

UNIVERSITÉ DE LIMOGES
ÉCOLE DOCTORALE « Science, Technologie, Santé »
FACULTÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Thèse N° 45-2009

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LIMOGES

Discipline / Spécialité : Informatique

présentée et soutenue par

Cyril LAM

le 21 octobre 2009

**Aspects géométriques du vieillissement
du bois en synthèse d'images**

Thèse dirigée par Djamchid Ghazanfarpour,

Co-encadrée par Olivier Terraz

JURY

Rapporteurs :

M. Eric GALIN

Professeur à l'Université lumière de Lyon 2

M. Mateu SBERT

Professeur à l'Universitat de Girona

Examineurs :

M. Frederic BOUDON

Chargé de recherche au CIRAD

M. Djamchid GHAZANFARPOUR

Professeur à l'Université de Limoges

M. Olivier TERRAZ

Maître de conférences à l'Université de Limoges

Remerciements

En tout premier lieu, je tiens à exprimer ma reconnaissance envers mes encadrants, M. Olivier Terraz ainsi que M. Djamchid Ghazanfarpour à la fois pour leurs conseils et pour le temps qu'ils m'ont consacré.

Je souhaite également exprimer ma gratitude à l'égard de M. Eric Galin et de M. Mateu Sbert pour avoir accepté d'être rapporteur de mes travaux de thèse, ainsi qu'à l'égard de Frederic Boudon qui a accepté de faire partie du jury. J'espère sincèrement que les travaux présentés ainsi que la rédaction seront à même de leur rendre la lecture de ce mémoire agréable.

Je tiens également à remercier mes collègues, Nadir, Céline, Mickael, Alexandre, Agnes, Boussad, Ahmadou... . A tous je souhaite leur adresser mes profonds remerciements pour leur soutien durant ces trois années. Plus particulièrement, je les remercie pour leur amitié ainsi que les soirées et plus globalement, les moments que nous avons partagés et qui m'ont permis d'aborder les moments difficiles de la thèse avec plus de sérénité.

Enfin, je tiens à remercier ma famille qui m'a toujours encouragé dans la voie que j'ai choisie et m'a donné les moyens d'atteindre mes buts.

Bien sûr, je n'oublie pas ma future femme qui a su faire preuve de patience durant ces trois années et plus particulièrement durant les derniers mois qui ont coïncidé avec la rédaction de cette thèse, puisse-t-elle me pardonner ces trois étés loin des plages...

Résumé

Les phénomènes de « vieillissement » en synthèse d'images suscitent de plus en plus d'intérêt. Cet intérêt grandissant pour ces phénomènes est essentiellement dû au fait que leur prise en compte constitue un atout majeur du réalisme en synthèse d'images.

Le bois est l'un des acteurs majeurs présents dans la nature, mais c'est également un élément faisant partie intégrante de notre environnement quotidien. Il en résulte que le bois est un élément redondant dans des scènes visant à reproduire le monde réel. Pourtant malgré tout, les aspects du vieillissement du bois n'ont que très peu été abordés en synthèse d'images. Aussi avons-nous pris le parti de centrer notre travail sur les aspects du vieillissement spécifiques au bois.

Le vieillissement du bois peut transparaître de maintes façons, aussi avons-nous choisi de nous focaliser sur certains aspects géométriques caractéristiques tels que les attaques d'insectes et de champignons, le séchage, la déformation, l'érosion ou encore les fractures. Ces différents aspects du vieillissement seront traités tantôt par une approche phénoménologique tantôt selon une approche physique, chacune des deux approches ayant ses avantages et ses inconvénients.

Mots-clés : synthèse d'images, rendu réaliste, phénomène de vieillissement, bois, phénomène naturel, approche phénoménologique, approche physique.

Abstract

Aging phenomena in computer graphics arouse more and more interest. This growing interest for these phenomena is primarily due to the fact that their consideration in computer graphics allow to greatly improve the realism of the synthetised images. Wood is one of the main actors present in the nature, but it is also an element belonging to our daily environment. It is the reason why wood is a inescapable element in scenes representing the real-world. However despite this, the aspects of wood aging have not been studied a lot in computer graphics. So, we have chosen to focus our work on the aging's aspects specific to wood.

The wood aging can express itself in many ways, so we chose to focus only on certain geometrical aspects characteristic, such as insects's and blue stain fungi's attacks, drying, the deformation, erosion or the fractures. These various aspects of aging will be treated sometimes by a phenomenological approach sometimes according to a physical approach, each of the two approaches having its advantages and these disadvantages.

Keywords : computer graphics, realistic rendering, aging phenomena, wood, natural phenomena, physical approach, phenomenological approach.

Table des matières

Introduction	1
1 Pré-Requis	5
1.1 Généralités sur le bois	7
1.1.1 Structure macroscopique du bois	7
1.1.2 Propriétés physiques et mécaniques	9
1.2 Modèle de croissance	12
1.2.1 3-G-cartes	12
1.2.2 L-system	15
1.2.3 3Gmap L-system	19
1.2.3.1 Notations	20
1.2.3.2 Règles de base et opérations topologiques correspondantes	22
1.2.3.3 Interprétation géométrique des 3Gmap L-system	23
1.2.3.4 Rendu	25
2 Approche phénoménologique	29
2.1 Introduction	31
2.2 Etat de l'art des techniques de vieillissement en synthèse d'image	32
2.3 Modélisation des aspects géométriques du vieillissement	36
2.3.1 Attaques d'insectes	36
2.3.1.1 Etude phénoménologique	36
2.3.1.2 Méthode proposée	38
2.3.1.3 Résultats	42
2.3.2 Attaques de champignons	43
2.3.2.1 Etude phénoménologique	43
2.3.2.2 Méthode proposée	45
2.3.2.3 Résultats	47

2.3.3	Fractures et fentes	48
2.3.3.1	Etude phénoménologique	48
2.3.3.2	Méthode proposée	49
2.3.3.3	Résultats	52
2.3.4	Erosion	52
2.3.4.1	Etude phénoménologique	52
2.3.4.2	Méthode proposée	54
2.3.4.3	Résultats	55
2.4	Conclusion	56
3	Approche physique	59
3.1	Notions de physique	61
3.1.1	Modèle physique des déformations	62
3.1.1.1	Mise en place du contexte (milieu continu)	62
3.1.1.2	Description de l'état de déformation d'un système	64
3.1.1.3	Description de l'état de contrainte d'un système	67
3.1.1.4	Lois de comportement (comportement du matériau)	69
3.1.2	Modèles d'intégrations	73
3.1.3	Méthodes de discrétisation	75
3.1.3.1	Méthode des différences finies	76
3.1.3.2	Méthode des éléments finis	76
3.1.3.3	Méthode des volumes finis	81
3.2	Etat de l'art des techniques de déformations et de génération de fractures en synthèse d'images	81
3.2.1	Méthodes basées sur un maillage	81
3.2.1.1	Systèmes masse-ressort	81
3.2.1.2	Méthodes des différences finies	86
3.2.1.3	Méthodes volumes finis	88
3.2.1.4	Méthode des éléments de frontière	89
3.2.1.5	Méthodes éléments finis	90
3.2.2	Méthodes non basées sur un maillage (Mesh Free methods)	102
3.3	Modèle spécifique au bois pour la simulation de déformations et de fractures	108
3.3.1	Modèle	108
3.3.1.1	Modèle de déformation	109
3.3.1.2	Modèle de fracture	111

3.3.2	Mise en Oeuvre	114
3.3.2.1	Déformation	114
3.3.2.2	Fracture	119
3.3.3	Résultat et problèmes rencontrés	129
3.3.4	Limitation du modèle et perspectives	131
3.3.4.1	Limitations	131
3.3.4.2	Perspectives	132
3.4	Modelisation du phénomène de séchage du bois	133
3.4.1	Etude physique du phénomène	133
3.4.2	Mise en oeuvre	139
3.4.2.1	Simplifications	139
3.4.2.2	Implementation	141
3.4.2.3	Utilisation du modèle hybride	143
3.4.3	Résultats	145
3.4.4	Problèmes et perspectives	146
	Conclusion	149
	Annexe	150
	Bibliographie	165

Introduction

Importance du bois

DE PRIME ABORD, le bois peut sembler être un élément commun voir banal, cependant en y regardant d'un peu plus près, on peut voir que la réalité est toute autre. En effet, par l'intermédiaire des arbres érigés à la surface de la terre, le bois est un élément indissociable du paysage. Cependant, le rôle du bois n'a jamais été exclusivement figuratif. En effet, le bois est rapidement devenu un élément incontournable de l'écosystème favorisant ou entravant le développement de la faune et de la flore, mais ce que nous retiendrons davantage c'est l'importance de ce dernier dans la vie des hommes. Effectivement, depuis que l'homme a commencé à tirer profit de ce que la nature lui proposait, le bois a toujours été l'un des instruments de sa survie. Tantôt mutilé pour la confection de gourdins ou autres outils, plus tard sacrifié pour donner naissance à un peu de chaleur et de lumière. De nos jours, le bois n'est plus le compagnon indispensable à la survie de l'homme, pourtant il reste un élément incontournable de son environnement quotidien. Bien sûr, comme nous l'avions rappelé, la présence du bois peut se manifester par l'intermédiaire des arbres, mais il peut prendre de nombreuses autres formes. Aussi celui-ci pourra tantôt exister sous la forme d'édifices imposant : ponts, escaliers, chalets..., tantôt sous des formes plus discrètes : manches d'outils, planches, meubles... . Ce polymorphisme contribue à renforcer le sentiment que le bois est extrêmement présent dans l'environnement des hommes, et cette omniprésence du bois elle-même contribue à faire du bois une problématique incontournable en synthèse d'images réaliste, notamment dans l'optique de représentation d'environnements naturels.

Viellissement du bois

Le bois est un élément vivant issu de la terre. Plus précisément, quelle que soit la forme sous laquelle il se présente, le bois provient des arbres dont il est le constituant

principal. Comme tout ce qui existe, un morceau de bois (planche, grume...) va au cours de son existence subir divers dommages dont les sources peuvent être multiples. En particulier, la nature organique du bois va contribuer à faire de ce dernier une cible de premier ordre. Parmi les différents dommages que le bois est susceptible de souffrir, nous citerons :

- Désintégration conduisant à sa disparition à plus ou moins long terme. Principalement due aux divers phénomènes de biodégradation.
- Déformations dues au séchage.
- Dégradation de son aspect ainsi que de son intégrité structurelle du fait d'attaques d'organismes vivants : insectes, champignons.
- Fentes et fractures dont les causes peuvent être multiples (foudre, séchage, froid...).
- Alteration de sa géométrie du fait de l'érosion.
- Patinage de sa surface par l'action de phénomènes d'oxydations.
- Enfoncements par l'action d'un tiers (animaux, hommes).
- ...

De manière générale, nous appellerons « Viellissement » l'ensemble de ces phénomènes conduisant à modifier l'aspect et/ou la géométrie d'une pièce de bois.

La problématique

Le but de la recherche en synthèse d'image est de proposer des outils et méthodes permettant de générer des images par l'intermédiaire de médias informatiques. Plus précisément, dans les travaux que nous proposons ici, nous nous placerons dans le cadre de la synthèse d'images « réalistes ». Cette restriction est importante, car elle permet de mettre en avant une volonté de représenter des objets du monde réel. Plus particulièrement, nous avons fait le choix de traiter d'un matériau particulier du monde réel : le bois. Les raisons de ce choix résident notamment dans l'importance (mise en avant précédemment), de ce matériau dans notre environnement.

Quelque soit sa forme, le bois qui compose notre environnement présente généralement une ou plusieurs altérations liées à son vécu. Ces différentes altérations liées au vécu du bois ont été précédemment regroupées sous le terme générique de vieillissement. Cette considération du vieillissement du bois est un élément essentiel puisque c'est cet élément qui va contribuer à conférer un certain réalisme aux images synthétisées. En effet, une image qui représenterait une pièce de bois exempte

de tout défaut serait perçut comme non réaliste, d’ou l’importance que recèle le fait d’aborder le problème du vieillissement du bois en synthèse d’images.

Les différents travaux présentés dans ce mémoire ont pour vocation de proposer des outils permettant de représenter un certain nombre de phénomènes de vieillissements. La particularité des travaux présentés est que quelque soit l’approche envisagée phénoménologique ou physique, notre priorité a été de prendre en compte les caractéristiques fondamentales du bois, notamment par l’utilisation d’un modèle de croissance spécifique au bois et à même de fournir les informations structurelles nécessaires.

Organisation du mémoire

Pour ce faire, après avoir précisé dans un premier chapitre l’ensemble des notions en rapport avec les généralités du bois ainsi qu’avec le modèle de croissance permettant sa représentation, nous verrons en détail, les méthodes que nous proposons en vue de simuler le vieillissement du bois. Ainsi dans un second chapitre nous proposerons un certain nombre de méthodes de simulation du vieillissement basées sur des approches phénoménologiques des phénomènes, alors que dans le chapitre troisième, les simulations de vieillissement seront basées sur une approche physique des phénomènes. Enfin, nous conclurons en tâchant de résumer ce qui aura été vu tout au long de ce document.

Cette introduction aura eu pour volonté de permettre au lecteur de se familiariser avec l’objet de la thématique de cette thèse, mais également de laisser transparaître les raisons qui nous ont incitées à nous intéresser au matériau « bois ». Comme nous l’avons vu, à l’instar de tout ce qui vit, le bois a une histoire. C’est cette histoire que nous essayerons de raconter... simuler.

Chapitre 1

Pré-Requis



Sommaire

1.1 Généralités sur le bois	7
1.1.1 Structure macroscopique du bois	7
1.1.2 Propriétés physiques et mécaniques	9
1.2 Modèle de croissance	12
1.2.1 3-G-cartes	12
1.2.2 L-system	15
1.2.3 3Gmap L-system	19

Chapitre 1

Pré-Requis

1.1 Généralités sur le bois

LE BOIS est un matériau naturel complexe et il faudrait à ce titre plusieurs centaines de pages pour en appréhender tous les aspects. De manière à ne pas sortir du cadre fixé par notre étude, nous n'aborderons ici que l'aspect structurel du bois ainsi que ses principales propriétés physiques et mécaniques. Dans un premier temps, nous présenterons donc la structure du bois en nous focalisant sur ses aspects macroscopiques, les aspects microscopiques ne seront pas abordés, car ils ne présentent que peu d'intérêts pour les travaux présentés ici. Pour une présentation plus complète de la structure du bois, macroscopique et microscopique, nous invitons les lecteurs à se référer au document suivant [dep07]. Enfin, dans la seconde partie de ce chapitre, nous verrons les propriétés mécaniques et physiques du bois les plus pertinentes en référence à nos travaux.

1.1.1 Structure macroscopique du bois

Avant d'aborder la macrostructure du bois, il est indispensable de ne pas perdre de vue que, quelque soit la manière dont il est abordé (matériaux de construction ou à l'état naturel), le bois est issu d'un arbre lui-même issu d'un processus de croissance. C'est ce processus qui va sceller les propriétés structurelles et mécaniques du bois, c'est donc la raison pour laquelle il est important d'en comprendre le fonctionnement. La Figure 1.1 résume les caractéristiques structurelles du bois qui seront présentées dans cette section. Chez les espèces ligneuses et pérennantes telles que les arbres, le

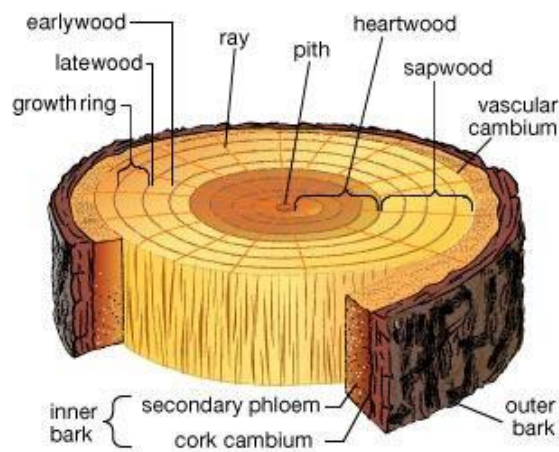


FIG. 1.1: Macrostructure du bois [Mer].

fonctionnement du cambium¹ suit un cycle (saisonnier dans les climats comportant des saisons bien distinctes). En région tempérée, le fonctionnement s'interrompt à l'automne et reprend au printemps. Chaque année, un nouveau cylindre de bois est formé à l'extérieur du précédent grâce au fonctionnement du cambium ([Pra]). Sur une coupe transversale de tronc, ces couches concentriques annuelles sont appelées « cernes ». Dans nos régions, chacun de ces cernes comporte :

- Un bois de printemps (ou *early wood*) qui correspond à la reprise de la vie végétative de l'arbre. Ce bois de printemps est généralement plus tendre et plus clair que le bois d'été.
- Un bois d'été (ou *late wood*) qui correspond au ralentissement de la vie de l'arbre avant que ce dernier n'entre dans une phase de repos végétatif en hiver. Le bois d'été est généralement plus dur, plus dense et plus foncé que le bois de printemps.

Au cours du processus de croissance de l'arbre les cernes vont se différencier en deux catégories : le duramen (ou bois de coeur) et l'aubier (voir la Figure 1.2 qui illustre la différence de coloration entre ces deux types de bois) :

- Duramen : Région interne du bois, correspondant aux zones d'accroissement les plus anciennement formées, qui ne comportent plus de cellules vivantes. Il s'agit d'un bois dur, compact, dense et sec souvent plus sombre que l'aubier.
- Aubier : C'est la partie de l'arbre la plus proche de l'écorce, généralement

¹cambium : Assise continue de cellules situées entre le bois et l'écorce et dont le fonctionnement entraîne l'accroissement en diamètre des racines, du fût, des branches et des rameaux

tendre et claire. C'est la partie correspondant aux zones d'accroissement les plus récemment formées contenant des cellules vivantes. Il est généralement plus sensible aux attaques des insectes xylophages, car il est plus riche en protéines.



FIG. 1.2: Une image issue du monde réel, montrant une coupe transversale d'un morceau de bois. La partie centrale plus foncée correspond au **duramen**, alors que la partie périphérique correspond à l'**aubier**.

1.1.2 Propriétés physiques et mécaniques

Avant d'aborder le comportement mécanique du bois, nous allons préalablement voir les principales propriétés physiques du bois, celles-ci pouvant conditionner à leurs niveaux le comportement mécanique du bois. Les propriétés les plus caractéristiques et sur lesquelles nous focaliserons notre étude sont : la densité, l'homogénéité, l'hydrométrie ainsi que la résilience.

La densité : Cette propriété va directement influencer d'autres propriétés telles que la dureté et la résistance à la compression du matériau bois. Elle dépend de l'espèce considérée, mais surtout elle va varier au sein des diverses parties d'un même type de bois. On notera par exemple que le bois de coeur est plus dense que le bois d'aubier.

L'homogénéité : Ici le terme homogénéité fait référence à la répartition des dif-

férents tissus constitutifs du bois (vaisseaux et fibres notamment). Ainsi lorsque les vaisseaux, gros et abondants, sont principalement distribués sur la face interne des anneaux d'accroissement, le bois sera dit hétérogène ou peu homogène. Cette hétérogénéité aura pour conséquence de conférer au bois une forte résistance aux charges.

L'hydrométrie : L'eau est présente dans le bois sous plusieurs formes. On distingue :

- L'eau libre ou intercellulaire : elle remplit l'intérieur des vaisseaux et fibres du bois. Cette eau ne joue pas un rôle essentiel sur les propriétés du bois, elle influera seulement sur sa densité.
- L'eau liée ou encore eau de saturation ou d'imprégnation : retenue dans les parois cellulaires. Lorsque ces parois contiennent le maximum d'eau qu'elles peuvent en contenir, le bois est dit saturé. Généralement le point de saturation se situe aux alentours de 30 %. Contrairement à l'eau dite libre, l'eau de saturation va considérablement influencer sur les propriétés du bois. Lorsque sous l'effet de l'air ou encore de manière artificielle, le bois perd cette eau de saturation, celui-ci va voir ses dimensions changer et subir diverses déformations. Ce phénomène sera plus amplement expliqué lorsque nous aborderons le séchage dans l'approche physique des phénomènes de vieillissement.

Résilience : Cette propriété va caractériser la capacité d'un matériau à résister à la rupture. Cette propriété va fortement conditionner la manière dont le bois va se fissurer sous l'effet de contraintes. De par ses propriétés mécaniques, que nous aborderons par la suite, nous verrons que la résilience va varier relativement à l'orientation de la pièce de bois vis-à-vis de la contrainte exercée.

La propriété mécanique fondamentale associée au bois est son caractère orthotrope, qui va conférer à celui-ci une réelle singularité comportementale. Un matériau orthotrope est un matériau qui va posséder des propriétés comportementales particulières dans des directions privilégiées. Dans le cas du bois ces directions particulières sont au nombre de trois : la direction longitudinale parallèle aux fibres du bois, la direction tangentielle parallèle aux cernes de croissance et la direction radiale orthogonale à ces cernes. Ces trois axes orthogonaux permettent de définir un repère caractérisant les propriétés mécaniques du bois. Sur la Figure 1.3, ces trois axes sont représentés compte tenu des considérations évoquées précédemment.

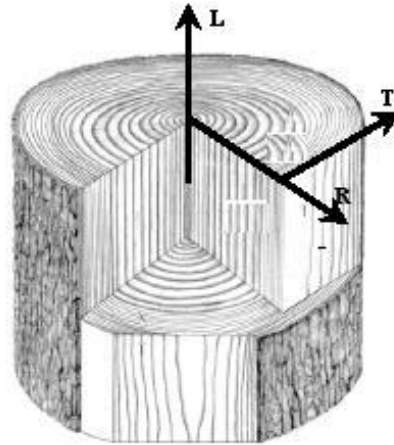


FIG. 1.3: Repère orthotropique du bois : **L** : fait référence à la direction longitudinale (parallèle aux fibres du bois) ; **T** : fait référence à la direction tangentielle (parallèle aux cernes du bois) ; **R** : fait référence à la direction radiale (orthogonale aux cernes du bois) [Clo05].

Comme nous l'avions précédemment évoqué, le bois est abondamment utilisé notamment en tant que matériau de construction. Cela a conduit la communauté scientifique à s'interroger sur la réaction de ce dernier vis-à-vis de la contrainte. Cela a en outre permis de mettre en évidence le caractère viscoélastique du bois. Cette notion de viscoélasticité permet de mettre en évidence le comportement dual du bois vis-à-vis de la contrainte, puisqu'il va à la fois se comporter comme un matériau élastique et comme un matériau visqueux. En effet, dans un premier temps, sous l'effet de contraintes il va être capable de retrouver sa forme d'origine et de restituer la totalité de l'énergie emmagasinée. Ceci sera vrai pour la courte période suivant l'application de la charge : période durant laquelle on peut assimiler le bois à un matériau élastique parfait. Par la suite, ce ne sera plus vrai, car il y aura dissipation d'une partie de l'énergie reçue par l'objet. Cette nature viscoélastique du bois doit être soulignée, car elle implique que le comportement mécanique de celui-ci est dépendant du temps ; autrement dit, à chaque instant le comportement mécanique du bois sera fonction de l'historique complet des forces appliquées. Bien évidemment, le bois possède bien d'autres particularités mécaniques, néanmoins nous avons voulu dans cette partie nous focaliser sur celles qui nous semblaient essentielles pour la compréhension de la suite du document. Si le besoin s'en fait ressentir, nous développerons certaines de ces autres propriétés au moment opportun.

1.2 Modèle de croissance

Nous avons choisi de baser nos travaux sur un modèle de croissance spécifique au bois. Ce modèle de croissance comme nous le verrons par la suite permet de modéliser la croissance du bois compte tenu de considérations issues de la botanique, en s'appuyant sur un certain nombre de caractéristiques pertinentes du point de vue de notre problématique. Ce modèle que nous allons présenter ici, a été l'objet de travaux antérieurs : [TL95] et [TGM+09]. Pour une vision plus détaillée de ce modèle de croissance, nous invitons le lecteur à se référer à [Gui08] qui synthétise l'ensemble de ces travaux, ce qui suit en est en partie inspiré.

Ce modèle utilisé pour simuler la croissance du bois est basé sur les **3Gmap L-systems**. Avant de préciser ce concept, nous rappellerons certaines notions fondamentales relatives aux 3-G-cartes (ou 3Gmap) et aux L-systems. Nous verrons finalement dans la seconde partie de cette section, en quoi consistent les 3Gmap L-systems et comment les appliquer à la simulation de la croissance du bois.

1.2.1 3-G-cartes

Les 3-G-cartes, est un modèle topologique de *Représentation par frontière* ou *Représentation par les bords*² permettant de représenter des **subdivisions** d'objets volumiques orientable ou non et avec ou sans bords. Une subdivision est une partition de l'espace, constituée d'un ensemble de cellules de dimensions différentes (sommet, arête, face, volume) à laquelle est associée des **relations de bord** ; notion sur laquelle nous reviendrons un peu plus tard.

De manière plus formelle, une 3-G-carte peut être définie comme suit :

Définition. Une carte généralisée de dimension 3, ou 3-G-carte est définie par un 5-tuple $G = \{\beta, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, où :

- β est un ensemble fini d'éléments appelés brins.
- $\forall i \in \{0, 3\}$, α_i est une bijection sur β .
- $\forall (i, j)$, $0 \leq i \leq i + 2 \leq j \leq 3$, $\alpha_i \circ \alpha_j$ est une bijection sur β sans points fixes.

Le brin est l'unité de base de la structure des 3-G-cartes. Intuitivement, les brins peuvent être perçus comme des demi-arêtes, et les bijections α_i comme des opéra-

²Le terme anglophone permettant désigner ce type de modèle topologique est **Brep**(Boundary Representation)

teurs d'assemblage permettant d'établir des relations entre ces brins. Ces bijections (opérateurs d'assemblage) sont définies comme suit :

- α_0 permet de relier deux brins entre eux pour former une arête.
- α_1 permet de relier deux arêtes entre elles.
- α_2 permet d'assembler deux faces entre elles, le long des arêtes de leurs bords.
- α_3 permet d'assembler des volumes entre eux le long des faces de leurs bords.

La Figure 1.4 illustre les connections α_0 , α_1 et α_2 , les connections α_3 sont elles illustrées sur la Figure 1.5.

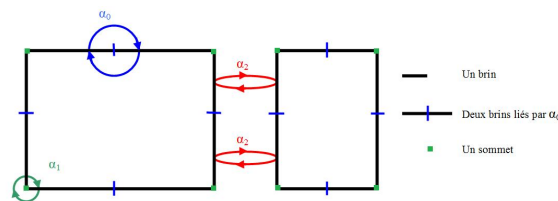


FIG. 1.4: Illustration des bijections α_0 , α_1 et α_2 de deux faces recollées le long d'une arête [Gui08].

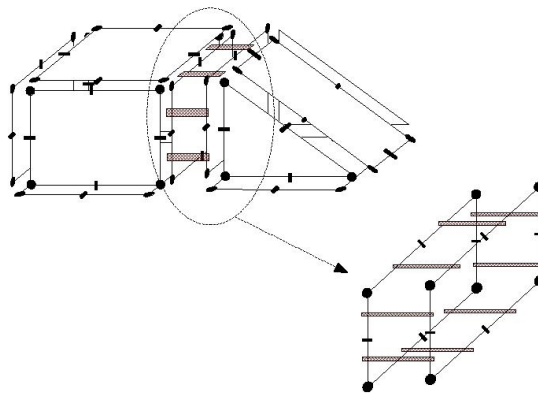


FIG. 1.5: Illustration des bijections α_3 permettant de recoller deux volumes le long d'une face.[Gui08].

Par la suite, un ensemble de brins munis des opérateurs d'assemblage adéquats suffit à la représentation de n'importe quelle structure volumique. On en déduit alors, qu'à partir d'un brin donné de la structure, il sera alors possible de déterminer l'ensemble des brins constituant un sous-ensemble de la structure de laquelle appartient le brin, en choisissant prudemment les involutions utilisées pour parcourir la structure depuis le brin d'origine. On introduit alors la notion d'orbite de la manière suivante :

Définition. *L'orbite d'un brin b , relativement à un ensemble d'applications $\{\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_n\}$ est l'ensemble de tous les brins accessibles en appliquant toute composition de ces applications. Cette orbite est notée $\langle \pi_0, \pi_1, \dots, \pi_n \rangle (b)$*

A partir de ce concept d'orbite, il est possible de définir les i -cellules. Une cellule est définie comme suit :

Définition. *Soit $G = (\beta, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ une 3-G-carte, un brin $b \in \beta$, et i un entier, $i \leq 3$, la i -cellule incidente à b est l'orbite $\langle \alpha_0, \dots, \alpha_{i-1}, \alpha_{i+1}, \dots, \alpha_3 \rangle (b)$*

Exemple Les i -cellules les plus courantes :

La 0-cellule (le sommet) incidente au brin b est définie par l'orbite $\langle \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \rangle (b)$

La 1-cellule (l'arête) incidente à un brin b est définie par l'orbite $\langle \alpha_0, \alpha_2, \alpha_3 \rangle (b)$

La 2-cellule (la face) incidente à un brin b est définie par l'orbite $\langle \alpha_0, \alpha_1, \alpha_3 \rangle (b)$

La 3-cellule (le volume) incidente au brin b est définie par l'orbite $\langle \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \rangle (b)$

Précédemment, nous avons évoqué le notion de bord, il siérait maintenant de définir celle-ci dans le cas des 3-G-cartes. Pour ce faire, nous commencerons par définir la notion de degrés de liberté :

Définition. *Soit b un brin d'une carte g et i , ($i \in \mathbb{N}, i \geq 0$). Un brin b est dit libre par une bijection α_i si $\alpha_i(b) = b$. Si tous les brins de la carte sont liés (non libres), la carte est dite « fermée » sinon elle sera dite « ouverte ». De la même manière, nous considèrerons qu'une face sera libre (par α_3) si tous les brins la constituant sont libres (par α_3).*

Nous pouvons maintenant définir la notion de bord :

Définition. *Soit $G(B, \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ une 3-G-carte, le bord de celle-ci peut être défini par une 2-G-carte³ elle-même définie à partir du 4-tuplé $G(B', \alpha'_0, \alpha'_1, \alpha'_2)$, de telle sorte que :*

- B' est un sous ensemble de B réduit aux brins du bord, autrement dit, libres par α_3 ($\alpha_3(b) = b$).

³Les 2-G-cartes peuvent être considéré comme une restriction des 3-G-cartes à la représentation d'objets de dimension 2

- α'_0 et α'_1 sont les restrictions de α_0 et α_1 aux brins du bord.
- α'_2 est la restriction de $\alpha_2 \circ \alpha_3$ aux brins du bord.

1.2.2 L-system

Les L-systems ont été introduits par Lindenmayer dans l'objectif de formaliser le développement d'organismes vivants tels que les plantes et les cellules. Un L-system est une grammaire formelle constituée d'un ensemble de règles et de symboles :

Les symboles vont être utilisés pour représenter les constituants élémentaires (cellules) de l'organisme que l'on souhaite modéliser. Ces symboles seront assemblés sous forme de mots ou chaînes pour représenter la structure de l'objet modélisé

Les règles quant à elles vont servir à régir le processus amenant l'organisme étudié à une forme plus évoluée (croissance). Ces règles s'appuient sur le concept de réécriture qui consiste à remplacer une partie d'un objet initial simple de manière à obtenir un objet plus complexe. C'est la raison pour laquelle, ces règles sont également appelées règles de réécriture ou règles de production. Dans la pratique, les règles de réécriture vont prendre comme paramètres les symboles de la grammaire, ainsi pour une itération donnée, une règle de réécriture donnée spécifiera le remplacement d'un symbole (spécifié dans la partie gauche de la règle : prédécesseur) par un ou plusieurs autres symboles (spécifiés dans la partie droite de la règle : successeur).

A chaque étape du processus d'évolution, les cellules représentées par des symboles dans le L-system vont se subdiviser conformément aux règles de réécriture décrites dans celui-ci. En tant que grammaire, un L-system peut être défini comme suit :

Définition. *Un L-system est défini par le quadruplet : $\{V, S, \omega, P\}$ où :*

- *Les variables V représentent l'ensemble des symboles du L-system.*
- *S représente l'ensemble des valeurs constantes du système (symboles particuliers).*
- *ω est l'axiome de départ choisi parmi l'ensemble des « mots » pouvant être construit à partir de l'alphabet du système. Il représente l'état initial du système.*
- *P représente l'ensemble des règles de réécriture des symboles de V .*

Afin d'expliciter les notions que nous venons de voir, nous avons choisi de rappeler en guise d'exemple, le premier L-system proposé par Lindenmayer pour décrire le développement d'une algue :

Exemple L-System de Lindenmayer :

Grammaire :

- Variables : $V = \{A, B\}$
- Constantes : $S = \{\phi\}$
- Axiome : $\omega = A$.
- Règles : $P = (A \mapsto AB) \wedge (B \mapsto A)$.

Résultats obtenus pour les 5 premières générations :

- Génération 0 : A .
- Génération 1 : AB .
- Génération 2 : ABA
- Génération 3 : $ABAAB$.
- Génération 4 : $ABAABABA$.
- Génération 5 : $ABAABABAABAAB$.

Comme nous pouvons le voir sur l'exemple ci-dessus, la finalité d'un L-system, est l'obtention d'un « mot » constitué à partir des symboles de la grammaire et en fonction des règles de réécriture spécifiques au phénomène d'évolution considéré. Ce « mot » à lui seul ne permet pas de réelle interprétation, ou du moins si celle-ci est possible, elle se fera au prix d'un effort d'abstraction considérable. C'est la raison pour laquelle, il est d'usage de s'appuyer sur la représentation graphique du L-system. Cette représentation graphique peut se faire au moyen d'une tortue graphique.

La tortue graphique est un automate de dessin introduit par Seymour Papert dans le cadre du développement du langage de programmation LOGO. Elle peut intuitivement être entendue comme une main tenant un stylo et se déplaçant sur une feuille suivant des instructions basiques telles que « avancer d'un cran » ou encore « tourner à gauche ». Pour pouvoir utiliser cette tortue dans le cadre des L-systems, il est nécessaire d'introduire un certain nombre de symboles spécifiques au sein de la grammaire du L-system :

- *Variables :*
 - F : se déplacer d'un pas unitaire.
- *Constantes :*
 - $+$, $-$: tourner à droite (respectivement à gauche) d'un angle α .

Les L-systems que nous venons de présenter sont des outils pertinents permettant de modéliser l'évolution (la croissance) d'organismes divers. Cependant, bien que particulièrement adaptés aux structures « linéaires » (sans branchements), les L-systems tels que nous venons de les décrire s'avèrent peu adaptés au traitement de structures à la topologie de dimension supérieure (surface, volume). Partant de ce constat, [LR79] ont proposé une extension aux L-systems qu'ils ont baptisé **map L-system** en référence au concept de « map » sous-jacent et permettant d'étendre le concept de cellule à la dimension 2. Le terme de « map » est le nom donné à une classe particulière de graphe possédant des cycles. Un exemple de map L-system est illustré au travers de la figure 1.6.

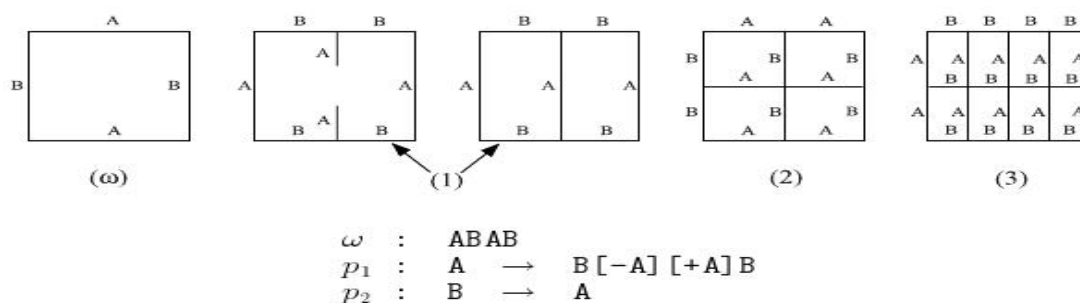


FIG. 1.6: Exemple d'un Map L-system. Lors de la première étape, une distinction est faite entre la phase de réécriture des arêtes et la phase de connexion des marqueurs (arêtes pendantes) concordants [PL90].

Sur la figure 1.6, on peut remarquer la différence dans l'écriture de la grammaire d'un L-system simple (tel que décrit précédemment) et celle d'une grammaire utilisée dans le cadre des map L-systems. Ces map L-systems ont été utilisés dans [PL90] pour simuler les divisions cellulaires. Par la suite, toujours dans le même ouvrage, les auteurs proposent d'étendre les L-systems à la dimension 3, ces nouveaux L-systems sont alors nommés **Cellworks L-system**. Dans les Cellwork L-system, les cellules sont assimilées à des volumes. Un exemple de Cellwork L-system est représenté sur la Figure 1.7.

L'utilisation de ce formalisme, ainsi que de celui des map L-systems n'est pas sans poser un certain nombre de difficultés. Il s'avère notamment difficile de définir un ensemble de règles de production applicable de manière cohérente à un ensemble de cellworks (cellules). De plus, ces concepts sont basés sur un mécanisme de raccord automatique des arêtes pendantes dont le résultat est difficile à prévoir. Le modèle de croissance que nous présentons dans ce chapitre va être basé sur une autre variante

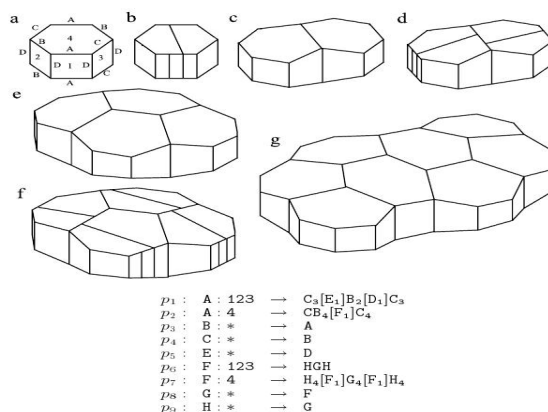


FIG. 1.7: Un exemple de cellwork adapté à une séquence de développement de cellules de l'épiderme : (a) L'ensemble cellulaire de départ ; (b), (d) et (f) cellworks immédiatement après la division des cellules ; (c), (e) et (g) les cellules correspondantes une fois l'état d'équilibre atteint.[PL90].

des L-systems et qui passe outre la limitation que nous venons d'évoquer, il s'agit des 3Gmap L-system. Les 3Gmap L-system qui constituent le coeur du modèle de croissance sur lequel seront basés une grande partie des travaux présentés dans cette thèse, vont être étudiés dans la section qui suit.

1.2.3 3Gmap L-system

Les 3Gmap L-systems constituent une nouvelle classe de L-system qui comme son nom l'indique, s'appuie à la fois sur le concept des 3-G-cartes généralisées (Section 1.2.1) et sur le concept des L-systems (Section 1.2.2). En d'autres termes, les 3Gmap L-systems peuvent être assimilés à une extension des L-systems à la manipulation de subdivisions d'objets volumiques. Ce nouveau L-system va permettre de préciser plus simplement que dans le cas des Cellworks les opérations portant sur la subdivision des volumes en utilisant notamment des opérations topologiques de haut niveau. Afin de mieux appréhender ce modèle particulier, nous nous appliquerons dans un premier temps à préciser les simplifications et les notations qui vont permettre la génération d'une grammaire intuitive. Dans un second temps, nous préciserons certaines opérations topologiques de base associées aux principales règles de productions utilisées afin de modéliser la croissance de l'arbre. Enfin, nous conclurons cette partie en évoquant l'interprétation géométrique des 3Gmap L-system.

1.2.3.1 Notations

Les simplifications et notations que nous allons introduire ici ont pour vocation de permettre l'association entre le concept de L-system et celui de 3-G-carte. Afin de ne pas tomber dans les mêmes écueils que dans le cas des cellworks, les règles de production (réécriture) concerneront directement les volumes et non pas les arêtes comme c'était le cas avec les L-systems dits « classiques ». Cette écriture des règles de production aura pour principale conséquence de simplifier le contrôle du processus d'évolution (croissance) de l'arbre. De manière à simplifier encore davantage le contrôle du processus d'évolution et à avoir des informations sur l'orientation des volumes : indispensable afin de prendre en compte les directions de croissances privilégiées de l'arbre ; seuls des volumes de type prisme seront utilisés pour modéliser le processus de croissance de l'arbre 1.9. Ces volumes seront identifiés par un *label*. Dans le reste du document, le symbole A sera utilisé pour faire référence au volume de label A . L'ordre d'un volume (prisme) est directement corrélé à l'ordre de sa base. Par suite, un prisme A d'ordre n sera noté $A(n)$. Afin de simplifier l'expression des règles régissant le processus d'évolution, le choix est fait de labelliser les faces constitutives du prisme de la manière suivante (Figure 1.8) :

- La face constituant la base du prisme A est appelée face « Origine » et sera notée A_O .
- La face extrémité du prisme A est appelée face « End » et sera notée A_E .
- Les faces latérales du prisme A sont appelées faces « côté » et seront notées $A_{C_1}, A_{C_2}, \dots, A_{C_n}$.

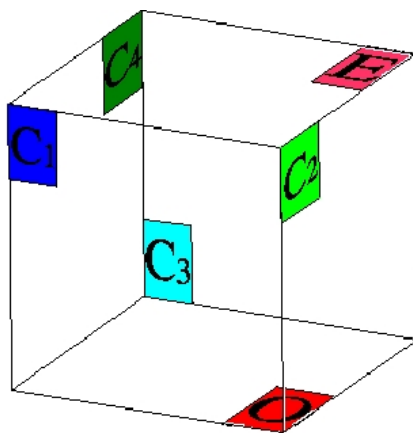


FIG. 1.8: Les différentes étiquettes (labels) associé à un prisme d'ordre 4.

Cette labellisation des faces des volumes permettra d'acquérir des informations sur l'orientation de ces mêmes volumes. Comme nous l'avons rappelé précédemment,

cette prise en compte de l'orientation est indispensable afin de simplifier l'expression des règles de production qui seront spécifiées en fonction des axes de croissance du bois. Cette labellisation a un second intérêt, en effet elle nous permettra d'avoir des informations sur l'agencement des volumes les uns par rapport aux autres en référence au repère propre du bois (Section 1.1.1). La correspondance entre les différents labels des faces des volumes et les directions privilégiées du bois est illustrée sur la Figure 1.10. Comme nous le verrons dans la suite du document cette information sera cruciale pour tenir compte de l'impact de l'aspect structural du bois sur un certain nombre de phénomènes de vieillissement.

Toujours dans l'optique de simplifier l'écriture de la grammaire, deux symboles sup-

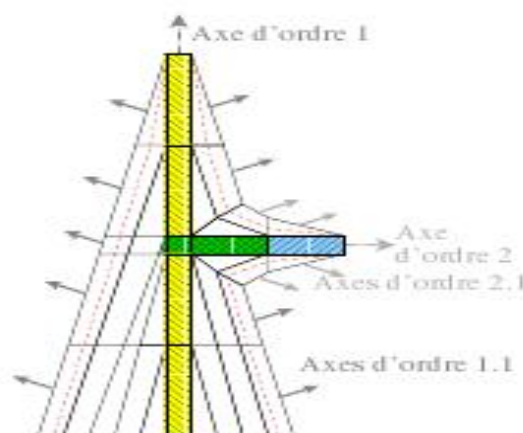


FIG. 1.9: Les principaux axes de croissance du bois.

plémentaires sont introduits, afin de simplifier le référencement simultané à plusieurs faces :

- * : symbole englobant permettant de faire référence à une multitude de faces répondant à un même critère. Par exemple : A_* permet de faire référence à toutes les faces du volume A , alors que A_{C*} désigne toutes les faces latérales du volume A .
- – : symbole restrictif, permettant de limiter la portée du symbole évoqué précédemment (*), de telle sorte que par exemple : A_{C*-3} désigne l'ensemble des faces latérales à l'exception de la face $C3$.

Finalement, nous concluons cette section consacrée aux différentes simplifications et notations utilisées pour définir les 3Gmap L-system, en précisant comment sera exprimée la dépendance au contexte. Dans le modèle présenté ici, la dépendance

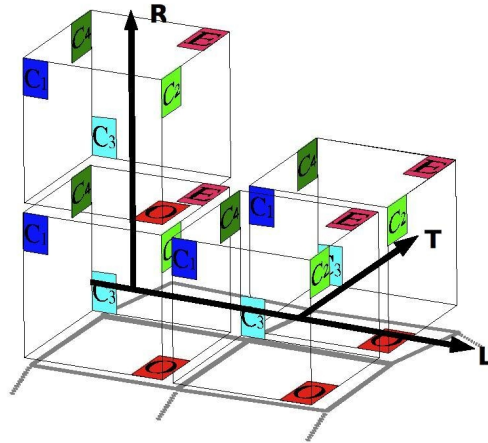


FIG. 1.10: Correspondance entre les labels associés aux faces des volumes d'une 3-G-carte et le repère de référence du bois.

au contexte se traduira par la prise en considération des relations d'adjacence entre les différents objets topologiques du modèle. Ces relations d'adjacence seront matérialisées dans la grammaire grâce aux symboles $>$ ou $<$. Ces deux symboles auront exactement la même signification du fait de l'aspect résolument symétrique de la relation d'adjacence. Ainsi, par exemple l'adjacence entre la face $C2$ du volume A et la face E du volume B pourra être exprimée formellement par $A_{C2} > B_E$ et la relation d'adjacence entre A et B par $A_* > B_*$.

