$

Tableau 2.15 Scénario N°4 - phase 1

Au temps t_2 , l'humidité diminue. La rigidité augmente et atteint la valeur k_1 . Une contrainte mécanosorptive se développe. La prise en compte de la contrainte mécanique et de la contrainte mécanosorptive dans la contrainte totale permet de montrer que cette dernière augmente proportionnellement à la rigidité. Comme la rigidité a augmenté, par application de la loi de Hooke, tableau 2.16, la déformation reste constante.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_2 \leq t < t_3$	$\Gamma(t_2) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right)$	$\sigma(t_2) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right) + \phi_0$ $\sigma(t_2) = \phi_0 \cdot \frac{k_1}{k_0}$	$\varepsilon(t_2) = \phi_0 \cdot \frac{k_1}{k_0} \cdot \frac{1}{k_1} = \frac{\phi_0}{k_0}$ $\varepsilon(t_2) = \varepsilon(t_1)$

Tableau 2.16 Scénario N°4 - phase 2

L'application, au temps t_3 , d'un incrément de contrainte mécanique supplémentaire $(\phi_1 - \phi_0)$ n'a pas d'incidence sur la contrainte mécanosorptive, tableau 2.17. La contrainte totale est par contre augmentée. L'application de la loi de Hooke, à la contrainte totale, permet de mettre en évidence l'augmentation de déformation due à l'incrément de chargement.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_3 \leq t < t_4$	$\Gamma(t_3) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right)$ $\Gamma(t_3) = \Gamma(t_2)$	$\sigma(t_3) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right) + \phi_0 + (\phi_1 - \phi_0)$ $\sigma(t_3) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right) + \phi_1$	$\varepsilon(t_3) = \frac{\phi_0}{k_1} \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right) + \frac{\phi_1}{k_1}$ $\varepsilon(t_3) = \frac{\phi_0}{k_0} + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_1}$ $\varepsilon(t_3) = \varepsilon(t_1) + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_1}$

Tableau 2.17 Scénario N°4 - phase 3

Au temps t_4 , le matériau est à nouveau à l'état sec. La rigidité augmente et atteint la valeur k_2 . La contrainte mécanosorptive existante se développe sous l'effet de l'incrément de charge $(\phi_1 - \phi_0)$ apparaît, tableau 2.18.

Phase	Contrainte mécanosorptive
$t_4 \leq t < t_5$	$\Gamma(t_4) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_2}{k_0} - 1 \right) + (\phi_1 - \phi_0) \cdot \left(\frac{k_2}{k_1} - 1 \right)$

Tableau 2.18 Scénario N°4 - phase 4 - contrainte mécanosorptive

La contrainte totale est obtenue par addition de la contrainte mécanique et de la contrainte mécanosorptive. La rigidité ayant augmenté, la déformation reste bien bloquée, tableau 2.19.

Phase	Contrainte totale	Déformation
$t_4 \leq t < t_5$	$\sigma(t_4) = \phi_1 + \phi_0 \cdot \left(\frac{k_2}{k_0} - 1 \right) + (\phi_1 - \phi_0) \cdot \left(\frac{k_2}{k_1} - 1 \right)$ $\sigma(t_4) = \phi_0 \cdot \frac{k_2}{k_0} + (\phi_1 - \phi_0) \cdot \frac{k_2}{k_1}$	$\varepsilon(t_4) = \frac{\phi_0}{k_2} \cdot \frac{k_2}{k_0} + (\phi_1 - \phi_0) \cdot \frac{k_2}{k_1} \cdot \frac{1}{k_2}$ $\varepsilon(t_4) = \frac{\phi_0}{k_0} + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_1} = \varepsilon(t_3)$

Tableau 2.19 Scénario N°4 - phase 4 - contrainte totale/déformation

Au temps t_5 , la première humidification vient diminuer la rigidité du matériau pour lui faire retrouver k_1 ; valeur qu'il avait lors de l'application de l'incrément de chargement mécanique $(\phi_1 - \phi_0)$, tableau 2.20. Cette humidification annule la part de contrainte mécanosorptive liée à l'incrément de chargement $(\phi_1 - \phi_0)$.

Phase	Contrainte mécanosorptive
$t_5 \leq t < t_6$	$\Gamma(t_5) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right) + (\phi_1 - \phi_0) \cdot \left(\frac{k_1}{k_1} - 1 \right)$ $\Gamma(t_5) = \Gamma(t_2)$

Tableau 2.20 Scénario N°4 - phase 5 - contrainte mécanosorptive

La contrainte totale devient la somme de l'incrément de chargement mécanique $(\phi_1 - \phi_0)$ et de la contrainte totale due au premier incrément de chargement mécanique ϕ_0 , tableau 2.21. La déformation reste bloquée.

Phase	Contrainte totale	Déformation
$t_5 \leq t < t_6$	$\sigma(t_5) = \phi_1 + \phi_0 \cdot \left(\frac{k_1}{k_0} - 1 \right) + (\phi_1 - \phi_0) \cdot \left(\frac{k_1}{k_1} - 1 \right)$ $\sigma(t_5) = (\phi_1 - \phi_0) + \phi_0 \cdot \frac{k_1}{k_0}$	$\varepsilon(t_5) = \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_1} + \phi_0 \cdot \frac{k_1}{k_0} \cdot \frac{1}{k_1}$ $\varepsilon(t_5) = \frac{\phi_0}{k_0} + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_1} = \varepsilon(t_3)$

Tableau 2.21 Scénario N°4 - phase 5 - contrainte totale/déformation

Au temps t_6 , la deuxième humidification vient annuler la contrainte mécanosorptive. La contrainte totale se retrouve égale à la contrainte mécanique. La déformation augmente, tableau 2.22.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_6 \leq t < t_7$	$\Gamma(t_6) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_0} - 1 \right) = 0$	$\sigma(t_6) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_0}{k_0} - 1 \right) + \phi_1$ $\sigma(t_6) = \phi_1$	$\varepsilon(t_6) = \frac{\phi_1}{k_0}$ $\varepsilon(t_6) = \frac{\phi_0}{k_0} + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_0} > \varepsilon(t_5)$

Tableau 2.22 Scénario N°4 - phase 6

Enfin, au temps t_7 , le déchargement mécanique vient annuler la contrainte totale ainsi que la déformation, tableau 2.23.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_7 \leq t < t_8$	$\Gamma(t_7) = 0$	$\sigma(t_7) = 0$	$\varepsilon(t_7) = 0$

Tableau 2.23 Scénario N°4 - phase 7

Bilan du scénario 4 : la contrainte mécanosorptive est incrémentée par étape chaque fois qu'un séchage apparaît sous charge. La libération se fait également par niveaux d'humidification. L'effet mémoire se traduit par le stockage d'une série de couples rigidité minimale/incrément de charge mécanique.

225 – Scénario 5

Le scénario 5 a pour objectif de montrer que l'évolution de la contrainte mécanosorptive est indépendante des chronologies de chargement hydriques et mécaniques. Les incréments de charge et les variations de rigidité sont appliqués d'une façon plus aléatoire. Cette histoire comprend trois niveaux de chargement mécaniques, figure 2.9. La variation de rigidité correspond à l'application de deux créneaux d'humidification, suivie d'un créneau de séchage permettant de retrouver la rigidité initiale. Le matériau est ensuite à nouveau soumis aux deux créneaux d'humidification précédemment appliqués.

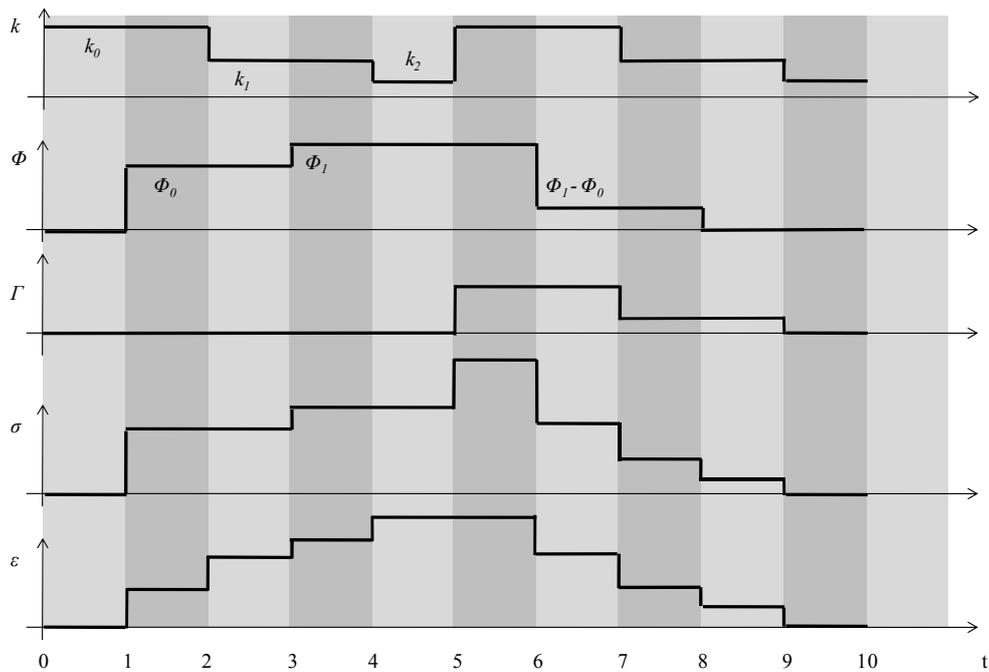


Figure 2.9 Scénario N°5

L'application de la contrainte mécanique ϕ_0 , à l'instant t_1 sous une rigidité constante k_0 , ne crée pas de contrainte mécanosorptive, tableau 2.24. La contrainte totale est donc égale à la contrainte mécanique et l'application de la loi de Hooke permet de déterminer la déformation correspondante.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_1 \leq t < t_2$	0	$\sigma(t_1) = \phi_0$	$\varepsilon(t_1) = \frac{\phi_0}{k_0}$

Tableau 2.24 Scénario N°5 - phase 1

Au temps t_2 , l'humidité augmente. La rigidité diminue jusqu'à atteindre la valeur k_1 . La contrainte totale reste constante, tableau 2.25, mais la déformation augmente.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_2 \leq t < t_3$	0	$\sigma(t_2) = \phi_0$	$\varepsilon(t_2) = \frac{\phi_0}{k_1} > \varepsilon(t_1)$

Tableau 2.25 Scénario N°5 - phase 2

L'application au temps t_3 d'un incrément de contrainte mécanique supplémentaire ($\phi_1 - \phi_0$) n'a pas d'incidence sur la contrainte mécanosorptive, tableau 2.26. La contrainte totale est par contre

augmentée. L'application de la loi de Hooke, à la contrainte totale, permet de mettre en évidence l'augmentation de déformation due à l'incrément de chargement.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_3 \leq t < t_4$	0	$\sigma(t_3) = \phi_0 + (\phi_1 - \phi_0)$ $\sigma(t_3) = \phi_1$	$\varepsilon(t_3) = \frac{\phi_0}{k_1} + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_1}$ $\varepsilon(t_3) = \frac{\phi_1}{k_1}$

Tableau 2.26 Scénario N°5 - phase 3

Au temps t_4 le matériau est humidifié. La rigidité diminue jusqu'à la valeur k_2 . La contrainte totale reste constante, tout en ayant une augmentation de la déformation, tableau 2.27.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_4 \leq t < t_5$	0	$\sigma(t_4) = \phi_0 + (\phi_1 - \phi_0)$ $\sigma(t_4) = \phi_1$	$\varepsilon(t_4) = \frac{\phi_0}{k_2} + \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_2}$ $\varepsilon(t_4) = \frac{\phi_1}{k_2} > \varepsilon(t_3)$

Tableau 2.27 Scénario N°5 - phase 4

Au temps t_5 , l'humidité diminue. La rigidité augmente et atteint la valeur de départ k_0 . Une contrainte mécanosorptive se développe. La prise en compte de la contrainte mécanique et de la contrainte mécanosorptive, dans la contrainte totale, permet de montrer que cette dernière augmente proportionnellement à la rigidité. Comme la rigidité a augmenté, par application de la loi de Hooke, tableau 2.28, la déformation reste constante.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_5 \leq t < t_6$	$\Gamma(t_5) = \phi_1 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$	$\sigma(t_5) = \phi_1 + \phi_1 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\sigma(t_5) = \phi_1 \cdot \frac{k_0}{k_2}$	$\varepsilon(t_5) = \frac{\phi_1}{k_0} + \frac{\phi_1}{k_0} \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\varepsilon(t_5) = \frac{\phi_1}{k_2} = \varepsilon(t_4)$

Tableau 2.28 Scénario N°5 - phase 5

Au temps t_6 , la contrainte mécanique est diminuée d'un incrément de chargement mécanique ϕ_0 . Comme la rigidité ne varie pas, la contrainte mécanosorptive reste constante. La contrainte totale diminue de l'incrément de chargement mécanique ϕ_0 . Comme la rigidité garde sa valeur k_0 , tableau 2.29, la déformation diminue mais ne s'annule pas.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_6 \leq t < t_7$	$\Gamma(t_6) = \phi_1 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\Gamma(t_6) = \Gamma(t_5)$	$\sigma(t_6) = (\phi_1 - \phi_0) + \phi_1 \cdot \left(\frac{k_0}{k_2} - 1 \right)$ $\sigma(t_6) = \phi_1 \cdot \frac{k_0}{k_2} - \phi_0$ $\sigma(t_6) = \sigma(t_5) - \phi_0$	$\varepsilon(t_6) = \frac{\phi_1}{k_2} - \frac{\phi_0}{k_0} = \varepsilon(t_4) - \frac{\phi_0}{k_0}$

Tableau 2.29 Scénario N°5 - phase 6

Au temps t_7 , l'humidification entraîne une diminution de la rigidité du matériau pour lui faire retrouver k_1 ; valeur qu'il avait lors de l'application de l'incrément de chargement mécanique $(\phi_1 - \phi_0)$. Cette humidification diminue la contrainte mécanosorptive ainsi que la contrainte totale. Par conséquent, la déformation diminue également, tableau 2.30.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_7 \leq t < t_8$	$\Gamma(t_7) = \phi_1 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$ $\Gamma(t_7) < \Gamma(t_5)$	$\sigma(t_7) = (\phi_1 - \phi_0) + \phi_1 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$ $\sigma(t_7) = \phi_1 \cdot \frac{k_1}{k_2} - \phi_0$ $\sigma(t_7) < \sigma(t_6)$	$\varepsilon(t_7) = \frac{\phi_1}{k_2} - \frac{\phi_0}{k_1} = \varepsilon(t_4) - \frac{\phi_0}{k_1}$ $\varepsilon(t_7) < \varepsilon(t_6)$

Tableau 2.30 Scénario N°5 - phase 7

Au temps t_8 , la contrainte mécanique est annulée. Comme la rigidité ne varie pas, la contrainte mécanosorptive reste constante. La contrainte totale diminue et devient égale à la contrainte mécanosorptive. Comme la rigidité garde sa valeur k_0 , tableau 2.31, la déformation diminue mais ne s'annule pas.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_8 \leq t < t_9$	$\Gamma(t_8) = \phi_1 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$ $\Gamma(t_8) = \Gamma(t_7)$	$\sigma(t_8) = \phi_1 \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$ $\sigma(t_8) = \phi_1 \cdot \frac{k_1}{k_2} - \phi_1$ $\sigma(t_8) < \sigma(t_7)$	$\varepsilon(t_8) = \frac{\phi_1}{k_1} \cdot \left(\frac{k_1}{k_2} - 1 \right)$ $\varepsilon(t_8) = \frac{\phi_1}{k_2} - \frac{\phi_0}{k_1} - \frac{(\phi_1 - \phi_0)}{k_1}$ $\varepsilon(t_8) < \varepsilon(t_7)$

Tableau 2.31 Scénario N°5 - phase 8

Enfin, au temps t_9 , la dernière humidification vient annuler la contrainte mécanosorptive. La contrainte totale s'annule ainsi que la déformation, tableau 2.32.

Phase	Contrainte mécanosorptive	Contrainte totale	Déformation
$t_9 \leq t < t_{10}$	$\Gamma(t_9) = \phi_0 \cdot \left(\frac{k_2}{k_2} - 1 \right) = 0$	$\sigma(t_9) = 0$	$\varepsilon(t_8) = 0$

Tableau 2.32 Scénario N°5 - phase 9

Bilan du scénario 5 : Quelles que soient les histoires de chargement, la mémoire du matériau se limite bien au stockage des couples rigidité minimale/incrément de charge mécanique. La mémoire du matériau ne dépend donc que d'une suite de synchronisations d'évènements et non de chronologies.

Les différents scénarii présentés entraînent une annulation des déformations, après retrait du chargement mécanique et effacement des contraintes mécanosorptives par humidification. Ils mettent en évidence une réversibilité complète du processus. Cependant le doute subsiste concernant le caractère dissipatif du phénomène; une approche thermodynamique va permettre de lever cette incertitude.

23 - Considérations thermodynamiques

231 - Bilan énergétique

L'approche thermodynamique a pour objectif d'effectuer un bilan énergétique afin de mettre en évidence les différents processus physiques mis en œuvre durant l'histoire de chargement. D'une manière générale, le matériau peut stocker de l'énergie, en dissiper et en restituer. Dans le cas d'un comportement élastique, déterminons l'énergie libre restituable à différentes étapes de l'histoire de chargement visualisée en figure 2.10. Cette approche théorique suppose des variations instantanées de raideur dues aux humidités internes. Les effets d'inertie induits par les processus de diffusion sont ici écartés.

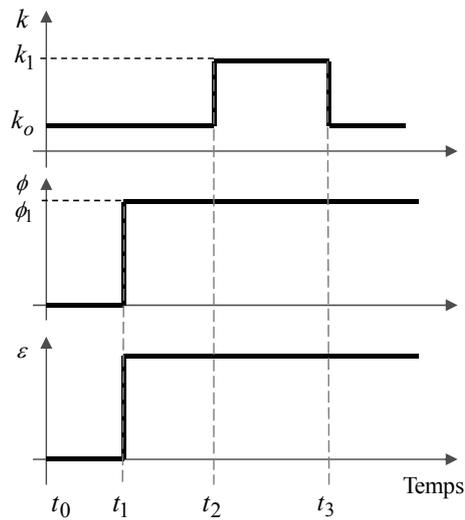


Figure 2.10 Histoire de chargement mécanique - Evolution de la rigidité et de la déformation

Initialement (temps t_0), le matériau possède un module d'élasticité k_0 . A partir du temps t_1 , la contrainte mécanique prend une forme similaire à (2.7). Ce chargement mécanique apporte, au milieu, l'énergie libre restituable suivante, figure 2.11 :

$$G_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\phi_1^2}{k_0} \quad (2.24)$$

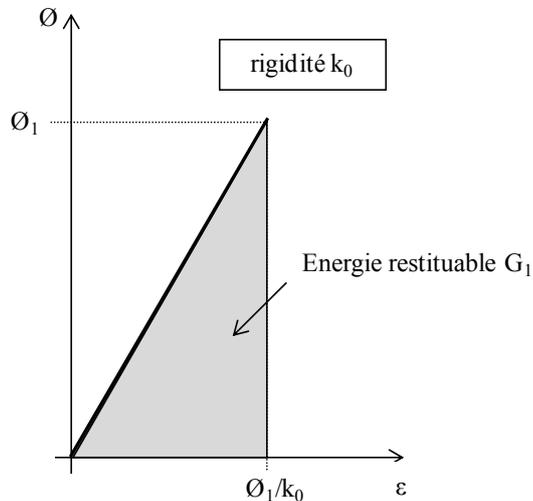


Figure 2.11 Energie libre G_1

Le temps t_2 correspond à une augmentation du module d'élasticité (séchage) pour atteindre la valeur k_1 . Le déchargement entraîne une restitution énergétique G_2 telle que, figure 2.12 :

$$G_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\phi_1^2}{k_1} \quad (2.25)$$

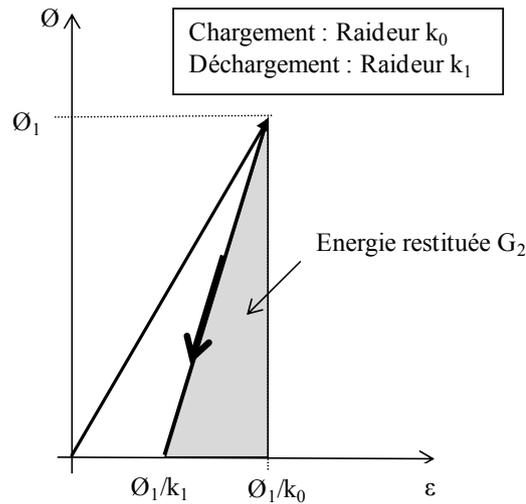


Figure 2.12 Energie G_2

Durant la phase de séchage, l'énergie restituable (2.25) a diminué par rapport à (2.24) soit par un processus de dissipation soit par un processus de verrou. Après une nouvelle humidification au temps t_3 , l'énergie restituable est de nouveau équivalente à G_1 , figure 2.11. Aucune énergie n'a donc été dissipée. Ce phénomène totalement réversible met en évidence un blocage ou stockage temporaire de l'énergie libre lors de la phase de séchage. Par soustraction des énergies libres (2.24) et (2.25), l'effet verrou est caractérisé par l'énergie G_{ver} telle que, figure 2.13 :

$$G_{ver} = G_1 - G_2 = \frac{\phi_1^2}{2} \cdot \left(\frac{1}{k_0} - \frac{1}{k_1} \right) \quad (2.26)$$

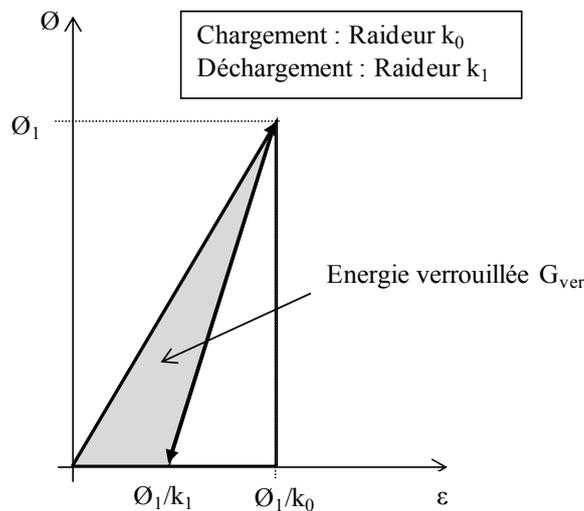


Figure 2.13 Energie G_{ver}

Supposons à présent la variante de chargement illustrée en Figure 2.14 :

$$\phi(t) = \phi_1 \cdot [H(t - t_1) - H(t - t_3)] \quad (2.27)$$

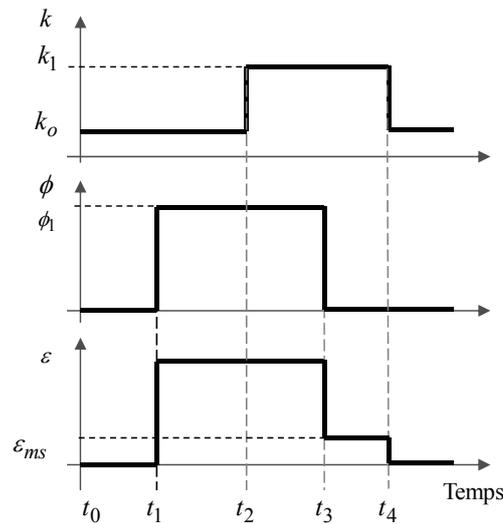


Figure 2.14 Histoire de chargement mécanique - Evolution de la rigidité et de la déformation

La décharge mécanique, à l'instant t_3 , permet au matériau de restituer l'énergie G_2 . Comme précisée dans l'expression (2.25), l'énergie libre G_{ver} reste bloquée dans le matériau. La déformation résiduelle correspond à une déformation mécanosorptive notée ε_{ms} . Lors d'une dernière humidification ($k(t_4) = k_0$), l'énergie verrouillée jusqu'alors G_{ver} est complètement restituée, annulant toute déformation mécanosorptive et libérant au final toute l'énergie libre de déformation. Nous sommes bien en présence d'un comportement mécanique non dissipatif et totalement réversible.

