

# UNIVERSITE DE LIMOGES

**ECOLE DOCTORALE Sciences – Technologie – Santé**

**FACULTE des SCIENCES et TECHNIQUES de LIMOGES**

**Institut de recherche Xlim – Département Minacom**

**Thèse N° 18-2009**

## Thèse

**Pour obtenir le grade de**

**Docteur de l'Université de Limoges**

**Discipline : Electronique des Hautes Fréquences et Optoélectronique**

**Spécialité : « Communications Optiques et Microondes »**

**Présentée et soutenue le 02 Juillet 2009, par**

**Kamel FRIGUI**

**Synthèse de filtres bandes optimisés en pertes &  
Modélisation numérique multiphysique du phénomène de  
claquage dans les filtres d'OMUX**

**Thèse dirigée par : Stéphane BILA, Alain CATHERINOT  
& Dominique BAILLARGEAT**

### **JURY :**

<b>P. VAUDON</b>	Professeur à l'Université de Limoges-XLIM	Président
<b>C. PERSON</b>	Professeur à l'ENST Bretagne – LABSTICC	Rapporteur
<b>P. PIGNOLET</b>	Professeur à l'Université de Pau-Génie Electrique	Rapporteur
<b>D. PACAUD</b>	Ingénieur à Thalès Alénia Space-Produits Filtrés	Examineur
<b>J. PUECH</b>	Ingénieur au CNES-Hyperfréquences	Examineur
<b>A. CATHERINOT</b>	Professeur à l'Université de Limoges-SPCTS	Examineur
<b>D. BAILLARGEAT</b>	Professeur à l'Université de Limoges-XLIM	Examineur
<b>S. VERDEYME</b>	Professeur à l'Université de Limoges-XLIM	Examineur
<b>H. DILLENBOURG</b>	Ingénieur à Thalès Alénia Space	Invité
<b>D. RABOSO</b>	Ingénieur à l'ESA-Payloads Systems Division	Invité
<b>S. BENABDALLAH</b>	Directeur ISET COM-Tunisie	Invité
<b>S. BILA</b>	Chargé de Recherche CNRS-XLIM	Invité



*A ma femme, ma famille et mes amis,*



## *Remerciements*

*Je tiens à signaler qu'un accueil chaleureux m'a été réservé avec une grande disponibilité du personnel du département MINACOM d'Xlim, tout au long de ma thèse.*

*J'adresse mes remerciements chaleureux à Monsieur **Domínique BAILLARGEAT**, Professeur à l'Université de Limoges, pour avoir encadré cette thèse, pour son soutien, sa disponibilité, pour la confiance qu'il m'a témoignée et ses encouragements pendant toute la durée de cette thèse.*

*Je remercie également Monsieur **Alain CATHERINOT**, Professeur à l'Université de Limoges et Monsieur **Stéphane BILA**, Chargé de Recherche CNRS, pour avoir codirigé cette thèse, pour leur aide, leur nombreux conseils et leur sympathie.*

*Je remercie Monsieur **Jerome PUECH**, Mademoiselle **Laetitia RIGAUDEAU**, Ingénieurs au CNES-Toulouse, Messieurs, **Damien PACAUD** et **Hervé DILLENBOURG**, Ingénieurs à TAS-Toulouse, pour leur collaboration et disponibilité.*

*Je remercie Monsieur **Patrick VAUDON**, Professeur à l'Université de Limoges pour avoir accepté de présider mon jury de thèse.*

*J'adresse mes remerciements à Monsieur **Christían PERSON**, Professeur à l'ENST Bretagne-Brest et Monsieur **Pascal PIGNOLET**, Professeur à l'Université de Pau, pour avoir accepté de rapporter sur mon travail de thèse.*

*Je remercie Monsieur **Salah BEN ABDALLAH**, Directeur de l'ISSET COM-Ariana-Tunisie et Monsieur **David RABOSO**, Ingénieur à l'ESA, pour avoir accepté de participer à la soutenance de ma thèse.*

*Je remercie également Monsieur **Serge VERDEYME**, Professeur à l'Université de Limoges, pour son aide et son accueil chaleureux.*

*J'adresse mes remerciements à Messieurs **Hubert JALLAGEAS** et **Damien Passerieux**, ingénieurs à XLIM et Monsieur **Cedric Tottolo**, ingénieur au CNES -Toulouse, pour leur aide et leurs conseils lors de la mise en place des phases expérimentales.*

*Un merci généralisé à toutes les personnes qui durant ces trois années m'ont aidé et soutenu dans cette grande aventure qu'est la thèse.*

*Enfin, je remercie tout particulièrement ma famille pour m'avoir encouragé pendant ces nombreuses années. Sans oublier, mon épouse que je remercie vivement, pour son soutien et son aide, et je lui souhaite à mon tour bon courage pour la poursuite de ses travaux de thèse.*

---

# Table des matières

---



---

<b>Introduction Générale.....</b>	<b>3</b>
-----------------------------------	----------

---

## **Partie I : Filtrés bibandes et synthèses adaptées**

---

<b><u>Chapitre 1: Généralités sur les satellites.....</u></b>	<b>13</b>
---	-----------

I. Introduction : historique [1].....	13
II. La plate forme et la charge utile d'un satellite.....	16
II.1. La plate forme .....	16
II.2. La charge utile.....	17
III. Les filtres de la charge utile d'un satellite .....	18
III.1. Les principales caractéristiques des filtres.....	19
III.2. Filtre de réception .....	21
III.3. Filtre d'IMUX.....	22
III.4. Filtrés d'OMUX.....	23
III.5. Les filtres d'émissions .....	25
III.6. Filtrés multi bandes volumiques pour les charges utiles des satellites .....	25
IV. Conclusion .....	26
Bibliographie-Chapitre1 .....	27

---

---

<b><u>Chapitre 2</u> : Synthèse de filtres bandes optimisés en pertes .....</b>	<b>33</b>
I. Introduction .....	33
II. Synthèse des filtres hyperfréquences .....	33
II.1. Principe du filtrage .....	33
II.2. Représentation du filtre par un quadripôle .....	34
II.3. Fonction de transfert .....	36
a. Transformation passe-bande .....	37
b. Filtre Tchebychev .....	38
c. Filtre pseudo-elliptique .....	39
d. Comparaison des réponses avec et sans zéro de transmission .....	40
II.4. Modèle en éléments localisés et matrice de couplage .....	41
III. Synthèse du filtre bande .....	43
III.1. Cahier des charges .....	43
III.1.2. Fonction de transfert .....	44
III.2. Topologies étudiées .....	45
III.2.1. Méthode d'optimisation électromagnétique .....	48
III.2.2. Synthèse du filtre avec la topologie A .....	49
III.2.3. Synthèse du filtre avec la topologie B1 .....	54
III.2.4. Synthèse du filtre avec la topologie (B2) .....	57
a. Synthèse avec une topologie (B2) simplifiée .....	58
b. Etude de la topologie (B2) .....	62
IV. Conclusion .....	67
Bibliographie-Chapitre2 .....	69

---

---

## Partie II : Modélisation numérique du phénomène de claquage

---

### **Chapitre 1 : Généralité sur les décharges électriques et plasma ..... 87**

I. Introduction .....	87
II. Décharge électrique et plasma dans la nature : La foudre .....	87
III. Comment générer un plasma ?.....	89
IV. Plasma froid et Plasma chaud.....	90
V. Type de décharges.....	91
V.1. Décharges pointe-pointe .....	91
V.2. Décharges pointe-plan .....	92
V.3. Décharges plan-plan.....	94
VI. Conclusion.....	94
Bibliographie-Chapitre1 .....	97

### **Chapitre 2 : Processus de création du plasma : les différentes phases ..... 103**

I. Introduction .....	103
II. Qu'est ce qu'un plasma ?.....	104
III. Modélisation de l'interaction onde EM-Matériau .....	106
III.1. Absorption de l'onde électromagnétique par un métal.....	106
III.2. Le chauffage d'un solide.....	108
III.2.1. Solide semi-infini.....	110
III.2.2. Solide de longueur finie : Slab.....	110
III.3. Vaporisation du matériau.....	112
III.4. Formation de plasma : Création d'électrons primaires.....	113
III.4.1. La densité électronique naturelle .....	113

---

---

III.4.2. L'ionisation multiphotonique .....	114
III.4.3. L'émission électronique à partir d'un solide .....	114
III.4.3.1. Emission thermoélectronique ou thermoionique .....	115
III.4.3.2. Nécessité de l'effet Schottky .....	121
III.4.3.3. Emission de champ .....	125
a. Introduction .....	125
b. Théorie de Nordheim-Fowler .....	126
c. Influence de la température .....	129
III.4.4. Electrons thermiques de la vapeur chaude .....	131
III.5. Formation de plasma : Effet d'avalanche .....	131
III.6. Formation de plasma : seuil d'initiation .....	132
IV. Les processus d'ionisation et de pertes électroniques .....	133
IV.1. Les processus d'ionisation .....	133
IV.2. Les processus de pertes électroniques .....	136
IV.2.1. Processus de recombinaison .....	136
IV.2.2. Processus d'attachement .....	137
IV.2.3. Processus de diffusion .....	137
IV.2.4. Les pertes par collisions élastiques et inélastiques .....	138
IV.3. Seuil d'initiation du plasma .....	139
IV.3.1. Bilan de population des électrons .....	139
a. Coefficient d'ionisation .....	140
b. Coefficient de recombinaison .....	141
c. Coefficient d'attachement .....	142
d. Equation bilan des électrons .....	142
IV.3.2. Bilan d'énergie des électrons .....	143
IV.3.3. Bilan de population en atome d'Or .....	147
IV.3.4. Equation de gaz parfait .....	148
IV.3.5. Equation de la chaleur .....	148
IV.4. Transfert d'énergie d'une onde à un plasma .....	150

---

---

V. Conclusion .....	153
Bibliographie-Chapitre2.....	155
<b><u>Chapitre 3 : Méthodes d’investigation et de prédiction .....</u></b>	<b>163</b>
I. Introduction .....	163
I.1. L’expérience .....	163
a. Principe .....	163
b. Avantage .....	163
c. Inconvénient.....	163
I.2. Le calcul théorique .....	164
a. Principe .....	164
b. Avantages.....	164
c. Inconvénients .....	164
I.3. Le calcul numérique (modélisation et simulation).....	165
a. Principe .....	165
b. Avantages.....	166
c. Inconvénients .....	166
II. La méthode numérique.....	167
II.1. La discrétisation .....	168
II.1.1. Méthode des éléments finis [1]-[5] .....	168
a. Principe mathématique.....	168
b. Etapes de la mise en œuvre.....	169
II.1.2. Méthodes spectrales [6].....	169
II.1.3. Méthode des différences finies [8]-[10].....	170
II.1.4. Méthode des volumes finis [11].....	172
II.1.4.1. Discrétisation en 1D par MVC.....	173
a. Schéma explicite .....	177
b. Schéma totalement implicite.....	178

---

c. Schéma Crank-Nicolson .....	178
II.1.4.2. Discrétisation en 2D par MVC.....	179
II.1.4.3. Discrétisation en 3D par MVC.....	182
II.2. Résolution des équations algébriques .....	184
III. Conclusion .....	184
Bibliographie-chapitre3.....	185

## **Chapitre 4 : Partie Pratique..... 191**

I. Introduction .....	191
II. Problématique .....	191
II.1. Première équation : Equation bilan des électrons .....	195
II.1.1. Coefficient de diffusion ambipolaire .....	195
II.1.2. Coefficient d'ionisation.....	196
II.1.3. Coefficient de recombinaison .....	197
II.1.4. Fréquence d'attachement .....	197
II.2. Deuxième équation : Bilan d'énergie des électrons.....	198
II.2.1. Terme représentant la diffusion thermique .....	198
II.2.2. Terme représentant le Gain d'énergie par B.I.....	199
II.2.3. Terme représentant l'échange d'énergie (e-lourde) .....	200
II.2.4. Terme représentant perte d'énergie par ionisation.....	200
II.3. Troisième équation : diffusion des atomes d'Or.....	201
II.4. Quatrième équation : échauffement du gaz.....	201
II.5. Cinquième équation : densité des molécules d'air .....	202
III. Discrétisation des équations.....	203
a. Discrétisation de la première équation.....	205
b. Discrétisation de la deuxième équation .....	205
c. Discrétisation de la troisième équation .....	206
d. Discrétisation de la quatrième équation.....	206

---

IV. Modélisation numérique .....	206
IV.1. Première approche : méthode de différence finie implicite.....	207
a. Hypothèses .....	207
b. Densité électronique .....	209
c. Température électronique .....	210
IV.2. Approche affinée 1 : avec méthode de volume de contrôle implicite .....	211
a. Hypothèses .....	211
b. Densité et température électronique .....	212
c. Prise en compte de l'évaporation d'atomes d'Or.....	214
d. Mise en évidence de l'effet thermoélectronique.....	215
e. Approche en 3 dimensions.....	216
IV.3. Approche affinée 2 : MVC explicite avec prédicteur correcteur.....	219
IV.4. Transfert d'énergie d'une onde microonde à un plasma .....	223
IV.5. Conclusion .....	227
V. Tests expérimentaux .....	227
V.1. Structure test 1 : cavité résonante .....	227
V.1.1. Description de la structure .....	227
V.1.2. Banc de mesure .....	229
V.1.3. Validation expérimentale .....	231
a. Procédure de mesure .....	231
b. Conséquences du claquage .....	231
V.1.4. Seuil de claquage .....	233
V.2. Structure test 2 : filtre cinq pôles .....	235
V.2.1. Description de la structure .....	235
V.2.2. Optimisation de la structure .....	239
V.2.3. Banc de mesure .....	242
V.2.4. Validation expérimentale .....	243
V.3. Structure test 3 : filtre quatre pôles .....	246
V.3.1. Description de la structure .....	246

---

---

V.3.2. Optimisation de la structure .....	249
V.3.3. Validation expérimentale .....	251
V.4. Conclusion .....	254
VI. Solutions proposées pour repousser le seuil de claquage .....	255
VII. Conclusion.....	259
Bibliographie-chapitre 4.....	261
<b>Conclusion générale et perspectives .....</b>	<b>265</b>
<b>Annexe 1 .....</b>	<b>275</b>
I. L'onde électromagnétique en espace libre .....	275
I.1. Rappels sur les équations de Maxwell.....	275
I.2. Equation d'onde.....	276
I.3. L'onde plane électromagnétique .....	277
I.3.1. L'onde plane .....	277
I.3.2. Expression des champs.....	280
I.3.3. Vitesse de phase .....	281
I.3.4. Structure des champs et impédance d'onde.....	282
I.3.5. Vecteur de Poynting .....	283
<b>Annexe 2 .....</b>	<b>287</b>
I. Modélisation du transfert de la chaleur dans une tige .....	287
I.1. Introduction .....	287
I.2. Modélisation .....	287
a. La loi de Fourier : .....	288
b. La première loi de la thermodynamique : .....	288
<b>Bibliographie personnelle .....</b>	<b>293</b>

---

# Introduction générale

---



---

# Introduction générale

---

Le principe des Télécommunications est de transmettre des données entre deux lieux ou plus. Cet échange de données est donc basé sur un système émission qui transmet le signal, et un système réception pour sa capture. Chaque système possède deux modules : une chaîne Emission/Réception ainsi qu'une chaîne traitement du signal.

La partie Emission/Réception groupe plusieurs fonctions : le filtrage de présélection, l'amplification faible bruit (LNA), l'amplification de puissance, le mélange de fréquence, le filtre intermédiaire, ... la fonction électronique étudiée dans ce mémoire concerne le filtrage hyperfréquence.

Dans la charge utile d'un satellite de télécommunication, le filtrage intervient à plusieurs niveaux. Il n'est pas possible d'amplifier une bande passante de plusieurs centaines de mégahertz sans créer de distorsion. Il est donc nécessaire de diviser cette bande en plusieurs canaux avant l'amplification : c'est le multiplexage. Ceci est réalisé à l'aide de filtres très sélectifs (multiplexeurs). Les filtres des multiplexeurs des satellites sont en général réalisés en technologie guides d'onde circulaires et font intervenir des modes orthogonaux qui résonnent à la même fréquence propre.

Ce travail de recherche s'inscrit dans ce contexte et est dédié à l'optimisation des performances des filtres de multiplexeurs en considérant deux aspects en particulier. Ce manuscrit est donc divisé en deux parties :

α) Pour simplifier l'architecture, réduire l'encombrement et améliorer les performances globales du système, les filtres de multiplexage peuvent être remplacés par des filtres multi-bande, diminuant ainsi les coûts de conception. Nous nous sommes ainsi intéressés en particulier aux filtres hyperfréquence bibande.

**Le premier objectif de ce mémoire**, est donc de proposer une synthèse de filtres hyperfréquence. Trois topologies s'élevant de trois approches différentes seront étudiées et

leurs performances comparées. L'objectif est de trouver la topologie optimale qui présentera le minimum de pertes d'insertion dans la bande passante.

Cette première partie est composée de deux chapitres dédiés à la présentation du contexte et de la démarche de conception des filtres bibandes que nous avons développés.

α) En effectuant des mesures à pression atmosphérique sur les multiplexeurs de sortie (OMUX) de la charge utile des satellites de télécommunications, Thales Alenia Space (TAS-Toulouse) a mis en évidence, de phénomène de claquage qui peut apparaître d'une manière involontaire et indésirable. Ce phénomène est observé dans des filtres en cavité et précisément au niveau d'une vis de réglage en fréquence soumise à un fort champ EM.

**Le deuxième objectif de ce mémoire**, est de proposer une modélisation numérique multiphysique du phénomène de claquage basée sur les lois de l'électromagnétisme, de la thermique et de la physique des plasmas. Comme nous le verrons, nous nous appuyons sur une approche théorique poussée qui nous permettra d'établir notre modèle numérique. Ce modèle sera validé par une comparaison avec l'expérimentation et nous permettra d'établir les limites d'utilisation en puissance des structures testées dans des conditions données.

Cette seconde partie se compose de quatre chapitres, décrivant en détaille la théorie du phénomène étudié, la mise au point de l'outil numérique dédié à son analyse et enfin sa validation expérimentale.

Ce travail de thèse a été mené dans le laboratoire Xlim de Limoges en collaboration étroite avec le laboratoire voisin, le SPCTS. Cette thèse a bénéficié d'un support cofinancé par le CNES et Thales Alenia Space (TAS) de Toulouse.

Partie. **I**

# Filtres bandes & synthèses adaptées

---





Les filtres multi bandes ont fait leur apparition depuis quelques années, pour différents équipements de communication, en visant des applications civiles ou militaires. Les filtres hyperfréquences embarqués dans les satellites de télécommunication nous intéressent plus particulièrement dans ce travail de thèse. Ces filtres sont soumis à des spécifications électriques (fréquence et bande de fonctionnement, pertes, tenue en puissance, ...) que nous détaillerons par la suite.

Si les méthodes et outils de synthèse concernant les filtres passe bande classiques sont bien maîtrisés, il n'en est pas de même pour les filtres multi-bandes.

L'un des objectifs de ce travail est de proposer et développer une méthode de synthèse adaptée à la conception d'un filtre bibande hyperfréquence à minimum de pertes d'insertion. Cette recherche s'inscrit dans le contexte d'une demande croissante de structures performantes, capables d'assurer un fonctionnement optimal du filtre tout en minimisant l'encombrement et les pertes.

Comme nous le verrons, nous allons dans un premier temps nous consacrer à la synthèse et conception de trois filtres bibandes présentant des topologies différentes. Pour chaque topologie nous établirons les caractéristiques électriques et géométriques. Ces caractéristiques seront comparées, pour conduire au choix d'une topologie optimale satisfaisant au mieux les contraintes d'encombrement et de pertes fixées.



# Chapitre 1

# Généralités sur les satellites

---

[Ce chapitre est une présentation générale sur les satellites de télécommunications : la plate forme et la charge utile. Une attention particulière est portée sur les différents filtres présents dans la charge utile.]



---

## Table des matières

---

I. Introduction : historique [1].....	13
II. La plate forme et la charge utile d'un satellite.....	16
II.1. La plate forme .....	16
II.2. La charge utile.....	17
III. Les filtres de la charge utile d'un satellite .....	18
III.1. Les principales caractéristiques des filtres.....	19
III.2. Filtre de réception .....	21
III.3. Filtre d'IMUX.....	22
III.4. Filtres d'OMUX.....	23
III.5. Les filtres d'émissions .....	25
III.6. Filtres multi bandes volumiques pour les charges utiles des satellites .....	25
IV. Conclusion.....	26
Bibliographie-Chapitre1 .....	27



---

---

# Généralités sur les satellites

---

---

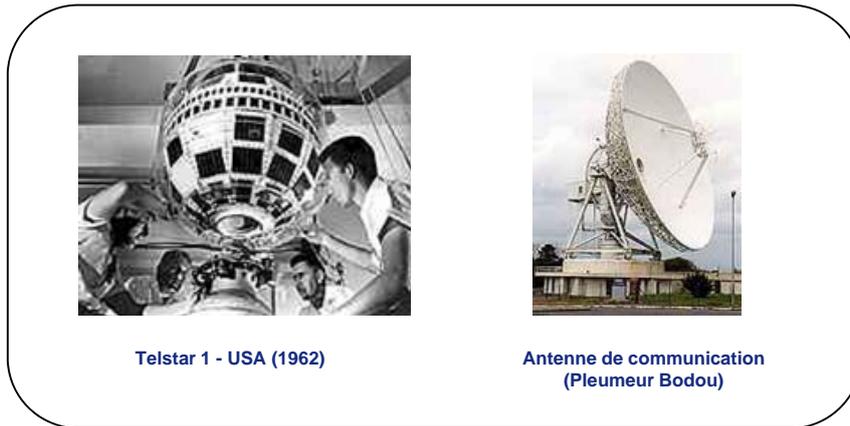
## I. Introduction : historique [1]

L'Union Soviétique invente le premier satellite artificiel : SPOUTNIK 1. Il est mis en orbite le 4 octobre 1957. Le 3 novembre 1957, les russes lancent SPOUTNIK 2 avec à son bord, la chienne Laïka et enfin le 15 mai 1958, c'est le tour de SPOUTNIK 3. La réplique américaine ne se fait pas attendre : le 18 décembre 1958 les Etats Unis placent sur orbite le satellite SCORE. Il reste 34 jours en activité, période durant laquelle sept messages lui furent transmis par télex.



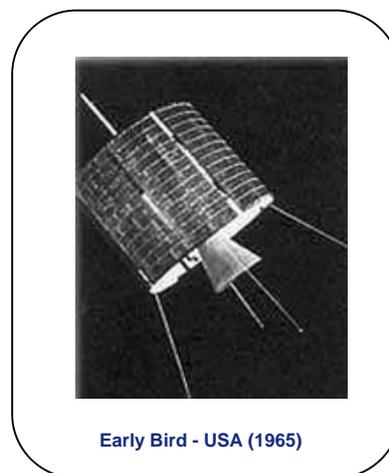
**figure 1.** Les satellites SPOUTNIK 1 et SPOUTNIK 2

En 1962, TELSTAR 1 et RELAY révèlent au grand public l'importance des télécommunications transatlantiques en diffusant des Etats Unis vers l'Europe quelques transmissions de télévision. TELSTAR 1 a également été chargé de relayer des communications téléphoniques entre Andover (Etats Unis), Goonhilly Downs (Grande Bretagne) et Pleumeur Bodou (France).



**figure 2.** Le satellite TELSTAR 1 et l'antenne de communication Pleumeur Bodou

Le 6 avril 1965, le lancement d'EARLY BIRD marque l'inauguration du réseau commercial de télécommunications internationales par satellite ou INTELSAT. Créée en 1964 sous l'impulsion d'une société privée, la COMSAT et appuyée par le gouvernement américain, INTELSAT groupe aujourd'hui plus de 132 pays se partageant les services des satellites du réseau. Les satellites de type INTELSAT VII (depuis 1993) peuvent gérer simultanément 18.000 connexions téléphoniques.



**figure 3.** Le satellite EARLY BIRD

Les satellites utilisés servent généralement de relais amplificateurs (satellites actifs) ou parfois de simples réflecteurs d'ondes radioélectriques (satellites passifs).

Un satellite défilant ne permet l'établissement de liaisons que pendant l'intervalle de temps où il est à la fois visible d'un émetteur et d'un récepteur. Cette durée qui dépend de l'altitude orbitale du satellite (entre 1 000 et 10 000 Km) ne dépasse guère quelques heures par jour.

Le satellite géostationnaire, placé sur une orbite à 35 900 Km de notre planète, a une durée de révolution égale à la période de rotation de la terre, soit 23H 56 mn. Tournant dans le même sens que la Terre, il peut occuper une position fixe à l'aplomb d'un lieu géographique choisi à l'avance. Avec trois de ces satellites on peut couvrir le globe et assurer en permanence le contact entre deux stations au sol, quelles que soient leurs localisations respectives.



**figure 4.** Le satellite SPOT 4

Bilan des Satellites lancés entre 1957 et 1999

Satellites	URSS	USA	Europe	Japon	Chine	Inde	Autres	Total
Succés	3 191	1 774	225	61	77	12	3	5 343
Echecs	186	158	29	8	9	4	3	397
Total	3 377	1 932	254	69	86	16	6	5 740

## II. La plate forme et la charge utile d'un satellite

Le composant de base d'un satellite de télécommunication est le répéteur, dont la fonction est de relayer des signaux provenant d'une station émettrice (fréquence montante) vers une station réceptrice (fréquence descendante) (voir figure 5).

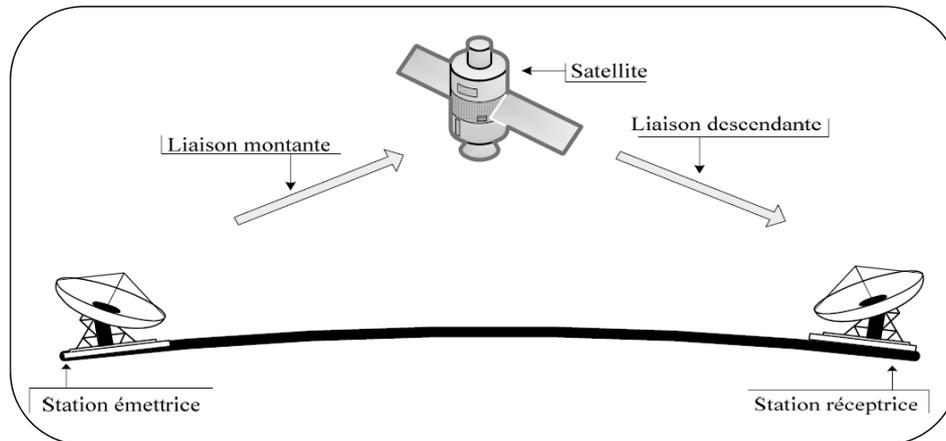


figure 5. Communication par satellite entre deux stations terrestres

Les satellites de télécommunication ont tous une constitution et un fonctionnement analogue. Un satellite de télécommunication est constitué d'un véhicule spatial ou plate forme et d'une charge utile [2]-[5].

### II.1. La plate forme

La plate forme est le véhicule qui assure le bon fonctionnement de la charge utile [5], en satisfaisant les exigences de celle-ci dans l'environnement spatial. Parmi les fonctions de la plate forme on trouve :

- La propulsion : c'est un système qui permet au satellite de se mouvoir. Les satellites évoluant dans le vide, la propulsion s'effectue nécessairement par réaction : une émission de matière dans une direction engendre une quantité de mouvement dans la direction opposée. La propulsion assure d'une part la mise à poste et le changement de position orbitale d'un satellite. Ces fonctions sont assurées par des moteurs de moyenne et forte puissance. La propulsion assure d'autre part l'exécution du contrôle de position et d'altitude, grâce à des moteurs de faible puissance.