1.2.3.2 Règles de base et opérations topologiques correspondantes

Dans cette section, nous allons préciser de manière synthétique les principales opérations topologiques qui vont permettre de simuler la croissance de l'arbre ainsi que les règles de réécritures qui leur sont associées.

Opération d'éclatement $A \mapsto^F BC$: Cette opération va consister à créer deux volumes B et C à partir d'un volume A et d'une face F appartenant à ce volume. Sur la Figure 1.11, nous pouvons voir divers résultats de règles de réécritures basées sur l'opération d'éclatement.

Ajout d'un volume sur une face $A \mapsto A[B(n)]_F$: Cette opération consiste à créer un nouveau volume B à partir d'un volume A et d'une face support F . Le nouveau volume créé sera ensuite collé à la face support. Il faut noter que dans cette expression l'ordre du volume que l'on souhaite créer peut être spécifié. Si cet

ordre diffère de celui de la face support, un travail préalable consistera à ajouter de nouvelles arêtes à la face support. Sur la Figure 1.12 cette opération est illustrée, on peut également voir sur cette figure une comparaison entre cette opération d'ajout et l'opération d'éclatement évoquée précédemment.

Identification de faces ou collage de faces : Cette opération va consister à coller une face d'un volume A avec une face d'un volume B sous réserve que ces faces soient au moins adjacentes par une arête. Ainsi, la règle de réécriture correspondante peut s'écrire : $A : A_{C_2} < B_{C_4} \mapsto A_{C_2} | B_{C_4}$, où C_2 et C_4 appartenant respectivement à A et B , sont les faces que l'on souhaite coller entre elles.

Dans [TGM⁺09], les auteurs précisent en détails les modalités qui permettent l'application des 3Gmap L-system à la simulation de la croissance du bois.

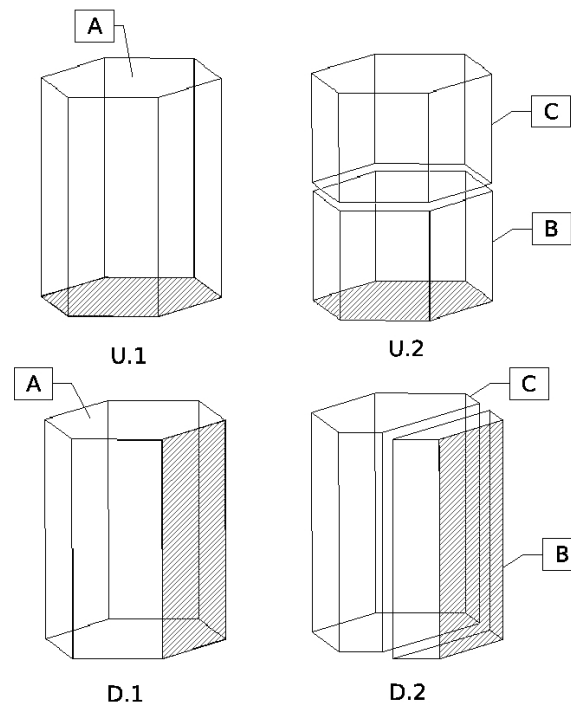


FIG. 1.11: Opération d'éclatement : **U1** : Volume initiale, la face grisée porte le label « O »). **U2** : Résultat de la règle de production $A \mapsto^O BC$. **U3** : Volume initial, la face grisée porte le label « C1 ». **U4** : Résultat de la règle de production $A \mapsto^{C1} BC$.

1.2.3.3 Interprétation géométrique des 3Gmap L-system

Les volumes obtenus par application des règles de production sont plongés dans l'espace de visualisation à trois dimensions. L'interprétation géométrique se fait alors

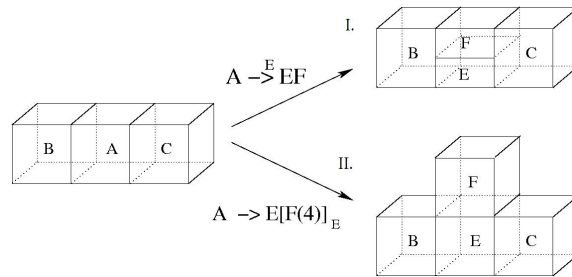


FIG. 1.12: Comparaison entre l'opération d'éclatement et l'opération d'ajout de volume à partir d'une face : **I** : Opération d'éclatement associée à la règle de production : $A \mapsto^F BC$. **II** : Ajout de volume associé à la règle de production : $A \mapsto E[F(4)]_E$.

en trois étapes :

- Calcul de la position des repères associés à chaque volume compte tenu des informations (attributs) qui lui sont associés. Parmi ces attributs, ceux qui vont être pris en considération pour ce calcul sont les trois correspondant aux angles de la tortue LOGO et notés : atx , aty , et atz .
- Calcul de la forme générale du volume indépendamment de son voisinage. L'estimation de la forme générale du volume se fera grâce à trois paramètres géométriques notés : H , L et W . Faisant respectivement référence à la hauteur, à la longueur et à la largeur du volume.
- Calcul de forme finale du volume en prenant en compte le voisinage de celui-ci. La position finale de chaque sommet est obtenue en calculant le barycentre des points correspondants associés aux volumes incidents.

Ces attributs sont directement utilisés dans la grammaire sous la forme de paramètres. Dans l'exemple d'un 3Gmap L-system permettant de générer un tronc et décrit par la grammaire 1.1, l'ordre des paramètres est le suivant : $A(0, atx, aty, atz, H, L, W)$ avec 0 l'ordre du prisme, atx, aty, atz , les angles de la tortue et H, L, W les dimensions du volume. Le 3Gmap L-system défini par cette grammaire est illustré sur la Figure 1.13 et montre les résultats obtenus après plusieurs itérations.

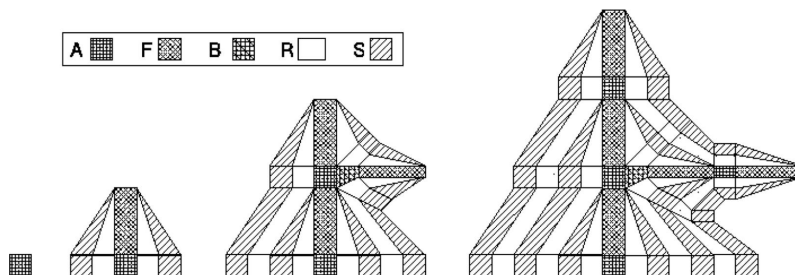


FIG. 1.13: Les résultats obtenus après plusieurs itérations en utilisant la grammaire Tab.1.1.

TAB. 1.1: : Grammaire d'un 3Gmap L-system utilisé pour la création d'un tronc.

	#Define iT =3. ;	// Slope of the trunk
	#Define HN =2. ; LN =2. ; WN =2. ;	// Dimension of the nodes
	#Define HI =10. ; LI =2. ; WI =2. ;	// Dimension of the internodes
	#Define tMCP = 1.4 ; tmCP = 1. ;	// Maximum and minimum height of spring ring
	#Defunc F1() { return alea(tMCP, tmCP) ; }	
	#Define tMCE = 0.4 ; tmCE = 0.1 ;	// Maximum and minimum height of summer ring
	#Defunc F2() { return alea(tMCE, tmCE) ; }	
	Axiom : A(16, 0., 0., 0., HN, LN, WN)	
(p1)	$F \rightarrow F[A(16, 0., iT, 0., HN, LN, WN)]_E$	Internodes existing in the tree produce a node
(p2)	$S \rightarrow S[R1(4, 0., 0., 0., F1(), 1., 1.)]_E$	The rings of summer of the previous year give place to a production of wood (spring rings)
(p3)	$A \rightarrow A[F(16, 0., iT, 0., HI, LI, WI)]_E$ $[R1(4, 0., 0., 0., F1(), 1., 1.)]_{C*-i}$ $[A(16, 0., iT, 0., HN, LN, WN)]_{C_i}$	The node created by p1 produces a new internode and is surrounded by a spring ring except for a starting face i of a new branche.
(p4)	$F \rightarrow F[R2(3, 0., 0., 0., F1(), 1., 1.)]_{C*}$	A internode is surrounded by spring ring
(p5)	$R1 \rightarrow R[S(4, 0., 0., 0., F2(), 1., 1.)]_E$	Production of late wood rings
(p6)	$R2 \rightarrow R[S(3, 0., 0., 0., F2(), 1., 1.)]_E$	Idem
(p7)	$R : R_{C2} < R_{C4} \rightarrow R_{C2} R_{C4}$	Joining of rings
(p8)	$R : R_{C1} < R_{C3} \rightarrow R_{C1} R_{C3}$	Idem
(p9)	$S : S_{C2} < S_{C4} \rightarrow S_{C2} S_{C4}$	Idem
(p10)	$S : S_{C1} < S_{C3} \rightarrow S_{C1} S_{C3}$	Idem

La génération d'un arbre à partir de ce modèle de croissance est illustrée sur la Figure 1.14.

1.2.3.4 Rendu

Pour le rendu, nous associons un cube de texture à chaque volume du modèle. Pour ce faire, la première étape va consister à obtenir un petit élément de texture volumique (cubes) correspondant au type de bois modélisé. Pour ce faire, nous allons extraire des éléments de textures naturelles bidimensionnelles à partir de photographie issue du monde réel sur lesquelles devront pouvoir être distingués les différents constituants du bois, à savoir le bois d'été et le bois de printemps. La texture volumique sera alors synthétisée en extrudant les textures naturelles bidimensionnelles précédemment extraites de photographies (voir Figure 1.15).

Par la suite, cette texture 3D peut être appliquée à un modèle géométrique. Compte tenue des spécificités de notre modèle cette opération ne posera aucune difficulté. Nous commencerons par associer les coordonnées de texture 3D à chacun des sommets du volume., ce qui permettra de mettre en relation l'espace géométrique tridimensionnel avec deux petits éléments de texture 3D (relatifs au bois d'été et au bois de printemps). Cette étape est notamment facilitée dans notre cas par le fait que les volumes manipulés sont tous des prismes réguliers, car définit en temps que



FIG. 1.14: Résultat obtenu à partir du modèle de croissance du bois, basé sur les 3Gmap L-system.

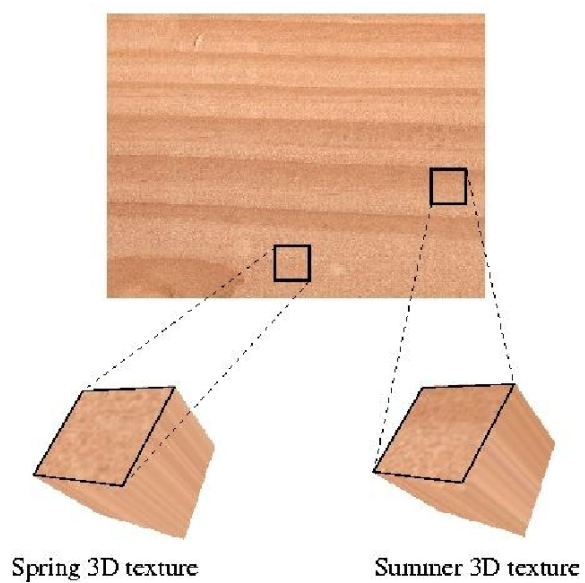


FIG. 1.15: Extrusion de petits éléments de texture volumique à partir d'une photographie issue du monde réel.

tel lors de leur création. Par la suite, quand la topologie d'un volume est modifiée (par exemple durant une découpe), les nouveaux sommets se voient attribués des

coordonnées de texture interpolées à partir des deux sommets situés à l'extrémité de l'arête sectionnée.

Finalement, une fois le lien entre le modèle géométrique et les éléments de texture établie, il est possible d'extraire du modèle une texture volumique susceptible d'être appliquée à différents types d'objets. Sur la Figure 1.16, le rendu d'une théière est effectué en utilisant une texture volumique issue du modèle que nous venons de décrire.

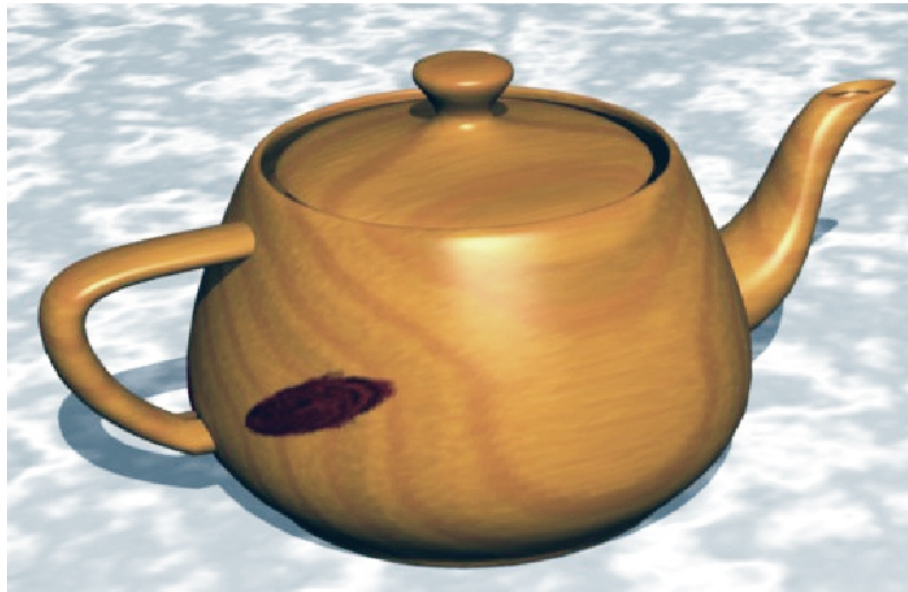


FIG. 1.16: Une théière obtenue après application d'une texture volumique provenant du modèle de croissance.

Chapitre 2

Approche phénoménologique



Sommaire

2.1	Introduction	31
2.2	Etat de l'art des techniques de vieillissement en synthèse d'image	32
2.3	Modélisation des aspects géométriques du vieillissement	36
2.3.1	Attaques d'insectes	36
2.3.2	Attaques de champignons	43
2.3.3	Fractures et fentes	48
2.3.4	Erosion	52
2.4	Conclusion	56

Chapitre 2

Approche phénoménologique

2.1 Introduction

DANS LE CHAPITRE SUIVANT, nous proposerons une approche des phénomènes de vieillissement se basant sur une étude profondément empreinte de la réalité physique. Comme nous le verrons, malgré ces avantages indéniables, ce type d'approche n'est pas sans poser nombre de problèmes. Dans l'approche que nous souhaitons mettre en lumière dans cette partie, le choix a été fait d'aborder le problème sous un angle totalement différent. En effet, dans cette approche, nous faisons le choix de sacrifier la complexité d'une approche physique, au profit de la simplicité d'une vision phénoménologique du problème. Effectivement, dans le cadre de la synthèse d'image notre attention peut légitimement être dirigée vers la considération du visuellement plausible, même si cela implique une simplification des phénomènes traités.

Dans un premier temps, nous nous appliquerons à dresser l'état de l'art des techniques existantes en synthèse d'images traitant du problème du vieillissement du bois. Dans un second temps, nous envisagerons un certain nombre d'aspects du vieillissement que nous avons choisi de traiter : ces travaux ont notamment fait l'objet d'une publication [LTBG09]. Pour chacun de ces aspects, nous dépeindrons dans les grandes lignes les principes les régissant, en faisant l'effort de vulgarisation et de schématisation nécessaire afin de satisfaire le cadre d'une approche dite « phénoménologique » ; puis nous décrirons les méthodes proposées afin de simuler les phénomènes en question ; finalement, nous conclurons chacune des sous parties par la présentation des résultats commentés et discutés.

2.2 Etat de l'art des techniques de vieillissement en synthèse d'image

Le vieillissement est un phénomène qui prend de plus en plus d'importance en synthèse d'images, aujourd'hui la problématique n'est plus de produire de « belles » images, mais de produire des images réalistes, or les éléments qui composent l'environnement dans lequel nous évoluons ne sont généralement pas exempt d'altérations liées à leur vécu. Sous l'effet du temps ou encore par l'action d'agents extérieurs physiques, biologiques ou chimiques, un objet est susceptible d'être altéré et cela à plusieurs niveaux : altérations « surfaciques » ou « volumiques ». Nous appréhenderons ces phénomènes sous le terme générique de vieillissement.

Tout objet issu du monde réel sera à un moment de son histoire contraint de voir son aspect modifié sous l'effet d'un ou plusieurs phénomènes de vieillissement. Bien entendu, ces aspects du vieillissement peuvent prendre des formes diverses et avoir un impact visuel plus ou moins important sur l'objet considéré. Cependant, qu'il s'agisse de la poussière se déposant sur un meuble [Bli82] ou qu'il s'agisse de la rouille attaquant un objet métallique [MDG01] ces phénomènes doivent être pris en compte pour élever le niveau de réalisme des images produites. On notera également, que la nature des matériaux traités joue un rôle essentiel dans l'importance que va revêtir la prise en compte des phénomènes de vieillissement, de par leur nature (évolutive) les matériaux organiques tels que le bois, sont particulièrement sensibles à ces phénomènes.

De nombreux travaux abordant le problème des phénomènes de vieillissement existent en synthèse d'image. Il est possible de distinguer les travaux visant à reproduire un phénomène ou un aspect spécifique du vieillissement pour un type de matériau donné, des approches visant à proposer des méthodes de vieillissement globales. Parmi les méthodes de vieillissements spécifiques, on notera à titre d'exemple, les travaux de [LZLW05] et [DGA04]. Le premier travail cité propose de reproduire le phénomène de l'érosion d'une surface sous l'effet de l'eau en s'appuyant notamment sur un modèle de simulation de fluides, alors que le second s'intéresse au développement d'organismes vivants (lichen) à la surface d'objets. Parmi les méthodes de vieillissement global, on citera pour information, les travaux de [CXW+05] qui proposent de simuler une grande variété de phénomènes en utilisant la méthode du γ -ton tracing .

Nous nous focaliserons dans cet état de l'art aux techniques de vieillissement en rapport avec le bois qui se trouve être le centre de notre problématique. Pour un survol plus général des principales techniques traitant du vieillissement en synthèse d'images nous invitons le lecteur à se référer à [MG08].

Xin Yin et al. ont beaucoup travaillé sur le bois. Il en résulte un certain nombre de contributions spécifiques au bois. Dans [YFC04], ils proposent de modéliser l'érosion, les distorsions, ainsi que les fissures induites par ces distorsions. La modélisation des distorsions ainsi que la génération de fissures vont s'appuyer sur un maillage tétraédrique, construit à partir d'une structure composée de sphères formant un espace compact. La distorsion d'une pièce de bois est déterminée à l'aide d'un vecteur nommé « Movement Tendency » défini en chaque sommet du maillage et censé représenter le mouvement de ces derniers lorsque le bois voit sa teneur en eau diminuer. Ce vecteur est défini en prenant en considération le retrait du bois dans ces trois directions privilégiées (longitudinale, tangentielle et radiale). De plus, ce vecteur prend également en compte la proximité du sommet vis-à-vis de la surface de l'objet : la surface du bois séchant plus rapidement que l'intérieur. Les fissures, quant à elles, sont conditionnées au travers d'un autre vecteur « crack tendency », orienté selon la direction tangentielle (en référence au repère propre du bois, voir Figure 1.3). Par la suite, un plan de coupe orthogonal à ce vecteur, servira d'axe conducteur pour la découpe des tétraèdres du maillage impliqués dans la fissure. La simulation de l'érosion va elle, s'appuyer sur un maillage similaire à celui utilisé pour les distorsions, à la différence près que seuls les tétraèdres à la surface de l'objet seront considérés. La simulation de l'érosion de la surface sera rendue effective en changeant les valeurs attribuées aux sommets de ce maillage. Sur la Figure 2.1, il est possible d'observer des résultats obtenus par cette méthode.

Plus récemment, dans [YFCT08], ces mêmes auteurs proposent une méthode pour simuler l'action dégradante d'organismes vivants sur le bois. Les organismes considérés sont les insectes susceptibles de manger le bois, ainsi que les micro-organismes se développant à sa surface. Leur méthode est basée sur un algorithme de type ACO (Ant Colony Optimization) qui est inspiré du comportement des fourmis. Cet algorithme, proposé initialement dans le cadre de la recherche de chemins optimaux, s'inspire du comportement des fourmis recherchant un chemin entre la colonie et une source de nourriture. En fonction de l'agent extérieur envisagé (termite, larve, micro-organisme), cet algorithme va être paramétré et modifié de manière à décrire

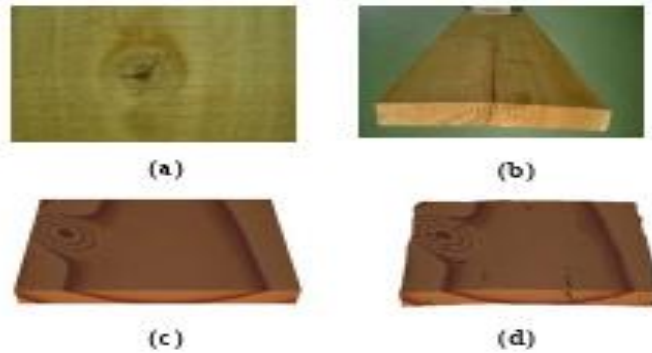


FIG. 2.1: Distorsions et fissures sur une planche de bois. Les images (a) et (b) sont des images issues du monde réel et (c) et (d) sont des images obtenues par la méthode présentée dans [YFC04].

comment l'agent en question va se déplacer et interagir avec la structure, compte tenu des spécifications de celle-ci (ex. bois d'été ou de printemps). Globalement, l'algorithme utilisé sera conditionné par la manière dont seront disposées les phéromones permettant, par exemple dans le cas des termites, de discriminer un type de bois particulier. La modélisation de l'attaque des termites sur le bois par cette méthode est illustrée sur la Figure 2.2



FIG. 2.2: Un morceau de bois attaqué par des termites [YFCT08].

Dans [Hen03], différents outils sont proposés pour augmenter le réalisme de scènes d'environnement naturels. En particulier dans cette étude une méthode procédurale est proposée afin de représenter des fractures aux niveaux des branches. Schématiquement, la méthode proposée consiste à remplacer une section de la branche que l'on souhaite fracturer par deux profils de fracture préalablement édités. Le processus global de cette méthode est explicité sur la Figure 2.3.

Jusqu'à présent, nous avons vu des méthodes particulièrement invasives qui altèrent considérablement l'apparence du bois, mais ce n'est pas le cas de toutes les méthodes existantes. Ainsi, certaines approches telles que celles proposées dans [YFMC02] se limitent à traiter le problème du changement de couleur du bois sous l'action de l'environnement.

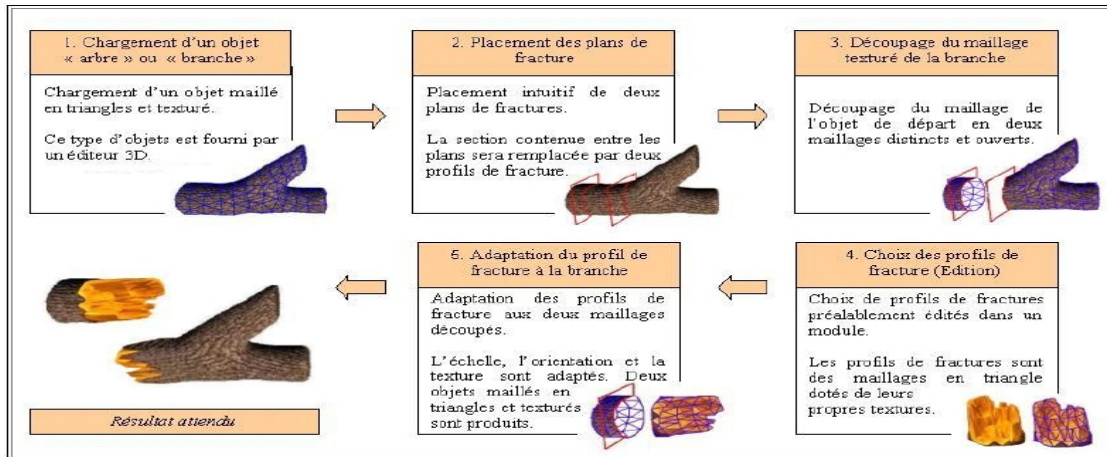


FIG. 2.3: Pipeline de la méthode procédurale proposée dans [Hen03].

Bien que non spécifique au bois, nous citerons [DGA05] car l'application de la méthode sur le bois est y est explicite. Dans ce document, les auteurs proposent une méthode pour générer des fractures et fissures. La méthode exposée se veut généraliste, et peut notamment être appliquée au bois comme l'illustre la Figure 2.4 obtenue avec leur procédé. Cette méthode propose dans un premier temps de générer des modèles de fractures à partir d'images issues du monde réel. Ensuite, à partir de ces images issues du monde réel et d'une application développée à cet effet, l'utilisateur va pouvoir définir un « patron » de la fracture, en définissant les points de contrôle permettant de décrire l'allure générale de la fracture ("crack pattern" dans l'article) et en indiquant en chacun de ces points le ou les profils du ou des fractures incidentes ("profile curves" dans l'article). Dans un second temps, ce modèle de la fracture sera "mappé" sur l'objet sur lequel on souhaite voir apparaître les discontinuités, puis au travers d'un certain nombre d'opérations que l'on ne développera pas ici, les auteurs parviennent à un objet géométrique tridimensionnel représentant les fractures. Finalement, le résultat escompté est obtenu en faisant une différence booléenne entre la représentation géométrique de l'objet à fracturer et la représentation volumique de la fracture.

Nous concluons cet état de l'art, en citant quelques travaux se situant légèrement en marge de notre problématique, mais dont il est important de rappeler l'existence. Il s'agit des travaux portant sur l'écorce du bois constituant un champ à part dans l'étude du bois. En effet, l'écorce qui est une partie de l'arbre possède des caractéristiques différentes de celles du bois tel que nous l'envisageons, à savoir : le

bois constituant le tronc de l'arbre ou encore celui utilisé comme matière première. Au cours de sa croissance, une partie de l'arbre (la partie la plus en périphérie) va se transformer et devenir l'écorce telle que nous la connaissons, avec cet aspect caractéristique, propre à chaque espèce. Cet aspect caractéristique de l'écorce est généralement caractérisé par un ensemble de fractures jalonnant sa surface. C'est cette singularité qui sera généralement traitée en synthèse d'images. Ainsi, par exemple [LN02] proposent de modéliser l'écorce en altérant la géométrie de leur modèle de base de manière à générer les fractures caractéristiques de l'aspect discontinu de l'écorce. Une autre façon de générer ces fractures est proposée par [WWL+03] et consiste à utiliser une carte de hauteur pour générer une texture permettant de révéler les fractures.



FIG. 2.4: Un banc en bois présentant des fissures [DGA05].

2.3 Modélisation des aspects géométriques du vieillissement

2.3.1 Attaques d'insectes

2.3.1.1 Etude phénoménologique

Qu'il soit sur pied, en grumes après abattage ou sec une fois mis en oeuvre, le bois est en proie à de nombreuses attaques d'insectes susceptibles d'altérer son apparence et de nuire à son intégrité structurelle. Ces insectes, qui se nourrissent de bois, sont dits " xylophages ". On distingue généralement deux types d'insectes xylophages :

- Les insectes de bois frais : Ces insectes s'attaquent préférentiellement aux arbres sur pied malades et au bois abattu dont le taux d'humidité dépasse 30%.

- Les insectes de bois sec : Ces insectes s’attaquent essentiellement au bois usiné utilisé comme matériau de construction ou encore comme matière première pour la fabrication d’objets en bois.

Ces insectes ont été très largement étudiés, car les dommages qu’ils causent au bois peuvent être considérables. Ce problème est d’autant plus important qu’il concerne tous types de bois quelque soit la forme sous laquelle ils se présentent (mobilier, édifice...), seul un traitement adapté combiné à certains principes de précautions sont susceptibles d’enrayer ce phénomène. D’où l’intérêt porté, notamment par les industriels à ce phénomène, le comprendre étant le meilleur moyen de s’en prévenir.

Un point commun à quasiment toutes les espèces d’insectes xylophages est la forme que va prendre leur action sur le bois. En effet, quelque soit l’insecte considéré son attaque prendra la forme de galeries creusées à l’intérieur du bois. Ces galeries ont deux origines, elles seront creusées soit par les insectes ayant atteint l’âge adulte dans l’objectif de déposer des oeufs à l’intérieur du bois, soit par des insectes à l’état larvaire dont le but est de se nourrir du bois jusqu’à atteindre l’âge adulte. Une fois devenue adulte la larve creuse un trou de sortie et quitte le bois. Dans le cadre de la synthèse d’images, les caractéristiques visuelles de ces attaques qui retiennent notre attention sont :

- Les galeries creusées à l’intérieur de la structure du bois.
- Les trous de sortie visibles à la surface de l’objet.

En fonction de l’insecte considéré, la forme, l’orientation et le diamètre des galeries peuvent varier. L’auteur de [Col02] propose un survol des principaux insectes xylophages et s’applique à donner pour chacun d’eux, les caractéristiques des dommages qu’ils causent au bois en illustrant le tout à l’aide de photographies. Les différentes études menées ont mis en évidence le fait que tous les insectes ne s’attaquaient pas indifféremment à tous les types de bois. Plus particulièrement, de par leurs aptitudes et leurs besoins nutritionnels certaines espèces d’insectes vont attaquer préférentiellement un type de bois donné, ou inversement, être dans l’incapacité de s’attaquer à un type de bois particulier ; par exemple, les termites ne s’attaqueront presque jamais au bois de coeur alors que les « clyte arque » creuseront des galeries entre l’aubier et l’écorce. De manière analogue, on notera que les trajectoires décrites par les galeries ne seront pas les mêmes selon l’espèce considérée.

Au travers de ces constats, nous pouvons entrevoir l’importance que revêt la connaissance de la structure du bois pour notre objectif qui est la modélisation d’attaques d’insectes xylophages.

2.3.1.2 Méthode proposée

Théorie : Compte tenu de l'étude précédente, nous nous sommes fixé de prime abord un certain nombre d'objectifs que doit satisfaire notre méthode de modélisation des attaques d'insectes. Tout d'abord, afin que les attaques modélisées soient les plus réalistes possible, nous avons souhaité que celles-ci soient dépendantes de la structure du bois ainsi que du type d'insecte dont on souhaite simuler l'attaque (forme, taille et direction des galeries). Nous souhaitons également pouvoir prendre en compte l'intégralité du phénomène, ainsi nous ferons le choix d'une représentation volumique de ces attaques ; une première approche aurait consisté à considérer que les dommages à l'intérieur du bois non visibles par l'observateur ne présentent aucun intérêt dans le cadre de la synthèse d'images. Bien que non dénuée d'avantages, cette approche nous a semblé bien trop réductrice et limitante en terme de champ d'application. C'est la raison pour laquelle nous avons préféré une seconde approche consistant à prendre en compte l'ensemble des altérations structurelles, fruit des attaques d'insectes. Concrètement, cette approche est censée pouvoir permettre la modélisation des altérations à la surface de la pièce de bois, mais également la prise en compte des changements structurels qui ont eu lieu en son sein du fait de l'action des insectes. Cette considération volumique pourra en particulier s'avérer pertinente dans le cadre de simulations prenant notamment en considération la résistance du bois ou encore l'étanchéité de celui-ci. Cette approche qui s'appuie sur une vision plus générale du processus de simulation a donc l'avantage de pouvoir s'intégrer le cas échéant dans des processus plus globaux de simulation.

Afin de satisfaire les contraintes évoquées précédemment, nous avons choisi de modéliser les attaques d'insectes à l'aide d'une structure cylindrique. Ce type de représentation permet de satisfaire la seconde contrainte énoncée, à savoir la prise en compte volumique du phénomène. De plus, la forme cylindrique a été retenue après observation de la forme générale des galeries creusées par les insectes sur des photographies issues du monde réel 2.5. En fonction du type d'insecte considéré, il est alors possible de modifier la taille des trous ainsi que leur forme en modifiant la base des cylindres. Reste à satisfaire la contrainte sur la prise en compte de la structure du bois qui, comme nous l'avons vu dans l'étude phénoménologique, va directement influencer la localisation et l'orientation des galeries. Pour résoudre ce problème et ainsi satisfaire la première contrainte énoncée ci-dessus, nous allons nous servir de la structure issue de notre modèle de croissance (Section 1.2), qui comme nous l'avons vu dans la partie qui lui était consacré est à même de fournir un certain

nombre d'informations grâce aux étiquettes présentes sur la structure.



FIG. 2.5: Photographie issue du monde réel, représentant un morceau de bois attaqué par des insectes.

Pratique : Nous allons maintenant voir de manière concrète comment la nouvelle structure représentant les galeries va être créée. Nous venons de spécifier que celle-ci aura pour forme générale celle d'un cylindre. Plus précisément, cette nouvelle structure sera constituée d'un ensemble de cylindres mis bout à bout. Chacun de ces cylindres (segment de galerie) sera positionné à l'intérieur d'un « volume hôte » issu de la structure d'origine modélisant le bois. Afin de déterminer ce « volume hôte », il sera préalablement nécessaire de déterminer ce que l'on nommera, une « face d'ancrage » qui servira notamment à donner une orientation principale au cylindre créé. Ce processus est illustré sur la figure 2.6.

Cette « face d'ancrage » sera choisie parmi l'ensemble des faces de la structure dont les propriétés correspondent aux spécificités de l'insecte considéré. Concrètement, nous allons vérifier l'adéquation entre les différentes étiquettes associées aux faces (directement ou indirectement) et les contraintes déduites à partir des insectes envisagés. Les différentes étiquettes à prendre en considération vont être les suivantes :

- « Saison » : Attachée au volume dont la face considérée fait partie. Elle nous indiquera si le volume est contenu dans un cerne de bois d'été ou un cerne de bois de printemps.
- « Orientation » : Attachée à la face. Cette étiquette nous donne des informations sur l'orientation de cette face par rapport à la structure globale du bois

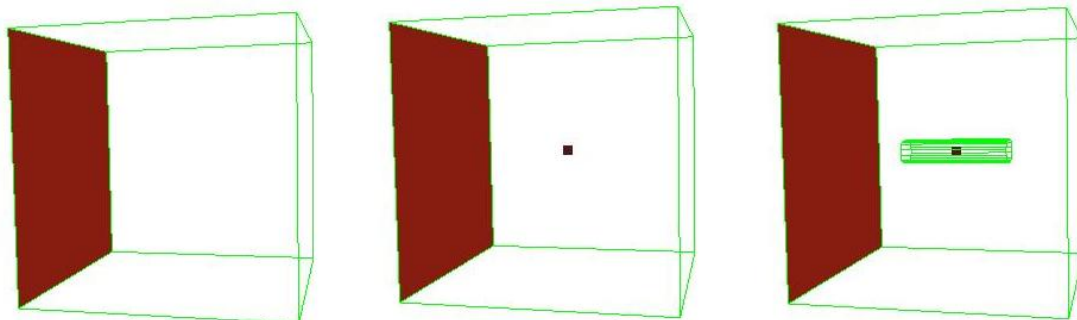


FIG. 2.6: Création d'un cylindre à partir d'une « face d'ancrage ». **A gauche** : Choix d'une « face d'ancrage » ; **Au milieu** : Le point central de la structure représentant le segment de galerie est placé à l'intérieur du « volume hôte » ; **A droite** : Finalement le cylindre est créé.

(par exemple, une face étiquetée « C2 » nous indiquera que si l'on traverse deux volumes partageant cette face, alors le déplacement sera fait dans la direction longitudinale). En partant de ce postulat, si nous prenons l'exemple des termites, qui généralement attaquent le bois dans la direction des fibres (direction longitudinale), les faces que l'on va devoir considérer seront les faces étiquetées « C2 » ou « C4 » (pour les correspondances entre les étiquettes et les directions se référer à la Figure 1.10)

- « Ordre » : Attachée au volume dont la face considérée fait partie. Cette étiquette nous indiquera l'âge du cerne à laquelle appartient le volume. En effet, en prenant en considération la variété du bois que l'on souhaite modéliser ainsi que cette étiquette, on est en mesure de distinguer les cernes constituant le duramen des cernes constituant l'aubier.

Pour chaque segment de galerie, à l'exception du premier de la structure, une condition supplémentaire doit être vérifiée afin de choisir la « face d'ancrage » : *la prochaine « face d'ancrage » doit impérativement faire partie des faces adjacentes au « volume hôte » précédent.* Cela permet d'assurer la continuité de la structure ainsi créée. D'un point de vue pratique, il sera possible de prendre en considération cette condition, en s'appuyant sur les informations données par la structure de 3-G-carte : Soit b_a un brin de la « face d'ancrage », le parcours de l'orbite $\langle \alpha_0, \alpha_1, \alpha_2 \rangle (b_a)$ nous fournira l'ensemble de brins constituant le « volume hôte ». L'ensemble des faces adjacentes pourra alors être déterminées en utilisant les involutions α_3 de chacun de ces brins¹. Ce processus est illustré sur la Figure 2.7.

¹Pour faire référence à une face ou à un volume, par commodité nous nous référerons aux brins

Finalement, la position définitive du cylindre est obtenue après l'opération de plon-

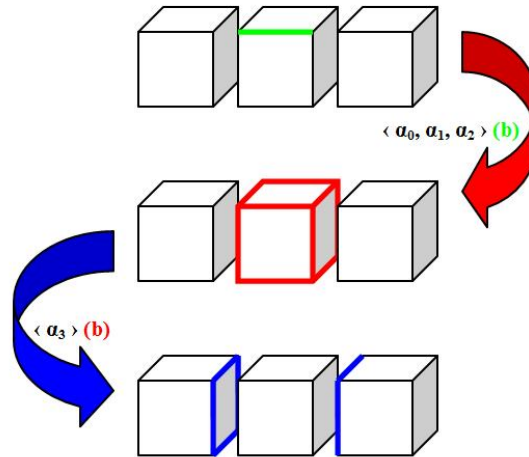


FIG. 2.7: Processus permettant de localiser les faces adjacentes à un volume en utilisant différentes orbites et involutions.

gement qui sera réalisée à partir de la spécification générale de la forme du cylindre ainsi que grâce à l'information sur la position de son point central (Figure 2.8). Afin de s'assurer du réalisme des résultats obtenus, ce point central sera placé à une position aléatoire dans le « volume hôte ».

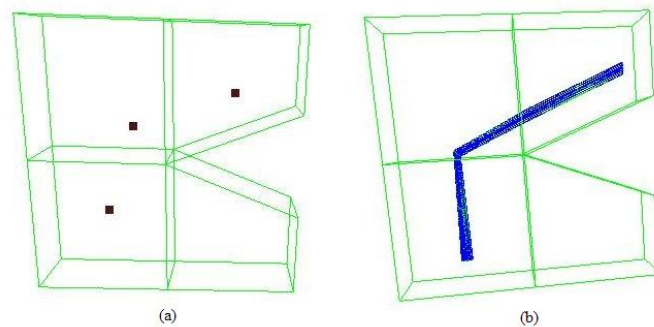


FIG. 2.8: (a) Montre la position du point central de chacun de chaque segment du cylindre; (b) Montre la position finale des cylindres obtenue après l'opération de plongement.

Généralement une pièce de bois est rarement la cible d'un insecte isolé et il est rare que l'attaque de ces insectes se résume à la création d'une unique galerie, c'est pourquoi il est indispensable de répéter ce processus autant de fois que de galeries désirées. Une fois ces galeries créées, nous sommes en présence de deux structures :

- Une structure représentant le morceau de bois.

(éléments de base de notre structure) qui leurs sont associé.

- Une structure représentant les galeries creusées par les insectes.

Pour obtenir le résultat désiré, à savoir la modélisation d'un morceau de bois détérioré par des attaques d'insectes, il suffit alors d'effectuer une opération booléenne entre les deux maillages représentant ces deux structures (le premier moins le second).

2.3.1.3 Résultats

La méthode proposée ici est en adéquation avec les considérations phénoménologiques évoquées plus en amont. Le choix d'une représentation volumique des attaques des insectes nous a permis de modifier l'aspect du morceau de bois attaqué (Figure 2.10) mais ce n'est pas le seul intérêt de la méthode. Comme nous pouvons le constater sur le schéma 2.9, cette méthode permet de modifier l'ensemble de la structure du morceau de bois.

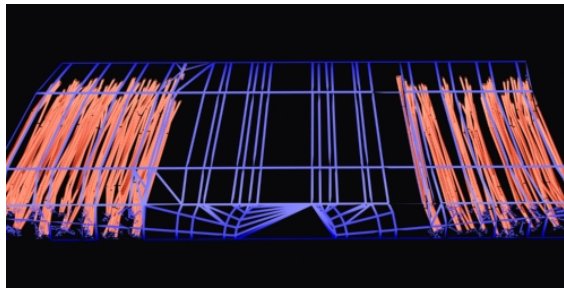


FIG. 2.9: Mise en évidence de l'existence volumique des galeries à l'intérieur de la pièce de bois.

Cette altération de l'ensemble de la topologie de la structure d'origine est importante, car elle peut avoir un impact, notamment dans le cadre de simulations physiques ou si cette structure est l'objet d'opérations ultérieures impliquant directement sa topologie, telle que des opérations de coupe, des découpes ou des opérations de sculpture (gravures). Néanmoins, nous pouvons imputer à cette méthode une limitation directement inhérente au logiciel utilisé pour effectuer l'opération booléenne. En effet lorsque les structures se complexifient, l'opération booléenne conduit à générer des artefacts (tels que des résidus d'objets) préjudiciables au réalisme des images générées. Comme nous pouvons le voir sur la Figure 2.10, les attaques modélisées par notre méthode sont de moyenne envergure et correspondent à un stade de dégradation du bois peu avancé. Il pourrait s'avérer intéressant d'étendre ces travaux afin de simuler des attaques plus massives. Une possible voie d'investigation, pourrait être d'utiliser la notion de composantes connexes pour simuler le décrochement de certaines parties du morceau de bois (décrochement dû aux discontinuités introduites

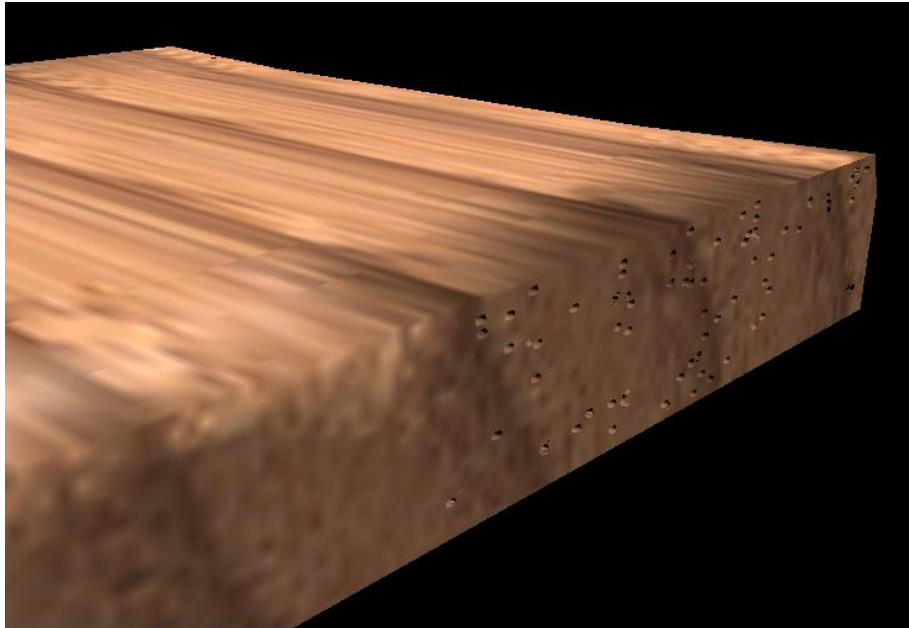


FIG. 2.10: Ce résultat obtenu par notre méthode montre une pièce de bois attaquée par des insectes. Le type d'insecte considéré dans cet exemple a pour principale caractéristique d'attaquer toutes les parties du bois à l'exception du bois de coeur (partie gauche du morceau de bois).

par les galeries, au sein de l'objet).

2.3.2 Attaques de champignons

2.3.2.1 Etude phénoménologique

Les insectes ne sont pas les seuls organismes vivants susceptibles d'endommager le bois. Les champignons constituent un facteur de dégradation important. On distingue trois catégories de champignons.

Les champignons lignivores : Ces champignons dégradent la lignine et/ou la cellulose qui sont les principaux composants du bois. Ces champignons seront nommés différemment en fonction des dégâts qu'ils occasionnent au bois, ainsi on distingue :

- la pourriture blanche (fibreuse) : Les agents de la pourriture blanche dégradent à la fois la lignine et la cellulose. Le bois se décompose en fibrilles et prend une couleur très claire. Le développement de ces champignons est localisé. Le plus répandu en France, rencontré dans les vieux immeubles, est le Polypore des caves Figure 2.11(a).
- la pourriture brune (cubique) : Les agents de la pourriture brune détruisent la cellulose du bois. La coloration du bois dégradé est foncée (pourriture brune)

et des fissures apparaissent dans les trois sens, délimitant des parallélépipèdes plus ou moins réguliers. L'aspect du bois ressemble à celui du bois calciné. Le représentant le plus connu de ce type de pourriture est la Mérule (champignon des maisons) Figure 2.11(b).