232 - Méthode de l'état local

L'approche thermodynamique proposée repose sur la méthode de l'état local présentée par Lemaître et Chaboche [LEM 04]. Cette approche permet de définir les lois de comportement reliant des variables thermodynamiques observables à leurs variables associées. Dans le cas d'une transformation élastique isotherme, nous choisissons comme variables internes la déformation instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$ et la déformation résiduelle de mécanosorption $\varepsilon_{ms}(t)$, telles que la déformation élastique totale $\varepsilon_e(t)$ soit égale à leur somme:

$$\varepsilon_e(t) = \varepsilon_{inst}(t) + \varepsilon_{ms}(t) \quad (2.28)$$

Soit ψ_e , le potentiel d'énergie libre spécifique fonction des variables d'état observables et internes duquel dérive les lois de comportement. Par soucis de simplifications, nous n'intégrons pas, dans le bilan énergétique, l'effet de la température et de l'entropie. Nous supposons, dans ce cas, un découplage des phénomènes dissipatifs mécaniques et thermiques. Si nous choisissons, comme variables internes, $\varepsilon_{inst}(t)$ et $\varepsilon_{ms}(t)$, nous notons :

$$\psi_e = \psi_e(\varepsilon_{inst}(t), \varepsilon_{ms}(t)) \text{ et } d\psi_e = \frac{\partial \psi_e}{\partial(\varepsilon_{inst})} \cdot d\varepsilon_{inst} + \frac{\partial \psi_e}{\partial(\varepsilon_{ms})} \cdot d\varepsilon_{ms} \quad (2.29)$$

L'inégalité de Clausius Duhem permet d'écrire:

$$\left(\sigma - \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{inst}} \right) \cdot d\varepsilon_{inst} + \left(\sigma - \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{ms}} \right) \cdot d\varepsilon_{ms} \geq 0 \quad (2.30)$$

En introduisant la relation (2.9) dans (2.30), nous obtenons :

$$\left(\Gamma + \phi - \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{inst}} \right) \cdot d\varepsilon_{inst} + \left(\Gamma + \phi - \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{ms}} \right) \cdot d\varepsilon_{ms} \geq 0 \quad (2.31)$$

Dans l'hypothèse d'une humidification après chargement du matériau entraînant une diminution de la rigidité ($\Gamma = 0$ et $d\varepsilon_{ms} = 0$), l'expression (2.31) entraîne l'inégalité suivante :

$$\left(\phi - \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{inst}} \right) \cdot d\varepsilon_{inst} \geq 0 \quad (2.32)$$

L'inégalité (2.32) devant être vérifiée quel que soit le sens de variation de la déformation ε_{inst} , nous obtenons :

$$\phi = \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{inst}} \quad (2.33)$$

Dans le cas d'un chargement à un état humide suivi d'un déchargement à un état plus sec ($\phi = 0$ et $d\varepsilon_{inst} = 0$), l'inégalité (2.31) permet d'écrire:

$$\left(\Gamma - \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{ms}} \right) \cdot d\varepsilon_{ms} \geq 0 \quad (2.34)$$

L'inégalité (2.34) devant être vérifiée quel que soit le sens de variation de la déformation ε_{ms} , nous obtenons :

$$\Gamma = \rho \cdot \frac{\partial \Psi_e}{\partial \varepsilon_{ms}} \quad (2.35)$$

Nous proposons ainsi la forme quadratique du potentiel d'énergie libre spécifique ψ_e suivante :

$$\Psi_e = \frac{k(t)}{2\rho} \cdot \left((\varepsilon_{inst})^2 + (\varepsilon_{ms})^2 \right) \quad (2.36)$$

Il en découle les lois de comportement suivantes :

$$\phi(t) = k(t) \cdot \varepsilon_{inst} \quad (2.37)$$

$$\Gamma(t) = k(t) \cdot \varepsilon_{ms} \quad (2.38)$$

En associant la partition des déformations (2.28) aux lois de comportement (2.37) et (2.38) nous obtenons :

$$\varepsilon_e(t) = \varepsilon_{inst}(t) + \varepsilon_{ms}(t) = \frac{\phi(t)}{k(t)} + \frac{\Gamma(t)}{k(t)} \quad (2.39)$$

Finalement, en considérant l'expression (2.9) dans la loi de comportement (2.39), nous retrouvons la loi d'élasticité propre à Hooke, mais dans laquelle la contrainte accepte une partition :

$$\sigma(t) = \phi(t) + \Gamma(t) = k(t) \cdot \varepsilon_e(t) \quad (2.40)$$

Dans le cas d'une sollicitation constante, le bilan des expressions(2.7), (2.13) et (2.40) permet alors d'établir la réponse, en terme de contrainte totale, suivante :

$$\sigma(t) = \phi_1 \cdot H(t - t_1) \cdot \frac{k(t)}{k_{min}(t_1, t)} \quad (2.41)$$

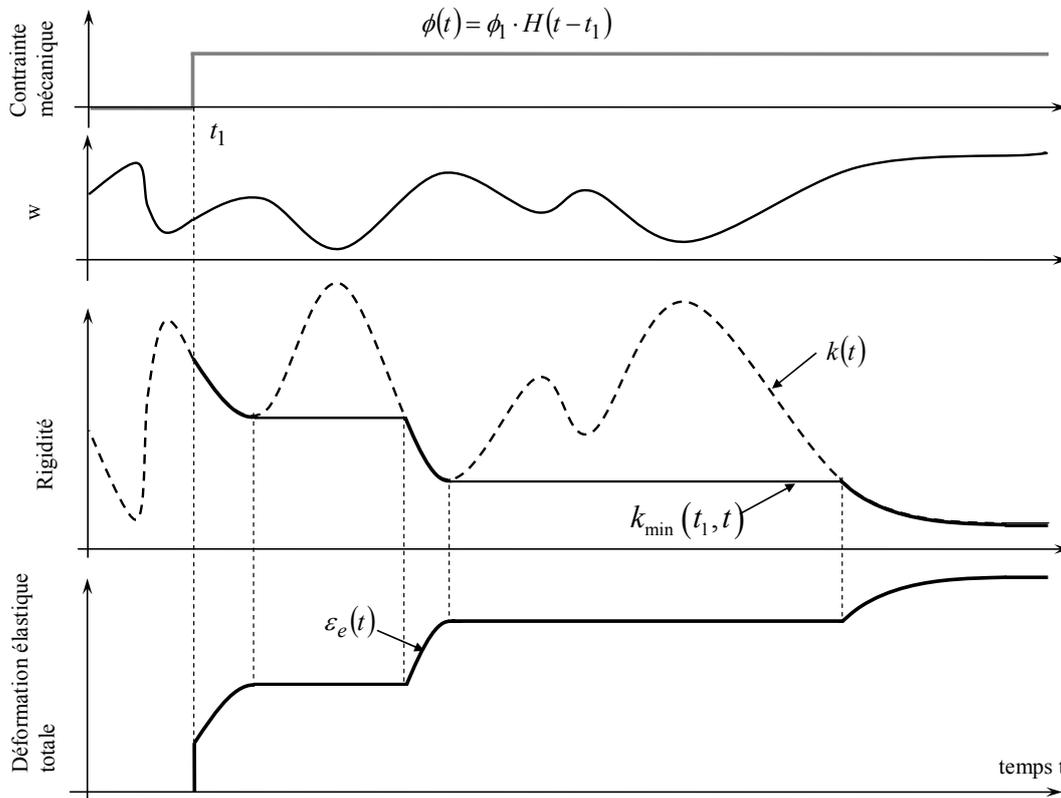


Figure 2.15. Réponse du modèle hydro verrou

En associant les équations (2.40) et (2.41), on en déduit la déformation élastique totale, figure 2.15 :

$$\varepsilon_e(t) = \frac{1}{k_{min}(t_1, t)} \cdot \phi_1 \cdot H(t - t_1) \quad (2.42)$$

24 - Généralisation à une sollicitation mécanique quelconque

241 - Formulation incrémentale

Afin de généraliser le modèle à une sollicitation mécanique quelconque, considérons le chargement mécanique incrémental suivant, figure 2.16 :

$$\phi(t) = \sum_{i=1}^N \Delta\phi_i \cdot H(t - t_i) \quad (2.43)$$

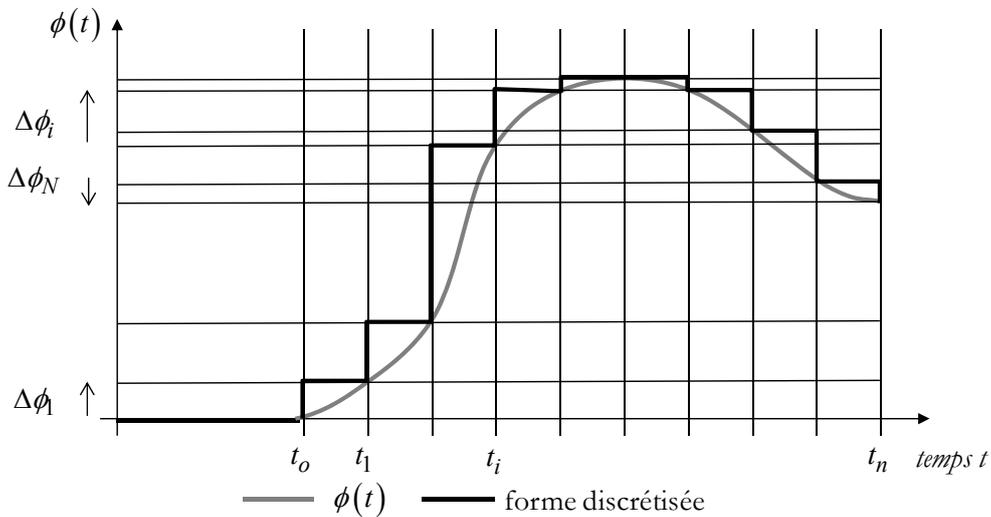


Figure 2.16. Forme discrétisée du chargement mécanique

A chaque incrément de contrainte mécanique correspond un incrément de contrainte mécanosorptive $\Delta\Gamma_i$, de contrainte totale $\Delta\sigma_i$ et de déformation élastique $\Delta\varepsilon_{ei}$, tels que :

$$\Delta\Gamma_i = \Delta\phi_i \cdot H(t - t_i) \cdot \frac{(k(t) - k_{\min}(t_i, t))}{k_{\min}(t_i, t)} \text{ avec } k_{\min}(t_i, t) = \min_{t' \in [t_i, t]} k(t') \quad (2.44)$$

$$\Delta\sigma_i = \Delta\phi_i \cdot H(t - t_i) \cdot \frac{k(t)}{k_{\min}(t_i, t)} \quad (2.45)$$

$$\Delta\varepsilon_{ei} = \Delta\phi_i \cdot H(t - t_i) \cdot \frac{1}{k_{\min}(t_i, t)} \quad (2.46)$$

En considérant un comportement mécanique linéaire, nous appliquons le principe de superposition à la réponse en terme de contrainte mécanosorptive, contrainte totale et de déformation élastique totale.

Ainsi, nous obtenons :

$$\Gamma(t) = \sum_{i=1}^N \Delta\phi_i \cdot H(t-t_i) \cdot \frac{(k(t) - k_{\min}(t_i, t))}{k_{\min}(t_i, t)} \text{ avec } k_{\min}(t_i, t) = \min_{t' \in [t_i, t]} k(t') \quad (2.47)$$

$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^N \Delta\phi_i \cdot H(t-t_i) \cdot \frac{k(t)}{k_{\min}(t_i, t)} \quad (2.48)$$

$$\varepsilon_e(t) = \sum_{i=1}^N \Delta\phi_i \cdot H(t-t_i) \cdot \frac{1}{k_{\min}(t_i, t)} \quad (2.49)$$

On remarque que le calcul de $k_{\min}(t_i, t)$ suppose que t_i est toujours inférieur à t . Les fonctions d'Heaviside dans les expressions (2.47), (2.48) et (2.49) peuvent donc être supprimées.

242 - Formulation intégrale

Afin de proposer une formulation intégrale, il est d'usage de faire tendre les incréments vers des valeurs infinitésimales. Dans ces considérations, les équations (2.47), (2.48) et (2.49) se traduisent par :

$$\Gamma(t) = \int_0^t \frac{k(t) - k_{\min}(\tau, t)}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial\tau} d\tau \text{ avec } k_{\min}(\tau, t) = \min_{t' \in [\tau, t]} k(t') \quad (2.50)$$

$$\sigma(t) = \int_0^t \frac{k(t)}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial\tau} d\tau \quad (2.51)$$

$$\varepsilon_e(t) = \int_0^t \frac{1}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial\phi}{\partial\tau} d\tau \quad (2.52)$$

25 - Modèle rhéologique

Pour reproduire les comportements observés, un modèle doit permettre une continuité numérique quels que soient les changements de rigidité, tout en proposant une écriture analytique du blocage mécanosorptif. Nous proposons une loi unique de comportement capable de représenter ces phénomènes, évitant ainsi les difficultés de synchronisation entre les lois de Hooke et de Bazant. Elle est associée au modèle rhéologique présenté ci-dessous.

L'originalité du modèle, figure 2.17, est de considérer une déformation couplée $\varepsilon_{e+ms}(t)$ de la déformation élastique instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$ et de la déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$. Comme

l'évolution des déformations résulte des interactions entre l'intensité des contraintes mécaniques et les évolutions de la rigidité du matériau, notre représentation met en évidence, horizontalement, le chargement mécanique $\phi(t)$ et, verticalement, les variations de rigidité $k(t)$.

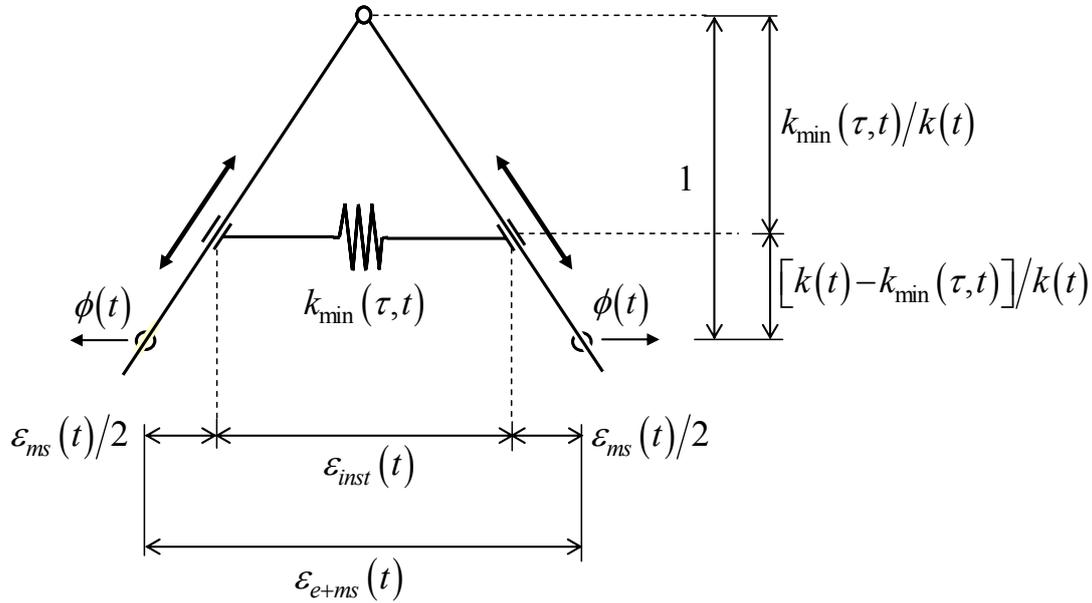


Figure 2.17: Le ressort mécanosorptif

Cette cellule est composée de deux barres rigides reliées à leur sommet par une articulation. Un ressort permet de conditionner l'ouverture des barres. Le triangle, ainsi formé, a une hauteur unitaire constante. Ses proportions nous permettent de visualiser la déformation élastique instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$ et la déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$.

Le ressort est caractérisé par une rigidité $k_{min}(\tau, t)$ intégrant l'effet mémoire du matériau. Il est monté sur deux glissières et peut coulisser sur les barres. La position verticale du ressort dépend de la variation de rigidité $[k(t) - k_{min}(\tau, t)]$.

$k_{min}(\tau, t)$ représente la rigidité minimum connue entre le temps actuel t et le début d'application τ de la charge. Afin de faciliter la compréhension du modèle rhéologique, considérons en figure 2.18, les évolutions dans le temps de la déformation $\varepsilon_{e+ms}(t)$ et des rigidités $k(t)$ et $k_{min}(\tau, t)$ en fonction du chargement mécanique $\phi(t)$ et du chargement hydrique $w(t)$. Le chargement mécanique particulier considéré s'exprime par la relation suivante :

$$\phi(t) = \phi_1 \cdot [H(t - t_1) - H(t - t_5)] \quad (2.53)$$

L'humidité varie de manière aléatoire et la variation de rigidité $k(t)$ est supposée inversement proportionnelle à la variation de teneur en eau. Le temps t_1 de l'exemple correspond au temps τ du

modèle. La rigidité minimale k_{\min} sera égale, sur la période (t_1, t) , à la valeur de rigidité la plus faible rencontrée sous le niveau de charge ϕ_1 . Elle peut s'exprimer sous la forme suivante:

$$k_{\min}(\tau, t) = k_{\min}(t_1, t) = \min_{t' \in [t_1, t]} k(t') \quad (2.54)$$

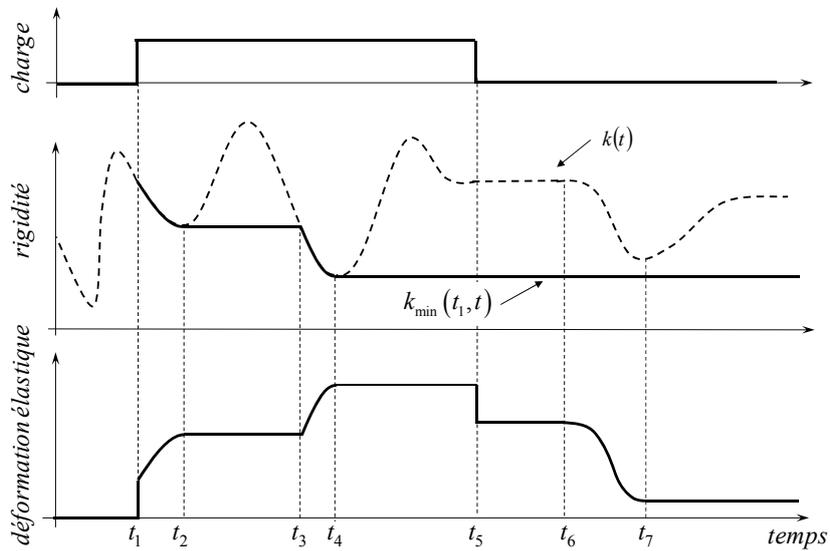


Figure 2.18: Histoire de chargement mécanique et hydrique/

Illustration de la rigidité minimum et de la réponse élastique

Pour des temps inférieurs à t_1 , il n'y a pas de charge, il n'y a donc pas de déformation.

Au temps t_1 , le chargement ϕ_1 est appliqué. Une déformation élastique instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$ apparaît, figure 2.19(a).

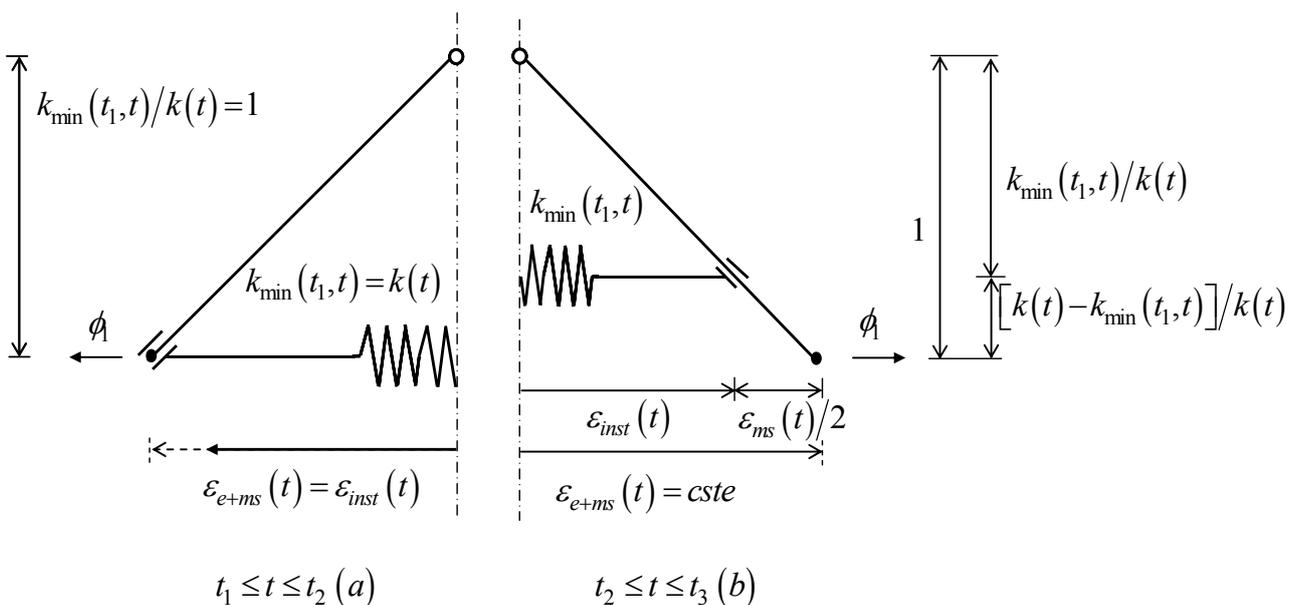


Figure 2.19: Le ressort mécanosorptif analyse 1

La déformation va augmenter, entre les temps t_1 et t_2 , en fonction de la diminution de rigidité. Sur toute cette période il n'y a pas d'hygro-verrou. $k(t)$ est toujours égal à $k_{\min}(t_1, t)$, le ressort ne peut pas remonter sur les deux barres rigides. Entre les temps t_2 et t_3 , la rigidité $k(t)$ augmente et reste toujours supérieur ou égale à $k_{\min}(t_1, t)$, la déformation totale $\varepsilon_{e+ms}(t)$ est bloquée, figure 2.19(b). Par contre, plus la rigidité augmente et plus la déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$ devient importante par rapport à la déformation élastique instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$. Le modèle met ainsi en évidence la partition de la déformation élastique $\varepsilon_{e+ms}(t)$. Au temps t_3 , la rigidité est redevenue égale à $k_{\min}(t_1, t)$, la déformation mécanosorptive s'en trouve annulée, la déformation totale $\varepsilon_{e+ms}(t)$ est redevenue égale à la déformation élastique instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$.

Entre les temps t_3 et t_4 , une phase d'humidification plus importante que celle connue jusqu'alors sous ϕ_1 apparaît. La rigidité du matériau diminue jusqu'à une valeur encore jamais atteinte sous la charge ϕ_1 . La déformation $\varepsilon_{inst}(t)$ augmente d'autant. Le ressort redescend à la base des deux barres. Le comportement du modèle est identique à celui rencontré entre les temps t_1 et t_2 .

Entre les temps t_4 et t_5 , la rigidité $k(t)$ reste supérieur à $k_{\min}(t_1, t)$ sur toute cette période. Une partition de la déformation $\varepsilon_{e+ms}(t)$ en une déformation élastique instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$ et une déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$ apparaît. Le comportement est similaire à celui rencontré entre les temps t_2 et t_3 .

Au temps t_5 , la charge est annulée et, par conséquent, la déformation élastique instantanée $\varepsilon_{inst}(t)$ s'annule également. Mais, comme la rigidité $k(t)$ est supérieure à $k_{\min}(t_1, t)$, une déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$ continue d'exister, figure 2.20(a).

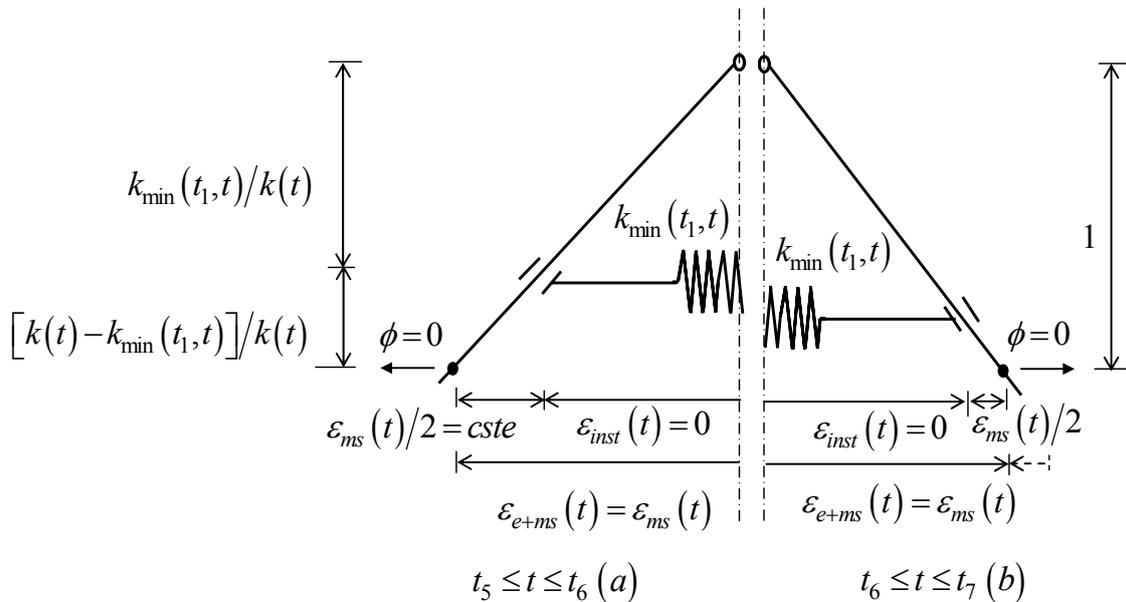


Figure 2.20: Le ressort mécanosorptif analyse 2

Après déchargement mécanique, entre les temps t_5 et t_6 , la rigidité reste constante et la déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$ reste bloquée.

Entre les temps t_6 et t_7 , la rigidité $k(t)$ diminue ainsi que la déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$, figure 2.20(b). Finalement, la déformation mécanosorptive $\varepsilon_{ms}(t)$ s'annulera complètement lorsque la rigidité redeviendra à nouveau égale à la rigidité minimum connue sous la charge ϕ_1 . La déformation totale $\varepsilon_{e+ms}(t)$ sera annulée seulement à cette condition.

Le modèle rhéologique présenté ci-dessus est centré sur le comportement mécanosorptif dans le domaine élastique incluant l'effet hygro-verrou. Il est une représentation visuelle, limitée à un incrément de charge mécanique, de l'effet couplé du chargement mécanique et des variations hydriques.