- La génération, le stockage et la distribution de l'énergie : un satellite de télécommunication exige une alimentation électrique continue pour fonctionner. L'alimentation électrique primaire d'un satellite de télécommunication est assurée par des panneaux solaires. De plus, un satellite est régulièrement amené au cours de son mouvement autour de la terre à se trouver dans un cône d'ombre de celle-ci. Comme l'alimentation électrique de la charge utile doit être maintenue pendant ces éclipses, une alimentation électrique secondaire est assurée par des batteries
- La télémessure, la télécommande et la localisation ou poursuite. Ces trois systèmes permettent au centre de contrôler de surveiller le bon fonctionnement du satellite grâce à l'envoi des informations télémessurées.
- Le contrôle thermique des différents équipements
- Le traitement, le stockage et la gestion des données

## II.2. La charge utile

L'objectif de la charge utile d'un satellite de télécommunications est de relayer des signaux radioélectriques entre différents points de la surface terrestre ou entre des satellites afin d'assurer une mission donnée (téléphonie, télévision, transmission de données, etc...) pendant une durée de vie donnée.

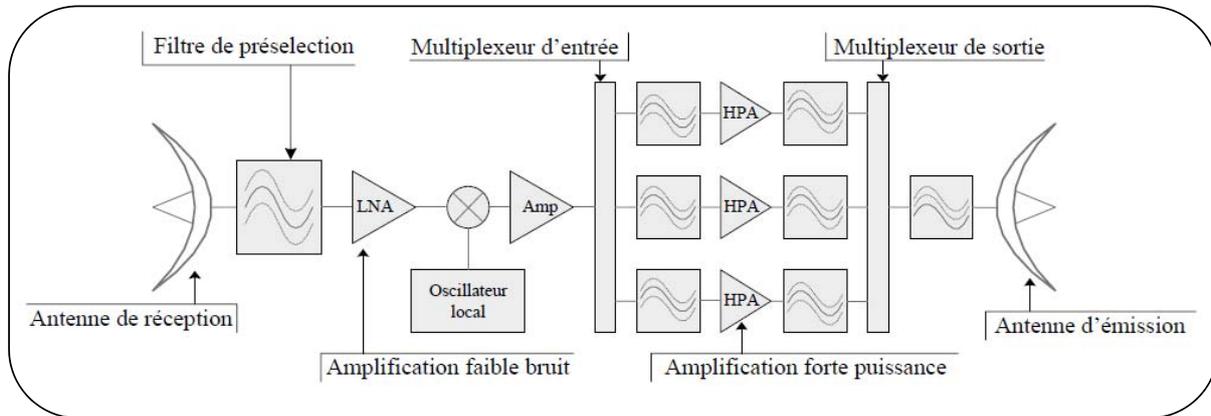
La nature de la mission et sa durée de vie vont déterminer sa durée de configuration et ses performances.

Les principales fonctions de la charge utile sont [4],[5]:

- De recevoir le signal provenant d'une station terrestre (signal dit « montant ») tout en captant le moins de parasites possibles.
- D'amplifier le signal en limitant le bruit et la distorsion
- De transposer en fréquence le signal
- De retransmettre le signal (signal dit « descendant ») à une station terrestre.

Un schéma synoptique simplifié d'un répéteur satellite est présenté sur la figure 6 [4],[5]. Il montre la présence de plusieurs filtres conçus pour des applications spatiales. Les filtres qu'on retrouve dans le répéteur sont les filtres de présélection, les filtres du

multiplexeur d'entrée (IMUX), du multiplexeur de sortie (OMUX), et enfin un filtre passe-bas précédant l'antenne d'émission et qui permet d'éliminer les composantes fréquentielles générées par les amplificateurs de puissance.



**figure 6.** Schéma synoptique d'un répéteur satellite

Le paragraphe suivant est consacré à une présentation des différents filtres présents sur la charge utile. Selon la fonction qui lui est allouée, chaque filtre possède ses propres caractéristiques. Les filtres d'OMUX nous intéressent plus particulièrement car ils font l'objet de notre travail d'étude de la deuxième partie de ce manuscrit.

### III. Les filtres de la charge utile d'un satellite

Les ondes radioélectriques porteuses émises par les stations terriennes sont reçues par le satellite et réparties dans les différents canaux selon leur fréquence grâce aux filtres du multiplexeur d'entrée (IMUX : Input Multiplexer) : ces liaisons s'appellent liaisons montantes. Après amplification dans chaque canal, ces porteuses sont regroupées par les filtres du multiplexeur de sortie (OMUX : Output Multiplexer) sur l'antenne d'émission. Le satellite les émet, à son tour, vers les stations terriennes réceptrices : ce sont les liaisons descendantes.

Les filtres jouent un rôle très important dans la charge utile d'un satellite puisqu'ils permettent de limiter le brouillage des systèmes les uns par les autres et d'utiliser au mieux le spectre de fréquence. Dans le schéma bloc d'une charge utile, les filtres interviennent à plusieurs niveaux (voir figure 6):

- à la réception
- au multiplexage
- au démultiplexage
- à l'émission

A chaque niveau où le filtre intervient, la mission qui lui est demandée est différente. Les impératifs des performances de filtrage (fréquence centrale, bande passante...), d'encombrement, des performances électriques (pertes) entraînent donc l'utilisation de technologies différentes suivant leurs emplacement.

A ces impératifs s'ajoutent les contraintes mécaniques, thermiques et de coûts.

### III.1. Les principales caractéristiques des filtres

Le cahier des charges d'un dispositif de filtrage, supposé adapté en entrée et en sortie comporte des caractéristiques de natures différentes :

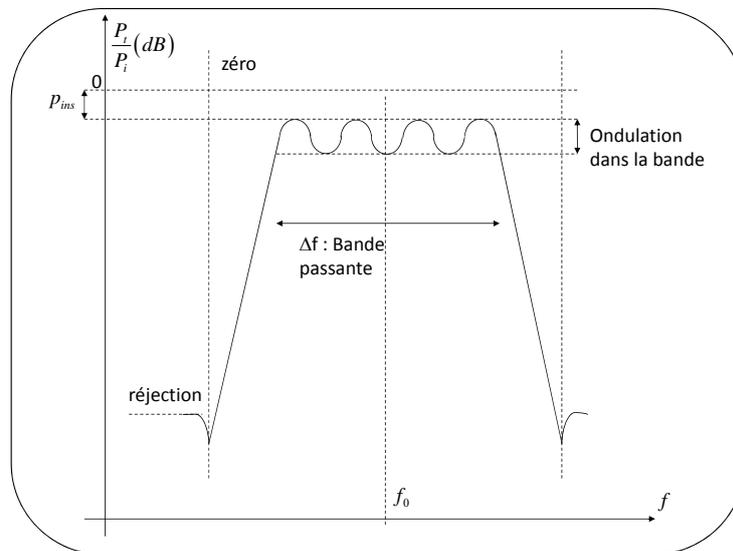


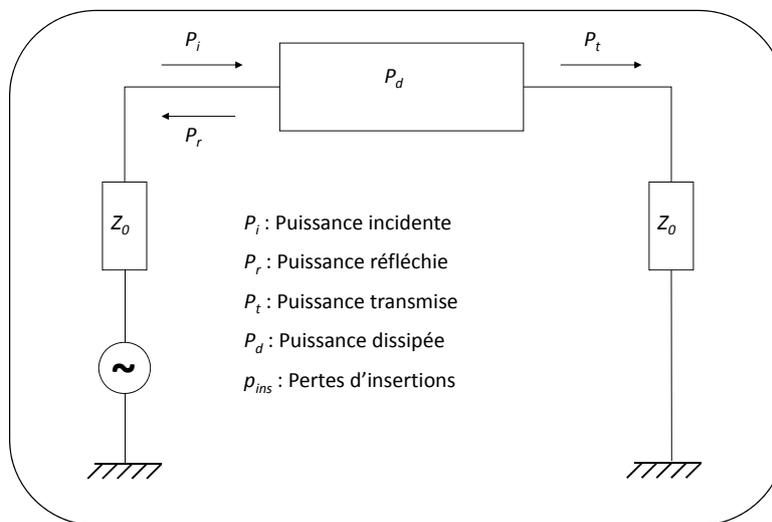
figure 7. Filtre réelle

Caractéristiques électriques (voir figure 7):

- la fréquence centrale  $f_0$

- la bande passante, c'est à dire la bande de fréquence dans laquelle le rapport de puissance  $\frac{P_{transmise}}{P_{incidente}} (= |S_{21}|^2)$  est supérieur à un niveau fixé (souvent  $-3dB$ )
- l'ondulation dans la bande qui représente l'amplitude maximale de variation du rapport  $\frac{P_{transmise}}{P_{incidente}}$  dans la bande.
- l'isolation en fréquence c'est à dire l'écart entre la fréquence centrale et la fréquence du mode parasite le plus proche.
- la sélectivité de la bande passante et la réjection hors de la bande passante.
- les pertes d'insertions dans la bande passante ( $p_{ins}$ ). Elles sont fonction de la puissance réfléchiée ( $P_r$ ) par le filtre (désadaptation en entrée) mais aussi de la puissance dissipée par effet Joule dans le filtre.

Soient  $P_i$  la puissance incidente à l'entrée du filtre,  $P_t$  la puissance transmise à la sortie du filtre à une charge adaptée comme présenté sur la figure 8.



**figure 8.** Pertes d'insertions

A la fréquence centrale du filtre, on peut noter les relations :

$$\begin{aligned}
 \text{equ.1} \quad p_{ins} &= P_i - P_t \\
 &= P_r + P_d
 \end{aligned}$$

Or chaque système résonant est caractérisé par un facteur de qualité à vide  $Q_0$ , lié aux pertes engendrées par celui-ci.

$$\text{equ.2} \quad Q_0 = 2\pi \frac{\text{énergie emmagasinée par cycle}}{\text{énergie dissipée par cycle}}$$

Il existe donc une relation étroite entre les pertes d'insertions ( $p_{ins}$ ) et le facteur de qualité à vide  $Q_0$ . Un fort facteur de qualité à vide ( $Q_0$ ) est caractéristique de faibles pertes d'insertion et vice-versa.

A ces performances électriques s'ajoutent des contraintes :

- mécaniques : encombrement, poids du filtre, résistance aux vibrations.
- thermiques : gammes de températures d'utilisations, puissance micro-onde maximale tolérée, sensibilité de la fonction de transfert aux variations de température
- coût de production des composants du filtre, de leur usinage

### III.2. Filtre de réception

Le filtre de réception [5] situé juste derrière l'antenne de réception sélectionne la bande de fréquence destinée à être traitée par la charge utile et élimine tous les signaux parasites susceptibles de perturber les fonctionnements du récepteur.

Il s'agit donc de filtres large bande (500MHz en bande C et Ku et 2.5GHz en bande Ka). En l'absence d'un tel filtre, le récepteur pourrait être saturé par le bruit ou par les signaux parasites et ne plus amplifier le signal utile.

De plus, ses pertes d'insertion doivent être minimales afin de ne pas dégrader la température équivalente de bruit du récepteur.

Ce filtre est connecté à l'interface de l'antenne de réception et constitue le premier sous-ensemble du récepteur. Il présente en général une réponse de type Tchebychev à 6 ou 8 pôles.

Il est généralement réalisé grâce à des filtres en guide d'onde (technologie volumique), technologie permettant d'obtenir des couplages importants.

Pour éviter les dérives en fréquence, il est important d'éviter les variations de dimensions dues aux changements de température et au vieillissement.

Le matériau utilisé pour le guide doit donc présenter une grande stabilité mécanique et un faible coefficient de dilatation. De plus, il doit être léger et bon conducteur. Généralement, l'aluminium malgré son coefficient de dilatation relativement fort ( $22.10^{-6} / ^\circ\text{C}$ ), est retenue car il présente en contrepartie une masse très faible. Ces guides sont également argentés à l'intérieur pour augmenter la conductivité.

L'interface d'un tel filtre avec des circuits actifs est difficile à mettre en œuvre car elle nécessite la réalisation de pièces métalliques complexes. Une alternative à ce problème est l'utilisation des filtres planaires.

### **III.3. Filtre d'IMUX**

Les filtres d'IMUX se situent à l'entrée de chaque canal et ont pour rôle de sélectionner une partie de la bande totale traitée dans la charge utile. La qualité de transmission souhaitée va imposer leurs gabarits de filtrage. Les principales contraintes et caractéristiques de ces filtres sont les suivantes [5]:

- une grande sélectivité : afin d'atténuer fortement les signaux hors bande et éviter ainsi des interférences et des distorsions de l'information à la recombinaison, le filtre doit présenter une perte très raide aux extrémités de sa bande. Typiquement les bandes passantes utilisées pour de tels filtres sont 33, 36 et 72 MHz .
- une faible ondulation d'amplitude dans la bande : une ondulation importante entraîne une ondulation parasite de l'amplitude des signaux. Or les amplificateurs de puissances, situés juste après le filtre, sont susceptibles de transformer cette modulation d'amplitude en une modulation parasite de phase des signaux. Ce phénomène va donc perturber les démodulateurs de fréquence et de phase des stations terrestres et engendrer une dégradation de la qualité de la liaison.
- Le temps de propagation de groupe : il doit avoir une caractéristique la plus plate possible dans la bande passante. Cette exigence est d'autant plus difficile

à respecter que la bande est étroite ce qui est le cas des filtres d'IMUX. Une variation du temps de propagation de groupe provoque des écarts de phase entre les composants spectrales du signal et donc de la distorsion. Pour éviter cela, des correcteurs de temps de propagation de groupe sont associées aux filtres (correcteurs d'Abele ou filtres en réflexion par l'intermédiaire d'un calculateur)

- Les pertes d'insertion ne sont pas un paramètre critique puisque les filtres sont situés avant les amplificateurs de puissances et que ces derniers peuvent compenser ces pertes par leur gain. Des pertes de plusieurs *dB* peuvent donc être admises.

Les caractéristiques des filtres d'IMUX sont donc [6]:

- une bande passante étroite (quelque dizaine de *MHz* )
- une forte sélectivité
- une ondulation d'amplitude faible (inférieur à *0.5dB* sur la totalité de la bande)
- une ondulation faible en temps de propagation de groupe.

Les filtres répondant le mieux à tous ces exigences sont les filtres pseudo-elliptiques. Ils sont réalisés grâce à des cavités chargées par des résonateurs diélectriques. En effet, l'utilisation de matériaux diélectriques de forte permittivité à l'intérieur de la cavité permet de concentrer l'énergie électromagnétique dans un volume réduit.

Ces filtres présentent ainsi un faible poids et un encombrement réduit. Ces filtres à résonateurs diélectriques sont de plus, généralement utilisés sur des modes duaux, c'est à dire des modes présentant deux polarisations orthogonales parfaitement découplées à la fréquence de résonance [4]-[9], dans le but de réduire les dimensions globales.

### **III.4. Filtres d'OMUX**

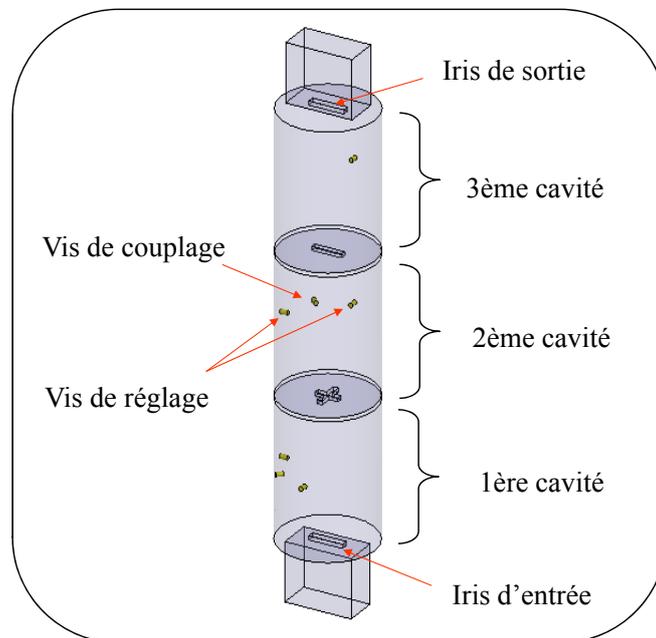
Les filtres d'OMUX se situent à la sortie de chaque canal après l'amplificateur de puissance. Ils sélectionnent le signal bande étroite du canal et éliminent les fréquences parasites créées par les amplificateurs [4],[5].

Les caractéristiques de ces filtres sont extrêmement sévères, de par leur situation entre l'amplificateur de puissance et l'antenne d'émission. Ce sont des filtres à bandes étroites et leurs performances en matière de facteur de qualité à vide et donc de pertes doivent être

optimales. Ainsi ses pertes doivent être extrêmement faibles car les pertes par effets Joule produisent une forte chaleur difficile à évacuer dans l'espace. Ceci peut conduire à de fortes dérives en fréquence mais aussi à des dégradations de composants [10],[11].

Ces phénomènes d'échauffement et de dégradation font l'objet de la deuxième partie de cette thèse et vont être détaillés dans la deuxième partie de ce manuscrit.

La sélectivité souhaitée pour de tels filtres OMUX est semblable à celle des filtres IMUX. Pour répondre à ces exigences de filtrage, les filtres d'OMUX doivent présenter comme pour les filtres IMUX une réponse pseudo-elliptique de 4 à 6 pôles. Ils sont réalisés grâce à des cavités métalliques bimodes cylindriques et vides (figure 9) [12]-[16].



**figure 9.** Filtre 5 pôles à cavités cylindriques bimodes

Ces filtres sont excités sur leurs modes duaux, en général sur leur mode  $TE_{11n}$ . Contrairement aux filtres d'IMUX, ces filtres ne contiennent pas le plus souvent de diélectrique. La cavité est usinée en matériaux tels que l'INVAR (en bande  $Ku$ ) ou des résines imprégnées de fibres de carbone (bande  $C$ ). Ces cavités sont argentées à l'intérieur. L'encombrement et la masse de telles structures restent très importants. Les recherches actuelles visent donc à miniaturiser ces structures tout en conservant leurs performances.

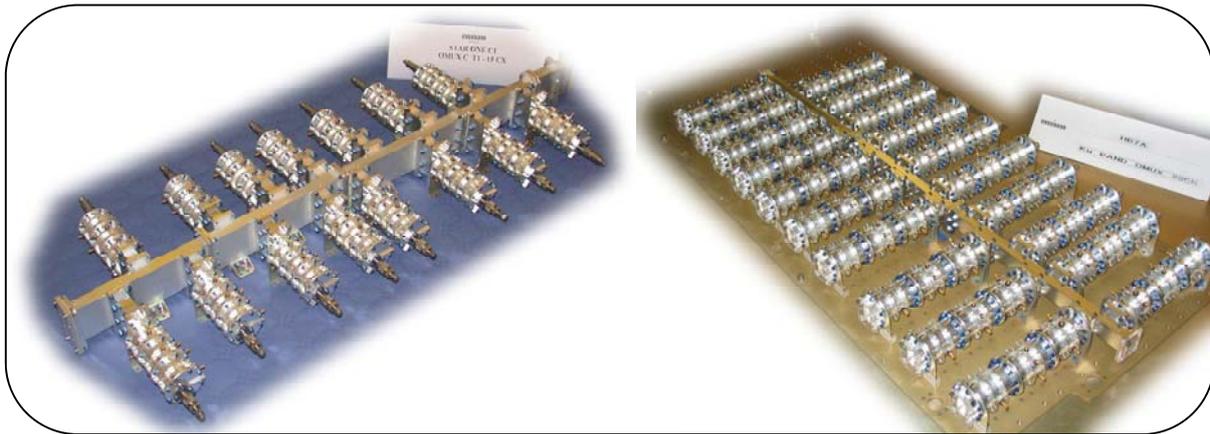


figure 10. Filtres OMUX

### III.5. Les filtres d'émissions

Les filtres d'émissions sont situés juste avant l'antenne d'émission et ont pour rôle d'atténuer les signaux dans la bande de réception [4],[5]. Ceux-ci doivent présenter de faibles pertes puisqu'ils sont placés en fin de chaîne et reçoivent la puissance cumulée des différents canaux. Ces filtres présentent généralement une réponse de type passe bas. Leurs caractéristiques et leur technologie sont très proches de celles des filtres en réception. Ces filtres sont souvent réalisés en guide d'onde.

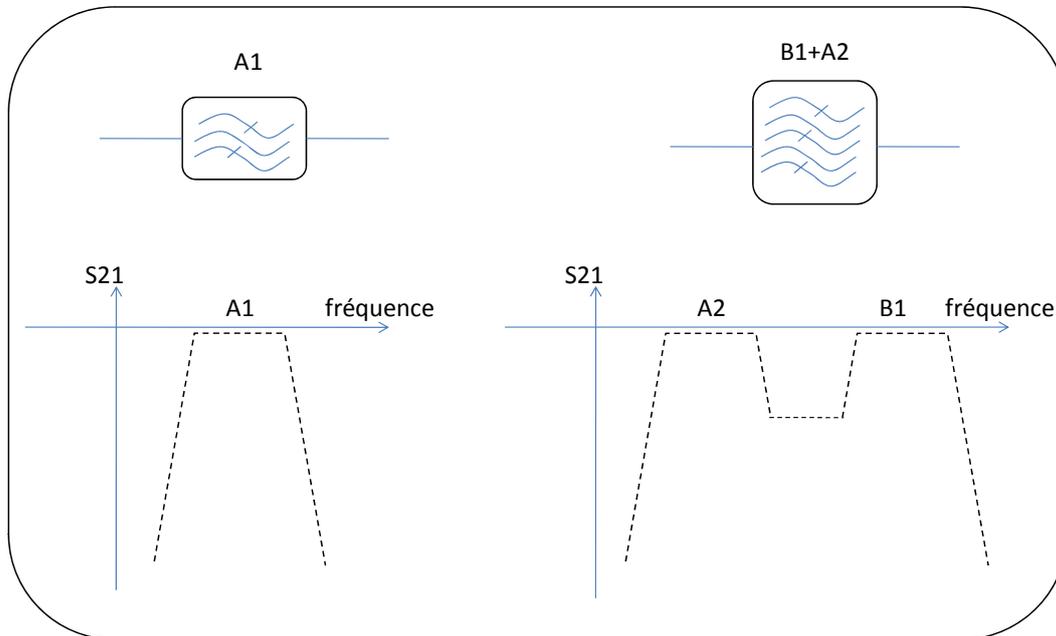
### III.6. Filtres multi bandes volumiques pour les charges utiles des satellites

Afin de répondre à l'augmentation croissante des communications spatiales, les satellites de télécommunications modernes utilisent des plages d'allocations de fréquences et des couvertures géographiques de plus en plus complexes.

Par conséquent, les filtres mono bandes classiques ne sont pas toujours idéaux pour répondre aux caractéristiques spectrales imposées. Par contre un filtre multi bande capable de transmettre plusieurs bandes et stopper les bandes inférieure, supérieure et intermédiaire peut être une solution intéressante [17].

Ces filtres multi bandes permettent de simplifier l'architecture, de réduire l'encombrement et d'améliorer les performances globales du système, diminuant ainsi les coûts de conception. La réalisation de filtres multi bandes avec des architectures volumiques

pour des applications spatiales est fortement recommandée, lorsque de fortes puissances sont mises en jeu. Ces filtres multibandes peuvent remplacer des filtres d'IMUX ou d'OMUX [5].



**figure 11.** Réponse de filtres monobande et double bandes passantes (bibande)

## IV. Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté d'une façon générale les satellites de télécommunications : la plate forme et la charge utile. Ainsi nous avons présenté les différents filtres présents dans la charge utile. Les filtres bibandes nous intéressent en particulier. Dans le chapitre 2 nous allons faire la synthèse d'un filtre bibande en comparant différentes topologies. Les filtres d'OMUX nous intéressent également car ils font l'objet de notre travail d'étude dans la deuxième partie de ce manuscrit : l'évolution dans le domaine des télécommunications spatiales amène à développer de plus en plus de structures soumises à de fortes puissances micro-ondes de l'ordre de quelques centaines de Watts et plus. Cette évolution a fait apparaître des problèmes dus aux forts champs électromagnétiques qui règnent au sein des dispositifs tels que l'effet corona, l'effet Multipactor ...

---

---

# Bibliographie-Chapitre 1

---

---

**[1] Les satellites de télécommunication**

<http://www.centraphone.fr/satellite.htm>

**[2] G. Maral**

“Systèmes de télécommunications par satellite, Technique de l’ingénieur”, E7560, pp1-27, 1996

**[3] P. Ramat**

“les telecommunications spatiales” site Internet, R&D France Télécom

**[4] S. Moraud**

« Etude et conception de nouvelles topologies de filtres destinés à être intégrés aux différents niveaux de la charge utile d’un satellite de télécommunications », thèse à l’Université de Limoges, juillet 1998

**[5] P. Lenoir**

“ Développement de méthodes et d’outils dédiés à la conception des dispositifs de filtrage microonde complexes”, Université de Limoges, thèse 2005

**[6] W. C. Tang, A. Malarky, M. Yu and V. Dokas**

“The use of miniature low quality factor resonators and pre-distortion techniques to emulate high quality factor filters for Input Multiplexer applications”, 21st International Communications Satellite Systems Conference and Exhibit, AIAA 2003-2296

**[7] Fiedziusko**

“Dual mode dielectric resonator loader cavity filter”, IEEE Transactions on microwave Theory et Technique, vol 30, N°9, September 1982, pp 1311-1316

**[8] E. Atia, A. E. Williams**

“New types of waveguide bandpass filters for satellite transponders”, COMSAT Technical Review, vol 30, N°9, 1982

**[9] Y. Tobayashi, K. Kubo**

“Canonical bandpass filters using dual mode dielectric resonators” IEEE MTT Symposium Digest, 1987 pp 137-140

**[10] C. Boussavie, D. Baillargeat, M. Aubourg, S. Verdeyme, P Guillon, C. Champeaux, A. Catherinot, S. Vigneron and J. J. Herren**

« *Workshop on Multipactor, RF and DC Corona and Passive Intermodulation in space RF Hardware*», ESA/ESTEC, Noordwijk, the Netherlands, September 2000

**[11] C. Boussavie, D. Baillargeat, M. Aubourg, S. Verdeyme, P. Guillon, A. Catherinot, S. Vigneron and B. Theron**

“Microwave breakdown in output multiplexer filters”, *IEEE CNF*, V2 Page(s):1185 - 1188, 11-16 June 2000.

**[12] H. Dillenbourg, J. J Herren, P. Lenoir, D. Baillargeat, S. Bila**

“High Power Handling and DR State of the art Output Multiplexer”, IEEE MTT-S 2005 International Microwave Symposium

**[13] A. E. Atia, A. E. Williams**

“Narrow band-pass waveguide filter”, IEEE Transactions on MTT, vol 20, N° 4, April 1972, pp 258-265

**[14] A. E. Williams**

“A four cavity elliptic waveguide filter” IEEE, Transaction on MTT, vol 18, N° 12 December 1970, pp 1109-1113

**[15] P. Guillot, H. Baudrand, S. Vigneron, B. Theron**

“Complete design for five pole in line elliptical filter”, IEEE MTTT Symposium Digest, 1995

**[16] S. Gendraud**

“Conception et modélisation de filters volumiques micro-ondes adaptés au traitement de fortes puissances”, Thèse de doctorat de l’Université de Limoges, Décembre 1997

**[17] S Holme**

« Multiple passband filters for satellite applications », 20<sup>th</sup> AIAA International Communication Satellite Systems Conference and Exhibit, Paper No., ATAA-2002-1993,2002.