- la pourriture molle : Ce type de dégradation (attaque de la cellulose) confère au bois dégradé un aspect spongieux Figure 2.11(c).



(a) Pourriture blanche



(b) Pourriture brune



(c) Pourriture molle

FIG. 2.11: Les principales catégories de champignons lignivores.[Uni]

Les champignons de bleuissement : Ces champignons ne détruisent pas le bois, ils entraînent seulement une décoloration de celui-ci. Cette décoloration peut aller du bleu au noir et peut pénétrer de plusieurs centimètres dans le bois. Cette caractéristique est importante, car elle permet de distinguer les phénomènes de « bleuissement » des phénomènes de « moisissure » (voir Figure 2.12).

Les champignons de moisissures : Souvent appelés champignons inférieurs



FIG. 2.12: Aspect d'un morceau de bois attaqué par des champignons de bleuissement.

du fait de leur faible niveau d'évolution, ces champignons ne détruisent pas le bois et se contentent de provoquer une décoloration de sa surface. Cette décoloration peut être noire, jaune, verte ou encore rouge. Ils ne pénètrent jamais dans la masse de l'objet et se contentent de se développer en surface Figure 2.13.



FIG. 2.13: Comparaison entre une planche de bois saine et une planche recouverte de diverses moisissures.

Dans le travail que nous présentons ici, seuls les champignons du bleuissement ont été traités. En effet, les moisissures n'ont pas été traitées du fait de leur impact limité sur le bois. Quant à l'action des champignons lignivores, elle n'a pas été envisagée du fait de sa complexité : l'action de ces champignons ne résulte pas en une seule altération isolée de l'aspect du bois, généralement un tel champignon va altérer le bois à plusieurs niveaux (par exemple : la pourriture molle va induire un changement de la couleur du bois, mais va également le rendre mou). De ce fait, le traitement de l'action spécifique des divers champignons lignicoles nécessiterait qu'une étude à part entière lui soit consacrée.

2.3.2.2 Méthode proposée

Théorie : Les aspects essentiels de l'action de ces champignons que l'on a souhaité reproduire sont : la décoloration, la pénétration du champignon dans la masse, ainsi que le fait que ces derniers ne s'attaquent qu'au bois d'aubier. Sans développer plus en détail les mécanismes et les réactions chimiques aboutissant à l'altération de la couleur du bois, nous pouvons faire le constat que cette décoloration est dépendante de la couleur d'origine du bois sain. De ce fait, une zone du bois attaquée par ce champignon n'aura pas une couleur uniforme, mais sera nuancée par la présence des cernes du bois (Figure 2.15). Afin de prendre en compte la pénétration du champignon dans la masse, il nous a semblé judicieux, à l'instar de la méthode proposée pour modéliser les attaques d'insectes, d'utiliser une représentation volumique. De

plus, notre structure issue du modèle de croissance nous permettra de nous assurer que la décoloration ne se fera qu'au niveau du bois d'aubier.

Pratique : La méthode proposée ici, a hérité de nombreux aspects issus de la méthode de simulation des attaques d'insectes. De la même manière que précédemment, nous allons utiliser une structure volumique à base de cylindres pour mimer la décoloration induite par l'action du champignon sur le morceau de bois. L'intérêt d'une structure volumique a l'avantage de rendre possible la considération de l'aspect pénétrant de la décoloration au sein du bois. Le choix de la forme cylindrique est par contre plus arbitraire et pourra être modulé en vue d'affiner les résultats.

Pour positionner cette structure vis-à-vis de celle représentant la pièce de bois, nous allons commencer cette fois encore par définir une « face d'ancrage ». Cette face sera choisie parmi l'ensemble des faces formant la surface de l'objet, après s'être assuré cependant que celles-ci appartiennent à des volumes constituant le bois d'aubier. Afin de nous assurer qu'une face fait partie de la surface de l'objet, nous allons, compte tenu d'un brin b_a issu de cette face, examiner le résultat de son involution par α_3 . Si le brin retourné est b_a , cela signifie que le brin n'est pas lié à un autre brin par α_3 : autrement dit, ce brin se trouve sur une face libre, sur le bord de la structure. Par la suite, cette « face d'ancrage » sera utilisée afin de délimiter une zone (Figure 2.14(a)) plus ou moins large en fonction de l'importance du phénomène que l'on souhaite représenter (prolifération du champignon). La délimitation de cette zone se fera en déterminant les faces adjacentes à la « face d'ancrage ».

Dans la pratique, on utilisera les involutions α_2 à partir des brins constituant la « face d'ancrage » ; eux-mêmes seront déduits en utilisant l'orbite $\langle \alpha_0, \alpha_1 \rangle (b_a)$ (b_a étant un brin connu de la face). Une fois cette zone délimitée, on placera de manière aléatoire des cylindres à l'intérieur de la structure d'origine en s'assurant de faire coïncider les faces extérieures de ces cylindres avec les faces de la zone précédemment délimitée (Figure 2.14(b)). Une fois ces cylindres créés nous disposons de deux structures :

- Une structure d'origine représentant le bois sain.
- Une structure constituée d'un certain nombre de cylindres représentant le bois attaqué par le champignon.

Il nous reste alors à matérialiser la décoloration fruit de l'attaque de ce champignon. Pour ce faire, nous générons une texture volumique à l'aide du modèle de

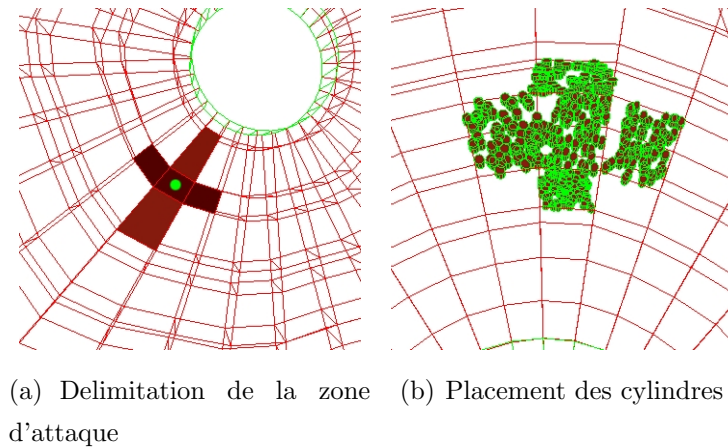


FIG. 2.14: Matérialisation du bleuissement dans une pièce de bois. **(a)** La face avec le point vert représente la « face d’ancrage » à partir de laquelle la zone d’attaque va être délimitée; **(b)** Les cylindres représentant l’attaque des champignons sont placés dans la zone précédemment définie.

croissance en nous basant sur la structure représentant le bois sain, puis nous l’appliquons sur les deux structures. Finalement, la décoloration sera réalisée grâce à un masque de couleur appliqué en plus de la texture volumique sur la seconde structure, comme illustré sur la Figure 2.15. La couleur de ce masque peut par exemple être déduite de photographies.

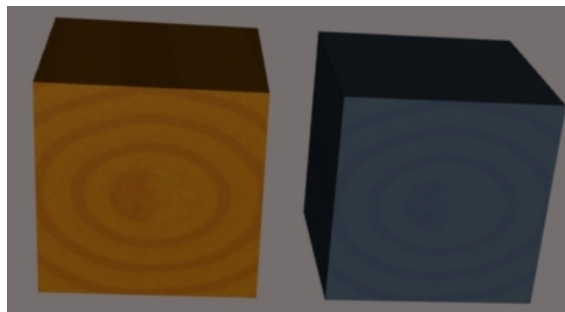


FIG. 2.15: Le cube de gauche est texturé seulement à partir de la texture volumique issue du modèle de croissance alors que pour celui de droite nous avons en plus appliqué un masque de couleur pour tenir compte de la décoloration causée par le champignon.

2.3.2.3 Résultats

La représentation tridimensionnelle de l’attaque des champignons a certains avantages comparé à un modèle surfacique tel que proposé par [YFCT08]. En combinant par exemple, cet aspect du vieillissement avec d’autres tels que les fissures ou les attaques d’insectes, nous sommes à même de prendre en considération la pénétration

du champignon dans la masse du bois. Cette représentation pourrait également se révéler intéressante si l'on envisage la découpe d'un objet à partir de notre morceau de bois attaqué par un champignon. Sur la Figure 2.16, on peut voir le résultat d'une attaque de champignon sur une planche de bois. Comme nous avons pu le voir dans



FIG. 2.16: Le résultat d'une attaque de champignons (blue stain fungi) sur une planche de bois. (a) Une photographie du phénomène ; (b) **Le résultat obtenu avec notre méthode.**

la partie consacrée à l'étude phénoménologique, les attaques des champignons sur le bois peuvent être de différents types. Il pourrait être intéressant de s'intéresser à la manière dont pourraient être modélisées des altérations plus invasives, telles que celles induites par l'action des champignons lignivores.

2.3.3 Fractures et fentes

2.3.3.1 Etude phénoménologique

L'un des aspects du vieillissement du bois les plus caractéristiques sont les fractures et fissures qui affectent la grande majorité des espèces de bois à partir d'un certain âge. Les origines de ces fractures et fentes sont diverses, de même que leurs dénominations, généralement plus dépendantes de leurs origines que de leur morphologie. Pour une meilleure compréhension des phénomènes responsables de l'apparition des fissures ou fractures dans le bois nous invitons le lecteur à se référer à des ouvrages spécifiques comme par exemple les travaux de [Lam92]. Nous ne nous at-

tarderons pas sur ces considérations, notre désir étant dans cette partie de proposer, une approche simple permettant d'ajouter certains aspects du vieillissement au bois. C'est la raison pour laquelle dans cette partie, nous nous focaliserons seulement sur les aspects visuellement évaluables de ces fissures en négligeant volontairement leurs origines physiques complexes. Ces considérations physiques seront cependant d'une grande utilité est fortement exploitées dans la seconde partie (chapitre 3) de cette thèse ou la priorité ne sera plus la simplicité, mais l'adéquation à la réalité physique des phénomènes. Le point commun à l'ensemble de ces phénomènes est qu'ils font apparaître des discontinuités dans le bois. Nous avons identifié trois types de discontinuités particulières nous paraissant présenter des caractéristiques singulières :

- « roulures » : Une séparation du bois suivant la circonférence ou partie de la circonférence d'un cerne annuelle. On peut ainsi distinguer les roulures partielles des roulures totales (voir Figure 2.17(a)).
- « fentes radiales » : Ce type de fente se forme selon une direction radiale. Un type particulier de fente radiale est appelé « quadrature » et se distingue des autres du fait qu'elle prend naissance au centre de la grume (voir Figure 2.17(b)).
- « séparation du noeud » : Résultant de la séparation entre le noeud² et le reste du morceau de bois.

De cet aperçu rapide du phénomène nous retiendrons deux éléments essentiels. Tout d'abord, ces phénomènes induisent tous la création de discontinuités au sein de la structure originelle. De plus, tel que souligné dans les définitions précédentes, ces discontinuités ne vont pas apparaître n'importe comment dans la structure et vont être fortement dépendantes des propriétés et des caractéristiques du bois telles que l'orientation des cernes et l'âge du bois.

2.3.3.2 Méthode proposée

Le processus de création de ces fentes peut être découpé en deux phases qui seront répétées un certain nombre de fois de manière à assurer la propagation de la fente ou fracture. La première phase va consister à analyser le type de fente que l'on souhaite modéliser dans le but de déduire les altérations topologiques que ce type de fente peut induire sur la structure d'origine. Le but de cette phase étant la détermination (marquage) des faces devant être séparées, pour créer la discontinuité. La seconde

²Les noeuds sont constitués par le départ des branches.



(a) Roulures

(b) Fentes radiales

FIG. 2.17: Divers type de fissures observées sur un morceau de bois. (a) Une photographie de roulures; (b) Une photographie de fentes radiales.

phase aura pour rôle de séparer topologiquement les faces précédemment marquées.

Première phase : Cette phase est dépendante du type de fente que l'on souhaite modéliser. Afin de faciliter la compréhension de cette phase, nous allons baser notre explication sur un type de fente particulier les « roulures » (ce choix arbitraire, n'importe quel type de fente aurait pu faire office d'exemple).

- Les roulures apparaissant entre deux cernes successifs, nous pouvons déduire que les faces susceptibles de se séparer doivent être adjacentes et appartenir à des volumes ayant un label « saison » différent. Si nous nous référons au modèle de croissance décrit dans la section 1.2 nous pouvons voir que les faces qui répondent à ces critères sont les faces étiquetées « C2 » ou « C4 ». A partir de ce constat, nous choisirons aléatoirement une première paire de faces qui constitueront : « le point de départ de la fente ».
- Ce type de fente se propageant suivant la circonférence des cernes annuels, à partir du « point de départ de la fente », nous propagerons la fente en utilisant les relations de voisinage fournies par la structure topologique des 3-G-cartes (involutions $\alpha_{3,}$) comme illustré sur la Figure 2.18.

La seconde phase : Durant cette phase nous allons directement agir sur la topologie de la structure d'origine, sur laquelle nous désirons voir apparaître des discontinuités. Afin de faire ceci, nous avons choisi dans un premier temps de sépa-

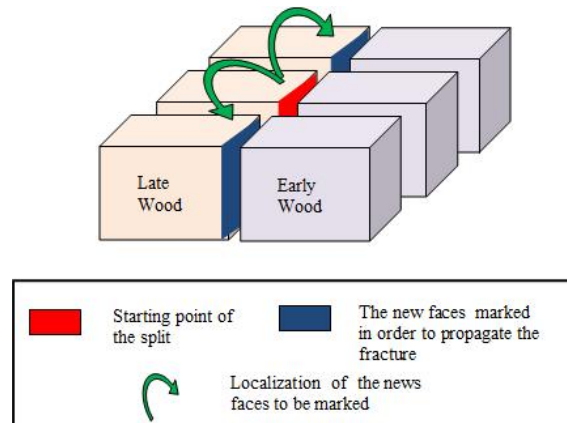


FIG. 2.18: A partir de la première paire de faces marquées la fente est propagée en utilisant les informations d'adjacence et d'orientation des faces qui nous sont fournies par la 3-G-carte.

rer virtuellement les paires de faces adjacentes en dupliquant les sommets qu'elles partagent comme illustré sur la Figure 2.19. A cette étape du processus, aucune dis-

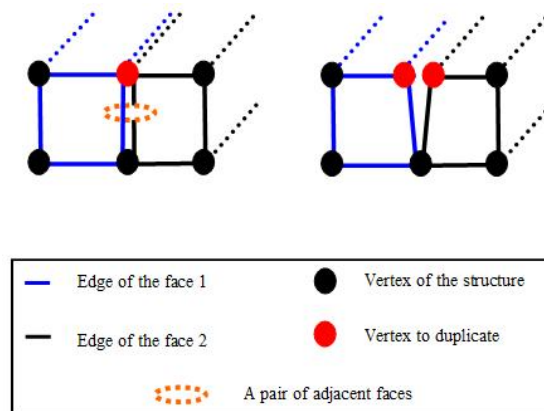


FIG. 2.19: Duplication des sommets partagés par une paire de faces au cours du processus de séparation.

continuité n'est encore visible. Ce sera seulement au moment de la phase de plongement (au moment du calcul de la position finale des sommets) que ces discontinuités vont devenir visibles, notamment grâce à un coefficient de séparation variant de 0 à 1 (0 : quand les faces sont collées et 1 : quand elles sont complètement séparées). Ce coefficient sera pris en compte dans le calcul de la position finale des sommets. Finalement, on clôturera le processus en séparant réellement les paires de faces. Ceci se fera dans un premier temps par la rupture des liaisons α_3 entre ces faces puis dans un second temps par la création des faces manquantes nécessaire pour refermer le volume et ainsi assurer le maintien de l'intégrité de la structure.

2.3.3.3 Résultats

Grâce à la méthode exposée ci-dessus nous avons réussi à obtenir divers résultats Figures 2.20, 2.21 et 2.22 correspondant aux trois types de fentes évoquées dans l'approche phénoménologique. Le réalisme des images obtenues pourrait être accru

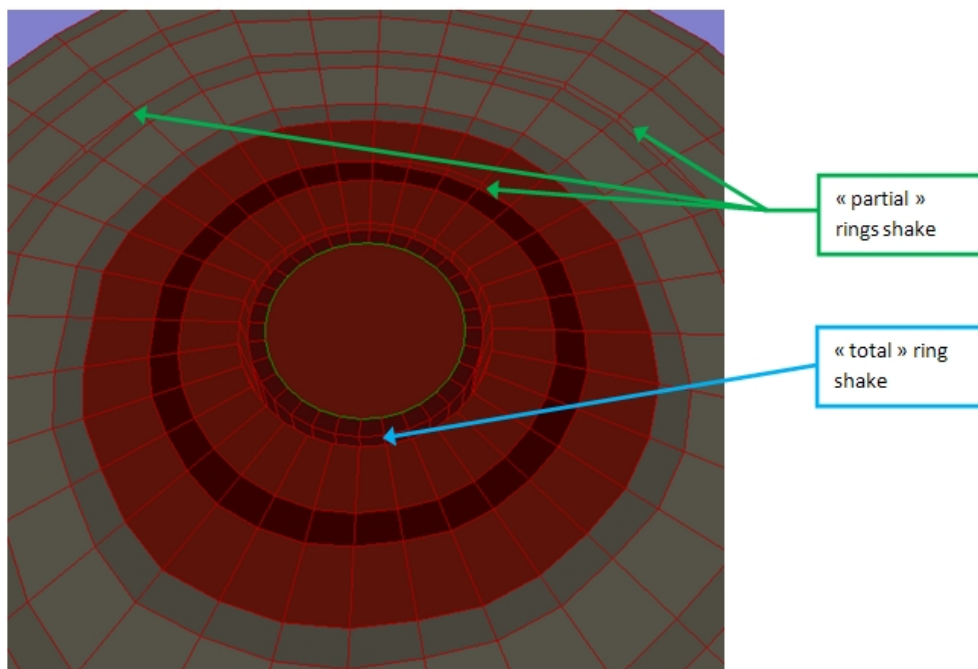


FIG. 2.20: Plusieurs roulures « partielles » et une roulure « totale ».

par la prise en considération des contraintes physiques responsables de leurs survenus au sein du matériau. Cela aura pour conséquence une répartition plus « naturelle » des fissures à la surface de l'objet. Nous verrons dans le chapitre suivant comment cela est envisageable.

2.3.4 Erosion

2.3.4.1 Etude phénoménologique

Le bois est un élément naturel, à ce titre il est plus que tout autre élément assujéti à l'environnement qui l'entoure. Dans son environnement naturel, le bois va être exposé à un certain nombre de facteurs qui vont accélérer son vieillissement. Ainsi, le soleil, la pluie, l'air ou encore les changements de température vont avoir une influence sur son apparence. L'une des conséquences de l'action de ces phénomènes naturels qui va nous intéresser ici est le phénomène de l'érosion. Sous l'effet du

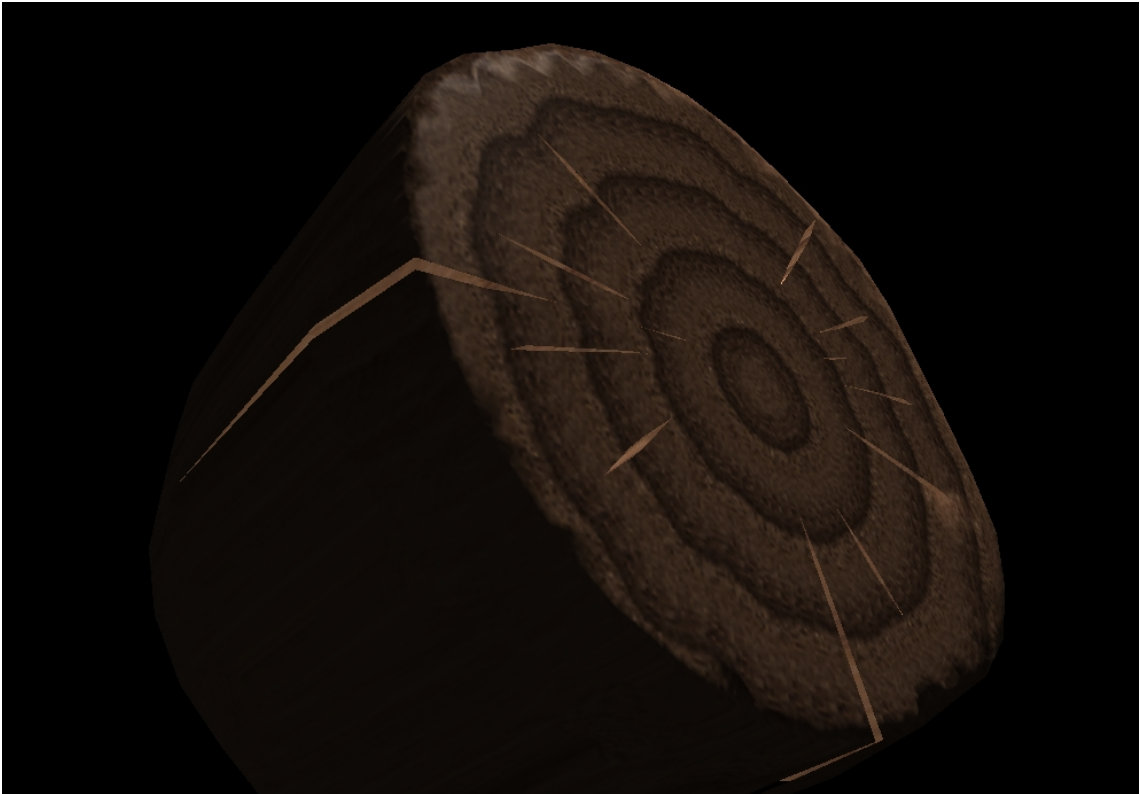


FIG. 2.21: Plusieurs fentes radiales.

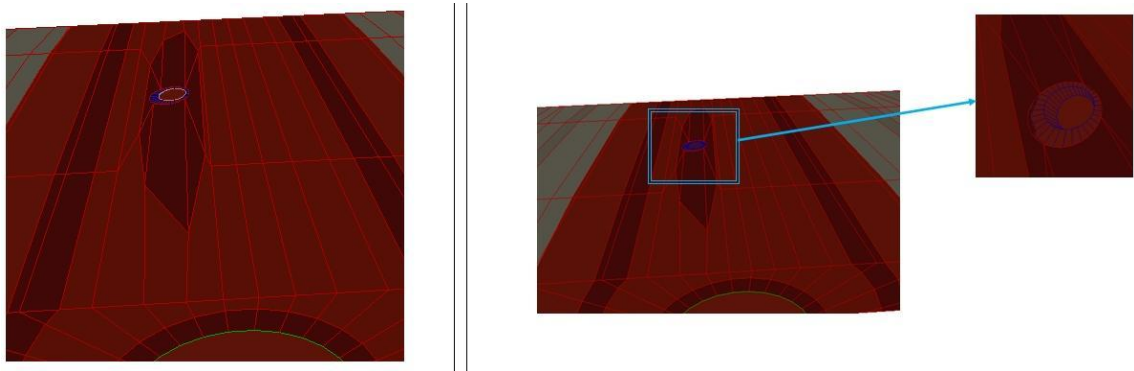


FIG. 2.22: A gauche, une planche de bois avec un noeud. A droite, la même planche de bois sans le noeud.

processus de photo-oxydation catalysé par les UV, par l'action de la pluie ou encore du fait du séchage dépendant de l'humidité ambiante, le bois va voir ses dimensions changer. Comme il est souligné dans [WKSF01], [WKF01] et [WKEF01], un certain nombre de facteurs structurels vont conditionner ce phénomène de rétractation, cela va avoir pour conséquence de rendre ce phénomène non uniforme sur l'ensemble de la structure. C'est cette non-uniformité qui va rendre le phénomène intéressant, car

elle va donner au bois érodé un aspect singulier.

Comme le laissent transparaître les documents sus cités, l'érosion est un phénomène complexe et cela à la fois de par la multitude des facteurs engagés dans le processus, et de par le fait qu'une compréhension exhaustive du phénomène nécessiterait la prise en compte de la structure du bois à son niveau le plus bas. Nous souhaitons proposer ici une méthode basée sur l'observation des phénomènes visuellement identifiables, nous avons donc préféré nous focaliser sur ce qui est le plus flagrant d'un point de vue de la perception, plutôt que d'approfondir l'étude du phénomène. Ce qui nous a paru révélateur du phénomène et qui est confirmé dans diverses études est que dans nos régions (régions tempérées), le taux d'érosion du bois de printemps est généralement nettement plus élevé que celui du bois d'été. Ce phénomène est essentiellement dû à la différence de densité entre les deux types de bois. En effet, le bois de printemps se développant rapidement, celui-ci est moins dense que son homologue qui lui connaît une croissance moins rapide. Un morceau de bois va donc présenter un aspect caractéristique en forme de marche d'escalier à deux niveaux (voir Figure 2.23). Une fois encore nous allons pouvoir tirer parti des avantages de notre modèle pour déterminer où vont se situer les zones à fort coefficient d'affaissement (Figure 2.24).

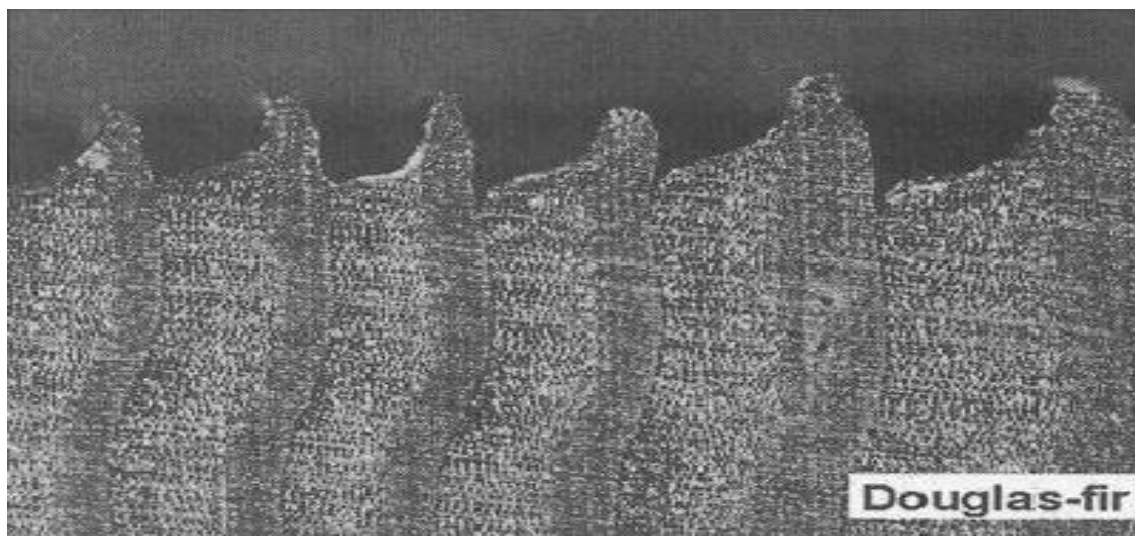


FIG. 2.23: Aspect caractéristique de l'érosion pour un type de bois particulier. [WKF01]

2.3.4.2 Méthode proposée

Le mécanisme de l'érosion va survenir au niveau de la surface de l'objet, c'est pourquoi pour matérialiser ce phénomène nous allons agir au niveau des faces de

notre structure. Pour localiser les faces à affaisser parmi l'ensemble des faces de notre structure d'origine nous allons utiliser l'étiquette « saison » que possède chaque face du modèle. Sur la Figure 2.24, ces faces sont mises en évidence. Une fois ces

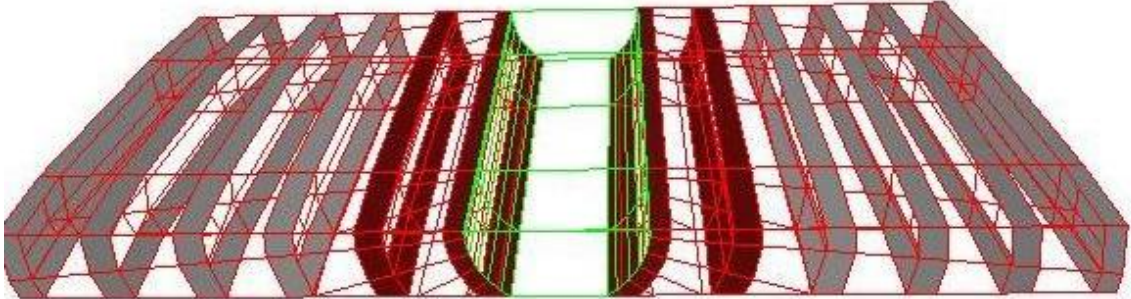


FIG. 2.24: Les faces non colorées sont celles dont les coefficients d'érosion sont les plus importants. Ce sont donc ces faces qui vont le plus s'affaisser.

faces identifiées, il reste à mettre en oeuvre les actions nécessaires pour créer les affaissements désirés. A cette fin, pour chaque face précédemment identifiée, nous allons examiner les arêtes qui la compose. Si cette arête se situe à la frontière entre deux volumes appartenant à des cernes de nature différente cette arête ne sera pas traitée afin que la dépression ne se répercute pas sur une face non identifiée. Dans le cas contraire (figure 2.25), cette arête sera subdivisée et les nouveaux sommets créés seront déplacés de manière à marquer la dépression (dans la direction orthogonale à l'arête traitée). Une arête fera l'objet d'un traitement particulier, si celle-ci se trouve sur le bord de la structure. Dans ce cas particulier, l'arête sera subdivisée, mais les nouveaux sommets seront déplacés dans une direction médiane aux directions de dépression des faces adjacentes (Figure 2.26). L'importance de la dépression peut être contrôlée par l'intermédiaire d'un coefficient d'affaissement qui va directement agir sur la position des sommets nouvellement créés lors de la phase de subdivision des arêtes.

2.3.4.3 Résultats

La méthode présentée dans ce document nous a permis d'obtenir des résultats intéressants Figures 2.27 et 2.28. Cette méthode se présente comme une alternative à la simulation de l'érosion pour le matériau bois sacrifiant la précision « physique » au profit de l'ergonomie : coût d'exécution faible et temps réel. Contrairement à la méthode proposée dans [YFCT08], la méthode exposée ici est applicable même pour des objets de taille importante et surtout ne nécessite pas de structure additionnelle.

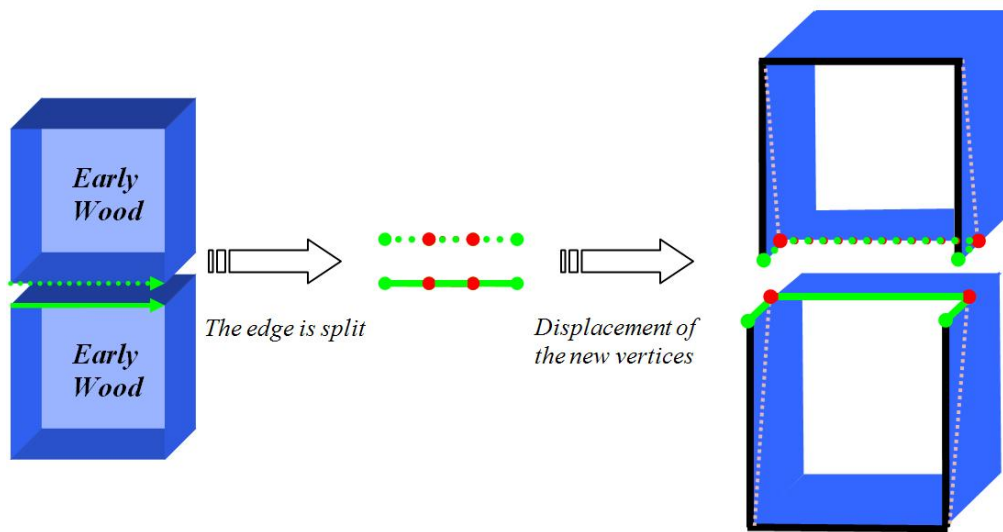


FIG. 2.25: Illustration du processus visant à reproduire le phénomène de l'érosion d'une face au travers de modifications de la topologie de la structure originelle.

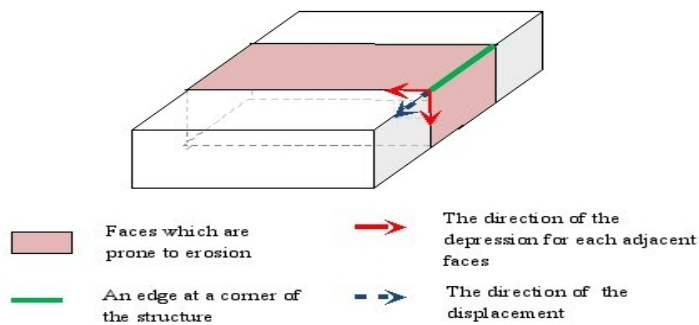


FIG. 2.26: Cas particulier du processus de simulation de l'érosion : Affaissement d'un bord.

2.4 Conclusion

Nous avons proposé dans cette partie, différents outils dans l'objectif de simuler divers aspects du vieillissement spécifique au bois. Ainsi, les méthodes que nous venons d'explicitier permettent de reproduire des attaques d'insectes et de champignons, l'apparition de fentes et de fractures ainsi que le phénomène de l'érosion. Ces méthodes présentent l'avantage d'être simple et facilement applicable à tout objet

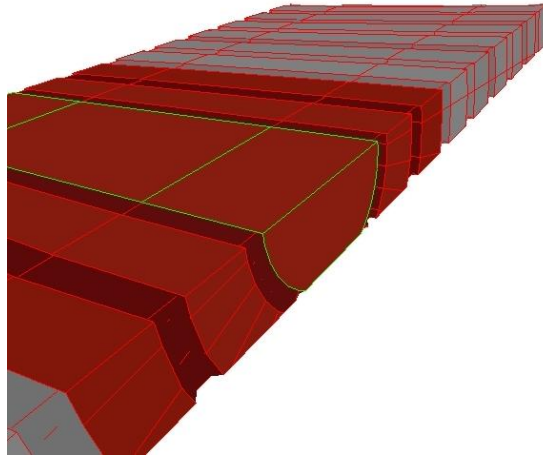


FIG. 2.27: Une illustration des résultats obtenus avec la méthode de simulation de l'érosion. Sur cette image, le maillage a été conservé afin de mettre en évidence les dépressions créées.

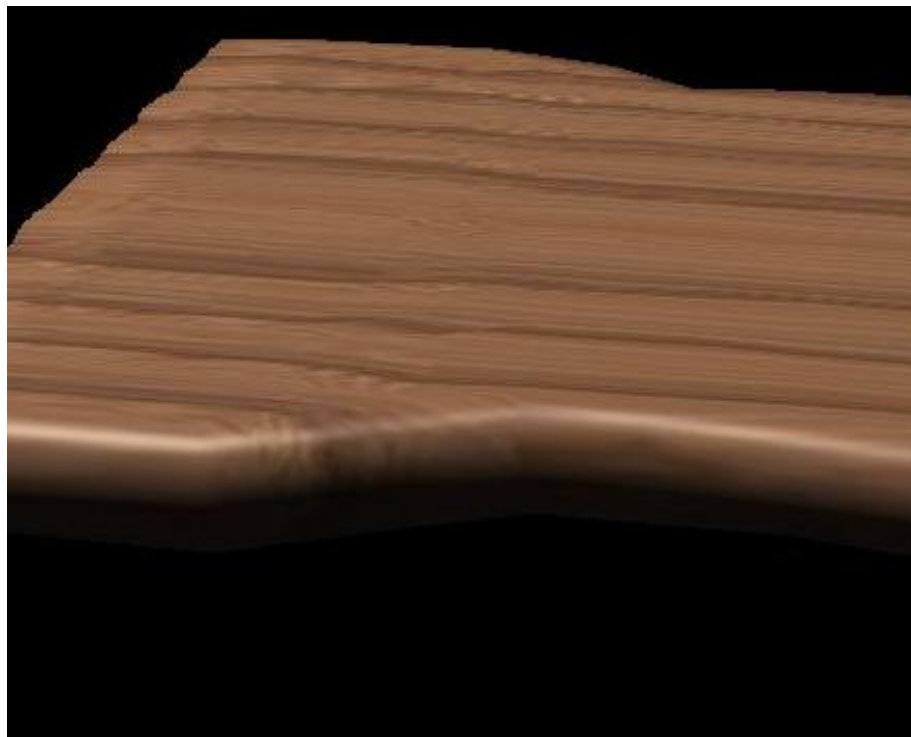
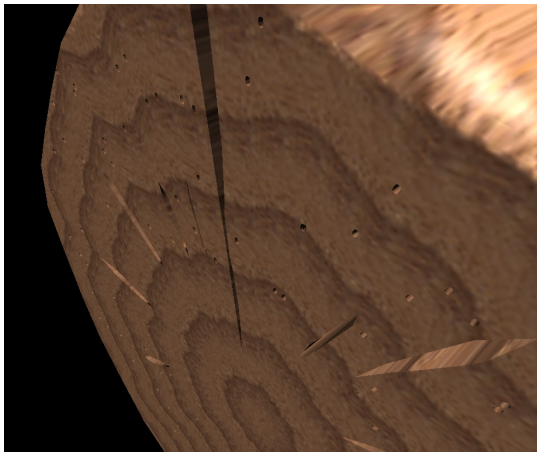


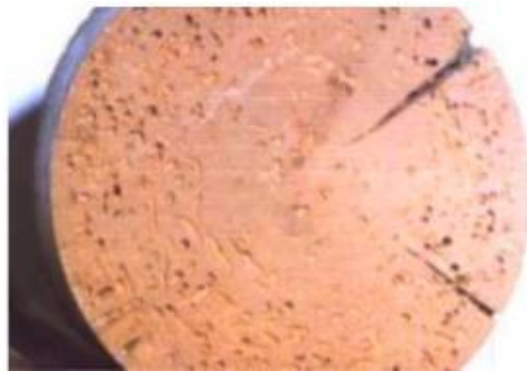
FIG. 2.28: Erosion d'une planche de bois.

en bois. De plus, et c'est la qualité essentielle de ces méthodes, celles-ci s'articulent sur des considérations issues de la botanique, nous permettant d'obtenir un modèle valide. La prise en considération de ces deux aspects : simplicité et adéquation à la réalité, a été rendu possible par l'utilisation d'un modèle de croissance basé sur les 3Gmap L-system. Cette structure reflétant les caractéristiques macroscopiques du bois et permettant une utilisation simple des structures topologiques nous laisse

entrevoir la possibilité d'étendre les précédents travaux à d'autres phénomènes du vieillissement tel que les enfoncements ou les attaques de champignons lignivores. Nous concluons, en évoquant le fait que les méthodes proposées dans cette section peuvent facilement être combinées comme c'est le cas dans la nature. La Figure 2.29(a) représente un tronc sur lequel sont représentées à la fois des attaques d'insectes et des fentes. La comparaison avec la réalité peut être faite en se référant à la Figure 2.29(b).



(a) Avec notre méthode



(b) Issue du monde réel

FIG. 2.29: Un tronc attaqué par des insectes et présentant également des fractures radiales. Comparaison entre un résultat obtenu avec notre méthode 2.29(a) et une photo issue du monde réel 2.29(b).

Chapitre 3

Approche physique



Sommaire

3.1	Notions de physique	61
3.1.1	Modèle physique des déformations	62
3.1.2	Modèles d'intégrations	73
3.1.3	Méthodes de discrétisation	75
3.2	Etat de l'art des techniques de déformations et de gé- nération de fractures en synthèse d'images	81
3.2.1	Méthodes basées sur un maillage	81
3.2.2	Méthodes non basées sur un maillage (Mesh Free me- thods)	102
3.3	Modèle spécifique au bois pour la simulation de défor- mations et de fractures	108
3.3.1	Modèle	108
3.3.2	Mise en Oeuvre	114
3.3.3	Résultat et problèmes rencontrés	129
3.3.4	Limitation du modèle et perspectives	131
3.4	Modélisation du phénomène de séchage du bois	133
3.4.1	Etude physique du phénomène	133
3.4.2	Mise en oeuvre	139
3.4.3	Résultats	145
3.4.4	Problèmes et perspectives	146

Chapitre 3

Approche physique

L E BUT DE CETTE PARTIE est de proposer des modèles permettant de simuler des aspects du vieillissement du bois (déformation, fracture et séchage) en abordant le problème d'un point de vue physique. Alors que dans la partie précédente l'accent était mis sur la simplicité et l'efficacité, ici la priorité sera d'être en adéquation avec les concepts physiques spécifiques au matériau bois. Cette seconde approche ambitieuse n'a pas permis d'obtenir de résultats pleinement satisfaisants pour diverses raisons que nous aborderons le moment venu. Cependant l'étude menée en amont de ce travail ainsi que méthodes envisagées sont susceptibles d'être source d'inspiration pour des travaux ultérieurs.

Après avoir précisé les différentes notions nécessaires à la compréhension de ce chapitre, nous dresserons un état de l'art des principales techniques de simulation de déformations et de fracture existantes en synthèse d'image. Puisque cette partie est consacrée à une approche physique du problème de vieillissement, nous ne traiterons pas dans cet état de l'art des modèles ne s'appuyant pas ou peu sur un modèle physique tel que c'est le cas pour de nombreux modèles traitants des fractures ([MGDA04],[BW01]...). Enfin, nous présenterons les modèles que nous avons envisagés afin de proposer des méthodes de simulation basées sur une étude physique, des phénomènes de déformations et de fissuration, ainsi que des processus liés au séchage du bois.

3.1 Notions de physique

Nous allons présenter dans cette partie, les notions nécessaires à la mise en place d'un modèle physique des déformations. Dans un premier temps, nous préciserons

les éléments nécessaires à la caractérisation de l'état du système (contraintes, déformations...) ainsi que les éléments qui vont permettre de prendre en compte les propriétés spécifiques d'un matériau (lois de comportement). Puis, dans un second temps, nous introduirons les différents outils nécessaires à la formulation d'un modèle de simulation, compte tenu du modèle précédemment décrit.

3.1.1 Modèle physique des déformations

Dans cette partie nous allons introduire l'ensemble des notions indispensables à la mise en place d'un modèle physique de déformation. Nous commencerons par définir le contexte (milieu continu), qui rendra possible l'utilisation d'outils mathématiques à l'expression de lois physiques nécessaire à la mise en place d'un modèle physique. Puis nous verrons successivement les outils qui vont permettre de caractériser respectivement l'état de contrainte et de déformation d'un système. Enfin, nous clôturerons ce chapitre en précisant les lois permettant de caractériser un comportement donné compte tenu des éléments précédemment introduits : états de déformation et de contrainte.

3.1.1.1 Mise en place du contexte (milieu continu)

Bien que la matière doive être considérée comme granulaire à l'échelle nanoscopique (atomique), nous allons ici considérer les objets à traiter comme des objets continus. Cette approximation est nécessaire, car elle permet de placer le problème dans le cadre des milieux continus permettant ainsi d'avoir recours à des outils mathématiques reposant sur des fonctions continues et/ou dérivables. Au niveau macroscopique cette approximation ne semble pas surprenante, en effet visuellement un objet nous apparaît comme un élément compact. Rappelons enfin que nous nous plaçons ici dans le cadre spécifique de la synthèse d'image, autrement dit, nous porterons davantage d'attention au comportement macroscopique des objets plutôt qu'à la réalité atomique. Ci-dessous, la définition des milieux continus provient de [Gar07].

Définition. *On suppose que l'espace dans lequel nous vivons est mathématiquement représentable par l'espace euclidien de dimension 3 noté ε_3 .*

Soit Ω un domaine volumique de ε_3 .

On dit que Ω est rempli d'un milieu matériel continu si à tout instant t et en chaque point M de Ω , on peut définir des champs de grandeurs physiques locales relatives à

ce milieu matériel. Ces grandeurs peuvent être mathématiquement représentées par :

- Des champs scalaires sur Ω (masse volumique, température...).*
- Des champs vectoriels sur Ω (vitesse, accélération...).*
- Des champs tensoriels sur Ω (tenseurs des déformations, tenseur des contraintes...).*

On supposera également que ces champs sont différentiables presque partout¹ dans Ω .

La mise en place d'un contexte propice à l'expression d'un modèle de déformation passe également par le choix d'une représentation adaptée permettant de décrire ce milieu continu. Il est d'usage de distinguer deux types de représentations : les représentations dites « Lagrangienne » et les représentations « Eulériennes ». Dans la représentation Eulérienne, les différentes fonctions ou grandeurs décrivant le système sont associées à des points géométriques identifiés par leurs coordonnées à l'instant t . Alors que dans une représentation Lagrangienne ces grandeurs ou fonctions seront associées aux particules (point de l'objet) qui à l'instant t_0 occupaient la position M_0 . Pour cette raison la formule d'usage consiste à considérer que l'approche Lagrangienne suit chaque particule alors que l'approche Eulerienne réside dans l'observation des propriétés du système.