3 - Adaptation au comportement viscoélastique

Nos précédents travaux ont porté sur le comportement mécanique du ressort permettant de traduire le comportement hygro-verrou. Sous une contrainte de chargement mécanique quelconque $\phi(t)$, il s'exprime par la relation suivante :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \frac{1}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \text{ avec } k_{\min}(\tau, t) = \min_{t' \in [\tau, t]} k(t') \quad (2.55)$$

Le comportement mécanique de l'amortisseur s'exprime classiquement par la loi de Newton, comme suit :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{\eta(t)} \cdot \phi(t) \quad (2.56)$$

Dans la suite du développement, nous noterons $\phi_k(t)$, $\varepsilon_k(t)$ respectivement la contrainte mécanique dans le ressort et sa déformation. $\phi_\eta(t)$, $\varepsilon_\eta(t)$ représentent la contrainte mécanique dans l'amortisseur et sa déformation. La figure 2.21 représente une adaptation d'une cellule de Kelvin Voigt traduisant l'effet hygro-verrou. La déformation du ressort et de l'amortisseur est commune tandis que la contrainte mécanique totale supportée par la cellule est la somme de celle supportée par le ressort et de celle reprise par l'amortisseur, c'est à dire :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_k(t) = \varepsilon_\eta(t) \quad (2.57)$$

$$\phi(t) = \phi_k(t) + \phi_\eta(t) \quad (2.58)$$

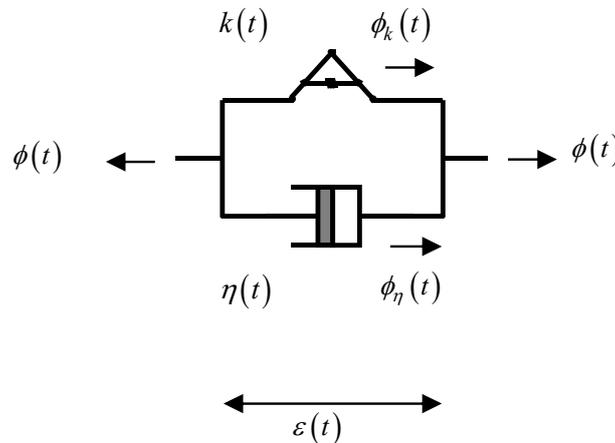


Figure 2.21 : Modèle viscoélastique avec hygro verrou

31 - Comportement sous une sollicitation de fluage

Considérons, dans un premier temps, une sollicitation de fluage, figure 2.22, exprimée à l'aide de l'équation suivante :

$$\phi(t) = \phi_1 \cdot H(t - t_1) \quad (2.59)$$



Figure 2.22 : Sollicitation de fluage

La prise en compte de la relation (2.59) dans l'expression (2.58) permet d'écrire :

$$\phi_1 \cdot H(t - t_1) = \phi_k(t) + \phi_\eta(t) \quad (2.60)$$

Pour la sollicitation de fluage (2.59), les expressions (2.55) et (2.56) peuvent se réécrire :

$$\varepsilon(t) = \int_{t_1}^t \frac{1}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial \phi_k}{\partial \tau} d\tau \quad (2.61)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{\eta(t)} \cdot \phi_\eta(t) \quad (2.62)$$

La dérivée par rapport au temps de la relation (2.60) entraîne :

$$\frac{d\phi_k(t)}{dt} = -\frac{d\phi_\eta(t)}{dt} \quad (2.63)$$

En introduisant l'expression (2.63) dans la relation (2.61), nous obtenons :

$$\varepsilon(t) = -\int_{t_1}^t \frac{1}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial \phi_\eta}{\partial \tau} d\tau \quad (2.64)$$

La loi de Newton (2.62) peut également s'exprimer, pour la sollicitation de fluage (2.59), sous la forme intégrale suivante :

$$\varepsilon(t) = \int_{t_1}^t \frac{1}{\eta(\tau)} \cdot \phi_\eta(\tau) d\tau \quad (2.65)$$

La prise en compte des relations (2.64) et (2.65), dans l'égalité (2.57), permet d'écrire :

$$\varepsilon(t) = \int_{t_1^-}^t \frac{1}{\eta(\tau)} \cdot \phi_\eta(\tau) d\tau = -\int_{t_1^-}^t \frac{1}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial \phi_\eta}{\partial \tau} d\tau \quad (2.66)$$

Ou sous une forme simplifiée :

$$\int_{t_1}^t \left[\frac{1}{\eta(\tau)} \cdot \phi_\eta(\tau) + \frac{1}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial \phi_\eta}{\partial \tau} \right] d\tau = 0 \quad (2.67)$$

Cette relation doit être vérifiée quelle que soit la valeur de t . Il en découle la relation suivante :

$$\frac{1}{\eta(\tau)} \cdot \phi_{\eta}(\tau) + \frac{1}{k_{\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial \phi_{\eta}}{\partial \tau} = 0 \quad (2.68)$$

La résolution de l'équation homogène du premier ordre avec coefficients variables (2.68) permet d'exprimer la contrainte dans l'amortisseur de la façon suivante:

$$\phi_{\eta}(\tau) = \phi_{\eta}(t_1) \cdot \exp \int_{t_1}^{\tau} \frac{k_{\min}(\alpha, t)}{\eta(\alpha)} \cdot d\alpha \quad (2.69)$$

Lors de l'application de la charge à l'instant t_1 , l'amortisseur reprend l'ensemble du chargement, il en découle :

$$\phi_{\eta}(\tau) = \phi_1 \cdot \exp \int_{t_1}^{\tau} \frac{k_{\min}(\alpha, t)}{\eta(\alpha)} \cdot d\alpha \quad (2.70)$$

La déformation élastique (2.65) peut alors s'exprimer sous la forme :

$$\varepsilon(t) = \int_{t_1}^t \frac{1}{\eta(\tau)} \cdot \phi_1 \cdot \exp \int_{t_1}^{\tau} \frac{k_{\min}(\alpha, t)}{\eta(\alpha)} \cdot d\alpha \cdot d\tau \quad (2.71)$$

Ou sous la forme simplifiée suivante:

$$\varepsilon(t) = J(t_1, t) \cdot \phi_1 \text{ avec } J(t_1, t) = \int_{t_1}^t \frac{1}{\eta(\tau)} \cdot \exp \int_{t_1}^{\tau} \frac{k_{\min}(\alpha, t)}{\eta(\alpha)} \cdot d\alpha \cdot d\tau \quad (2.72)$$

32 - Comportement sous une sollicitation quelconque

Le comportement en fluage exprimé par la relation (2.72) peut se généraliser à une sollicitation quelconque. L'application du principe de superposition à une infinité d'incrément de contrainte se traduit par :

$$\varepsilon(t) = \sum_i \left[\int_{t_i}^t \frac{1}{\eta(\mathcal{G})} \cdot \exp \int_{t_i}^{\mathcal{G}} \frac{k_{\min}(\alpha, t)}{\eta(\alpha)} \cdot d\alpha \cdot d\mathcal{G} \right] \cdot \phi_i \quad (2.73)$$

ϕ_i représente l' $i^{\text{ème}}$ incrément de contrainte appliqué au temps t_i . En faisant tendre les variations de contrainte vers des valeurs infinitésimales, la somme discrète (2.73) peut se traduire par la forme intégrale suivante :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \left[\int_{\tau}^t \frac{1}{\eta(\vartheta)} \cdot \exp \left[-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_{\min}(\alpha, t)}{\eta(\alpha)} d\alpha \right] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\vartheta \right] d\tau \quad (2.74)$$

Dans l'expression (2.74), on retrouve une notion de temps réduit rencontré dans les approches de thermo-activation dans des comportements thermo-viscoélastiques [SCH 70] .

33 - Cas particulier d'une teneur en eau constante

Dans le cas particulier d'une teneur en eau constante, on peut considérer que la rigidité et la viscosité sont constantes :

$$k_{\min}(\alpha, t) = k_0 \text{ et } \eta(\alpha) = \eta_0 \quad (2.75)$$

La fonction de fluage (2.74) peut se simplifier par la démarche suivante:

$$J(\tau, t) = \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_0} \cdot \exp \left[-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_0}{\eta_0} d\alpha \right] d\vartheta \quad (2.76)$$

Après réduction, on retrouve bien la forme de la fonction de fluage d'une cellule de Kelvin Voigt dans le cas d'un matériau non vieillissant.

$$J(\tau, t) = \frac{1}{k_0} \cdot \left[1 - \exp \left[-\frac{k_0}{\eta_0} \cdot (t - \tau) \right] \right] \quad (2.77)$$

34 - Comportement viscoélastique généralisé

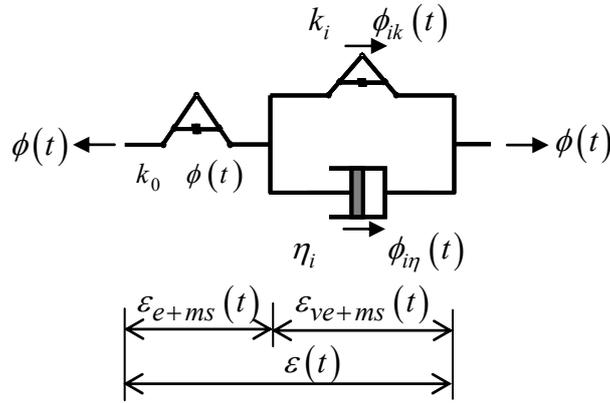


Figure 2.23 : Modèle viscoélastique généralisé avec hydro verrou

L'équation (2.55) traduit le comportement du ressort mécanosorptif seul. L'équation (2.74) traduit le comportement de la cellule viscoélastique avec hydro-verrou. Leur synthèse permet de définir la déformation totale par la relation :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \left[\frac{1}{k_{0\min}(\tau, t)} + J(\tau, t) \right] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (2.78)$$

$$\text{avec } J(\tau, t) = \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_i(\vartheta)} \cdot \exp^{-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_i \min(\alpha, t)}{\eta_i(\alpha)} d\alpha} d\vartheta \text{ et } k_{i\min}(\alpha, t) = \min_{t' \in [\alpha, t]} k_i(t')$$

L'expression (2.78) peut également s'écrire sous la forme :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t J(\tau, t) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (2.79)$$

$$\text{avec } J(\tau, t) = \frac{1}{k_{0\min}(\tau, t)} + \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_i(\vartheta)} \cdot \exp^{-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_i \min(\alpha, t)}{\eta_i(\alpha)} d\alpha} d\vartheta$$

4 - Conclusion

Une expression analytique de la mécanosorption est proposée. Limitée dans un premier temps au comportement élastique, le modèle répond à des sollicitations couplées en termes de chargement mécanique et hydrique. Il permet de formuler thermodynamiquement l'effet verrou et la mémoire hydrique après déchargement par l'existence d'une force thermodynamique permettant l'annulation des déformations lors des phases ultérieures d'humidification.

Un modèle rhéologique est associé à cette nouvelle loi de comportement élastique. Il a comme particularité de faire apparaître les sollicitations mécaniques et les variations de rigidité, ainsi que les déformations élastiques instantanées et mécanosorptives.

L'approche faite dans le domaine élastique linéaire est étendue à la modélisation du comportement viscoélastique linéaire, sous une sollicitation uniaxiale, par l'implantation de notre modèle rhéologique dans une cellule de Kelvin Voigt généralisée.

La forme intégrale peut être introduite dans des moteurs de calcul formel. Cependant, afin de résoudre des problèmes complexes en termes de géométries, de conditions aux limites, et en y intégrant les processus de diffusion hydrique, il sera nécessaire de développer une intégration dans un code de calcul par éléments finis. Dans ce contexte, l'aspect héréditaire du modèle nécessite de mettre en forme une méthode de résolution incrémentale.

CH3 - APPROCHE INCREMENTALE

1 - Introduction.....	70
2 – Modèle rhéologique mécanosorptif	70
21- Ressort mécanosorptif.....	70
211- Comportement rigidifiant.....	72
212 - Comportement assouplissant.....	74
22 – Amortisseur.....	75
23 - Cellule viscoélastique.....	76
231 - Comportement rigidifiant.....	77
232 - Comportement assouplissant.....	78
24 - Cellule viscoélastique généralisée.....	79
241 - Comportement rigidifiant.....	80
242 - Comportement assouplissant.....	80
3 - Algorithme.....	81
4 - Stabilité numérique.....	82
5 - Conclusion.....	85

1 - Introduction

Afin de pouvoir implanter les lois de comportement élastiques et viscoélastiques précédemment établies dans un code de calcul aux éléments finis, il est nécessaire d'établir une écriture incrémentale de ces lois. L'étude présentée débute par l'écriture incrémentale de la loi de comportement élastique linéaire associée au ressort mécanosorptif. La difficulté majeure est de prendre en compte la mémoire du matériau en évitant une réintégration depuis l'origine des temps. La particularité de l'écriture incrémentale du comportement viscoélastique est, après avoir défini l'écriture incrémentale du comportement de l'amortisseur, de raisonner sur le comportement du modèle rhéologique global au lieu de fonder l'étude sur la discrétisation de la loi de comportement.

2 – Modèle rhéologique mécanosorptif

21- Ressort mécanosorptif

La déformation mécanosorptive subie par le ressort est le résultat de l'effet combiné de l'application d'une contrainte mécanique $\phi(t)$ et de l'évolution aléatoire de la rigidité $k(t)$, figure 3.1.

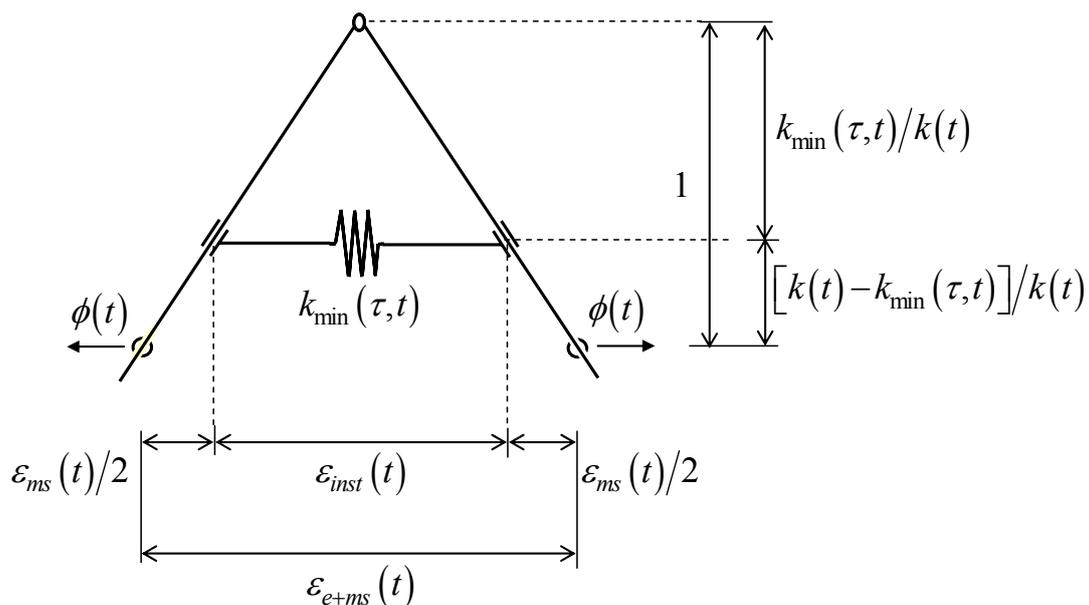


Figure 3.1 : Le ressort mécanosorptif

L'étude analytique du comportement du ressort mécanosorptif a permis d'établir la loi de comportement suivante :

$$\varepsilon(t) = \int_{0^-}^t \frac{1}{\text{Min}_{t' \in [\tau, t]} [k(t')]} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.1)$$

$k(t')$ représente la rigidité (ou module d'élasticité). L'expression (3.1) peut également s'écrire :

$$\varepsilon(t) = \int_{0^-}^t \text{Max}_{t' \in [\tau, t]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.2)$$

où $C(t')$ représente la complaisance (ou module de souplesse) telle que :

$$C(t') = \frac{1}{k(t')} \quad (3.3)$$

Soit une discrétisation de l'échelle temporelle. L'équation (3.2) peut alors s'écrire à l'instant t_n :

$$\varepsilon(t_n) = \int_{0^-}^{t_n} \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.4)$$

Deux cas peuvent être étudiés séparément selon la variation de $C(t)$ durant l'incrément Δt_n .

211- Comportement rigidifiant

Dans le cas d'une diminution de souplesse sur l'incrément de temps Δt_n , nous notons :

$$\Delta C_n < 0 \quad (3.5)$$

L'intégration de l'équation (3.4) s'effectue en employant la méthode des différences finies. Ainsi, nous pouvons la discrétiser de la façon suivante :

$$\varepsilon(t_n) = \int_{0^-}^{t_{n-1}} \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.6)$$

En définissant les incréments de temps Δt_n tels que :

$$\Delta t_n = t_n - t_{n-1} \quad (3.7)$$

Nous supposons que l'évolution de $C(t')$ est linéaire dans cet intervalle, figure 3.2.

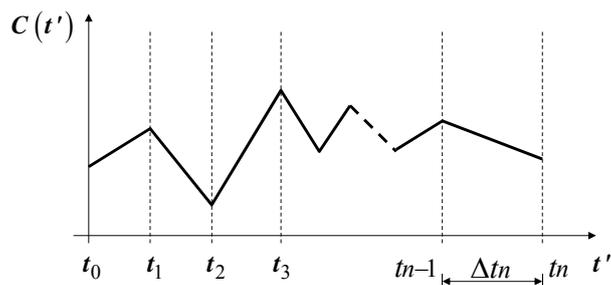


Figure 3.2 : Evolution de $C(t')$
Thèse de Doctorat de Jean-Marie HUSSON
Soutenue le 02/12/2009

L'équation (3.6) se décompose en deux intégrales pouvant être simplifiées de façon indépendante. La première peut être caractérisée, dans un premier temps, par l'histoire passée mécano temporelle (intégrale $A(t_{n-1})$) et la seconde représente la mise à jour des champs durant l'incrément Δt_n (intégrale $B(\Delta t_n)$).

Selon l'équation(3.6), l'intégrale $A(t_{n-1})$ prend la forme suivante :

$$A(t_{n-1}) = \int_{0^-}^{t_{n-1}} \underset{t' \in [\tau, t_n]}{\text{Max}} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.8)$$

D'une façon identique, l'intégrale $B(\Delta t_n)$ s'écrit :

$$B(\Delta t_n) = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \underset{t' \in [\tau, t_n]}{\text{Max}} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.9)$$

Enfin, comme pour la souplesse $C(t)$, nous supposons une variation linéaire de la contrainte $\phi(t)$ dans l'incrément Δt_n . Nous avons comme évolution :

$$C(t) = \frac{\Delta C_n}{\Delta t_n} \cdot (t - t_{n-1}) + C_{n-1} \text{ avec } \Delta C_n = C(t_n) - C(t_{n-1}) \text{ et } C_{n-1} = C(t_{n-1}) \quad (3.10)$$

et

$$\phi(t) = \frac{\Delta \phi_n}{\Delta t_n} \cdot (t - t_{n-1}) + \phi_{n-1} \text{ avec } \Delta \phi_n = \phi(t_n) - \phi(t_{n-1}) \text{ et } \phi_{n-1} = \phi(t_{n-1}) \quad (3.11)$$

Comme indiqué dans l'expression (3.8), l'intégrale $A(t_{n-1})$ a la particularité d'avoir sa variable d'intégration qui varie entre 0 et t_{n-1} . Ainsi, si la souplesse diminue au delà de la borne t_{n-1} , nous pouvons écrire :

$$\underset{t' \in [\tau, t_n]}{\text{Max}} [C(t')] = \underset{t' \in [\tau, t_{n-1}]}{\text{Max}} [C(t')] \quad (3.12)$$

Ainsi, en considérant la simplification (3.12) dans la forme générale (3.8), nous obtenons :

$$A(t_{n-1}) = \int_{0^-}^{t_{n-1}} \underset{t' \in [\tau, t_{n-1}]}{\text{Max}} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.13)$$

La comparaison directe des équations (3.4) et (3.13) permet d'écrire :

$$A(t_{n-1}) = \varepsilon(t_{n-1}) \quad (3.14)$$

De même, la variable d'intégration τ variant entre t_{n-1} et t_n , la fonction $C(\tau)$ étant décroissante, nous avons, figure 3.3 :

$$\underset{t' \in [\tau, t_n]}{\text{Max}} [C(t')] = C(\tau) \quad (3.15)$$

Ainsi, l'équation (3.9) peut se réécrire, en considérant la remarque (3.15) :

$$B(\Delta t_n) = \int_{t_{n-1}}^{t_n} C(\tau) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.16)$$

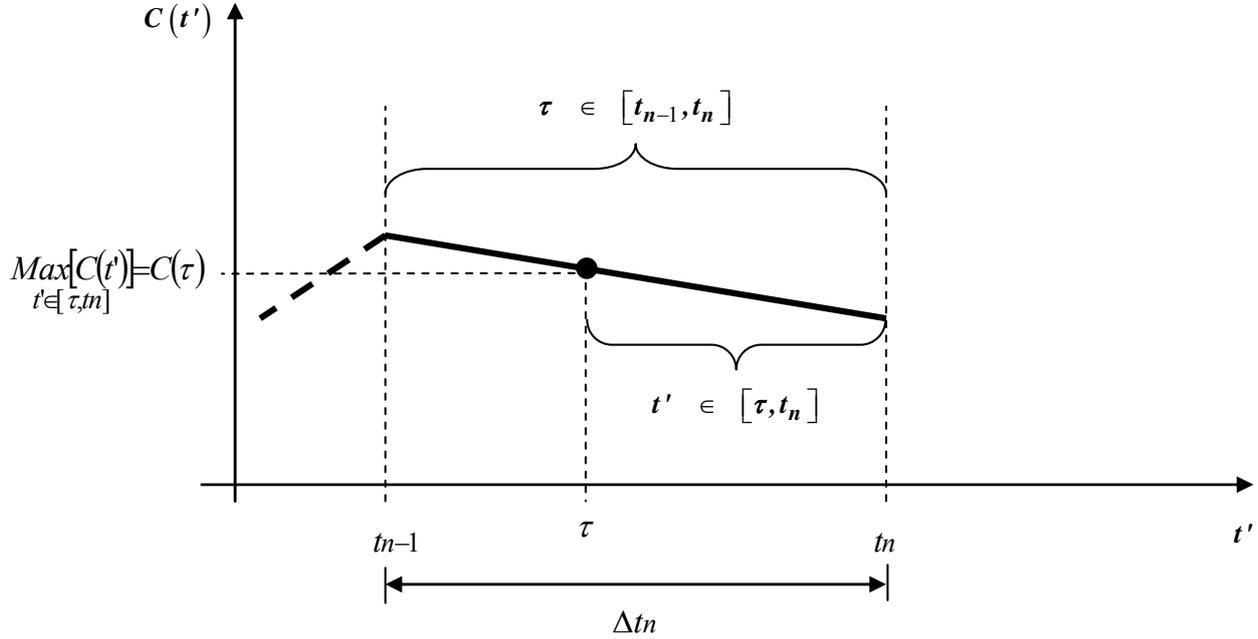


Figure 3.3: Evolution de $C(\tau)$ dans l'incrément Δt_n

En remplaçant, dans l'expression (3.16), les variations linéaires de C et ϕ , relations (3.10) et (3.11), nous obtenons :

$$B(\Delta t_n) = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left(\frac{\Delta C_n}{\Delta t_n} \cdot (\tau - t_{n-1}) + C_{n-1} \right) \cdot \frac{\Delta \phi_n}{\Delta t_n} d\tau \quad (3.17)$$

Après intégration de (3.17), nous obtenons :

$$B(\Delta t_n) = \Delta \phi_n \cdot \left(\frac{C_n + C_{n-1}}{2} \right) = \Delta \phi_n \cdot \left(C_{n-1} + \frac{\Delta C_n}{2} \right) \quad (3.18)$$

Finalement, en regroupant les deux termes (3.14) et (3.18) dans l'expression de la déformation (3.6), nous obtenons :

$$\varepsilon(t_n) = \varepsilon(t_{n-1}) + \Delta \phi_n \cdot \left(C_{n-1} + \frac{\Delta C_n}{2} \right) \quad (3.19)$$

En considérant l'incrément de déformation $\Delta \varepsilon_n$ durant l'incrément de temps Δt_n , l'équation (3.19) permet d'écrire :

$$\Delta \varepsilon_n = \varepsilon(t_n) - \varepsilon(t_{n-1}) = \Delta \phi_n \cdot \left(C_{n-1} + \frac{\Delta C_n}{2} \right) = \Delta \phi_n \cdot \left(\frac{C_{n-1} + C_n}{2} \right) \quad (3.20)$$

Pendant une phase de rigidification, la déformation ne peut évoluer que si la contrainte, due au chargement mécanique, varie ; signe de l'effet verrou.

212 - Comportement assouplissant

Dans le cas d'une augmentation de souplesse sur l'incrément de temps Δt_n , nous avons la restriction suivante :

$$\Delta C_n > 0 \quad (3.21)$$

Soit l'instant \bar{t} tel que $C(\bar{t}) = C(t_n)$, figure 3.4. L'effet verrou va perdurer entre les instants \bar{t} et t_n , pour l'état de contrainte ϕ atteint au temps \bar{t} . Entre les instants \bar{t} et t_n , la souplesse reste inférieure ou égale à $C(t_n)$. Nous avons ainsi :

$$\text{pour } \tau < \bar{t} : \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] = \text{Max}_{t' \in [\tau, \bar{t}]} [C(t')] \quad (3.22)$$

$$\text{pour } \bar{t} \leq \tau \leq t_n : \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] = C(t_n) \quad (3.23)$$

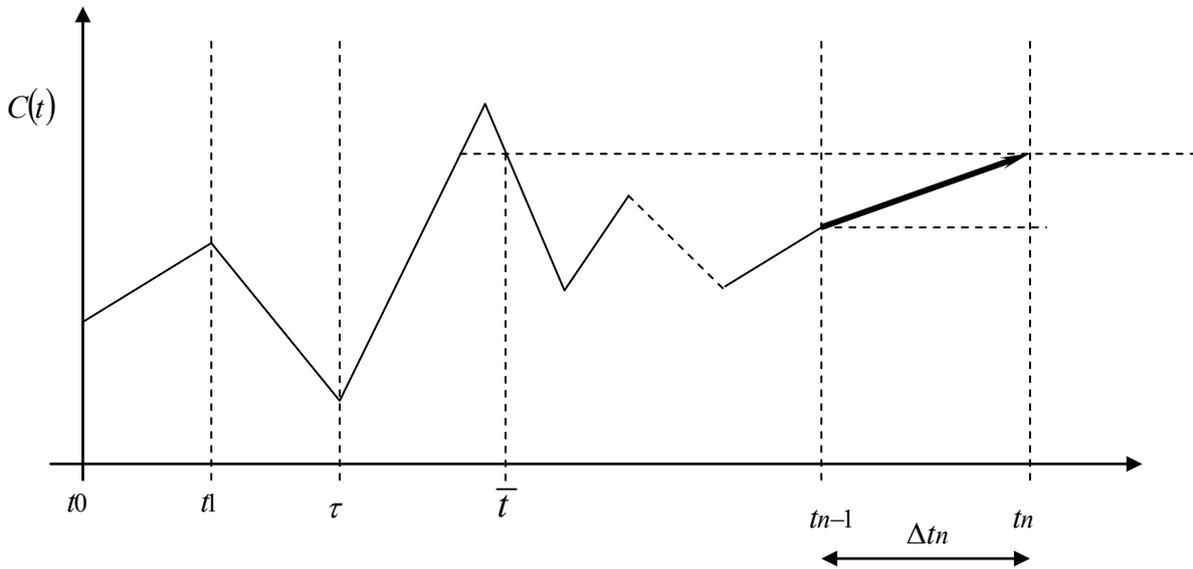


Figure 3.4 : Evolution croissante de $C(\tau)$

L'équation (3.4) peut alors se décomposer ainsi :

$$\varepsilon(t_n) = \int_{0^-}^{t_n} \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau = \int_{0^-}^{\bar{t}} \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau + \int_{\bar{t}}^{t_n} \text{Max}_{t' \in [\tau, t_n]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.24)$$

En considérant, dans les deux termes de l'équation (3.24), les deux remarques (3.22) et (3.23) permettent la simplification suivante :

$$\varepsilon(t_n) = \int_{0^-}^{\bar{t}} \text{Max}_{t' \in [\tau, \bar{t}]} [C(t')] \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau + \int_{\bar{t}}^{t_n} C(t_n) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} d\tau \quad (3.25)$$

Ce qui se simplifie par :

$$\varepsilon(t_n) = \varepsilon(\bar{t}) + C(t_n) \cdot [\phi(t_n) - \phi(\bar{t})] \quad (3.26)$$

Cette relation peut s'exprimer à l'aide des incréments de charges et de déformations par :

$$\Delta \varepsilon(t_n) = \varepsilon(\bar{t}) - \varepsilon(t_{n-1}) + C(t_n) \cdot [\Delta \phi(t_n) + \phi(t_{n-1}) - \phi(\bar{t})] \quad (3.27)$$

Elle peut se simplifier alors sous la forme suivante :

$$\Delta \varepsilon(t_n) = [C(t_n) \cdot \Delta \phi(t_n)] + [C(t_n) \cdot \phi(t_{n-1}) - \varepsilon(t_{n-1})] - [C(t_n) \cdot \phi(\bar{t}) - \varepsilon(\bar{t})] \quad (3.28)$$

Ou en reprenant les notations utilisées pour les relations (3.10) et (3.11) :

$$\Delta \varepsilon_n = [C_n \cdot \Delta \phi_n] + [C_n \cdot \phi_{n-1} - \varepsilon_{n-1}] - [C_n \cdot \bar{\phi} - \bar{\varepsilon}] \quad (3.29)$$

Cette formulation permet de mettre en évidence les trois causes d'évolution de l'incrément de déformation $\Delta \varepsilon_n$:

la première est liée à l'évolution du chargement $\Delta \phi_n$, sur l'incrément de temps Δt_n , la seconde est due à l'influence du changement de complaisance sur le chargement ϕ_{n-1} existant au temps t_{n-1} , la dernière à l'annulation partielle ou totale de la déformation mécanosorptive.