# Chapitre 2

## Synthèse de filtres bibandes optimisés en pertes

---

[Dans ce chapitre, nous proposons la synthèse d'un filtre bande puis sa conception à l'aide de trois topologies différentes. L'objectif est de déterminer la topologie optimale qui présente le minimum de pertes dans la bande passante]



---



---

## Table des matières

---



---

I. Introduction .....	33
II. Synthèse des filtres hyperfréquences .....	33
II.1. Principe du filtrage .....	33
II.2. Représentation du filtre par un quadripôle .....	34
II.3. Fonction de transfert .....	36
a. Transformation passe-bande .....	37
b. Filtre Tchebychev .....	38
c. Filtre pseudo-elliptique .....	39
d. Comparaison des réponses avec et sans zéro de transmission .....	40
II.4. Modèle en éléments localisés et matrice de couplage .....	41
III. Synthèse du filtre bibande .....	43
III.1. Cahier des charges .....	43
III.1.2. Fonction de transfert .....	44
III.2. Topologies étudiées .....	45
III.2.1. Méthode d'optimisation électromagnétique .....	48
III.2.2. Synthèse du filtre avec la topologie A .....	49
III.2.3. Synthèse du filtre avec la topologie B1 .....	54
III.2.4. Synthèse du filtre avec la topologie (B2) .....	57
a. Synthèse avec une topologie (B2) simplifiée .....	58
b. Etude de la topologie (B2) .....	62
IV. Conclusion .....	67
Bibliographie-Chapitre2 .....	69



---

# Synthèse de filtres bibandes optimisés en pertes

---

## I. Introduction

Un filtre de fréquence est un système qui laisse passer sans affaiblissement d'amplitude des signaux sinusoïdaux ou numériques dont les composantes fréquentielles appartiennent toutes à une bande donnée, et contribue à affaiblir les amplitudes des signaux dont les composantes sont situées hors de cette bande.

Il existe différentes technologies de filtrage : planaires ou en guide d'onde rectangulaires, circulaires ...

Dans ce chapitre nous proposons une approche théorique sur la synthèse des filtres bibandes hyperfréquences. Les filtres à guide circulaire font plus particulièrement l'objet de notre étude. Ces filtres bibandes, capable de transmettre deux bandes et stopper les bandes inférieure, supérieure et intermédiaire, sont destinés à des applications spatiales, afin d'être intégrés dans des OMUX ou des IMUX. Ces filtres bibandes permettent de simplifier l'architecture, de réduire l'encombrement et d'améliorer les performances globales du système, diminuant ainsi les coûts de conception.

## II. Synthèse des filtres hyperfréquences

### II.1. Principe du filtrage

Le filtrage électronique consiste à sélectionner les composantes fréquentielles d'un signal utile afin de l'isoler des autres signaux indésirables. Le filtre définit ainsi une bande de fréquence ou canal. Un canal de liaison de télécommunication est défini par un cahier des charges. La technologie de fabrication est alors établie selon le domaine de fréquence utilisée (hyperfréquence, radiofréquence,...)

Les spécifications décrivant ses performances sont les suivantes :

- La réponse en atténuation constitue la caractéristique essentielle d'un filtre.
- Cette réponse est liée à la caractéristique phase-fréquence d'après les lois de Bayard-Bode.
- La phase définit à son tour le retard de groupe ou temps de propagation de groupe (ou encore temps de transit), qui stipule la façon dont est retardée chaque composante fréquentielle du signal.

La réponse en atténuation fait l'objet principal de notre étude. La courbe d'atténuation ou réponse en amplitude est caractérisée par les paramètres suivants :

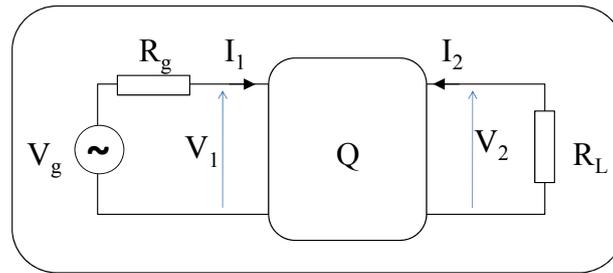
- bande passante
- pente de réjection ou raideur
- pertes d'insertion
- ondulation dans la bande
- pertes par réflexion
- coefficient de surtension  $Q$  des résonateurs

## **II.2. Représentation du filtre par un quadripôle**

La synthèse de filtre est généralement basée sur un schéma électrique équivalent du dispositif en éléments localisés. Cette synthèse permet, à partir de la théorie des circuits, de déterminer les valeurs des éléments localisés du schéma électrique équivalent en fonction de la fonction de filtrage choisie.

Un filtre peut être représenté par un quadripôle passif (figure 1). Sachant qu'un quadripôle peut être passif ou actif :

- Quadripôle passif : pas de source auxiliaire de puissance électrique
- Quadripôle actif : présence d'une source auxiliaire de puissance.



**figure 1.** Représentation du filtre par un quadripôle

Le fonctionnement électrique du quadripôle est caractérisé par :

$V_1, V_2$  : Tensions d'entrée et sortie du quadripôle

$I_1, -I_2$  : Courant d'entrée et sortie du quadripôle

Un quadripôle est dit linéaire lorsqu'il est constitué uniquement de dipôles et éléments linéaires.

On peut ainsi définir différents paramètres comme suit [1]-[4]:

- la puissance disponible du générateur  $P_g$ ,

$$\text{equ.1} \quad P_g = \frac{|V_g|^2}{8R_g}$$

- la puissance délivrée à la charge  $P_2$ ,

$$\text{equ.2} \quad P_2 = \frac{|V_2|^2}{2R_L}$$

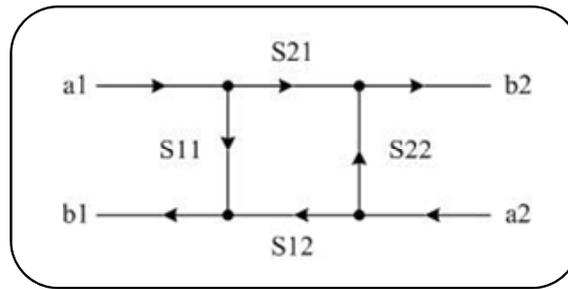
- la puissance réfléchie  $P_1$ ,

$$\text{equ.3} \quad P_1 = \frac{|V_1|^2}{2R_g}$$

- les pertes d'insertions

$$\text{equ.4} \quad \frac{P_g}{P_2} = \frac{R_L |V_g|^2}{4R_g |V_2|^2}$$

Dans le domaine des hyperfréquences, un quadripôle est généralement défini par ses paramètres  $[S]$ , dont le graphe de fluence est présenté sur la figure 2.



**figure 2.** Graphe de fluence d'un quadripôle

Les ondes sortantes  $b_i$  sont liées aux ondes entrantes  $a_i$  par :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = [S] \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Les coefficients  $S_{ii}$  représentent les coefficients de réflexion en entrée (respectivement en sortie) lorsque la sortie (respectivement l'entrée) est adaptée.

Les coefficients  $S_{ij}$  représentent les coefficients de transmission à l'entrée (respectivement en sortie) lorsque la sortie (respectivement l'entrée) est adaptée.

### II.3. Fonction de transfert

Une des fonctions essentielles pour le traitement de l'information est la fonction de filtrage passe bande. Cette fonction permet de sélectionner le signal utile par discrimination sur la fréquence [1]-[4]:

$$\text{equ.5} \quad \frac{P_g}{P_2} = \frac{R_L |V_g|^2}{4R_g |V_2|^2} = \frac{1}{|H(j\omega)|^2}$$

$H(j\omega)$  représente la fonction de transfert du quadripôle

Dans le cadre des filtres hyperfréquences, il est généralement admis de travailler avec les paramètres  $[S]$  du quadripôle.

On peut ainsi faire le lien entre fonction de transfert et paramètres  $[S]$ . Si  $R_g = R_L = R_c$  (résistance de normalisation), alors  $|H(j\omega)|^2 = |S_{21}(j\omega)|^2$ .

Les pertes par réflexion sont définies par :

$$\text{equ.6} \quad \frac{P_g}{P_1} = \frac{1}{|T(j\omega)|^2} = \frac{1}{|S_{11}(j\omega)|^2}$$

$T(j\omega)$  représente la fonction de réflexion du quadripôle.

Lorsque ce dernier est purement réactif (pas de dissipation d'énergie) on obtient la relation suivante :  $|H(j\omega)|^2 + |T(j\omega)|^2 = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$

On définit également l'atténuation, souvent employée dans le domaine du filtrage [2]:

$$\text{equ.7} \quad \alpha = 20 \log \frac{1}{|H(j\omega)|}$$

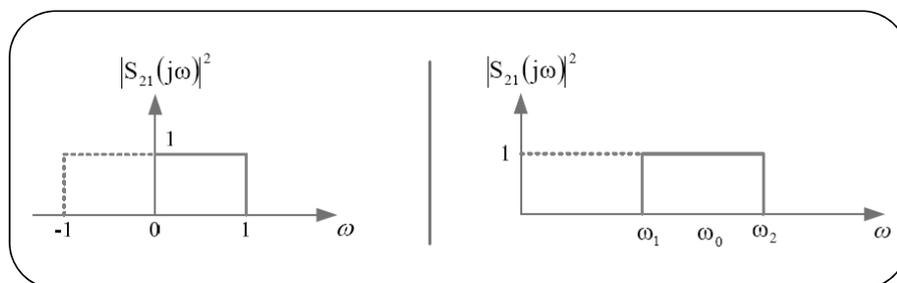
Les fonctions de transfert les plus couramment utilisées sont :

- Les fonctions de Butterworth.
- Les fonctions de Tchebychev.
- Les fonctions pseudo-elliptiques.

Généralement, la synthèse d'un filtre quelconque (passe-bas, passe-bande, passe-haut...), est basé sur l'étude d'un prototype passe-bas.

#### a. Transformation passe-bande

Le filtre passe-bande est alors obtenu à partir du prototype passe-bas grâce à une transformation de fréquence avec conservation des performances. Cette opération a pour effet de transformer la bande normalisée en basse fréquence  $[-1...+1]$  en une bande passante quelconque  $[\omega_1... \omega_2]$ .



**figure 3.** Réponse normalisée des filtres passe-bas et passe-bande idéaux

Dans ce type de transformation, l'opération est en fait appliquée à la variable de Laplace. En notant  $p$  la variable de Laplace associé au passe-bande et  $p'$  celle du prototype passe-bas, alors la transformation s'écrit :

$$p' \rightarrow \alpha \left( \frac{p}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{p} \right) \quad \begin{cases} \omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \\ \alpha = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \end{cases}$$

Dans cette expression,  $\omega_0$  représente la pulsation "centrale" du filtre et  $1/\alpha$  le rapport de bande. Ainsi nous passons du prototype passe-bas au prototype passe-bande [5].

Nous allons présenter dans le paragraphe qui suit les fonctions de Tchebychev et les fonctions pseudo-elliptiques.

### b. Filtre Tchebychev

La fonction de transfert de Tchebychev présente une ondulation dans la bande dont l'équation est la suivante :

$$\text{equ.8} \quad |S_{21}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega)}$$

$n$  détermine l'ordre du filtre

$\varepsilon$  est un paramètre qui caractérise l'ondulation

$$\text{equ.9} \quad \varepsilon = \sqrt{10^{A_p} - 1}$$

où  $A_p$  est l'atténuation maximale en bande passante

$T_n(\omega)$  est une fonction qui oscille entre +1 et -1 et varie très vite pour  $\omega > 1$ , c'est à dire dans la bande d'atténuation.

$$T_n(\omega) = \begin{cases} \cos(n \arccos \omega) & \omega \leq 1 \\ \text{ch}(n \operatorname{argch} \omega) & \omega > 1 \end{cases}$$

La réponse de Tchebychev présente alors l'allure suivante pour un ordre variant de un à quatre.

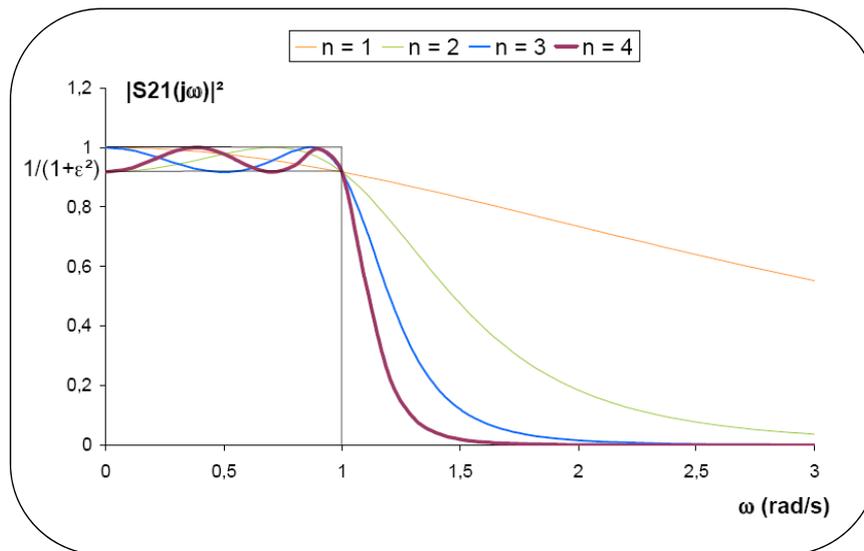


figure 4. Réponse en transmission de Tchebychev

L'inconvénient du filtre de Tchebychev est sa sélectivité. Pour certaines applications spatiales la sélectivité d'un filtre est primordiale. En effet, lorsque l'on désire isoler la bande utile (présélection) ou la diviser en sous-bandes (multiplexage), il faut tenir compte du recouvrement des bandes passantes. Il est donc nécessaire d'améliorer la réponse au niveau des transitions latérales. Ainsi, deux solutions se présentent :

- Augmenter l'ordre du filtre. Mais la réalisation d'un filtre est d'autant plus complexe que son ordre est élevé. Par ailleurs, la taille, le poids et les pertes du filtre augmentent avec son ordre.

- Créer des zéros de transmission à des fréquences finies proches de la bande.

Ceci se fait grâce à l'approximation des filtres pseudo-elliptiques : c'est une approximation de Tchebychev avec des zéros ramenés à des fréquences finies  $\omega_i$ .

### c. Filtre pseudo-elliptique

La réponse pseudo-elliptique est basée sur l'approximation de Tchebychev [6]-[7]. Elle possède une ondulation constante dans la bande passante et un ou plusieurs zéros disposés de façons indépendante de part et d'autre de celle-ci. La fonction de transfert est donnée par [8]:

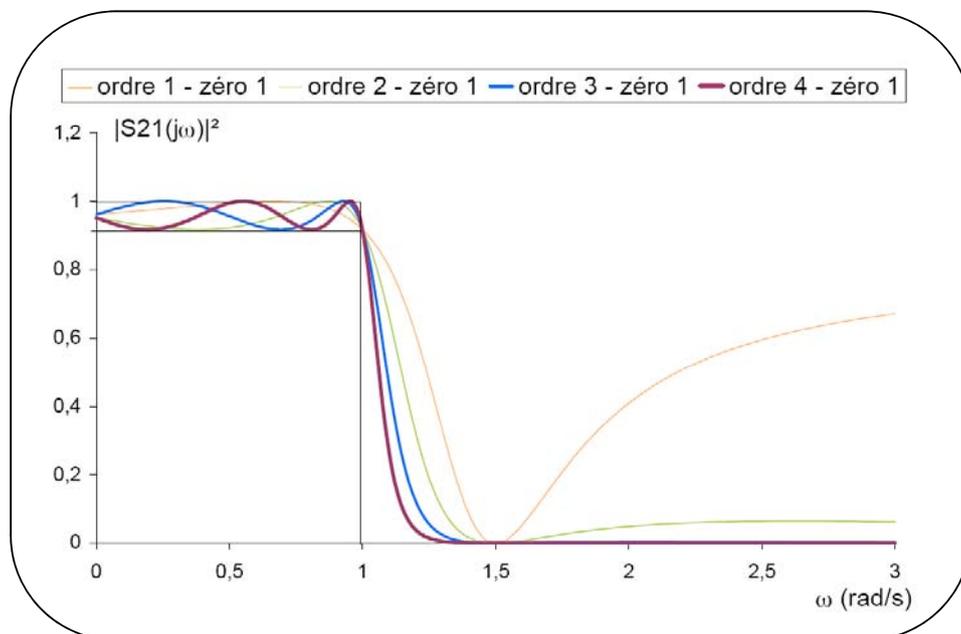
$$\text{equ.10} \quad |S_{21}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 D_n^2(\omega)}$$

$D_n(\omega)$  est une fonction rationnelle appelée généralement fonction discriminante:

$$\text{equ.11} \quad D_n(\omega) = \frac{P_n(j\omega)}{Q_{nz}(j\omega)}$$

$P_n(j\omega)$  et  $Q_{nz}(j\omega)$  sont des polynômes de la pulsation normalisée  $\omega$ . Le degré de  $P_n(j\omega)$  représente l'ordre du filtre alors que le degré de  $Q_{nz}(j\omega)$  indique le nombre de zéros de transmission

La fonction de filtrage pseudo elliptique possède des zéros de transmission en dehors de la bande, ce qui permet une meilleure réjection en limite de bande passante. Cette fonction est généralement utilisée pour concevoir les filtres d'OMUX et d'IMUX.



**figure 5.** Réponse en transmission de pseudo-elliptique

#### **d. Comparaison des réponses avec et sans zéro de transmission**

Nous présentons sur la figure 6 deux filtres possédant les mêmes spécifications, l'un étant de type Tchebychev et l'autre de type pseudo-elliptique avec un zéro de transmission de chaque côté de la bande passante.

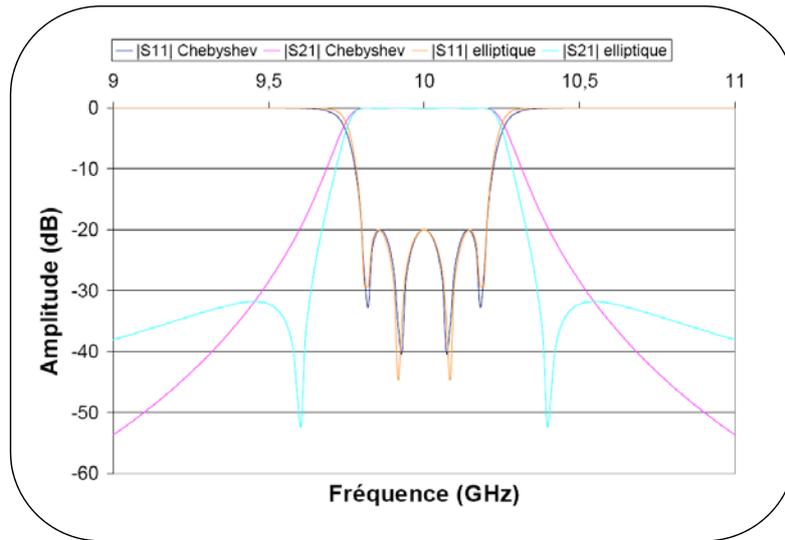


figure 6. Réponses pseudo-elliptique et Tchebychev

En comparant les réponses en transmission, il apparaît que la réjection en bord de bande est très nettement améliorée grâce aux zéros de transmission.

## II.4. Modèle en éléments localisés et matrice de couplage

Les filtres à éléments résonants peuvent être représentés sous la forme d'un circuit électrique équivalent (figure 7). Les  $n$  résonateurs sont représentés par les  $n$  circuits résonants ( $L_i, C_i$ ) et sont couplés entre eux par des inductances mutuelles,  $M_{ij}$ . Le circuit est supposé sans pertes ( $R_i = 0$ ).

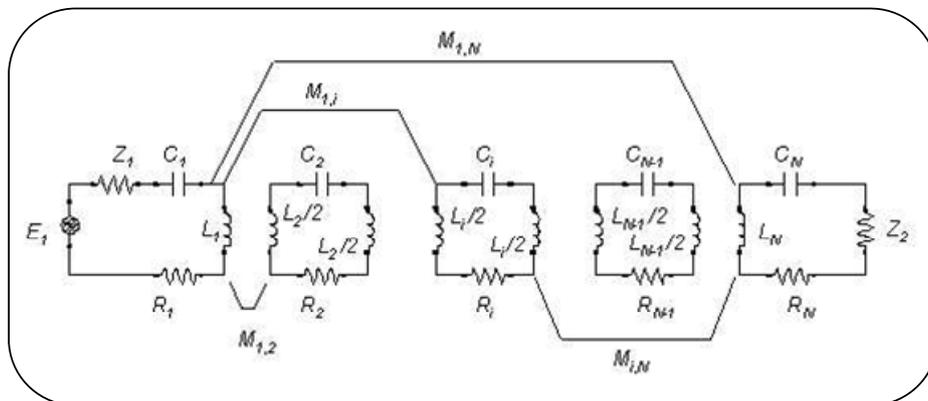
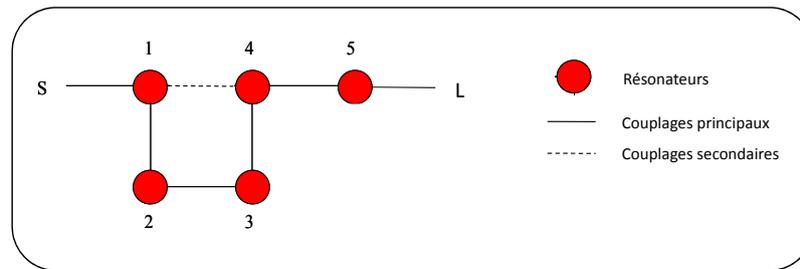


figure 7. Circuit électrique équivalent sans pertes d'un filtre passe bande à éléments résonants

Le but de la synthèse est de déterminer les valeurs des différents éléments localisés modélisant le filtre, permettant de répondre à une fonction de transfert donnée.

Le circuit électrique équivalent précédent (figure 7) peut être représenté par un diagramme de couplage comme celui présenté sur la figure 8.



**figure 8.** Diagramme de couplage

Cette représentation permet de vérifier que la topologie choisie, c'est-à-dire l'agencement des couplages entre résonateurs, est compatible avec la fonction de transfert souhaitée.

En particulier, le nombre de pôles  $n$  est donné par le nombre de résonateurs et le nombre de zéros de transmissions  $N_z$  par la relation :

$$N_z = N_l - N_c$$

où  $N_l$  est le nombre de couplages constituant le chemin principal, entre résonateurs successifs,

$N_c$  est le nombre de couplages constituant le chemin le plus court en utilisant des couplages secondaires.

Par exemple le diagramme de couplage de la figure 8 autorise une fonction à 5 pôles et 2 zéros ( $N_l = 4$ ,  $N_c = 2$ ).

Une deuxième représentation du circuit équivalent est donnée par la matrice de couplage. Les termes de cette matrice sont des couplages ( $M_{ij}$ ) entre résonateurs et aux accès, et des « auto-couplages » ( $M_{ii}$ ) liés aux fréquences de résonance des différents résonateurs.

La matrice de couplage correspondant au diagramme présenté sur la figure 8, prend donc la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & M_{S1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ M_{S1} & M_{11} & M_{12} & 0 & M_{14} & 0 & 0 \\ 0 & M_{12} & M_{22} & M_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{23} & M_{33} & M_{34} & 0 & 0 \\ 0 & M_{14} & 0 & M_{34} & M_{44} & M_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{45} & M_{55} & M_{5L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{5L} & 0 \end{pmatrix}$$

La détermination de chacun des termes de cette matrice revient à déterminer les valeurs de chacun des éléments du circuit équivalent. Cette représentation matricielle peut aussi être manipulée mathématiquement grâce à des transformations orthogonales (par exemple une rotation) pour transformer la topologie du filtre et réagencer les couplages entre résonateurs. Le calcul détaillé est présenté dans les références [2],[9].

Dans les paragraphes qui suivent, la synthèse d'un filtre bibande va être développée et testée dans différentes topologies.

### III. Synthèse du filtre bibande

#### III.1. Cahier des charges

L'objectif de ce travail, consiste à concevoir un filtre présentant une fonction de transfert à deux bandes passantes dont le cahier des charges a été fixé par TAS. Les porteuses 1 et 2 sont placées dans la première sous-bande, les porteuses 5 et 6 dans la seconde et les porteuses 3 et 4 sont rejetées, conformément à la figure 9.

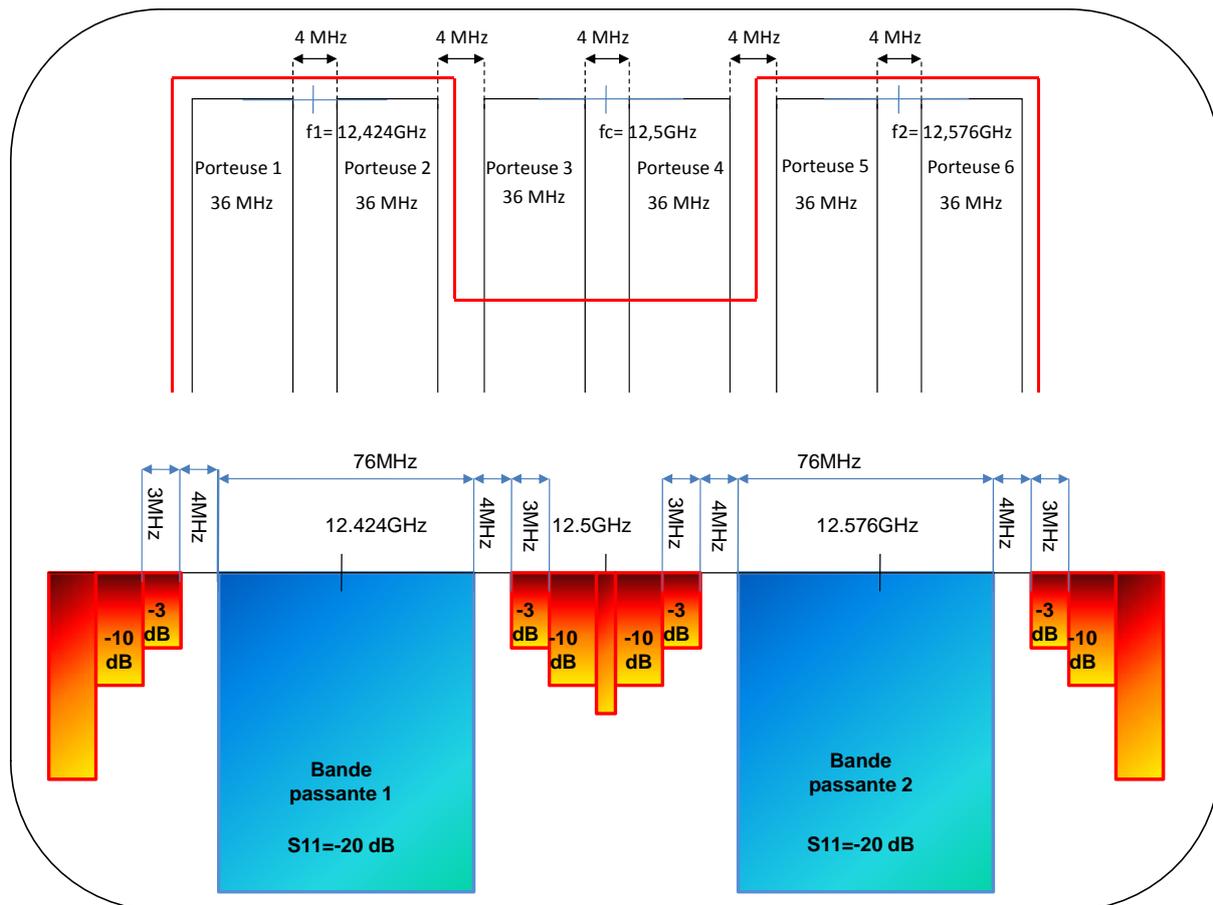


figure 9. Cahier des charges du filtre bbande

Le gabarit du filtre est défini par les grandeurs suivantes (voir figure 9):

- la largeur de chaque bande passante est de  $76\text{MHz}$
- la fréquence centrale est  $12.5\text{GHz}$
- les pertes d'insertions maximales sont de  $0.5\text{dB}$
- les réjections sont de :
  - $-3\text{dB}$  à  $4\text{MHz}$  de chaque sous-bande passante
  - $-10\text{dB}$  à  $7\text{MHz}$  de chaque sous-bande passante
- La réflexion dans chaque bande passante est fixée à  $-20\text{dB}$ .