Le modèle lagrangien est plus intuitif que le modèle Eulérien. De plus, un tel modèle permet d'avoir une surface explicitement définie par ces bords contrairement à un modèle de type eulerien. Cependant, un champ lagrangien est difficilement stationnaire, et il est souvent difficile de suivre une particule. Alors que le modèle Eulérien offre davantage de stabilité et de rapidité. Ce dernier, bien que moins intuitif que le modèle lagrangien a l'avantage de permettre des descriptions relativement simples. Enfin, on notera que ce dernier gère de manière implicite les déformations extrêmes.

Compte tenu des éléments que nous venons de voir et notamment des différences évoquées entre les deux approches, il transparaît que le choix du modèle sera conditionné par le type de simulation envisagé. Ainsi, l'approche lagrangienne sera préférée (adaptée) à la description d'objet solide dont la description de la surface est cruciale, alors que l'approche eulérienne sera davantage utilisée pour la description des fluides.

¹« Presque partout » signifie que l'ensemble des points où les grandeurs physiques ne sont pas différentiables est de volume nul.

3.1.1.2 Description de l'état de déformation d'un système

Tout d'abord, considérons un objet à partir de son état de repos (avant déformation). Un objet volumique peut être considéré comme un sous espace de \mathbb{R}_3 que l'on notera Ω . Tout point de Ω est alors défini par ses coordonnées : $m = (m_1, m_2, m_3)$ généralement appelées coordonnées matérielles. Cet objet soumis à des forces, va subir des déformations, de telle sorte qu'un point de cet objet de coordonnée matérielle m , va se retrouver à une nouvelle position $X(m)$ représentant les coordonnées spatiales de ce point. Un objet étant un ensemble continu de points, lorsque l'objet se déforme, les positions de l'ensemble des points le constituant vont être susceptibles de changer. Autrement dit X peut être défini comme un champ de vecteurs définis sur Ω .

Dans le cadre de la théorie de l'élasticité, nous allons être amenés à quantifier les déformations subies par l'objet. Pour cela, compte tenu des notations précédentes, on peut définir le champs des déplacements : ² $u = (u, v, w)$ par : $u(m) = X(m) - m$. Par la suite, il sera possible de quantifier les déformations en utilisant un tenseur ³ des déformations. Ce tenseur des déformations est un tenseur 3x3 symétrique permettant de décrire l'état de déformation d'un système soumis à l'action de contraintes (et dont l'état sera spécifié grâce à un tenseur des contraintes). Ce tenseur étant défini en chaque point de la structure, il permet de décrire un champ de déformation, lequel sera exprimé à partir du champ des déplacements. En effet, ce dernier est directement lié au changement de forme et de dimension (déformations) du système. Par exemple, un champ de déplacement constant sur l'ensemble de l'objet traduira une translation de ce dernier, sans déformation : le champ de déformation sera donc nul. Généralement, le tenseur des déformations est noté ϵ et ses composantes ϵ_{ij} ($i, j \in 1, 2, 3$) de telle sorte que :

- Les termes diagonaux ϵ_{ii} correspondent aux allongements relatifs du matériau dans la direction i (selon l'axe x_i).
- Les autres termes ϵ_{ij} ($i \neq j$), souvent notés γ_{ij} correspondent aux demies variations de l'angle droit (voir Figure 3.1 (seuls ils permettent de caractériser une déformation correspondant à un cisaillement pur).

²un vecteur déplacement peut être vu comme un vecteur dont chacune des composantes correspond à un degré de liberté

³Un tenseur est un objet mathématique, qui intuitivement peut être considéré comme généralisant les notions de matrice et de vecteur. Très utilisé dans la mécanique des solides, il permet de caractériser un état de contrainte ou de déformation indépendamment du système de coordonnées utilisé. Ainsi, une relation entre tenseurs dans une base sera vraie quelque soit la base choisie.

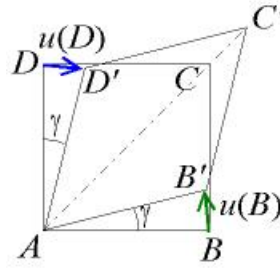


FIG. 3.1: Cisaillement caractérisé par les termes ϵ_{ij} ($i \neq j$) du tenseur des déformations aussi notés γ .

Dans sa forme la plus générale le tenseur des déformations est noté :

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Compte tenu des symétries de ce tenseur, il est possible d'utiliser la notation de Voigt⁴, qui permet d'alléger considérablement l'écriture. On obtient ainsi une écriture équivalente :

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{23} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Dans la littérature, on trouve généralement deux types de tenseurs des déformations : le tenseur de Green-Lagrange⁵ (équation 3.4) et le tenseur de Cauchy (équations 3.3a et 3.3b) (le dernier pouvant être vu comme une approximation du premier).

Le tenseur de Cauchy :

Ecriture mathématique :

$$(\epsilon_{cauchy})_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.3a)$$

avec :

⁴Il s'agit d'une convention permettant de réduire le nombre d'indices nécessaire pour représenter un tenseur symétrique

⁵Par abus de notation ce tenseur est couramment appelé tenseur de Green

x_i la i ème direction du repère du monde (fixe et galiléen) dans lequel on effectue la dérivation. En d'autres termes le tenseur est exprimé ici dans une base (x_1, x_2, x_3) .

Ecriture couramment utilisée :

$$\epsilon_{cauchy} = \frac{1}{2}(\nabla u + [\nabla u]^T) \quad (3.3b)$$

avec :

∇u : le gradient⁶

Ce tenseur a l'avantage d'être relativement simple. Cependant bien qu'étant invariant par translation il n'en est pas de même dans le cas des rotations. C'est la raison pour laquelle ce tenseur est le plus souvent utilisé lorsque l'on souhaite modéliser de petites déformations (une autre écriture de ce tenseur est disponible à l'Annexe [A.2.1](#)).

Le tenseur de Green-Lagrange :

Pour définir le tenseur de Green-Lagrange, on utilisera deux systèmes de coordonnées, liés à deux repères différents : le repère du monde fixe dans lequel seront mesurées les positions des points et un repère local lié au matériau conditionné par la position de repos de l'objet.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} * \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

avec :

x, y et z les variables relatives au repère cartésien et u, v, w les variables correspondantes représentant le déplacement pour un point donné.

Les autres termes $\epsilon_y, \epsilon_z, \gamma_{xz}$ et γ_{yz} sont définis de façon analogue.

⁶Voir Annexe [A.1.2](#).

Ce tenseur est souvent exprimé sous une autre forme (3.5). Nous précisons cette seconde écriture, car elle sera souvent utilisée ([TPBF87],[OH99],...). Une autre écriture de ce tenseur est disponible dans l'Annexe A.2.2.

$$\epsilon_{ij} = \left(\frac{\partial p}{\partial \Omega_i} \cdot \frac{\partial p}{\partial \Omega_j} \right) - \delta_{ij} \quad (3.5)$$

avec :

p : la position du point considéré (le tenseur de déformation étant défini en chaque point du matériau).

Ω : le système de coordonnées intrinsèque, lié au repère du matériau et tel que $\Omega = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$.

δ_{ij} : est le symbole de Kronecker, qui prend pour valeur 1 si $i = j$ et 0 si $i \neq j$.

Ce tenseur a l'inconvénient d'être non linéaire, néanmoins il est plus conforme à la réalité que le précédent, en particulier, celui-ci est invariant en rotation et permet de simuler sans induire d'incohérence, des déformations plus importantes. Cette caractérisation plus réaliste de l'état des déformations est obtenue au prix de calculs nettement plus importants que dans le cadre du tenseur de Cauchy. Enfin, un autre défaut de ce tenseur est qu'il est très instable numériquement, contrepartie d'une prise en compte de mouvements plus complexes. Pour une comparaison plus fine entre les deux tenseurs que nous venons de voir nous invitons le lecteur à se référer à [Deb00](chapitre 2).

Bien que ces deux tenseurs aient été présentés séparément en mettant en avant leurs différences, il faut néanmoins souligner qu'ils présentent beaucoup de similitudes. Du fait de cette forte ressemblance le tenseur de Cauchy est souvent considéré comme la forme linéarisé du tenseur de Green-Lagrange. Cette analogie entre les deux tenseurs est détaillée dans l'Annexe A.2.3.

3.1.1.3 Description de l'état de contrainte d'un système

Le tenseur des contraintes « stress tensor », comme son homologue (le tenseur de déformation) est un outil mathématique. Il est utilisé en mécanique des milieux continus pour représenter l'état de contrainte. En d'autres termes, il va permettre la représentation des forces surfaciques (parfois appelées efforts) mises en jeu entre les portions déformées du milieu. Les forces surfaciques étant définies pour chaque

surface coupant le milieu, ce tenseur doit être défini soit en chaque point du solide, soit localement. L'état de contrainte du solide est donc représenté par un champ de tenseur. On parle aussi de ce fait de champ de contrainte. La Figure 3.2 illustre les différentes composantes du tenseur de contrainte. Dans cet exemple, on considère les contraintes qui s'exercent sur un cube dont les arêtes sont portées par les axes du repère orthonormé. Pour définir l'état de contrainte d'un point de notre système, on considèrera le cube de matière infinitésimal entourant ce point.

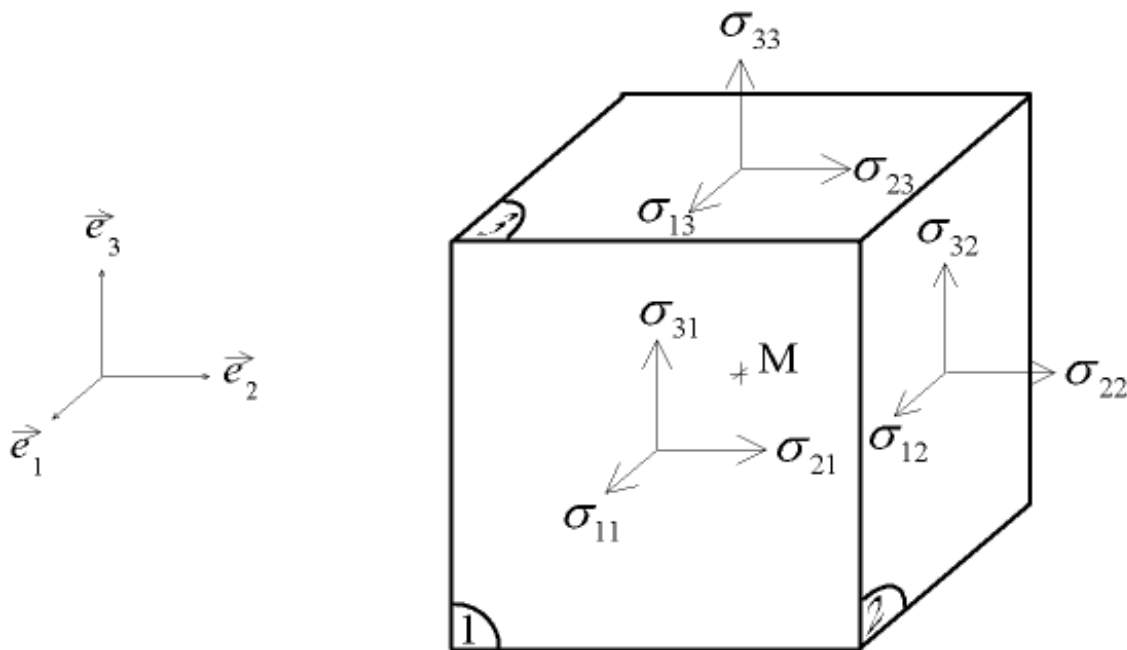


FIG. 3.2: Contraintes s'appliquant sur les facettes d'un cube

Dans sa forme la plus générique le tenseur de contrainte noté σ prend la forme d'une matrice 3x3 :

$$\sigma(x) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Comme pour caractériser l'état de déformation, il existe plusieurs tenseurs permettant de caractériser l'état de contrainte d'un système. Les deux tenseurs de contrainte les plus utilisés sont le tenseur de Cauchy (3.7) et le tenseur de Piola-Kirchhoff(2nd) (3.8).

Tenseur de contrainte de Cauchy :

$$\sigma_{ij} = \frac{F_{ij}}{A} \quad (3.7)$$

avec :

F_{ij} : la composante du vecteur force selon i et s'exerçant sur la face j .

A : la surface d'une facette.

Tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff(2nd) :

$$\pi = JF^{-1}\sigma(F^{-1})^T \quad (3.8)$$

avec :

J : la jacobienne de $\det(F)$.

F : représente les forces exercées sur la structure.

σ : est le tenseur de contrainte de cauchy.

La principale différence entre ces deux tenseurs est que le premier (Cauchy) est exprimé dans la variable eulérienne alors que le second (Piola-Kirchhoff) est son analogue dans la variable lagrangienne. Dans le cas de petites déformations, ces deux tenseurs sont équivalents.

3.1.1.4 Lois de comportement (comportement du matériau)

Les lois de comportement vont permettre de mettre en relation les contraintes et les déformations en fonction des propriétés du matériau considéré. Un certain nombre de grandeurs physiques sont introduites dans ces lois de comportement afin de quantifier pour un matériau donné, la résistance ou inversement la vulnérabilité vis-à-vis d'un type de déformation particulière. Pour plus de détails sur ces grandeurs, nous invitons le lecteur à se référer à l'Annexe A.4. De nombreux types de comportements peuvent être caractérisés au travers de modèles physiques. De par la thématique de notre étude, nous étudierons seulement les modèles relatifs aux comportements élastiques et viscoélastiques. Ces modèles sont les plus répandus et sont surtout ceux qui correspondent le mieux au comportement du bois.

Comportement élastique :

La loi de comportement des solides, énoncé par Hooke permet de mettre en relation le tenseur des déformations et le tenseur des contraintes dans le cas de matériaux élastiques. Dans sa forme la plus généraliste, la loi de Hook s'écrit :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (3.9)$$

avec :

σ : le tenseur des contraintes (ou d'effort).

C : un tenseur d'ordre⁷ 4, contenant 81 coefficients élastiques (caractérisant le comportement élastique du matériau). Le nombre de coefficients indépendants peut être réduit à 21 si l'on considère les symétries des tenseurs des déformations et des contraintes.

ϵ : le tenseur des déformations.

De part ces propriétés de symétrie, le tenseur C peut être représenté par une matrice 6x6. Dans sa représentation matricielle, la loi de Hooke s'écrit alors :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1133} & C_{1123} & C_{1113} & C_{1112} \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & C_{2223} & C_{2213} & C_{2212} \\ C_{1133} & C_{2233} & C_{3333} & C_{3323} & C_{3313} & C_{3312} \\ C_{1123} & C_{2223} & C_{3323} & C_{2323} & C_{2313} & C_{2312} \\ C_{1113} & C_{2213} & C_{3313} & C_{2313} & C_{1313} & C_{1312} \\ C_{1112} & C_{2212} & C_{3312} & C_{2312} & C_{1312} & C_{1212} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \\ \epsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

Généralement, on considère les objets manipulés comme étant isotropes⁸ afin de simplifier l'expression de la loi de Hook et ainsi faciliter les calculs sous-jacents.

(3.9) devient alors :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1 + \nu} \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1 - 2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \quad (3.11)$$

avec :

E : module de Young.⁹

ν : coefficient de Poisson.

⁷L'ordre d'un tenseur correspond au nombre d'indices nécessaires pour identifier une de ces composantes.

⁸Un matériau est dit isotrope si ses propriétés mécaniques sont identiques dans toutes les directions.

⁹Voir Annexe A.4

δ_{ij} : symbole de Kronecker.

Finalement, une dernière simplification d'écriture peut être introduite par le biais des coefficients de Lamé sous réserve que le milieu soit continu et isotrope :

$$\sigma_{ij} = \lambda \epsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij} \quad (3.12)$$

avec :

δ_{ij} : le symbole de Kronecker.

ϵ_{kk} : la trace¹⁰ de la matrice ϵ .

λ et μ : les coefficients de Lamé qui sont reliés au module de Young et coefficient de Poisson par les relations :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.13a)$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.13b)$$

Cette loi de Hooke quelque soit son niveau de simplification est vraie pour tout matériau objet d'une déformation purement élastique. Elle devient cependant invalide pour tout autre type de déformations.

Comportement viscoélastique :

On peut trouver un certain nombre de modèles représentant le comportement viscoélastique des matériaux. Nous allons voir en détail les deux modèles les plus répandus.

Le modèle de Kelvin-Voigt : Dans ce modèle, un ressort (caractérisé par son module de Young E , pour modéliser le comportement élastique) et un amortisseur (caractérisé par sa viscosité η , pour modéliser le comportement visqueux) sont connectés en parallèle (Figure 3.3), pour simuler le comportement viscoélastique.

Du fait de cette configuration, il en découle le système :

$$\begin{aligned} \epsilon_{total} &= \epsilon_D = \epsilon S \\ \sigma_{total} &= \sigma_D + \sigma S \end{aligned} \quad (3.14)$$

où :

¹⁰La trace d'une matrice est définie comme la somme de ces termes diagonaux

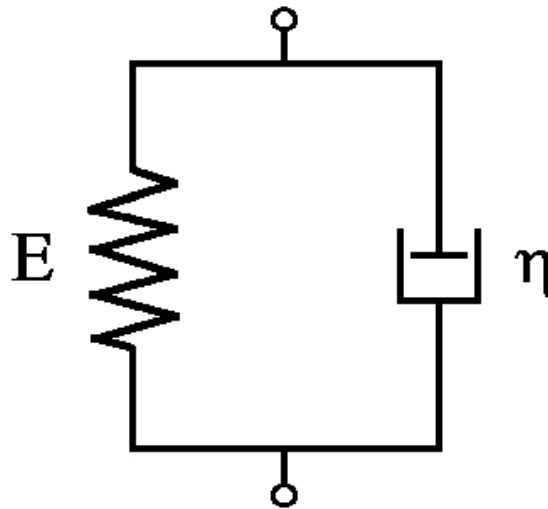


FIG. 3.3: Une cellule de Kelvin-Voigt

D : fait référence à la composante « amortisseur » (damper) du système.

S : fait référence à la composante « ressort » (spring) du système.

A partir de ce système, il est possible de mettre en relation les contraintes et les déformations et cela en fonction du temps :

$$\sigma(t) = E\epsilon(t) + \eta \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad (3.15)$$

avec :

E : module d'élasticité.

η : module de viscosité.

Le modèle de Maxwell : Dans ce modèle, un ressort (caractérisé par son module de Young E , pour modéliser le comportement élastique) et un amortisseur (caractérisé par une viscosité η , pour modéliser le comportement visqueux) sont connectés en série 3.4, pour simuler le comportement visco-élastique.

Du fait de cette configuration il en découle le système :

$$\begin{aligned} \epsilon_{total} &= \epsilon_D + \epsilon_S \\ \sigma_{total} &= \sigma_D = \sigma_S \end{aligned} \quad (3.16)$$

où :

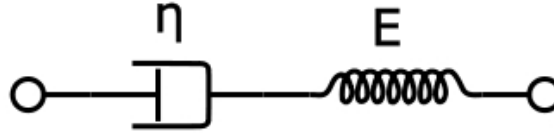


FIG. 3.4: Une cellule de Maxwell

D : fait référence à la composante « amortisseur » (damper) du système.

S : fait référence à la composante « ressort » (spring) du système.

A partir de ce système, il est possible de mettre en relation les contraintes et les deformations afin d'obtenir une formulation analytique en fonction du temps :

$$\frac{1}{E} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{\sigma(t)}{\eta} = \frac{d\epsilon(t)}{dt} \quad (3.17)$$

avec :

E : module d'élasticité.

η : module de viscosité.

Modèle de Kelvin Voigt généralisé : C'est une variante des modèles précédents qui sera composée d'une cellule de Maxwell et d'un nombre variable de cellules de Kelvin-Voigt mis en séries. Nous reviendrons sur ce modèle un peu plus tard, dans le chapitre 3.3.

3.1.2 Modèles d'intégrations

Jusqu'à présent nous avons envisagé les déformations sans tenir compte de l'aspect dynamique. Or cet aspect devra être pris en compte dans le cadre de simulations. Le temps, paramètre incontournable des équations de la dynamique, décrit un continuum. Or, si l'on souhaite pouvoir trouver des solutions numériques aux équations dynamiques, il sera inévitable d'échantillonner cette dimension temporelle. Cet échantillonnage du temps se fera par l'intermédiaire d'un pas de temps Δt dont la taille sera cruciale et sera conditionnée par le choix de la méthode utilisée pour résoudre les équations du mouvement en fonction du temps. Nous allons nous intéresser dans ce qui suit à décrire les méthodes de résolution (ou méthodes d'intégration) les plus caractéristiques.

La pierre angulaire en matière d'animation est la seconde loi de Newton. Soient $X(x, t)$, les coordonnées, dépendantes du temps d'un point donné de l'espace, la seconde loi de Newton dit que :

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt} \quad (3.18)$$

$$V = \frac{dx}{dt} \quad (3.19)$$

avec :

\vec{F} : l'ensemble des forces extérieures exercées sur le point considéré.

m : la masse du point considéré.

V : la vitesse.

$\frac{d\vec{V}}{dt}$: l'accélération.

Cette loi aussi appelée loi fondamentale de la dynamique permet de représenter l'action du milieu extérieur (\vec{F}) sur une particule ponctuelle de masse m . Généralement \vec{F} est connu, la problématique est donc de déterminer la position x et la vitesse v en chaque point de l'objet et cela en fonction du temps. Pour ce faire, on utilisera généralement une autre formulation de cette loi :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = F\left(\frac{dx}{dt}, x, t\right) \quad (3.20a)$$

ou encore :

$$\frac{dx}{dt} = v; \quad \frac{dv}{dt} = F(v, x, t) \quad (3.20b)$$

Plusieurs schémas d'intégration existent alors pour résoudre de manière numérique ce système d'équations différentielles ordinaires (EDO). Dans un schéma d'intégration, le principe consiste à remplacer les dérivées par des différences finies comme résumé dans l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{[x(t + \Delta t) - x(t)]}{\Delta t} \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{[v(t + \Delta t) - v(t)]}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.21)$$

On peut distinguer trois grandes familles de schémas d'intégrations :

1. Méthode d'intégration explicite (forward Euler scheme) :

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t v(t) \quad (3.22)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t F(v(t), x(t), t)$$

2. Méthode d'intégration implicite (backward Euler scheme) :

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t v(t + \Delta t) \quad (3.23)$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t F(v(t + \Delta t), x(t + \Delta t), t)$$

La méthode d'intégration explicite nécessite des pas de temps extrêmement petits. De plus, c'est un système extrêmement fragile qui n'est pas en mesure de garantir une grande stabilité. Dans le cas d'objets fragiles, il faudrait en théorie des pas de temps de l'ordre de l'inverse de la vitesse de la lumière pour approcher suffisamment près le phénomène. Il faut cependant noter que l'un des avantages de ce type de méthode d'intégration est qu'elle facilite la combinaison de plusieurs types d'éléments au sein d'un même maillage. La méthode implicite quant à elle permet d'avoir un système stable sans pour autant nécessiter un pas de temps trop petit. Néanmoins, cette stabilité nécessite de résoudre à chaque pas de temps un système d'équations algébriques.

3. Méthode d'intégration explicite évoluée (forward-backward) :

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t F(v(t), x(t), t) \quad (3.24)$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t v(t + \Delta t) \quad (3.25)$$

Dans cette méthode la vitesse v est calculée de manière explicite alors que la position x est calculée de manière implicite. Cette méthode est plus stable que la méthode explicite (« Forward ») et cette stabilité contrairement à la méthode implicite n'est pas associée à une augmentation des calculs. Tirant parti des avantages des deux précédentes méthodes d'intégration sus cités cette méthode dite « hybride » semble être un bon compromis.

3.1.3 Méthodes de discrétisation

Les équations aux dérivées partielles que nous avons vues précédemment ne peuvent être résolues numériquement. De même que le temps, l'espace doit être discrétisé, cela se traduira généralement par la mise en place d'un maillage et de méthodes numériques adaptées. L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation pour la résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) consiste à ramener la résolution de ces EDP dans le domaine d'étude (maillage) et compte tenu des conditions aux limites. Cela conduit à transformer les équations continues de la physique

en un système d'équations algébriques dont la solution donne les valeurs ainsi que la distribution des grandeurs recherchées. Il existe plusieurs méthodes numériques de discrétisation, nous allons dans cette section voir les grandes lignes de leur fonctionnement ainsi que l'importance que revêt le choix d'une méthode adaptée au problème traité (nous nous attarderons plus particulièrement sur la méthode des éléments finis qui est la méthode la plus utilisée, les autres méthodes étant abordées d'un point de vue plus théorique). Une étude approfondie de ces méthodes de résolution des EDP peut être trouvée dans [Gon05] entre autres.

3.1.3.1 Méthode des différences finies

Cette méthode qui est la plus ancienne se base sur une discrétisation régulière du domaine étudié (maillage). Ce maillage doit être choisi suffisamment fin pour permettre une approximation des contours du domaine. Ensuite, on utilise le développement limité en série de Taylor de la fonction que l'on cherche à calculer en chacun des noeuds du maillage. Tout cela permet d'obtenir un nombre d'équations algébriques égal au nombre d'inconnues. Les méthodes permettant le calcul d'un tel système sont bien connues et ne pose pas de réels problèmes (méthodes itératives, de Gauss ...). Cette méthode bien que facile à implémenter a le gros désavantage de nécessiter un maillage régulier du domaine d'étude, or généralement, il est difficile d'approcher correctement les frontières d'un objet à l'aide d'un tel maillage.

3.1.3.2 Méthode des éléments finis

Comme pour la méthode précédente, la discrétisation du domaine de définition de l'objet se fait au travers d'un maillage. Les éléments de ce maillage sont des éléments finis. Ce maillage peut être régulier ou non. Généralement on opte pour une discrétisation de l'objet à l'aide d'un maillage à base de tétraèdres, mais ce n'est pas une obligation. Sur chacun de ces éléments, la grandeur recherchée est représentée à l'aide d'une approximation polynomiale. On cherchera alors à déterminer la valeur des inconnues du problème au niveau de chacun des sommets du tétraèdre.

Remarque : *Dans la méthode des éléments finis, on suppose que l'inconnue du problème varie de manière linéaire au sein d'un même élément. Dans les problèmes qui nous intéressent, on supposera la déformation comme linéaire par morceaux (au sein d'un élément).*

Remarque : *De manière plus intuitive, dans la méthode des éléments finis, on attribue à tous les sommets du maillage une masse et un ensemble de force (interne et externe). Si*

on fait l'analogie avec les modèles masse-ressort plus intuitifs, les noeuds du maillage sont considérés comme des points de masse alors que les éléments (ici les tétraèdres) agissent comme des ressorts généralisés connectés à tous les points de masse de l'élément.

Pour illustrer cette méthode, nous allons nous ramener à notre problématique et partir de l'équation du mouvement décrite pour des corps élastiques. Soit $x(m, t)$ la position d'un point aux coordonnées m à l'instant t , l'équation du mouvement élastique est donné par :

$$\rho \frac{d^2 x}{dt^2} = \nabla \cdot \sigma + f \quad (3.26)$$

avec :

ρ : la densité de la matière.

f : les forces extérieures appliquées au système.

$\nabla \cdot \sigma$: la divergence du tenseur de contrainte. (Annexe A.1.3)

Remarque : Dans le cas statique cette équation s'écrit : $\rho \frac{d^2 x}{dt^2} = \nabla \cdot \sigma + f = 0$.

Le but de la méthode des éléments finis (MEF ou FEM) va être de permettre la résolution de cette équation. Plus particulièrement, elle va permettre de remplacer des équations aux dérivées partielles par un ensemble d'équations algébriques. Pour ce faire, plutôt que de résoudre l'équation ci dessus en considérant $x(m, t)$ comme continue, nous allons résoudre cette équation pour un ensemble de positions $x_i(t)$ connues (les noeuds du maillage). La première étape du problème consiste alors à approximer $x(m, t)$ en fonction des positions $x_i(t)$ que l'on connaît :

$$\tilde{x}(m, t) = \sum_i x_i(t) b_i(m) \quad (3.27)$$

avec :

b_i : des fonctions dites de « base » (ou *shape function*).

Dans ce qui suit, nous ferons le choix d'une écriture sous forme matricielle (plus concise). Bien évidemment, les relations décrites ci-dessous restent valables sous forme vectorielle. Une fois que l'on est parvenu à approximer $x(m, t)$ on va pouvoir obtenir une approximation du champ de déplacement $u(m)$ en tout point de la structure. On exprime le déplacement en tout point de l'élément en fonction des déplacements aux noeuds du maillage :

$$u(m) = [N(m)] \cdot [q] \quad (3.28)$$

avec :

$[N(m)]$: la matrice nodale. Cette matrice regroupe un ensemble de fonctions $N(x)$ qui sont des fonctions d'interpolation (généralement des fonctions polynomiales).

$[q]$: caractérise les déplacements de chacun des noeuds, aussi appelé *variable nodale* ou encore *degrés de liberté*.

Il est alors possible de déterminer la déformation élastique du matériau par la relation :

$$[\epsilon(m)] = [S] [u(m)] \quad (3.29)$$

Cette relation est valable quelque soit le tenseur des déformations utilisé. Afin d'illustrer la correspondance entre cette relation et la définition des tenseurs des déformations que nous avons vues précédemment, nous allons utiliser un exemple :

Exemple Nous allons considérer l'hypothèse selon laquelle on utilise le tenseur des déformations linéaire de cauchy (3.3a). Nous pouvons alors écrire :

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \end{pmatrix}}_{[S]} \underbrace{\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}}_u \quad (3.30)$$

Compte tenu de l'approximation des déplacements (3.28), la définition du tenseur des déformations devient :

$$[\epsilon(m)] = [S] [N(m)] \cdot [q] = [B] \cdot [q] \quad (3.31)$$

tel que :

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} & \frac{\partial N_n}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

De la même manière, il est possible d'exprimer le tenseur de contrainte en fonction du tenseur de déformation, on obtient alors :

$$[\sigma(m)] = [D] \cdot [\epsilon(m)] \quad (3.33)$$

où :

D est la matrice d'élasticité du matériau et est définie par :

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

avec :

E : module de Young.

ν : le coefficient de Poisson.

Puis, afin de quantifier les forces intervenant dans le mouvement, on écrit que le travail des forces externes appliquées à la structure pour un déplacement virtuel ∂q est égal au travail interne des contraintes pour ce même déplacement :

$$\partial[q]^T \cdot [F] = \int_v \partial[\epsilon]^T \cdot [\sigma] dv \quad (3.35)$$

En remplaçant dans cette équation, les tenseurs des contraintes et des déformations grâce à (3.33) et (3.31), on obtient :

$$\partial[q]^T \cdot [F] = \partial[q]^T \int_v [B]^T [D] [B] dv [q] \quad (3.36)$$

Cette relation étant vraie quelque soit le déplacement virtuel $[q]$, on peut réécrire la relation précédente.

$$[F] = \left(\int_v [B]^T [D] [B] dv \right) [q] \quad (3.37a)$$

ou encore :

$$[F] = [K] [q] \quad (3.37b)$$

tel que :

$$[K] = \int_v [B]^T [D] [B] dv \quad (3.38)$$

où :

K : est appelé matrice de raideur.

En utilisant les forces élastiques linéarisées, l'équation du mouvement pour l'ensemble du maillage s'écrit :

$$M \frac{d^2 u}{dt} + D \frac{du}{dt} + Ku = F \quad (3.39)$$

avec :

M : est la matrice des masses. ($M \in R^{n \times n}$)

D : est la matrice d'amortissement. ($D \in R^{n \times n}$)

K : est la matrice de raideur. ($K \in R^{3n \times 3n}$)

F : est la matrice des forces extérieures. ($F \in R^n$)

n : est le nombre de noeuds du maillage.

Nous concluons cette partie consacrée à la méthode des éléments finis en évoquant la prise en compte des conditions aux limites. En effet, en simulation il est important de tenir compte de l'environnement qui est susceptible de contraindre notre système et notamment d'imposer des limites aux déplacements. Nous citerons les principales méthodes existantes sans plus entrer dans les détails :

- Méthode « brutale » : cette méthode bien que simple à comprendre est relativement complexe à mettre en oeuvre numériquement. Elle consiste à imposer à priori une valeur pour q_i (où i est le i ème degré de liberté dans la matrice $[q]$). En fonction de cette contrainte, on calcule une nouvelle matrice de raideur ainsi qu'une nouvelle matrice des forces extérieures (3.35).
- Méthode de pénalisation : cette méthode consiste à pénaliser un coefficient K_{ii} de la matrice de raideur et à ajouter à la i ème coordonnée de la matrice des forces un terme correspondant à la contrainte.
- Méthode Lagrangienne : il s'agit de la méthode la plus élaborée qui consiste à introduire dans le problème des multiplicateurs de Lagrange.

La méthode des éléments finis est particulièrement utilisée en ingénierie. Cela est notamment dû au fait qu'il est possible de faire évoluer la précision des résultats obtenus par cette méthode en haussant la précision de l'approximation. Cependant, elle engendre des calculs très importants nécessitant dans certains cas des stations de travail performantes.

3.1.3.3 Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis se déduit de la méthode des éléments finis. Ici le domaine d'étude est subdivisé en volumes élémentaires. Chaque volume s'appuyant sur un noeud du maillage. Ensuite, l'EDP est intégrée sur chacun de ces volumes élémentaires. Le problème est alors de calculer cette intégrale, pour ce faire la fonction inconnue est représentée à l'aide d'une approximation entre deux noeuds consécutifs (comme dans les méthodes précédentes), qui peut être de différentes natures (linéaire, exponentielle, parabolique...). Finalement, cette formulation intégrale de l'EDP est discrétisée dans le domaine d'étude. En comparaison avec la méthode des éléments finis, la méthode des volumes finis à l'avantage d'être plus intuitive. Bien que ne permettant pas la même précision que son aînée, cette méthode est attrayante en synthèse d'image, car elle propose de sacrifier une partie relative de la précision physique au profit d'une simplification des calculs. Un autre avantage de la méthode des volumes finis est qu'elle est facilement utilisable avec des maillages non structurés.

3.2 Etat de l'art des techniques de déformations et de génération de fractures en synthèse d'images

La littérature est abondante de travaux abordant le problème des déformations. Ces contributions diverses peuvent faire l'objet de maintes classifications tant le domaine traité est ouvert. Dans l'état de l'art (non exhaustif) que nous dressons, nous avons fait le choix de distinguer les méthodes s'appuyant sur un maillage de celles n'en nécessitant pas. Pour une rétrospective plus détaillée concernant les méthodes de déformation, nous invitons le lecteur à se référer à [\[NMK⁺06\]](#).

3.2.1 Méthodes basées sur un maillage

3.2.1.1 Systèmes masse-ressort

Contrairement aux méthodes se basant sur un modèle continu de la mécanique (éléments finis, différence finie...), les systèmes masse-ressort s'appuient sur un modèle discret. Il en résulte des méthodes plus simples et moins coûteuses. Cependant, ces modèles sont considérablement moins précis que les modèles continus.

Baraff et Witkin [BW98] proposent une méthode de déformation, dans le cadre de la simulation de tissus. Dans cet article la principale contribution vient du schéma d'intégration utilisé. En effet, les auteurs proposent l'utilisation d'un schéma d'intégration implicite dont la résolution est simplifiée par l'utilisation de pas d'intégrations adaptatifs.

Le modèle proposé s'appuie sur un maillage triangulaire de particules (ce qui n'a pas toujours été le cas notamment dans les travaux de [TPBF87]). Le système tient compte d'un ensemble de force :

- « force de torsions » (ou *blending force*) : s'exerçant sur les bords des triangles.
- « force de cisaillement » (ou *shear forces*) : s'exerçant au niveau des triangles.
- « force de tension » (ou *stretch force*) : s'exerçant au niveau des triangles.
- « force d'amortissement » (ou *damping force*) : elles sont au nombre de trois et font le pendant avec les forces décrites précédemment.

Ces forces représentent les forces internes au tissu, ces forces vont être responsables en grande partie du comportement du tissu. Mais ce ne sont pas les seules forces à considérer, il faut également tenir compte des forces extérieures à l'objet telles que la gravité, les forces de répulsion au moment de contact Comme nous l'avions mentionné, les auteurs préconisent l'utilisation d'une intégration implicite afin de résoudre les équations du mouvement. Plus précisément, la méthode utilisée ici est la méthode de résolution implicite d'Euler. Le système à résoudre est alors non linéaire et difficile à résoudre de manière exacte. Ainsi, plutôt que de résoudre ce système de manière exacte, on effectue une approximation du système à l'aide des séries de Taylor. Pour simplifier la résolution de ce système, les auteurs proposent également une adaptation automatique des pas d'intégrations (Δt). Si un pas donné aboutit à des incohérences, alors le calcul est recommencé avec un pas plus petit jusqu'à satisfaction. Par la suite, le système essaiera d'augmenter ce pas de temps tout en garantissant la stabilité du système. L'utilisation d'un schéma d'intégration implicite a pour conséquence d'entraîner l'apparition d'un système composé de matrices creuses (*sparse matrix*) pouvant être résolu par une méthode itérative du gradient conjugué modifié.

Cette méthode de simulation propose des résultats intéressants, mais est dirigée vers la simulation de structure planes, ne permettant donc pas la simulation d'objets volumiques.

Miyazaki et al. [MKK05] proposent une méthode de destruction virtuelle d'un

objet mou par un autre objet. Le modèle proposé s'appuie sur un réseau de ressorts. Les auteurs proposent de créer ce réseau en maillant l'objet à détruire à l'aide d'un maillage tétraédrique. Dans ce maillage, les arêtes des tétraèdres sont assimilées à des ressorts couplés à des amortisseurs. Il reste alors à décrire, à partir de ce réseau le comportement cinématique du matériau ainsi que les forces extérieures auxquelles il est soumis. Cela est fait en déterminant en chaque noeud du maillage un certain nombre de paramètres caractérisant les propriétés de la matière en ce point.

Comme nous l'avions précédemment évoqué, la méthode proposée vise à simuler la destruction d'un objet que l'on nommera « objet 1 » par un autre que l'on nommera « objet 2 », il est donc nécessaire de procéder à un traitement de la collision entre les deux objets. Une fois les objets entrés en contact, on va déterminer les points du maillage de l'« objet 1 » qui du fait de la collision ont pénétré l'« objet 2 ». Puis pour chacun de ces points, on calculera une nouvelle position. Si la nouvelle position calculée pour ces points implique une distance de ressort supérieure à un seuil, ce ressort sera coupé en son milieu et de nouveaux sommets seront créés.

Hirota et al. [HTK98] proposent l'utilisation d'un réseau de masse ressort pour simuler l'apparition de fissures sur des objets. Les déformations et les forces internes sont décrites par ce réseau et les fissures sont créées en rompant les ressorts. Les auteurs proposent de ne modéliser les fissures qu'à la surface de l'objet, se justifiant en citant des exemples du monde réel (goudron, écorces...) dont les fissures ne sont visibles qu'en surface.

Dans le modèle présenté, le volume présent sous la surface est subdivisé en deux couches. Une *couche de surface* qui va se fissurer sous l'effet d'une charge et une *couche interne* qui elle ne se fissurera pas. Ces deux couches sont subdivisées en petits volumes. Les volumes de la couche de surface sont connectés avec leurs voisins, ainsi qu'avec les éléments (volumes) de la couche interne. D'un point de vue schématique, les éléments sont représentés par des noeuds et les connections entre volumes voisins sont matérialisés par des *ressorts de surface*, alors que les connections entre les deux couches sont représentés par des *ressorts de cisaillement*. Dans la méthode proposée ici, les fissures apparaissent suite à une contraction de la surface de l'objet matérialisée par la contraction des ressorts du réseau.

La prise en compte du comportement élastique du matériau se fera par spécification de différentes grandeurs associées aux ressorts du modèle : a chaque *ressort de surface* sera associé une constante K_{ij} (3.40) et à chaque *ressort de cisaillement*, sera associé

une constante h_i (3.41).

$$K_{ij} = \frac{A_{ij}E}{l_{ij}^0} \quad (3.40)$$

avec :

A_{ij} : le secteur reliant deux éléments i et j appartenant à la couche de surface.

E : le module de young.

l_{ij}^0 : la taille naturelle (à $T = 0$) du ressort entre les éléments i et j .

$$h_i = \frac{B_i G}{H} \quad (3.41)$$

avec :

B_i : le secteur reliant la couche de surface (au niveau du noeud i) à la couche interne.

G : le module de Cisaillement.

H : la profondeur de la couche de surface.

Il est alors possible de déterminer en chaque noeud de la structure, une force F résultant de forces exercées par chacun des ressorts connectés à ce noeud :

$$F_i = \sum_j K_{ij} \frac{x_i - x_j}{|x_i - x_j|} (|x_i - x_j| - l_{ij}^0) - h_i(x_i - X_i) \quad (3.42)$$

avec :

x_i : la position du noeud de surface.

X_i : la position du noeud intérieur.

Finalement, le phénomène de fissuration sera conditionné par plusieurs constantes telles que la valeur maximale de déformation k . En d'autres termes, il sera possible de déterminer pour chaque ressort $i - j$, une résistance maximale à la déformation. Une fois ce seuil passé, il y a fissuration et le ressort est supprimé en mettant ses constantes à zéro.

Cette méthode a l'avantage d'être particulièrement simple, malheureusement elle ne tient compte que des tensions présentes à la surface de l'objet et n'est donc pas en mesure de simuler le comportement de la fissure à l'intérieur de l'objet. Une conséquence de cette limitation est que ce modèle ne permet pas la génération de fractures donnant naissance à des morceaux d'objets. Une autre limitation est que les fractures se développent indépendamment les unes des autres, ce qui diminue la validité

physique du modèle. Hirota et ces collègues dans leur article proposent deux types de maillage, l'un à base de cube, l'autre à base d'hexagone, au travers des images présentées, on peut remarquer que les résultats obtenus sont fortement conditionnés par le choix et le raffinement du maillage. Enfin, on notera également qu'un nombre important de paramètres doivent être fixés à priori, ce qui implique une très bonne connaissance des propriétés de la matière si l'on désire des résultats physiquement réalistes.

Smith et al. [SWB00] proposent une méthode dérivée des méthodes masse ressort. La méthode proposée considère un objet comme étant représenté par un ensemble de points de masse mis en relation par des contraintes linéaires de distance. Cette utilisation des contraintes de distance au lieu de ressorts permet d'accroître considérablement la vitesse du processus de simulation. Elle permet également de passer outre l'utilisation d'une méthode d'intégration explicite. Les forces exercées par ces contraintes reliant chaque point de masse de la structure vont alors permettre de déterminer de quelle manière et à quel endroit un objet donné sera susceptible de se fracturer. Les auteurs proposent d'utiliser le multiplicateur de Lagrange¹¹ pour déterminer ses forces. La détermination de ces forces revient alors à résoudre l'équation suivante :

$$JWJ^T\vec{\lambda} = -JWQ^T \tag{3.43}$$

où :

Q : représente les forces extérieures appliquées sur les éléments de la structure.

W : représente l'inverse de la matrice des masses (chaque point de masse se voit préalablement attribué une masse en fonction du volume du tétraèdre qu'il représente).

λ : représente l'inconnue du système.

J : est une matrice défini par : $J = \frac{\partial C}{\partial p}$ (où ∂p représente le déplacement des points de masse et C est un « vecteur de contrainte » permettant de quantifier la préservation des distance entre les points de masse du système.

Une fois l'équation précédente résolue, il est possible de déterminer les forces

¹¹Le multiplicateur de Lagrange est une méthode permettant de trouver les points stationnaires (maximum, minimum...) d'une fonction dérivable d'une ou plusieurs variables, sous contraintes.

exercées par les contraintes du système (notées \hat{Q}) en réaction aux forces extérieures Q , grâce à la relation suivante :

$$\hat{Q} = J^T \vec{\lambda} \quad (3.44)$$

La valeur de \hat{Q} peut alors être utilisée conjointement avec des seuils de résistances associées à chaque contrainte afin de déterminer quelles sont celles à briser afin de générer une fracture. La force nécessaire pour briser une contrainte (ou seuil de résistance) est calculée à partir de fonctions heuristiques se basant sur la géométrie des tétraèdres concernés par la contrainte ainsi que sur des fonctions spécifiées par l'utilisateur, ce qui permet un contrôle relatif de la simulation.

Afin d'accroître le réalisme de leurs résultats, les auteurs vont faire état d'une caractéristique particulière des matériaux dits « fragiles ». En effet, comme ils le soulignent, pour de tels matériaux, l'énergie nécessaire pour créer une nouvelle fissure est nettement plus importante que celle nécessaire à la propagation d'une fissure existante. De ce fait, si l'apport d'énergie au système n'est pas suffisamment important, les objets auront tendance à se briser en gros morceaux. Afin de tenir compte de ce paramètre, les auteurs proposent d'affaiblir les liens voisins aux liens brisés, de manière à orienter le développement des fissures vers un comportement plus réaliste.