La relation (3.29) peut également s'exprimer sous la forme

$$\Delta \phi_k^n = \frac{1}{C_n} [\Delta \varepsilon^n + \varepsilon^{n-1} - \bar{\varepsilon}] + [\bar{\phi}_k - \phi_k^{n-1}] \quad (3.30)$$

22 - Amortisseur

Le comportement mécanique de l'amortisseur est traduit par la loi de Newton:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{\eta(t)} \cdot \phi(t) \quad (3.31)$$

L'équation (3.31) peut s'écrire sous la forme intégrale suivante:

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \tau} d\tau = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \beta(\tau) \cdot \phi(\tau) d\tau \text{ avec } \beta(t) = \frac{1}{\eta(t)} \quad (3.32)$$

Nous considérons une évolution linéaire de $\beta(t)$ pendant l'incrément de temps Δt_n :

$$\beta(t) = \frac{\Delta \beta_n}{\Delta t_n} \cdot (t - t_{n-1}) + \beta_{n-1} \text{ avec } \Delta \beta_n = \beta(t_n) - \beta(t_{n-1}) \text{ et } \beta_{n-1} = \beta(t_{n-1}) \quad (3.33)$$

La prise en compte dans l'équation (3.32) des évolutions linéaires de $\phi(t)$ (3.11) et de $\beta(t)$ (3.33) permet d'écrire :

$$\Delta \varepsilon_n = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \left[\frac{\Delta \beta_n}{\Delta t_n} \cdot (\tau - t_{n-1}) + \beta_{n-1} \right] \cdot \left[\frac{\Delta \phi_n}{\Delta t_n} \cdot (\tau - t_{n-1}) + \phi_{n-1} \right] d\tau$$

$$\text{avec } \Delta\varepsilon_n = \varepsilon(t_n) - \varepsilon(t_{n-1}) = \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{\partial\varepsilon(\tau)}{\partial\tau} d\tau \quad (3.34)$$

La résolution de l'intégrale permet d'obtenir la relation suivante :

$$\Delta\varepsilon_n = \left[\left(\frac{\beta_{n-1}}{2} + \frac{\Delta\beta_n}{3} \right) \cdot \Delta t_n \right] \cdot \Delta\phi_n + \left[\left(\beta_{n-1} + \frac{\Delta\beta_n}{2} \right) \cdot \Delta t_n \right] \cdot \phi_{n-1} \quad (3.35)$$

Elle peut se simplifier sous la forme :

$$\Delta\varepsilon_n = \left[\left(\frac{\beta_{n-1} + 2\beta_n}{6} \right) \cdot \Delta t_n \right] \cdot \Delta\phi_n + \left[\left(\frac{\beta_{n-1} + \beta_n}{2} \right) \cdot \Delta t_n \right] \cdot \phi_{n-1} \quad (3.36)$$

L'incrément de déformation au temps t_n est fonction de la charge reçue par l'amortisseur au temps t_{n-1} , ϕ_{n-1} et de l'incrément de charge appliqué $\Delta\phi_n$.

23 - Cellule viscoélastique

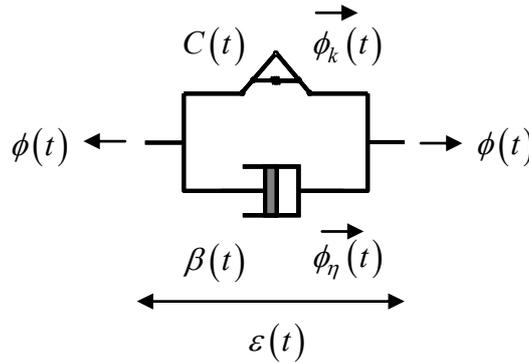


Figure 3.5 : La cellule viscoélastique

Le comportement de la cellule se traduit par deux relations. La première retranscrit l'égalité de la déformation du ressort $\varepsilon_k(t)$ et de l'amortisseur $\varepsilon_\eta(t)$. Elle s'exprime de façon incrémentale par la relation:

$$\Delta\varepsilon^n = \Delta\varepsilon_k^n = \Delta\varepsilon_\eta^n \text{ avec } \Delta\varepsilon_k^n = \varepsilon_k(t_n) - \varepsilon_k(t_{n-1}) \text{ et } \Delta\varepsilon_\eta^n = \varepsilon_\eta(t_n) - \varepsilon_\eta(t_{n-1}) \quad (3.37)$$

La seconde définit la partition de la contrainte de chargement $\phi(t)$ dans la cellule, elle s'exprime de façon incrémentale, sous la forme:

$$\Delta\phi^n = \Delta\phi_k^n + \Delta\phi_\eta^n \text{ avec } \Delta\phi_k^n = \phi_k(t_n) - \phi_k(t_{n-1}) \text{ et } \Delta\phi_\eta^n = \phi_\eta(t_n) - \phi_\eta(t_{n-1}) \quad (3.38)$$

$\phi_k(t)$ représente la contrainte mécanique appliquée au ressort mécanosorptif et $\phi_\eta(t)$ celle appliquée à l'amortisseur.

231 - Comportement rigidifiant

La prise en compte, dans la relation (3.38), des équations (3.20) et (3.36) permet d'écrire :

$$\Delta\phi^n = \Delta\varepsilon_k^n \cdot \left(\frac{2}{C_{n-1} + C_n} \right) + \Delta\varepsilon_\eta^n \cdot \left[\frac{1}{\left(\frac{\beta_{n-1}}{2} + \frac{\Delta\beta_n}{3} \right) \cdot \Delta t_n} \right] - \phi_\eta^{n-1} \cdot \left[\frac{\left(\frac{\beta_{n-1}}{2} + \frac{\Delta\beta_n}{2} \right) \cdot \Delta t_n}{\left(\frac{\beta_{n-1}}{2} + \frac{\Delta\beta_n}{3} \right) \cdot \Delta t_n} \right] \quad (3.39)$$

La considération de la relation (3.37) dans (3.39) amène la simplification suivante :

$$\Delta\varepsilon^n = M_r^n \cdot \Delta\phi^n + \tilde{\varepsilon}_r^{n-1} \quad (3.40)$$

avec

$$M_r^n = \frac{(C_{n-1} + C_n) \cdot (\beta_{n-1} + 2 \cdot \beta_n) \cdot \Delta t_n}{6 \cdot (C_{n-1} + C_n) + 2 \cdot [(\beta_{n-1} + 2 \cdot \beta_n) \cdot \Delta t_n]} \quad (3.41)$$

et

$$\tilde{\varepsilon}_r^{n-1} = M_r^n \cdot \phi_\eta^{n-1} \cdot \left[\frac{3 \cdot (\beta_{n-1} + \beta_n)}{\beta_{n-1} + 2 \cdot \beta_n} \right] \quad (3.42)$$

Le calcul de l'incrément de déformation élastique totale au temps t_n nécessite la connaissance des valeurs de complaisance et de viscosité aux temps t_{n-1} et t_n ainsi que la valeur de l'incrément de chargement $\Delta\phi^n$. Mais, il réclame également la connaissance de la contrainte de chargement s'appliquant sur l'amortisseur seul ϕ_η^{n-1} au temps t_{n-1} . Il est donc nécessaire d'initialiser le calcul incrémental. Si on considère que le premier chargement mécanique est appliqué au temps t_1 , on peut alors écrire qu'au temps t_0 :

$$\phi_\eta^0 = 0 \quad (3.43)$$

Il est donc possible de calculer, à l'aide de la relation (3.40), le premier incrément de déformation $\Delta\varepsilon^1$ (au temps t_1) après application du chargement :

$$\Delta\varepsilon^1 = M_r^1 \cdot \Delta\phi^1 \quad (3.44)$$

On en déduit, à l'aide des relations (3.37), (3.36) et (3.20), l'incrément de chargement mécanique appliqué à l'amortisseur $\Delta\phi_\eta^1$:

$$\Delta\phi_\eta^1 = \Delta\varepsilon^1 \cdot \frac{6}{(\beta_0 + 2 \cdot \beta_1) \cdot \Delta t_1} \quad (3.45)$$

Il en est de même pour l'incrément de chargement mécanique appliqué au ressort mécanosorptif

$$\Delta\phi_k^1 = \Delta\varepsilon^1 \cdot \left(\frac{2}{C_0 + C_1} \right) \quad (3.46)$$

Le chargement mécanique appliqué à l'amortisseur ϕ_η^1 se déduit à partir du résultat précédent (3.45) et à l'aide de l'équation (3.38). Le chargement mécanique appliqué au ressort mécanosorptif ϕ_k^1 se déduit à partir du résultat précédent (3.46) et à l'aide de l'équation(3.38). Ils permettent d'alimenter le calcul au temps t_2 pour une phase adoucissante ou rigidifiante.

232 - Comportement assouplissant

La formulation incrémentale du comportement assouplissant du ressort mécanosorptif (3.29) reprend l'histoire de chargement à partir du temps caractéristique \bar{t} . Elle peut également s'exprimer sous la forme :

$$\Delta\phi_k^n = \frac{1}{C_n} \cdot \left[\Delta\varepsilon_k^n + \left(\varepsilon_k^{n-1} - C_n \cdot \phi_k^{n-1} \right) + \left(C_n \cdot \bar{\phi}_k - \bar{\varepsilon}_k \right) \right] \quad (3.47)$$

La prise en compte, dans la relation (3.38), des équations (3.36) et (3.47), permet d'écrire :

$$\Delta\phi^n = \frac{\Delta\varepsilon_k^n - \left[C_n \cdot \left(\phi_k^{n-1} - \bar{\phi}_k \right) + \bar{\varepsilon}_k - \varepsilon_k^{n-1} \right]}{C_n} + \Delta\varepsilon_\eta^n \cdot \left(\frac{6}{(\beta_{n-1} + 2\beta_n) \cdot \Delta t_n} \right) - \phi_\eta^{n-1} \cdot \left(\frac{2\beta_{n-1} + \beta_n}{\beta_{n-1} + 2\beta_n} \right) \quad (3.48)$$

La considération de la relation (3.37) dans (3.48) amène la simplification suivante :

$$\Delta\varepsilon^n = M_a^n \cdot \Delta\phi^n + \tilde{\varepsilon}_a^{n-1} \quad (3.49)$$

avec

$$M_a^n = \frac{C_n \cdot (\beta_{n-1} + 2\beta_n) \cdot \Delta t_n}{6 \cdot C_n + [(\beta_{n-1} + 2\beta_n) \cdot \Delta t_n]} \quad (3.50)$$

et

$$\tilde{\varepsilon}_a^{n-1} = M_a^n \cdot \left\{ \phi_\eta^{n-1} \cdot \left[\frac{3 \cdot (\beta_{n-1} + \beta_n)}{\beta_{n-1} + 2\beta_n} \right] + \left(\phi_k^{n-1} - \bar{\phi}_k \right) + \frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon^{n-1}}{C_n} \right\} \quad (3.51)$$

Le calcul de l'incrément de déformation viscoélastique totale au temps t_n nécessite la connaissance des valeurs de complaisance au temps t_n et de viscosité aux temps t_{n-1} et t_n ainsi que la valeur de l'incrément de chargement $\Delta\phi^n$. Il réclame également la connaissance de la contrainte de chargement s'appliquant sur l'amortisseur et sur le ressort ainsi que la déformation au temps t_{n-1} . Il est donc nécessaire d'initialiser le calcul incrémental.

Si on considère que le premier chargement mécanique est appliqué à un temps t_1 , alors on peut écrire qu'au temps t_0 :

$$\phi_\eta^0 = \phi_k^0 = \bar{\phi}_k = 0 \text{ et } \bar{\varepsilon} = \varepsilon^0 = 0 \quad (3.52)$$

Il est donc possible de calculer, à l'aide de la relation (3.49), le premier incrément de déformation $\Delta\varepsilon^1$ après application du chargement

$$\Delta \varepsilon^1 = M_a^1 \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.53)$$

et d'en déduire à l'aide des relations (3.37), (3.36) et (3.29) un incrément de chargement mécanique appliqué à l'amortisseur $\Delta \phi_\eta^1$ fourni par la relation (3.45) ainsi que celui appliqué au ressort mécanosorptif.

$$\Delta \phi_k^1 = \frac{\Delta \varepsilon^1}{C_1} \quad (3.54)$$

Le chargement mécanique appliqué à l'amortisseur ϕ_η^1 se déduit à partir du résultat donné dans l'expression (3.45) et à l'aide de l'équation (3.38). Le chargement mécanique appliqué au ressort ϕ_k^1 se déduit à partir du résultat précédent (3.54) et à l'aide de l'équation (3.38). Ces valeurs permettent d'alimenter le calcul au temps t_2 .

24 - Cellule viscoélastique généralisée

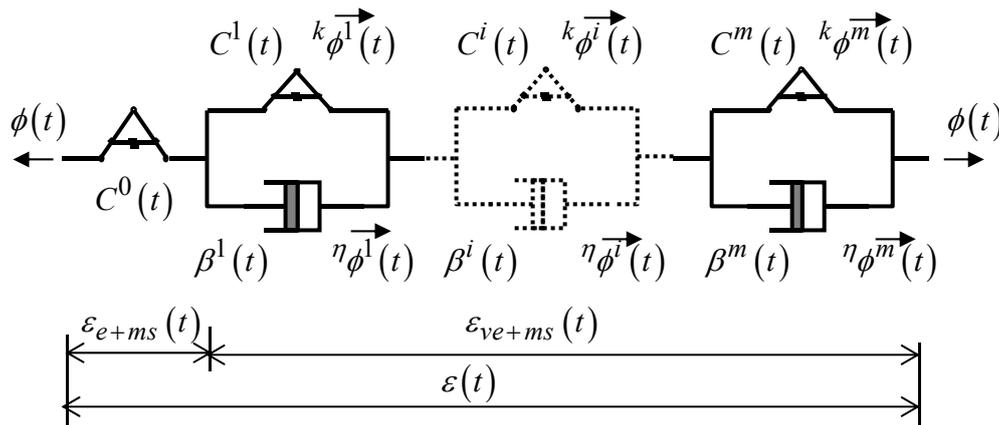


Figure 3.7 : La cellule viscoélastique généralisée

Afin d'obtenir une réponse simulée la plus proche possible des résultats expérimentaux, il est nécessaire d'utiliser plusieurs cellules rhéologiques en série. Pour faciliter l'écriture incrémentale, les notations suivantes ont été retenues :

- Les exposants i placés à droite des caractères correspondent au numéro de la cellule
- Les indices n correspondent aux indices de temps
- Les exposants r et a placés à gauche des caractères correspondent au type de comportement respectivement rigidifiant et assouplissant
- Les exposants k et η placés à gauche de la contrainte mécanique ϕ précisent si elle se développe respectivement dans le ressort et l'amortisseur

241 - Comportement rigidifiant

La déformation totale $\varepsilon(t)$ est la somme de la déformation du ressort mécanosorptif et des m cellules Kelvin Voigt. Son écriture incrémentale est la somme des relations (3.20) et de la relation (3.40), elle s'exprime, au temps t_n sous la forme :

$$\Delta\varepsilon_n = \left[\frac{(C_{n-1}^0 + C_n^0)}{2} + \sum_{i=1}^m {}^r M_n^i \right] \cdot \Delta\phi_n + \sum_{i=1}^m {}^r \tilde{\varepsilon}_{n-1}^i \quad (3.55)$$

avec

$${}^r M_n^i = \frac{(C_{n-1}^i + C_n^i) \cdot (\beta_{n-1}^i + 2 \cdot \beta_n^i) \cdot \Delta t_n}{6 \cdot (C_{n-1}^i + C_n^i) + 2 \cdot [(\beta_{n-1}^i + 2 \cdot \beta_n^i) \cdot \Delta t_n]} \quad (3.56)$$

et

$${}^r \tilde{\varepsilon}_{n-1}^i = \eta_{\phi_{n-1}}^i \cdot {}^r M_n^i \cdot \left[\frac{3 \cdot (\beta_{n-1}^i + \beta_n^i)}{\beta_{n-1}^i + 2 \cdot \beta_n^i} \right] \quad (3.57)$$

242 - Comportement assouplissant

La déformation totale $\varepsilon(t)$ est la somme de la déformation du ressort mécanosorptif et des m cellules Kelvin Voigt. Son écriture incrémentale est la somme des relations (3.29) et de la relation (3.49), elle s'exprime sous la forme :

$$\Delta\varepsilon_n = \left[C_n^0 + \sum_{i=1}^m {}^a M_n^i \right] \cdot \Delta\phi_n + [C_n^0 \cdot \phi_{n-1} - \varepsilon_{n-1}^0] - [C_n^0 \cdot \bar{\phi}^0 - \bar{\varepsilon}^0] + \sum_{i=1}^m {}^a \tilde{\varepsilon}_{n-1}^i \quad (3.58)$$

avec

$${}^a M_n^i = \frac{C_n^i \cdot (\beta_{n-1}^i + 2 \cdot \beta_n^i) \cdot \Delta t_n}{6 \cdot C_n^i + [(\beta_{n-1}^i + 2 \cdot \beta_n^i) \cdot \Delta t_n]} \quad (3.59)$$

et

$${}^a \tilde{\varepsilon}_{n-1}^i = {}^a M_n^i \cdot \left\{ \eta_{\phi_{n-1}}^i \cdot \left(\frac{3 \cdot \beta_{n-1}^i + 3 \cdot \beta_n^i}{\beta_{n-1}^i + 2 \cdot \beta_n^i} \right) + \left(k \phi_{n-1}^i - k \bar{\phi}^i \right) + \frac{\bar{\varepsilon}^i - \varepsilon_{n-1}^i}{C_n^i} \right\} \quad (3.60)$$

3 - Algorithme

Afin d'alléger les écritures, l'algorithme présenté est établi pour une seule cellule viscoélastique.

Les notations suivantes ont été adoptées :

$$A = C_{n-1} + C_n \quad (3.61)$$

$$B = \beta_{n-1} + 2 \cdot \beta_n \quad (3.62)$$

$$C = \beta_{n-1} + \beta_n \quad (3.63)$$

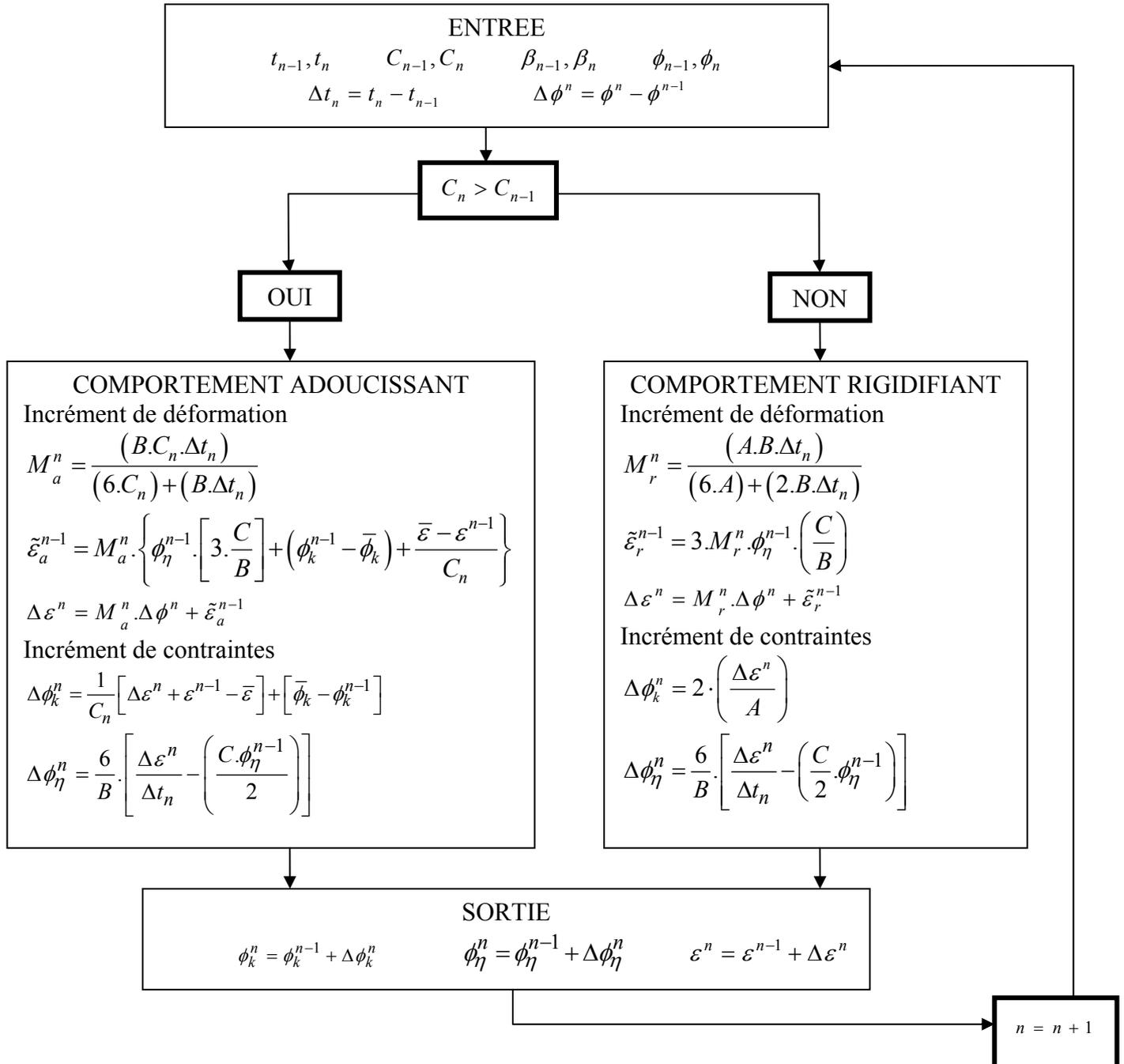


Figure 3.6 : Algorithme

4 - Stabilité numérique

Le schéma explicite que nous avons établi peut présenter une instabilité numérique, figure 3.7.

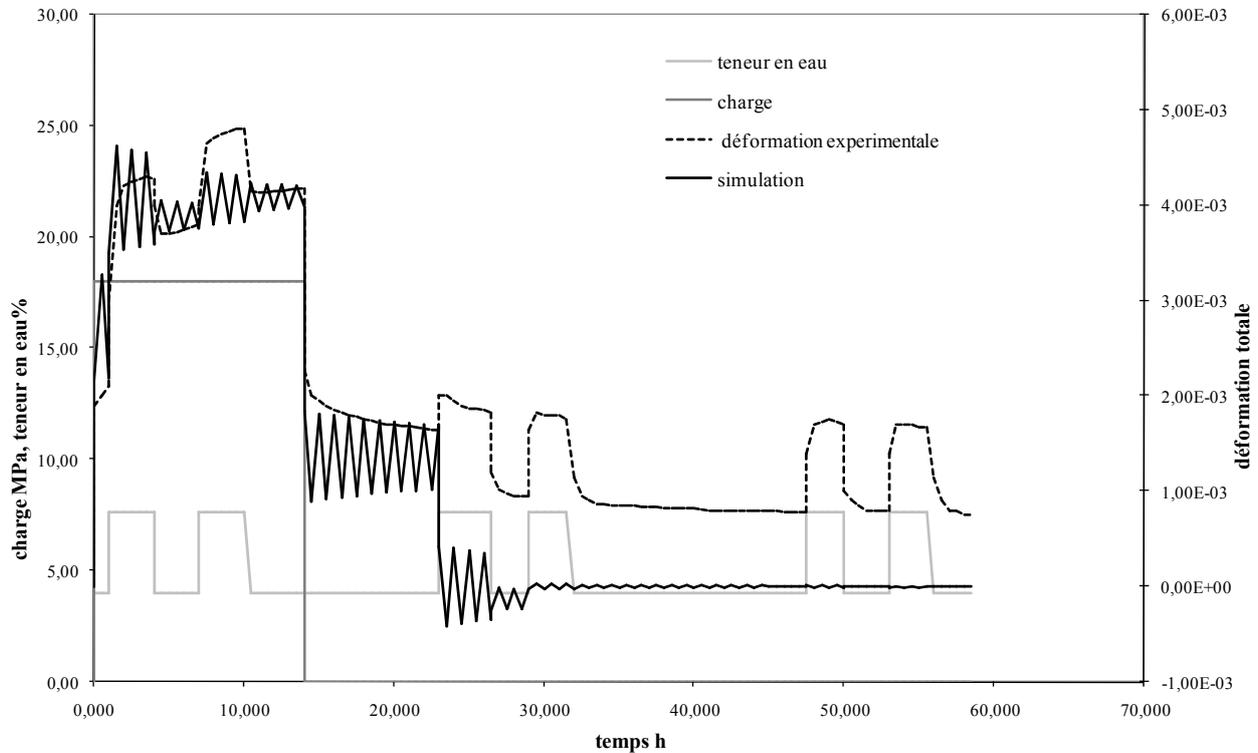


Figure 3.7 : Illustration de l'instabilité numérique

Pour que chaque cellule viscoélastique soit stable, il est nécessaire que la répartition des contraintes dans la cellule, au temps t_1 juste après l'application de la charge au temps t_0 , soit telle que l'amortisseur reprenne une grande part de la contrainte mécanique totale et que, par complément, la part reprise par le ressort mécanosorptif soit limitée.

Si on note x le pourcentage de contrainte repris par le ressort mécanosorptif, nous avons:

$$\Delta\phi_k^1 = \frac{x}{100} \cdot \Delta\phi^1 \quad (3.64)$$

En considérant que le matériau est inerte avant l'application de la charge alors, au temps t_0 , nous notons:

$$\tilde{\varepsilon}_a^0 = \tilde{\varepsilon}_r^0 = 0 \quad (3.65)$$

Dans l'hypothèse où entre les temps t_{-1} et t_1 , la teneur en eau reste constante, les comportements adoucissants et rigidifiants sont équivalentes :

$$M_a^1 = M_r^1 = \frac{(A.B.\Delta t_1)}{(6.A) + (2.B.\Delta t_1)} \quad (3.66)$$

En se basant sur le comportement rigidifiant, on peut écrire :

$$\Delta \phi_k^1 = 2 \cdot \left(\frac{\Delta \varepsilon^1}{A} \right) \text{ avec } \Delta \varepsilon^1 = M_r^1 \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.67)$$

La prise en compte de la relation (3.64) dans la relation (3.67) permet de définir la relation suivante :

$$2 \cdot \left(\frac{M_r^1 \cdot \Delta \phi^1}{A} \right) = \frac{x}{100} \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.68)$$

Après simplification de l'écriture et la prise en compte de la relation (3.66), on obtient :

$$\frac{3.A}{B.\Delta t_1} = \frac{100-x}{x} \quad (3.69)$$

Dans l'hypothèse où la teneur en eau reste constante, entre les temps t_{-1} et t_1 , les relations (3.61) et (3.62) peuvent se simplifier sous les formes suivantes :

$$A = 2.C_0 \text{ et } B = 3.\beta_0 \quad (3.70)$$

La prise en compte des écritures (3.70) dans la relation (3.69) permet d'écrire :

$$\frac{2.C_0}{\beta_0.\Delta t_1} = \frac{100-x}{x} \text{ ou } \frac{2.\eta_0}{k_0.\Delta t_1} = \frac{100-x}{x} \quad (3.71)$$

Cette relation peut également s'exprimer sous la forme :

$$\Delta t_1 = \frac{2.\eta_0}{k_0} \cdot \frac{x}{100-x} \quad (3.72)$$

Si on souhaite obtenir des résultats précis (dès que le ressort reprend 1%) ou beaucoup moins précis (dès que le ressort reprend 10%) nous n'avons pas la même exigence de précision sur le pas de temps. Si la viscosité est très grande par rapport à la raideur, un pas de temps élevé suffira pour obtenir une grande stabilité sur la réponse de la cellule viscoélastique. Inversement, si la viscosité est faible par rapport à la raideur, la cellule s'ouvrira rapidement et le pas de temps devra être très petit.