### III.1.2. Fonction de transfert

La fonction de transfert est générée par optimisation directe des pôles et des zéros grâce à l'algorithme développé par l'INRIA détaillé dans [10]-[11]. La fonction de transfert

satisfaisant les spécifications électriques présentées dans le paragraphe précédent comprend 10 pôles et 4 zéros.

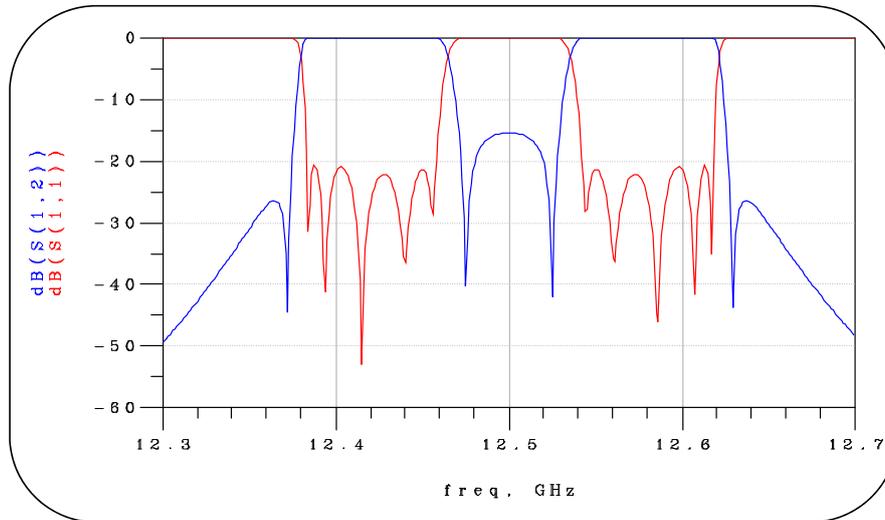


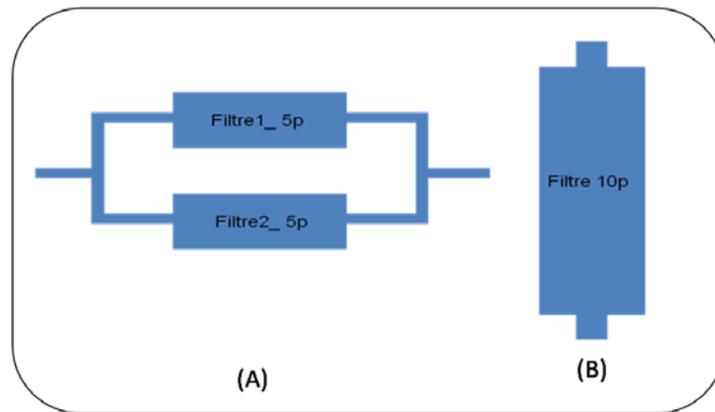
figure 10. Fonction de transfert du filtre 10 pôles 4 zéros

Différentes topologies de filtre bande sont maintenant étudiées pour évaluer la solution la plus favorable en termes de pertes d'insertion.

### III.2. Topologies étudiées

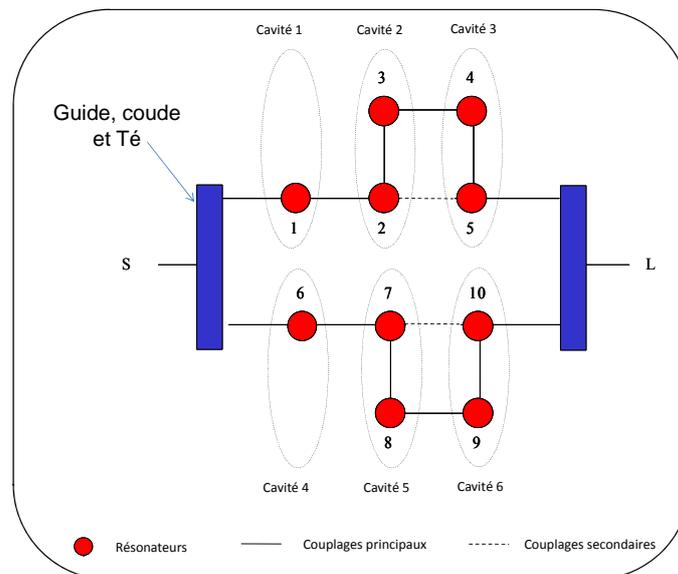
Comme nous l'avons suggéré précédemment, nous avons choisi de réaliser ces filtres en technologie cavités cylindriques afin notamment de réduire les pertes d'insertion par l'obtention de facteur de qualité à vide très élevé, et de permettre le transfert de fortes puissances microondes si besoin. La topologie des filtres considérés sera donc basée sur la théorie des cavités résonantes couplées. De plus, dans le but de limiter l'encombrement, nous utilisons, si la synthèse le permet, un fonctionnement de ces cavités sur des modes duaux. Les modes duaux supportent à une même fréquence de résonance deux polarisations orthogonales qu'il est possible de coupler par l'ajout d'un élément de couplage (des vis dans notre cas). Un des avantages de ce type de fonctionnement est de générer pour une seule cavité deux pôles dans la fonction de transfert.

Nous allons étudier et comparer deux types d'implémentation présentées sur la figure 11. La première catégorie (A) couple, à l'aide de guides d'ondes, deux structures réalisant chacune une sous-bande. La seconde (B) combine l'ensemble des résonateurs dans une seule structure réalisant la fonctionnalité bande.



**figure 11.** Catégories de filtres bibandes

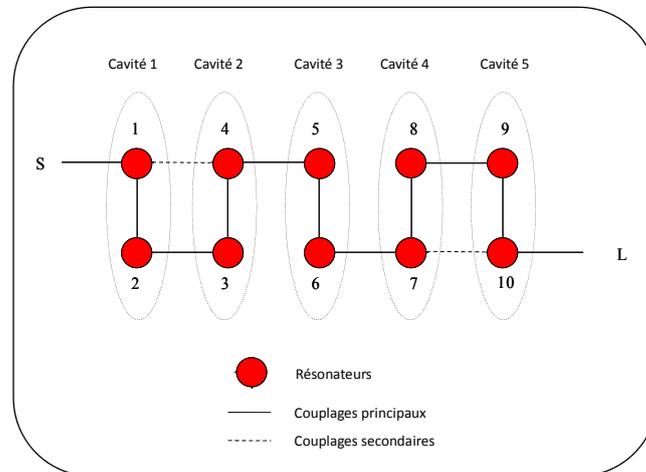
Pour la première catégorie (A), les deux branches combinent des filtres 5 pôles elliptiques classiques [2]. Le diagramme de couplage de cette topologie est présenté sur la figure 12. Cette topologie est la solution technologique la plus simple et elle sert de référence pour la suite.



**figure 12.** Diagramme de couplage : topologie (A)

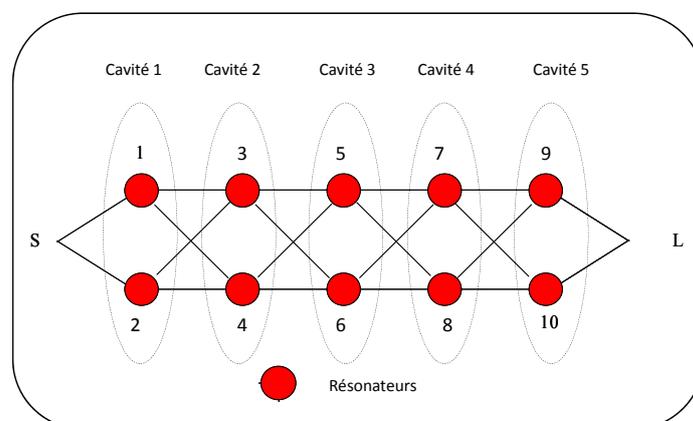
Pour la seconde catégorie de filtre (B), l'intérêt est de réaliser la fonctionnalité dans une structure unique. Deux topologies vont être étudiées : la première topologie (B1) est une implémentation classique pour des filtres bimodes, basée sur le couplage des polarisations orthogonales du mode dual ( $TE_{113}$ ) dans chaque cavité. Le diagramme de couplage associé à

cette topologie est présentée sur la figure 13. L'inconvénient avec cette topologie est cependant que, quelle que soit la fréquence (quelle que soit la bande passante), le signal traverse l'ensemble des résonateurs.



**figure 13.** Diagramme de couplage : topologie (B1)

La seconde topologie (B2) ne couple pas les polarisations orthogonales du mode dual. Ainsi, dans chaque cavité, une polarisation est utilisée pour la première bande passante et l'autre polarisation pour la seconde. On espère alors obtenir des chemins distincts pour le signal en fonction de la bande passante et limiter de cette façon la dissipation dans la structure. Le diagramme de couplage de cette topologie est présenté sur la figure 14.



**figure 14.** Diagramme de couplage: topologie (B2)

### III.2.1. Méthode d'optimisation électromagnétique

La méthode d'optimisation électromagnétique, développée dans le cadre d'une collaboration CNES INRIA XLIM et détaillée dans les références suivantes [2],[9] est appliquée pour dimensionner un modèle électromagnétique du filtre. Le principe de cette approche est schématisé sur la figure 15.

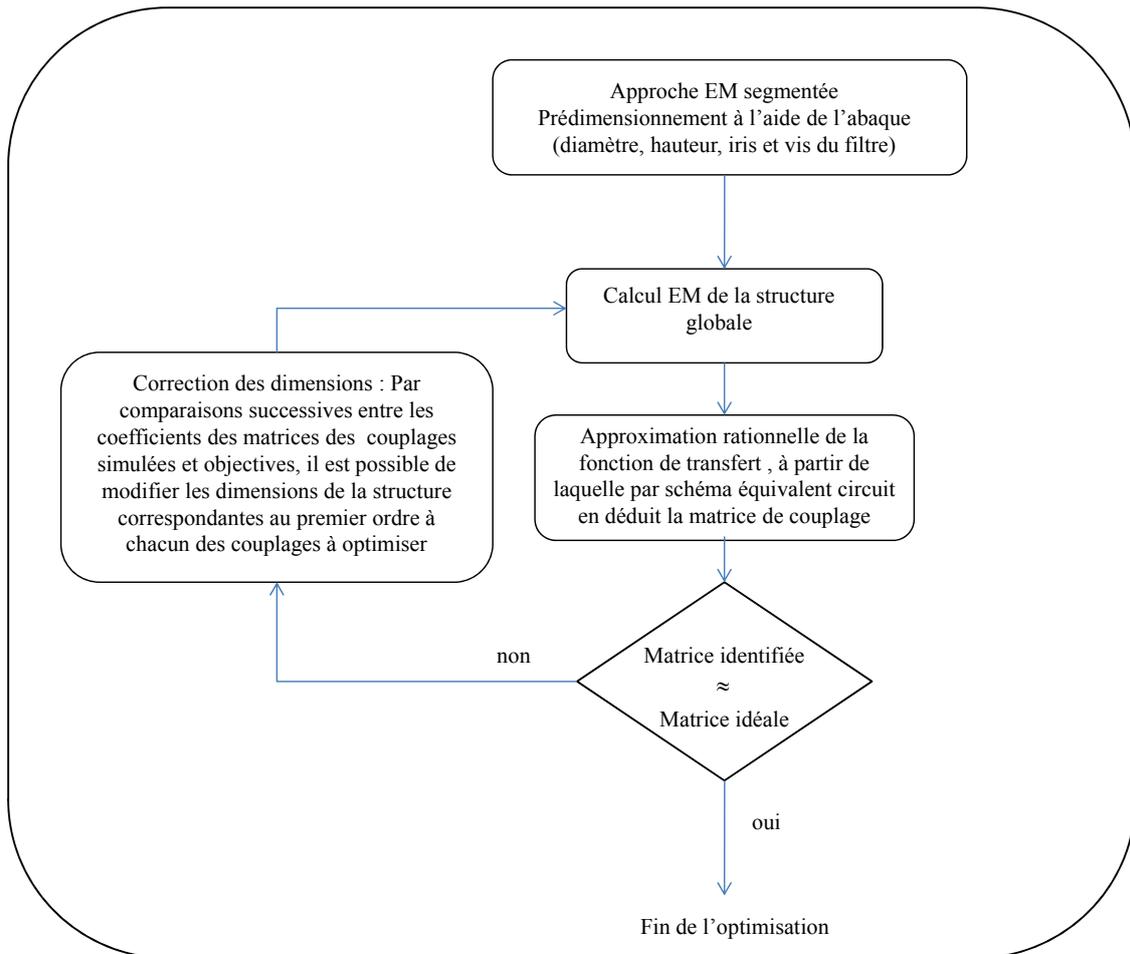


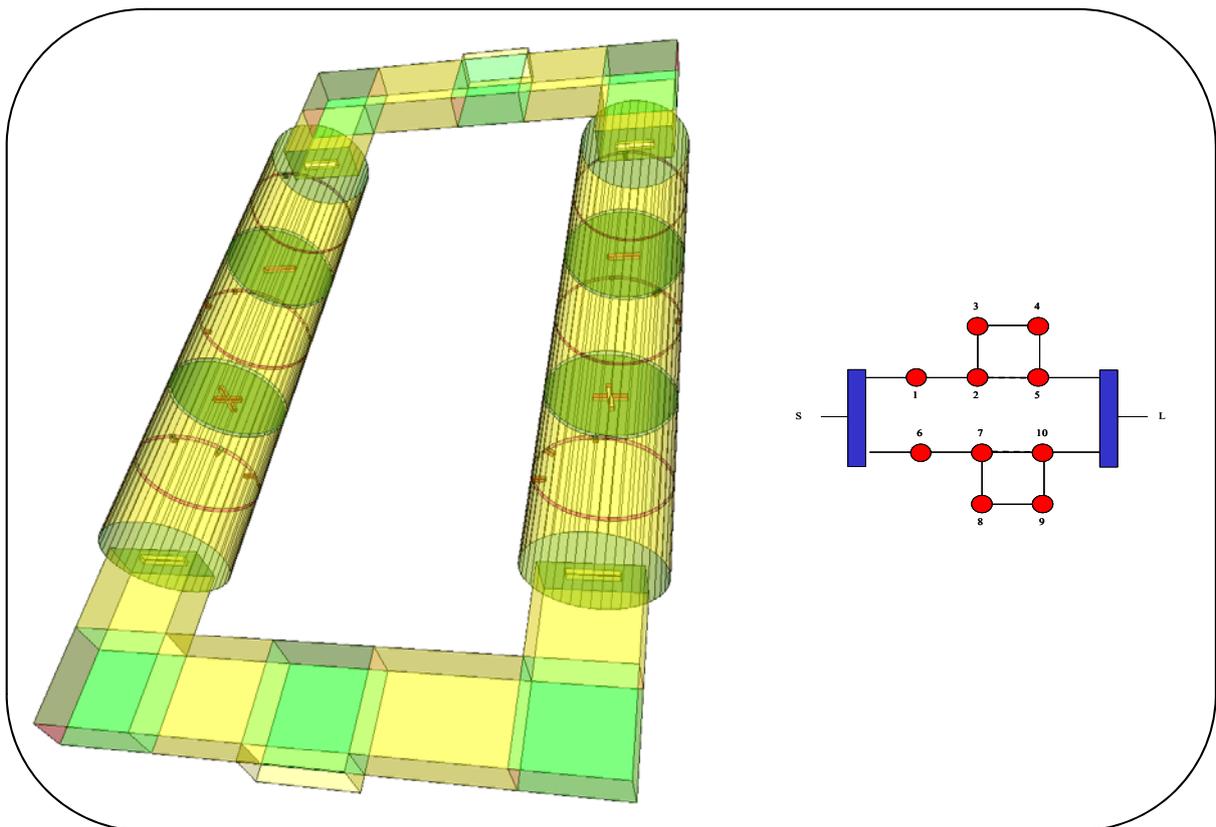
figure 15. Principe de la méthode d'optimisation

Le logiciel utilisé pour l'approximation rationnelle et l'identification des couplages est le logiciel « Presto », développé par l'INRIA.

Le logiciel utilisé pour le calcul électromagnétique est « Microwave Wizard », qui permet d'analyser des structures en guide d'onde par Mode Matching et/ou éléments finis. Ce logiciel possède par ailleurs un module d'optimisation interne dont l'objectif est spécifié en termes des paramètres S, il est donc parfaitement adapté à notre problématique.

### III.2.2. Synthèse du filtre avec la topologie A

Le diagramme de couplage de la topologie (A) est présenté sur la figure 12. Cette topologie couple, à l'aide de guides d'ondes, deux filtres 5 pôles réalisant chacun une sous-bande. Chaque filtre est constitué de trois cavités couplées dont deux fonctionnent sur un mode dual. Nous considérons quinze paramètres par filtre (5 iris, 7 vis et 3 hauteurs des cavités). La structure complète est présentée sur la figure 16.



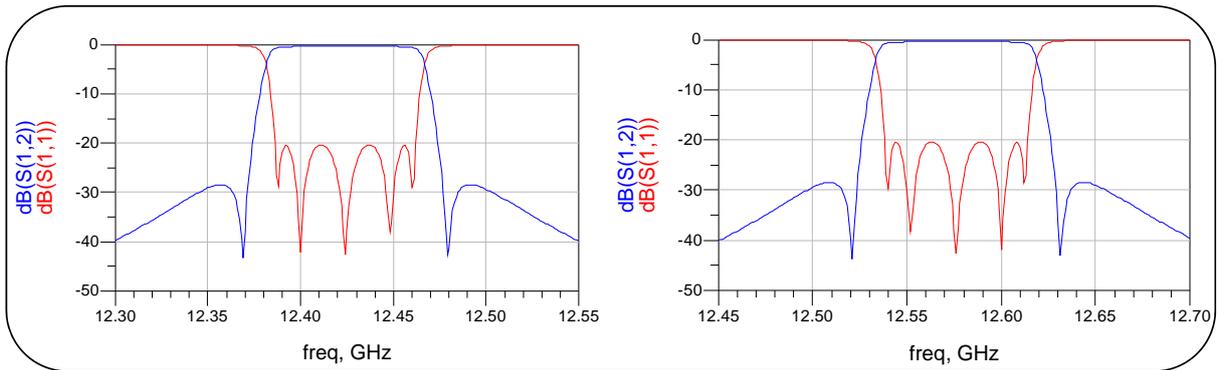
**figure 16.** Structure du filtre 10 pôles (A)

Les deux filtres sont d'abord synthétisés indépendamment. Le raccordement des deux filtres à l'aide des guides impose ensuite une optimisation de la structure globale à cause des différentes interactions entre filtres et éléments de couplage en guide.

Avant connexion, les deux filtres sont synthétisés avec la même matrice de couplage, le premier canal étant centré à  $12,424GHz$ , le second à  $12,576GHz$ . La matrice de couplage idéale des filtres 5 pôles est la suivante :

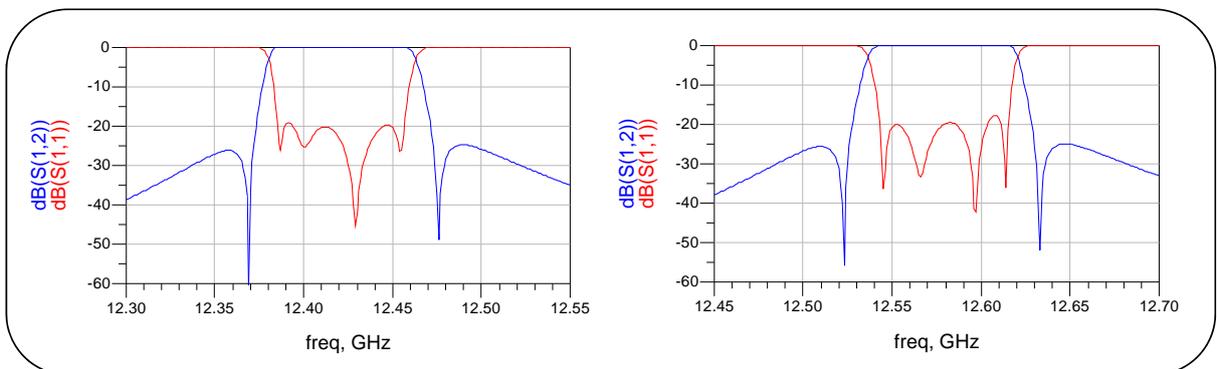
$$\begin{pmatrix} 0 & 0.9363 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9363 & 0 & 0.7876 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.7876 & 0 & 0.5472 & 0 & -0.2491 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5472 & 0 & 0.7592 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.7592 & 0 & 0.7472 & 0 \\ 0 & 0 & -0.2491 & 0 & 0.7472 & 0 & 0.9363 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9363 & 0 \end{pmatrix}$$

Les réponses idéales de ces deux filtres 5 pôles sont présentées sur la figure 17.



**figure 17.** Réponses idéales des deux filtres 5 pôles ( $f_1 = 12.424\text{GHz}$  et  $f_2 = 12.576\text{GHz}$ )

En utilisant le principe d'optimisation présenté sur la figure 15, la fonction de transfert obtenue pour chaque filtre après optimisation (en utilisant itérativement les logiciels « Presto » et « Microwave Wizard ») est donnée sur la figure 18.



**figure 18.** Réponses des deux filtres 5 pôles après optimisation ( $f_1 = 12.424\text{GHz}$  et  $f_2 = 12.576\text{GHz}$ )

Les dimensions des deux filtres, obtenues en fin d'optimisation sont récapitulées dans les tableaux suivants :

**Première phase : conception indépendante des canaux.**

Dimensions des filtres 5 pôles de fréquences centrales  $f_1 = 12,424GHz$  et  $f_2 = 12,576GHz$ .

	<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>
<i>Iris_01</i>	9,70	2	1,02
<i>Iris_23</i>	7,99	1	1,02
<i>Iris_14</i>	6,47	1	1,02
<i>Iris_45</i>	8,06	1	1,02
<i>Iris_50</i>	9,42	2	1,02

	<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>
<i>Iris_01</i>	9,66	2	1,02
<i>Iris_23</i>	7,93	1	1,02
<i>Iris_14</i>	6,55	1	1,02
<i>Iris_45</i>	7,92	1	1,02
<i>Iris_50</i>	9,26	2	1,02

Dimensions des iris en mm

	<i>Diamètre</i>	<i>Hauteur</i>
<i>cavité_1</i>	27	41,53
<i>cavité_2</i>	27	42,11
<i>cavité_3</i>	27	41,72

	<i>Diamètre</i>	<i>Hauteur</i>
<i>cavité_1</i>	27	40,77
<i>cavité_2</i>	27	41,37
<i>cavité_3</i>	27	40,93

Dimensions des cavités en mm

<i>Vis_1</i>	0,75
<i>Vis_12</i>	3,50
<i>Vis_2</i>	4,02
<i>Vis_3</i>	2,82
<i>Vis_34</i>	2,80
<i>Vis_4</i>	2,35
<i>Vis_5</i>	1,81

<i>Vis_1</i>	2,14
<i>Vis_12</i>	3,42
<i>Vis_2</i>	4,05
<i>Vis_3</i>	2,89
<i>Vis_34</i>	2,71
<i>Vis_4</i>	2,47
<i>Vis_5</i>	2,61

Enfoncement des vis en mm

Une fois les deux filtres optimisés, nous les connectons par des guides d'onde. Une optimisation (avec le logiciel « Microwave Wizard ») des iris et vis de chaque canal et des différentes longueurs de guide est alors nécessaire. Les longueurs de guide sont notamment optimisées en ramenant les signaux en phase aux accès et en imposant la même longueur pour chaque branche.

Après optimisation de l'ensemble nous obtenons la fonction de transfert présentée sur la figure 19:

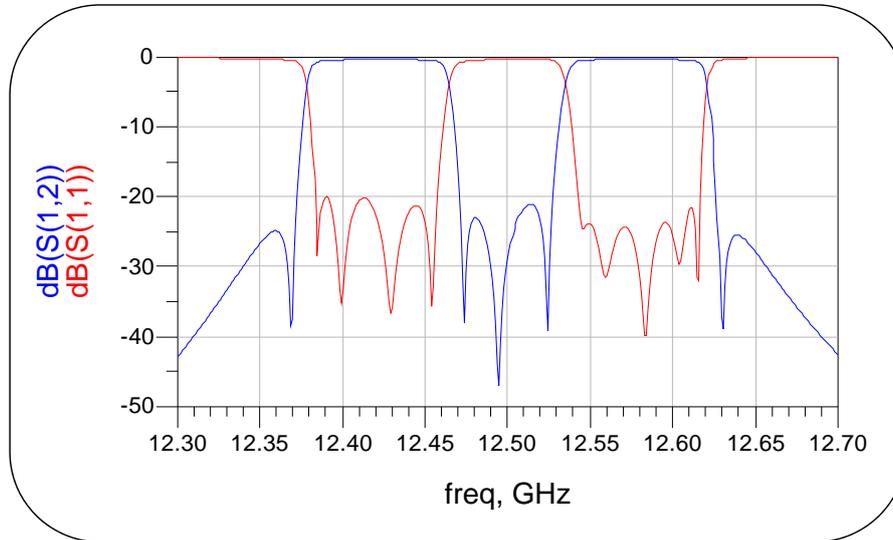


figure 19. Fonction de transfert du filtre 10 pôles optimisé

Dans ce cas les pertes d'insertion sont de l'ordre de  $0,346dB$  ( $\sigma = 37,6MS/m$ ) ce qui va constituer notre référence. Après optimisation de l'ensemble, les nouvelles dimensions des deux filtres, sont récapitulées dans les tableaux suivants :

### Deuxième phase : conception globale de la structure bibande.

Dimensions des filtres 5 pôles de fréquences centrales  $f_1 = 12,424GHz$  et  $f_2 = 12,576GHz$ .

Vis_1	1,00	Vis_1	2,11
Vis_12	3,35	Vis_12	3,21
Vis_2	4,06	Vis_2	4,08
Vis_3	2,67	Vis_3	2,87
Vis_34	2,83	Vis_34	2,73
Vis_4	2,12	Vis_4	2,63
Vis_5	0,51	Vis_5	2,63

Enfoncement des vis en *mm*

	<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>
<i>Iris_01</i>	9,66	2	1,02
<i>Iris_23</i>	8,12	1	1,02
<i>Iris_14</i>	6,64	1	1,02
<i>Iris_45</i>	8,03	1	1,02
<i>Iris_50</i>	9,41	2	1,02

	<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>
<i>Iris_01</i>	9,67	2	1,02
<i>Iris_23</i>	7,95	1	1,02
<i>Iris_14</i>	6,54	1	1,02
<i>Iris_45</i>	7,90	1	1,02
<i>Iris_50</i>	9,26	2	1,02

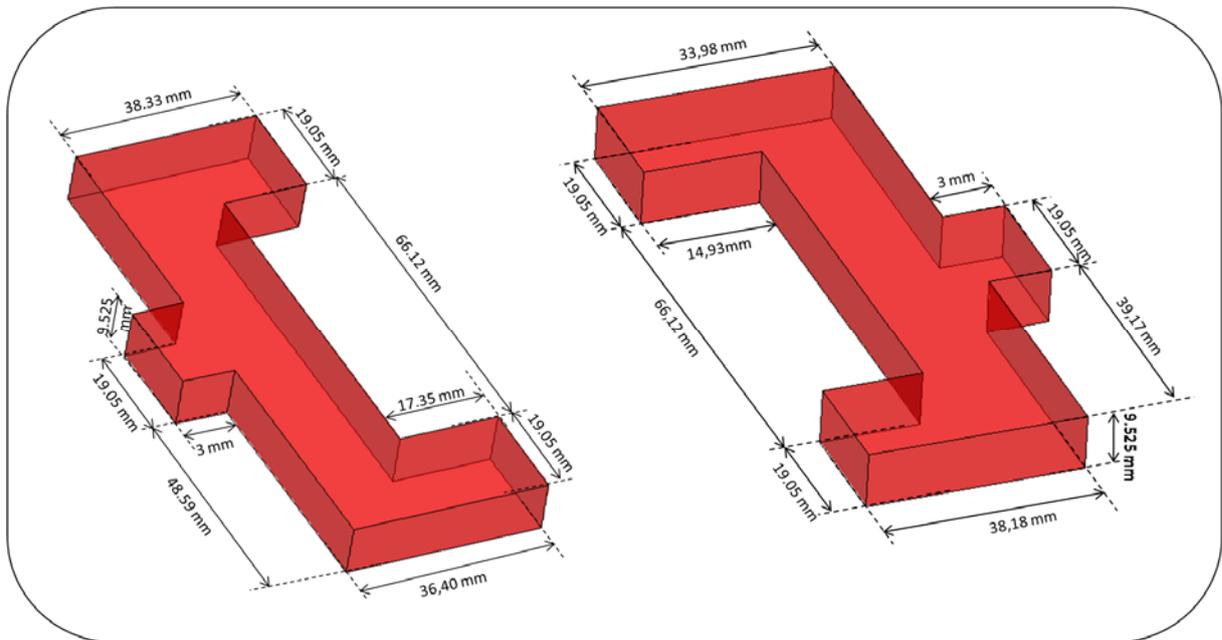
Dimensions des iris en *mm*

	<i>Diamètre</i>	<i>Hauteur</i>
<i>cavité_1</i>	27	41,53
<i>cavité_2</i>	27	42,11
<i>cavité_3</i>	27	41,72

	<i>Diamètre</i>	<i>Hauteur</i>
<i>cavité_1</i>	27	40,77
<i>cavité_2</i>	27	41,37
<i>cavité_3</i>	27	40,93

Dimensions des cavités en *mm*

Les dimensions des différents guides, coudes et té (voir figure 16), après optimisation sont présentées sur la figure 20.