La principale limitation à cette méthode est que les fractures produites suivent le tracé du maillage d'origine, ce qui souligne une interdépendance forte entre les résultats obtenus et le maillage choisis au départ de la simulation. Bien que permettant d'obtenir des résultats plus rapidement que par des méthodes plus complexes telles que [OH99] et [OH02], cette méthode ne permet pas de proposer des résultats en temps réel.

3.2.1.2 Méthodes des différences finies

Généralement quand on fait allusion aux méthodes de déformation en synthèse d'image, on commence par citer les travaux de **Terzopoulos** [TPBF87] qui est le premier article à réellement avoir réussi à faire le lien entre un modèle physique de déformation et la synthèse d'image. Dans cet article l'état de déformation est mesuré en utilisant le tenseur de Green (3.5). Compte tenu de l'état de déformation ainsi considéré, l'équation dynamique est calculée à partir de l'énergie potentielle emmagasinée dans le modèle déformé. Les auteurs proposent d'utiliser la méthode des différences finies pour discrétiser cette équation qui prend la forme d'une équation aux dérivées partielles. Par la suite la simulation s'appuie sur une intégration

semi-implicite des équations du mouvement au cours du temps. Ces travaux seront ensuite étendus : [TF88] et [TW88] afin de prendre en compte les phénomènes de déformation plastique et viscoélastique ainsi que les fractures pouvant survenir sous l'effet d'une contrainte excessive. Les améliorations proposées dans [TW88] sont également l'occasion de pallier les insuffisances du travail précédant notamment dans le traitement d'objet très rigide. En effet les auteurs proposent d'exprimer la position d'un point du solide non plus à partir d'un repère global de référence mais à partir de deux fonctions : une fonction $r(u, t)$ caractérisant la configuration initiale de l'objet et une fonction $e(u, t)$ exprimant le déplacement du point par rapport à la configuration initiale. Ces deux fonctions sont dépendantes du temps et de la position de l'objet. Cette décomposition est illustrée sur la Figure 3.5. Cependant, l'utilisation de la méthode des différences finies comme nous l'avons vu dans les prés requis nécessite un maillage régulier, ce qui rend la méthode bien adaptée aux déformations de tissus, mais beaucoup moins appropriée au cas d'objets complexes.

Kelager et al. [KFE05] proposent une méthode pour pallier les insuffisances de la

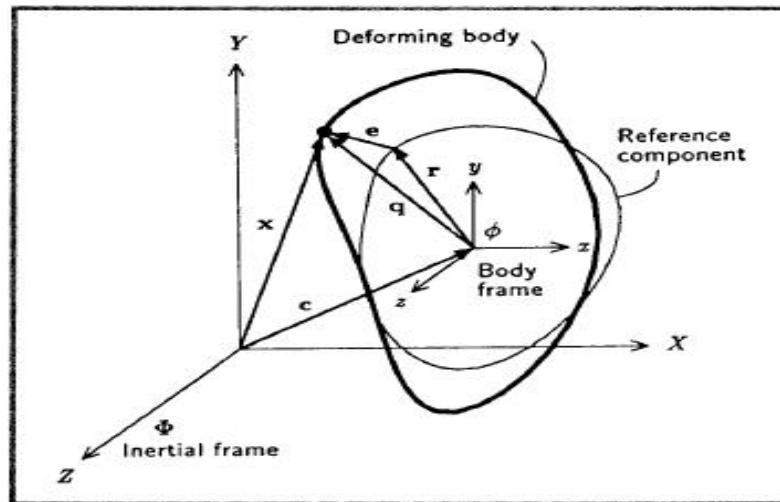


FIG. 3.5: La forme de l'objet est décomposée en une composante de référence et une composante de déformation [TW88]

méthode proposée par [TPBF87]. En effet, ils font la preuve d'une perte de l'intégrité de ce modèle, et proposent une méthode pour pallier ce problème.

Rappelons que dans [TPBF87], la déformation était quantifiée à l'aide d'un tenseur défini par la relation (3.5). Les auteurs soulignent le fait que les coefficients non diagonaux de ce tenseur ϵ_{ij} correspondent au cosinus entre les directions des

vecteurs intervenant dans le produit scalaire. Or, cet angle ne permet pas à lui seul de caractériser l'orientation des vecteurs. C'est à ce niveau que se pose le problème de l'intégrité du modèle. En effet, dans certains cas, l'ambiguïté sur l'orientation des vecteurs ne permettra pas à l'objet de reprendre sa forme initiale et induira par là même un « écroulement du modèle ».

Pour pallier ce problème, les auteurs proposent de rétablir l'aire ainsi que le volume du solide après chaque déformation. Pour ce faire, un certain nombre de contraintes garantissant l'intégrité du modèle sont ajoutées au tenseur des déformations. Une autre amélioration est également apportée au modèle d'origine et vise à empêcher les phénomènes d'implosions (du à l'interpénétration des éléments du maillage). Cependant, celle-ci se révèle insuffisante si les forces appliquées sont trop importantes.

Le modèle présenté trouve des solutions aux problèmes d'intégrités du modèle d'origine. Cependant, il possède les mêmes limitations que le modèle de [TPBF87] à savoir, celles induites par l'utilisation d'une grille régulière et par la méthode des différences finies.

3.2.1.3 Méthodes volumes finis

La méthode des volumes finis ainsi que la méthode des éléments de frontière que nous verrons dans la prochaine partie sont des méthodes de résolutions très peu employées en synthèse d'images dans le cadre de simulation de déformations. En effet, ces méthodes moins performantes que la méthode des éléments finis mais plus coûteuses que la méthode des systèmes masse-ressort ont eu du mal à se démarquer.

Teran et al. [TBHF03] proposent une méthode basée sur la méthode des volumes finis (MVF) pour simuler entre autres, le comportement de muscles du squelette humain. Dans la méthode présentée ici les volumes finis sont construits à partir des éléments du maillage (noeuds). Cette utilisation des volumes finis au lieu des éléments finis permet de réduire considérablement le nombre d'opérations nécessaires au calcul des forces au niveau des noeuds. Dans la méthode proposée, les auteurs utilisent une intégration dans le temps particulière. En effet ils proposent de traiter les forces élastiques de manière explicite et les forces d'amortissement de manière implicite. L'utilisation de la MVF en combinaison avec l'utilisation du tenseur de contrainte de Piola-Kirchoff permet de diminuer considérablement le nombre

d'opérations ainsi que le nombre d'informations à stocker en comparaison avec les méthodes s'appuyant sur la méthode des éléments finis. Cependant la précision de la MVF étant inférieure à celle de la MEF, cela laisse supposer que, bien que les résultats soient visuellement intéressants, ce manque de précision pourrait s'avérer limitant pour des simulations requérant une grande précision.

3.2.1.4 Méthode des éléments de frontière

La méthode des éléments de frontière ou « Boundary Element Method » (BEM), peut être intuitivement entendue comme une simplification de la méthode des éléments finis. A la différence de cette dernière, avec la BEM, les calculs ne portent que sur la surface de l'objet. Cela va conduire à réduire de manière drastique le complexité du problème. L'intégration de l'équation du mouvement ne sera plus réalisée sur l'ensemble du volume, mais uniquement sur la surface de celui-ci.

James et Paï [JP99] proposent une méthode de déformation basée sur la formulation intégrale des équations de la mécanique en milieu continu et sur la méthode des éléments de frontière. Cette technique vise à simuler de petites déformations, pour des objets ayant un comportement purement élastique. Les principales caractéristiques de la méthode exposée sont :

- Une définition linéaire de la déformation.
- Une discrétisation purement surfacique de l'objet.
- L'utilisation de la BEM pour déterminer le déplacement des noeuds de la surface de l'objet.
- Une simulation en temps réel.

Dans cette méthode, la frontière du système (la surface de l'objet) est découpée en éléments, à l'intérieur desquels le champ des déplacements est interpolé linéairement en fonction des déplacements des noeuds. Puis l'équation est intégrée sur chacun des éléments, ce qui engendre un système linéaire de $3xn$ équations à $3xn$ inconnues ; n représentant le nombre de noeuds. Finalement, une fois les conditions aux limites fixées, le système est dit « déterminé » et peut être résolu.

Les résultats sont intéressants pour des déformations locales d'objets purement élastiques. L'utilisation d'une discrétisation surfacique permet de simplifier considérablement les calculs (en comparaison avec la MEF), mais elle rend impossible les changements de topologie (fissures, fractures). Nous retiendrons que, la consi-

dération de l'objet en tant que continuum volumique permet une grande précision physique. Néanmoins, une telle représentation ne permet pas de prendre en compte des mécanismes physiques plus complexes que les phénomènes d'élasticité linéaire.

3.2.1.5 Méthodes éléments finis

Zhuang et Canny [ZC99] proposent une méthode basée sur la MEF pour simuler des déformations globales d'objets en temps réel. Lors de déformations importantes, l'utilisation d'un modèle de déformations linéaire induit des distorsions au sein du modèle déformé. Cela est dû à la non-invariance en rotation du tenseur linéaire des déformations. La solution proposée consiste alors à modéliser la déformation à l'aide de sa définition exacte (voir l'équation (3.4)) qui contrairement à sa forme linéarisé (3.3a) est non linéaire du fait de la présence dans sa définition d'un terme quadratique. Cependant, l'utilisation d'une telle définition n'est pas sans poser certains problèmes. Cette définition va notamment induire des calculs très lourds ne permettant pas de faire cohabiter le temps réel et une intégration implicite. C'est la raison pour laquelle les auteurs proposent d'utiliser un schéma d'intégration explicite basé sur la représentation de Newmark (voir Annexe A.3.1)

L'utilisation de la forme quadratique du tenseur des déformations a pour autre conséquence de rendre l'équation gouvernant le mouvement (3.39) non linéaire. En effet dans les méthodes utilisant un tenseur des déformations linéaire, le vecteur des forces internes ($K(u)$ dans (3.39)) est linéaire par construction. Ici ce ne sera pas le cas, c'est la raison pour laquelle les auteurs proposent de reformuler l'équation du mouvement par :

$$M \frac{d^2 u}{dt^2} + D \frac{du}{dt} + Ru = F \quad (3.45)$$

Dans cette formulation, le terme $K(u)$ est remplacé par $R(u)$ qui n'est pas linéaire. Cette formulation a pour principal intérêt de lever toute ambiguïté vis-à-vis de la formulation d'origine. Cette équation du mouvement (3.45) peut cependant être résolue par le schéma d'intégration ¹². On obtient alors un nouveau système à résoudre :

$$\left(M + \frac{1}{2} \Delta t_n D \right) \frac{d^2 u_{n+1}}{dt^2} = F_{n+1} - R(u_{n+1}) - D \left(\frac{du_n}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d^2 u_{n+1}}{dt^2} \Delta t_n \right) \quad (3.46)$$

D'après les auteurs, la résolution d'un tel système par une méthode traditionnelle telle que la méthode de Newton nécessite l'inversion de la matrice (3.47) (provenant

¹²Annexe A.12

de l'équation du mouvement) et cela, à chaque pas de temps.

$$M + \frac{1}{2}\Delta t_n D \tag{3.47}$$

Ce pas de temps Δt_n étant dans la plupart des cas susceptible de varier afin de garantir la stabilité du système, il rend impossible le pré-calcul de ce terme de l'équation du mouvement(3.47). Les auteurs proposent donc une autre méthode de résolution basée sur l'approximation de la matrice de masse M par une matrice diagonale et par le remplacement de la matrice D par (3.48) en utilisant les coefficients de Rayleigh.

$$D = \alpha M + \beta K \tag{3.48}$$

avec :

K : la matrice de raideur.

M : la matrice de masse.

α et β : des coefficients réels, appelés coefficients de Rayleigh.

En choisissant $\beta = 0$ on peut alors exprimer D uniquement en fonction de M qui comme nous venons de le souligner est maintenant une matrice diagonale. Finalement (3.47) se résume à une matrice diagonale. De ce fait, la résolution de l'équation (3.46) se résume à la résolution d'un ensemble d'équations indépendantes, en rapport direct avec les coefficients de la diagonale principale de la matrice (3.47) (les autres étant nuls). Le nouveau système ainsi obtenu peut alors être résolu sans inversion de matrice.

Dans le but de réduire les coûts engendrés par l'utilisation de la MEF, les auteurs proposent d'utiliser d'un maillage échelonné plutôt qu'un maillage uniforme. Cette utilisation d'un maillage gradué se justifie par le fait que la surface d'un objet nécessite un maillage fin, alors qu'un maillage plus grossier est suffisant pour modéliser l'objet en profondeur. En effet, sous l'effet d'une même force extérieure, les éléments en surface de l'objet subiront plus de déformation que les éléments à l'intérieur de celui-ci. Le critère utilisé pour graduer le maillage est donc la distance séparant un élément de la surface.

L'utilisation de la forme non linéaire des lois de déformations permet d'éviter les phénomènes de distorsions lors de la simulation de déformations globales, cependant elle rend incompatible l'utilisation d'une méthode d'intégration implicite avec du temps réel. De ce fait, les auteurs portent leur attention sur les méthodes d'intégrations explicites, ce qui n'est pas sans soulever des limitations propres à ce type

d'intégration tel que des pas d'intégration très petits pour garantir la stabilité. De plus, cela conduit à la mise en place d'un système linéaire contribuant à complexifier considérablement la résolution l'équation du mouvement. Face à ce problème, les auteurs proposent certaines alternatives qui ne sont pas sans poser certains problèmes. En effet, bien que l'approximation de la matrice de masse M soit acceptable, la diagonalisation de la matrice d'amortissement D peut conduire à la perte d'un certain nombre des propriétés viscoélastiques du matériau.

Dans [ZC00], ces mêmes auteurs, proposent une autre alternative pour la simulation en temps réel de déformations globales. Le postulat de départ est le même que précédemment, à savoir l'utilisation de la forme quadratique du tenseur des déformations plutôt que de la forme linéaire généralement privilégiée. Ceci leur permettra une fois encore de pallier les distorsions induites lors de déformations globales par l'utilisation de la forme linéaire du tenseur des déformations. La différence avec la méthode évoquée précédemment va résider dans les mécanismes employés pour résoudre (3.45) en temps réel. Alors que précédemment les auteurs proposaient de simplifier la matrice de masse M et la matrice d'amortissement D , dans ce présent travail, ils proposent de simplifier la résolution du système en imposant une restriction des pas de temps (Δt) possibles à un petit ensemble de valeurs, ce qui aura pour conséquence une réduction importante du nombre de matrices à inverser. Finalement, cette réduction du nombre des matrices à inverser va permettre leurs précalculs sous leurs formes factorisées (LU-factorisation). Ainsi lors de l'intégration, à chaque pas de temps, il suffira de substituer ces matrices dans les calculs.

Enfin, une optimisation est proposé et s'appuie sur le fait que les matrices manipulées sont « creuses », celle-ci consiste à réorganiser ces matrices à l'aide d'une méthode de « nested dissection » de telle sorte que sous leurs formes LU-factorisé elles soient moins volumineuses et donc plus rapidement manipulables. Plus précisément, Zhuang et Canny proposent une version modifiée de la « nested dissection » pouvant s'appliquer à un maillage irrégulier.

O'Brien et al. [OH99] proposent un modèle permettant la simulation de fractures pour des objets dits « fragiles » : caractérisés par un comportement purement élastique jusqu'à ce que survienne la fracture. Le modèle proposé se base sur la méthode des éléments finis (FEM) pour résoudre les équations différentielles issues de la mécanique des milieux continus.

Déformation :

Pour modéliser l'état de déformation du système, les auteurs font le choix d'utiliser le tenseur de déformation de Green (3.5). Pour pouvoir simuler la déformation de corps viscoélastiques, les auteurs vont améliorer leur métrique de la déformation par l'ajout d'un nouveau tenseur, le « strain rate tensor » (3.49) qui permet de prendre en compte les forces d'amortissements (damping force) responsables de la déformation visqueuse.

$$\nu_{ij} = \left(\frac{\partial x}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial \dot{x}}{\partial u_j} \right) + \left(\frac{\partial \dot{x}}{\partial u_i} \cdot \frac{\partial x}{\partial u_j} \right) \quad (3.49)$$

où :

\dot{x} : correspond à la dérivée de la position en fonction du temps.

u_i : fait référence au repère intrasèque du matériau.

Ces deux tenseurs (le tenseur de Green et le « strain rate tensor ») permettent de calculer les forces élastiques et les forces d'amortissement, mais ne sont pas suffisants pour prendre en compte les propriétés du matériau. Comme nous l'avons vu dans la partie consacrée aux notions physiques, cette prise en compte des propriétés du matériau passe par la définition d'un tenseur de contraintes, auquel les auteurs font référence sous le terme de « stress tensor ». Ce tenseur va permettre de combiner les informations provenant des deux tenseurs précédemment définis avec les propriétés du matériau considéré et ainsi déterminer les forces internes résultantes de charges (efforts) auxquelles est soumis le matériau. La mise en relation de ces différents tenseurs va permettre de caractériser les forces en présence à l'intérieur de l'objet par le biais d'équations différentielles. Pour résoudre ces équations différentielles, contrairement à [TPBF87], les auteurs font le choix d'utiliser la méthode des éléments finis. Afin de pouvoir appliquer la FEM, le matériau va être discrétisé à l'aide d'un maillage tétraédrique ; cet élément est important, car il conditionnera la méthode proposée pour créer les fractures.

Fracture :

Pour déterminer la localisation et l'orientation des fractures (susceptibles d'apparaître), il est nécessaire d'analyser précisément les forces s'exerçant sur les noeuds

du maillage. C'est à cette fin qu'est introduit un dernier tenseur, le « separator tensor » (tenseur de séparation). Ce tenseur est déterminé à partir d'une décomposition des forces s'exerçant sur chaque noeud, en forces de compression et forces de tension. Une fois formulé pour chacun des noeuds, il est directement utilisé pour déterminer où la fracture doit prendre naissance. Soit v_+ la plus grande valeur propre (valeur absolue) de ce tenseur au niveau d'un noeud donné, si v_+ est supérieur au seuil de résistance (fixé) du matériau, une fracture devra apparaître au niveau de ce noeud. Le plan de fracture est alors déterminé comme étant perpendiculaire au vecteur propre correspondant à v_+ . Ce choix sur l'orientation de la fracture n'a pas été validé physiquement, mais est plutôt le fruit d'une généralisation de diverses observations menant à ce constat. Nous ne détaillerons pas ici le procédé relatif à la génération de fractures, car celui-ci sera abordé en détail dans la Section 3.3.2.2.

La méthode ici proposée est l'une des méthodes offrant les résultats les plus pertinents dans le cas de fractures d'objets fragiles. On pourra néanmoins retenir un certain nombre de limitations. Tout d'abord, du fait notamment du choix d'une intégration explicite, les pas de temps choisis doivent être extrêmement petits (spécialement pour des objets fragiles) ce qui va impliquer des temps de calculs extrêmement importants. D'autre part, concernant le mécanisme de fracturation proposé : la distance parcourue par la fracture au cours d'un pas de temps va être directement corrélée à la taille des éléments du maillage (la fracture ne se propage qu'élément par élément et cela, à chaque pas de temps). Enfin, cette méthode hérite des principales restrictions généralement induites par l'utilisation d'un maillage : nécessité du remaillage, gestion difficile des petits éléments... .

O'Brien et al. [OH02] proposent d'étendre leurs précédents travaux aux objets dits « ductiles » : capable d'un comportement plastique. La technique proposée reprend les mêmes bases que la précédente. Cependant, afin de pouvoir prendre en considération la déformation plastique d'un matériau, ils proposent certaines modifications au niveau de l'expression de la métrique de déformation utilisée pour le calcul des forces internes. Toujours dans l'optique de prendre en compte les comportements plastiques, une autre modification est introduite et consiste en la mise à jour de la déformation plastique à chaque pas d'intégration. La méthode ainsi proposée permet de modéliser des comportements plus réalistes que précédemment, car comme souligné dans l'article, peu d'objets issus du monde réel ont un comportement purement élastique.

Par la suite, dans [IO06], les auteurs proposent ce que l'on peut considérer comme une simplification de leurs méthodes précédentes puisqu'ils proposent une méthode permettant de générer des fissures seulement sur la surface des objets. Pour ce faire, les auteurs se basent sur un maillage triangulaire de la surface de l'objet plutôt que sur un maillage volumique à base de tétraèdres. De plus, bien que la quantification des contraintes soit similaire à ce qui a été fait précédemment, le choix est fait de se focaliser uniquement sur l'apparence des fractures se dessinant à la surface des objets, de ce fait les auteurs proposent de ne pas tenir compte des mouvements des noeuds du maillage. En d'autres termes, le problème est ici abordé d'un point de vue statique plutôt que d'un point de vue dynamique comme tel était le cas dans les méthodes précédentes. Une telle méthode permet d'obtenir des fractures pour des coûts de calcul nettement moins important que dans [OH99] mais ne pas ni de rendre compte des déformations préalables (notamment dans le cas d'objets ductiles), ni la génération de fractures à l'intérieur des objets.

Müller et al. [MMDJ01] proposent une méthode pour simuler les déformations ainsi que les fractures d'objets de natures diverses.

Déformations :

Le modèle physique utilisé ici est similaire à celui évoqué précédemment (mais ne tiens compte que de l'aspect élastique). L'originalité de cette contribution vient de l'utilisation d'une résolution hybride des équations de la dynamique au cours du temps. Comme nous l'avons vu dans la partie consacrée aux méthodes d'intégration, chacune d'elle a des limitations qui lui sont propres. Ainsi, les techniques dites explicites nécessitent des pas de temps extrêmement petits sans quoi le système devient rapidement instable, alors que les techniques dites implicites garantissent la stabilité du système pour des pas d'intégration plus importants, mais cela au prix de calculs très importants. Faisant le constat de l'impact de ces limitations lors de simulations, les auteurs proposent une résolution des équilibres statiques (plus besoin d'un pas de temps) au moment des collisions et une intégration implicite en dehors des phases de collision. Ils justifient, cette approche statique du problème en considérant que toutes les déformations ont lieu au moment de la collision.

Fracture :

Les informations nécessaires pour déterminer la localisation et l'orientation d'une éventuelle fracture seront fournies par le tenseur des contraintes. Celui-ci étant symétrique, il va de ce fait posséder 3 vecteurs propres ainsi que 3 valeurs propres. Ces vecteurs propres vont représenter les directions principales des contraintes, alors que les valeurs propres vont les quantifier. Pour chaque tenseur de contrainte, on va alors comparer sa plus grande valeur propre d_{max} avec une valeur seuil fixée à priori en fonction du matériau dont on souhaite simuler le comportement. Si cette valeur est supérieure au seuil fixé, alors il y a fracture. En se basant sur des expériences et observations faites sur des matériaux isotropes, les auteurs définissent le plan de fracture α comme étant la normale au vecteur propre correspondant à d_{max} . Enfin l'importance de la fracture sera retranscrite au travers d'un rayon R_{frac} calculé en fonction de d_{max} et des paramètres caractéristiques du matériau. Tous les tétraèdres dans ce rayon vont alors être marqués par un signe « + » ou « - » en fonction de leur situation géographique par rapport au plan de fracture α (Figure 3.6). Finalement, les éléments de signes opposés sont séparés.

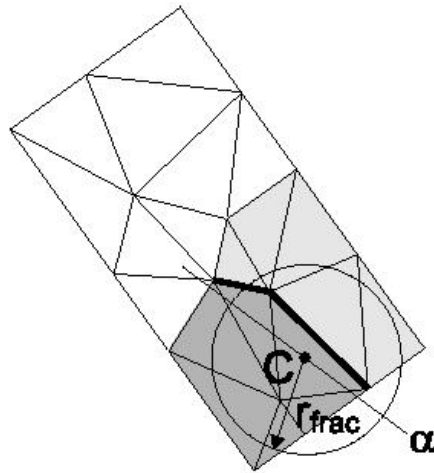


FIG. 3.6: La structure est fracturée compte tenu d'un plan de fracture α et d'un rayon R_{frac} permettant de délimiter la zone devant être fracturée. [MMDJ01]

Une fois la collision traitée et l'objet fracturé, on est en présence d'un ou plusieurs corps (morceaux d'objet) possédant une certaine inertie. On considère alors chacun de ces fragments (ou corps considérés comme topologiquement séparés) comme des corps rigides et de ce fait, on les anime à l'aide de la dynamique des corps rigides. Dans cette phase on résout l'équation du mouvement à l'aide d'un schéma d'intégration implicite d'Euler.

Ces travaux présentent l'intérêt de proposer du temps réel tout en conservant les bases d'une simulation physique. Cependant, ce temps réel est obtenu au prix d'un certain nombre de simplifications conduisant à des résultats moins réalistes que dans [OH99].

Müller et al. [MTG04] proposent de simuler la déformation ainsi que la fissuration d'un objet définit uniquement à partir de sa surface. La méthode proposée ici s'appuie sur un double maillage : un maillage surfacique construit à partir d'éléments plans (triangles) et un maillage volumique à base de cubes de taille uniforme. L'objet étant au départ uniquement défini par sa surface, ce second maillage (le maillage volumique) sera obtenu par voxélisation de l'objet à traiter. C'est sur ce second maillage (constitué d'éléments hexahedraux (cubes)) que sera appliquée la méthode des éléments finis ; c'est également à partir de ce maillage que ce feront les changements topologiques relatifs à l'apparition de fractures.

Déformations :

Le calcul des déformations se fera de manière analogue aux méthodes précédentes en utilisant notamment la méthode des éléments finis, cependant ici le calcul portera sur des éléments issus d'une discrétisation volumique uniforme de la boîte englobante de l'objet (voxélisation), ce qui aura pour conséquence de simplifier considérablement les calculs. En effet, l'utilisation du maillage volumique uniforme permet une simplification importante des calculs, en allégeant notamment le calcul de la matrice de rigidité, car les éléments ayant tous la même taille, la matrice de rigidité ne dépend plus que des propriétés du matériau. Il n'est alors plus nécessaire que de stocker une seule matrice de rigidité.

Comme dans [MMDJ01], les corps considérés comme indépendants en absence de collisions sont considérés comme des corps rigides et seront donc animés par la dynamique des corps rigides.

Fracture :

Si le seuil de fracture est atteint, les cubes du maillage volumique sont séparés. Durant cette séparation des éléments hexahédriques, aucun des triangles du maillage surfacique ne doit être coupé ; ceci est un élément très important, car sans cela la

fracture prendrait inévitablement une apparence trop linéaire. Les triangles présents simultanément dans les deux cubes sont attribués soit à l'un soit à l'autre en fonction de leurs centres. Finalement, une fois les cubes séparés, il sera nécessaire de remailler les nouvelles surfaces. Cette méthode originale propose de tirer avantage de la combinaison entre un maillage surfacique et un maillage volumique. Cette particularité va induire une très forte dépendance entre le choix du maillage choisi (forme, résolution) et les résultats obtenus.

Cotin et al. [CDA00] fait partie des nombreux travaux abordant la problématique des déformations dans le cadre de simulations chirurgicales ([BnC96], [PDA00], [PDA01], ...). Les auteurs proposent dans cet article une approche hybride pour calculer les déformations de l'objet ainsi que les forces résultantes de ces déformations. Cette approche est dite hybride, car elle va tenter de concilier deux modèles distincts :

- **Un modèle quasi statique** : Ce modèle est issu d'une publication antérieure ([CDA99]). Ce modèle privilégie la rapidité de résolution du problème d'élasticité linéaire. Le principe de ce modèle consiste à considérer le système comme s'il évoluait de manière statique au cours du temps, on cherchera donc seulement à résoudre les différentes équations (déformations, forces) du modèle à l'instant $t + 1$, en négligeant ainsi les effets de l'accélération et de la vitesse. Compte tenu de ces considérations, il est possible de déterminer les déformations d'un corps à un instant donné, par un processus en deux étapes :
 - La première étape consiste à pré calculer un ensemble de déformations élémentaires du système.
 - La seconde étape consiste à considérer toute déformation comme étant la résultante d'une combinaison linéaire de déformations élémentaires.Ce modèle est particulièrement bien adapté aux déformations locales pour lesquelles, il offre des résultats pertinents. Cependant, il ne permet pas les changements de topologie et est donc inadapté au découpage (et notamment aux opérations chirurgicales).
- **Un modèle de « masse-tenseur »** : Les déformations élémentaires pré calculées précédemment ne sont valides que pour une matrice de rigidité donnée, or lors d'un changement de topologie la matrice de rigidité du modèle change. Un autre modèle est alors proposé. Ce modèle aborde le modèle d'élasticité d'un point de vue dynamique plutôt que d'un point de vue quasi statique comme précédemment. Ce modèle s'appuie alors sur la méthode des éléments

finis dont nous avons évoqué les principes précédemment. Un réseau de tenseurs interconnectant les masses plutôt qu'un système masse-ressort est utilisé. Ce choix est motivé par le fait que l'utilisation de tenseurs permet une représentation continue de la matière ce qui est adapté au modèle physique utilisé et que cette représentation est complètement indépendante de la topologie du maillage. Malheureusement, ce modèle implique des calculs importants et ne peut être appliqué pour de grandes surfaces.

Faisant le constat des avantages et des inconvénients de chacun de ces deux modèles, les auteurs proposent une méthode hybride afin de tirer parti des avantages des deux modèles. Cotin et al. partant de l'exemple d'une pratique chirurgicale mettent en évidence le fait que lors de la visualisation d'une simulation chirurgicale, seule une partie de l'objet manipulé va être susceptible de subir des changements de topologie. Partant de ce second constat, les auteurs proposent de créer un modèle composé de deux types d'éléments (comme illustré sur la Figure 3.7) :

- Les éléments élastiques linéaires pré calculés et notés : *E-quasi statique*.
- Les éléments de type « tenseur-masse » notés : *E-dynamique*.

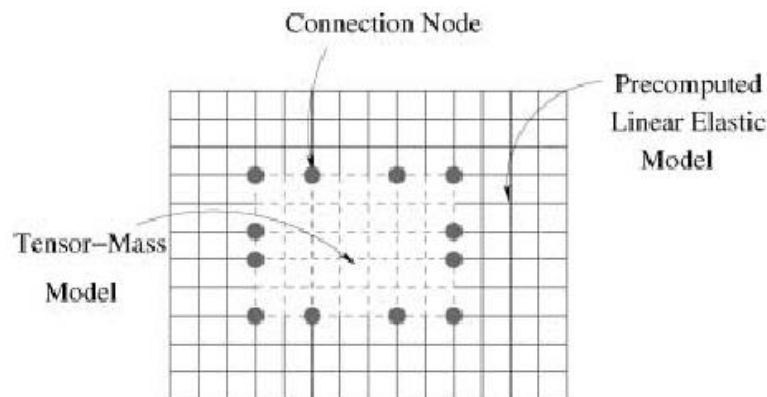


FIG. 3.7: Illustration du modèle hybride proposé dans [CDA00].

Les deux types d'éléments sont connectés au travers de noeuds de connexions définissant pour chacun des deux types de nouvelles conditions aux frontières. Par la suite, la simulation se déroule de la manière suivante :

- Dans un premier temps, les éléments de type *E-quasi statique* sont mis à jour (déplacement et calcul des forces au niveau des noeuds de ce type ainsi qu'au niveau des noeuds de connections) à partir des déplacements imposés au niveau de ces frontières (ces déplacements peuvent être induits soit par une force extérieure, soit par le mouvement de noeuds de connections).

- Dans un second temps, les éléments de type *E-dynamique* sont à leur tour mis à jour et ainsi de suite.

Ce modèle hybride particulièrement axé sur la simulation chirurgicale possède quelques limitations. De par, la séparation entre les deux types d'éléments, les changements de topologie ne peuvent survenir qu'à un endroit bien localisé de l'objet. D'autre part, ce modèle ne reste correct que pour des déformations de petite envergure du fait de l'utilisation des principes d'élasticité linéaire.

Wicke et al. [WBG07] proposent d'appliquer la FEM à des polyèdres « simples »¹³. Traditionnellement, les auteurs ont coutume d'associer la méthode des éléments finis à un maillage uniforme (du point de vue du type des volumes utilisés) généralement tétraédrique. Mais cela n'est pas sans poser certains problèmes, notamment lorsque l'objet modélisé est amené à être fracturé, car cela va quelquefois induire un re-maillage systématique d'une partie de la structure. En se basant sur des travaux issue de la géométrie et portant sur l'expression des coordonnées d'un système 2D puis récemment 3D, les auteurs parviennent à définir les fonctions de formes nécessaire à la mise en place des éléments finis pour des polynômes convexes. Cependant au moment du calcul de la matrice de rigidité (en amont du processus pour les problèmes d'élasticité linéaire, voir l'équation (3.38)), l'introduction de ces nouvelles fonctions de formes, va complexifier l'intégration. En effet, la matrice B n'est plus constante sur l'élément. Les auteurs proposent alors d'approcher cette intégrale en utilisant des points d'échantillonnages placés à l'intérieur de l'élément.

Les avantages relatifs à l'utilisation de polynômes convexes « simples » sont indéniables notamment dans le cadre de simulations de fractures, car elle permet entre autres une grande flexibilité de la structure. Cependant, il s'avère que ce procédé n'est adapté qu'aux problèmes d'élasticité linéaire ainsi qu'aux problèmes de visco-élasticité. Par la suite, **Martin et al.** [MKB⁺08] prolongent les travaux précédent, en rendant la méthode utilisable pour des polyèdres quelconques. Ainsi avec cette méthode, la méthode des éléments finis peut également s'appliquer sur des polygones concaves. Ceci sera rendu possible par l'utilisation de fonctions de base dites « harmoniques ». Le nouveau modèle devient alors compatible avec la forme non linéarisée du tenseur des déformations.

Müller et al. [MDM⁺02] sont motivés par le désir de proposer une méthode de

¹³Des polyèdres simples sont des polyèdres obligatoirement convexes et dont les faces sont triangulées.

simulation de déformations en temps réel, sans pour autant se limiter à de petites déformations. Alors que [ZC99][ZC00] proposaient d'utiliser une version non linéaire du tenseur des déformations afin de pallier aux distorsions induites lors de grandes déformations par l'utilisation de la version linéaire, Müller et ses collègues proposent de baser leurs travaux sur la version linéarisé du tenseur des déformations. Ce choix n'est pas anodin, en effet, l'utilisation du tenseur des déformations sous sa forme quadratique est rarement compatible avec du temps réel.

Cependant, comme souligné précédemment le principal inconvénient de la forme linéarisé du tenseur est que ce dernier n'est pas invariant en rotation : cela a pour conséquence d'induire des artefacts lors de la simulation, notamment dans le cas de grandes déformations. Pour pallier cette limitation, les auteurs proposent une méthode qu'ils nomment « stiffness warping » qui consiste, pour une déformation donnée, à en extraire la part liée à la rotation de l'objet. Pour ce faire, les auteurs commencent par définir un champ de tenseur de rotation R_i pour chaque noeud du système. Ce champ de tenseurs est sensé isoler le phénomène de rotation (mouvement rigide) des déformations pures (qui vont générer les forces élastiques). Les forces en chaque sommet peuvent alors être calculées en fonction des déformations réelles de l'objet. Ainsi, on a :

$$f_i = R_i \sum_{j=1}^n k_{ij} (R_i^{-1} (x_j - x_{0j})) \quad (3.50)$$

avec :

- f_i : forces élastiques du sommet i .
- n : nombre de noeuds de la structure.
- x_j : la position après déformation du sommet j .
- x_{0j} : la position initiale du sommet j .
- k_{ij} : une sous matrice de la matrice de rigidité globale K .

Le « stiffness warping » permet d'obtenir des résultats intéressants même lors de grandes déformations, cependant cette méthode peut entraîner l'apparition de forces fantômes pouvant avoir des effets néfastes lors du calcul des forces. Pour résoudre ce problème, [MG04], [NFC04] (entre autres) proposent de travailler directement sur les éléments du maillage plutôt que sur les noeuds. Dans la pratique, cela va consister à décomposer la transformation de l'élément déformé vers l'élément de repos afin de distinguer la rotation et les déformations subies par l'élément. On notera que la décomposition proposée dans [NFC04] est moins couteuse en temps de calcul que celle proposée dans [MG04], c'est pourquoi nous nous attarderons plus sur la

première citée. La méthode permettant d'extraire la composante du déplacement liée à la rotation de l'objet est explicitée sur la Figure 3.8 et sera davantage approfondie dans l'Annexe A.3.2.

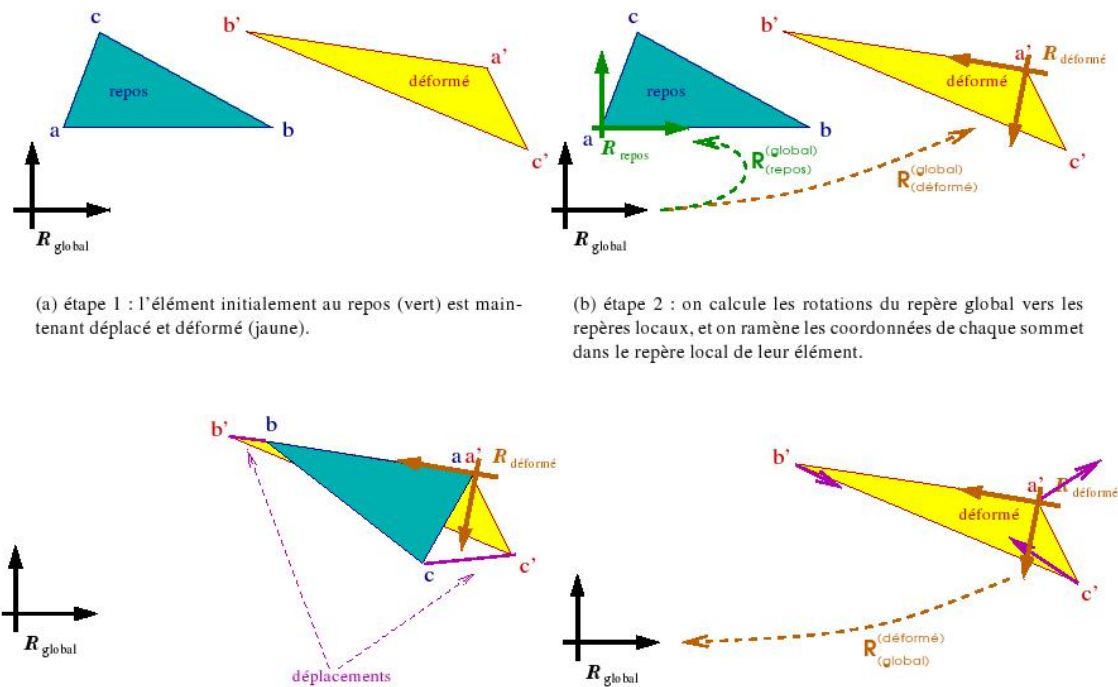


FIG. 3.8: Calcul des forces à partir des petits déplacements calculés après élimination des rotations.[NFC04]

La technique que nous venons de présenter permet d'utiliser un tenseur linéaire de déformation pour simuler de grandes déformations, néanmoins elle ne permet pas de réaliser de simulation en temps réel.

3.2.2 Méthodes non basées sur un maillage (Mesh Free methods)

Les méthodes que nous allons maintenant présenter ont la particularité de ne pas nécessiter un maillage de l'objet. Dans la partie précédente, consacrée aux différentes notions physiques, nous n'avons pas introduit les notions élémentaires relatives à ce type de méthodes (systèmes de particules...). La raison est que ces notions ne seront pas utilisées par la suite. Cependant si plus d'informations s'avéraient nécessaires, nous invitons le lecteur à se référer à [FM03].

Chang et Zhang [CZ04] présentent une méthode sans maillage pour simuler la déformation d'objets élastiques. Cette méthode comme celle proposée dans [JP99] propose de ne représenter que la déformation surfacique. Dans cette méthode, le maillage traditionnellement utilisé pour représenter un objet est remplacé par :

- Un ensemble de points dispersés sur la surface de l'objet « Cps » permettant de représenter sa géométrie ainsi que les conditions aux frontières.
- Un ensemble de points dispersés au voisinage de l'objet à déformer « VSPs ». Ces points sont censés simuler les forces extérieures s'exerçant sur l'objet. C'est à partir de ces points que les conditions aux frontières seront calculées et assignées à chaque CPs .

A partir de ces points, il va être possible de simuler les déformations d'objets élastiques en considérant le principe de superposition de la mécanique élastique. Ce principe dit que la résultante d'une charge appliquée à un objet peut être évaluée comme une combinaison linéaire d'un ensemble de charges élémentaires (pouvant être définies localement à partir des (VSPs)). On soulignera la rapidité d'obtention des résultats, bien plus importante que dans le cas de méthodes basées sur la méthode des éléments finis. Cependant bien que les auteurs soulèvent la possibilité d'étendre leur méthode à des déformations volumiques, les exemples présentés ne font état que de déformations de surfaces, on notera également que cette méthode n'est pas appropriée pour du temps réel.

Müller et al. [MKN+04] présentent dans leur article une méthode de simulation pour une gamme étendue d'objets (plastiques, élastiques,...). Ils s'appuient sur une représentation de l'objet à l'aide d'un échantillon de points. Une caractéristique importante de cette méthode est qu'elle est basée sur un modèle issu de la mécanique continue. Afin d'utiliser ce modèle issu de la mécanique continue et plus précisément le modèle d'élasticité, il est indispensable de discrétiser le volume étudié. Pour ce faire, le volume est discrétisé à l'aide de points indépendants les uns des autres et possédant chacun une palette de caractéristiques (coordonnée, vitesse, déformation, force...). Ces points sont appelés « phyxels » et devront être initialisés en amont de la simulation. Pour ce faire, on attribuera à chacun de ces points, deux valeurs : une masse et le rayon de leur support (rayon d'influence). A partir de ces deux valeurs, l'ensemble des autres valeurs caractéristiques pourra être déterminé. Il reste alors à déterminer pour chaque phyxels, les déformations, les tensions et les forces élastiques. Pour ce faire, il faudra dans un premier temps déterminer l'énergie

de déformation :

$$W_e = \frac{1}{2}(\epsilon \cdot \sigma) = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} \sigma_{ij} \right) \quad (3.51)$$

Dans un second temps, à partir de cette énergie, il est possible de déterminer pour chaque phyxel i , les forces élastiques par unité de volume :

$$f_i = -\nabla u_i W_e = -\frac{1}{2} \sigma \nabla u_i \epsilon \quad (3.52)$$

où :

$\nabla u_i W_e$: représente le gradient du tenseur de déformation relativement au déplacement u_i .

Pour calculer les valeurs des tenseurs ϵ et σ et ainsi résoudre l'équation précédente, il est alors nécessaire de déterminer la dérivée spatiale du champ des déplacements ∇U (qui ne doit pas être confondu avec ∇u_i). ∇U sera déterminé à partir des vecteurs de déplacement u_j des particules voisines. Une fois les dérivées du champs de déplacements calculées pour un phyxel i (localisé à une position x_i), il est possible de déterminer le tenseur de déformation élastique défini par Green ainsi que le tenseur de contrainte défini par la loi de Hooke.

Seuls, les « phyxels » ne peuvent permettre l'animation d'un objet, il est donc nécessaire d'introduire d'autres éléments capables de prendre la mesure des caractéristiques topologiques de la surface de l'objet. Ces nouveaux éléments sont appelés « surfels ». Ce sont des points échantillonnés sur la surface de l'objet. Les déplacements (permettant de refléter les déformations) au niveau des surfels sont calculés à partir de ceux calculés préalablement au niveau des phyxels voisins.

Ce modèle présente certaines limitations. Tout d'abord, les simulations portent sur des objets considérés comme Hookeen. De plus, la méthode d'approximation des moindres carrés mobiles utilisée pour le calcul de ∇U n'est efficace que dans la mesure où chaque phyxel possède au minimum 3 voisins (à des positions non dégénérées). Autrement dit, cette méthode est difficilement applicable dans des cas autres que le cas 3D. Enfin, ce modèle ne permet pas de gérer convenablement les fractures. C'est la raison pour laquelle, **Pauly et al.** [PKA⁺05] proposent d'étendre ces travaux à la génération et à la propagation de fractures.

Afin de modéliser les discontinuités, la notion de transparence est introduite dans la fonction de forme permettant de déterminer si deux noeuds peuvent interagir. Cette fonction de transparence comparée à la fonction de visibilité à l'avantage

d'autoriser une interaction partielle entre les noeuds, ce qui permet d'éviter d'avoir des discontinuités indésirables. Une fois la fracture localisée, celle-ci va se propager. A ce stade, la méthode propose d'ajouter au fur et à mesure de la propagation, des surfels afin de s'assurer de la continuité de la surface. Dans le même temps, l'intégrité de l'espace discrétisé est préservée par l'insertion dynamique de nouveaux noeuds de simulations. L'un des principaux inconvénients des méthodes sans maillage est qu'elles nécessitent d'échantillonner à un niveau élevé, les structures manipulées, même les plus petites. Or, dans le cas d'objets fragiles, les fragments générés au cours du processus lié à l'apparition de fracture(s) peuvent être nombreux. Cela aura pour conséquence d'augmenter considérablement le nombre de noeuds de simulation et donc de considérablement complexifier le système.