Au temps t_1 juste après l'application de la charge au temps t_0 , la relation (3.64) permet de définir l'incrément de contrainte repris par l'amortisseur de la façon suivante :

$$\Delta \phi_\eta^1 = \frac{100-x}{100} \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.73)$$

La contrainte dans l'amortisseur étant nulle au temps t_0 , elle vaut au temps t_1 :

$$\phi_\eta^1 = \frac{100-x}{100} \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.74)$$

Au temps t_2 , en considérant que la teneur en eau reste constante, les comportements rigidifiant ou adoucissant de la procédure sont identiques alors :

$$M_a^2 = M_r^2 = \frac{C_0 \cdot \beta_0 \cdot \Delta t}{(2 \cdot C_0 + \beta_0 \cdot \Delta t)} = \frac{\Delta t}{(2 \cdot \eta_0 + k_0 \cdot \Delta t)} \quad (3.75)$$

La déformation $\tilde{\varepsilon}_r^1$ est alors égale à :

$$\tilde{\varepsilon}_r^1 = 3 \cdot \frac{\Delta t}{(2 \cdot \eta_0 + k_0 \cdot \Delta t)} \cdot \frac{100 - x}{100} \cdot \Delta \phi^1 \cdot \frac{2}{3} \quad (3.76)$$

En considérant qu'il n'y a pas de nouvel incrément de charge, l'incrément de déformation est égale à :

$$\Delta \varepsilon^2 = \tilde{\varepsilon}_r^1 = \frac{2 \cdot \Delta t}{(2 \cdot \eta_0 + k_0 \cdot \Delta t)} \cdot \frac{100 - x}{100} \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.77)$$

L'incrément de contrainte dans le ressort au temps t_2 vaut alors :

$$\Delta \phi_k^2 = 2 \cdot \left(\frac{\Delta \varepsilon^2}{2 \cdot C_0} \right) = k_0 \cdot \Delta \varepsilon^2 = \frac{2 \cdot k_0 \cdot \Delta t}{(2 \cdot \eta_0 + k_0 \cdot \Delta t)} \cdot \frac{100 - x}{100} \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.78)$$

La contrainte dans le ressort est égale à :

$$\phi_k^2 = \Delta \phi_k^1 + \Delta \phi_k^2 = \left[\frac{x}{100} + \frac{2 \cdot k_0 \cdot \Delta t}{(2 \cdot \eta_0 + k_0 \cdot \Delta t)} \cdot \frac{100 - x}{100} \right] \cdot \Delta \phi^1 \quad (3.79)$$

La charge dans le ressort ne peut pas être supérieure au chargement appliqué, il en résulte la condition suivante :

$$\frac{x}{100} + \frac{2 \cdot k_0 \cdot \Delta t}{(2 \cdot \eta_0 + k_0 \cdot \Delta t)} \cdot \frac{100 - x}{100} \leq 1 \quad (3.80)$$

Ou, après simplification :

$$\frac{2 \cdot k_0 \cdot \Delta t}{(2 \cdot \eta_0 + k_0 \cdot \Delta t)} \leq 1 \quad (3.81)$$

Il est donc nécessaire de limiter le pas de temps à une valeur stabilisatrice de :

$$\Delta t \leq 2 \cdot \frac{\eta_0}{k_0} \quad (3.82)$$

Le pas de temps stabilisateur de la procédure, pour chaque cellule viscoélastique est fonction du rapport η_0/k_0 identifié. La prise en compte de la condition (3.82) dans la relation (3.73) permet de montrer que la stabilité de la procédure n'est atteinte que si le ressort reprend moins de 50% de la charge au premier pas de temps.

5 - Conclusion

Une écriture incrémentale de la loi de comportement élastique linéaire a été établie. Elle est associée au comportement du ressort mécanosorptif et fait apparaître la mémoire du matériau sous la forme de la rigidité minimale connue sous charge.

L'implantation du ressort mécanosorptif dans une cellule de Kelvin Voigt généralisée a permis l'écriture incrémentale du comportement viscoélastique linéaire incluant le phénomène de mécanosorption.

La recherche de la stabilité numérique de la procédure nécessite la détermination d'un pas de temps de calcul maximum. Car, si au premier pas de temps de calcul, les charges supportées par la ressort mécanosorptif de la cellule viscoélastique sont supérieures à celles supportées par l'amortisseur, un phénomène de résonance apparaît et crée une divergence du modèle.

L'établissement de l'écriture incrémentale des lois de comportement élastiques et viscoélastiques linéaires permet maintenant une résolution numérique afin de valider notre modèle.

CH4 - VALIDATIONS NUMERIQUES ET EXPERIMENTALES

1 - Introduction.....	87
2 - Résultats numériques	87
21 - Comportement élastique	87
22 - Comportement viscoélastique.....	90
3 - Identification des caractéristiques rhéologiques d'un essai de fluage	94
4 - Essai de traction	97
41 – Essai 1	97
411 - Identification des paramètres	99
412 - Simulation de l'essai	100
42 - Essai 2	102
421 - Identification des paramètres	104
422 - Simulation de l'essai	105
5 - Essai de flexion.....	107
51 - Identification des paramètres	109
52 - Simulation de l'essai	110
6 - Conclusion	111

1 - Introduction

La programmation des lois de comportement élastique (2.52) et viscoélastique (2.74) précédemment établies, est mise en application dans ce chapitre. Dans un premier temps, la réponse du modèle est étudiée sous différentes combinaisons artificielles de variations simultanées de chargement mécanique et de teneur en eau. Les différents phénomènes présentés jusque là sont détaillés et découplés grâce au modèle. Puis dans un second temps, la réponse du modèle est confrontée à des résultats expérimentaux. Après identification des caractéristiques mécaniques des échantillons de bois, nécessaires à l'utilisation de notre modèle, nous comparons les résultats des simulations que nous obtenons avec ceux des essais réalisés.

Les validations expérimentales que nous menons portent sur deux types d'essais :

- Des essais de traction réalisés sur des échantillons à l'échelle de la fibre,
- Des essais de flexion sur des poutres en bois massif à l'échelle centimétrique.

2 - Résultats numériques

21 - Comportement élastique

L'étude est centrée, en premier lieu, sur la réponse élastique de notre modèle. Les valeurs de rigidité $k(t)$ ont été choisies afin d'amplifier la réponse mécanosorptive et de favoriser sa mise en évidence. Elles ne sont pas obtenues de façon expérimentale, mais calculées en fonction de la teneur en eau, grâce à l'équation (4.1). Les variations de rigidité, ainsi que les vitesses de chargement sont choisies arbitrairement et non pas ici de sens physique.

$$k(t) = \frac{10^5}{w(t)} \text{ avec } k(t) \text{ en MPa et } w(t) \text{ en \%} \quad (4.1)$$

Un essai de fluage-recouvrance avec deux niveaux d'humidification différents est présenté, figure 4.1. Le chargement mécanique est appliqué à l'état sec. Pendant la phase à chargement

mécanique constant, deux humidifications sont appliquées, induisant deux diminutions de rigidité. Les deux mêmes cycles d'humidification/séchage sont répétés pendant la phase de recouvrance.

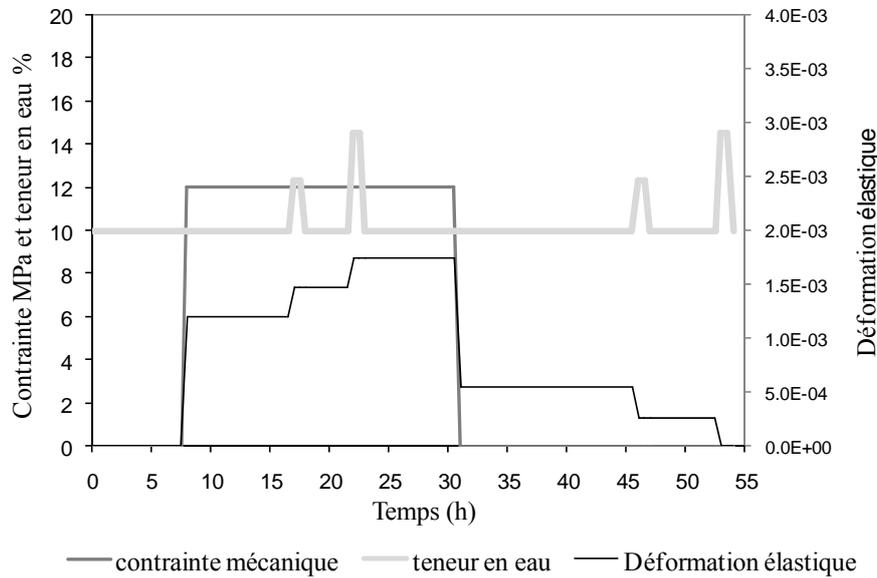


Figure 4.1 Application n°1

Bilan de l'application 1 : Les deux premières humidifications aux temps 17 et 22 induisent une augmentation de déformation par adoucissement. Par la suite, les premiers séchages, aux temps 18 et 23, mettent en évidence les effets hygro-verrou. La phase de recouvrance, en faisant apparaître les deux diminutions successives de la déformation élastique jusqu'à l'annulation, traduisent l'effet mémoire du matériau et son effacement.

Le deuxième exemple, figure 4.2, prend en compte deux incréments de chargement synchronisés, pour chaque seuil, avec un cycle d'humidification/séchage. Pendant la phase de recouvrance, une première humidification, moins importante que les précédentes, est appliquée suivie d'une deuxième, d'un niveau identique à celles connues sous charge.

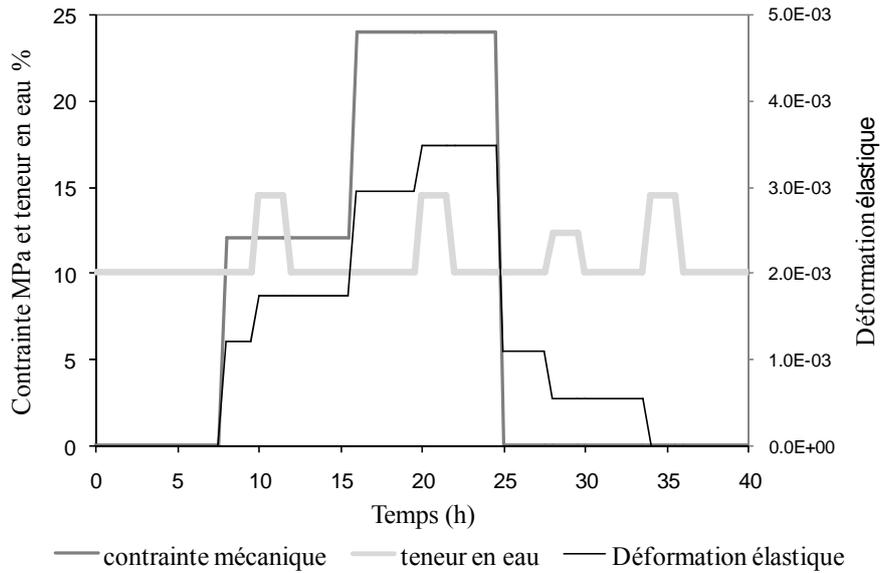


Figure 4.2 Application n°2

Bilan de l'application 2 : L'annulation totale de la déformation élastique n'est obtenue que lors de la seconde humidification (au temps 34), du même niveau que celui atteint durant l'état chargé. Cette seconde application met en évidence l'effet mémoire en considérant, dans un premier temps, le couplage entre l'histoire des chargements et celle des humidités traduit par deux effets hygro-verrou et le rappel de l'histoire des humidités pendant la phase de recouvrance.

Une simulation semblable est proposée en figure 4.3. Le dernier niveau d'humidification est plus important que ceux connus pendant la phase de chargement mécanique.

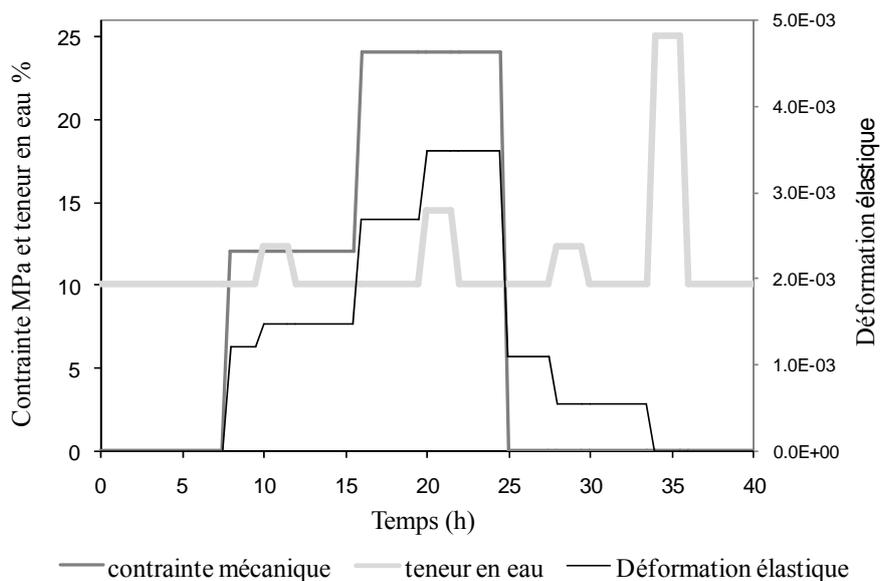


Figure 4.3 Application n°3

Bilan de l'application 3 : Dans ce cas, seule la valeur de rigidité minimale connue sous chargement mécanique est mémorisée. Une rigidité plus faible que la valeur minimale connue sous chargement mécanique annule les déformations mécanosorptives sans en créer de négatives.

Le dernier exemple, figure 4.4, complète le précédent par la création d'une phase de rigidification après application du deuxième incrément de charge et durant la phase de recouvrance.

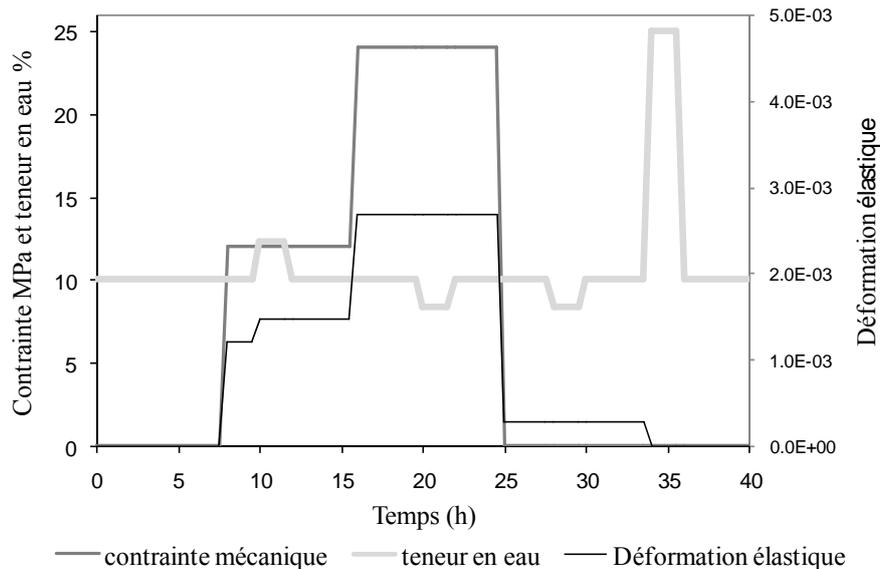


Figure 4.4 Application n°4

Bilan de l'application 4 : Ce cas de charge montre que la rigidification est sans effet sur la déformation résiduelle mécanosorptive. Finalement, un dernier assouplissement annule la déformation mécanosorptive.

22 - Comportement viscoélastique

Après avoir validé notre modèle de façon théorique, pour les conditions d'existence de la contrainte mécanosorptive, limitée à la réponse en déformation élastique, la relation (2.79) peut maintenant être programmée afin de simuler et de proposer quelques éléments de réponse viscoélastique. Nous avons choisi d'utiliser un modèle simple composé d'un ressort mécanosorptif et d'une seule cellule viscoélastique mécanosorptive, figure 4.5.

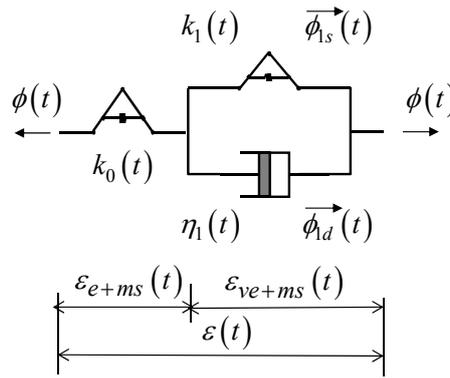


Figure 4.5 Modèle rhéologique de simulation viscoélastique

Les rigidités des deux ressorts $k_0(t)$ et $k_1(t)$ sont identiques. Elles sont déterminées en fonction de la teneur en eau w grâce à la relation (4.1) déjà utilisée pour analyser le comportement élastique. La viscosité $\eta_1(t)$ a été choisie afin d'amplifier l'accélération du fluage et de favoriser ainsi sa mise en évidence. Elle est définie par la relation (4.2).

$$\eta_1(t) = \frac{1}{2,3 \cdot 10^{-6} \cdot w(t) - 1,0 \cdot 10^{-6}} \quad (4.2)$$

Les quatre cas de charge envisagés sont semblables à ceux étudiés pour l'analyse de la déformation élastique. La figure 4.6, présente un essai de fluage-recouvrance avec deux niveaux différents de teneur en eau induisant deux diminutions de rigidité pendant la phase de fluage et de recouvrance.

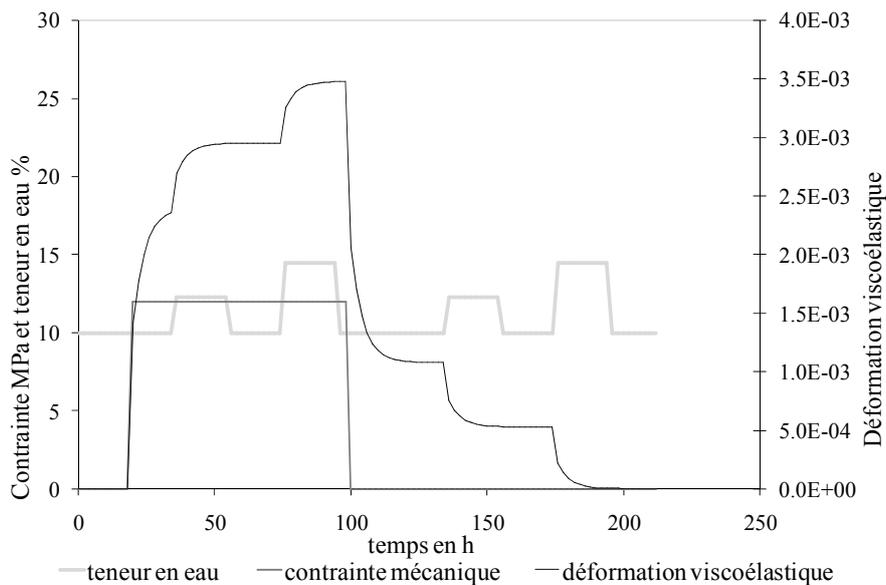


Figure 4.6 Application n°5

Bilan de l'application 5 : Tout en mettant en évidence le phénomène de fluage, cette simulation traduit le blocage des déformations, lors du premier séchage sous charge. La libération de l'effet hygro-verrou est partielle lors de la première humidification après déchargement. L'annulation de la déformation est totale lorsque la teneur en eau est à nouveau équivalente à la valeur maximale atteinte sous charge, et ce, après recouvrance viscoélastique.

L'application 6, figure 4.7, prend en compte deux incréments de chargement synchronisés, pour chaque seuil, avec un cycle d'humidification. Une première humidification, moins importante que les précédentes variations de rigidité connues pendant la phase de chargement, est appliquée pendant la phase de recouvrance. Elle est suivie d'un deuxième assouplissement, d'un niveau identique à ceux connus sous charge.

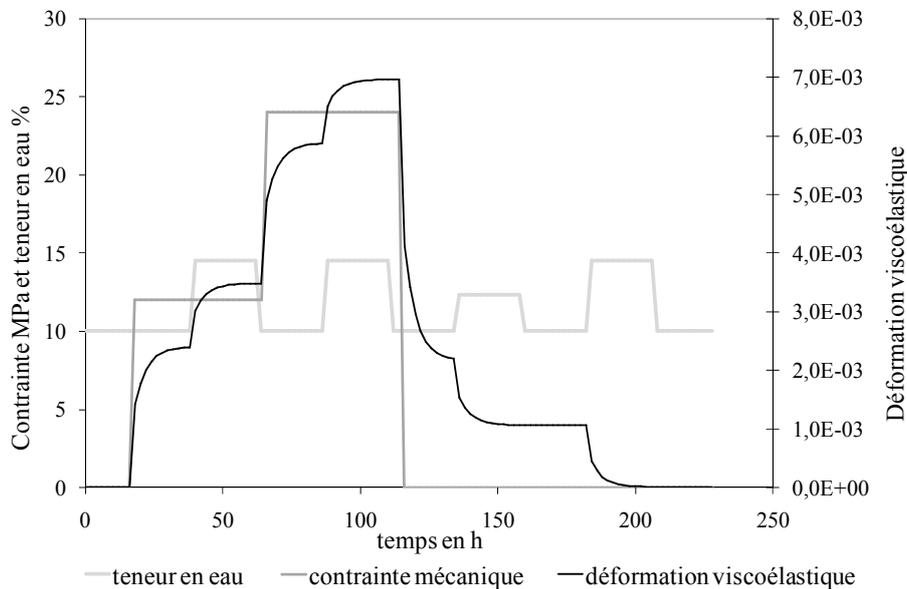


Figure 4.7 Application n°6

Bilan de l'application 6 : L'accélération du fluage est observable en fonction de la teneur en eau, pour chaque incrément de charge (au temps 25 et au temps 75). De la même façon, on peut observer une accélération de la relaxation au temps 125, lors de l'augmentation de la teneur en eau jusqu'à la valeur de 12%. Un blocage de la relaxation apparaît, au temps 150, lors du séchage. La recouvrance est totale dès lors que la teneur en eau maximale connue sous charge est à nouveau atteinte.

Une simulation semblable est proposée en figure 4.8. Le dernier créneau d'humidification est plus important que les deux premières diminutions de rigidité pendant la phase de chargement mécanique.

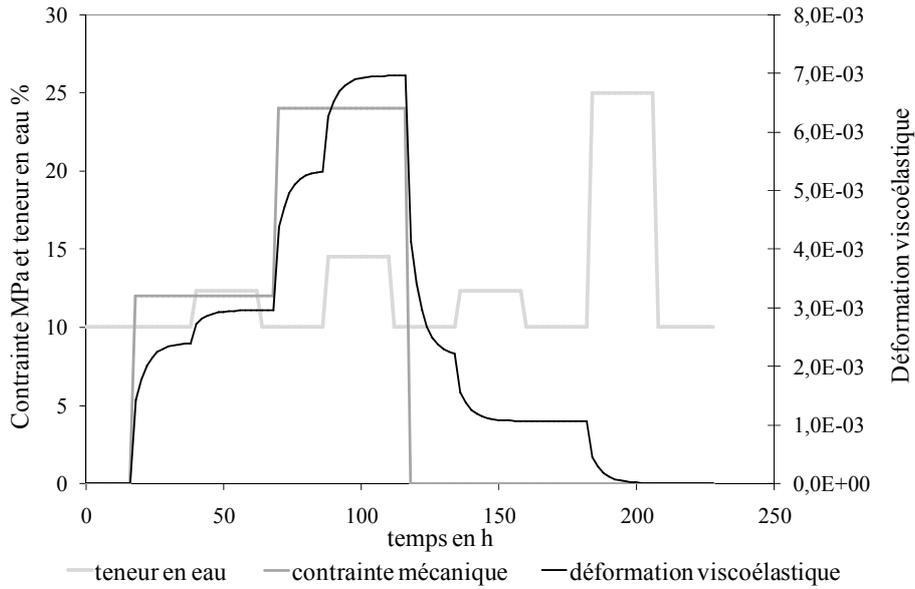


Figure 4.8 Application n°7

Bilan de l'application 7 : Une teneur en eau plus grande que celle connue sous charge annule les déformations sans en créer de négatives, ainsi, la recouvrance totale est indépendante du surplus d'humidification.

Le dernier exemple, figure 4.9, complète le précédent par la création d'une phase de rigidification après application du deuxième incrément de charge et durant la phase de recouvrance.

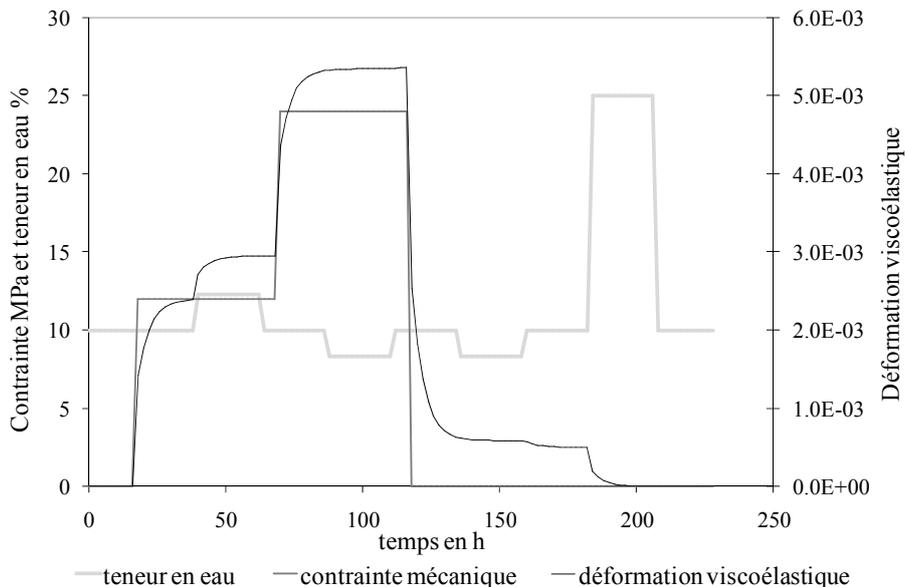


Figure 4.9 Application n°8

Bilan de l'application 8: Le séchage au temps 125 met en évidence un blocage de la déformation avant stabilisation de la recouvrance, et ce, sans modifier la mémoire hydrique du matériau.