**figure 20.** Dimensions des guides, coudes et té après optimisation

Pour cette topologie, la fonctionnalité est réalisée à l'aide d'une structure unique.

### III.2.3. Synthèse du filtre avec la topologie B1

La structure du filtre 10 pôles correspondant au diagramme de couplage de cette topologie est présentée sur la figure 21 :

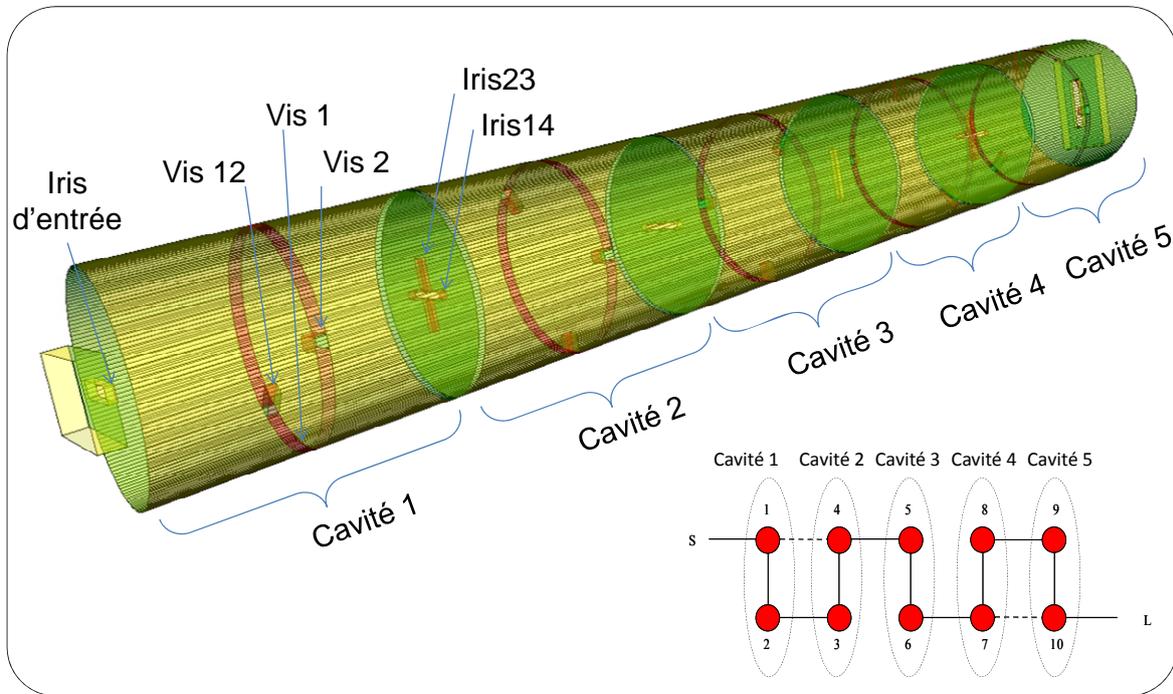


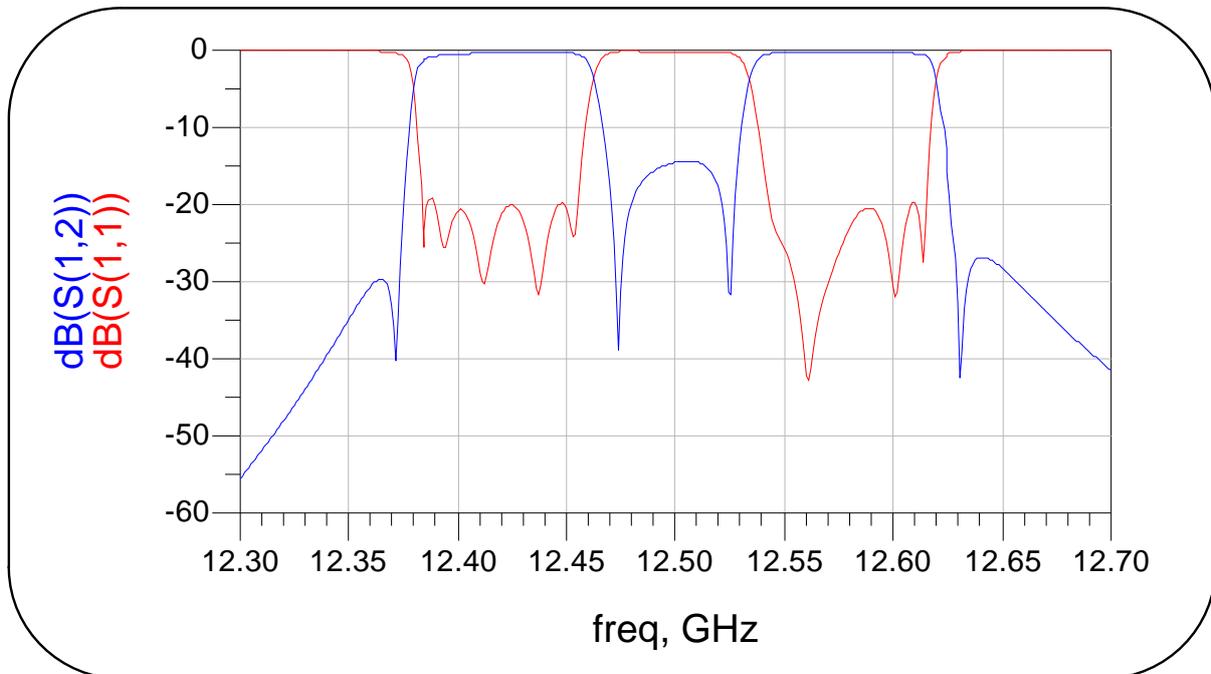
figure 21. Structure du filtre banded 10 pôles (B1)

La synthèse théorique du filtre, à partir du gabarit présenté sur la figure 9, pour le diagramme de couplage (A1) aboutit à la matrice de couplage idéale suivante.

$$\begin{pmatrix}
 0 & 0.7873 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0.7873 & 0 & 0.6998 & 0 & -0.3725 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0.6998 & 0 & 0.7627 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.7627 & 0 & 0.5170 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -0.3725 & 0 & 0.5170 & 0 & 0.4229 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4229 & 0 & 0.6524 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6524 & 0 & 0.4247 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4247 & 0 & 0.4785 & 0 & -0.6470 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.4785 & 0 & 0.1163 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1163 & 0 & 0.4581 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.6470 & 0 & 0.4581 & 0 & 0.7873 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7873
 \end{pmatrix}$$

La réponse obtenue avec cette matrice de couplage est donc exactement celle synthétisée au début de l'étude (figure 10).

Un modèle Microwave Wizard du filtre est dimensionné en utilisant le même principe d'optimisation, 28 paramètres (8 iris, 15 vis et 5 hauteurs des cavités) sont ainsi ajustés pour régler la structure. La fonction de transfert obtenue après optimisation est donnée sur la figure 22.



**figure 22.** Fonction de transfert du filtre optimisé (B1)

Une dizaine de calculs électromagnétiques ont été nécessaires afin de dimensionner la structure. La matrice identifiée après optimisation, est la suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0.8100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.8100 & -0.0343 & 0.6949 & -0.0068 & -0.3703 & 0.0145 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6949 & 0.0288 & 0.7496 & -0.0095 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0068 & 0.7496 & -0.0281 & 0.5066 & -0.0229 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3703 & -0.0095 & 0.5066 & 0.0700 & 0.4070 & -0.0263 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0145 & 0 & -0.0229 & 0.4070 & 0.0374 & 0.6463 & -0.0246 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0263 & 0.6463 & -0.0071 & 0.4221 & -0.0117 & 0 & 0.0156 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0246 & 0.4221 & 0.0167 & 0.5154 & -0.0067 & -0.6340 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0117 & 0.5154 & -0.0079 & 0.0842 & -0.0069 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0067 & 0.0842 & 0.0947 & 0.5079 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0156 & -0.6340 & -0.0069 & 0.5079 & -0.1676 & 0.8485 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8485 & 0 \end{pmatrix}$$

Cette matrice est en accord avec la matrice objectif. Les dimensions du filtre, obtenues en fin d'optimisation sont récapitulées dans les tableaux suivants :

	<i>Diamètre</i>	<i>Hauteur</i>
<i>cavité_1</i>	27	40,59
<i>cavité_2</i>	27	41,20
<i>cavité_3</i>	27	41,30
<i>cavité_4</i>	27	41,09
<i>cavité_5</i>	27	40,39

Dimensions des cavités en mm

	<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>		<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>
<i>Iris_01</i>	9,89	2	1,02	<i>Iris_67</i>	8,79	1	1,02
<i>Iris_23</i>	9,60	1	1,02	<i>Iris_89</i>	6,65	1	1,02
<i>Iris_14</i>	8,94	1	1,02	<i>Iris_710</i>	9,53	1	1,02
<i>Iris_45</i>	8,69	1	1,02	<i>Iris_100</i>	10,03	2	1,02

Dimensions des Iris en mm

<i>Vis_1</i>	0,34	<i>Vis_4</i>	2,65	<i>Vis_78</i>	3,72
<i>Vis_12</i>	4,02	<i>Vis_5</i>	2,98	<i>Vis_8</i>	3,83
<i>Vis_2</i>	3,79	<i>Vis_56</i>	3,80	<i>Vis_9</i>	4,42
<i>Vis_3</i>	2,92	<i>Vis_6</i>	2,88	<i>Vis_910</i>	3,89
<i>Vis_34</i>	3,47	<i>Vis_7</i>	0,78	<i>Vis_10</i>	1,59

Enfoncement des vis en mm (de diamètre 1,6mm)

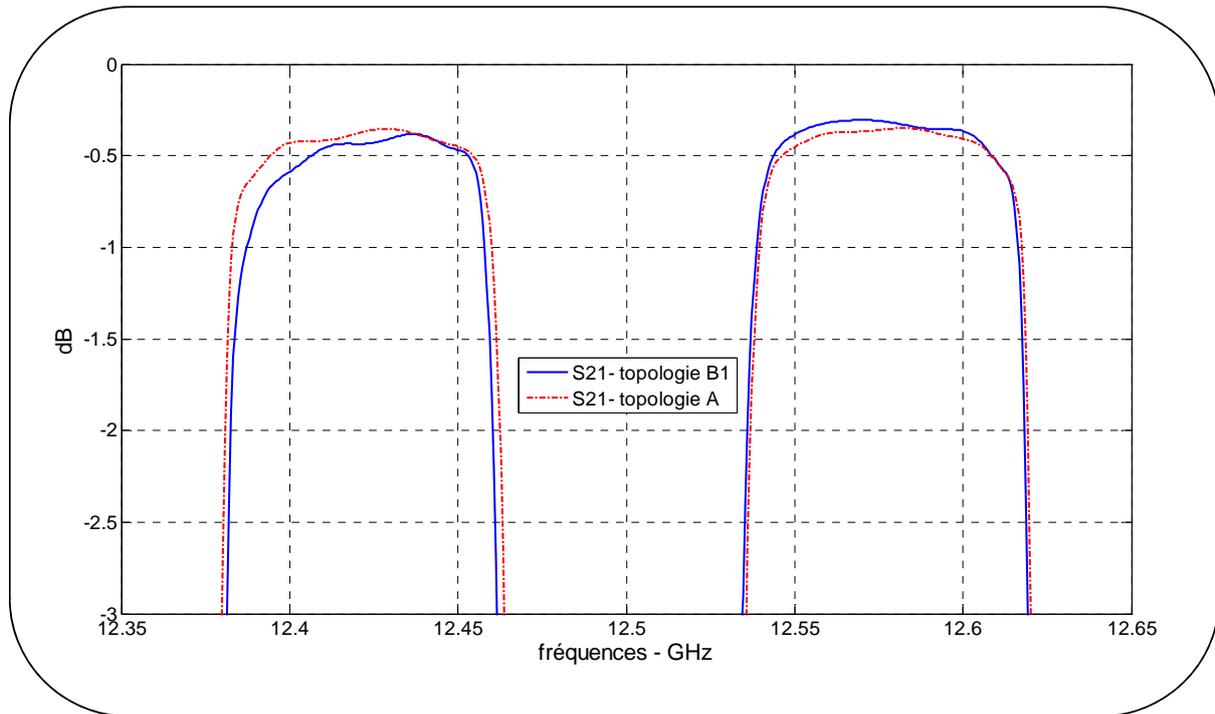
Les guides d'excitation d'entrée/sortie sont de dimensions 19,05mm par 9,525mm .

Sur la figure 23 nous superposons les réponses des topologies (A) et (B1), ce qui nous permet de les comparer.

Les largeurs de bandes sont identiques dans la seconde bande passante mais légèrement différentes dans la première. La comparaison des niveaux de pertes d'insertion est donc effectuée dans la seconde bande passante.

Pour la topologie  $B1$ , les pertes d'insertion sont de l'ordre de  $0,305dB$  ( $\sigma = 37,6MS / m$ ), c'est-à-dire très légèrement inférieures à celles de la topologie  $A$ .

La première conclusion qui s'impose est donc que la topologie ( $B1$ ), réalisant la fonctionnalité bbande dans une structure unique, ne dégrade pas fondamentalement le niveau des pertes d'insertion.



**figure 23.** Comparaison entre les réponses en transmissions des topologies (A) et (B1)

### III.2.4. Synthèse du filtre avec la topologie (B2)

La topologie ( $B2$ ) réalise le filtre dans une structure unique mais ne couple pas les polarisations orthogonales d'une même cavité. Chaque polarisation filtre une bande passante distincte. Une telle topologie peut être caractérisée de topologie de couplage transverse. La matrice de couplage de la topologie ( $B2$ ) peut être obtenue en appliquant une séquence de transformations orthogonales à la matrice de couplage de la topologie ( $B1$ ) :

$$M_e = T^t . M . T$$

où  $M_e$  est la matrice de couplage transverse ( $B2$ ),  $M$  est la matrice de couplage de la topologie en ligne ( $B1$ ) et  $T$  est la matrice de la transformation.

Cette équation nous permet de passer de la matrice de couplage en ligne à la matrice de couplage transverse et vice-versa. Les détails de ce calcul sont donnés dans les références [12]-[15]. On aboutit donc au diagramme de couplage suivant :

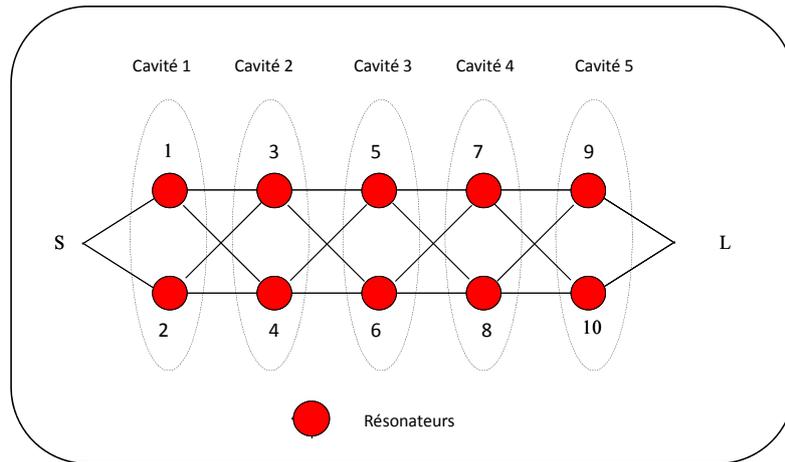


figure 24. Diagramme de couplage (B2)

La matrice de couplage est alors la suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0,584 & 0,584 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,584 & -0,574 & 0 & 0,318 & 0,209 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,584 & 0 & -0,458 & 0,209 & 0,314 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,318 & 0,209 & -0,442 & 0 & 0,191 & -0,634 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,209 & 0,314 & 0 & -0,457 & -0,634 & 0,188 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,191 & -0,634 & -0,375 & 0 & 0,248 & 0,159 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,634 & 0,188 & 0 & 0,574 & 0,159 & 0,245 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,248 & 0,159 & 0,458 & 0 & 0,283 & 0,411 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,159 & 0,245 & 0 & 0,442 & 0,411 & 0,280 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,283 & 0,411 & 0,457 & 0 & 0,576 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,411 & 0,280 & 0 & 0,376 & 0,576 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,576 & 0,576 & 0 \end{pmatrix}$$

La synthèse de cette topologie étant complexe, on a déduit tout d'abord une solution simplifiée.

#### a. Synthèse avec une topologie (B2) simplifiée

La simplification par rapport à la topologie précédente consiste à supprimer les couplages croisés, d'où la topologie simplifiée présentée sur la figure 25.

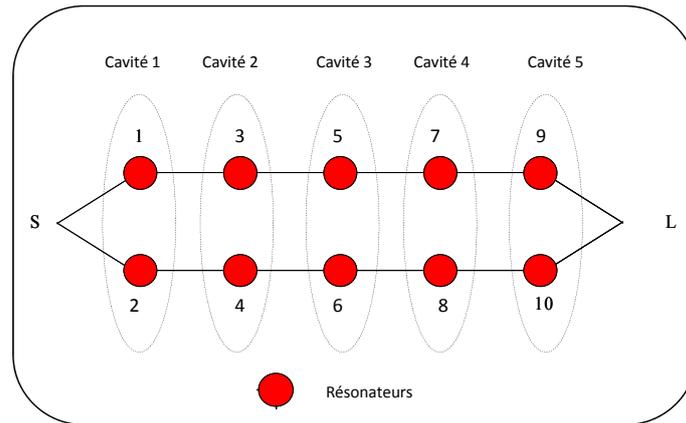


figure 25. Diagramme de couplage simplifié

Afin d'obtenir une réponse suffisamment adaptée dans les deux bandes passantes ( $20\text{dB}$ ), les couplages doivent être modifiés.

Cette étape est réalisée en utilisant le logiciel de simulation circuit « HP-ADS ». La fonction de transfert idéale de cette topologie est présentée sur la figure 26.

Le problème avec cette topologie est qu'il n'y a qu'un seul zéro de transmission entre les deux bandes passantes, et un de nos objectifs par la suite sera de générer des zéros de transmission dans la réponse du filtre.

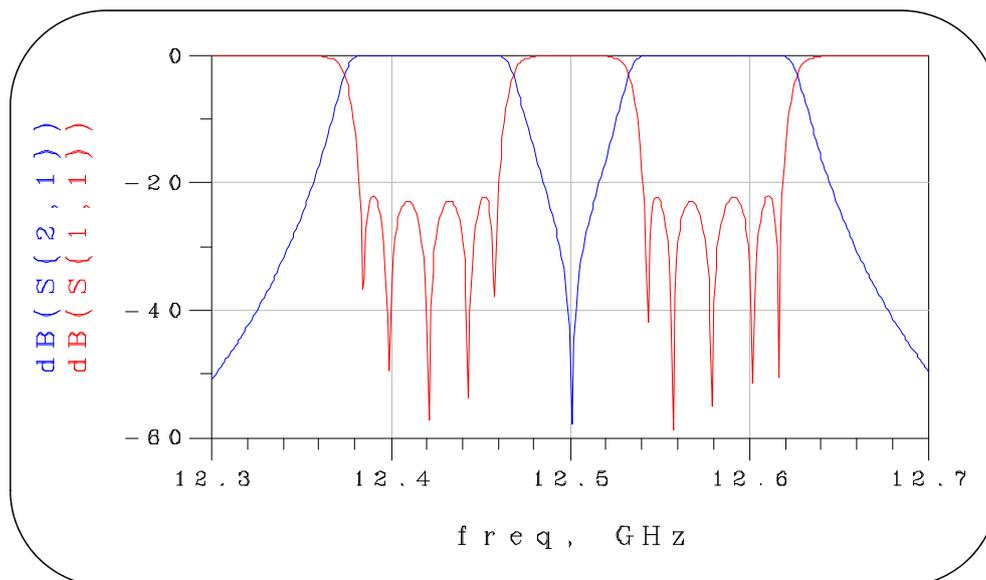
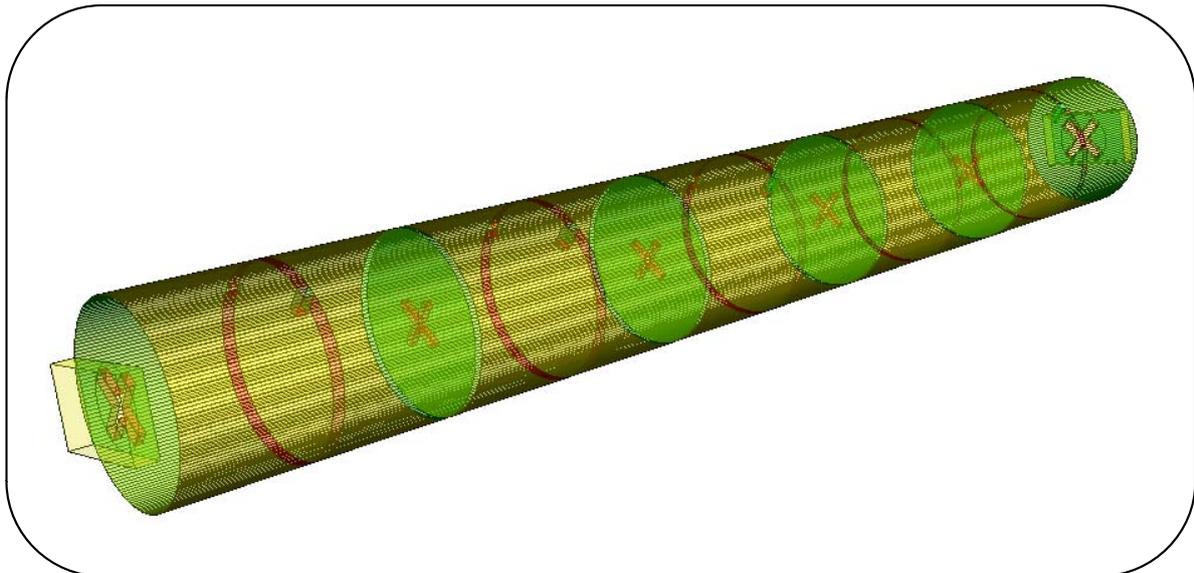


figure 26. La fonction de transfert idéale avec un zéro de transmission (avec HP-ADS)

La matrice de couplage idéale correspondant à cette réponse, est la suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0,609 & 0,609 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,609 & -0,770 & 0 & 0,289 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,609 & 0 & 0,770 & & 0,285 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,289 & 0 & -0,676 & & 0,215 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,285 & & 0,676 & & 0,212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,215 & 0 & -0,671 & 0 & 0,215 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,212 & 0 & 0,671 & & 0,212 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,215 & 0 & -0,676 & & 0,289 & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,212 & 0 & 0,676 & & 0,285 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,289 & & -0,770 & & 0,609 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,285 & & 0,770 & 0,609 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,609 & 0,609 & 0 \end{pmatrix}$$

La structure du filtre 10 pôles est présenté sur la figure 27.



**figure 27.** Structure du filtre 10 pôles

Une dizaine de calculs électromagnétiques ont été nécessaires afin de dimensionner la structure en utilisant comme logiciel de simulation « Microwave Wizard » et « Presto » pour l'identification de la matrice. La fonction de transfert obtenue après optimisation est présentée sur la figure 28. Dans ce cas les pertes d'insertions sont de  $0,393dB$  ( $\sigma = 37,6MS / m$ ).

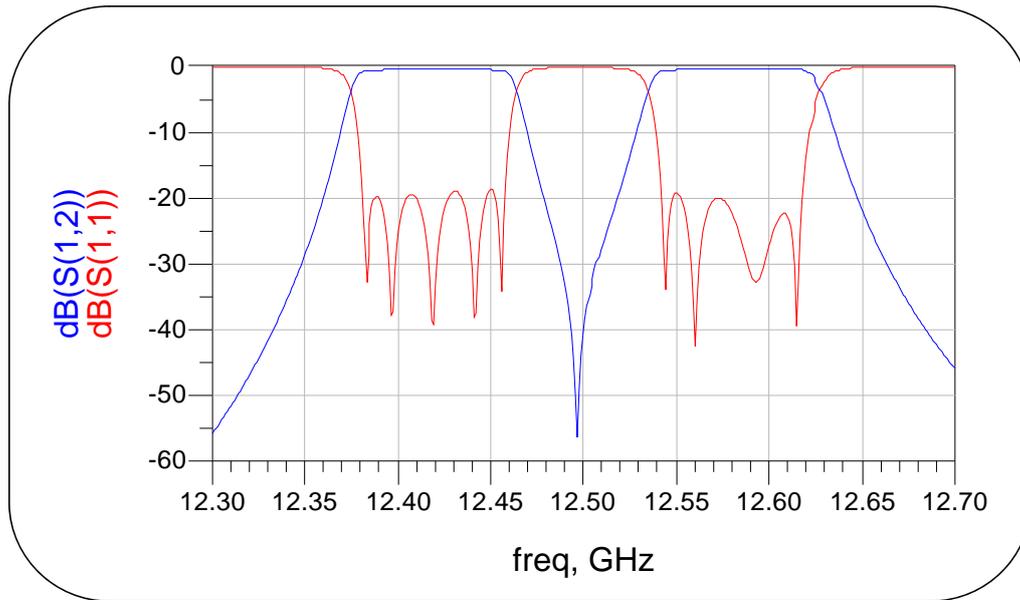


figure 28. Fonction de transfert du filtre 10 pôles avec un zéro de transmission (avec Microwave Wizard)

Sur la figure 29 nous superposons les réponses en transmissions des topologies (A) et (B2).