Müller et al. [MHTG05] proposent une méthode différente de toutes celles que l'on a pu voir jusqu'à présent. Contrairement aux méthodes évoquées précédemment, le modèle de déformation ici présenté s'appuie sur des considérations géométriques, de telle sorte qu'ici, l'énergie est remplacée par des contraintes géométriques et que les forces sont matérialisées par la distance entre une position courante et une « goal position », déterminée par une méthode de « shape matching » (ou **correspondance de forme**). Les objets considérés sont discrétisés à l'aide de points de masse sans qu'aucun maillage soit nécessaire. Ces points de masse sont alors animés comme un système de particules sans connexions. Les auteurs proposent un schéma géométrique pour l'intégration. Faisant le constat des insuffisances des modèles d'intégrations, en mettant tout particulièrement l'accent sur le manque de stabilité des méthodes d'intégrations explicites, ce schéma d'intégration géométrique est présenté comme étant une clé permettant de pallier les problèmes de stabilité du système au cours de la simulation. Le principe de la méthode proposée consiste à s'assurer qu'au cours de la déformation, les points de masse ne dépassent pas une position d'équilibre ou « goal position ». Pour se faire, nous procéderons en deux temps :

1- Shape matching : étant donné un ensemble de points dont la position initiale x_{i0} et la position courante (au moment du traitement) x_i sont connues ; le *Shape Matching*¹⁴ va permettre de définir les « goal position » g_i pour chacun des points de masse du système. Les détails de cette méthode peuvent être trouvés en Annexe

¹⁴Généralement, la méthode de *Shape Matching* cherche à trouver les transformations optimales permettant de faire le lien entre deux positions dans l'espace (travail sur des corps rigides). Ici le *Shape Matching* est utilisé pour calculer des transformations linéaires (ou quadratiques) permettant de faire le lien entre deux états d'un corps déformable.

A.3.3.

2- Etape d'intégration : A chaque pas de temps, les points de masse seront soit déplacés à la « goal position » soit déplacés en direction de cette position en utilisant un schéma d'intégration particulier qui peut être trouvé en Annexe A.3.3.

Ce schéma d'intégration est proche du schéma d'intégration *forward-Backward* d'Euler. La seule différence se situe dans le calcul de la vitesse.

Remarque : *Il est possible de retrouver la formulation d'Euler en définissant $\alpha = 0$.*

A partir du schéma global présenté ici, les auteurs parviennent à simuler tout un panel de déformation : déformations linéaires, quadratiques, plastiques, en effectuant des modifications au niveau du calcul des « goal positions ».

Les résultats obtenus sont ceux escomptés, ils sont réalistes et la méthode d'intégration proposée est d'une grande stabilité. Cependant, cette méthode n'a pas d'accréditation physique et bien que les résultats paraissent réalistes rien ne garantit qu'ils soient en adéquation avec la réalité physique. Cette méthode ne nécessitant pas de maillage, elle permet de travailler à partir d'une simple représentation surfacique d'un objet et ne nécessite pas comme certaines méthodes une description complexe de l'objet.

Steineman et al. [SOG06] proposent une méthode que l'on caractérisera d'hybride. En effet, cette méthode relève aussi bien des méthodes dites « avec maillage » que des méthodes dites « meshless ». La surface des objets traités est modélisée à l'aide d'un maillage surfacique alors que leurs volumes sont modélisés à l'aide de particules. Le travail présenté ici s'appuie en partie sur [MKN+04] que nous avons précisé précédemment. Les principales contributions de cet article portent sur deux points importants. Tout d'abord, les surfaces fracturées sont modélisées explicitement pour pallier les limitations concernant le contrôle de la trajectoire des fractures, généralement induites par l'utilisation d'une représentation implicite des surfaces. Dans un second temps, il est proposé un nouveau graphe de visibilité permettant la mise à jour rapide des fonctions de formes.

- **Maillage des surfaces des fractures :** Considérant l'avancement de la fracture entre deux pas de temps, la surface parcourue est alors notée S_s . C'est cette surface qu'il va falloir mailler au fur et à mesure de la propagation de la fracture. Pour ce faire la première étape consiste à trianguler S_s . Puis dans un

second temps on déterminera les intersections entre S_s et la surface initiale de l'objet.

- **Graphe de visibilité** : C'est un élément essentiel de la discrétisation sans maillage, en effet c'est à partir de ce graphe que vont être définies les fonctions de forme utiles à l'approximation du champ des déformations. Ce graphe précise pour chaque noeud de simulation, l'ensemble de ses voisins. Le graphe de visibilité est tout d'abord initialisé comme un graphe de Riemannian et est ainsi constitué d'un ensemble de noeuds ainsi que d'un réseau d'arêtes reliant un noeud avec ces plus proches voisins. A partir de ce graphe et en tenant compte du rayon support de chaque noeud, il est possible de déterminer pour chacun d'eux, l'ensemble de ces voisins et ainsi de définir les fonctions de forme. Si une fracture se dessine, il est alors nécessaire de mettre à jour le graphe de visibilité afin de redéfinir le voisinage de chaque noeud, cela dans le but de redéfinir les fonctions de forme.

Zhang et al. [ZZS⁺06] présentent une méthode de simulation physiquement réaliste de fracture où l'attention est plus particulièrement portée sur la modélisation des petits débris qui sont générés lors de fractures ainsi que sur leurs interactions mutuelles ou avec d'autres objets. A l'instar de la méthode précédente [SOG06], la méthode proposée ici est une méthode hybride qui va concilier une méthode avec maillage (éléments finis tétraédriques) avec une méthode sans maillage (système de particule basé sur la dynamique moléculaire). Dans un premier temps, l'objet est subdivisé en tétraèdres. Puis au cours de la détérioration de l'objet, lorsque les morceaux d'objets créés suite à l'apparition de fracture sont estimés suffisamment petits, les tétraèdres qui les représentent sont assimilés à une particule. Par la suite, les petits éléments sont animés tel un système de particule classique.

Cet article, en alliant les avantages d'un maillage tétraédrique (notamment facilité de détection des collisions), avec les avantages d'un modèle sans maillage s'appuyant sur la dynamique moléculaire (gestion des interactions entre particules) propose des résultats convaincants permettant la prise en compte des débris. On retiendra cependant que la forme des particules va être directement induite par la forme du maillage.

3.3 Modèle spécifique au bois pour la simulation de déformations et de fractures

Nous nous sommes rendu compte en parcourant la littérature qu'il n'existe pas, à notre connaissance de travaux en synthèse d'images, permettant de simuler le comportement spécifique du bois vis-à-vis de contraintes. Plus particulièrement, aucun des travaux sus cités ne permet de prendre en compte à la fois : le caractère orthotrope du bois (voir chapitre 1.1.2), son caractère hétérogène (lié notamment à la présence de fibres), ainsi que son comportement viscoélastique. De plus, les méthodes proposées pour la gestion des fractures ne sont généralement pas validées physiquement.

C'est la raison qui nous a conduit à baser nos travaux sur des études à la fois qualitatives et quantitatives dédiées au matériau bois et à son comportement vis-à-vis de forces extérieures. Ces études sont généralement issues des domaines de la physique et de la mécanique. Nous avons donc envisagé une collaboration avec des physiciens ce qui a le double avantage de nous permettre de baser nos travaux sur des théories physiquement valides et de nous offrir la possibilité d'avoir accès à des outils nous permettant de quantifier la justesse des résultats obtenus par notre méthode (en comparaison avec la réalité). Nous faisons ainsi le choix de baser nos travaux sur les différentes études proposées par Dubois et al ([DCP02], [CD01], [DCP98], [DP05]).

Dans un premier temps, nous précisons les éléments issus de ces travaux permettant de formaliser un modèle de déformation et un modèle de fracture spécifique au bois. Dans un second temps, nous détaillons la manière dont ce modèle a été intégré au sein d'un simulateur compte tenu de considérations propres au domaine de la synthèse d'images. Dans une troisième partie, nous ferons état des résultats obtenus ainsi que des problèmes rencontrés. Finalement, dans une ultime partie, nous prendrons en considération les limitations du modèle proposé afin d'en dégager certaines perspectives.

3.3.1 Modèle

Comme nous venons de le préciser, le modèle décrit ici s'inspire des différentes études menées par Dubois et al.([DCP02], [CD01], [DCP98], [DP05]). Rappelons également que l'étude de ces différents travaux a pour vocation de permettre la mise en place d'un modèle spécifique au bois. La description de ce modèle sera faite en

deux temps : dans la première partie nous décrirons les notions relatives à l'étude des déformations alors que dans la seconde, sera consacré aux éléments nécessaires à la caractérisation des fractures.

3.3.1.1 Modèle de déformation

L'objectif de cette partie n'est pas de définir le modèle de déformation dans son ensemble, mais plutôt de dégager les éléments qui différencient ce modèle des différents modèles étudiés jusqu'à présent : le but étant d'éviter les redondances d'informations. Les principales différences avec les modèles que nous avons pu étudier jusqu'à présent se situent au niveau de la définition de la loi de comportement du matériau, ainsi qu'au niveau de la méthode de résolution analytique. Ainsi, allons-nous approfondir l'étude de ces éléments.

Loi de comportement :

Le premier élément indispensable à l'établissement d'un modèle spécifique au bois est la formalisation d'une loi de comportement à même de refléter l'aspect viscoélastique ainsi que le caractère orthotrope de ce matériau atypique. Comme nous l'apprend la science des matériaux, la loi de comportement d'un corps viscoélastique peut être décrit par la relation suivante :

$$\epsilon_{ij}(t) = \int_{-\infty}^t J_{ijkl}(t - \tau) \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial \tau} d\tau \quad (3.53)$$

Dans cette équation, ϵ_{ij} et σ_{kl} représentent respectivement le tenseur des déformations et le tenseur des contraintes. J_{ijkl} est le tenseur de compliance ou « creep compliance tensor ». C'est un tenseur d'ordre 4 dépendant du temps qui va permettre de mettre en relation les déformations et les contraintes. Cette équation met clairement en évidence le fait que le comportement d'un corps viscoélastique à l'instant t est entièrement dépendant de son comportement tout au long des états précédents cet instant (donc une infinité d'états).

Cette équation que nous venons de présenter sous sa forme générale est vraie quelle que soit la spécificité comportementale du matériau envisagé. En d'autres termes, cette loi est valable pour les matériaux « isotropes » ainsi que pour les matériaux « anisotropes » : en particulier, elle sera vraie pour les matériaux orthotropes. La prise en compte ou non, des différentes symétries comportementales se traduira, par le nombre de coefficients indépendants utilisés dans la représentation du tenseur de compliance. Ainsi, dans le cas de l'orthotropie, si l'on se ramène à

un problème à deux dimensions (pour simplifier l'écriture), l'équation précédente (3.53) peut alors être réécrite de manière à mettre en évidence les composantes de ce tenseur de compliance. On obtient alors :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11}(t) \\ \epsilon_{22}(t) \\ 2\epsilon_{12}(t) \end{pmatrix} = \int_{0^-}^t \begin{pmatrix} J_{11}(t-\tau) & J_{12}(t-\tau) & 0 \\ J_{12}(t-\tau) & J_{22}(t-\tau) & 0 \\ 0 & 0 & J_{33}(t-\tau) \end{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \tau} \begin{pmatrix} \sigma_{11}(t) \\ \sigma_{22}(t) \\ \sigma_{12}(t) \end{pmatrix} d\tau \quad (3.54)$$

La relation que nous venons de voir permet de mettre en relation les déformations subies, avec les contraintes résultantes. Cependant, cette relation à elle seule ne nous fournit pas tous les éléments nécessaires à la caractérisation du comportement. En effet, cette équation est incomplète puisqu'il nous reste à définir les valeurs des composantes du tenseur de compliance J_{ijkl} . Pour ce faire, les auteurs proposent d'utiliser un modèle de Kelvin-Voigt généralisé pour en approcher les valeurs. Compte tenu du modèle illustré par la Figure 3.9, le tenseur de compliance peut être calculé par la relation suivante :

$$J_{ijkl}(t) = \left[\frac{1}{k_{ijkl}^{(0)}} + \frac{1}{\eta_{ijkl}^{(\infty)}} + \sum_{m=1}^M k_{ijkl}^{(m)} \cdot (1 - e^{-\lambda_{ijkl}^m t}) \right] \cdot H(t) \quad (3.55a)$$

avec :

$$\lambda_{ijkl}^m = \frac{k_{ijkl}^{(m)}}{\eta_{ijkl}^{(m)}} \quad (3.55b)$$

Dans cette équation, k_{ijkl}^x et η_{ijkl}^x désignent respectivement la constante de raideur

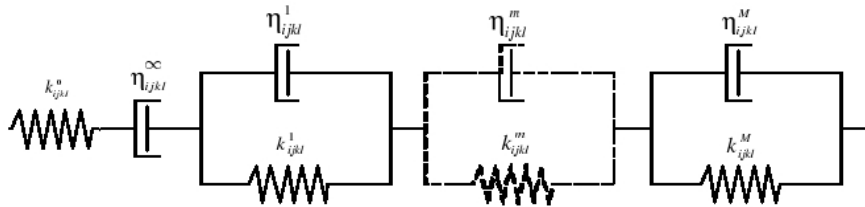


FIG. 3.9: Modèle de Kelvin-Voigt généralisé. Inspiré de [DCP98].

et le module de viscosité du x^{ieme} ressort ou amortisseur. La fonction $H(t)$ est une fonction nommée « Heavyside step unit function »¹⁵ qui joue le rôle d'interrupteur dans l'équation globale.

¹⁵ $H(t)$ est une fonction discontinue qui vaut 0 quand son argument est négatif et 1 quand son argument est positif.

Contrairement à ce qui a pu être fait dans [TF88] ou [OH99], l'utilisation de ce modèle généralisé de Kelvin-Voigt permet de correctement modéliser le comportement viscoélastique du bois, notamment au travers de deux aspects :

- **Premièrement** : La présence du ressort caractérisé par la raideur k^0 en amont du modèle permet de matérialiser la déformation purement élastique initiale que va subir le bois dans les premiers instants suivant l'application de la charge.
- **Deuxièmement** : Une seule cellule de Kelvin-Voigt n'est pas suffisante pour caractériser un comportement viscoélastique. Si l'on veut se conformer au comportement réel du bois, il est nécessaire d'utiliser plusieurs cellules de Kelvin-Voigt. De manière générale plus le nombre de cellules utilisé sera important plus le comportement modélisé sera conforme avec la réalité.

Résolution analytique :

La loi de comportement que nous venons de préciser se présente sous la forme d'une intégration temporelle. Pour résoudre analytiquement, cette équation permettant de décrire le comportement spécifique de bois vis-à-vis de contraintes (3.53), Dubois et al. proposent de la reformuler sous une forme incrémentale :

$$\Delta\epsilon_{ij}(t_n) = M_{ijkl} \cdot \Delta\sigma_{kl}(t_n) + \tilde{\epsilon}_{ij}(t_{n-1}) \quad (3.56)$$

Dans cette équation, $\Delta\epsilon_{ij}(t_n)$ et $\Delta\sigma_{kl}(t_n)$ représentent respectivement l'incrément de déformation et de contrainte au cours de la période de temps représenté par l'incrément ∇t_n ($\nabla t_n = t_n - t_{n-1}$). Dans cette équation, M est le tenseur de pseudo-compliance qui est la version incrémentale du tenseur de compliance J_{ijkl} :

$$M = \frac{1}{k^0} + \frac{\Delta t_n}{2 \cdot \eta^\infty} + \sum_{q=1}^m \frac{1}{k^q} \left(1 - \frac{1}{\Delta t_n \cdot \lambda^q} \cdot (1 - e^{-\Delta t_n \cdot \lambda^q})\right) \quad (3.57)$$

L'historique des déformations et des contraintes est prise en compte dans l'équation (3.56) grâce au terme $\tilde{\epsilon}_{ij}(t_{n-1})$ qui est en quelque sorte la mémoire de l'état du système au temps t_{n-1} et peut être calculé grâce à l'égalité.

$$\tilde{\epsilon}_{ij}(t_{n-1}) = \left[\frac{\Delta t_n}{\eta^\infty} - \sum_{q=1}^m \frac{1}{k^q} \cdot (1 - e^{-\Delta t_n \cdot \lambda^q}) \right] \sigma(t_{n-1}) - \sum_{q=1}^m (1 - e^{-\Delta t_n \cdot \lambda^q}) \cdot \epsilon^q(t_{n-1}) \quad (3.58)$$

3.3.1.2 Modèle de fracture

Dans le modèle de fracture que nous allons présenter nous identifierons les éléments permettant de caractériser le comportement du bois localement au niveau de

la fracture et les éléments permettant de définir un critère de fracture.

Caractérisation du fond de fissure :

En fond (ou pointe) de fissure¹⁶, le champ de contrainte est singulier. Pour caractériser le comportement particulier du bois en fond de fissure, Dubois et al. introduisent des facteurs d'intensités locaux : le « viscoelastic stress intensity factor » K_β^σ et le « crack opening intensity factor » K_β^ϵ . Ces deux grandeurs sont ensuite mises en relation par l'égalité suivante :

$$K_\beta^\epsilon = \int_{0^-}^t C_\beta(t - \tau) \frac{\partial K_\beta^\sigma}{\partial \tau} \quad (3.59)$$

avec :

$\beta \in 1, 2$: pour des problèmes planaires.

C_β : désigne les fonction de compliance reduite viscoélastique. Ce tenseur est équivalent à J_{ijkl} mais est spécifique à la description du comportement au voisinage du fond de fissure.

Compte tenu des paramètres qui viennent d'être introduits, il est possible d'utiliser l'équation (3.56), afin de décrire localement le comportement du bois :

$$\Delta K_\beta^\epsilon(t_n) = M_\beta \cdot \Delta K_\beta^\sigma(t_n) + \tilde{K}_\beta^\epsilon(t_{n-1}) \quad (3.60)$$

Dans cette formulation $\Delta K_\beta^\epsilon(t_n)$ et $\Delta K_\beta^\sigma(t_n)$ représentent les incréments des facteurs d'intensité durant le laps de temps Δt_n et peuvent également être défini par :

$$(\Delta K_\beta^\epsilon)_n = K_\beta^\epsilon(t_n) - K_\beta^\epsilon(t_{n-1}) \quad (3.61)$$

Critère de fracture :

Généralement en mécanique de la rupture, le critère utilisé pour déterminer l'initiation ainsi que la propagation d'une fracture est un critère énergétique. Ainsi, l'instant critique t_c qui va coïncider avec l'avancement de la fracture (initiation ou

¹⁶Ici le fond de fissure correspond à la surface formée par l'avancement de la fracture au sein du matériau

propagation) sera déterminé à partir de considérations sur l'énergie libérée par le système.

Soient W l'énergie libre du système et a la longueur de la fracture, il est possible de déterminer le taux de restitution d'énergie $G(t)$:

$$G(t) = -\frac{\partial W(t)}{\partial a} \quad (3.62)$$

Si l'on considère un allongement de la fracture Δa , l'équation (3.62) devient :

$$G(t) = -\frac{\Delta W(t)}{\Delta a} \quad (3.63)$$

Dans cette formulation du taux de restitution de l'énergie, l'énergie libérée ΔW peut être calculée à partir des facteurs d'intensité décrits précédemment, nous obtenons ainsi :

$$\Delta W(t) = \Delta a \frac{K_1^\sigma \cdot K_1^\epsilon}{8} \quad (3.64)$$

En injectant cette nouvelle formulation de l'énergie libre (3.64) dans l'équation (3.62), on obtient :

$$G(t) = \frac{K_1^\sigma \cdot K_1^\epsilon}{8} = \frac{K_2^\sigma \cdot K_2^\epsilon}{8} \quad (3.65)$$

Finalement, les équations 3.61 et (3.60) permettent de réécrire (3.65) :

$$G_1(t_n) = a[\Delta K_1^\epsilon(t_n)]^2 + b \cdot \Delta K_1^\epsilon(t_n) + c \quad (3.66a)$$

avec :

$$a = \frac{1}{8 \cdot M_1}$$

$$b = \frac{M_1 \cdot K_1^\sigma(t_{n-1}) + K_1^\epsilon(t_{n-1}) - \tilde{K}_1^\epsilon(t_{n-1})}{8 \cdot M_1}$$

$$c = K_1^\epsilon(t_{n-1}) \cdot \frac{M_1 \cdot K_1^\sigma(t_{n-1}) + \tilde{K}_1^\epsilon(t_{n-1})}{8 \cdot M_1}$$

Si l'on considère l'ensemble des valeurs du système comme étant connues au temps t_{n-1} , l'équation précédente permet alors d'exprimer l'énergie restituée uniquement en fonction du facteur d'intensité d'ouverture de fracture.

Remarque : *Le champ des contraintes étant singulier au niveau de la pointe de fracture, il est généralement conseillé de s'en éloigner légèrement pour calculer le taux d'énergie restitué. A cette fin, Dubois et al. proposent de calculer ce taux de restitution sur la couronne d'intégration (G_{θ}) entourant la pointe de fissure. Nous ne précisons pas davantage cet aspect du modèle, car nous n'avons pas poussé nos investigations jusque-là.*

Finalement, ce taux de restitution de l'énergie est comparé à un taux de restitution dit critique G_c (appelé par Griffith, résistance à la fissuration) et pouvant être déterminé expérimentalement.

Remarque : *Une autre valeur pourra être utilisée pour évaluer l'amorçage d'une fracture, il s'agit de la tenacité du matériau notée k_c et qui sera comparé au facteur d'intensité k^σ .*

Au regard de ce que nous venons de voir, on comprend l'intérêt d'une caractérisation « locale » du comportement du bois au niveau du front de fissure dans la détermination du critère de fracture. Compte tenu de ce critère de fracture et des éléments de caractérisation locaux vus précédemment, nous sommes donc en mesure de prévoir où et comment une fracture est susceptible de se développer.

3.3.2 Mise en Oeuvre

Le cadre ayant été posé, nous allons maintenant voir d'un point de vue pratique, comment celui-ci va s'intégrer au sein du modèle que nous avons développé. Parmi l'ensemble des éléments mis en oeuvre dans le but de proposer une solution à la problématique soulevée, nous distinguerons les éléments relatifs à la mise en place d'un modèle de déformation cohérent (au regard du modèle que nous venons de voir), des éléments relatifs à la génération des fractures (toujours par rapport au modèle précédemment décrit).

3.3.2.1 Déformation

Nous avons choisi de prendre comme point de départ pour nos travaux, un modèle de simulation non spécifique au bois qui sera décrit dans la partie « Modèle de base ». Par la suite et dans le but de simuler le comportement spécifique du bois, nous modifierons ce modèle de « base » en utilisant le modèle spécifique au bois décrit dans la partie précédente (Section 3.3.1), la description de ce nouveau modèle sera faite dans la partie consacrée au « Nouveau Modèle ».

Modèle de « base » :

Le modèle que nous utiliserons est disponible dans [EDK⁺]. Pour d'avantage d'explications relatives à l'implémentation, sa description complète peut être trouvée dans [ESH05]. Ici, nous ne détaillerons pas la totalité de ce modèle qui est une mise

en application des concepts introduits dans la section 3.1, nous nous contenterons de nous attarder sur les éléments de ce modèle qui seront susceptible d'être modifiés par la suite afin en vue de l'intégration des éléments décrits dans la section précédente (Section 3.3.1). Ce modèle est caractérisé par l'utilisation de :

- La méthode des éléments finis pour résoudre les équations du mouvement.
- La forme linéaire du tenseur des déformations.
- La loi de Hook pour faire le lien entre l'état de déformation et l'état de contrainte du système. Les objets étudiés étant considérés comme isotropes, la loi de Hook est ici utilisée sous une forme simplifiée.

Remarque : *Le choix de la méthode des éléments finis nous a semblé naturel, car c'est à ce jour la méthode la plus précise pour approcher numériquement les équations aux dérivées partielles et de fait, c'est également la méthode la plus répandue, notamment au sein de la communauté physique. Quant à la modélisation physique du comportement (choix des tenseurs et lois de déformation), celui-ci a été motivé par le désir de baser nos travaux sur un modèle simple facilement intelligible et modifiable.*

La principale divergence entre ce modèle de « base » et le modèle final escompté, résidera dans la loi de comportement utilisée. Dans le modèle ici décrit, la loi utilisée pour décrire le comportement des objets modélisés, est spécifique aux corps purement élastiques. Cette loi peut s'écrire de la façon suivante :

$$\sigma = D.\epsilon \tag{3.67}$$

avec :

D : la matrice d'élasticité définie par :

$$D = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{pmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix}$$

où :

E et ν font référence aux module de Young et au coefficient de Poisson.

L'utilisation de cette forme simplifiée de la loi de Hook permet de simplifier considérablement l'implémentation et le calcul de la matrice d'élasticité. En effet,

compte tenu du faible nombre de coefficients indépendants dans cette matrice, celle-ci peut être écrite sous la forme :

$$D = \begin{pmatrix} D0 & D1 & D1 & 0 & 0 & 0 \\ D1 & D0 & D1 & 0 & 0 & 0 \\ D1 & D1 & D0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & D2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D2 \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

La forme de cette matrice de rigidité en laquelle réside l'essence de la loi de comportement va considérablement influencer l'implémentation du reste du modèle. En particulier, elle va conditionner l'implémentation de la matrice de rigidité : élément central de la méthode des éléments finis. Afin de mieux visualiser cette relation entre les spécificités de la matrice d'élasticité et le calcul de la matrice de raideur, nous allons rappeler et développer la manière dont cette dernière sera calculée. Rappelons que la matrice de raideur est définie, pour un élément (tétraèdre) donné, par la relation suivante :

$$K = B^T DBV \quad (3.69)$$

Dans cette équation, la matrice B qui contient les dérivées des fonctions de forme N (voir chapitre 3.1.3.2) est définie par la relation (3.32) qui peut être formulée sous une forme plus compacte et surtout plus propice à l'implémentation, B s'écrit alors :

$$B = [B_0 B_1 B_2 B_3] \quad (3.70)$$

Compte tenu des simplifications d'écriture introduites dans (3.70) et (3.68), l'équation de la matrice de raideur (3.69) peut alors s'écrire :

$$K = \begin{pmatrix} B_0^T DB_0V & B_0^T DB_1V & B_0^T DB_2V & B_0^T DB_3V \\ B_1^T DB_0V & B_1^T DB_1V & B_1^T DB_2V & B_1^T DB_3V \\ B_2^T DB_0V & B_2^T DB_1V & B_2^T DB_2V & B_2^T DB_3V \\ B_3^T DB_0V & B_3^T DB_1V & B_3^T DB_2V & B_3^T DB_3V \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

Plutôt que de calculer cette énorme matrice de manière globale, on se propose de calculer individuellement chacun de ces termes. On introduit ainsi, les sous matrice de raideur notées K_{nm} de telle sorte que :

$$K_{nm} = B_n^T DB_mV \quad (3.72)$$

L'équation (3.71) devient alors :

$$K = \begin{pmatrix} K_{00} & K_{01} & K_{02} & K_{03} \\ K_{10} & K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{20} & K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{30} & K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

Finalement, compte tenu des propriétés de symétrie de la matrice d'élasticité D (3.68), il en découle la propriété suivante pour les sous matrices de raideur :

$$K_{ij} = B_i^T D B_j V = (B_j^T D B_i V)^T \quad (3.74)$$

Nous ne ferons pas ici la preuve de cette égalité néanmoins, il est possible de vérifier rapidement cette égalité en prenant l'exemple du calcul de n'importe quelle paire de sous matrices, à la seule condition que celles-ci soient symétriques par rapport à la diagonale de la matrice globale (par exemple K_{01} et K_{10}).

De manière générale, on écrira que $(K_{ij})^T = K_{ij}$. Du fait de cette égalité, le calcul de la matrice de raideur peut donc être réduit au calcul des éléments constituant la partie supérieure (ou inférieur) de la matrice globale (3.73). Enfin, du fait de la nature constante de la matrice D sur l'ensemble de l'élément (il en est de même de la matrice B), la matrice de rigidité sera également constante sur un élément ; celle ci pourra donc être précalculée.

Nouveau modèle :

Nous allons maintenant aborder la manière dont le modèle de base précédemment décrit a été modifié de manière à intégrer les éléments spécifiques au bois (explicités dans la section 3.3.1).

Le bois est un matériau viscoélastique et à ce titre, il ne peut en toute vraisemblance pas être considéré comme un matériau élastique (ce qui est sous-entendu par l'utilisation de la loi de Hook) tel que c'est le cas dans le modèle de base. Nous allons donc dans un premier temps devoir substituer à la matrice d'élasticité D , la matrice de compliance J_{ijkl}^{-1} (3.53)¹⁷. Afin de pouvoir définir cette nouvelle matrice, nous allons devoir réécrire (3.55a) sous une forme plus adaptée à la programmation. On écrit alors :

$$[J(t)] = \beta(t) \cdot [J_0] \quad (3.75)$$

¹⁷Ici, il s'agit de substituer l'inverse de la matrice de compliance puisque dans (3.53) la déformation était exprimée en fonction de la contrainte alors que dans notre modèle de la « base », c'est la contrainte qui est exprimée en fonction de la déformation.

où :

$\beta(t)$: est défini à partir d'un modèle de Kelvin-Voigt. Les différentes valeurs de raideur et de viscosité sont des constantes connues. Par souci de simplicité nous utiliserons généralement un modèle de Kelvin-Voigt rudimentaire constitué de seulement quelques ressorts et de quelques amortisseurs. De manière générale, nous écrivons :

$$\beta(t) = \left[\frac{1}{k^{(0)}} + \frac{1}{\eta^{(\infty)}} + \sum_{m=1}^M k^{(m)} \cdot (1 - e^{-\lambda^m \cdot t}) \right]$$

$[J0]$: est en quelque sorte l'armature du tenseur de compliance, puisque cette matrice va permettre de faire varier la viscosité et la raideur de l'élément compte tenu des directions privilégiées d'orthotropie du bois. Cette matrice peut être écrite compte tenu de constantes déterminées expérimentalement. De manière générale, nous écrivons :

$$[J0] = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_{11}} & \frac{-\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{-\nu_{13}}{E_{11}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_{11}} & \frac{1}{E_{22}} & \frac{-\nu_{23}}{E_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_{11}} & \frac{-\nu_{23}}{E_{22}} & \frac{1}{E_{33}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2 \cdot G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2 \cdot G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2 \cdot G_{12}} \end{pmatrix}$$

où :

E_{ii} : fait référence au module de Young.

ν_{ij} : fait référence au coefficient de Poisson.

G_{ij} : fait référence au module de Cisaillement.

Ce remplacement de la matrice d'élasticité par la matrice de compliance ainsi définie va induire d'autres modifications du modèle de base. Tout d'abord, comme l'illustre la variable t , présente dans l'équation de la matrice de compliance, celle-ci ne sera pas constante, car dépendante du temps. Autrement dit, cette dernière devra être recalculée à chaque pas de temps. Cela va également rendre obsolète la simplification d'écriture introduite par l'intermédiaire de (3.68). De ce fait, le calcul des sous matrices de raideur K_{ij} sera légèrement différent.

Soit la matrice de compliance définie, compte tenu des symétries¹⁸, par :

$$J^{-1} = \begin{pmatrix} J_{D0} & J_{HD1} & J_{HD2} & 0 & 0 & 0 \\ J_{HD1} & J_{D1} & J_{HD3} & 0 & 0 & 0 \\ J_{HD2} & J_{HD3} & J_{D2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{D3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{D4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{D5} \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

Soit la matrice B définie par¹⁹ :

$$B = \begin{pmatrix} b_0 & 0 & 0 & \dots & b_3 & 0 & 0 \\ 0 & c_0 & 0 & \dots & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & d_0 & \dots & 0 & 0 & d_3 \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

Il est alors possible de calculer les sous matrices de raideur, comme explicité dans la Table (3.1) ci-dessous.

TAB. 3.1: : Calcul d'une sous matrice K_{ij} de la matrice globale K .

$K_{ij}(0,0) = J(D0) * b_i * b_j + J(D3) * (c_i * c_j) + J(D4) * (d_i * d_j);$
$K_{ij}(0,1) = J(HD1) * b_i * c_j + J(D3) * (c_i * b_j);$
$K_{ij}(0,2) = J(HD2) * b_i * d_j + J(D4) * (d_i * b_j);$
$K_{ij}(1,0) = J(HD1) * c_i * b_j + J(D3) * (b_i * c_j);$
$K_{ij}(1,1) = J(D1) * c_i * c_j + J(D3) * (b_i * b_j) + J(D5) * (d_i * d_j);$
$K_{ij}(1,2) = J(HD3) * c_i * d_j + J(D5) * (d_i * c_j);$
$K_{ij}(2,0) = J(HD2) * d_i * b_j + J(D4) * (b_i * d_j);$
$K_{ij}(2,1) = J(HD3) * d_i * c_j + J(D5) * (c_i * d_j);$
$K_{ij}(2,2) = J(D2) * d_i * d_j + J(D5) * (c_i * c_j) + J(4) * (b_i * b_j);$

3.3.2.2 Fracture

Le modèle que nous proposons n'a pas comme objectif de se limiter à la simulation de déformations, mais vise à représenter un phénomène bien plus représentatif du vieillissement du bois : les fractures. La méthode que nous allons présenter a été élaborée à partir de plusieurs éléments :

- Un modèle « Hybride » : permettant de tirer avantages du *modèle de simulation physique* basé sur les éléments finis, et du *modèle de croissance du bois* s'appuyant sur une représentation par une 3-G-carte. Ce modèle hybride est un élément essentiel, puisqu'il aura pour principale raison d'être, d'optimiser la méthode de découpage.

¹⁸Si une matrice A est non dégénérée et symétrique, alors la matrice A^{-1} est symétrique.

¹⁹Cette formulation n'est qu'une écriture simplifiée de l'équation (3.32)

- Une méthode de « découpage » : s’inspirant en partie de la méthode proposée par O’Brien et al. [OH99]. Cette méthode a été adaptée, de manière à exploiter au maximum les propriétés du modèle « Hybride ».
- L’implémentation d’un critère de fracture, qui sera utilisé pour déterminer, la *localisation* et l’*orientation* de celle-ci. Cette localisation se fera par la désignation de l’un des sommets du maillage noté S_F et l’orientation sera renseignée par l’intermédiaire d’un plan de fracture noté P_F et contenant S_F .

Les deux premiers éléments cités : modèle hybride et méthode de découpage, seront intimement liés, mais seront complètement indépendants du choix du critère de fracture ainsi que de l’implémentation sous-jacente à son calcul. Cette indépendance permet de rendre possibles des améliorations futures du critère de fracture utilisé. Nous allons maintenant approfondir ces différents travaux.

Remarque : *Concernant la méthode de découpage proposée dans [OH99]. Bien que cette méthode de découpage ne soit pas exempte de défauts, nous avons choisi de nous en inspirer, car celle-ci permet d’obtenir des résultats intéressants tout en restant suffisamment peu complexe pour ne pas être une charge supplémentaire pour notre application : notre désir étant avant tout de mettre en avant le modèle sous-jacent spécifique au bois. Cependant, nous n’avons pas exclu la possibilité d’optimiser par la suite notre modèle en utilisant des méthodes plus sophistiquées telles que [MBF04], et permettant de pallier les diverses limitations de la méthode proposée par O’Brien et al. .*

Modèle « Hybride » :

Afin de voir les intérêts ainsi que les enjeux d’un tel modèle, nous commencerons par faire un petit récapitulatif des éléments que nous avons à notre disposition. Compte tenu de ce que nous avons vu jusqu’à présent, nous disposons :

- D’un modèle physique de déformations (Section 3.3.2.1), s’appuyant sur une méthode de résolution par éléments finis, elle-même basé sur un maillage tétraédrique. Cette représentation a pour caractéristique de fournir très peu d’informations sur la topologie générale de la structure modélisée.
- D’un modèle de croissance du bois (Section 1.2), s’appuyant sur une représentation facilitant les opérations topologiques. Ce même modèle permet également de générer des arbres et d’en extraire (par l’intermédiaire de coupes) des planches ou toute autre pièce de bois sur lesquelles nous sommes susceptibles de vouloir appliquer notre modèle physique des déformations ainsi que notre modèle de fracture.

A la vue de ces éléments, il apparait que chacun d'eux est susceptible d'être complémentaire à l'autre. De ce constat est né notre désir de proposer un modèle hybride résultant du couplage entre ces deux modèles. La Figure 3.10 résume les principaux éléments de ce couplage entre les deux modèles.

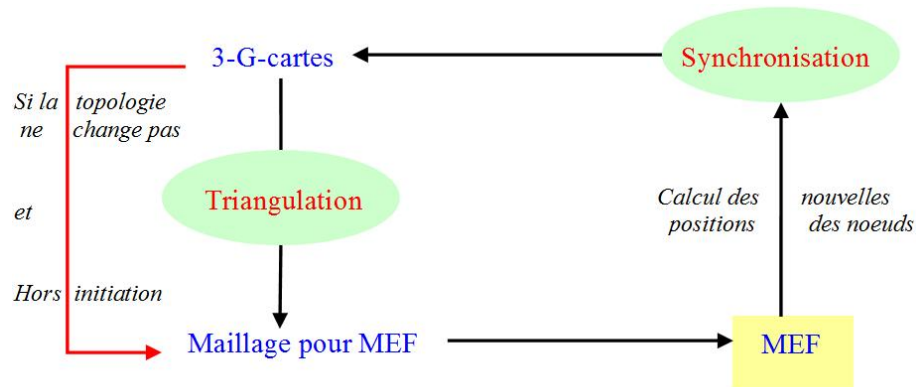


FIG. 3.10: Création d'un modèle hybride par le couplage entre deux modèles : le modèle physique et le modèle de croissance. Les opérations à développer sont mises en évidence dans les cercles.

Le premier élément à prendre en considération pour que ce couplage soit possible va être la nature des éléments constitutifs du maillage. En effet, comme nous l'avons vu notre modèle de résolution par éléments finis n'est valide que pour une structure exclusivement composée de tétraèdre. De ce fait, le travail préalable à ce couplage va être la tétraédrisation de la 3-G-carte représentant l'objet modélisé, provenant du modèle de croissance et jusqu'alors constitué d'éléments hétérogènes.

Tétraédrisation :

La méthode de tétraédrisation proposée ici n'est valable que pour des volumes convexes (ce qui est le cas de l'ensemble des volumes provenant du modèle de croissance). Rappelons également que cette tétraédrisation s'applique à une 3-G-carte et s'inscrit dans un processus global visant à tirer avantage des propriétés de la 3-G-carte utilisée pour la représentation du bois. Aussi, nous devons veiller à ce que l'opération garantisse l'intégrité de la 3-G-carte (relation d'adjacence, cohérence...). Cette méthode de triangulation spécifique aux 3-G-carte consiste pour un volume donné à :

1. Décomposer le dit volume en n nouveaux volumes (où n correspond au nombre

d'arêtes²⁰). Cette décomposition consiste à créer de nouveaux volumes de forme tétraédrique à partir de chacune des arêtes des faces du volume. Comme l'illustre la Figure 3.11, cette tétraèdrisation ne se fera qu'après avoir défini de nouveaux sommets. Le premier d'entre eux est positionné au centre de gravité du volume (Figure 3.11(a)) alors que les autres sont positionnées au niveau des centres de gravité des faces de ce volume (Figure 3.11(b)). Puis, en s'appuyant

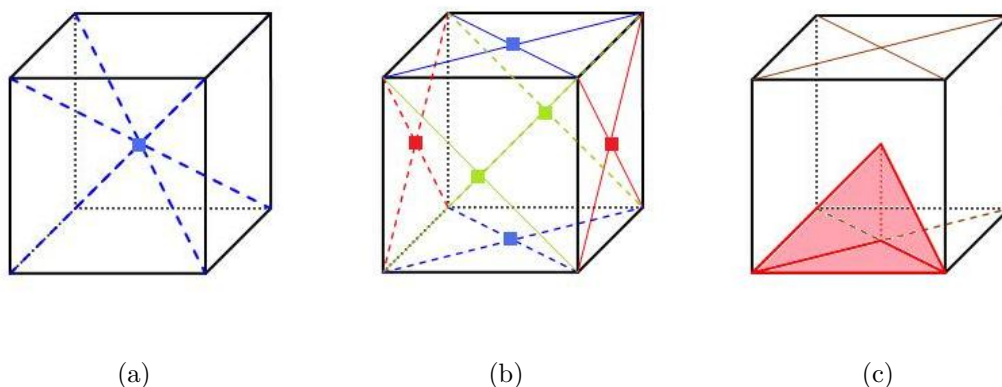


FIG. 3.11: Triangulation d'une 3-G-carte. **(a)** Un nouveau sommet est créé au centre du volume; **(b)** De nouveaux sommets sont créés au centre de chaque face; **(c)** A partir des nouveaux sommets créés des tétraèdres sont créés au sein du volume.

sur ces nouveaux sommets, des tétraèdres seront créés ((Figure 3.11(c)). La méthode relative à la création des tétraèdres (avec respect des involutions) est illustrée sur la Figure 3.12. Celle-ci s'articule autour d'une arête du volume d'origine à partir de laquelle sera créée une première face. Puis en utilisant les involutions adéquates (spécifiées sur la figure), les autres faces constitutives du tétraèdre seront collées (mise en place de nouvelles involutions α_3) entre elles et avec la première face créée, pour finalement former le tétraèdre désiré.

2. Suppression du volume d'origine devenu obsolète. Cette suppression ne doit avoir lieu qu'une fois l'ensemble des volumes traité au risque de rendre impossible un parcours exhaustif de l'ensemble des volumes de la structure.
3. Création de liaisons α_3 entre les nouveaux volumes créés. A ce stade de la tétraèdrisation, notre structure est exclusivement composée de tétraèdres, mais ceux-ci sont topologiquement indépendants les uns des autres. Afin de pou-

²⁰Ici arête est utilisé pour désigner, la structure formée par l'association de deux brins par α_0 . Autrement dit selon cette définition deux faces adjacentes d'un même volume ne partagent pas d'arêtes, mais ont leurs arêtes respectives liées par α_2

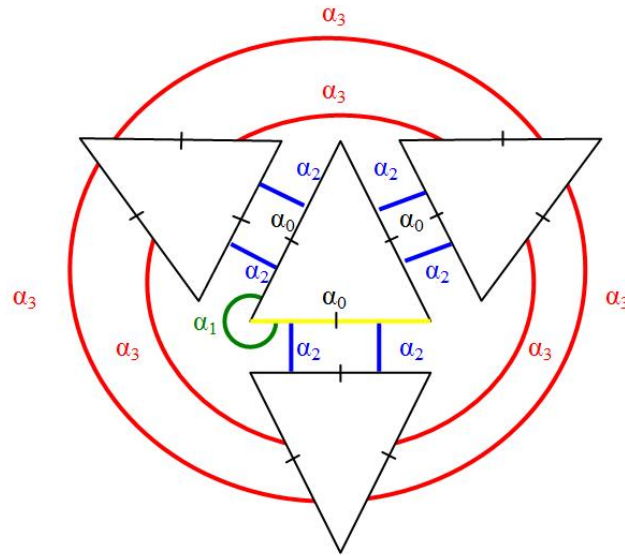


FIG. 3.12: Méthode de création d'un tétraèdre. A partir d'une arête (en jaune), une première face est créée, puis 3 nouvelles faces sont collées entre elles et à la première en utilisant les involutions adéquates.

voir établir de nouvelles relations d'adjacence, nous allons devoir identifier les faces devant être liées. Ces faces sont facilement identifiables dans la mesure ou elles partagent les mêmes sommets. Afin de faciliter cette identification, un *identificateur* est associé à chacun des sommets. On pourra alors associer à chaque face un tableau composé de 3 *identificateurs*. Finalement, chaque face sera comparée aux autres par l'intermédiaire de ce tableau, et les faces constituées des mêmes sommets seront liées entre elles par l'intermédiaire de liaisons α_3 établies pour chacun des brins de ces faces.

Synchronisation des structures :

Chacune des structures provenant des modèles que nous souhaitons coupler a une fonction particulière au sein du processus global. La synchronisation de ces structures, aussi différentes soient-elles permettra à leurs modèles respectifs de fonctionner en synergie dans l'optique d'un objectif commun.

Les éléments structurels (sommets, volumes ...) sur lesquels s'appuient les deux modèles intervenant dans le modèle hybride, possèdent un certain nombre d'attributs et méthodes spécifiques aux exigences de leurs modèles respectifs. Aussi le couplage de ces deux modèle aurait pu se faire selon deux approches :

- En fusionnant les deux structures sous-jacentes. Le principal inconvénient de cette approche est qu'elle implique la création d'une nouvelle structure issue des deux précédente et qui sera par voie de fait relativement lourde et difficile à manipuler.
- En conservant les deux structures issues des modèles originaux et en faisant transiter les informations nécessaires aux moments adéquats. Une telle approche représente un coût lié au travail supplémentaire induit par la transition des informations. Néanmoins, celle-ci permet de conserver la spécificité de chacun des modèles et de leurs structures sous-jacentes. Par exemple, le modèle physique ne sera pas alourdi par une structure prenant en compte les informations relatives à la représentation de la 3-G-carte dans l'espace, informations inutiles à la simulation classique d'une déformation. La réciproque sera évidemment vraie.

A la lumière d'une comparaison entre ces deux approches, nous avons opté pour la seconde qui nous semblait plus appropriée au travail que nous souhaitons réaliser. Comme nous l'avons énoncé, une telle approche nécessite de déterminer les informations que l'on va devoir faire transiter d'un modèle à l'autre. Pour cela nous devons étudier qu'elles vont être les rôles (les implications) respectifs des deux modèles originaux dans le modèle final hybride escompté.