3 - Identification des caractéristiques rhéologiques d'une fonction de fluage

Afin d'obtenir une réponse simulée la plus proche possible des résultats expérimentaux, il est nécessaire d'utiliser plusieurs cellules rhéologiques placées en série. Un nombre important de cellules viscoélastiques permet d'obtenir une réponse plus précise dans le temps, mais la complexité d'identification des paramètres s'en trouve augmentée. Aussi, nous considérerons seulement trois cellules viscoélastiques pour la suite des simulations numériques. Elles sont associées en série à un ressort mécanosorptif permettant de traduire la réponse élastique ainsi qu'à une cellule traduisant le retrait gonflement libre, figure 4.10. Ce choix permet d'obtenir une précision suffisante sur les réponses en déformation et limite la complexité de la procédure d'identification.

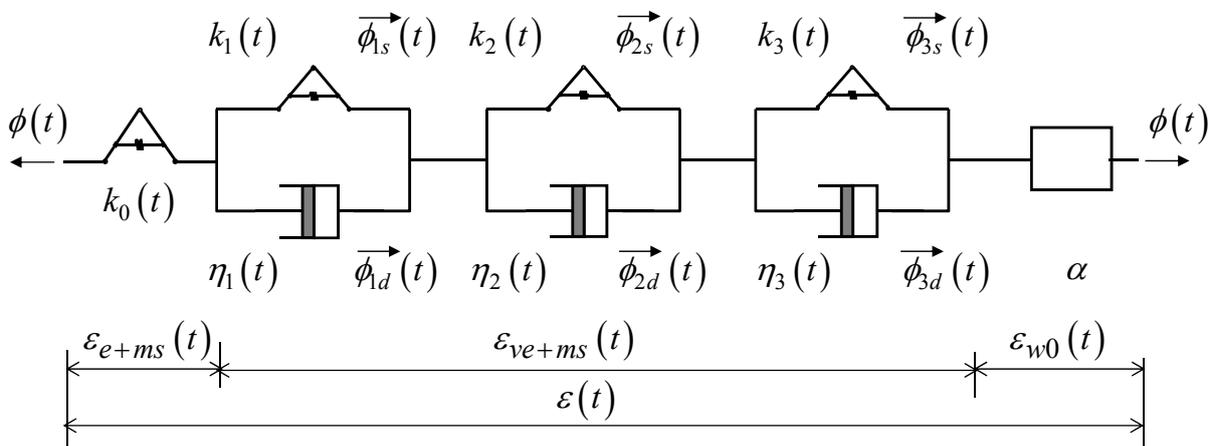


Figure 4.10 Modèle utilisé dans les simulations

La loi de comportement utilisée s'exprime, dans ce cas, par la relation suivante :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \frac{1}{k_{0\min}(\tau, t)} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \cdot d\tau + \sum_{i=1}^3 \int_0^t \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_i(\vartheta)} \cdot \exp\left[-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_{i\min}(\alpha, t)}{\eta_i(\alpha)} \cdot d\alpha\right] \cdot d\vartheta \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \tau} \cdot d\tau + \alpha \cdot w(t) \quad (4.3)$$

Par la connaissance des réponses en fluage à un état sec et à un état humide de référence, il est possible d'identifier les valeurs des rigidités et des viscosités des différentes cellules pour chacun de ces états. L'évolution de ces caractéristiques en fonction de la teneur en eau, est déterminée en considérant une hypothèse simplificatrice de linéarité. Il est également supposé que le retrait-gonflement hydrique se fait à coefficient α constant.

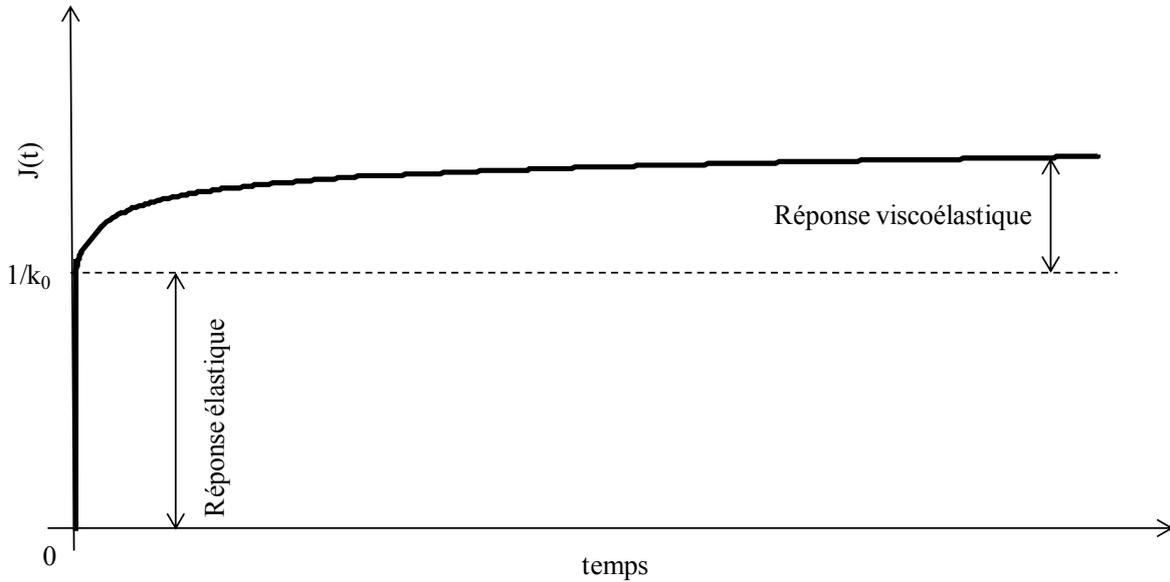


Figure 4.11 : Exemple d'une courbe de fluage

La détermination de la rigidité du ressort mécanosorptif k_0 s'effectue par simple lecture de la courbe de fluage, figure 4.11. L'identification des paramètres k_i et η_i des trois cellules viscoélastiques du modèle, présenté sur la figure 4.10, est obtenue par une méthode de décomposition spectrale des courbes de fluage expérimentales. La fonction de fluage globale peut se décomposer sous la forme suivante:

$$J(t) = J_1(t) + J_2(t) + J_3(t) = \frac{1}{k_1} \cdot [a_1(t)] + \frac{1}{k_2} \cdot [a_2(t)] + \frac{1}{k_3} \cdot [a_3(t)] \quad (4.4)$$

avec

$$a_i(t) = 1 - \exp\left(-\frac{k_i}{\eta_i} t\right) \quad (4.5)$$

Les essais d'identification sont réalisés à teneur en eau constante, la fonction de fluage peut alors s'exprimer sous la forme simplifiée (2.77). Pour un seul créneau de chargement appliqué au temps ($t = 0$), et pour chaque cellule viscoélastique i , elle peut se réduire à l'expression suivante:

$$J_i(t) = \frac{1}{k_i} \cdot \left[1 - \exp \left(-\frac{k_i}{\eta_i} t \right) \right] \quad (4.6)$$

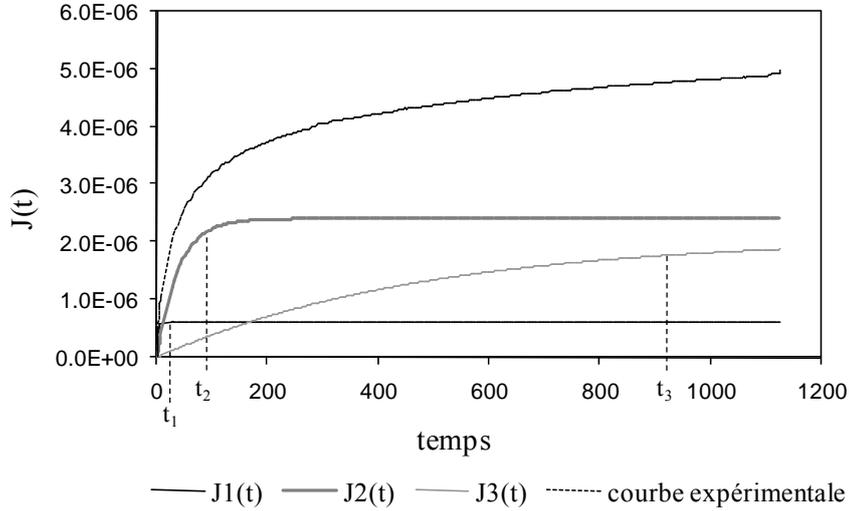


Figure 4.12 : Décomposition spectrale d'une fonction de fluage

Les valeurs de $a_i(t)$ sont égales aux écarts E_i existant entre chaque courbe de fluage et son asymptote horizontale correspondant au fluage limite, figure 4.12. Il résulte, de la prise en compte de ces considérations dans l'équation (4.6), la relation suivante :

$$E_i = 1 - \exp^{-\lambda_i t_i} \quad \text{avec} \quad \lambda_i = \frac{k_i}{\eta_i} \quad (4.7)$$

Ce qui permet d'exprimer λ_i en fonction de l'écart E_i par :

$$\lambda_i = -\frac{\ln(1 - E_i)}{t_i} \quad (4.8)$$

Il est donc possible de déterminer une valeur de λ_i à chaque temps t_i . Afin de pouvoir retenir trois valeurs de rigidité compatible, il est nécessaire d'écrire la relation (4.4) à trois temps différents. Il en résulte l'écriture matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} J(t_1) \\ J(t_2) \\ J(t_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1(t_1) & a_2(t_1) & a_3(t_1) \\ a_1(t_2) & a_2(t_2) & a_3(t_2) \\ a_1(t_3) & a_2(t_3) & a_3(t_3) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/k_1 \\ 1/k_2 \\ 1/k_3 \end{pmatrix} \quad (4.9)$$

L'inversion de la matrice permet de déterminer trois valeurs de rigidité compatibles (k_1, k_2, k_3) . Connaissant, à l'aide de la relation (4.8), les valeurs de λ_i pour chaque temps de calcul, il est possible, à l'aide de la relation (4.7) d'en déduire les valeurs de η_i . Nous obtenons ainsi une courbe de fluage interpolée de la courbe expérimentale, figure 4.13. La précision d'interpolation dépend du nombre de cellules.

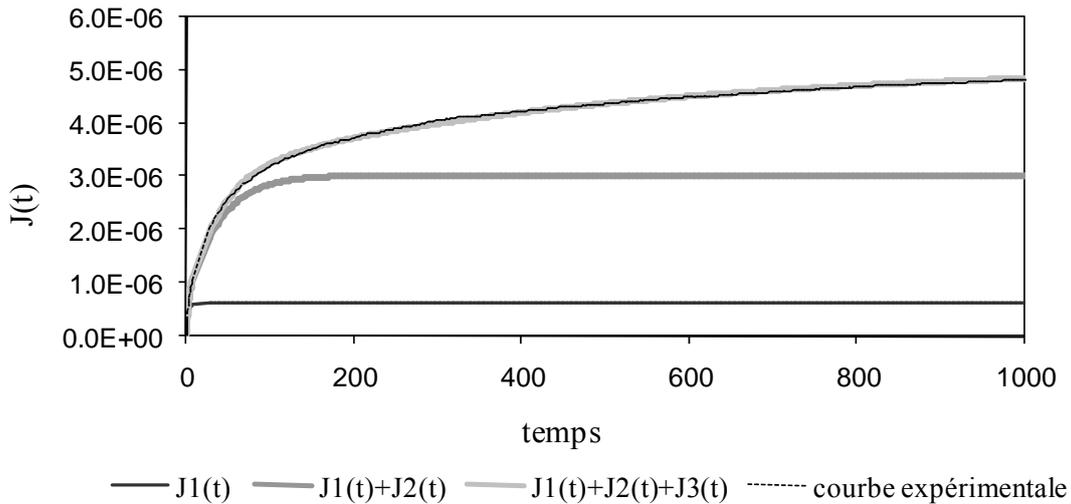


Figure 4.13 : Exemple d'interpolation d'une courbe expérimentale avec trois cellules

4 - Essai de traction

41 – Essai 1

Cette simulation porte sur un essai de fluage-recouvrance sur éprouvettes initialement stabilisées à une humidité relative ambiante de 30% pour une température constante de 21,5°C. Cet essai a été réalisé par Valérie Pittet [PIT 96]. Ses études ont porté sur le comportement micromécanique du bois et plus particulièrement sur son comportement différé en climat variable. Une des particularités de son travail est liée à l'utilisation d'éprouvettes de très faible épaisseur de pin maritime, taillées dans la direction longitudinale, figure 2.2. Les dimensions géométriques sont :

- 30 mm dans la direction longitudinale

- 3 mm dans la direction transversale
- 0,7 mm dans la direction radiale

Les éprouvettes ainsi choisies comportent une vingtaine de fibres au maximum dans le sens de l'épaisseur. Le choix de ces faibles dimensions permet d'obtenir des échantillons sans défauts macroscopiques ; dans un cerne de bois d'été ou de bois de printemps. La stabilisation vis-à-vis de l'humidité relative ambiante est obtenue après un temps relativement court. Ceci permet de diminuer de manière importante la durée de l'essai, les variations dimensionnelles hydriques sous charge nulle se stabilisant au bout de trois à quatre heures.

Les résultats présentés ici correspondent à un essai de fluage recouvrance en traction avec cycles de variation d'humidité relative, sur des éprouvettes initialement sèches (stabilisées à une humidité atmosphérique de 30%). Le dispositif expérimental est composé d'une machine électromécanique de traction-compression et d'une cellule hygrométrique accueillant l'éprouvette, figure 2.1. L'essai se détaille de la manière suivante, figure 4.14 :

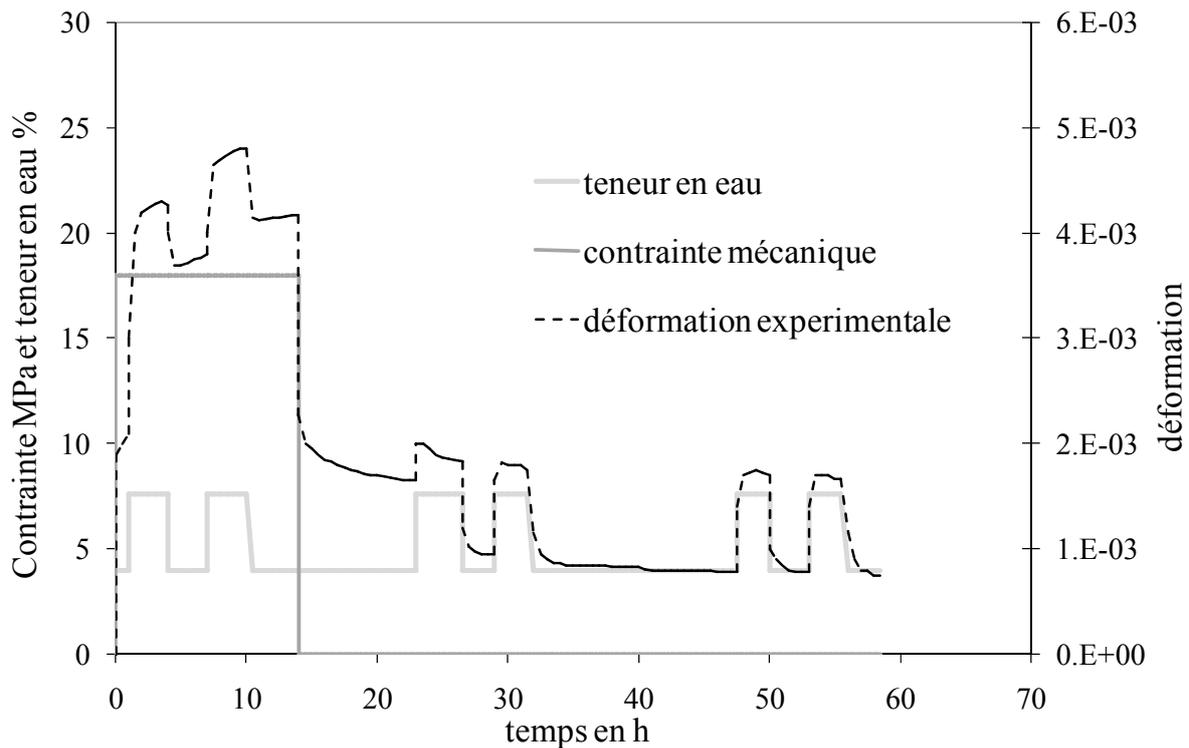


Figure 4.14 : Essai 1 - chargement hydrique et mécanique - réponse expérimentale

Première partie de l'essai : L'éprouvette, après avoir été fixée dans les mors, est maintenue pendant 52 heures à une charge constante et nulle. Un niveau constant de 30% d'humidité relative atmosphérique est maintenu jusqu'à stabilisation de la déformation de retrait-gonflement. A l'issue de cette attente, le "zéro" expérimental est réalisé. L'humidité relative

est ensuite cyclée 3 fois entre 30% et 75% sous une température constante de 21,5°C, la teneur en eau de l'éprouvette varie alors entre 4,0 % et 7,5 %. Les déformations dimensionnelles hydriques sont alors mesurées dans la direction longitudinale. Le coefficient de retrait-gonflement libre longitudinal est évalué à $2,2 \cdot 10^{-4}$. Un niveau constant de 30% d'humidité relative atmosphérique est à nouveau fixé de manière à stabiliser l'éprouvette avant application du programme de chargement.

Deuxième partie de l'essai: L'éprouvette est soumise à une contrainte constante de traction de 18 MPa, représentant 22 % de la contrainte de rupture à l'état sec (4%). La mise en charge est effectuée à l'état sec et la durée du fluage est de 14 heures. Deux cycles de variations d'humidité relative entre 30% et 75% sont ensuite imposés pendant la phase de fluage. L'éprouvette est alors totalement déchargée. La recouvrance, sous un niveau d'humidité relative de 30%, est alors mesurée. Quatre autres cycles de variations d'humidité relative entre 30% et 75% sont finalement imposés pendant la phase de recouvrance.

411 - Identification des paramètres

Des courbes de fluage expérimentales, établies sur des éprouvettes jumelles en environnements constants sec (HR 30%) et humide (HR 75%), sous contrainte constante de 18 MPa, nous permettent d'identifier, les valeurs de rigidité (MPa) et de viscosité (MPa.h) pour les trois cellules viscoélastiques de notre modèle, tableau 4.1:

$w = 4,0 \%$		$w = 7,5 \%$	
$k_0 = 95 \cdot 10^2$		$k_0 = 72 \cdot 10^2$	
$k_1 = 69 \cdot 10^4$	$\eta_1 = 12 \cdot 10^4$	$k_1 = 42 \cdot 10^3$	$\eta_1 = 70 \cdot 10^2$
$k_2 = 33 \cdot 10^3$	$\eta_2 = 75 \cdot 10^3$	$k_2 = 25 \cdot 10^3$	$\eta_2 = 66 \cdot 10^3$
$k_3 = 37 \cdot 10^2$	$\eta_3 = 36 \cdot 10^5$	$k_3 = 27 \cdot 10^2$	$\eta_3 = 20 \cdot 10^5$

Tableau 4.1 : Essai 1 - caractéristiques des cellules viscoélastiques

Dans la suite, nous supposons une totale réversibilité de la teneur en eau d'équilibre, et ce, en regard de la plage de variation de l'humidité relative. Nous négligeons, dans ce cas, les effets hystérétiques entre les phases d'adsorption et de désorption.

412 - Simulation de l'essai

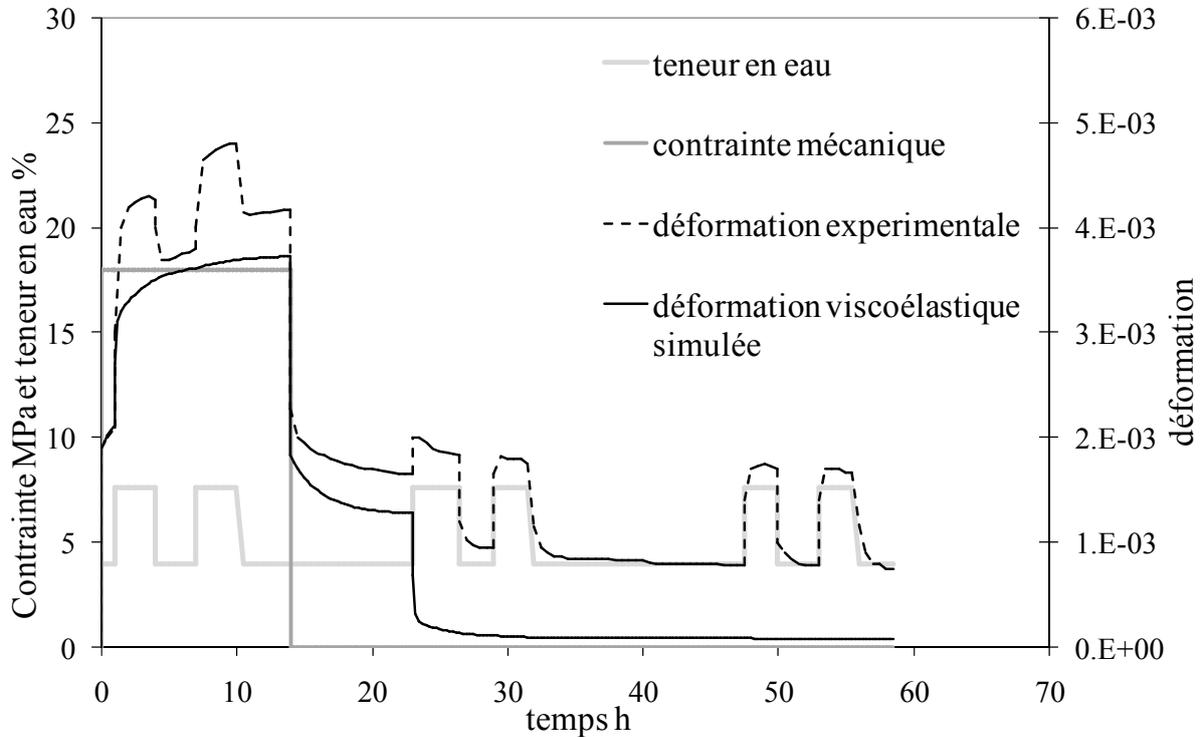


Figure 4.14 : Essai 1 - déformation viscoélastique

Le modèle permet une présentation découplée des différents phénomènes. La figure 4.14 illustre la réponse simulée viscoélastique. La première absorption sous charge crée la plus grande augmentation de déformation viscoélastique, le deuxième cycle d'humidification sous charge ayant des effets beaucoup plus limités qui sont masqués par le phénomène de fluage. On observe que le modèle prend bien en compte l'accélération de la déformation à la première humidification sous chargement mécanique, effet que l'on ne retrouve pas à la deuxième humidification ; la teneur en eau maximale n'ayant pas été dépassée. La déformation instantanée à la décharge est du même ordre que la celle obtenue lors de l'application de la charge. La première adsorption après déchargement entraîne la plus grande recouvrance de déformation viscoélastique. Les cycles d'humidification suivants ont des effets limités. Le dernier cycle de variations d'humidité relative entre 30% et 75%, au temps 47, est pratiquement sans effet sur la déformation viscoélastique.

Notre modèle permet donc de dire que les déformations résiduelles observées en fin d'essai ne sont pas dues à la viscoélasticité linéaire. Elles peuvent être le résultat du caractère non linéaire du comportement induit par un niveau de contrainte élevé (22% de la contrainte de rupture à l'état sec). Le caractère non linéaire du comportement peut être simulé par la relation (4.10), en considérant une correction de la charge appliquée. La figure 4.15 présente les résultats de cette prise en compte. La prise en compte de cette non linéarité a été proposée, par Schapery, [SCH 97a], [SCH 97b], par l'introduction d'une fonction de non linéarité $g(\phi)$; cette fonction est unitaire pour des niveaux de contrainte faibles.

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \left[\frac{1}{k_{0\min}(\tau, t)} + \sum_{i=1}^3 \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_i(\vartheta)} \cdot \exp\left(-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_{i\min}(\alpha, t)}{\eta_i(\alpha)} \cdot d\alpha\right) \cdot d\vartheta \right] \cdot \frac{\partial[\phi \cdot g(\phi)]}{\partial \tau} \cdot d\tau \quad (4.10)$$

Les valeurs retenues pour $g(\phi)$ sont les suivantes :

- Pendant le chargement $g(\phi) = 1,11$
- Après le déchargement $g(0) = 1$

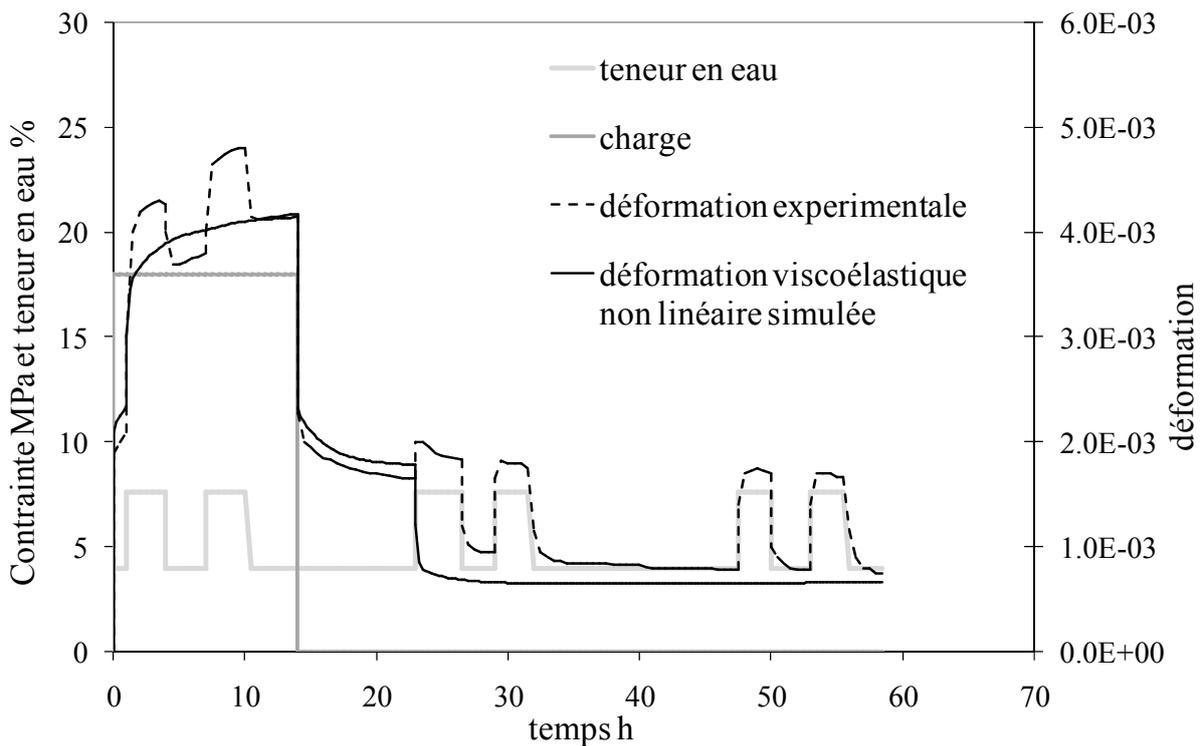


Figure 4.15 : Essai 1 - déformation viscoélastique non linéaire

Le phénomène de retrait-gonflement est considéré entièrement découplé. Sa prise en compte dans la relation (4.10) permet d'exprimer la déformation totale par l'expression suivante :

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \left[\frac{1}{k_{0\min}(\tau, t)} + \sum_{i=1}^3 \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_i(\varrho)} \cdot \exp\left(-\int_{\tau}^{\varrho} \frac{k_{i\min}(\alpha, t)}{\eta_i(\alpha)} d\alpha\right) d\varrho \right] \cdot \frac{\partial[\phi \cdot g(\phi)]}{\partial \tau} d\tau \quad (4.11)$$

$$+ \alpha \cdot w(t)$$

Nous obtenons ainsi, la déformation totale simulée de la figure 4.16.