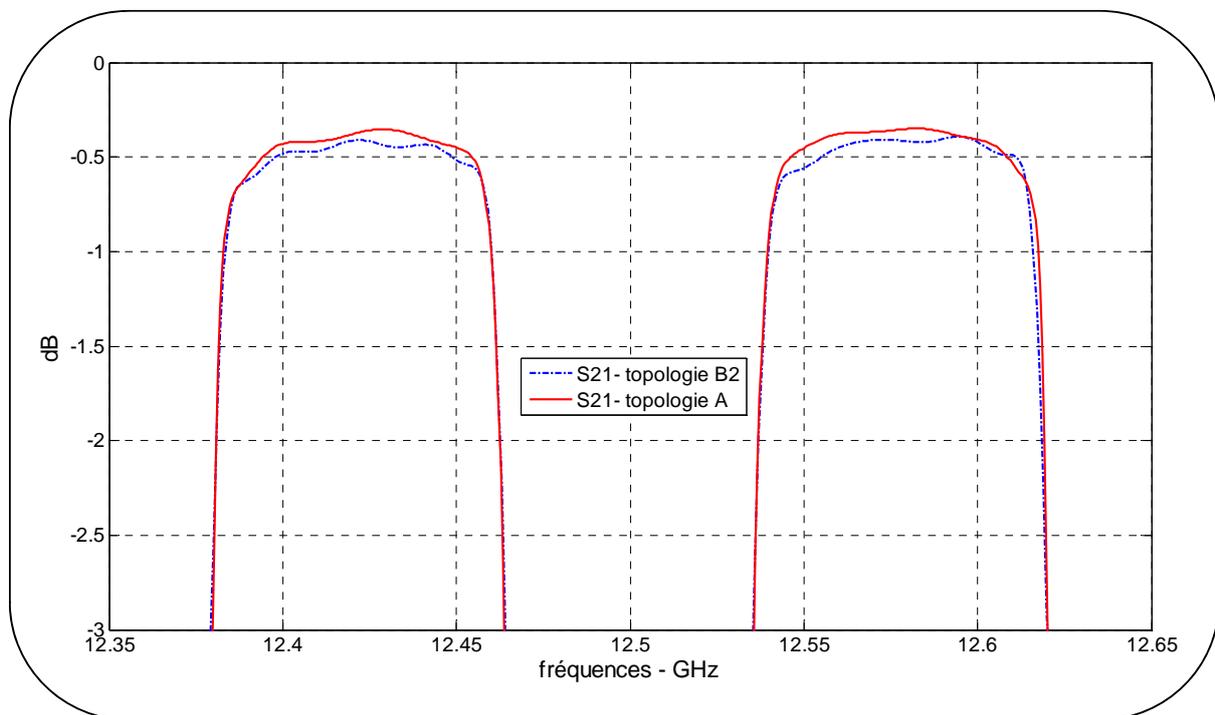


figure 29. Comparaison entre les réponses en transmissions des topologies (A) et (B2)

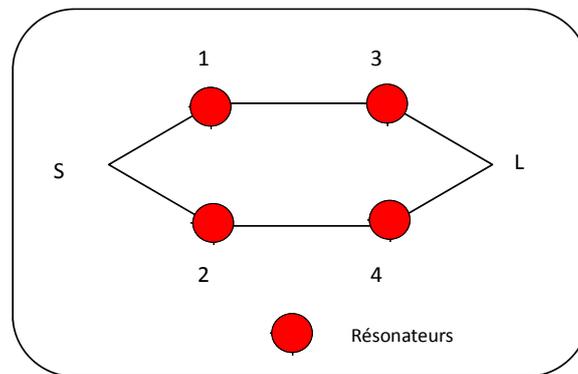
A ce niveau nous pouvons comparer toutes les topologies en termes de pertes d'insertion. Les pertes d'insertions des trois topologies ( $A, B1, B2$ ) sont respectivement  $0.346dB$ ,  $0.305dB$  et  $0.393dB$ . Donc la topologie ( $B1$ ) semble a priori être sensiblement la meilleure parmi les trois topologies.

L'étude a cependant été menée avec une topologie ( $B2$ ) simplifiée et seule une étude de la topologie ( $B2$ ) complète (avec des couplages croisés) permettrait de conclure sur cette option.

Dans la suite de cette partie, une étude de faisabilité pour l'implémentation de la topologie ( $B2$ ) complète est effectuée à l'aide d'un filtre 4 pôles.

### b. Etude de la topologie (B2)

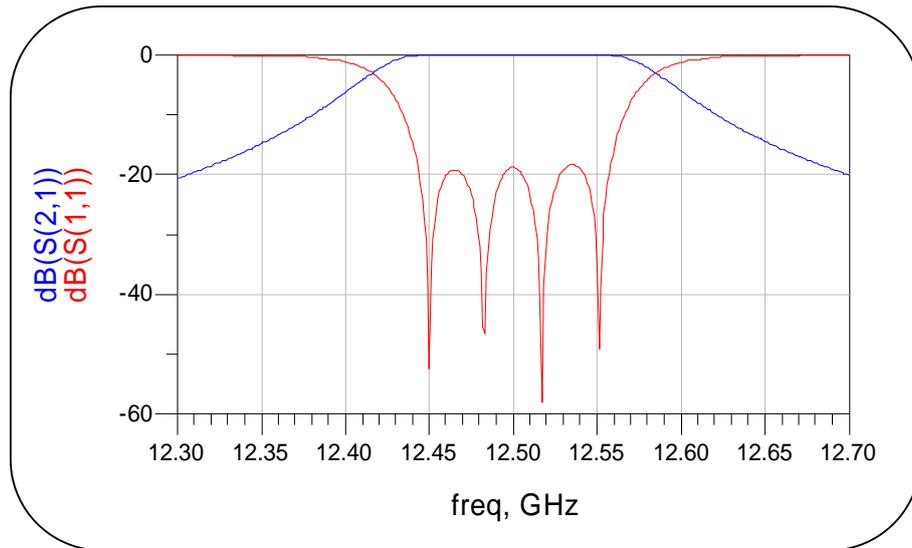
Dans ce paragraphe nous allons synthétiser un filtre dans une topologie simplifiée puis introduire des couplages supplémentaires entre deux cavités adjacentes afin de générer des zéros de transmissions supplémentaires : synthèse avec et sans couplages supplémentaires. Nous avons traité un cas simple, un filtre monobande 4 pôles dont la topologie simplifiée est présentée sur la figure 30.



**figure 30.** Diagramme de couplage d'un filtre 4 pôles

Nous avons déterminé la matrice de couplage théorique en optimisant un circuit équivalent grâce au logiciel de simulation circuit « HP-ADS ».

Après optimisation des différents éléments du circuit, la fonction de transfert obtenue est présentée sur la figure 31.

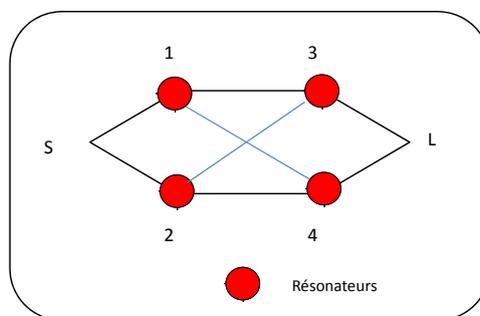


**figure 31.** Fonction de transfert idéale d'un filtre 4 pôles sans zéros de transmissions (avec HP-ADS)

La matrice de couplage de cette réponse, est la suivante :

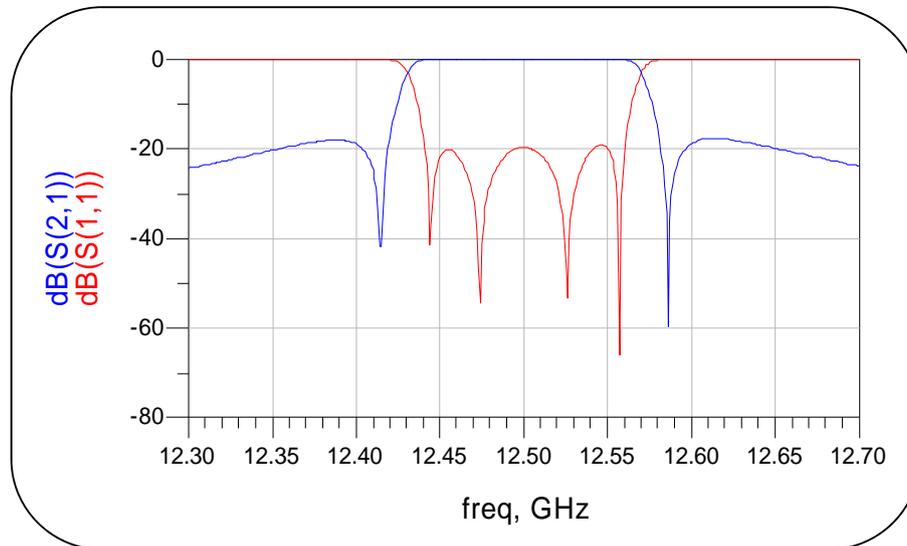
$$\begin{pmatrix} 0 & 0,723 & 0,723 & 0 & 0 & 0 \\ 0,723 & 0,860 & 0 & 0,454 & 0 & 0 \\ 0,723 & 0 & -0,860 & 0 & 0,454 & 0 \\ 0 & 0,454 & 0 & 0,860 & 0 & 0,723 \\ 0 & 0 & 0,454 & 0 & -0,860 & 0,723 \\ 0 & 0 & 0 & 0,723 & 0,723 & 0 \end{pmatrix}$$

Afin de générer les zéros de transmissions, des couplages supplémentaires sont introduits dans le diagramme de couplage du filtre, comme présenté sur la figure 32.



**figure 32.** Diagramme de couplage d'un filtre 4 pôles avec 2 zéros de transmission

Après optimisation des différents éléments du circuit sous « HP-ADS », la fonction de transfert obtenue est présentée sur la figure 33.



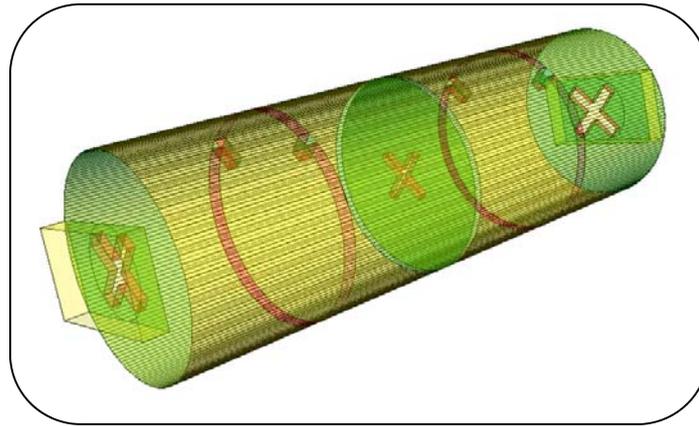
**figure 33.** Fonction de transfert idéale d'un filtre 4 pôles avec 2 zéros de transmissions (avec HP-ADS)

La matrice de couplage de cette réponse, est la suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0,709 & 0,709 & 0 & 0 & 0 \\ 0,709 & 0,783 & 0 & 0,227 & -0,611 & 0 \\ 0,709 & 0 & -0,783 & -0,611 & 0,227 & 0 \\ 0 & 0,227 & -0,611 & 0,783 & 0 & 0,709 \\ 0 & -0,611 & 0,227 & 0 & -0,783 & 0,709 \\ 0 & 0 & 0 & 0,709 & 0,709 & 0 \end{pmatrix}$$

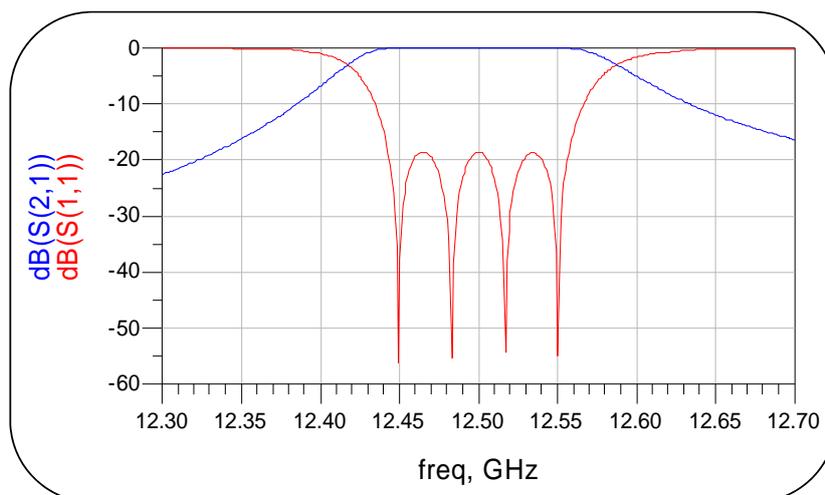
### Dimensionnements avec et sans couplage supplémentaires

L'étape suivante consiste à dimensionner ces deux filtres grâce à la structure décrite sur la figure 34 et en se basant sur les matrices de couplage précédentes.



**figure 34.** Structure d'un filtre 4 pôles

Nous avons commencé par faire la synthèse du filtre 4 pôles sans zéros de transmission. La fonction de transfert obtenue après optimisation du modèle électromagnétique est présentée sur la figure 35.



**figure 35.** Fonction de transfert du filtre 4 pôles sans zéros de transmissions (avec Microwave Wizard)

Les dimensions du filtre, obtenues en fin d'optimisation sont récapitulées dans les tableaux suivants :

	<i>Diamètre</i>	<i>Hauteur</i>
<i>cav_1</i>	27	40,66
<i>cav_2</i>	27	40,66

Dimensions des cavités en *mm*

<i>Vis_1</i>	2,57
<i>Vis_2</i>	3,73
<i>Vis_3</i>	2,57
<i>Vis_4</i>	3,73

Enfoncement des vis en *mm*

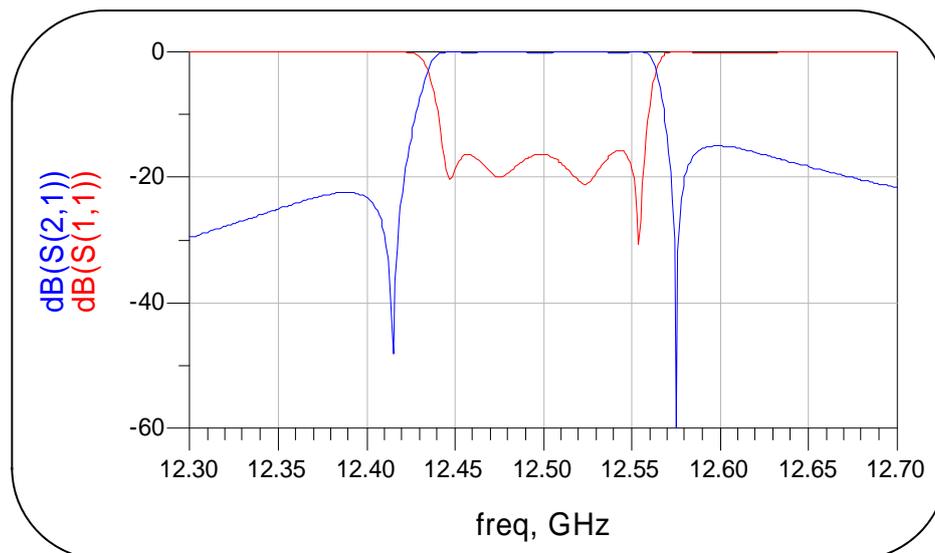
	<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>
<i>Iris</i> _01	10,10	2	1,02
<i>Iris</i> _02	10,10	2	1,02
<i>Iris</i> _13	8,14	1	1,02
<i>Iris</i> _24	8,14	1	1,02
<i>Iris</i> _30	10,10	2	1,02
<i>Iris</i> _40	10,10	2	1,02

Dimensions des iris en *mm*

Pour générer les couplages supplémentaires ( $M_{14}$  et  $M_{23}$  de la figure 32) et par conséquent introduire les zéros de transmission, nous avons effectué plusieurs tests, en tournant les iris et/ou les vis par rapport aux axes des polarisations.

Les zéros de transmission sont obtenus pour une rotation de  $-30^\circ$  des vis 3 et 4 dans la seconde cavité. Une optimisation des dimensions du filtre est cependant nécessaire pour améliorer l'adaptation dans la bande passante.

Après optimisation sous le logiciel « Microwave Wizard » nous obtenons le résultat présenté sur la figure 36.



**figure 36.** Réponse du filtre 4 pôles avec zéros de transmissions (avec Microwave Wizard)

Les dimensions du filtre, obtenues en fin d'optimisation sont récapitulées dans les tableaux suivants :

	<i>Diamètre</i>	<i>Hauteur</i>
<i>cav_1</i>	27	40,66
<i>cav_2</i>	27	40,66

Dimensions des cavités en *mm*

<i>Vis_1</i>	3,38
<i>Vis_2</i>	3,53
<i>Vis_3</i>	3,76
<i>Vis_4</i>	3,22

Enfoncement des vis en *mm*

	<i>Long</i>	<i>larg</i>	<i>épai</i>
<i>Iris_01</i>	9,74	2	1,02
<i>Iris_02</i>	9,79	2	1,02
<i>Iris_13</i>	3,00	1	1,02
<i>Iris_24</i>	8,73	1	1,02
<i>Iris_30</i>	10,26	2	1,02
<i>Iris_40</i>	9,56	2	1,02

Dimensions des Iris en *mm*

L'introduction de couplages supplémentaires par rotation des éléments du filtre (iris et vis) afin de générer des zéros de transmission est donc démontré grâce à ce filtre 4 pôles.

La perspective est d'aboutir à la synthèse du filtre 10 pôles dans la topologie (B2) en modifiant de la même façon la structure simplifiée réglée précédemment.

Ce travail n'est cependant pas trivial car il n'est pas actuellement possible d'identifier cette topologie avec le logiciel presto. Une procédure itérative, intégrant progressivement les éléments du filtre, semble donc être la seule solution permettant de maîtriser correctement les couplages supplémentaires.

## IV. Conclusion

Le but de cette partie est de concevoir un filtre 10 pôles bibande à l'aide de trois topologies différentes et de chercher la topologie qui présente le minimum de pertes. Chaque topologie est issue d'une synthèse particulière développée en partie dans ce travail de thèse.

- La première topologie ( $A$ ), combine deux filtres 5 pôles monobandes réalisant chacun une bande passante. Les deux bandes sont raccordées à l'aide d'éléments de connections en guide (coudes et tés, voir figure 12).
- La deuxième topologie ( $B1$ ) est constituée d'une structure unique basée sur le couplage de cavités bimodes en ligne (figure 13).
- La troisième topologie ( $B2$ ) est aussi constituée d'une structure unique, mais elle ne couple pas les polarisations orthogonales dans une même cavité. Chaque polarisation filtre alors une bande distincte et est couplée directement aux guides d'entrée/sortie. Cette topologie n'a cependant pas été conçue intégralement, seule une topologie simplifiée est exploitée (figure 14).

Les pertes d'insertions pour ces trois topologies sont respectivement  $0.346dB$ ,  $0.305dB$  et  $0.393dB$ . La topologie ( $B1$ ) semble donc être la meilleure en terme de pertes, mais une synthèse exacte de la topologie ( $B2$ ) serait nécessaire avant de tirer des conclusions définitives.

D'un point de vue pratique, la topologie ( $A$ ) est la plus simple à mettre en œuvre, mais elle présente un encombrement et un poids plus important. Nous n'avons pas effectué de mesures de ces différentes conceptions, mais le logiciel d'analyse utilisé est suffisamment éprouvé pour valider ce travail.

---

---

## Bibliographie-Chapitre2

---

---

**[1] S. Moraud**

« Etude et conception de nouvelles topologies de filtres destinés à être intégrés aux différents niveaux de la charge utile d'un satellite de télécommunications », thèse à l'Université de Limoges, juillet 1998

**[2] P. Lenoir**

“ Développement de méthodes et d'outils dédiés à la conception des dispositifs de filtrage microonde complexes”, Université de Limoges, thèse 2005

**[3] S. Gendraud**

“Conception et modélisation de filtres volumiques micro-ondes adaptés au traitement de fortes puissances”, Thèse de doctorat de l'Université de Limoges, Décembre 1997

**[4] E. Hanna**

“Synthèse et Réalisations avec des Zéros de Transmission de Filtres Planaires Miniaturisés à Topologies Fractales en Substrat Suspendu”, thèse à l'Université de Bordeaux 1, Juillet 2006

**[5] R.J.Cameron**

“Fast Generation of Chebyshev Filter Prototypes with Asymmetrically Prescribed Transmission Zeros.”, *ESA Journal*, Vol.6, pp.83-95, 1982.

**[6] D.Lo Hine Tong**

“Méthodes d'Analyse des Structures Multicouches-Multiconducteurs. Applications au Filtrage Microonde en Microruban Suspendu,”Thèse de Doctorat, Université de Brest, 1989.

**[7] J.D.Rhodes**

“Dual-Mode Realizations for Asymmetric Filter Characteristics,” *ESA Journal*, Vol. 6, pp.339-356, 1982.

**[8] C Guichaoua**

« Synthèse et réalisations de filtres à cavités bimodes à réponse dissymétrique », thèse de doctorat, université de Brest 1990

**[9] A Nasser**

« Contribution au développement de méthodes de synthèse pour la conception de filtres hyperfréquences à bandes passantes multiples », thèse de doctorat, Université de Limoges 2008

**[10] V.Lunot, S. Bila, and F. Seyfert**

“ Optimal synthesis for multiband microwave filters”, 2007 IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., pp. 115–118, Jun. 2007

**[11] V.Lunot, S. Bila, F. Seyfert and A. Nasser**

“Certified Computation of Optimal Multiband Filtering Functions”, IEEE TRANSACTIONS ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES, VOL. 56, NO. 1, JANUARY 2008

**[12] S. Amari and M. Bekheit**

“A New Class of Dual-Mode Dual-Band Waveguide Filters”, IEEE transaction on microwave theory and techniques, VOL. 56, NO. 8, august 2008

**[13] S Amari**

*Design of Dual-Mode Dual-Band Filters With Reduced Sensitivity* Workshop on Design and Implementation Techniques for Multiband Filters, IEEE MTT-S International Microwave Symposium, IMS 2008, Atlanta, Georgie, USA

**[14] Richard Cameron**

“Advanced Coupling Matrix Synthesis Techniques for Microwave Filters” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol 51 (1), pp. 1-10, 2003

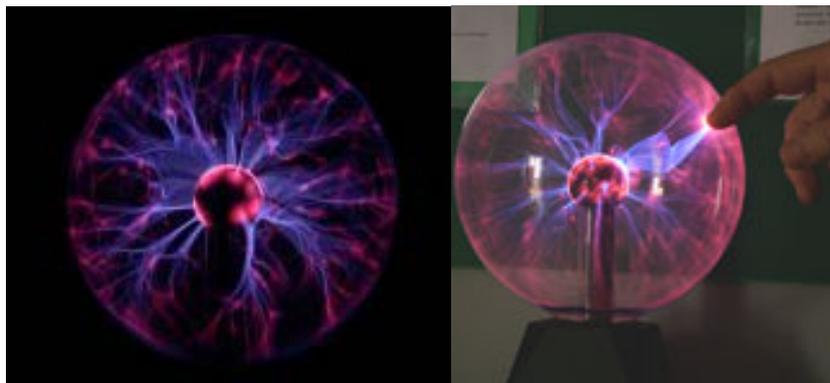
**[15] S Amari**

“Application of Representation Theory to Dual-Mode Microwave Bandpass Filters”, Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, Vol. 57, No. 2. (2009), pp. 430-441.

# Partie. II

# Modélisation numérique du phénomène de claquage

---





Dans les filtres de multiplexeur de sortie (OMUX) de la charge utile des satellites de télécommunications, des phénomènes de claquage peuvent apparaître d'une manière involontaire et indésirable lors de tests à pression ambiante. Ce phénomène est observé dans des filtres en cavité et précisément au niveau d'une vis de réglage en fréquence soumise à un fort champ EM. Cette structure a déjà été décrite dans la partie I de ce manuscrit. Dans ce cas, le claquage conduit à la détérioration de la réponse électrique du filtre.

Cette deuxième partie du manuscrit est consacrée à l'étude de ce phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX et à la modélisation numérique de l'évolution du phénomène en fonction de l'influence de divers paramètres.

La structure d'étude, est un filtre cinq pôles utilisé dans les multiplexeurs de sortie (OMUX) des satellites de télécommunications. Ces filtres constitués d'un assemblage de trois cavités métalliques cylindriques couplées sont soumis à des fortes puissances micro-onde, de l'ordre de quelques centaines de Watts et plus. L'étude de la distribution du champ électromagnétique dans le filtre en fonction de la fréquence, a permis d'établir que la partie la plus exposée au champ était une vis de réglage, située dans la cavité d'entrée (descriptif dans le chapitre 4).

Des mesures effectuées par Thales Alenia Space (T.A.S-Toulouse) ont confirmé que cette vis jouait un rôle essentiel dans l'initiation du claquage. En se basant sur les observations expérimentales, le phénomène de claquage a été étudié et notre objectif est d'en proposer une modélisation numérique. Les phénomènes implicites sont théoriquement décrits en considérant l'influence de l'injection des électrons et des atomes d'Or (dans le milieu gazeux) due au champ électromagnétique qui provoque l'échauffement de la vis.

Cette seconde partie du manuscrit est constituée de quatre chapitres :

- Dans le 1<sup>er</sup> chapitre nous présentons les décharges électriques, et leurs différents types.
- Dans le 2<sup>ème</sup> chapitre nous présentons une étude théorique du phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX : Mise en équation.
- Dans le 3<sup>ème</sup> chapitre nous présentons les différentes méthodes numériques permettant la résolution d'un problème physique.
- Dans le 4<sup>ème</sup> et dernier chapitre nous proposons une modélisation numérique 1D et 3D du phénomène, puis une validation expérimentale.