Il est possible de considérer (vision schématique) que la structure sous-jacente au modèle physique sera utilisée pour calculer les déplacements des points du maillage ainsi que les informations relatives à la génération de fractures (plan de fracture, sommet de fracture). On pourra également considérer que la structure sous-jacente au modèle de croissance sera utilisée dans la visualisation des déformations ainsi que pour réaliser les changements de topologie. Compte tenu de ces considérations, voici les différentes informations que nous ferons transiter d'un modèle à l'autre en fonction des circonstances :

Initialisation :

Modèle de croissance \mapsto Modèle physique : Informations sur la structure de l'objet : l'ensemble des sommets et des volumes représentant l'objet modélisé, ainsi que la position des sommets. Ce transfert d'informations ne doit se faire qu'une fois l'objet tétraédrisé.

Déformation :

Modèle physique \mapsto Modèle de croissance : A chaque pas de temps, les déformations calculées permettent de déterminer la nouvelle position des sommets du maillage.

Fracture :

Modèle physique \mapsto Modèle de croissance : Le sommet de fracture ainsi que le plan de fracture déterminé en fonction des contraintes et des déformations. Ces éléments vont conditionner le changement de topologie.

Modèle de croissance \mapsto Modèle physique : Une fois le changement de topologie effectué, il est impératif que la nouvelle topologie soit prise en compte par le modèle physique.

Méthode de découpage :

Comme nous venons de le voir, toutes les opérations relatives aux changements de topologies seront effectuées sur une structure représentée par une 3-G-carte. Pour autant, par souci de clarté nous n'entrerons pas dans les détails des opérations relatives au découpage, propre à cette représentation par une 3-G-carte. Autrement dit, la méthode est exposée ici à un niveau de détail tel que celle-ci reste valable quel que soit la représentation topologique choisit (3-G-carte ou classique).

La première étape de cette méthode de découpage va être la duplication du sommet de fracture S_F . Puis, il faudra déterminer puis « découper » le tétraèdre auquel appartient S_F , de manière à séparer les régions du tétraèdre se trouvant de part et d'autre du plan de fracture P_F .

Selection des volumes à découper :

Pour déterminer les tétraèdres à découper nous allons parcourir l'ensemble de la structure et déterminer pour chacun des volumes contenant S_F , ceux qui sont intersectés par P_F . Afin de déterminer, si un volume donné intersecte P_F , on déterminera la position de chacun des sommets de ce volume par rapport au plan de fracture. Finalement, la position d'un sommet vis-à-vis du plan de fracture sera déduite en utilisant le signe du résultat de l'opération suivante :

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{S_x S_F} \quad (3.78)$$

avec :

\vec{n} : le vecteur normal à P_F .

S_x : le sommet testé.

Une fois l'ensemble des sommets d'un volume testé, nous avons deux résultats possibles :

- Si tous les sommets sont du même côté du plan de fracture, cela signifie que le volume n'intersecte pas le plan de fracture : celui-ci ne sera donc pas découpé.
- Si tous les sommets ne sont pas du même côté du plan de fracture, cela signifie que le volume intersecte le plan de fracture : celui-ci sera donc découpé.

Découpage :

En guise, de travail préalable au découpage d'un tétraèdre, la première tâche à effectuer sera de calculer les intersections entre le plan de Fracture et les arêtes du volume. Par la suite, à l'emplacement de ces intersections, de nouveaux sommets seront créés. Plus précisément, à chaque intersection deux nouveaux sommets seront créés, à moins que l'intersection ne coïncide avec un sommet existant et dans ce cas, seul un sommet sera créé. Par la suite, ces nouveaux sommets, ainsi que les nouvelles arêtes créées entre eux vont permettre la création de nouveaux volumes. Ce que nous venons de présenter permet certes de découper un tétraèdre, mais si l'on se limite à ce qui nous venons de décrire, le découpage d'un tétraèdre aboutira dans la majeure partie des cas à la création d'un tétraèdre et d'un polygone quelconque. Or, comme nous l'avons spécifié à plusieurs reprises, il est indispensable que notre structure soit exclusivement composée de tétraèdres, sans quoi notre modèle physique ne pourrait fonctionner. Aussi, nous imposerons que le découpage d'un tétraèdre aboutisse à la création d'éléments de même nature. C'est la raison pour laquelle, comme l'illustre la Figure 3.13, le polygone quelconque résultant du découpage sera à son tour subdivisé. Ainsi, le découpage d'un tétraèdre aboutira généralement à la création de trois nouveaux tétraèdres.

Ce que nous venons de proposer n'est cependant pas suffisant pour garantir le maintien de l'intégrité du maillage. En effet, pour que le maillage reste exclusivement constitué de tétraèdres, le remaillage ne doit pas se limiter aux éléments découpés,

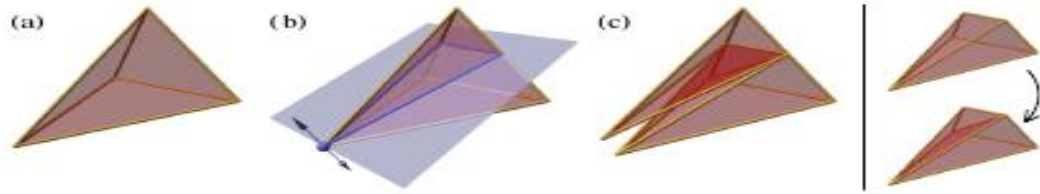


FIG. 3.13: Diagramme illustrant comment un élément tétraédrique est découpé par le plan de fracture. (a) Le tétraèdre initial. (b) Le noeud qui initie la fracture ainsi que le plan de fracture sont mis en évidence en bleue. (c) Le tétraèdre est découpé en deux polyèdres selon le plan de fracture. Enfin, le polyèdre non tétraédrique est décomposé en tétraèdres.[OH99]

mais doit être étendu aux éléments adjacents aux éléments découpés. Ce processus est illustré sur la Figure 3.14.

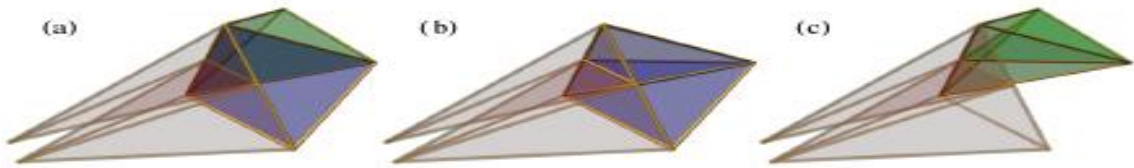


FIG. 3.14: Les éléments adjacents à un tétraèdre venant d'être découpé doivent être à leur tour découpés afin de maintenir la cohérence du maillage.[OH99]

C'est à cette étape du découpage que le modèle « hybride » vu précédemment va révéler toute son importance. Alors que dans des représentations topologiques classiques, la recherche des éléments adjacents s'avère être une tâche lourde et fastidieuse, grâce aux relations d'adjacences fournies par la 3-G-carte, cette opération s'avère relativement simple et surtout peu coûteuse. En effet, soit b un brin porté par une face découpée, la face adjacente à celle-ci peut être identifiée par le résultat de la bijection α_3 appliquée à b .

Avant de conclure cette partie consacrée au découpage, nous ferons référence à l'un des principaux problèmes induits par celui-ci et résidant dans la création de petits éléments difficilement compatible avec le modèle physique proposé. En effet, le découpage des tétraèdres étant non contraint, celui-ci est susceptible de ce produire quelque soit l'orientation donnée par le plan de fracture. Dans le cas où le plan de fracture serait sensiblement tangent à l'une des faces du tétraèdre à découper, cela conduira inexorablement à la création d'un tétraèdre dont les quatre sommets seront

sensiblement coplanaires. Or, une telle configuration sera une source d'instabilités au sein du modèle, tant l'orientation et le volume de tels éléments seront difficiles à déterminer.

Pour passer outre ce problème certaines méthodes comme celle proposée dans [MG04], suggèrent de déplacer le plan de fracture de manière à le faire coïncider avec les surfaces des éléments de la structure. De ce fait, il n'est plus utile d'avoir recours à un découpage : une séparation des éléments concernés est suffisante. Cependant, pour être considérée comme une approche raisonnable, cette proposition doit être appliquée sur un maillage relativement fin, ce qui implique dans le cas de la méthode des éléments finis une augmentation importante du coût de la simulation. C'est la raison pour laquelle, nous avons préféré à cette approche, l'approche proposée par O'Brien [OH99] consistant à retirer ces éléments devenus indésirables. Du fait de leur épaisseur négligeable, la suppression de ces éléments n'est pas visuellement dérangeante.

Remarque : *Cette problématique se retrouve également dans la triangulation de petits volumes, la solution que nous avons choisie reste alors la même, à savoir la suppression des éléments indésirables.*

Implémentation du critère de Fracture :

Notre volonté première était de proposer un modèle permettant de traiter les fractures d'un point de vue physique et de manière spécifique au bois, tel que spécifié dans la Section 3.3.1. Cependant du fait des problèmes et limitations survenues pendant l'implémentation du modèle de déformation (nous aborderons ces difficultés dans le chapitre suivant), nous n'avons pas été en mesure de prendre en considération le critère de fracture tel que décrit par Dubois et al. (Section 3.3.1). Néanmoins afin de pouvoir tester le bon fonctionnement des outils développés afin de simuler les fractures, nous avons fait le choix d'implémenter un critère de fracture s'inspirant de celui proposé dans [OH99].

La principe général de la méthode va être de décomposer les forces exercées par les éléments sur les noeud, en force de compression f^- et en force de tension f^+ . Ces forces seront déterminées à partir du calcul explicite du tenseur des contraintes. Puis, ces forces seront combinées de manière à définir un tenseur : le « separator tensor ». Finalement la plus grande valeur propre de ce tenseur sera comparée avec un seuil de rupture fixé. Si cette valeur excède le seuil de rupture alors, il y aura

fracturation sinon le processus de déformation suivra son cours.

3.3.3 Résultat et problèmes rencontrés

De manière générale, nous n'avons pu reprendre l'ensemble des éléments présentés dans le modèle ambitionné (Section 3.3.1) pour diverses raisons qui seront évoquées dans la partie « Limitations du modèle et perspectives ». Néanmoins, un certain nombre de résultats ont été obtenus et sont présentés ci-dessous. Pour simplifier la lecture, nous distinguerons les résultats relatifs à la partie déformation de ceux relatifs à la partie fracture.

Déformation :

Le modèle de déformation que nous avons proposé se révèle être une simplification du modèle proposé dans la section 3.3.1, puisque l'historique des déformations ainsi que celui des contraintes ne sont pas pris en considération. De ce fait, le remplacement de la matrice d'élasticité par la matrice de compliance ainsi que l'ensemble des modifications liées à ce nouveau modèle comportementale ne permettent pas d'obtenir un modèle qui soit physiquement valide. D'autre part ce modèle viscoélastique n'étant que partiel, il ne permet ni de caractériser une déformation élastique pure ni une déformation viscoélastique. Sur la Figure 3.15, il est possible de visualiser une séquence d'images issue de la simulation de la déformation d'une planche de bois. Dans cet exemple, la planche de bois est obtenue directement à partir du modèle

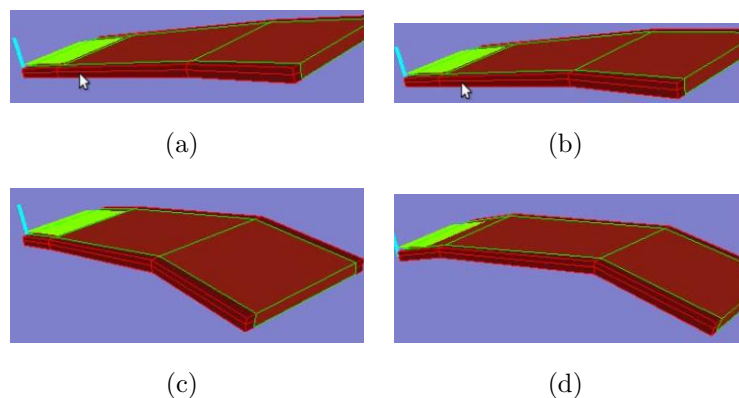


FIG. 3.15: Simulation de la déformation d'une planche.

de croissance. La Figure 3.16 illustre l'extraction de la planche à partir du modèle de croissance. Le modèle hybride évoqué dans une précédente partie est donc opé-

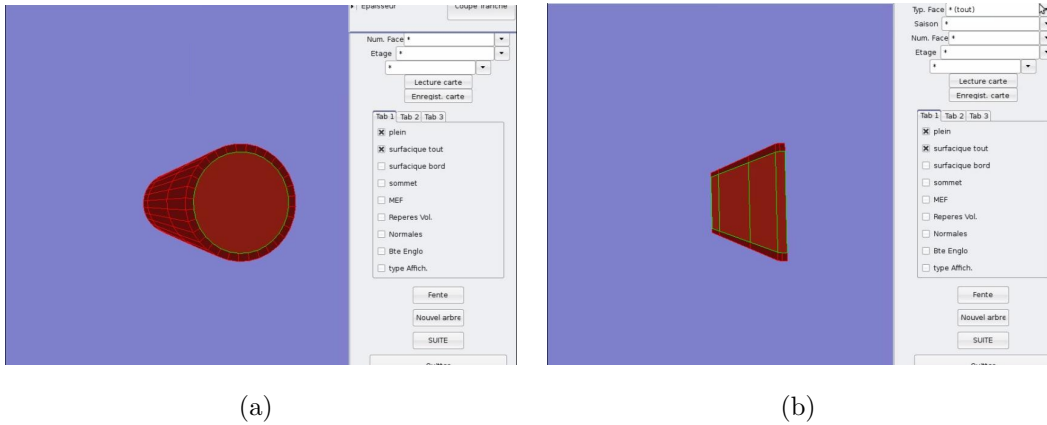


FIG. 3.16: Extraction d'une planche à partir du modèle de croissance. **(a)** Un arbre généré par le modèle ; **(b)** Après coupe, obtention d'une planche issue de l'arbre précédemment généré.

rationnel, de même que la méthode de tétrahérisation sous-jacente. Il est d'ailleurs possible d'observer le résultat d'une tétrahérisation d'une pièce de bois généré à partir de notre modèle de croissance sur la Figure 3.17.

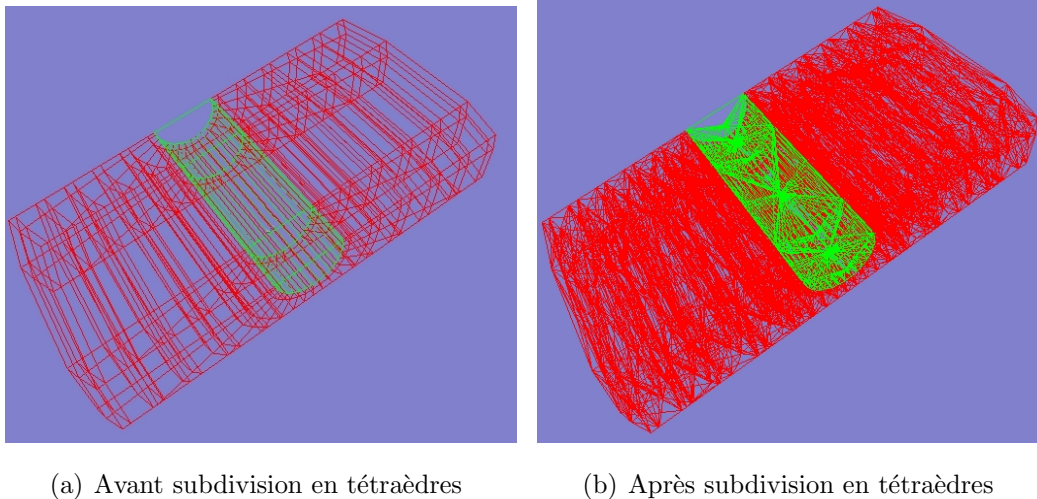


FIG. 3.17: Exemple de la subdivision en tétraèdres, d'une structure générée par le modèle de croissance : **(a)** Avant subdivision ; **(b)** Après subdivision.

Malheureusement, nous avons remarqué que la méthode de tétrahérisation s'avérait extrêmement coûteuse et ne permettait pas le traitement de structures trop importantes.

Fractures :

Les essais concernant le développement des fractures ont été faits à partir du modèle physique validé pour les comportements purement élastiques plutôt que sur le modèle de déformation viscoélastique que nous avons développé. Ce choix a été motivé par le fait que les modèles pour les corps élastiques sont plus facilement paramétrables (moins de paramètres) que les modèles pour les corps viscoélastiques. Pour cette même raison, ces derniers seront davantage sources d'instabilité que les premiers. La Figure 3.18 illustre un objet soumis à une force verticale. Sous l'effet de cette force, l'objet se fissure en plusieurs endroits. Pour conclure cette partie consa-

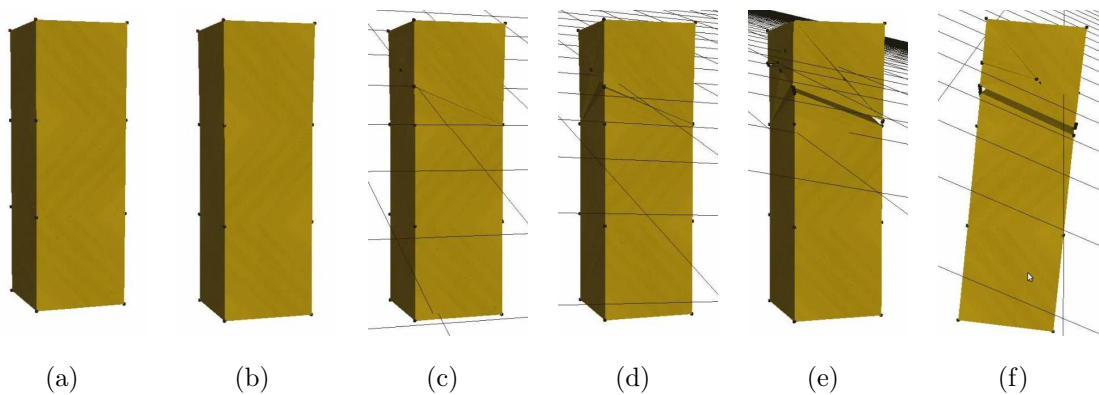


FIG. 3.18: Simulations d'une déformation puis apparition de diverses fractures.

créée aux résultats, nous évoquerons notre difficulté à composer avec les différentes grandeurs physiques de manière à obtenir un modèle stable. Ainsi, le choix de la taille des éléments, des pas de temps, du seuil de rupture, ainsi que le choix des unités de certaines grandeurs physiques trop souvent imprécises, ont un impact considérable sur le résultat final ainsi que sur la stabilité du modèle. Ce constat d'autant plus vrai pour les fractures l'est également pour les déformations.

3.3.4 Limitation du modèle et perspectives

3.3.4.1 Limitations

Le modèle que nous venons de présenter est intéressant à plus d'un titre. Cependant tel que formulé ici, il exhibe un certain nombre d'éléments indésirables qui nous ont contraints à nous éloigner puis à abandonner cette perspective. Toute d'abord on aura remarqué que le modèle est décrit dans le cas de déformation plane. Bien que l'extension à la dimension trois des équations présentées précédemment eut été possible, nous nous sommes aperçus que le calcul du terme $\tilde{\epsilon}_{ij}(t_{n-1})$ de l'équation (3.56) déjà extrêmement compliqué deviendrait d'autant plus coûteux.

En mécanique de la rupture, on distingue 3 modes de fractures. Généralement, une fracture est issue d'une combinaison entre ces différents modes (voir Figure 3.19). Nous avons supposé (à tort) que les études menées sur le bois étaient suffisamment

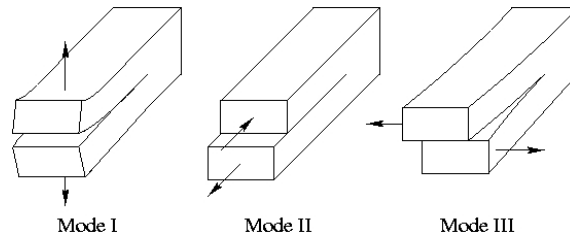


FIG. 3.19: Les principaux modes de fracture

avancées et permettaient de caractériser ces différents modes de fracture. Or nous nous sommes aperçus que seul le mode I était traité dans le modèle qui nous a été proposé. Cela a pour conséquence de diminuer grandement la forme des fractures pouvant être modélisées. De même, le modèle ne permet pas de prendre en considération les bifurcations (changement de direction) des fractures, celles-ci étant de ce fait contraintes à une évolution linéaire. Finalement, même si c'est un élément de moindre importance, on notera que comme dans la plupart des modèles issus de la mécanique de la rupture, le modèle présenté ici s'appuie sur le postulat de l'existence préalable d'un début de fracture.

3.3.4.2 Perspectives

Nous retiendrons du travail qui a été fait que l'approche que nous avons envisagée afin de simuler les déformations et les fractures du bois n'était pas adaptée à la problématique du vieillissement du bois en synthèse d'images. Néanmoins, une telle approche n'est pas dénuée de fondements et peut constituer la base d'une nouvelle approche. Ainsi, une simplification du modèle physique visant à n'en dégager que certains éléments primordiaux pourrait permettre d'aboutir à un modèle plus stable. Plus particulièrement, une étude quant à la pertinence visuelle sur le résultat final, de la prise en compte de certains éléments tels que l'utilisation d'un modèle de Kelvin-Voigt généralisé ou encore le calcul de l'historique global des déformations, pourrait permettre de déduire quels sont les éléments indispensables à une simulation visuellement réaliste du comportement du bois. Une autre alternative intéressante serait, d'envisager l'utilisation du critère énergétique évoqué précédemment, indépendamment du concept de viscoélasticité, en caractérisant localement en fond de fissure, le comportement « élastique » du bois. Finalement, le modèle hybride ainsi

que la méthode de découpe proposée pourraient être mis à profit pour proposer une méthode de génération de fracture en utilisant une approche physique rudimentaire mettant par exemple de coté le calcul de l'historique des déformations subies par la pièce de bois.

3.4 Modelisation du phénomène de séchage du bois

Dans une première partie, nous décrirons le processus de séchage ainsi que les déformations induites par ce phénomène. Nous commencerons par une description globale et superficielle avant de présenter un modèle physique permettant de retranscrire le comportement du bois au cours du séchage. Dans une seconde partie, nous précisons comment concrètement nous avons mis en application ce modèle. Finalement, avant d'aborder les problèmes rencontrés ainsi que les perspectives envisagées, nous discuterons les résultats obtenus.

3.4.1 Etude physique du phénomène

La quantité d'eau présente dans le bois sur pied est très importante et représente plus ou moins la moitié de son volume global (entre 40 et 60%²¹). Cependant au cours du processus de séchage du bois (naturel ou artificiel), cette teneur en eau ou taux d'humidité du bois va décroître. Quand celui-ci passera sous le seuil des 30%, le bois verra ses dimensions changer. La nature orthotrope du bois va considérablement influencer les différents retraits induits par le départ de l'eau dite « libre ». En effet, ce retrait sera différent en fonction des directions considérées²² :

- retrait entre 10 à 15% dans la direction tangentielle.
- retrait entre 5 à 6% dans la direction radiale.
- retrait de l'ordre de 1 ou 2 pour mille dans la direction longitudinale.

Cette variation du retrait suivant les directions d'orthotropie du bois va conduire celui-ci à se déformer sous l'effet des contraintes générées en son sein. Généralement, on distingue quatre types principaux de déformations (ou gauchissements) liées au séchage (Figure 3.20) :

²¹Ce chiffre est variable et va notamment être dépendant de l'espèce considérée

²²Les chiffres relatifs au retrait du bois dépendant d'énormément de facteurs et varies considérablement d'une espèce à l'autre, aussi les rapports ne sont cités que pour donner un ordre de grandeur des disparités selon les directions considérées.

- « Tirant à coeur » (*Cup*)
- « Torsion » (*Twist*)
- « Voilement de rive » (*Crook*)
- « Voilement de face » (*Bow*)

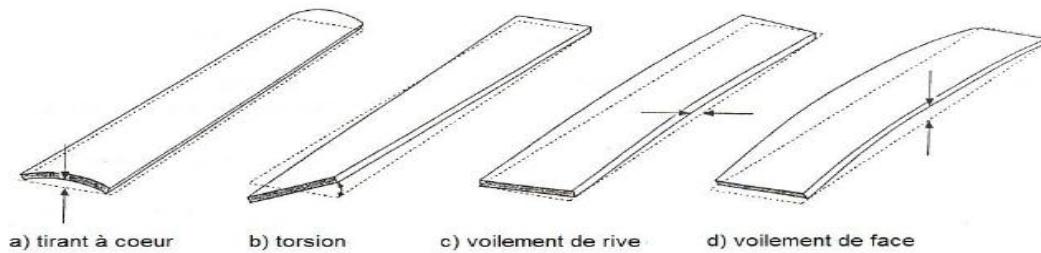


FIG. 3.20: Les principales déformations induites par le séchage [Moh06] (Adapté de [ODP98])

Ce sont ces déformations qui vont constituer le coeur de la problématique ici traitée.

Ce phénomène est particulièrement appréhendé par les industriels travaillant avec les bois. En effet, si au sein d'une structure, une pièce de bois devait se déformer ou changer de dimension, cela entraînerait l'altération voir la ruine de cette dernière. C'est la raison pour laquelle il est possible de trouver de nombreux travaux se rapportant à ce phénomène et issue de l'ingénierie et des sciences physiques. Cependant à ce jour et à notre connaissance, aucun travail issu du domaine de la synthèse d'images n'aborde ce problème. Aussi, nous avons voulu proposer une approche s'inspirant du savoir-faire développé au sein de la communauté physique. En particulier, nous nous sommes particulièrement intéressés et inspirés des travaux de Sigurdur Ormersson ([ODP98], [ODP99], [ODP00], [DOP96]...). En particulier, le modèle que nous allons décrire maintenant et qui servira de base à nos travaux futurs est en partie issu de [ODP98].

Le premier élément notable de ce modèle est que celui-ci est basé sur l'utilisation d'un double système de coordonnées. En effet, afin de pouvoir efficacement, prendre en considération le caractère orthotrope du bois, Ormersson propose d'utiliser à la fois un système de coordonnées locale relatif au repère orthotropique du bois 1.3 et un repère global. Dans la suite du document, les variables surmontées d'une barre seront exprimées dans le repère locale relativement aux directions l , r et t . Alors que les autres variables seront exprimées dans le repère global selon les directions x , y et z . La Figure 3.21 illustre cette dualité des repères.

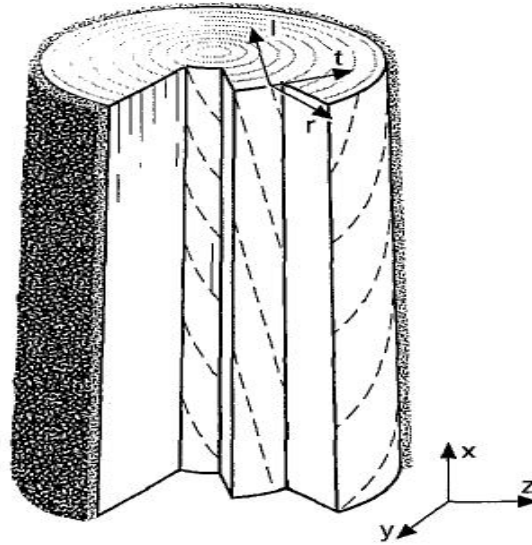


FIG. 3.21: Systèmes de coordonnées : global et local [ODP98]

Comme nous avons pu le constater depuis que nous avons commencé à aborder le problème des déformations d'un point de vue physique, la définition d'un modèle de déformation passe par la mise en place d'un système permettant d'évaluer celles-ci. A cette fin, Ormersson et ces collègues, proposent de considérer la variation des déformations globales du système comme étant la somme :

- du taux de variation des *déformations élastiques*. Ces déformations seront mises en relation avec les contraintes au travers de la loi de Hook.
- du taux de variation des *déformations induites par la variation de l'état hydrique* du bois. Ce taux de variation lié au séchage sera exprimé en fonction des coefficients de retrait du bois et du gradient de changement d'humidité par la relation suivante :

$$\dot{\epsilon}_w = \alpha \dot{w} \quad (3.79)$$

avec :

$\alpha = [\alpha_l, \alpha_r, \alpha_t, 0, 0, 0]$ tel que α_l , α_r et α_t correspondant respectivement aux coefficients de retrait du bois dans les directions : longitudinale, radiale et tangentielle. Ce sont des constantes fixées a priori. \dot{w} : fait référence à la variation de teneur en eau dans le bois, responsable de la déformation.

- du taux de variation des *déformations liées à la mécanosorption*²³. Cette variation des déformations peut être définie par :

$$\epsilon_{w\theta} = m \cdot \sigma \cdot |\dot{w}| \quad (3.80)$$

avec :

m : la matrice de mécanosorption.

σ : fait référence aux contraintes du système.

$|\dot{w}|$: correspond à la valeur absolue de la variation de teneur en eau dans le bois.

Il en résulte l'équation suivante :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_w + \dot{\epsilon}_{w\theta} \quad (3.81)$$

avec :

ϵ : représente la variation dans le temps de la déformation totale.

ϵ_θ : représente la variation dans le temps de la déformation élastique.

ϵ_w : représente la variation dans le temps de la déformation induite par le séchage.

$\epsilon_{w\theta}$: représente la variation dans le temps de la déformation relative à la mécanosorption.

Remarque : *Les variables surmontées d'un point font référence à leurs dérivées par rapport au temps.*

Compte tenu de cette équation, la déformation totale du système peut être mise en relation avec les contraintes résultantes, par l'intermédiaire de la relation suivante :

$$\dot{\sigma} = \bar{D}(\dot{\epsilon} - \dot{\sigma}_0) \quad (3.82)$$

avec :

$\dot{\sigma}_0$: est appelé pseudo-vecteur de contrainte et est défini par :

²³Il s'agit des déformations supplémentaires induites par l'action combinée des contraintes liées à l'application d'une charge et des contraintes liées au changement de teneur en eau.

$$\dot{\sigma}_0 = D(\dot{\epsilon}_w + \dot{\epsilon}_{\sigma w}) \quad (3.83)$$

\bar{D} : la matrice inverse de la matrice de compliance \bar{J} qui s'exprime dans le repère local par :

$$\bar{J} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_l} & -\frac{\nu_{rl}}{E_r} & -\frac{\nu_{tl}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{lr}}{E_l} & \frac{1}{E_r} & -\frac{\nu_{tr}}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{lt}}{E_l} & -\frac{\nu_{rt}}{E_r} & \frac{1}{E_t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{lr}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{lt}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{rt}} \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

où :

E : fait référence au module de Young.

ν : fait référence au coefficient de Poisson.

G : fait référence au module de cisaillement

Le repère local dans lequel sont exprimées les différentes grandeurs que nous venons de préciser est un élément essentiel, car il va permettre la prise en compte du caractère orthotrope du matériau et cela avec beaucoup de précision.

Remarque : *Contrairement au modèle présenté dans la Section 3.3.1, cette représentation locale va permettre entre autres de prendre en compte l'orientation des cernes du bois. En effet, dans le modèle précédemment cité, trois axes d'orthotropie assimilés au repère global étaient utilisés pour caractériser le comportement dissymétrique du bois. Or, une telle représentation pour être valide, implique que la courbure de cernes composant l'échantillon de bois analysé soit suffisamment rectiligne pour qu'en tout point la composante tangentielle puisse être assimilée à l'une des composante (x , y , ou z) du repère globale.*

Cependant, on ne peut se contenter de travailler dans le repère local, puisque l'objectif final est la visualisation des déformations dans l'espace de visualisation. Nous devons donc être en mesure d'exprimer les différentes grandeurs que nous venons de voir, de telle sorte qu'il soit possible d'exprimer dans le repère global, les déplacements induits par les déformations. Pour ce faire, issue d'une démarche explicitée dans [ODP98], Ormarsson et ces collègues parviennent à dégager une matrice permettant d'effectuer le changement de repère. Cette matrice notée G est définie par :

$$G = \begin{pmatrix} a_l^x a_l^x & a_l^y a_l^y & a_l^z a_l^z & a_l^x a_l^y & a_l^z a_l^x & a_l^y a_l^z \\ a_r^x a_r^x & a_r^y a_r^y & a_r^z a_r^z & a_r^x a_r^y & a_r^z a_r^x & a_r^y a_r^z \\ a_t^x a_t^x & a_t^y a_t^y & a_t^z a_t^z & a_t^x a_t^y & a_t^z a_t^x & a_t^y a_t^z \\ 2.a_l^x a_r^x & 2.a_l^y a_r^y & 2.a_l^z a_r^z & a_l^x a_r^y + a_l^y a_r^x & a_l^z a_r^x + a_l^x a_r^z & a_l^y a_r^z + a_l^z a_r^y \\ 2.a_t^x a_l^x & 2.a_t^y a_l^y & 2.a_t^z a_l^z & a_t^x a_l^y + a_t^y a_l^x & a_t^z a_l^x + a_t^x a_l^z & a_t^y a_l^z + a_t^z a_l^y \\ 2.a_r^x a_t^x & 2.a_r^y a_t^y & 2.a_r^z a_t^z & a_r^x a_t^y + a_r^y a_t^x & a_r^z a_t^x + a_r^x a_t^z & a_r^y a_t^z + a_r^z a_t^y \end{pmatrix} \quad (3.85)$$

où :

α_i^j : font référence au cosinus de l'angle entre la direction i du repère local et la direction j du repère global (voir Figure 3.21).

A partir de cette matrice de passage, il est possible d'exprimer l'ensemble des grandeurs que nous avons évoquées. Nous avons alors les relations suivantes :

$$\dot{\sigma} = G^T \sigma \quad (3.86a)$$

$$\dot{\sigma}_0 = G^T \sigma_0 \quad (3.86b)$$

$$D = G^T \bar{D} G \quad (3.86c)$$

Maintenant que nous avons vu comment modéliser le comportement du bois, nous allons nous intéresser à la formulation par éléments finis qui va permettre la simulation des divers gauchissements induits par le séchage. Une fois encore la méthode de résolution par éléments finis a été choisie pour sa robustesse ainsi que pour la précision qu'elle confère aux modèles résultants de son utilisation.

Remarque : Les différentes équations relatives à l'utilisation de la méthode par éléments finis devront être exprimées dans le repère global afin que la déformation du système puisse être visualisée.

Compte tenu de la prise en compte des déformations induites par les variations de l'état hydrique du bois, la formulation par éléments finis devient alors :

$$K \dot{a} = \dot{P} + \dot{P}_0 \quad (3.87)$$

avec :

K : la matrice de raideur.

\dot{P} : fait référence aux forces internes et externes liés à la déformation élastique du système.

\dot{P}_0 : fait référence aux forces internes liées au séchage du bois.

Dans cette expression, \dot{P}_0 est défini comme suit :

$$\dot{P}_0 = \int_V B^T \dot{\sigma}_0 dV \quad (3.88)$$

La différence par rapport au modèle de base dont nous sommes partis et qui a déjà été précisé dans la Section 3.3.2.1, réside en la présence du terme P_0 . Ce terme pourra être calculé en utilisant les relations (3.83) et (3.86a). Par la suite, ce terme représentant les forces induites par le séchage sera pris en compte dans la résolution de l'équation du mouvement de la même manière que les forces extérieures.

Enfin, le dernier élément que nous retiendrons de ce modèle est la prise en compte de l'éloignement de la pièce de bois relativement au tronc de l'arbre dont elle est extraite, en tant que paramètre influençant le processus de déformation. En effet, pour un point donné de la structure, certaines grandeurs telles que E_l et α_l vont varier en fonction de la distance entre ce point et le centre du tronc. Cette dépendance de E_l et α_l , à la distance au centre du tronc est mise en évidence par les relations :

$$E_l = a + b.r \quad (3.89)$$

$$\alpha_l = c - d.r \quad (3.90)$$

avec :

a, b, c et d : des constantes.

r : l'éloignement au centre du tronc.

3.4.2 Mise en oeuvre

Afin de mettre en application le modèle que nous venons de décrire, un certain nombre de travaux ont dû être effectués. Ainsi, nous commencerons par introduire un certain nombre de simplifications permettant de rendre ce modèle plus adapté à une simulation pour la synthèse d'image. Puis nous étudierons les éléments relatifs à l'implémentation de ce modèle. Finalement, nous verrons comment par la suite, nous envisageons de tirer profit du modèle de croissance dont nous disposons (Section 1.2) pour accroître les performances du modèle présenté.

3.4.2.1 Simplifications

Les simplifications présentées dans cette partie ont pour fonction de permettre la mise en place d'un modèle physique cohérent réduit à ses caractéristiques les plus

pertinentes. Par la suite, notre ambition est de pouvoir lever progressivement ces différentes simplifications de manière à obtenir un modèle en adéquation avec le modèle physique. Les principales simplification apportées sont :

- Dans un premier temps nous ne tiendrons pas compte de l'éloignement au centre du tronc susceptible d'influencer les valeurs de E_l et de α_l . En effet, l'influence de cette considération sur la déformation globale est mineure, aussi nous avons préféré dans un premier temps ne pas en tenir compte. De ce faite, contrairement à ce qui était spécifié dans les relations (3.89), nous considèrerons E_l et α_l comme des constantes.
- Comme souligné par Ormerson et ces collègues dans [DOP96], l'effet mécanosportif peut être négligé dans le cas de contraintes de faibles amplitudes. Cette hypothèse est on ne peut plus vraie dans le cas des contraintes induites par le séchage du bois. De ce fait, il est possible de reformuler les équations (3.81) et (3.83) en ne prenant pas en compte la déformation induite par l'effet mécanosportif, on obtient alors :

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_w + \cancel{\dot{\epsilon}_{\sigma w}} \quad (3.91)$$

et :

$$\dot{\sigma}_0 = D(\dot{\epsilon}_w + \cancel{\dot{\epsilon}_{\sigma w}}) \quad (3.92)$$

- Afin de simplifier, le calcul de la matrice de passage G , nous considèrerons dans un premier temps, que l'axe x du repère globale coincide avec l'axe l du repère locale. Cette hypothèse est raisonnable à la seule condition que les surfaces latérales des planches de bois traitées soient tangentes à l'axe du tronc. En vue d'une première validation de notre modèle, cette condition ne s'avère nullement gênante. L'intérêt de cette hypothèse est qu'elle aboutit à rendre nuls, un certain nombre de termes présents dans le calcul de G , on obtient ainsi :

$$G = \begin{pmatrix} a_l^x a_l^x & \cancel{a_l^y a_l^y} & \cancel{a_l^z a_l^z} & \cancel{a_l^x a_l^y} & \cancel{a_l^z a_l^x} & \cancel{a_l^y a_l^z} \\ \cancel{a_r^x a_r^x} & a_r^y a_r^y & a_r^z a_r^z & a_r^x a_r^y & \cancel{a_r^z a_r^x} & \cancel{a_r^y a_r^z} \\ \cancel{a_t^x a_t^x} & a_t^y a_t^y & a_t^z a_t^z & a_t^x a_t^y & \cancel{a_t^z a_t^x} & \cancel{a_t^y a_t^z} \\ 2 \cancel{a_r^x a_r^x} & 2 a_l^y a_r^y & 2 a_l^z a_r^z & a_l^x a_r^y + a_l^y a_r^x & \cancel{a_l^z a_r^x} + \cancel{a_l^x a_r^z} & \cancel{a_l^y a_r^z} + \cancel{a_l^z a_r^y} \\ 2 \cancel{a_t^x a_t^x} & 2 \cancel{a_t^y a_t^y} & 2 \cancel{a_t^z a_t^z} & \cancel{a_t^x a_t^y} + \cancel{a_t^y a_t^x} & a_l^z a_l^x + a_t^x a_l^z & a_t^y a_l^z + a_l^z a_t^y \\ 2 \cancel{a_r^x a_r^x} & 2 \cancel{a_r^y a_r^y} & 2 \cancel{a_r^z a_r^z} & \cancel{a_r^x a_r^y} + \cancel{a_r^y a_r^x} & a_r^z a_r^x + a_r^x a_r^z & a_r^y a_r^z + a_r^z a_r^y \end{pmatrix} \quad (3.93)$$

Finalement, si l'on note θ l'angle, entre la direction r du repère locale et la direction y du repère globales, nous obtenons la forme de G telle qu'elle nous

l'utiliserons :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2\theta & \sin^2\theta & \sin\theta\cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin^2\theta & \cos^2\theta & -\sin\theta\cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & -2\sin\theta\cos\theta & -2\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

- De manière à isoler la déformation du bois liée au séchage du reste des phénomènes, nous considèrerons qu'aucune force extérieure n'est appliquée à la structure. Il résulte de cette simplification une nouvelle formulation des éléments finis, dans laquelle le terme relatif aux forces volumiques et surfaciques extérieures est supprimé.

$$K\dot{a} = \cancel{\mathcal{R}} + \dot{P}_0 \quad (3.95)$$

Compte tenu de cette simplification le calcul de la partie droite de l'équation se résume au calcul du terme \dot{P}_0 .

- Un élément supplémentaire qui n'a pas été mentionné dans la description du modèle de séchage est l'importance de l'orientation des fibres du bois. En effet, celles-ci ne sont jamais exactement tangentes à l'axe du tronc. Bien que cette considération dût dans l'idéal être prise en compte, nous avons préféré ne pas l'intégrer dans notre modèle. Cette simplification nous a semblé raisonnable au regard de son impact sur la déformation finale.

3.4.2.2 Implementation

Contrairement aux précédentes approches, à la considération du modèle précédemment présenté et des simplifications introduites, il apparaît que la première étape indispensable au calcul des différentes grandeurs du système, est le calcul de la matrice de passage G .

Comme le rappelle l'équation (3.94), le calcul de G passe par le calcul de l'angle θ formé par la direction r du repère local et la direction y du repère global. De plus G entrant dans le calcul de plusieurs grandeurs (D , σ_0) définies pour chaque volume, nous en avons déduit, que G et donc θ devait également être calculé pour chaque volume constituant le système. Pour calculer θ , nous procéderons donc comme suit :

- On détermine le centre de gravité de chacun des volumes de la structure. Soit C_g ce point.

- On définit la droite D_{axe} comme étant la droite correspondante à l'axe du tronc. De part les simplifications introduites, cette droite est parallèle aux axes x et l et est donc orthogonale au plan formé par les axes y et z .
- On détermine le point d'intersection entre D_{axe} et le plan formé par y et z et contenant C_g . Soit C_a ce point.
- L'angle θ correspond alors à l'angle formé par l'axe y et le vecteur $\overrightarrow{C_g C_a}$. On détermine cet angle à partir de son cosinus lui-même obtenu à partir du produit scalaire entre ces deux vecteurs.

Une fois θ déterminé, il est alors possible de calculer G pour tous les volumes de la structure. Puis conformément aux relations (3.86c) et (3.92) il est possible de calculer D puis σ_0 comme détaillé dans les Tables 3.2 et 3.3.

TAB. 3.2: : Calcul de D exprimé dans le repère global.

```

Pour chaque volume V faire
# El,Er,Et,nu_lr,nu_rl,nu_lt,nu_tl,nu_tr,nu_rt,G_lr,G_lt et G_rt sont des constantes connues
# elles correspondent à celles de l'équation (3.84).
J = matrice_compliance(El,Er,Et,nu_lr,nu_rl,nu_lt,nu_tl,nu_tr,nu_rt,G_lr,G_lt,G_rt)
G = matrice_passage(V->C_g,C_a);
D_local = inversion(J);
# trans(m) calcule la transposé de la matrice m.
D_global = multiplication(trans(G),D_local);
D_global = multiplication(D_global,G);
fin pour
retourner (D_global);

```

TAB. 3.3: : Calcul de σ_0 exprimé dans le repère global.

```

Pour chaque volume V faire
// El,Er,Et,nu_lr,nu_rl,nu_lt,nu_tl,nu_tr,nu_rt,G_lr,G_lt et G_rt sont des constantes connues
// elles correspondent à celles de l'équation (3.84).
J = matrice_compliance(El,Er,Et,nu_lr,nu_rl,nu_lt,nu_tl,nu_tr,nu_rt,G_lr,G_lt,G_rt)
D_local = inversion(J);
G = matrice_passage(V->C_g,C_a);
// trans(m) calcule la transposé de la matrice m.
sigma_temp = multiplication(trans(G),D_local);
Pour i=0 tant que i <6 faire
// alpha_l,alpha_r, alpha_t et moisture_rate sont des constantes connues du système,
// elles correspondent à celles de l'équation (3.79).
sigma [i] = (alpha_l*sigma_temp(i,0) + alpha_r*sigma_temp(i,1) + alpha_t*sigma_temp(i,2))
sigma [i] *= moisture_rate;
i++;
fin pour fin pour
retourner (sigma);

```

Dans une partie précédente (Section 3.3.2.1), nous avons mis en évidence le fait que la symétrie de la matrice D permettait de faire apparaître des symétries dans la matrice de raideur globale (voir équation (3.74)). De ce fait, le calcul de la matrice de raideur pouvait se limiter aux seuls termes distincts. Malheureusement, cette simplification n'est ici plus possible dans la mesure où la matrice D calculée à partir de la matrice de passage G , n'est plus symétrique. Le calcul de la matrice de raideur devra donc passer par le calcul préalable de l'ensemble des sous matrices K_{ij} .