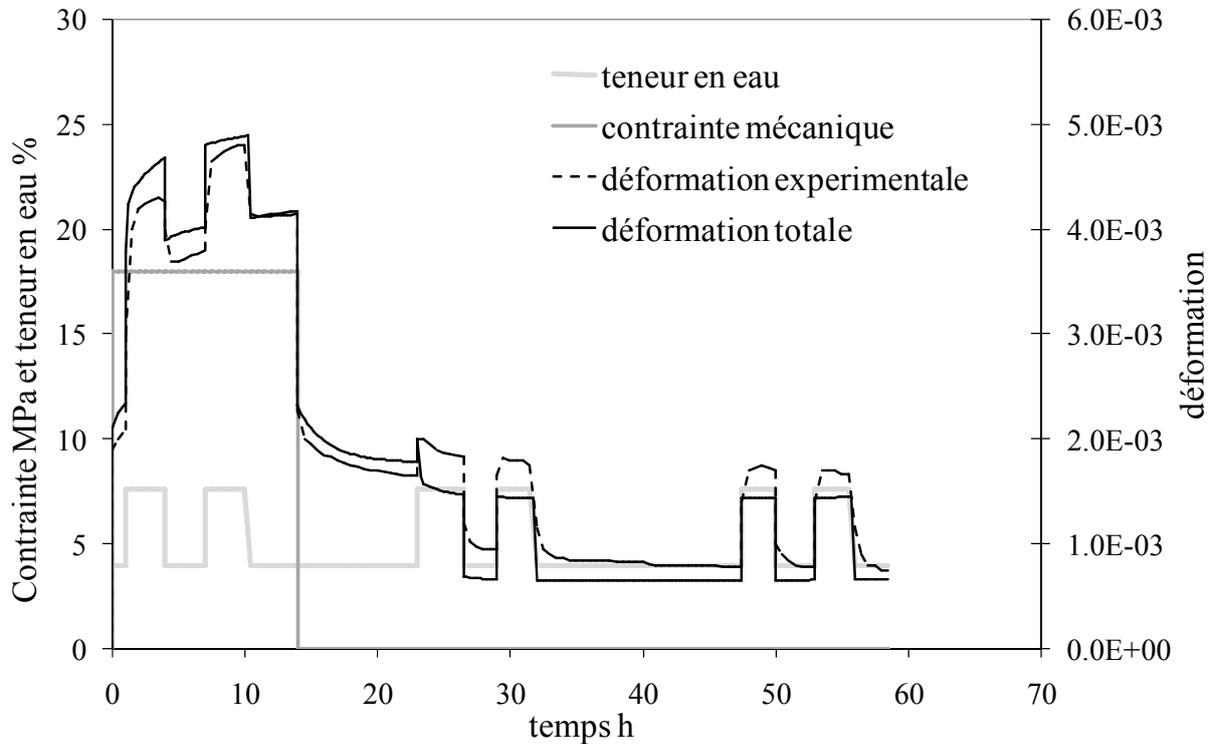


Figure 4.16 : Essai 1 - déformation totale

42 - Essai 2

Cette simulation porte sur un essai de fluage-recouvrance sur éprouvettes initialement stabilisées à une humidité relative ambiante de 26%. Cet essai a été réalisé par Hery Randriambololona [RAN 02] dans le cadre d'une collaboration avec le Laboratoire de Matériaux de Construction de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. Le dispositif expérimental est identique à celui utilisé par Valérie Pittet, figure 2.1

Les éprouvettes utilisées sont de très faible épaisseur, coupées dans la direction longitudinale. Les dimensions choisies ont été de :

- 30 mm dans la direction longitudinale
- $2,8 \pm 0,1$ mm dans la direction transversale

- $0,7 \pm 0,1\text{mm}$ dans la direction radiale

L'expérience est composée d'un essai de retrait-gonflement libre, d'un essai mécanosorptif sur une éprouvette initialement sèche et d'un essai de fluage recouvrance en environnement constant humide, figure 4.17.

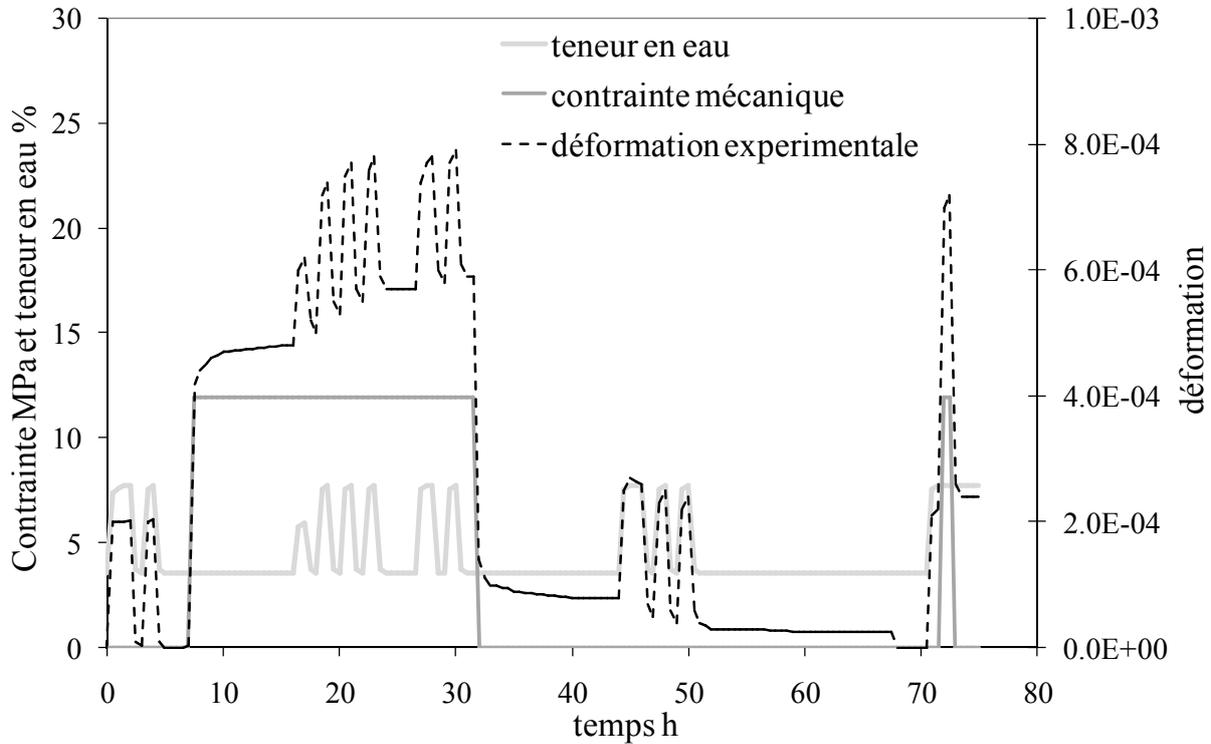


Figure 4.17 : Essai 2 - chargement hydrique et mécanique - réponse expérimentale

L'éprouvette est soumise, dans la phase de fluage, à une contrainte constante de traction de 12MPa représentant environ 6 % de la contrainte de rupture, à l'état sec. La mise en charge est effectuée à l'état sec et la durée du fluage est de 14 heures. Quatre cycles séchage-humidification faisant varier l'humidité relative entre 30% et 75% sous une température constante de 21°C, suivis de deux cycles quatre heures plus tard, sont produits pendant la phase de fluage. Trois autres sont générés pendant la phase de recouvrance. La teneur en eau de l'éprouvette varie entre 4% et 7,5 %. Les variations dimensionnelles de retrait-gonflement mesurées avant l'application du chargement mécanique permettent d'identifier un coefficient de retrait-gonflement libre longitudinal de $0,5 \cdot 10^{-4}$.

421 - Identification des paramètres

Les courbes de fluage expérimentales, établies sur des éprouvettes jumelles en environnements constants sec et humide permettent par l'utilisation de notre procédure d'identification de définir pour les trois cellules du modèle, les valeurs de rigidité (MPa) et de viscosité (MPa.h), tableau 4.2 :

$w = 4,0 \%$		$w = 7,5 \%$	
$k_0 = 31.10^3$		$k_0 = 28.10^3$	
$k_1 = 41.10^4$	$\eta_1 = 12.10^4$	$k_1 = 38.10^4$	$\eta_1 = 47.10^2$
$k_2 = 53.10^4$	$\eta_2 = 21.10^4$	$k_2 = 34.10^4$	$\eta_2 = 54.10^3$
$k_3 = 23.10^4$	$\eta_3 = 16.10^5$	$k_3 = 22.10^4$	$\eta_3 = 63.10^4$

Tableau 4.2 : Essai 2 - caractéristiques des cellules viscoélastiques

A l'aide des valeurs des paramètres rhéologiques des deux états extrêmes, il est possible de calculer l'évolution des rigidités et des viscosités, en faisant une hypothèse simplificatrice de linéarité de l'évolution des paramètres entre ces deux bornes. Les fonctions d'évolution, pour une référence à 4%, sont fournies dans le tableau 4.3.

$k_0(w) = [1 - 0,019.(w - 4)].k_{0,ref}$	
$k_1(w) = [1 - 0,018.(w - 4)].k_{1,ref}$	$\eta_1(w) = [1 - 0,157.(w - 4)].\eta_{1,ref}$
$k_2(w) = [1 - 0,094.(w - 4)].k_{2,ref}$	$\eta_2(w) = [1 - 0,188.(w - 4)].\eta_{2,ref}$
$k_3(w) = [1 - 0,0004.(w - 4)].k_{3,ref}$	$\eta_3(w) = [1 - 0,150.(w - 4)].\eta_{3,ref}$

Tableau 4.3 : Essai 2 – fonction de correction en humidité des paramètres rhéologiques

422 - Simulation de l'essai

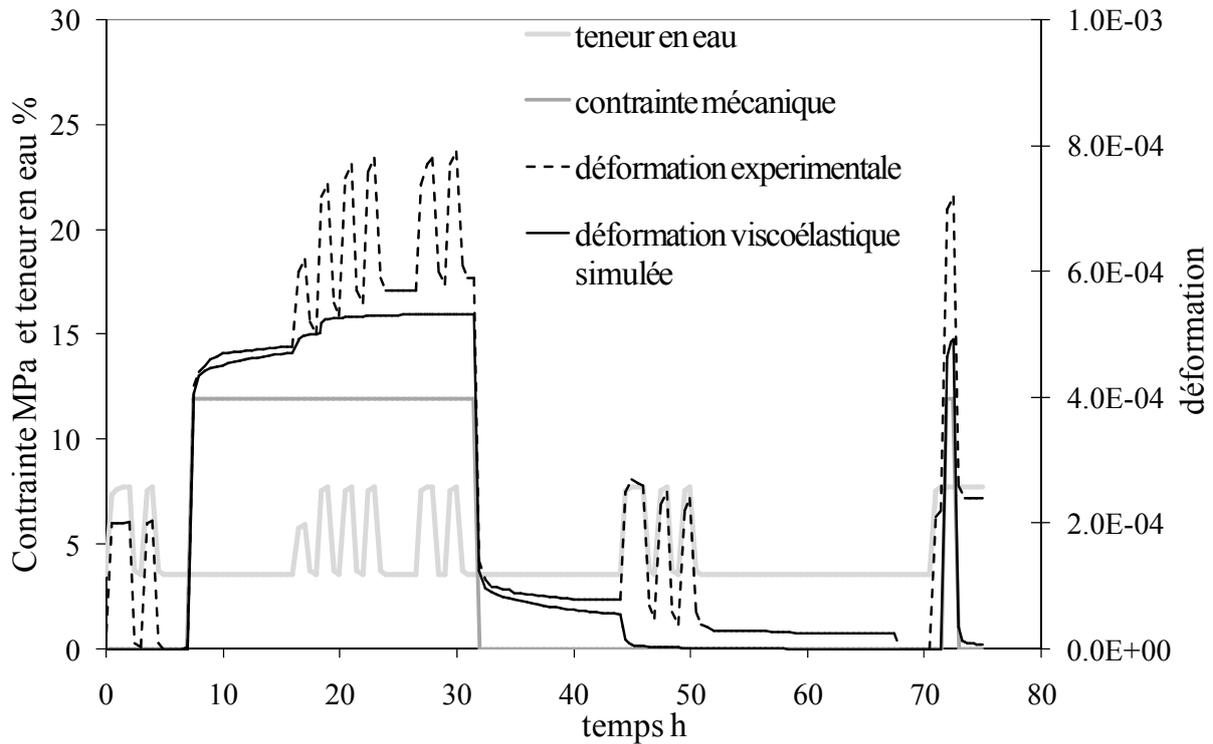


Figure 4.17 : Essai 2 - déformation viscoélastique

Des déformations résiduelles apparaissent en fin d'essai, figure 4.17, comme dans le cas de l'essai de fluage recouvrance 1, figure 4.15. Elles sont cependant beaucoup plus faibles, le niveau de contrainte ayant été limité à 6% de la contrainte de rupture à l'état sec. Il est ici encore envisageable de les identifier comme des déformations viscoélastiques non linéaires. La relation (4.10) permet de simuler le comportement global en considérant une majoration de la charge appliquée et la persistance d'une partie de cette majoration après déchargement, figure 4.18. Les valeurs retenues pour $g(\phi)$ sont les suivantes :

- Pendant le chargement $g(\phi) = 1,04$
- Après le déchargement $g(0) = 1$

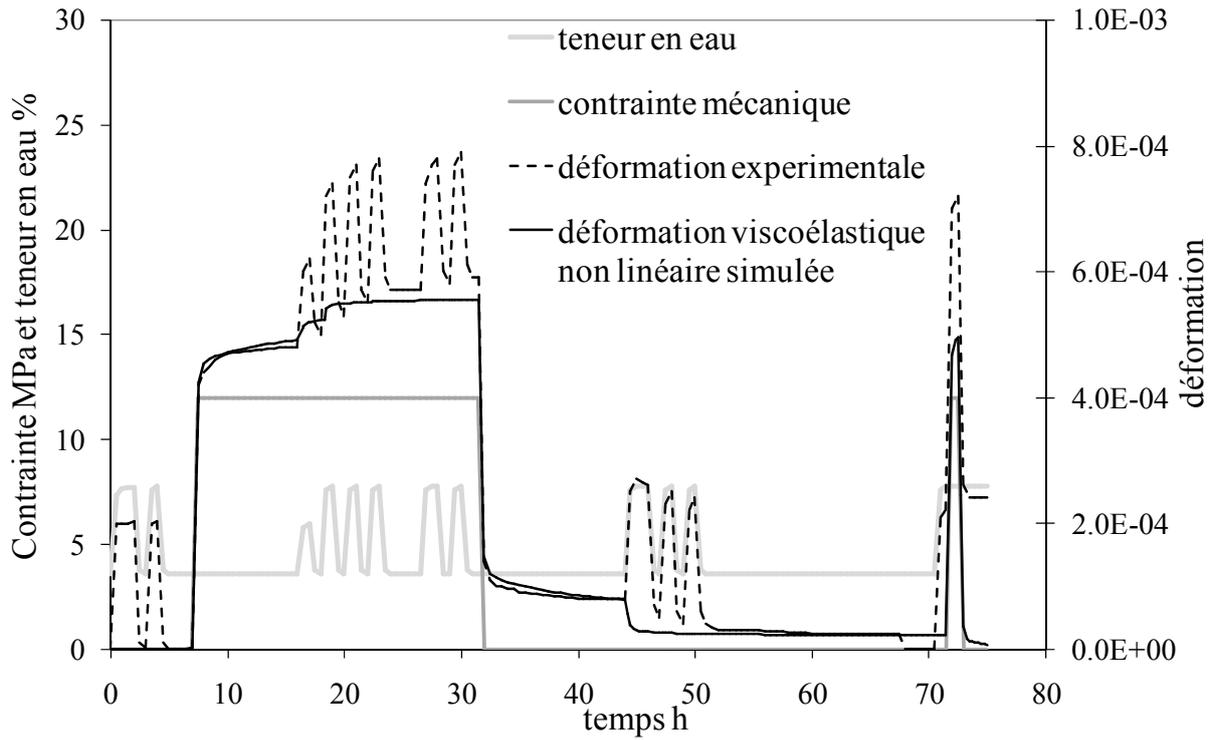


Figure 4.18 : Essai 2 - déformation viscoélastique non linéaire

En considérant un découplage total du phénomène de retrait-gonflement, nous obtenons la déformation totale grâce à la relation (4.11), simulée sur la figure 4.19.

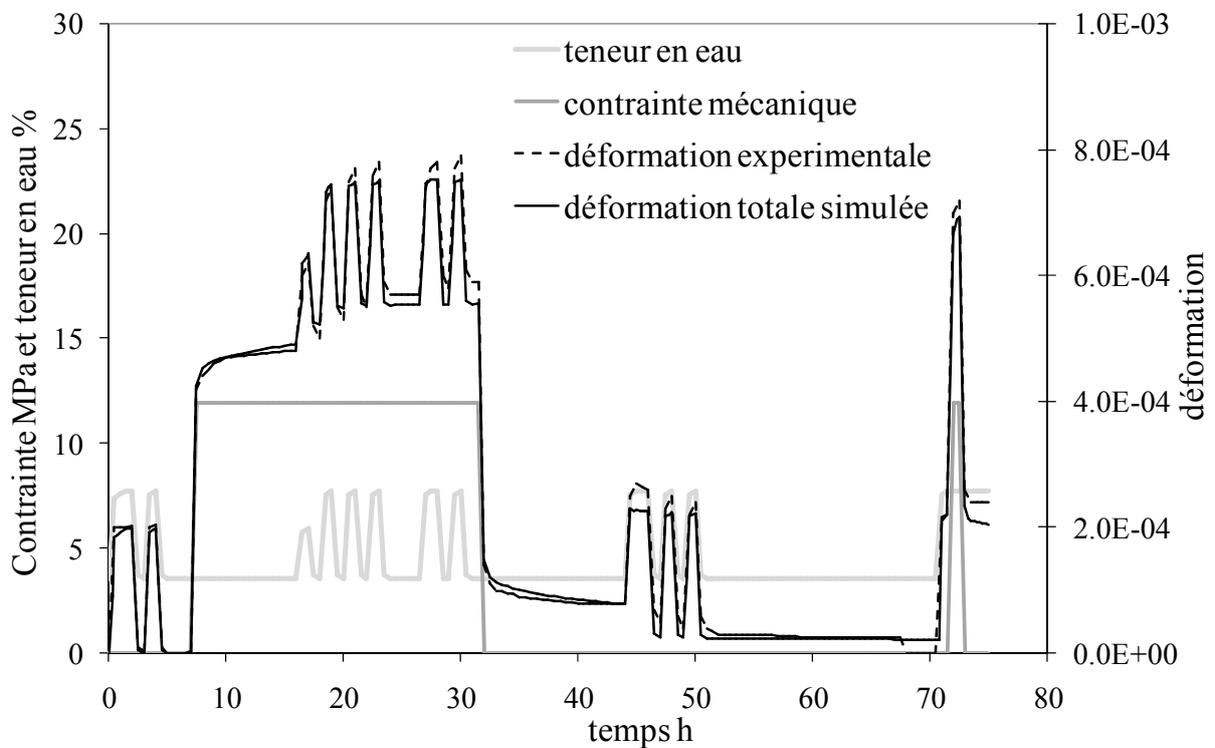


Figure 4.19 : Déformation totale

Bilan des simulations : Le comportement microscopique semble correctement approché par le modèle ; les effets visqueux, mécanosorptifs, de mémoire et de variations dimensionnelles du matériau sont bien représentés et découplés. Le collage parfait avec les mesures expérimentales nécessite l'hypothèse de non linéarité du comportement. Toutefois, celle-ci ne compense que des écarts de déformation de l'ordre de $3 \cdot 10^{-5}$.

5 - Essai de flexion

Une autre étude destinée à identifier le comportement à long terme a été réalisée sur des éprouvettes d'échelle centimétrique, et avec des sollicitations non uniformes en flexion. Un dispositif de flexion quatre points permet de tester quatre poutres, figure 4.20. Il a été réalisé par Nicaise Manfoumbi au laboratoire du Groupe d'Etude des Matériaux Hétérogènes d'Egletons, [MAN 09a], [MAN 09b].

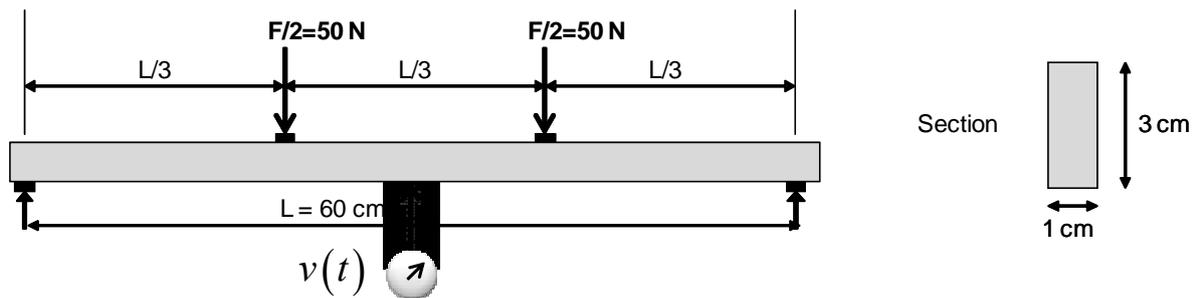


Figure 4.20 : Essai de flexion

Son travail porte sur l'étude du comportement mécanique différé du bois en climat variable et plus particulièrement sur la mise en évidence de la flèche mécanosorptive. Les dimensions des éprouvettes, figure 4.21, sont les suivantes:

- 60 cm de portée
- 3 cm de hauteur
- 1 cm de largeur

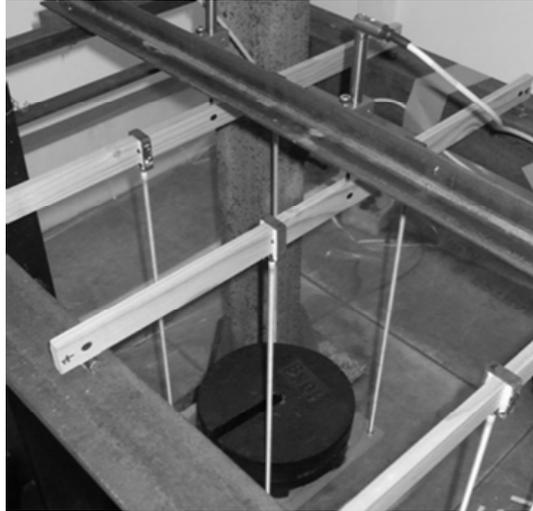


Figure 4.21 : Illustration du banc de flexion sous charge

L'essai comporte différentes étapes, figure 4.22. Un premier cycle de variations d'humidité relative entre 50% et 90% est réalisé avant le chargement, afin d'éliminer le maximum de contrainte mécanique résiduelle présente dans l'élément à tester. L'application d'un chargement de 100 N est effectué à l'état sec et la durée du fluage est de 2500 heures. Un cycle d'humidification - séchage faisant varier l'humidité relative entre 50% et 80% sous une température variant respectivement de 10°C à 30°C, est produit pendant la phase de fluage et une dernière humidification est réalisée pendant la phase de recouvrance. La teneur en eau de l'éprouvette est proche de 12 % et 16 % respectivement, pour les phase sèches et humides. La mesure simultanée de la flèche en partie supérieure et en partie inférieure de la poutre permet de filtrer le phénomène de retrait-gonflement transversal.

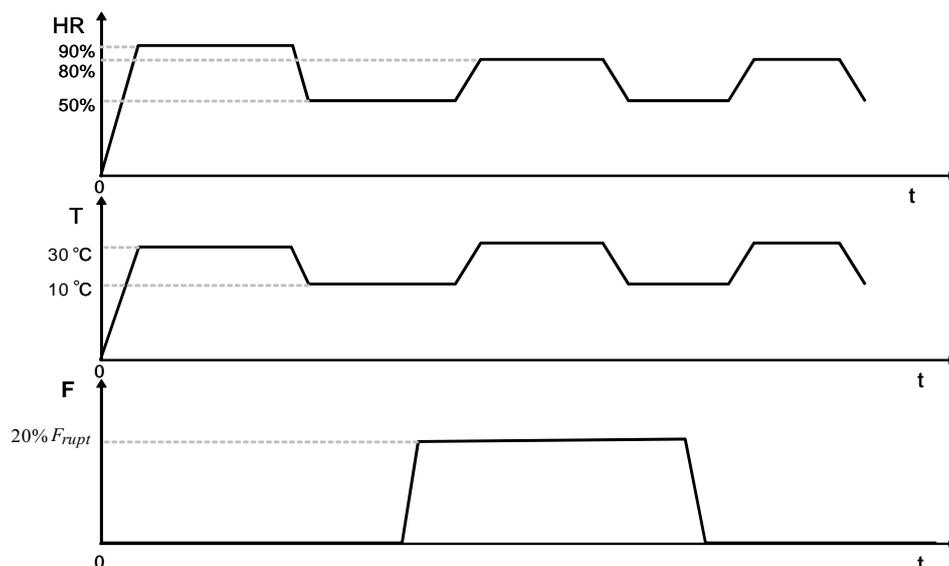


Figure 4.22 : Chargement hydrique et mécanique de l'essai de flexion

Thèse de Doctorat de Jean-Marie HUSSON

Soutenue le 02/12/2009

51 - Identification des paramètres

La courbe d'évolution de la valeur de la flèche centrale en fonction du temps, établie à partir d'un traitement statistique des résultats obtenus sur des éprouvettes jumelles sollicitées simultanément dans le même environnement, nous permet d'identifier une fonction de fluage. Selon une généralisation de la théorie des poutres, la flèche globale est définie comme suit, les effets secondaires dus au cisaillement étant négligés.

$$v(t) = \frac{23.L^3}{1296.I} \int_0^t \left[\frac{1}{k_{0\min}(\tau,t)} + \sum_{i=1}^3 \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_i(\vartheta)} \cdot \exp\left(-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_{i\min}(\alpha,t)}{\eta_i(\alpha)} d\alpha\right) d\vartheta \right] \cdot \frac{\partial F}{\partial \tau} d\tau \quad (4.12)$$

Cette fonction est caractérisée par les valeurs de rigidité (MPa) et de viscosité (MPa.h) présentées dans le tableau 4.4.