## Nomenclature

Absorptivité	$A$
Atome neutre	$X$
Abaissement de la barrière	$\Delta\phi$
-----	
Chaleur Latente du matériau	$\Delta H_{vap}$
Charge élémentaire	$e(C) \approx 1,6.10^{-19}$
Charge électrique	$q(C)$
Charge d'électron	$q_e(C)$
Charge des ions	$q_i(C)$
Champ électrique	$\vec{E}(z,t)$
Champ électrique amplitude	$E_0(V/m)$
Complexe conjugué du champ $\vec{E}$	$\vec{E}^*$
Champ magnétique	$\vec{H}(z,t)$
Champ magnétique amplitude	$H_0(A.m^{-1})$
Champ local	$E_{local}$
Champ extérieur appliqué	$\vec{E}_{ext}$
Champ électrique	$E(x)$
Célérité de la lumière	$c(m.s^{-1}) \approx 3.10^8$
Coefficient d'absorption	$\alpha_A$
Coefficient d'ionisation	$\alpha$

Coefficient d'ionisation de l'air	$\alpha_{air}$
Coefficient d'ionisation de l'Or	$\alpha_{Au}$
Coefficient d'amplification du champ	$\beta_{FN}$
Coefficient de collage	$\beta_v$
Coefficient de recombinaison	$\beta$
Coefficient de diffusion des ions	$D_i$
Coefficient de diffusion ambipolaire	$D_a$
Coefficient de diffusion	$D$
Coefficient de diffusion thermique	$D_T$
Coefficient d'absorption par Bremsstrahlung Inverse (BI)	$k_L$
Coefficient d'absorption par B I (électron-neutre)	$k_{e-n}$
Coefficient d'absorption par BI (électron-ion)	$k_{e-i}$
Conductivité électrique du métal	$\sigma_0 (S.m^{-1})$
Conductivité électrique du plasma	$\sigma_e$
Conductivité thermique	$K (Wm^{-1}K^{-1})$
Conductivité thermique des électrons	$k_e$
Conductivité thermique des particules lourdes	$k_h$
Capacité calorifique du matériau	$C_p (J.Kg^{-1}.K^{-1})$
Constante de propagation de l'onde	$k$
Constante de gaz parfait	$R (J.mol^{-1}.K^{-1}) \approx 8,3145$
Constante de Richardson-Dushman	$A_{RD} (A.cm^{-2}K^{-2})$
Constante de Planck	$h (J.s) \approx 6,6261.10^{-34}$

Constantes de Fowler-Nordheim	$A_{FN}, B_{FN}$
Constante pour Fowler et Nordheim	$p_0 = 1.003$
Constante pour Fowler et Nordheim	$p_1 = -1.005$
Constante pour Fowler et Nordheim	$p_2 = 1.684$
Constante expérimentale	$C_1$
-----	
Densité électronique	$n_e (cm^{-3})$
Densité des ions	$n_i (cm^{-3})$
Densité des neutres	$n_0$
Densité des molécules d'air	$n_{air}$
Densité des atomes d'Or	$n_{Au}$
Densité de courant par Richardson-Dushman	$J_{RD} (A.cm^{-2})$
Densité de courant par Fowler et Nordheim	$J_{FN} (A.cm^{-2})$
Densité de courant électronique	$\vec{J}_e$
Degrés d'ionisation du plasma	$\alpha_i$
Degrés d'ionisation de l'ion	$Z$
Diffusivité thermique	$\chi (m^2.s^{-1})$
Distance entre l'électron et le conducteur	$x$
-----	
Énergie d'ionisation	$\theta (eV)$
Énergie d'ionisation globale	$\theta_g (eV)$
Énergie d'ionisation de l'air	$\theta_{air} (eV)$

Énergie d'ionisation de l'Or	$\theta_{Au} \text{ (eV)}$
Énergie de la barrière de potentiel	$q \cdot V_b(x)$
Énergie du photon	$h \cdot \nu$
Etat d'énergie occupé par un électron	$E$
Énergie moyenne des électrons libres	$\varepsilon$
Énergie moyenne des particules lourdes	$\varepsilon_h$
Énergie de Fermi	$E_F$
Énergie potentielle	$U(x)$
Énergie cinétique de l'électron	$\Delta E_c$
Énergie moyenne perdue lors des collisions	$P_{ce}$
Énergie échangée entre l'électron et la particule lourde	$\Delta \varepsilon$
-----	
Fréquence de l'onde	$f$
Fréquence angulaire de l'onde (ou pulsation)	$\omega \text{ (rd.s}^{-1}\text{)}$
Fréquence angulaire du plasma électronique	$\omega_p$
Fréquence caractérisant les termes de gain d'énergie	$\Gamma^+$
Fréquence caractérisant les termes de perte d'énergie	$\Gamma^-$
Fréquence de collision élastique électrons/particules lourdes	$\gamma_{e-h} \text{ (s}^{-1}\text{)}$
Fréquence de collision électron-neutre	$\gamma_{e-n}$
Fréquence de collision effective électrons-particules lourdes	$\gamma_{tr}$
Fréquence d'ionisation	$\nu_i \text{ (s}^{-1}\text{)}$
Fréquence de recombinaison	$\nu_r \text{ (s}^{-1}\text{)}$
Fréquence d'attachement	$\nu_{att} \text{ (s}^{-1}\text{)}$

Facteur de proportionnalité	$h_a$
Facteur de Gaunt	$G$
Fonction de distribution de Fermi-Dirac	$f(E)$
Fonctions variant lentement avec $y_{FN}$	$V(y_{FN})$ et $t(y_{FN})$
Force de Coulomb	$f(x)$
Flux d'énergie transporté par les électrons	$\vec{F}$
Flux d'énergie transporté par les particules lourdes	$\vec{F}_h$
Flux de particules	$N_{at}$
-----	
Hauteur de la pointe	$h_p$
-----	
Intensité de l'onde plane	$I_0 (W.m^{-1})$
Impédance d'onde dans le vide	$Z_0 (\Omega) = 120\pi$
Ion positif	$N^+$
-----	
Longueur d'absorption (épaisseur de peau)	$\delta_A$
Longueur du solide	$L$
Longueur du plasma	$L_p$
Longueur d'onde	$\lambda$
-----	
Masse spécifique	$\rho (Kg.m^{-3})$
Masse d'un électron	$m_e (Kg)$
Masse des lourds	$m_h$

---

Masse des neutres	$m_0$
Masse effective	$\mu$
-----	
Nombre d'atomes	$n_a$
Nombre de photons absorbés	$p$
-----	
Permittivité du vide	$\varepsilon_0 (F.m^{-1}) = \frac{1}{36\pi 10^9}$
Permittivité relative du plasma	$\varepsilon_p$
Perméabilité du vide	$\mu_0 (H.m^{-1}) = 4\pi.10^{-7}$
Partenaire de collision (neutre ou ion)	$N$
Puissance de l'onde électromagnétique incidente	$P_{inc}$
Puissance rayonnée par une onde EM	$P_s (W)$
Puissance électromagnétique absorbée par le métal	$P_{ab} (W.m^{-2})$
Puissance absorbée par le plasma	$P_{abs}$
Puissance instantanée fournie aux électrons par l'onde	$P(t)$
Pression de vapeur	$P_{vap}$
Pression atmosphérique	$P_0 = 1atm$
Potentiel	$V(x)$
Poids statistique de l'ion	$g_i$
Poids statistique de l'atome neutre	$g_0$
Paramètres fixes	$P_i$
-----	
Réfectivité	$R$

---

---

Rayon de courbure du sommet de la pointe	$r_p$
-----	
Surface	$S$
Section efficace de collision	$\sigma_0$
Section efficace de collision électron-particule lourde	$\sigma_{e-h}$
-----	
Température	$T(K)$
Température électronique	$T_e$
Température des ions	$T_i$
Température des lourds	$T_h$
Température du gaz	$T_g$
Température ambiante	$T_0$
Température de surface	$T_{surf}$
Température d'ébullition	$T_{boiling}$
Travail de sortie des électrons	$\phi(eV)$
Terme source net d'électrons	$Q_e$
Terme source net des atomes d'Or	$Q_{Au}$
Terme source d'énergie électronique dans le volume	$Q$
Terme de gain d'électrons par ionisation	$Q_{ionisation}$
Terme de perte d'électrons par recombinaison	$Q_{recombinaison}$
Terme de perte d'électrons par attachement	$Q_{attachement}$
Terme source d'énergie des lourdes résultant des collisions e-h	$Q_h$
-----	

---

Vecteur de Poynting	$\bar{\Pi}, \bar{R}$ ou $\bar{S}$
Vitesse des électrons	$V_e (m.s^{-1})$
Vitesse des atomes	$V_a (m.s^{-1})$
Variable de Fowler et Nordheim	$y_{FN}$
Variables d'entrées	$e_i$
Variables de sorties	$s_i$
Variables internes	$v_i$
Volume du plasma	$V$

# Chapitre 1

# Généralité sur les décharges électriques et plasma

---

[Dans ce premier chapitre nous ferons une présentation générale des décharges électrique. Nous détaillerons un exemple : le cas de la foudre. Enfin nous présenterons les différents types de décharges]



---

## Table des matières

---

I. Introduction .....	87
II. Décharge électrique et plasma dans la nature : La foudre .....	87
III. Comment générer un plasma ?.....	89
IV. Plasma froid et Plasma chaud.....	90
V. Type de décharges.....	91
V.1. Décharges pointe-pointe .....	91
V.2. Décharges pointe-plan .....	92
V.3. Décharges plan-plan.....	94
VI. Conclusion.....	94
Bibliographie-Chapitre1 .....	97



---

# Généralité sur les décharges électriques et plasma

---

## I. Introduction

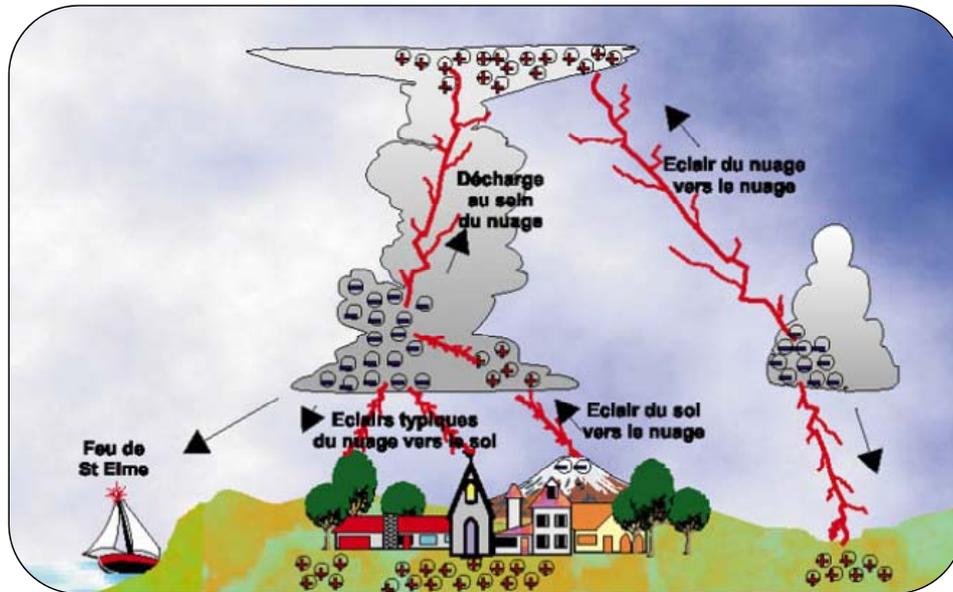
Le terme “plasma” (appelé aussi le quatrième état de la matière), introduit en physique en 1928 par le physicien Langmuir [1], désigne un gaz ionisé électriquement neutre. Un plasma est donc un milieu constitué d'un ensemble de particules neutres (atomes, molécules, radicaux), des ions, des électrons, des photons émis et absorbés, et finalement un champ électromagnétique propre au système. En réalité, plus de 99% de l'univers est sous forme de plasma. Ce quatrième état de la matière, se trouve dans les nébuleuses (nuages de gaz et de poussières au milieu des étoiles), dans le nuage d'hydrogène composant le milieu interstellaire, dans les étoiles (cœur de l'étoile, siège de réactions de fusion nucléaires), et dans l'environnement terrestre (ionosphère, magnétosphère, foudre). Les plasmas sont aussi créés de façon artificielle en laboratoire : citons l'exemple des décharges électriques dans les tubes fluorescents. Le développement de la physique des plasmas, a permis la découverte de nombreuses applications technologiques telles que les lampes à néon, les télévisions à écran plasma, les écrans plasmas, ainsi que tous les composants électroniques nécessitant un traitement de surface par un plasma (dépôt, gravure, implantation ...).

L'énergie nécessaire à la formation d'un plasma peut être issue de différentes sources. On trouve des plasmas dans la nature par exemple sur le soleil et dans des éclairs. La génération technique des plasmas la plus répandue est celle d'une radiation incidente de champs électriques.

## II. Décharge électrique et plasma dans la nature : La foudre

Lorsque de l'air froid recouvre de l'air chaud, les conditions sont favorables au déclenchement des orages. De violents courants d'air verticaux entraînent l'humidité, les

fragments de glace, les grêlons et les gouttelettes d'eau à l'intérieur des nuages. On ne connaît pas encore exactement les mécanismes à l'origine de la tension qui se forme dans les nuages d'orage, mais cette tension est influente sur des dizaines, voire des centaines de kilomètres. Lorsque la tension est suffisante, on peut observer des éclairs entre les nuages et le sol (25% d'entre eux) ou entre les nuages eux-mêmes.



**figure 1.** Des éclairs entre les nuages eux-mêmes / entre les nuages et le sol

La longueur des éclairs peut aller de  $100m$  à  $20Km$  dans le cas des éclairs lorsqu'ils ont de nombreux traits et segments assez apparents (éclairs sinueux). Leur vitesse atteint  $40000Km/s$ , donc un peu plus d'un dixième de la vitesse de la lumière. Leur épaisseur est d'environ  $3cm$ . Leur tension est de l'ordre de 100 millions de Volts et ils sont parcourus par un courant de 3000 Ampères [2],[3].

La couleur de l'éclair nous informe sur la composition de l'air ambiant.

- Un éclair rouge indique de la pluie dans l'air
- Un éclair bleu la présence de grêle
- Un éclair blanc est signe d'un air très sec
- Un éclair jaune est un signe d'une quantité importante de poussière dans l'atmosphère



figure 2. Décharge électrique et plasma dans la nature : Foudre

### III. Comment générer un plasma ?

Le gaz que nous désirons ioniser (appelé gaz plasmagène qui a pour rôle de faciliter l'amorçage de l'arc électrique), est injecté dans une enceinte confinée sous vide partiel ou à pression atmosphérique. Le plasma est ensuite généré par l'action d'une décharge électrique dans le gaz, qui a pour rôle de transférer de l'énergie à ce gaz pour l'exciter et l'ioniser. En effet, du fait de leur faible masse, les électrons libres récupèrent l'essentiel de cette énergie et provoquent, par collisions avec les particules lourdes du gaz, leur excitation et ionisation et donc l'entretien du plasma.

On distingue plusieurs types de décharges électriques :

- Les décharges électriques en courant continu (*DC*) qui consistent à appliquer un champ électrique intense entre deux électrodes placées dans l'enceinte (figure 3)

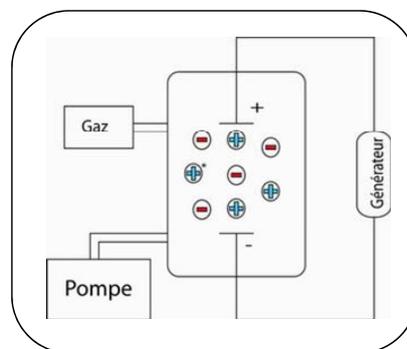
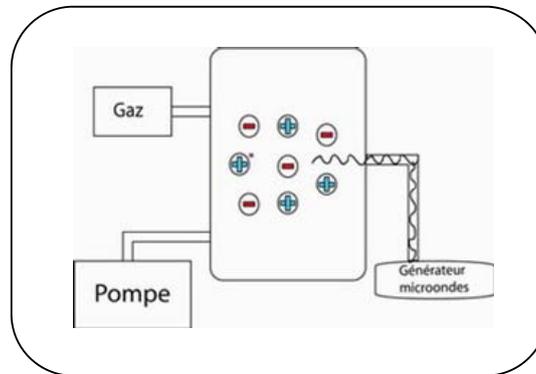


figure 3. Décharge électrique DC

- Les décharges sans électrode produites par un champ électromagnétique variable de type basses fréquences, radiofréquences ou microondes (figure 4).



**figure 4.** Décharge électrique par un champ électromagnétique variable

Si la décharge alimentée en continu ou en radiofréquence est accompagnée d'un champ magnétique, on a une décharge de type magnétron. La présence d'un champ magnétique intense dans un champ électromagnétique micro-ondes conduit à un processus d'excitation du plasma à la résonance cyclotronique électronique (ECR). Le type de décharge est choisi en fonction du type d'application ou d'étude que l'on veut réaliser.

D'après la fréquence appliquée, on fait la différence entre le plasma à courant alternatif ( $50\text{Hz}$ ), à audiofréquence ( $\text{KHz}$ ), à radiofréquence ( $\text{MHz}$ ) ou le plasma à micro-ondes ( $\text{GHz}$ ). On se sert de la technique du plasma par exemple dans les tubes néon; et depuis quelques temps, on l'exploite beaucoup dans le domaine du traitement des surfaces.

#### IV. Plasma froid et Plasma chaud

La différenciation des plasmas entre "le plasma froid" (non thermique) et "le plasma chaud" (thermique) est courante.

- Dans les plasmas thermiques, la pression du gaz est relativement élevée (environ  $10^5 \text{ Pa}$ ) ce qui augmente le nombre des collisions entre les particules (neutres, excitées, non excitées, ionisées) et qui favorise ainsi la transmission de l'énergie. Il en résulte un plasma qui se trouve dans un équilibre thermodynamique, autrement dit, toutes ces particules ont pratiquement la

même quantité d'énergie (importante) ce qui se traduit par l'appellation "chaud".

- Par contre, des plasmas non thermiques apparaissent sous des pressions réduites (environ  $1-10^4 Pa$ ). Sous ces conditions, le parcours moyen est tellement long qu'il ne peut y apparaître de transmissions d'énergie importantes entre les particules que par collision d'électrons, donc aucun équilibre thermique ne peut se produire. Macroscopiquement, le système est à température ambiante; il contient toutefois un certain nombre de particules, voire des électrons, qui sont de haute énergie (température jusqu'à  $10^5 C$ ).

### Densité et degré d'ionisation

Le plasma, qui résulte d'une décharge dans un gaz, est composé d'électrons, de densité  $n_e$  et de charge  $q_e$ , d'ions (positifs et négatifs) de densité  $n_i$  et de charge  $q_i$ , enfin de neutres sous forme d'atomes et de molécules de densité  $n_0$ .

On en définit le degré d'ionisation [4] par le rapport :

$$equ.1 \quad \alpha_i = \frac{n_e}{n_e + n_0}$$

L'ensemble est électriquement neutre, en moyenne, de sorte que :

$$equ.2 \quad n_e q_e + n_i q_i = 0$$

## **V. Type de décharges**

Les caractéristiques électriques des décharges dépendent fortement de la géométrie des électrodes. On cite ici trois familles qui induisent des comportements électriques et des applications différentes.

### **V.1. Décharges pointe-pointe**

L'utilisation de pointes métalliques pour l'étude des décharges est assez courante. Cela est dû à l'effet de pointe, qui permet d'obtenir localement un champ intense (au niveau des pointes et des angles métalliques). Ce champ intense favorise le claquage électrique des gaz.

L'utilisation de pointes a l'avantage de stabiliser le lieu de la décharge puisqu'on est sûr du point de départ et du point d'arrivée de celle-ci (mais rien n'impose que le trajet entre ces deux points soit une ligne droite). Ce sont souvent des décharges entre deux électrodes métalliques; on n'utilise que rarement cette configuration avec des décharges à barrière diélectrique.

## V.2. Décharges pointe-plan

Ce sont des arcs dont le chemin peut être instable : on connaît de manière certaine le point de départ de l'arc mais on ne peut pas prédire quel sera le point d'arrivée sur le plan ni même le chemin parcouru. On peut distinguer trois types de décharge pointe-plan : les arcs transférés, les arcs non transférés et les arcs glissants, qui ont des utilisations industrielles différentes. Les arcs transférés ou non transférés sont utilisés tous les deux en sidérurgie pour obtenir des gaz à de très hautes températures, à l'aide de courants importants (plusieurs centaines d'Ampères).

- Arc transféré [5] : un arc transféré est un arc pointe-plan utilisé couramment pour la soudure. La pointe est l'électrode utilisée par le soudeur et le plan est la plaque de métal à souder. Il arrive qu'on utilise un gaz sous pression pour protéger la zone de soudage (protection contre les oxydations) mais cela ne change pas fondamentalement le trajet de l'arc qui va naturellement d'une électrode à l'autre.

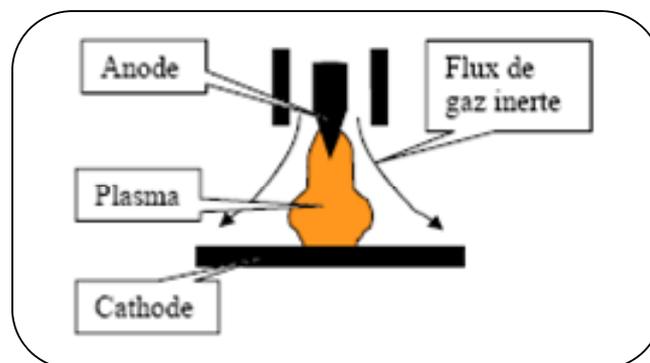
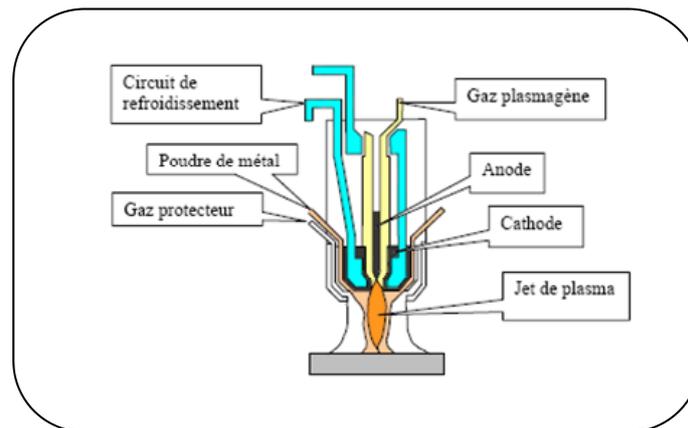


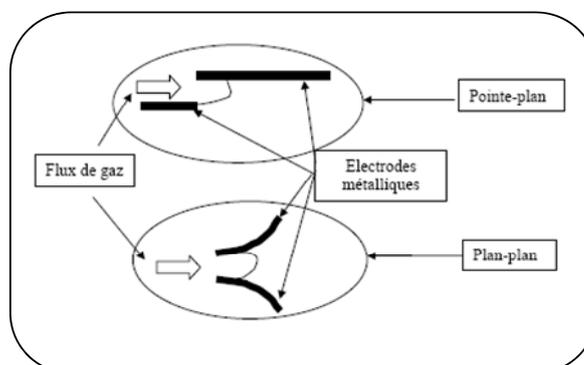
figure 5. Arc transféré

- Arc non transféré [5] : la pointe de cet arc est le centre du dispositif et le plan est le tube qui entoure la pointe (cathode le plus souvent). La différence essentielle avec l'arc précédent est que celui-ci est soufflé par un flux de gaz (gaz plasmagène), ce qui crée un arc projeté (jet de plasma) ; c'est une torche à plasma. La plupart du temps, on se sert de ce type de dispositif pour réaliser des dépôts de métaux sur différents matériaux.



**figure 6.** Arc non transféré (torche à plasma)

- Décharge glissante : dans certains cas, on cherche à faire glisser l'arc en le soufflant le long d'une des électrodes, dans une configuration géométrique de décharge plan-plan ou pointe-plan. Ce sont des dispositifs à arc glissant, généralement caractérisés par un courant de faible intensité ; l'allongement de la longueur de l'arc qui résulte du soufflage peut conduire à des tensions élevées relativement à celles qui seraient obtenues sans soufflage. [6]-[7].



**figure 7.** Décharges glissantes

### V.3. Décharges plan-plan

Les décharges plan-plan sont rarement des décharges entre électrodes métalliques. En effet, dans le cas d'une utilisation d'électrodes métalliques planes, on ne connaît ni le point de départ de la décharge, ni le point d'arrivée et, sans traitement particulier sur ces électrodes, on n'obtient pas un arc homogène, réparti sur toute la surface des électrodes. On observe un arc unique se déplaçant dans l'espace inter électrodes, ou parfois, plusieurs arcs apparaissent et disparaissent dans ce même espace.

Dans la plupart des cas, on utilise des électrodes qui sont recouvertes d'une couche de diélectrique côté décharge. Avec ce type de dispositif, il est beaucoup plus facile d'obtenir une décharge homogène sur tout le plan. Ce type de décharge met en jeu des tensions importantes (dizaine(s) de  $KV$ ) et des courants relativement faibles (quelques centaines de  $mA$  pour des sections de l'ordre de  $10cm^2$ ). On utilise ces décharges à barrière diélectrique, entre autre, pour la production d'ozone [8].

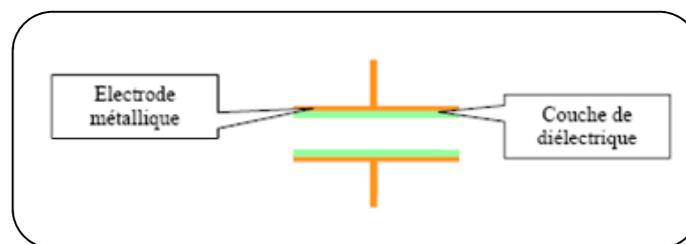


figure 8. Electrode de décharge à barrière diélectrique (DBD)

## VI. Conclusion

Ce premier chapitre a été consacré à une présentation générale des décharges électriques. Un exemple d'une décharge électrique naturelle (la foudre) a été détaillé et enfin nous avons présenté les différents types de décharges.

Dans notre cas d'étude, une décharge électrique se produit d'une manière indésirable dans les filtres d'OMUX.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude du processus de claquage dans le filtre d'OMUX. Le phénomène de claquage apparaît lorsqu'une onde haute fréquence fournit suffisamment d'énergie aux électrons libres présents dans le milieu gazeux pour qu'ils ionisent ensuite par collisions des atomes neutres. Ainsi le claquage nécessite la présence d'électrons primaires dans le milieu environnant. Ces électrons primaires sont susceptibles d'être engendrés par plusieurs processus physiques qui vont être détaillés dans le chapitre suivant.



---

---

# Bibliographie-Chapitre1

---

---

[1] **Physique des Plasmas – Histoire**

<http://www.phy6.org/Education/Fwhplasma.html>

[2] « **La foudre** » **Fédération Française de la Montagne et de l'Escalade**

<http://www.ffme.fr/technique/meteorologie/le-temps/foudre/foudre.htm>

[3] **W. Earle**

« L'électrisation des orages »

[http://metamiga.free.fr/Meteo\\_applique/Electrisation/electrisation.htm](http://metamiga.free.fr/Meteo_applique/Electrisation/electrisation.htm)

[4] **J. L. Delcroix, A. Bers**

«*Physique des Plasmas*», Tome I, Inter Edition CNRS Editions, Février 1994.

[5] **J. P. Salanne**

« Contrôle du point de fonctionnement des décharges électriques par l'intermédiaire de leur alimentation. », Institut National Polytechnique de Toulouse, thèse 2005.

[6] **J.M. Cormier, I. Rusu**

« Syngas production via methane steam reforming with *oxygen; plasma reactors versus chemical reactors* » J. Phys. D: Appl. Phys., 34,2798 (2003)

[7] **A. Fridman, A. Petrousov, J. Chapelle, J. M. Cormier, A. Czernichowski, H. Lesueur & J. Stevefelt**

« Modèle physique de l'arc glissant » J.Phys.III France. 4 (1994) 1449-1465

[8] **C. Monge, R. Peyrous, B. Held**

« Optimization of a corona wire-to-cylinder *ozone generator. Comparison with economical criteria*» Science & Engineering. Vol. 19, no. 6, pp. 533-547. 1997.



# Chapitre 2

## Processus de création du plasma : les différentes phases

---

[Afin de mieux comprendre le phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX, une étude théorique du phénomène de claquage sera présentée dans ce chapitre et nous détaillerons les différentes phases intervenant]



---



---

## Table des matières

---



---

I. Introduction .....	103
II. Qu'est ce qu'un plasma ?.....	104
III. Modélisation de l'interaction onde EM-Matériau .....	106
III.1. Absorption de l'onde électromagnétique par un métal.....	106
III.2. Le chauffage d'un solide.....	108
III.2.1. Solide semi-infini.....	110
III.2.2. Solide de longueur finie : Slab.....	110
III.3. Vaporisation du matériau.....	112
III.4. Formation de plasma : Création d'électrons primaires.....	113
III.4.1. La densité électronique naturelle .....	113
III.4.2. L'ionisation multiphotonique .....	114
III.4.3. L'émission électronique à partir d'un solide .....	114
III.4.3.1. Emission thermoélectronique ou thermoionique .....	115
III.4.3.2. Nécessité de l'effet Schottky .....	121
III.4.3.3. Emission de champ .....	125
a. Introduction .....	125
b. Théorie de Nordheim-Fowler.....	126
c. Influence de la température .....	129
III.4.4. Electrons thermiques de la vapeur chaude.....	131
III.5. Formation de plasma : Effet d'avalanche .....	131
III.6. Formation de plasma : seuil d'initiation .....	132
IV. Les processus d'ionisation et de pertes électroniques .....	133
IV.1. Les processus d'ionisation.....	133
IV.2. Les processus de pertes électroniques .....	136
IV.2.1. Processus de recombinaison .....	136
IV.2.2. Processus d'attachement.....	137

IV.2.3. Processus de diffusion .....	137
IV.2.4. Les pertes par collisions élastiques et inélastiques .....	138
IV.3. Seuil d'initiation du plasma .....	139
IV.3.1. Bilan de population des électrons .....	139
a. Coefficient d'ionisation .....	140
b. Coefficient de recombinaison .....	141
c. Coefficient d'attachement .....	142
d. Equation bilan des électrons .....	142
IV.3.2. Bilan d'énergie des électrons .....	143
IV.3.3. Bilan de population en atome d'Or .....	147
IV.3.4. Equation de gaz parfait .....	148
IV.3.5. Equation de la chaleur .....	148
IV.4. Transfert d'énergie d'une onde à un plasma .....	150
V. Conclusion .....	153
Bibliographie-Chapitre2 .....	155

---



---

# Processus de création du plasma : les différentes phases

---



---

## I. Introduction

Dans la nature, les phénomènes physiques les plus intéressants sont souvent les plus complexes à étudier. Ils sont régis par un grand nombre de paramètres linéaires et non-linéaires interagissant entre eux.