Finalement, nous concluons cette partie relative à l'implémentation du modèle en précisant le calcul des forces induites par le séchage. En effet, l'élément fondamental de l'implémentation de ce modèle tient au calcul des forces induites par le processus de séchage. Pour calculer ces forces, nous allons utiliser l'équation (3.88). Les matrices de cette équation ayant été préalablement calculées, il est possible de calculer ces forces en utilisant l'algorithme de la Table 3.4

TAB. 3.4: : Calcul de P_0 caractérisant les forces induites par le changement de l'état hydrique du bois.

```

Pour chaque volume T faire
  Pour j=0 tant que j<4 faire
    // la matrice B est la matrice permettant de mettre en relation les contraintes avec les déplacements.
    real_type bj = T->B[j](0);
    real_type cj = T->B[j](1);
    real_type dj = T->B[j](2);
    vector3_type f;
    // la matrice sigma est écrite en utilisant la notation de Voigt : sous la forme d'un vecteur à 6 composantes
    f(0) = bj*T->sigma[0] + cj*T->sigma[4] + dj*T->sigma[5];
    f(1) = cj*T->sigma[1] + bj*T->sigma[3] + dj*T->sigma[5];
    f(2) = dj*T->sigma[2] + bj*T->sigma[4] + cj*T->sigma[5];
    f *= T->volume;
    T->node(j)->forces += f;
  fin pour
fin pour

```

3.4.2.3 Utilisation du modèle hybride

Dans les travaux issus de la physique tel que celui sur lequel nous avons basé notre étude [ODP98], le lien entre la structure du bois (orientation, distance vis-à-vis du centre du tronc...) et le processus de déformation est explicite et se fait par l'intermédiaire d'hypothèses et de paramètres fixés pour une simulation donnée : orientation du bois, distance au centre... . Cette approche du problème n'est pas sans conséquence sur l'automatisation du phénomène. De plus, une telle approche n'est pas intuitive et implique que l'utilisateur arrive à faire correspondre la planche

de bois traité avec l'arbre dont celle-ci aurait pu provenir.

C'est la raison pour laquelle, nous souhaitons proposer un modèle permettant de simuler les divers gauchissements induits par le changement de l'état hydrique du bois, de telle sorte que la dépendance à la structure de ce dernier soit implicite. Pour ce faire, nous allons mettre à contribution notre modèle de croissance du bois (voir Section 1.2). Plus particulièrement, nous utiliserons le modèle « Hybride » introduit précédemment (Section 3.3.2.2) et permettant de combiner le modèle physique du séchage et le modèle de croissance du bois.

Précédemment, ce modèle hybride nous a permis de tirer profit de la représentation du bois à l'aide d'une 3-G-carte dans le cadre de changements de topologies, résultant des contraintes calculées à l'aide du modèle physique. Ici, la problématique est différente, car notre structure ne souffrira à priori dans un premier temps, d'aucuns changements de topologie. Néanmoins, ce modèle hybride va être d'une grande importance, car il nous permettra :

- D'extraire les morceaux de bois ou planches, que l'on souhaite traiter, directement à partir d'un arbre généré par le modèle.
- Compte tenu de cette continuité entre la génération de l'arbre et l'extraction du bois, nous aurons toutes les informations sur l'orientation des volumes relativement à la structure générale de l'arbre. Comme l'illustre la Figure 3.22, les repères associés à chaque volume pourront faire office de repère local pour notre modèle. De même, l'éloignement au centre du tronc pourra être facilement déduit.

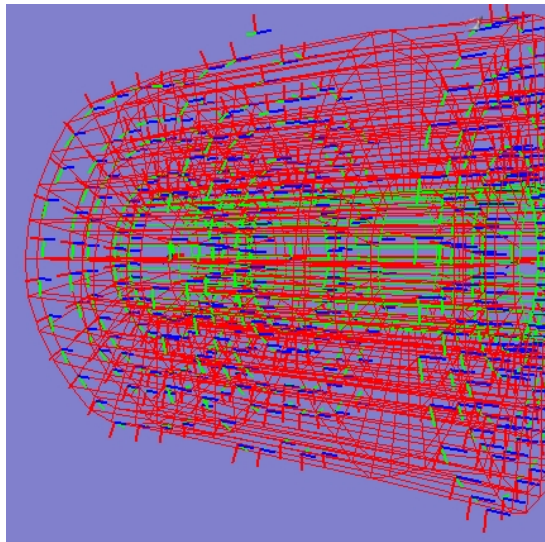


FIG. 3.22: Repères associés à chaque volume issu du modèle de croissance.

Compte tenu des simplifications introduites précédemment, l'utilisation de ce modèle et des informations qu'il est susceptible de nous fournir ne s'est pas avérée indispensable. Aussi, nous sommes-nous cantonnés à expérimenter notre méthode sur des structures formatées dont l'orientation vis-à-vis de l'arbre dont elles étaient supposées être extraites était facilement identifiable.

Cet élément est cependant un élément essentiel du modèle que nous proposons et il sera mis en application dès que le modèle relatif aux déformations aura été validé.

3.4.3 Résultats

Au final, le modèle obtenu est relativement instable et fortement dépendant de la taille des éléments utilisés pour discrétiser l'objet à traiter ainsi que des pas de temps utilisés. Néanmoins, il nous a permis d'obtenir quelques résultats de déformations induites par le mécanisme de séchage du bois. Ainsi, sur la Figure 3.23, la planche de bois sous l'effet d'un changement de son état hydrique va être sujette à une déformation de type « tirant à coeur » .

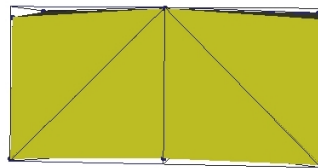


FIG. 3.23: Exemple de gauchissement obtenu avec notre méthode : ici un gauchissement de type « tirant à coeur » .

Les principales constantes utilisées pour caractériser cette déformation sont données dans la Table 3.5 pour information. Ces grandeurs sont issues d'observations [DOP96]. Un autre type de résultats obtenu est illustré au travers des Figures 3.24(a)

TAB. 3.5: : Constantes utilisées pour simuler les déformations induites par le séchage du bois

E_l	E_r	E_t	ν_{lr}	ν_{rl}	ν_{lt}	ν_{tl}	ν_{tr}	ν_{rt}	G_{lr}	G_{lt}	G_{rt}	α_l	α_r	α_t
109700	500	300	0.40	0.40	0.40	0.40	0.50	0.50	800	500	50	-0.0309	0.19	0.35

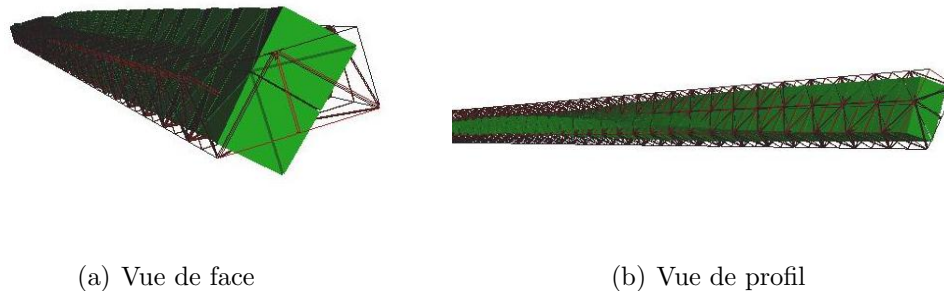


FIG. 3.24: Exemple de gauchissement obtenu avec notre méthode : ici une « torsion ».

et 3.24(b). Dans ces exemples la déformation modélisée est de type « Torsion ».

Tous les résultats présentés ont été obtenus en considérant la planche de bois comme étant exactement extraite du centre de l'arbre.

3.4.4 Problèmes et perspectives

Nous avons modifié notre modèle de « base » (Section 3.3.2.1) de manière à prendre en compte les déformations induites par le séchage du bois, en nous appuyant sur un modèle physique. Cependant, il s'est avéré que le système obtenu était relativement instable et dramatiquement dépendant à la taille des éléments utilisés pour discrétiser la structure de la pièce de bois. De plus, quand la taille des éléments était idéalement fixée, nous nous sommes rendu compte que le système tendait à reproduire préférentiellement une déformation de type torsion et cela même si l'orientation de la planche de bois était modifiée. La source du problème n'a pu à ce jour être clairement identifiée, aussi nous n'avons pour l'instant que des hypothèses :

- Certaines simplifications introduites ont peut être plus de conséquences sur la déformation globale que nous l'envisagions.
- Une mauvaise interprétation du modèle physique.
- Une incompatibilité insoupçonnée entre notre modèle de base et le modèle envisagé.
- Une possible méprise sur les unités des différentes grandeurs physiques.

Trouver une solution aux problèmes rencontrés constitue une piste intéressante en guise de perspective future, sous réserve que comme hypothéquée, l'utilisation de modèle hybride puisse accroître les performances du modèle.

Le phénomène du séchage est un phénomène intéressant qui pourrait être abordé de manière phénoménologique, en se basant sur le caractère orthotrope du phé-

nomène de retrait. Une piste envisageable serait de considérer empiriquement des forces extérieures appliquées sur les éléments à des taux déterminés en fonction de l'orientation du bois.

Conclusion

TOUT AU LONG de ce mémoire, nous avons proposé diverses méthodes afin de répondre à la problématique énoncée en introduction : le vieillissement du bois.

Dans le chapitre 2, nous avons présenté les méthodes issues d'une approche phénoménologique du problème du vieillissement. En prenant, appuie sur des outils adaptés : modèle de croissance basé sur une 3-G-carte, ainsi que sur des considérations pertinentes des phénomènes traités : issues de la botanique, les méthodes proposées ont permis d'obtenir des résultats intéressants. On retiendra que ces méthodes visant à reproduire de manière schématique des phénomènes naturels se caractérisent par leurs complexités réduites ainsi que par leurs grandes modularités.

Plus particulièrement, les méthodes proposées ont permis de simuler les attaques d'insectes xylophages, le processus d'érosion, l'apparition de fentes et fractures ainsi que les dégâts causés par un champignon particulier du bois : le « Blue Stain Fungi ». Ces différentes méthodes peuvent être combinées de manière à ce que le rendu vieillit du bois soit plus pertinent. Néanmoins, on notera que les phénomènes modélisés par nos méthodes ne permettent pas de représenter des dégradations suffisamment importantes au regard de ce qui peut exister dans la réalité. Par exemple, les attaques d'insectes survenant sur une pièce de bois non traitée aboutissent généralement à une destruction prononcée du bois et se terminent généralement par la disparition de ce dernier. Il est donc possible de concevoir l'extension des méthodes présentées ici, à des phénomènes de dégradation plus conséquents, comme une perspective éventuelle à de futurs travaux.

Dans le chapitre 3, une approche physique a été préférée à une approche phénoménologique pour simuler des phénomènes de déformation, de génération de fractures ainsi que les phénomènes de gauchissements induits par le séchage. Les méthodes

proposées n'ont pas été en mesure de répondre au cahier des charges fixé à priori, notamment du fait d'un modèle trop limitant (modèle de déformation) et de différents problèmes dont la source n'a pu être identifiée. Néanmoins, les diverses approches proposées sont à même de constituer une base de travail pour de futurs travaux. On notera également que les différents moyens mis en oeuvre et en particulier, les différents outils développés sont autant d'éléments susceptibles d'être utilisés dans des applications futures.

En particulier, une simplification des concepts utilisés afin de simuler de manière physiquement réaliste les processus de séchage et de déformation pourrait s'avérer un compromis intéressant pour la synthèse d'image, puisqu'il permettrait de passer outre certains éléments limitants tels que le calcul de l'historique des déformations (dans le cas du modèle de déformation). Il est par exemple possible d'envisager la possibilité de déduire des modèles physiques présentés, un certain nombre de lois et de propriétés s'inspirant de la physique et qui seraient par la suite utilisées conjointement à un modèle physique de déformations simplifié (au cas d'objets isotropes élastique) afin de caractériser le comportement spécifique du bois. De telles simplifications n'auront pas inévitablement un effet quant à la pertinence visuelle des résultats obtenus. En effet, du point de vue de la synthèse d'image, la pertinence de l'ensemble des éléments introduits pour caractériser le comportement spécifique du bois n'est pas une évidence et l'on peut supposer que certains ne soient pas indispensables à une simulation visuellement réaliste.

L'étude du vieillissement du bois en synthèse d'image est un phénomène vaste. Aussi de nombreux phénomènes restent à être traités. Aussi nous espérons que ce travail pourra être étendu et amélioré dans le cadre de travaux futurs.

Annexe A

Annexes



Annexe A

Annexes

A.1 Opérateurs mathématiques

A.1.1 La matrice Jacobienne

La matrice Jacobienne est la matrice des dérivées partielles du premier ordre d'une fonction vectorielle. Soit F une fonction d'un ouvert de R^n à valeurs dans R^m . Une telle fonction est définie par ses m fonctions composantes à valeurs réelles, $(y_1(x_1, \dots, x_n), \dots, y_m(x_1, \dots, x_n))$. Les dérivées partielles de ces fonctions en un point M , si elles existent, peuvent être rangées dans une matrice $m \times n$, appelée matrice jacobienne de F . Les équations qui suivent résument les formes les plus couramment utilisées lorsque l'on parle de matrice Jacobienne.

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1a})$$

ou :

$$J_F(M) \quad (\text{A.1b})$$

ou encore :

$$\frac{\partial y_1, \dots, \partial y_m}{\partial x_1, \dots, \partial x_n} \quad (\text{A.1c})$$

A.1.2 Gradient

Soit le vecteur $u = (u, v, w)$, le gradient de ce vecteur noté ∇u dans la base (x, y, z) est défini comme suit :

$$\nabla u = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

ou sous une forme condensée :

$$\nabla u = \begin{pmatrix} u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

A.1.3 Divergence

On prend l'exemple du tenseur de contrainte et on lui applique l'opérateur divergence.

$$\nabla \sigma = \begin{pmatrix} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

A.2 Etat de déformation du système

A.2.1 Autres écritures du tenseur des déformations de Cauchy

Soit le déplacement défini par $u = (u, v, w)$ la déformation correspondante peut être exprimée à l'aide du tenseur des déformations de Cauchy. Ce dernier peut se trouver dans la littérature sous la forme suivante :

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{A.5})$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}; \quad \gamma_{yx} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (\text{A.6})$$

A.2.2 Autres écritures du tenseur des déformations de Green Lagrange

En utilisant la matrice Jacobienne (Annexe A.1.1) du champ de déplacement, on obtient une formulation équivalente de tenseur de Green Lagrange :

$$\epsilon = J_m(u)J_m^T(u) - I \quad (\text{A.7a})$$

avec :

m : les coordonnées matérielles de l'objet non déformé.

$J_m(u)$: la Jacobienne de la fonction vectorielle u en fonction de m .

$J_m^T(u)$: la transposée de la Jacobienne de la fonction vectorielle u en fonction de m .

I : La matrice identité.

A.2.3 Analogie entre le tenseur de Cauchy et le tenseur de Green Lagrange

Si l'on réécrit cette définition du tenseur de Green (3.4) en fonction du déplacement et non plus en fonction de la position on obtient :

$$\epsilon_{green-lagrange} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial \Omega_j} + \frac{\partial u_j}{\partial \Omega_i} + \left(\frac{\partial u_1}{\partial \Omega_i} \frac{\partial u_1}{\partial \Omega_j} + \frac{\partial u_2}{\partial \Omega_i} \frac{\partial u_2}{\partial \Omega_j} + \frac{\partial u_3}{\partial \Omega_i} \frac{\partial u_3}{\partial \Omega_j} \right) \right] \quad (\text{A.8})$$

Par la suite, si l'on remplace les dérivées définies par rapport au repère local (celui du matériau) par celles définies par rapport au repère du monde ($\Omega_1 \rightarrow x, \Omega_2 \rightarrow y, \Omega_3 \rightarrow z$) l'équation du tenseur devient :

$$\epsilon_{green-lagrange} = \frac{1}{2} (\nabla u + [\nabla u]^T + [\nabla u]^T \nabla u) \quad (\text{A.9})$$

Dans cette formulation, on retrouve les termes de la définition du tenseur de Cauchy. Finalement, on peut écrire :

$$\epsilon_{green-lagrange} = \epsilon_{cauchy} + \frac{1}{2} [\nabla u]^T \nabla u \quad (\text{A.10})$$

A.3 Approfondissement de l'état de l'art

A.3.1 Modèle d'intégration explicite de Newmark

Dans [ZC99], les auteurs proposent d'utiliser ce schéma d'intégration particulier :

$$u_{n+1} = u_n + \frac{du_n}{dt} \Delta t_n + \Delta t_n^2 \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \frac{d^2 u_n}{dt^2} + \beta \frac{d^2 u_{n+1}}{dt^2} \right) \quad (\text{A.11a})$$

$$\frac{du_{n+1}}{dt} = \frac{du_n}{dt} + \Delta t_n \left((1 - \gamma) \frac{d^2 u_n}{dt^2} + \gamma \frac{d^2 u_{n+1}}{dt^2} \right) \quad (\text{A.11b})$$

où :

u_n , $\frac{du_n}{dt}$, $\frac{d^2 u_n}{dt^2}$: représentent respectivement, le déplacement, la vitesse et l'accélération au temps t_n .

Δt_n : représente le pas temps, définis comme la différence $t_{n+1} - t_n$.

β , γ : deux paramètres réels.

En fixant β et γ de telle sorte que $\beta = 0$ et $\gamma = \frac{1}{2}$, on obtient un schéma d'intégration aussi appelé « Méthode des différences centrales » :

$$u_{n+1} = u_n + \frac{du_n}{dt} \Delta t_n + \frac{1}{2} \frac{d^2 u_n}{dt^2} \Delta t_n^2 \quad (\text{A.12a})$$

$$\frac{du_{n+1}}{dt} = \frac{du_n}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 u_n}{dt^2} + \frac{d^2 u_{n+1}}{dt^2} \right) \Delta t_n \quad (\text{A.12b})$$

A.3.2 Déformations rigide

Quelques explications sur la méthode proposée dans [NFC04] et venant en complément de la Figure 3.8.

Dans un premier temps, on va ramener l'élément au repos dans un même état de rotation que l'élément déformé. Deux repères sont introduits en plus du repère global, ces deux repères sont des repères locaux, l'un étant associé à l'élément au repos, l'autre à l'élément déformé. Ces deux repères sont définis orthonormés et de telle sorte que leurs centres correspondent à l'un des sommets de l'élément, et qu'une arête adjacente normalisée serve de premier axe. Le second axe est alors choisi dans le plan formé par le premier axe et une arête adjacente au centre du repère. Une fois les petits déplacements calculés 3.8(d), il est possible de déterminer les forces en chacun des sommets de l'élément. Ces forces sont calculées dans un repère local, il sera donc nécessaire par la suite de les exprimer dans le repère global. L'introduction de ces nouveaux repères locaux va également permettre de simplifier le calcul

de la matrice de rigidité. En effet, par construction, les repères locaux introduits présentent certaines caractéristiques intéressantes dont les auteurs vont tirer profit de manière à accélérer le calcul de la matrice de rigidité.

A.3.3 Shape Matching

Dans la méthode proposée dans [MHTG05], le *Shape Matching* va tout d'abord consister à trouver la rotation R ainsi que les translations t et t_0 minimisant l'équation suivante :

$$\sum_i w_i (R(x_i^0 - t_0) + t - x_i)^2 \quad (\text{A.13})$$

avec :

w_i : le poids associé à chacun des points (dans l'exemple proposé les poids sont définis en fonction des masses associées à chaque point).

t_0 et t : sont définis relativement au centres de masses, respectivement de la structure dans son état initial et de la structure dans son état déformé.

Une fois ces grandeurs déterminées à l'aide d'un procédé que nous n'évoquerons pas ici, la « goal position » g_i est déterminée pour un point i donné par :

$$g_i = R(x_i^0 - t_0) + t \quad (\text{A.14})$$

Par la suite, le déplacement des points du système se calculé à l'aide du schéma d'intégration spécifique, décrit ci-dessous :

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + \alpha \frac{g_i(t) - x_i(t)}{\Delta t} + \Delta t \frac{f_{ext}}{m_i} \quad (\text{A.15})$$

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \Delta t v_i(t + \Delta t) \quad (\text{A.16})$$

avec :

Δt : le pas de temps.

m_i : les masses associées à chaque point.

α : un coefficient variant de 0 à 1 et permettant de paramétrer la rigidité du matériau. Pour un corps rigide, ce coefficient sera égal à 1 et dans cette configuration, chaque point sera déplacé exactement à sa « goal position » et cela à chaque pas de temps.

A.4 Grandeurs physiques

A.4.1 Module de Young E

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (\text{A.17})$$

avec :

σ : le tenseur de contrainte

ϵ : le tenseur de déformation

Le module de Young est utilisé pour caractériser l'étirement ou la compression linéaire (selon un axe)

A.4.2 Coefficient de Poisson ν

$$\nu = \frac{\text{contraction transversale unitaire}}{\text{allongement axial unitaire}} \quad (\text{A.18})$$

Le coefficient de Poisson permet de caractériser la contraction de matière perpendiculairement à la direction de l'effort appliqué. Plus concrètement, sous l'effet d'une traction ou d'une compression la largeur d'une pièce va varier de manière proportionnelle à la valeur de l'allongement (résultat de l'effort appliqué à la pièce traction ou compression). Le rôle du coefficient de Poisson est de quantifier ce rapport.

A.4.3 Le module de cisaillement G

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{A.19})$$

avec :

E : le module de Young.

ν : le coefficient de Poisson.

Encore appelé module de glissement, il est dépendant du matériau considéré, de son traitement, de la température ainsi que d'autres variables thermodynamiques. Il permet de caractériser les déformations causées par des efforts de cisaillement.

A.4.4 Le module de Compliance J

$$J = G^{-1} \quad (\text{A.20})$$

avec :

G : le module de cisaillement

Il caractérise le rapport entre le volume d'un réservoir élastique et la pression du fluide qu'il contient. On peut parfois trouver une autre grandeur liée aux phénomènes de compressions isostatiques, le module d'incompressibilité K .

A.4.5 Le module d'incompressibilité K

$$\nabla P = K * \frac{\nabla V}{V_0} \quad (\text{A.21})$$

avec :

∇P : la variation de pression sur le matériau.

V_0 : volume initial.

∇V : la variation de volume.

Il permet de mesurer un changement de pression en réponse à une variation du volume initial.

Table des figures

1.1	Macrostructure du bois	8
1.2	Mise en évidence du duramen et de l'aubier sur une coupe transversale	9
1.3	Repère orthotropique du bois	11
1.4	Illustration des bijections α_0 , α_1 et α_2	13
1.5	Illustration des bijections α_3	13
1.6	Exemple d'un Map L-system	18
1.7	Un exemple de cellwork L-system	19
1.8	Les différentes étiquettes (labels) associé à un prisme d'ordre 4.	20
1.9	Les principaux axes de croissance du bois.	21
1.10	Correspondance entre les labels associés aux faces des volumes d'une 3-G-carte et le repère de référence du bois.	22
1.11	Opération d'éclatement	23
1.12	Comparaison entre l'opération d'éclatement et l'opération d'ajout de volume	24
1.13	Les résultats obtenus après plusieurs itérations en utilisant la gram- maire Tab.1.1.	24
1.14	Résultat obtenu à partir du modèle de croissance du bois, basé sur les 3Gmap L-system.	26
1.15	Extrusion de petits éléments de texture volumique à partir d'une pho- tographie issue du monde réel.	26
1.16	Une thèière obtenue après application d'une texture volumique pro- venant du modèle de croissance.	27
2.1	Distorsions et fissures sur une planche de bois [YFC04]	34
2.2	Un morceau de bois attaqué par des termites [YFCT08].	34
2.3	Pipeline de la méthode procédurale proposée dans [Hen03].	35
2.4	Un banc en bois présentant des fissures [DGA05].	36
2.5	Photographie d'un morceau de bois attaqué par des insectes	39

2.6	Création d'un cylindre à partir d'une « face d'ancrage »	40
2.7	Localisation des faces adjacentes	41
2.8	Illustration du plongement des cylindres	41
2.9	Prise en compte volumique des galeries créées par les insectes	42
2.10	Résultat de la simulation d'une attaque d'insecte	43
2.11	Les principales catégories de champignons lignivores.[Uni]	44
2.12	Morceau de bois attaqué par des champignons de bleuissement	44
2.13	Comparaison entre une planche de bois saine et une planche recouverte de diverses moisissures.	45
2.14	Processus de simulation du bleuissement d'une pièce de bois	47
2.15	Utilisation d'un masque de texture pour matérialiser la décoloration	47
2.16	Le résultat d'une attaque de champignons sur une planche de bois	48
2.17	Divers types de fissuration du bois	50
2.18	Propagation d'une fente en utilisant les informations d'adjacence	51
2.19	Duplication des sommets partagés par une paire de faces au cours du processus de séparation.	51
2.20	Plusieurs roulures « partielles » et une roulure « totale ».	52
2.21	Plusieurs fentes radiales.	53
2.22	Séparation d'un nœud et du reste de la planche	53
2.23	Aspect caractéristique de l'érosion pour un type de bois particulier	54
2.24	Sélection des faces à affaïsser	55
2.25	Illustration du processus visant à reproduire le phénomène de l'érosion	56
2.26	Cas particulier du processus de simulation de l'érosion : Affaïssement d'un bord.	56
2.27	Résultat de la simulation de l'érosion	57
2.28	Erosion d'une planche de bois.	57
2.29	Un tronc attaqué par des insectes et présentant également des fractures radiales	58
3.1	Cisaillement caractérisé par les termes $\epsilon_{ij}(i \neq j)$	65
3.2	Contraintes s'appliquant sur les facettes d'un cube	68
3.3	Une cellule de Kelvin-Voigt	72
3.4	Une cellule de Maxwell	73
3.5	Décomposition proposée par [TW88]	87
3.6	Méthode de génération de fracture d'après [MMDJ01]	96
3.7	Illustration du modèle hybride proposé dans [CDA00].	99

3.8	Calcul des forces à partir des petits déplacements [NFC04]	102
3.9	Modèle de Kelvin-Voigt généralisé	110
3.10	Création d'un modèle hybride par le couplage entre deux modèles : le modèle physique et le modèle de croissance	121
3.11	Triangulation d'une 3-G-carte	122
3.12	Méthode de création d'un tétraèdre	123
3.13	Diagramme illustrant le découpage d'un élément tétraédrique	127
3.14	Remaillage des éléments adjacents aux éléments découpés	127
3.15	Simulation de la déformation d'une planche.	129
3.16	Extraction d'une planche à partir du modèle de croissance	130
3.17	Exemple de la subdivision en tétraèdres, d'une structure générée par le modèle de croissance	130
3.18	Simulations d'une déformation puis apparition de diverses fractures.	131
3.19	Les principaux modes de fracture	132
3.20	Les principales déformations induites par le séchage	134
3.21	Systèmes de coordonnées : global et local [ODP98]	135
3.22	Repères associés à chaque volume issu du modèle de croissance	144
3.23	Gauchissement de type « tirant à coeur », obtenu avec notre méthode	145
3.24	Gauchissement de type « torsion », obtenu avec notre méthode	146

Liste des tableaux

1.1	Grammaire d'un 3Gmap L-system utilisé pour générer un tronc	25
3.1	Calcul d'une sous matrice K_{ij} de la matrice globale K	119
3.2	Calcul de D exprimé dans le repère global	142
3.3	Calcul de σ_0 exprimé dans le repère global	142
3.4	Calcul de P_0	143
3.5	Constantes utilisées pour simuler le séchage du bois	145

Bibliographie

- [Bli82] James F. Blinn. Light reflection functions for simulation of clouds and dusty surfaces. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 16(3) :21–29, 1982.
- [BnC96] Morten Bro-nielsen and Stephane Cotin. Real-time volumetric deformable models for surgery simulation using finite elements and condensation. In *Computer graphics forum*, pages 57–66, 1996.
- [BW98] David Baraff and Andrew Witkin. Large steps in cloth simulation. In *SIGGRAPH '98 : Proceedings of the 25th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 43–54, New York, NY, USA, 1998. ACM.
- [BW01] Xavier Baele and Nadine Warzée. Real time simulation of virtual objects impact with shattering. *Proceedings of the Game Technology Conference, GTEC'01*, 2001.
- [CD01] Claude Chazal and Frédéric Dubois. A new incremental formulation in the time domain for crack initiation in an orthotropic linearly viscoelastic solid. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 5(3) :229–253, 2001.
- [CDA99] Stéphane Cotin, Hervé Delinguette, and Nicholas Ayache. Real-time elastic deformations of soft tissues for surgery simulation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 5(1) :62–73, 1999.
- [CDA00] Stéphane Cotin, Hervé Delinguette, and Nicholas Ayache. A hybrid elastic model allowing real-time cutting, deformations and force-feedback for surgery training and simulation. *The visual computer*, 16(8) :437–452, 2000.
- [Clo05] A. Cloutier. Anatomie et structure du bois. Université de Laval, 2005. Note de cours- Chapitre 1.
- [CXW⁺05] Yanyun Chen, Lin Xia, Tien-Tsin Wong, Xin Tong, Hujun Bao, Baining Guo, and Heung-Yeung Shum. Visual simulation of weathering

- by gamma-ton tracing. In *SIGGRAPH '05 : ACM SIGGRAPH 2005 Papers*, pages 1127–1133, New York, NY, USA, 2005. ACM.
- [CZ04] Jian Chang and Jian J. Zhang. Mesh-free deformations : Research articles. *Comput. Animat. Virtual Worlds*, 15(3-4) :211–218, 2004.
- [DCP98] Frédéric Dubois, Claude Chazal, and Christophe Petit. A finite element analysis of creep-crack growth in viscoelastic media. *Mechanics of Time-Dependent Materials*, 2(3) :269–286, 1998.
- [DCP02] Frédéric Dubois, Claude Chazal, and Christophe Petit. Viscoelastic crack growth process in wood timbers : An approach by the finite element method for mode i fracture. *International Journal of Fracture*, 113(4) :367–388, February 2002.
- [Deb00] Gilles Debunne. *Animation multirésolution d’objets déformables en temps-réel. Application à la simulation chirurgicale*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, December 2000.
- [dep07] US dept of agriculture. *Encyclopedia of Wood*. Skyhorse publishing, mai 2007.
- [DGA04] Brett Desbenoit, Eric Galin, and Samir Akkouche. Simulating and modeling lichen growth, 2004. Eurographics 2004 Conference.
- [DGA05] Brett Desbenoit, Eric Galin, and Samir Akkouche. Modeling cracks and fractures. *The visual computer*, 21(8-10) :717–726, septembre 2005.
- [DOP96] O. Dahlblom, Sigurdur Ormarsson, and H. Petersson. Simulation of wood deformation processes in drying and other types of environmental loading. *Annal of Forest Science*, 53 :857–866, 1996.
- [DP05] Frédéric Dubois and Christophe Petit. Modelling of the crack growth initiation in viscoelastic media by the $\hat{g}_{I,v}$ -integral. *Engineering fracture mechanics*, 72(18) :2821–2836, 2005.
- [EDK⁺] Kenny Erleben, Jesper Damkjaer, Micky Kelager, Kasper Amstrup Andersen, Sune Loje, and Martin Parm. Opentissue. http://www.opentissue.org/wikitissue/index.php/Main_Page.
- [ESHD05] Kenny Erleben, Jon Sparring, Knud Henriksen, and Henrik Dohlmann. *Physics Based Animation*. Graphics Series. Charles River Media, 2005.
- [FM03] T.-P. Fries and H. G Matthies. Classification and overview of meshfree methods. Technical report, TU Brunswick, Germany, Nr, 03 2003.

- [Gar07] Jean Garrigues. *Fondements de la mécanique des milieux continus*. Hermes Science Publications, 03 2007.
- [Gon05] Eric Goncalvès. *Resolution numérique, discretisation des EDP et EDO*, Septembre 2005.
- [Gui08] Guillaume Guimberteau. *Modélisation volumique de bois*. PhD thesis, Faculté des sciences et techniques, Limoges, Juillet 2008.
- [Hen03] Nathalie Henry. Modélisation d’environnements naturels complexes : Les forêts. Master’s thesis, LIRIS-Université Claude Bernard Lyon 1, 43 Boulevard du 11 Novembre 1918 - 69622 Villeurbanne Cedex, 06 2003.
- [HTK98] K. Hirota, Y. Tanoue, and T. Kaneko. Generation of crack patterns with a physical model. *The visual computer*, 14 :126–137, 1998.
- [IO06] Haley N. Iben and James F. O’Brien. Generating surface crack patterns. In *SCA '06 : Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pages 177–185, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2006. Eurographics Association34-7.
- [JP99] Doug L. James and Dinesh K. Pai. Artdefo : accurate real time deformable objects. In *SIGGRAPH '99 : Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 65–72, New York, NY, USA, 1999. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [KFE05] Micky Kelager, Anderson Fleron, and Kenny Erleben. Area and volume restoration in elastically deformable solids. *Electronic letters on computer vision and image analysis 2005*, 5(3), 2005.
- [Lam92] Fred M. Lamb. Splits and cracks in wood. In *Proceedings (Western Dry Kiln Association)*, 43rd. Corvallis, Or. : Western Dry Kiln Association, 1992.
- [LN02] Sylvain Lefebvre and Fabrice Neyret. Synthesizing bark. In *EGRW '02 : Proceedings of the 13th Eurographics workshop on Rendering*, pages 105–116, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2002. Eurographics Association.
- [LR79] Aristid Lindenmayer and Grzegorz Rozenberg. Parallel generation of maps : Developmental systems for cell layers. In *Proceedings of the International Workshop on Graph-Grammars and Their Application to Com-*

- puter Science and Biology*, pages 301–316, London, UK, 1979. Springer-Verlag.
- [LTBG09] Cyril Lam, Olivier Terraz, Nadir Benmounah, and Djamchid Ghazanfarpour. Geometrical aspects of wood aging based on 3gmap l-system growth model. In *IADIS international Conférence Computer Graphics, Visualization, Computer Vision and Image Processing*, pages 249–254, 2009.
- [LZLW05] Y. Q. Liu, H. B. Zhu, X. H. Liu, and E. H. Wu. Real-time simulation of physically based on-surface flow. *The Visual Computer*, 21(8-10) :727–734, septembre 2005.
- [MBF04] Neil Molino, Zhaosheng Bao, and Ron Fedkiw. A virtual node algorithm for changing mesh topology during simulation. In *SIGGRAPH '04*, volume 23, pages 385–392, 2004.
- [MDG01] Stephane Merillou, Jean-Michel Dischler, and Djamchid Ghazanfarpour. Corrosion : simulating and rendering. In *Graphics Interface*, pages 167–174, Toronto, Ont., Canada, Canada, 2001. Canadian Information Processing Society.
- [MDM⁺02] Matthias Muller, Julie Dorsey, Leonard McMillan, Robert Jagnow, and Barbara Cutler. Stable real-time deformations. In *SCA '02 : Proceedings of the 2002 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pages 49–54, New York, NY, USA, 2002. ACM.
- [Mer] Webster Merriam. A cross section of wood shows the distinction between heartwood and sapwood. <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/647253/wood>.
- [MG04] Matthias Muller and Markus Gross. Interactive virtual materials. In *GI '04 : Proceedings of Graphics Interface 2004*, pages 239–246, School of Computer Science, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 2004. Canadian Human-Computer Communications Society.
- [MG08] Stéphane Mérillou and Djamchid Ghazanfarpour. A survey of aging and weathering phenomena in computer graphics. *Computers & Graphics*, 32(2) :159–174, 2008.
- [MGDA04] Aurélien Martinet, Eric Galin, Brett Desbenoit, and Samir Akkouche. Procedural modeling of cracks and fractures. In *SMI'04 : Proceedings of the Shape Modeling International 2004*, pages 346–349, Washington, DC, USA, 2004. IEEE Computer Society.

- [MHTG05] Matthias Muller, Bruno Heidelberger, Matthias Teschner, and Markus Gross. Meshless deformations based on shape matching. *ACM Trans. Graph.*, 24(3) :471–478, 2005.
- [MKB⁺08] Sebastian Martin, Peter Kaufmann, Mario Botsch, Martin Wicke, and Markus Gross. Polyhedral finite elements using harmonic basis functions. *Computer Graphics Forum*, 27(5) :1521–1528, 2008.
- [MKK05] T. Miyazaki, T. Kaneko, and S. Kuriyama. Virtual destruction of a 3d object with a stick. *Conference proceedings WSCG'2005*, 31 jan - 4 fev 2005.
- [MKN⁺04] Matthias Muller, Richard Keiser, Andrew Nealen, Mark Pauly, Markus Gross, and Marc Alexa. Point based animation of elastic, plastic and melting objects. In *SCA '04 : Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pages 141–151, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2004. Eurographics Association.
- [MMDJ01] Matthias Muller, Leonard McMillan, Julie Dorsey, and Robert Jagnow. Real-time simulation of deformation and fracture of stiff materials. In *Proceedings of the Eurographic workshop on Computer animation and simulation*, pages 113–124, New York, NY, USA, 2001. Springer-Verlag New York, Inc.
- [Moh06] Moutee Mohssine. *Modélisation du comportement mécanique du bois au cours du séchage*. PhD thesis, Université Laval, 2006.
- [MTG04] Matthias Muller, Matthias Teschner, and Markus Gross. Physically-based simulation of objects represented by surface meshes. In *CGI '04 : Proceedings of the Computer Graphics International*, pages 26–33, Washington, DC, USA, 2004. IEEE Computer Society.
- [NFC04] Matthieu Nesme, François Faure, and Matthieu Chabenas. Eléments finis robustes pour l'animation interactive de solides déformables. In *Journées Francophones d'Informatique Graphique (AFIG)*, Poitiers, France, nov 2004.
- [NMK⁺06] Andrew Nealen, Matthias Muller, Richard Keiser, Eddy Boxerman, and Mark Carlson. Physically based deformable models in computer graphics. *Computer Graphics Forum*, 25(4) :809–836, December 2006.
- [ODP98] Sigurdur Ormarsson, O. Dahlblom, and H. Petersson. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation

- part 1 : Theory. *Wood Science and Technology*, 32(5) :325–334, October 1998.
- [ODP99] Sigurdur Ormarsson, O. Dahlblom, and H. Petersson. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation part 2 : Simulation of drying board. *Wood Science and Technology*, 33(5) :407–423, november 1999.
- [ODP00] Sigurdur Ormarsson, O. Dahlblom, and H. Petersson. A numerical study of the shape stability of sawn timber subjected to moisture variation part 3 : Influence of annual ring orientation. *Wood Science and Technology*, 34(3) :207–219, October 2000.
- [OH99] James F. O’Brien and Jessica K. Hodgins. Graphical modeling and animation of brittle fracture. In *SIGGRAPH ’99 : Proceedings of the 26th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 137–146, New York, NY, USA, 1999. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co.
- [OH02] James F. O’Brien and Jessica K. Hodgins. Graphical modeling and animation of ductile fracture. *ACM Trans. Graph.*, 21(3) :291–294, 2002.
- [PDA00] Guillaume Picinbono, Hervé Delinguet, and Nicholas Ayache. Real-time large displacement elasticity for surgery simulation : Non-linear tensor-mass model. In *MICCAI ’00 : Proceedings of the Third International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention*, pages 643–652, London, UK, 2000. Springer-Verlag.
- [PDA01] Guillaume Picinbono, Hervé Delinguet, and Nicholas Ayache. Nonlinear and anisotropic elastic soft tissue models for medical simulation. In *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 2, pages 1370–1375, 2001.
- [PKA⁺05] Mark Pauly, Richard Keiser, Bart Adams, Philip Dutré, Markus Gross, and Leonidas J. Guibas. Meshless animation of fracturing solids. *ACM Trans. Graph.*, 24(3) :957–964, 2005.
- [PL90] Przemyslaw Prusinkiewicz and Aristid Lindenmayer. *The algorithmic beauty of plants*. Springer-Verlag, New York, NY, USA, 1990.
- [Pra] Roger Prat. Structure d’un tronc d’arbre. <http://www.snv.jussieu.fr/bmedia/bois/02-tronc.htm>.

- [SOG06] Denis Steineman, Miguel Otaduy, and Markus Gross. Fast arbitrary splitting of deforming objects. In *SCA '06 : Proceedings of the 2006 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pages 63–72, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2006. Eurographics Association.
- [SWB00] Jeffrey Smith, Andrew Witkin, and David Baraff. Fast and controllable simulation of the shattering of brittle objects. In *In Graphics Interface*, pages 27–34. Blackwell Publishing, 2000.
- [TBHF03] J. Teran, S. Blemker, V. Ng Thow Hing, and R. Fedkiw. Finite volume methods for the simulation of skeletal muscle. In *SCA '03 : Proceedings of the 2003 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pages 68–74, Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland, 2003. Eurographics Association.
- [TF88] Demetri Terzopoulos and Kurt Fleischer. Modeling inelastic deformation : viscoelasticity, plasticity, fracture. In *SIGGRAPH '88 : Proceedings of the 15th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 269–278, New York, NY, USA, 1988. ACM.
- [TGM⁺09] Olivier Terraz, Guillaume Guimberteau, Stéphane Mérillou, Dimitri Plemenos, and Djamchid Ghazanfarpour. 3gmap l-system : an application to the modeling of wood. *Visual Computer*, 25 :165–180, 2009.
- [TL95] Olivier Terraz and Pascal Lienhardt. A study of basic tools for simulating metamorphoses of subdivided 2d and 3d objects. application to the internal growing of wood and to the simulation of the growing of fishes.. In *Computer Animation and Simulation*, 6th Eurographics Workshop on Animation and Simulation, pages 104–129, Maastricht, Pays-Bas, 1995. Springer.
- [TPBF87] Demetri Terzopoulos, John Platt, Alan Barr, and Kurt Fleischer. Elastically deformable models. In *SIGGRAPH '87 : Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 205–214, New York, NY, USA, 1987. ACM.
- [TW88] Demetri Terzopoulos and Andrew Witkin. Physically based models with rigid and deformable components. *IEEE Comput. Graph. Appl.*, 8(6) :41–51, 1988.
- [Uni] Minnesota University. Microbes in trees and wood. <http://forestpathology.cfans.umn.edu/microbes.htm>.

- [WBG07] Martin Wicke, Mario Botsch, and Markus Gross. A finite element method on convex polyhedra. *Computer Graphics Forum*, 26(3) :355–364, 2007.
- [WKEF01] R. Sam Williams, Mark T. Knaebe, James W. Evans, and William C. Feist. Erosion rates of wood during natural weathering. part iii. effect of exposure angle on erosion rate. *Wood and fiber science*, 33(1) :50–57, 2001.
- [WKF01] R. Sam Williams, Mark T. Knaebe, and William C. Feist. Erosion rates of wood during natural weathering. part ii. earlywood and latewood erosion rates. *Wood and fiber science*, 33(1) :43–49, 2001.
- [WKSF01] R. Sam Williams, Mark T. Knaebe, Peter G. Sotos, and William C. Feist. Erosion rates of wood during natural weathering. part i. effects of grain angle and surface texture. *Wood and fiber science*, 33(1) :31–42, 2001.
- [WWL⁺03] Xi Wang, Lifeng Wang, Ligang Liu, Shimin Hu, and Baining Guo. Interactive modeling of tree bark. In *PG '03 : Proceedings of the 11th Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, page 83, Washington, DC, USA, 2003. IEEE Computer Society.
- [YFC04] Xin Yin, Tadahiro Fujimoto, and Norishige Chiba. Cg representation of wood aging with distortion, cracking and erosion. *The journal of the society of science*, 3(4) :216–223, 2004.
- [YFCT08] Xin Yin, Tadahiro Fujimoto, Norishige Chiba, and Hiromi T. Tanaka. Modeling of wood aging caused by biological deterioration. *Journal of advanced computational intelligence and intelligent informatics*, 12(2) :125–131, 2008.
- [YFMC02] Xin Yin, Tadahiro Fujimoto, K. Muroaka, and Norishige Chiba. Visual simulation of wood weathering. *The journal of the society for art and science*, 1(3) :108–110, 2002. (japanese).
- [ZC99] Yan Zhuang and John Canny. Real-time and physically realistic simulation of global deformation. In *SIGGRAPH '99 : ACM SIGGRAPH 99 Conference abstracts and applications*, page 270, New York, NY, USA, 1999. ACM.
- [ZC00] Yan Zhuang and John Canny. Real-time global deformations. In *In Proceedings of the Fourth International Workshop on Algorithmic Foundations of Robotics (WAFR)*, pages 16–18, 2000.

-
- [ZZS⁺06] Nan Zhang, Xiangmin Zhou, Desong Sha, Xiaoru Yuan, Kumar K. Tamma, and Baoquan Chen. Integrating mesh and meshfree methods for physics based fracture and debris cloud simulation. In *Proceedings of the 3rd Eurographics Symposium on Point-Based Graphics*, pages 145–154. Eurographics, 2006.