$w = 12 \%$		$w = 16 \%$	
$k_0 = 9,2.10^3$		$k_0 = 8,0.10^3$	
$k_1 = 2,7.10^5$	$\eta_1 = 6,0.10^5$	$k_1 = 1,0.10^5$	$\eta_1 = 4,3.10^5$
$k_2 = 7,2.10^4$	$\eta_2 = 2,7.10^6$	$k_2 = 4,6.10^4$	$\eta_2 = 1,4.10^6$
$k_3 = 8,2.10^4$	$\eta_3 = 3,9.10^7$	$k_3 = 4,1.10^4$	$\eta_3 = 1,5.10^7$

Tableau 4.4 : Caractéristiques des cellules viscoélastiques pour l'essai de flexion

52 - Simulation de l'essai

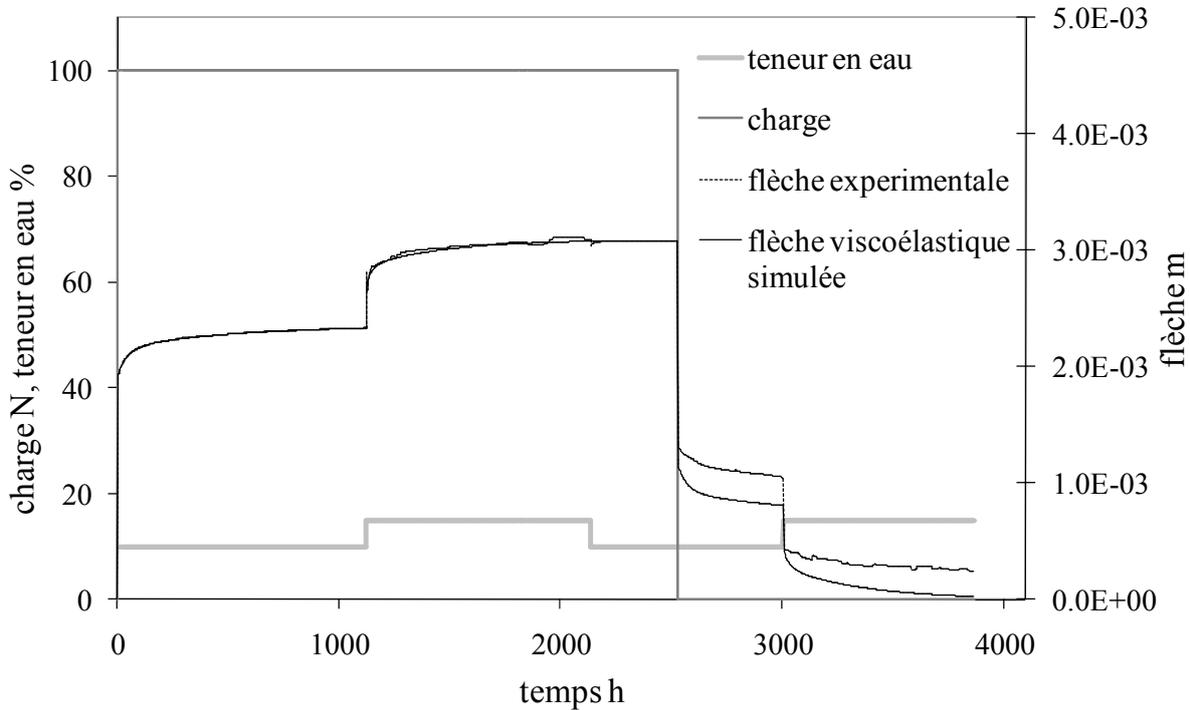


Figure 4.23 : Flèche viscoélastique

La simulation ne porte que sur les phases de fluage recouvrance. La première absorption sous charge entraîne une augmentation de la flèche viscoélastique. La simulation, figure 4.23, montre que le modèle prend bien en compte l'accélération de la flèche à la première humidification sous chargement mécanique. La flèche instantanée à la décharge est du même ordre que la celle obtenue lors de l'application de la charge. Après un déchargement total de la contrainte, il apparaît une flèche résiduelle. La première humidification suivante entraîne la recouvrance de déformation viscoélastique.

Notre modèle permet d'identifier les flèches résiduelles, observées en fin d'essai, comme des flèches non viscoélastiques linéaires. Or, la procédure d'identification des paramètres de fluage a été menée sous charge. Les problèmes liés à la non linéarité apparaissant au-delà d'une certaine limite en contrainte, on peut en déduire que notre interpolation intègre déjà des phénomènes non linéaires. La correction à apporter peut se faire, soit au niveau des paramètres du modèle, soit en considérant un décalage de référence de la fonction $g(F)$ telle que :

$$v(t) = \frac{23.L^3}{1296.I} \int_0^t \left[\frac{1}{k_{0\min}(\tau, t)} + \sum_{i=1}^3 \int_{\tau}^t \frac{1}{\eta_i(\vartheta)} \cdot \exp\left(-\int_{\tau}^{\vartheta} \frac{k_{i\min}(\alpha, t)}{\eta_i(\alpha)} d\alpha\right) d\vartheta \right] \cdot \frac{\partial[F \cdot g(F)]}{\partial \tau} d\tau \quad (4.13)$$

Nous choisissons, dans ce cas, un décalage de référence de la fonction $g(F)$ comme suit :

- Pendant le chargement $g(F) = 1$
- Après le déchargement $g(0) = 0,91$

La figure 4.24 met en évidence une bonne réponse du modèle.

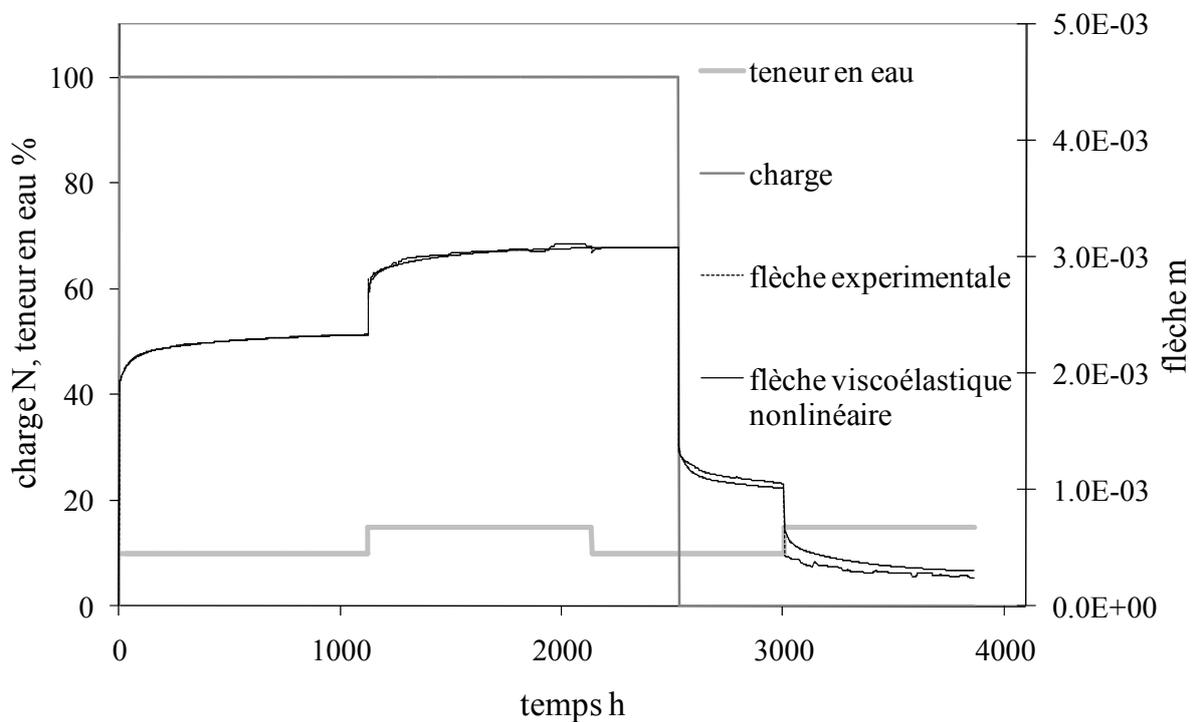


Figure 4.24 : Flèche viscoélastique non linéaire

6 - Conclusion

Les différentes validations ont montré la qualité de notre modèle viscoélastique linéaire, ce qui a permis de bien isoler les phénomènes non viscoélastiques restant à modéliser. Il est important de considérer que la qualité des simulations peut être altérée par l'hypothèse simplificatrice de linéarité de l'évolution des rigidités et des viscosités en fonction de la teneur en eau. Seule la modélisation de la déformation de retrait gonflement libre a été

considérée. La déformation de retrait gonflement sous influence mécanique n'a pas été prise en compte et doit être envisagée. Enfin, la simulation de l'essai de flexion permet d'obtenir simplement, par une approche à une dimension, une simulation assez précise et globale de l'évolution de la flèche.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

L'idée principale de cette thèse est de considérer un couplage de la déformation élastique et de la déformation mécanosorptive par une décomposition de la contrainte interne du matériau en une première partie due au chargement mécanique et une seconde partie due à l'effet du chargement hydrique sur le chargement mécanique. Cette considération a permis d'établir une nouvelle loi de comportement élastique dont la particularité est de faire intervenir le temps, non comme valeur numérique mais comme synchronisateur des histoires de chargement mécanique et de teneur en eau. Cette loi a été validée par le premier et le second principe de la thermodynamique aussi bien durant les phases d'adoucissement que pendant les phases de rigidification. Elle synthétise de ce fait la loi de Hooke et la loi de Bazant.

Un nouveau modèle rhéologique, que nous avons appelé ressort mécanosorptif, a été associé à la loi de comportement élastique. Il permet de visualiser le chargement hydrique et le chargement mécanique ainsi que les réponses en déformations élastiques et mécanosorptives. Implanté dans une cellule de Kelvin Voigt généralisée, il fournit un nouveau modèle de cellule viscoélastique permettant une présentation des phénomènes d'activation combinée, d'une part, de la déformation élastique et de la déformation mécanosorptive et, d'autre part, de la déformation mécanosorptive et de la déformation viscoélastique.

L'approche incrémentale de cette nouvelle loi de comportement viscoélastique a permis de lever la difficulté de chiffrage de la mémoire du matériau par l'identification de la rigidité minimale connue sous charge. Ainsi, les simulations que nous avons pu obtenir sur différents essais ont finalement mis en évidence la part de déformation due à la non linéarité matérielle.

Les résultats obtenus dans cette thèse doivent être complétés. Le couplage avec un algorithme de transfert de masse et de chaleur est maintenant possible. Il permettra d'obtenir un modèle en trois dimensions afin d'étudier le comportement des pièces de bois massives. Mais si on souhaite aborder la problématique des structures fortement sollicitées, il sera nécessaire de reconsidérer notre modèle en prenant en compte le comportement non linéaire du matériau bois.

L'ensemble du travail, qui a été mené sur le comportement viscoélastique, a été basé sur une cellule de Kelvin Voigt généralisée. Cette cellule est généralement utilisée pour simuler des essais de fluage recouvrance et cette approche nous a permis de définir une fonction de fluage. Mais, en considérant la complexité de cette fonction, il semble illusoire d'espérer obtenir mathématiquement la fonction de relaxation réciproque. Aussi, il doit maintenant être envisagé d'implanter le ressort mécanosorptif dans une cellule de Maxwell généralisée afin d'identifier une fonction de relaxation effacement.

De manière plus générale, la formulation du comportement viscoélastique linéaire, que nous avons obtenue, pourrait être adaptée à tout matériau chargé mécaniquement et dont le module d'élasticité varie aléatoirement par effets physiques (thermique, hydrique, changement de phase,...). Nous citerons, pour exemples, les bétons au jeune âge couplant effets viscoélastiques et une maturation induisant une augmentation de module d'élasticité lié au degré d'hydratation.

Ce modèle peut être également intégré dans une démarche d'endommagement viscoélastique pouvant être approchée soit par introduction d'une contrainte effective ou par diminution apparente de rigidité. Enfin, ce modèle peut être décliné à l'étude du comportement des matériaux subissant des chocs thermiques comme les céramiques réfractaires, ou à l'étude des métaux ayant des modules d'élasticité fortement dépendants de la température. Nous citerons en exemple les métaux ou alliages à mémoire de forme.

BIBLIOGRAPHIE

- [AND 88] Andriamitantoa, L., «Approche ultrastructurale de la mécano-sorption sur le pin maritime », thèse de doctorat, université de Bordeaux I, 1988.
- [ABR 03] Abrahamson, E.R., Lake, M.S., Munshi, N.A., Gall, K., «Shape memory mechanics of an elastic memory composite resin», *Journal of Intelligent Material System and Structure*, 2003, 14, p. 623-632.
- [ARM 60] Armstrong, L.D., Kingston, R.S.T. «Effect of moisture changes on creep in wood», *Nature*, 1960, Vol. 185, p. 862-863.
- [ARM 62] Armstrong, L.D., Kingston, R.S.T. «Effect of moisture changes on the deformation of wood under stress», *Australian Journal of Applied Science*, 1962, Vol. 13, n° 4, p. 257-276.
- [BAC 82] Back, E.L., Salmen, L. «Glass transitions of wood components hold implications for molding and pulping processes», *Tappi Journal*, 1982, Vol. 65, n° 7.
- [BAZ 79] Bazant, Z. P., «Thermodynamics of solidifying or melting viscoelastic material», *Journal of Engineering Mechanics*, 1979, Vol. 105, p. 933–955.
- [BAZ 84] Bazant, Z. P., Chern, J.C., «Rate type concrete creep law with reduced time», *Journal of Engineering Mechanics*, 1984, Vol. 110, p. 329–340.
- [BAZ 85] Bazant, Z. P., «Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature», *Wood Science and Technology*, 1985, Vol. 19, p. 159–177.
- [BAZ 93] Bazant, Z. P. and Carol, I., «Viscoelasticity with aging caused by solidifying of nonaging constituent», *Journal of Engineering Mechanics*, 1993, Vol. 119, p. 2252–2269.
- [BAZ 99] Bazant, Z. P., Huet, C., «Thermodynamic functions for ageing viscoelasticity: integral form without internal variables», *International Journal of Solids and Structures*, 1999, n° 36, p. 3993–4016.
- [BOU 05] BOU-SAID, E., CHASSAGNE, P., JULLIEN, J.F., GALIMARD, P., «Three dimensional creep model for wood under variable humidity – Numerical analyses at different material scales», *Mechanics of Time Dependent Materials*, 2005, 9, p. 173-202.

- [CHA 06] Chassagne, P., Bou-Saïd, E., Julien, J.F., Galimard, P., «Three dimensional creep model for wood under variable humidity-numerical analyses at different material scales», *Mechanics of Time Dependent Materials*, 2006, 9, p. 203-223.
- [DEN 77] Dent, R. W. «A multilayer theory for gas sorption, Part I: Sorption for a sigle gas», *Textile Research Journal*, 1977, Vol. 47, p. 145-152.
- [DUB 97] Dubois, F., «Modélisation du comportement mécanique des milieux viscoélastiques fissurés : application au matériau bois», thèse de doctorat, université de Limoges, 1997.
- [DUB 04] Dubois F., «Modélisations numériques des comportements viscoélastiques vieillissants des matériaux du génie civil », *Habilitation à Diriger des Recherches*, université de Limoges, 2004.
- [DUB 05] Dubois, F., Randriambololona, H., Petit, C.: «Creep in wood under variable conditions: Numerical modelling and experimental validation», *Mechanics of Time Dependent Materials*, 2005, 9, p. 173-202.
- [EUR 09] Eurocodes, Eurocode 5, CDROM AFNOR, 2009.
- [GALL 99] Gall, K., Sehitoglu, H., «The role of texture in tension-compression asymmetry in polycrystalline NiTi», *International Journal of Plasticity*, 1999, 15, p. 69-92.
- [GALL 00] Gall, K., Mikulas, M., Munshi, N.A., «Carbon fiber reinforced shape memory polymer composites», *Journal of Intelligent Material System and Structure*, 2000, 11, p. 877-886.
- [GEN 88] Genevaux, J. M., Guitard, D., «Anisotropie du comportement différé: essai de fluage à température croissante d'un bois de peuplier», *Actes du colloque scientifique européen du groupement scientifique rhéologique du bois*, 8-9 juin 1988, Bordeaux, Editions Morlier, p. 155-166.
- [GRI 88] Gril J., « Une modélisation du comportement hygro-rhéologique du bois à partir de sa microstructure », *Thèse de doctorat*, Ecole Polytechnique, université Paris VI, 1988.
- [GRI 96] Gril J., « Principles of mechano-sorption », *international COST 508 Wood mechanics Conference*, 1996.
- [GRO 76] Grossman P.U.A., «Requirements of models that exhibit mechanosorptive behavior», *Wood Science and Technology*, 1976, Vol. 10, p. 163–168.
- [GUI 87] Guitard D., « Mécanique du matériau bois et composites », *Cepadues - Editions*, 1987, 238 p, nabra.

- [HAN 95] Hanhijarvi A., «Modelling of creep strain mechanism in wood», these de doctorat, Espoo University, Finland, 1995.
- [HAN 98] Hanhijarvi A. Hunt D., «The viscoelasticity of wood at varying moisture content », Wood Science and Technology, 1998, Vol. 32, p. 57–70.
- [HAN 00] Hanhijarvi, A.: «Advances in the knowledge of the influence of moisture changes on the long-term mechanical performance of timber structures», Material and Structures, 2000, 33, p. 43–49.
- [HEL 03] Helm, D., Haupt, P., «Shape memory behavior: modeling within continuum thermomechanics», International Journal of Solids and Structures, 2003, 40, p. 827-849.
- [HUN 84] Hunt, D., «Creep trajectories for beech during moisture changes under load», Journal of Material Science, 1984, 19, p. 1456–1467.
- [HUN 88] Hunt, D., «Longitudinal moisture-shrinkage coefficients of softwood at the mechanosorptive creep limit», Wood Science and Technology, 1988, 22, p. 199–210.
- [HUN 99] Hunt, D., «A unified approach to creep of wood», The royal society of London academy, 1999, 455, p. 4077-4095.
- [HUS 08a] Husson, J.M., Dubois, F., Sauvat, N., «Modélisation du comportement mécanosorptif des éléments en bois», European Journal of Environmental and Civil Engineering, 2008, Vol. 12, n°. 9-10/2008, p. 1181-1193.
- [HUS 08b] Husson, J.M., Dubois, F., Sauvat, N., «Modeling of the mechanosorptive effect as a memory-shape alloy», In: Conference Proceedings, 10th World Conference on Timber Engineering, 2008.
- [HUS 09a] Husson, J.M., «Modélisation de l'effet mémoire des matériaux influencés par leur environnement», XXVIIème Rencontres Universitaires de Génie Civil, 2009.
- [HUS 09b] Husson, J.M., Dubois, F., Sauvat, N., «Modélisation du comportement mécanosorptif des éléments en bois», 19ème Congrès Français de Mécanique, Marseille, 2009.
- [KEL 87] Kelley, S. S., Rials T. G., Glasser W. G.: «Relaxation behaviour of the amorphous components of wood», Journal of Materials Science, 1987, vol. 22, p. 617–624.
- [LAS 00] Lasserre B., «Modélisation thermo-hygro-mécanique du comportement différé de poutres de structure en bois», thèse de doctorat, université de Bordeaux I, 2000.

- [LEI 71] Leicester R. H., «A rheological model for mechano-sorptive deflections of beams», Wood Science and Technology, 1971, 5, p. 211–220.
- [LEM 04] Lemaitre J., Chaboche J.L., «Mécanique des matériaux solides», 2^{ème} édition, Dunod, 2004.
- [LIU 06] Liu, Y., Gal, K., Dunn, M.L., Greenberg, A.R., Diani, J., «Thermomechanics of shape memory polymers: Uniaxial experiments and constitutive modeling», International Journal of Plasticity, 2006, 22, p. 279–313.
- [MAN 09a] Manfoumbi, N., Sauvat, N., Pop., O., Dubois, F., «Découplage expérimental des phénomènes hydriques et différés en ambiance contrôlée», XXVIIème Rencontres Universitaires de Génie Civil, 2009.
- [MAN 09b] Manfoumbi, N., Sauvat, N., Pop., O., Dubois, F., «Vers une méthode expérimentale de découplage des phénomènes hydriques et différés des structures bois en flexion», XXVIIème Rencontres Universitaires de Génie Civil, 2009.
- [MAR 92] Martensson, A., «Mechanical behavior of wood exposed to humidity variation», PhD Thesis, Lund University, Sweden, 1992.
- [MAR 97] Martensson, A., Svenson S., «Stress-strain relationship of drying wood. Part1 : Development of constitutive model», Holtzforchung, 1997, 51, p. 472-478.
- [MER 06] Merakeb S., « Modélisation des structures en bois en environnement variable », thèse de doctorat, université de Limoges, 2006.
- [MEY 72] Meylan B., « The influence of microfibril angle on the longitudinal shrinkage moisture content relationship », Wood Science and Technology, 1972, 6, p. 293-301.
- [MUK 86] Mukuday, S. and Yata, S.: «Modeling and simulation of viscoelastic behavior (tensile strain) of wood under moisture change», Wood Science and Technology, 1986, 20, p. 335–348.
- [NAV 05] Navi P., Heger F. « Comportement thermo-hydrromécanique du bois – applications technologiques et dans les structures», 1^{ère} édition, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2005, 293 p.
- [NI 07] Ni, Q., Zhang, C., Fu, Y., Dai, G., T. Kimura, T., «Shape memory effect and mechanical properties of carbon nanotube/shape memory polymer nanocomposites», Composite structures, 2007, 81, p. 176-184.

- [PIT 96] Pittet V., « Etude expérimentale des couplages mécano-sorptifs dans le bois soumis à variations hygrométriques contrôlées sous chargement de longue durée », thèse de doctorat, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, département des matériaux, 1996.
- [PLU 92] Pluvinage G., «La rupture du bois et de ses composites», éd. Cépaudes, 1992.
- [RAN 02] Randriambololona H., Dubois F., Petit C., « Modélisation du comportement mécanique différé du bois en environnement variable », Revue Française de Génie Civil, 2002, Vol. 6, n°7-8, p. 1333-1357.
- [RAN 03] Randriambololona H., « Modélisation du comportement différé du bois en environnement variable », thèse de doctorat, université de Limoges, 2003.
- [RAN 05] Randriambololona H., Dubois F., Petit C., «Creep in wood under variable conditions: Numerical modeling and experimental validation», Mechanics of Time Dependent Materials, 2005, Vol. 9, p. 173-202.
- [RAN 75] Ranta-Maunus A., «The viscoelasticity of wood at varying moisture content », Wood Science and Technology, 1975, Vol. 9, p. 189-205.
- [SAL 77] Salmen, N.L., Back, E. L., «The influence of water on the glass transition temperature of cellulose», Tappi Journal, 1977, vol. 60, p. 137-140.
- [SAL 92] Salin, J.G., «Numerical prediction of checking during timber drying and a new mechanosorptive creep model», Holz als Roh und Werkstoff, 1992, 50, p. 195-200.
- [SCH 70] Schapery, R.A., «On a thermodynamic constitutive theory and its application to various nonlinear materials», Proc. 1968 IUTAM Symposium on thermoinelasticity, Scotland, Springer-Verlag, pp. 259-285, 1970.
- [SCH 97a] Schapery, R.A., «Nonlinear viscoelastic and viscoplastic constitutive equations with growing damage», University of Texas, RPT. SSM-97, 1997.
- [SCH 97b] Schapery, R.A., «Nonlinear viscoelastic and viscoplastic constitutive equations based on thermodynamics», Mechanic of Time Dependent Material, 1997, Vol. 0, pp. 1-32.
- [SKA 88] Skaar, C., «Wood-water relations», Springer-Verlag, 1988, 283 p.
- [TOB 01] Tobushi, H., Okumura, K., Hayashi, S., Ito, N., «Thermomechanical constitutive model of shape memory polymer», Mechanics of Materials, 2001, 33, p. 545-554.
- [TOR 92] Toratti, T.: «Creep of timber beams in variable environment», PhD Thesis, Helsinki university of Technology, 1992.

[YAH 91] Yahiaoui K.: «A rheological model to account for mechano-sorptive behaviour», COST 508, Wood mechanics: fundamental aspects on creep in wood, Lund, 1991.

[ZHA 07] Zhang, C., Ni, Q., «Bending behavior of shape memory polymer based laminates», Composite Structures, 2007, 78, p. 153–161.

RESUME

Ce mémoire présente une nouvelle loi de comportement traduisant le comportement mécanosorptif du bois. L'approche thermodynamique proposée, pour des sollicitations uniaxiales dans le domaine élastique, permet d'inclure l'effet mécanosorptif dans l'expression analytique de la déformation, en opérant un découplage de la contrainte en une partie mécanique et une partie mécanosorptive. La mémoire du matériau est alors définie comme la rigidité minimale connue sous charge. Un nouveau modèle rhéologique est développé. Son implantation dans un modèle de Kelvin Voigt permet sa généralisation à une sollicitation mécanique quelconque, dans le domaine viscoélastique. Une validation de notre modèle est entreprise par la simulation de différentes expérimentations de traction uniaxiale sur des éprouvettes de petites dimensions ainsi que sur un essai de flexion.

Mots clés : mécanosorption, thermodynamique, modèle rhéologique, élasticité, viscoélasticité

ABSTRACT

This work deals with a thermodynamic approach in order to take into account realistic elastic behavior under moisture content variations. A decoupling of stress into a mechanical stress and a mechanosorptive stress induced by rigidity variations is proposed. In this context, a memory effect is then characterized by the introduction of the minimum of rigidity known between actual time and origin of mechanical stress. A new rheological model is developed and introduced in a Kelvin Voigt model. It allows us to generalize this analytical approach for uniaxial loading in viscoelastic domain. An experimental validation of our model is presented by simulating different uniaxial creep recovery tests on thin specimens and a creep bending test under moisture content variations.

Keywords: mechanosorption, thermodynamic, rheological model, elasticity, viscoelasticity