La prédiction du phénomène physique de décharge électrique peut être obtenue par le calcul numérique.

Un modèle, au sens de la simulation, a pour but d'établir une relation entre des variables d'entrées ( $e_i$ ) et des variables de sorties ( $s_i$ ). Pour cela, il est caractérisé par des variables internes ( $v_i$ ), qui évoluent au cours du temps, et des paramètres fixes ( $p_i$ ). Des équations mathématiques font le lien entre les variables internes, les paramètres, les entrées et les sorties du modèle. Les variables internes ( $v_i$ ) peuvent être des intermédiaires de calcul mais elles représentent souvent un état interne, généralement énergétique, du modèle.

Les paramètres des modèles sont des constantes qui les caractérisent. Un modèle liant les entrées  $e_1, \dots, e_i$  aux sorties  $s_1, \dots, s_i$  peut être décrit par un système d'équations, souvent différentiel, comme suit :

$$\begin{cases} v_1 = f_1(p_1, \dots, p_i, v_2, \dots, v_i, e_1, \dots, e_i) \\ \vdots \\ v_i = f_i(p_1, \dots, p_i, v_2, \dots, v_i, e_1, \dots, e_i) \end{cases} \dots$$

$$\begin{cases} s_1 = g_1(p_1, \dots, p_i, v_2, \dots, v_i, e_1, \dots, e_i) \\ \vdots \\ s_i = g_i(p_1, \dots, p_i, v_2, \dots, v_i, e_1, \dots, e_i) \end{cases}$$

Equations générales d'un modèle

Les équations d'un modèle représentent le plus souvent des équations de la physique mais elles peuvent également provenir d'observations empiriques du dispositif à modéliser.

Dans notre cas d'étude, notre problème physique est le phénomène de claquage qui apparaît dans des filtres d'OMUX fonctionnant à 12,5GHz au niveau d'une vis de réglage en fréquence et qui détériore la réponse électrique du filtre sous certaines conditions de test à pression ambiante. Cette structure a été décrite en partie I chapitre 1 figure 9 de ce manuscrit.

Le phénomène de claquage apparaît lorsqu'une onde de haute fréquence fournit suffisamment d'énergie aux électrons libres présents dans le milieu pour qu'ils ionisent ensuite par collisions des atomes neutres. Ainsi le claquage nécessite la présence d'électrons primaires dans le milieu environnant.

Dans ce chapitre une étude théorique et une description analytique du phénomène de claquage sont présentées. En considérant une puissance micro-onde en entrée du dispositif, l'étude est concentrée sur l'analyse électromagnétique et sur une discussion des différentes causes possibles déclenchant le phénomène de claquage. Les phénomènes implicites sont théoriquement décrits en considérant l'influence de l'injection des électrons et des atomes d'Or dans le milieu gazeux due au champ électromagnétique qui provoque l'échauffement de la vis.

L'avalanche électronique n'aura lieu que si les gains en électrons sont supérieurs à leur disparition. La formation d'un plasma supposant la création d'électrons primaires, nous allons étudier dans un premier temps les différentes sources d'électrons primaires, puis dans une seconde partie nous allons voir quels sont les divers processus pouvant intervenir dans l'effet d'avalanche.

## II. Qu'est ce qu'un plasma ?

Le plasma [1] est un gaz (ou un solide) qui a été soumis à la quantité d'énergie suffisante pour dissocier les électrons de leurs atomes (phénomène d'ionisation). Comme ces

particules sont chargées, le plasma se comporte de manière différente d'un gaz (ou d'un solide) neutre en présence de champs électrique et/ou magnétique. Les plasmas peuvent être de nature très différente, leurs propriétés également.

Le plasma, composé de particules chargées positivement (ions) et négativement (électrons) est globalement neutre car la séparation des charges positives et négatives s'accompagne de l'apparition d'un fort champ électrique qui rappelle les différentes espèces les unes vers les autres. Ainsi, le mot « plasma » a été donné par I. Langmuir [2] (prix Nobel de chimie 1932) et provient de la découverte du phénomène d'oscillation électronique.

Le plasma est souvent décrit comme quatrième état de la matière. Il y a trois états de matière universellement identifiés : solide, liquide, et gaz. Ce qui diffère ces trois états est la quantité d'énergie contenue dans le matériel.

Par exemple, si on prend la glace et on ajoute l'énergie sous forme de chaleur, la glace devient l'eau liquide. La glace a absorbé l'énergie calorifique et est maintenant dans un état d'énergie plus élevée comme liquide. Si on continue à chauffer l'eau, elle bouillira par la suite pour produire le gaz (vapeur). Un gaz est l'état de l'énergie la plus élevée des trois.

Si on continue à ajouter l'énergie à la vapeur (ou à tout gaz), dans les bonnes conditions, un plasma se forme.

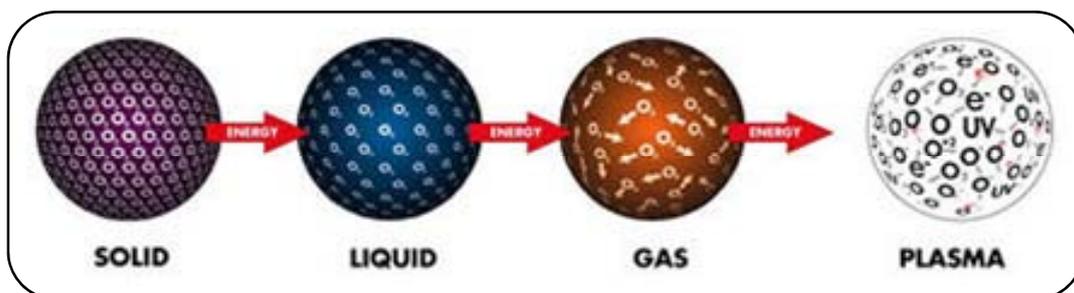


figure 1. Les états de la matière

Pour cette raison, le plasma est souvent désigné sous le nom du quatrième état de la matière. Puisqu'un plasma est dans un état de grande énergie, il est chimiquement très réactif. Cette réactivité est ce qui rend un plasma utile pour la modification extérieure des matériaux.

### III. Modélisation de l'interaction onde EM-Matériau

Il existe trois régimes de l'interaction source de puissance-matériau

- A faible intensité de la source, le taux de vaporisation reste négligeable et l'énergie absorbée est diffusée dans le matériau.
- Le deuxième régime est celui où la vaporisation est importante, mais la vapeur reste quasiment transparente pour l'onde Électromagnétique (EM).
- Le troisième régime est atteint quand un plasma (qui peut être absorbant pour l'onde EM) est créé au dessus de la surface.

#### III.1. Absorption de l'onde électromagnétique par un métal

La solution la plus simple des équations de Maxwell est l'onde plane. Les grandeurs complexes associées au champ électrique et au champ magnétique de l'onde plane dont la théorie est détaillée dans l'annexe 1 sont :

$$\text{equ.1} \quad \vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \exp(j(\omega t - kz))$$

$$\text{equ.2} \quad \vec{H}(z,t) = \vec{H}_0 \exp(j(\omega t - kz))$$

$z$  la position suivant la direction de propagation

$t$  la position suivant le temps

$k$  constante de propagation

$\omega$  fréquence angulaire de l'onde ou pulsation, ( $\omega = 2\pi f$ )

- Le vecteur de Poynting, noté  $\vec{\Pi}$  est un vecteur dont la direction indique, dans un milieu isotrope, la direction de propagation d'une onde électromagnétique et dont l'intensité vaut la densité de puissance véhiculée par cette onde. Le module de ce vecteur est donc une puissance par unité de surface. La moyenne temporelle du vecteur de Poynting vaut :

$$\text{equ.3} \quad \vec{\Pi} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \vec{E} \wedge \vec{H}^* \right]$$

- L'intensité de l'onde plane dans le vide est définie par :

$$\text{equ.4} \quad I_0 = \|\overline{\Pi}\| = \frac{1}{2c\mu_0} E_0^2$$

$E_0$  amplitude du champ électrique

$\mu_0$  perméabilité du vide

$c$  célérité de la lumière

$$\text{equ.5} \quad c = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}$$

$\varepsilon_0$  permittivité du vide

Nous notons  $Z_0$  l'impédance d'onde dans le vide, qui vaut:

$$\text{equ.6} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi$$

La puissance  $P_s$  rayonnée par une onde électromagnétique à travers une surface  $S$  est égale au flux du vecteur de Poynting de cette onde à travers cette surface :

$$\text{equ.7} \quad P_s = \iint_S \overline{\Pi} \cdot d\vec{S}.$$

La première étape de l'interaction faisceau-cible est l'absorption des photons par le matériau. Le but de ce paragraphe est de résumer le modèle d'absorption d'une onde EM par un métal. Le problème posé est le suivant : une onde EM arrive perpendiculairement à l'interface entre deux milieux différents et une partie de son intensité est réfléchi. On définit la réflectivité  $R$  par :

$$\text{equ.8} \quad R = \frac{\text{Intensité}_{\text{réfléchi}}}{\text{Intensité}_{\text{insidante}}}$$

De même, l'absorptivité  $A$  est définie comme

$$\text{equ.9} \quad A = 1 - R$$

Dans un milieu quelconque, l'intensité diminue selon la loi de Beer et qui définit le coefficient d'absorption  $\alpha_A$  donnée par [3] :

$$\text{equ.10} \quad \alpha_A = \sqrt{\frac{2\omega\sigma_0}{\varepsilon_0 c^2}}$$

- $\omega$  la pulsation ( $\omega = 2\pi f$ )
- $\sigma_0$  la conductivité électrique
- $\varepsilon_0$  Permittivité du vide
- $c$  vitesse ou célérité de la lumière

Une autre grandeur souvent utilisée dans la littérature qui est équivalente au coefficient d'absorption est la longueur d'absorption  $\delta_A$  ou épaisseur de peaux. Elle est définie comme étant la distance, sur laquelle l'intensité de l'onde diminue d'un facteur  $\frac{1}{e}$ . La loi de Beer permet d'établir la relation entre  $\alpha_A$  et  $\delta_A$  qui est [3]:

$$\text{equ.11} \quad \delta_A = \frac{1}{\alpha_A}$$

La puissance électromagnétique ( $P_{ab}$ ) absorbée par le métal est donnée par [4]-[5]:

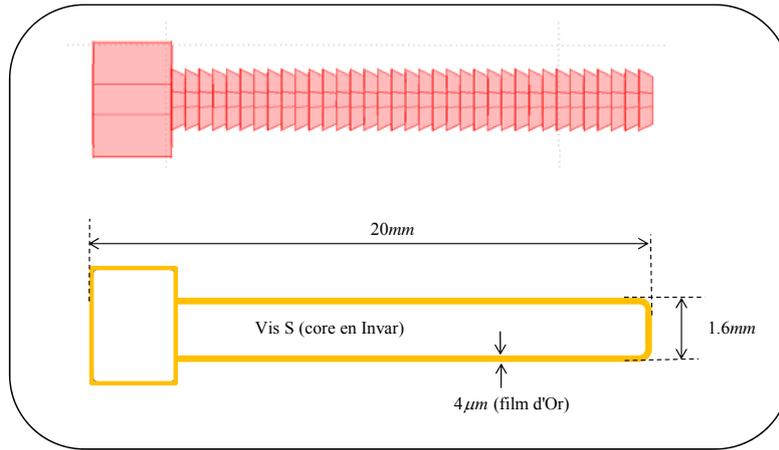
$$\text{equ.12} \quad P_{ab} = AI_0$$

- $A$  l'absorptivité (equ.9)
- $I_0$  l'intensité de l'onde (equ.4)

La première étape de l'interaction de l'onde EM-matière inclut l'absorption de l'onde EM par la matière et le chauffage de celui-ci puis sa fusion et sa vaporisation.

### III.2. Le chauffage d'un solide

Dans notre cas, la vis qui nous intéresse est de forme cylindrique, de diamètre  $1.6\text{mm}$  et de longueur  $L \approx 20\text{mm}$ . Cette vis est constituée d'Invar et est métallisée par une couche d'Or de  $4\mu\text{m}$ .



**figure 2.** Constitution de la vis S

A la fréquence  $f = 12.5GHz$  nous calculons la longueur d'absorption  $\delta_A$  en utilisant les équations (equ.10) et (equ.11)

$$\delta_A = \frac{1}{\alpha_A} \quad \text{avec} \quad \alpha_A = \sqrt{\frac{2\omega\sigma_0}{\epsilon_0 c^2}}$$

$$\omega = 2\pi f \quad \text{la pulsation}$$

$$\sigma_0 = 45,2 \cdot 10^6 S/m \quad \text{la conductivité électrique de l'Or}$$

$$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} F/m \quad \text{Permittivité du vide}$$

$$c \approx 3 \cdot 10^8 m/s \quad \text{vitesse ou célérité de la lumière}$$

A cette fréquence, la longueur d'absorption de l'Or est alors  $\delta_A \approx 0.3 \mu m$ . Par conséquent, nous considérons que la puissance électromagnétique ( $P_{ab}$ ) absorbée par le bout de la vis est entièrement dissipée dans la couche d'Or de forte conductivité électrique. En comparant les conductivités thermiques de l'Or et celle de l'Invar, l'évacuation de la chaleur vers les parois du filtre est essentiellement réalisée par l'Invar de la vis à cause de sa faible conductivité thermique ( $\approx 10W/(m.K)$ ), ainsi la contribution de la forte conductivité thermique de la couche d'Or ( $\approx 300W/(m.K)$ ) peut être considérée négligeable. Par conséquent, nous allons considérer une vis constituée par un matériau ayant comme caractéristiques :

- Optique et électrique : Celle de l'Or ;
- Thermique : Celle de l'Invar.

### III.2.1. Solide semi-infini

En se basant sur le théorème de Duhamel [6], l'évolution temporelle de la température dans un solide semi-infini est donnée par :

$$\text{equ.13} \quad T(t, x) = \frac{2P_{ab}}{K} \left\{ \left( \frac{\chi t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-x^2/4\chi t} - \frac{x}{2} \operatorname{erfc} \frac{x}{2\sqrt{\chi t}} \right\} + T_0$$

$\chi$  la diffusivité thermique :  $\chi = K / (C_p \cdot \rho)$

$C_p$  la capacité calorifique du matériau

$K$  la conductivité thermique

$\rho$  la masse spécifique.

$P_{ab}$  la puissance absorbé par le solide, d'après (equ.12)  $P_{ab} = A \cdot I_0$

$A$  l'absorptivité (equ.9)

$I_0$  l'intensité de l'onde (equ.4)

Ce qui nous intéresse dans notre cas est la température à la surface c'est-à-dire pour  $x = 0$ ,

$$\text{equ.14} \quad T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}}{K} \left( \frac{\chi t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + T_0$$

### III.2.2. Solide de longueur finie : Slab

Pour un solide de longueur  $L$  absorbant un flux constant de puissance à la surface pour  $x = 0$  et maintenu à la température initiale  $T_0 = 300K$  pour  $x = L$ , la dissipation de la température est déduite par le théorème de Duhamel [6]:

$$\text{equ.15} \quad T(t, x) = \frac{2P_{ab}(\chi t)^{\frac{1}{2}}}{K} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \text{ierfc} \frac{2nL+x}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} - \text{ierfc} \frac{2(n+1)L-x}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} \right\} + T_0$$

$\chi$  la diffusivité thermique :  $\chi = K / (C_p \cdot \rho)$

$C_p$  la capacité calorifique du matériau

$K$  la conductivité thermique

$\rho$  la masse spécifique

$P_{ab}$  la puissance absorbée par le solide

$L$  la longueur du solide

Ce qui nous intéresse dans notre cas est la température à la surface c'est-à-dire pour  $x = 0$ ,

$$\text{equ.16} \quad T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}(\chi t)^{\frac{1}{2}}}{K} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \text{ierfc} \frac{2nL}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} - \text{ierfc} \frac{2(n+1)L}{2(\chi t)^{\frac{1}{2}}} \right\} + T_0$$

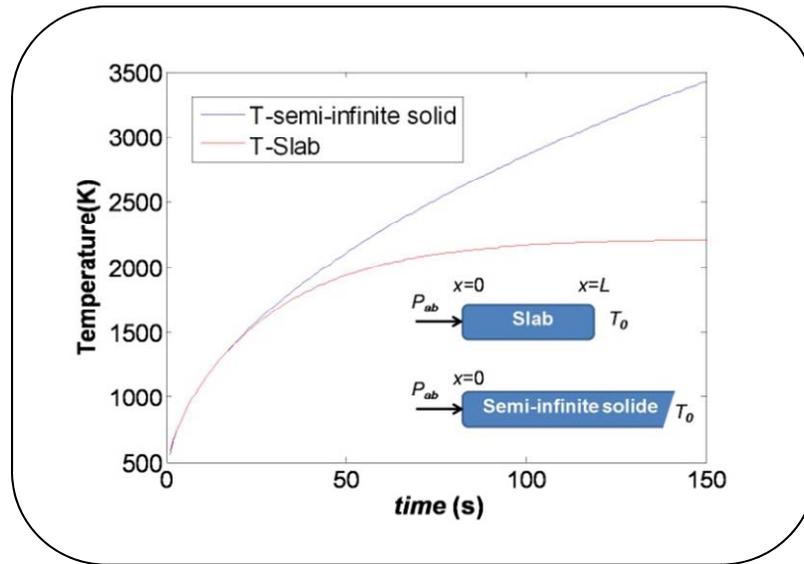
Sur la figure 3 nous présentons l'évolution de la température à la surface de la vis pour deux cas : la vis est considérée comme un solide semi-infini (equ.14) et la vis est considérée comme un slab (equ.16).

La puissance électromagnétique ( $P_{ab}$ ) absorbée par le bout de la vis est  $P_{ab} = A I_0$  (equ.12).

$A$  l'absorptivité de l'Or (equ.9)

$I_0$  l'intensité de l'onde d'après l'équation (equ.4)  $I_0 \propto E_0^2$

$E_0$  l'amplitude de champ, il est calculé par une analyse numérique EM à la surface de la vis, dans ce cas nous prenons  $E_0 = 2.10^6 (V/m)$



**figure 3.** Evolution de la température à la surface en fonction du temps: Température dans le cas du slab et dans le cas du solide semi-infini

Dans ce cas, nous remarquons que pour  $t < 40s$ , le slab peut être considéré comme un solide semi-infini.

### III.3. Vaporisation du matériau

L'augmentation en température du matériau peut conduire à la vaporisation de ce dernier. La production de vapeur métallique se trouve face à un gaz ambiant non perturbé. Le calcul de la pression à la surface se fait en supposant que la transition de phase liquide vapeur s'effectue à l'équilibre thermodynamique.

D'après Clausius-Clapeyron [7]-[9], la pression de vapeur en fonction de la température de surface est donnée par :

$$\text{equ.17} \quad P_{vap} = P_0 \exp\left(\frac{\Delta H_{vap}}{R} \left(\frac{T_{surf} - T_{boiling}}{T_{surf} T_{boiling}}\right)\right)$$

$T_{surf}$  température de surface définie dans (III.2),

$P_0$  pression atmosphérique

$R$  constante de gaz parfait

$T_{boiling}$  Température d'ébullition

$\Delta H_{vap}$  chaleur Latente du matériau

A partir du moment où la température de surface atteint la température de vaporisation, les atomes de la surface de la vis s'évaporent. En se basant sur l'équation (equ.17), le flux de particules  $N_{at}$  quittant la surface peut être exprimé par l'expression suivante [9], [10] :

$$\begin{aligned}
 \text{equ.18} \quad N_{at} \left[ mol.m^{-2}.s^{-1} \right] &= \frac{\beta_v P_{vap}}{\sqrt{2\pi m_a RT_{surf}}} = n_a \cdot V_a \\
 &= \frac{\beta_v P_0}{\sqrt{2\pi m_a RT_{surf}}} \exp \left( \frac{\Delta H_{vap}}{R} \left( \frac{T_{surf} - T_{boiling}}{T_{surf} \cdot T_{boiling}} \right) \right)
 \end{aligned}$$

$\beta_v$  coefficient de collage des atomes

$m_a$  masse de l'atome

$n_a$  densité des atomes

$V_a$  vitesse des atomes

### III.4. Formation de plasma : Création d'électrons primaires

La formation du plasma suppose la création d'électrons primaires qui sont à l'origine des premières ionisations entraînant par la suite une production d'électrons dite secondaire.

La première question qui se pose à la compréhension de l'initiation du plasma, concerne la production des électrons primaires. Plusieurs sources d'électrons sont possibles [3] :

- La densité électronique naturelle qui est due au rayonnement cosmique
- L'ionisation multiphotonique de la vapeur
- L'ionisation multiphotonique d'impuretés.
- L'émission électronique à partir d'un solide

#### III.4.1. La densité électronique naturelle

La probabilité de présence dans le volume du filtre, d'électrons d'origine naturelle soit extrêmement faible voir négligeable [11]. La densité électronique naturelle, due au rayonnement cosmique, est de l'ordre de  $10$  à  $10^3 cm^{-3}$  dans l'air. Celle-ci est importante pour

l'ionisation d'un plasma dans un gaz libre, mais comme nous le verrons elle est négligeable par rapport à la concentration d'électrons primaires issus d'autres processus dans le cas d'ionisation du plasma au voisinage d'un matériau solide.

### III.4.2. L'ionisation multiphotonique

L'effet multiphotonique représente l'absorption simultanée de plusieurs photons par un électron, des atomes et/ou molécules du gaz, acquérant ainsi l'énergie qui lui est nécessaire pour s'en extraire. Celle-ci peut être schématisée par l'équation suivante :



$X$  représente un atome neutre

$h\nu$  un photon

$p$  le nombre de photon absorbés.

L'ionisation multiphotonique est un processus efficace à faible longueur d'onde car celle-ci correspond à une énergie de photons d'autant plus élevée. Dans le contexte de notre étude, le rayonnement électromagnétique fournit des photons de faible énergie : pour une fréquence de l'ordre de  $12\text{GHz}$ , l'énergie du photon  $h\nu \approx 5.10^{-5}\text{eV}$ , alors que l'énergie d'ionisation de l'azote par exemple est peu différente de  $15\text{eV}$ . Par conséquent,  $3.10^5$  photons seraient nécessaires. Il faudrait donc l'absorption de plusieurs centaines de milliers de photons pour extraire un électron de l'atome (molécule) à partir d'un solide. Notre rayonnement électromagnétique n'est donc pas efficace pour l'ionisation multiphotonique.

### III.4.3. L'émission électronique à partir d'un solide

La première description détaillée de l'émission d'électrons à partir d'un solide fut établit en 1897 par Wood [12]. Schottky interpréta ce phénomène en termes d'abaissement de la barrière de potentiel. Cependant les recherches menées par plusieurs équipes ne peuvent confirmer expérimentalement ces travaux. En effet, les mesures de courant en fonction du champ étaient peu sensibles à une variation de la température allant de celle de l'air liquide à  $1500\text{K}$  et contredisant ainsi la théorie de Schottky qui prédisait une forte dépendance. La mécanique quantique, alors jeune discipline scientifique, a apporté un élément nouveau pour décrire le passage des électrons dans le vide : l'effet tunnel.

La théorie de l'émission de champs pour des surfaces métallique parfaites proposée par Fowler et Nordheim [13]-[15] en 1928 reposait sur ce processus propre à la mécanique quantique. Les auteurs en ont déduit une loi reliant la densité de courant émise par le métal au champ électrique appliqué.

Les pertes micro-ondes sur la vis vont entraîner un chauffage de celle-ci susceptible de conduire à l'émission d'électrons qui vont être injectés dans le volume de la structure. Dans cette partie, nous allons donc aborder brièvement les différents mécanismes d'émissions électroniques susceptibles d'intervenir dans notre structure.

L'émission électronique depuis un métal peut se produire par plusieurs mécanismes dont les deux plus importants sont :

- l'émission thermoélectronique ou thermoïonique
- l'effet Schottky
- l'émission par effet de champ

#### **III.4.3.1. Emission thermoélectronique ou thermoïonique**

L'émission thermoélectronique telle qu'elle est comprise aujourd'hui est une branche de la physique qui traite des divers phénomènes liés à l'éjection d'électrons d'un corps solide chauffé à une température suffisamment élevée. Il y a plus de deux cent ans (1725), le fait que l'air devient conducteur au voisinage d'un corps incandescent a été découvert. En 1884, A. Edison découvre que l'émission croît rapidement avec la température. En 1897, Joseph John Thomson montra que les particules chargées émises par du carbone chauffé à haute température dans le vide étaient des électrons. Les progrès réalisés ensuite par la technique du vide ont permis, d'une part, d'éliminer un certain nombre de phénomènes parasites tels que l'empoisonnement de l'émission par les gaz résiduels, les contaminations de surface et, d'autre part, d'utiliser de façon reproductible et fiable l'émission thermoïonique, en particulier dans les tubes électroniques. Les fondements théoriques sont maintenant bien établis en ce qui concerne les métaux purs, et des progrès remarquables ont été effectués pour les alcalino-terreux, bien que de nombreuses inconnues subsistent encore. L'effet thermoélectronique sert à produire des faisceaux d'électrons dans un très grand nombre d'appareils tels que les oscilloscopes ou les triodes.

La fonction de distribution de Fermi-Dirac est donnée par (equ.19) Celle-ci nous renseigne sur la probabilité qu'un électron occupe un état d'énergie  $E$  :

$$\text{equ.19} \quad f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{k_B \cdot T}\right)}$$

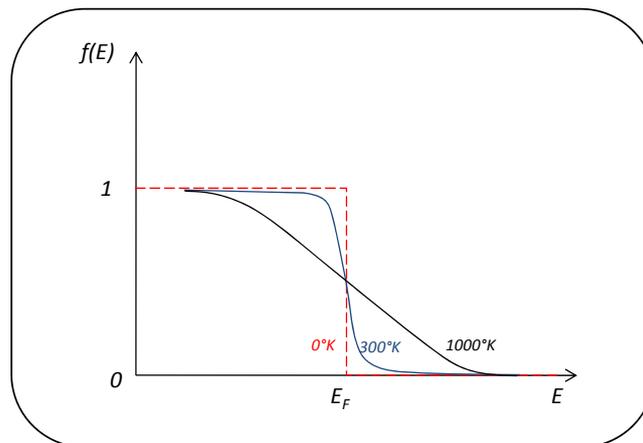
$E_F$  Energie de Fermi : c'est la plus haute énergie occupé par les électrons du système à la température de  $0^\circ K$

$k_B$  Constante de Boltzmann

$T$  Température en kelvin

La distribution de Fermi est caractérisée par trois zones (figure 4):

- $E < E_F$ , l'exponentielle tends vers zéro et  $f(E) = 1$
- $E = E_F$ , l'exponentielle vaut 1 et  $f(E) = 0.5$
- $E > E_F$ , l'exponentielle tends l'infini et  $f(E) \approx 0$



**figure 4.** Représentation du niveau de Fermi et de la fonction de Fermi-Dirac

La statistique de Fermi-Dirac montre qu'à la température de  $0^\circ K$ , tous les niveaux d'énergie situés en dessous de  $E_F$  sont occupés alors que tous ceux situés au dessus de  $E_F$  sont vacants. Si on considère les électrons ayant une énergie proche de  $E_F$ , on constate que lorsque la température va augmenter, l'énergie thermique va permettre à un certain nombre d'entre eux d'acquérir une énergie supérieure à  $E_F$ . Les électrons dont l'énergie thermique est supérieure à la barrière potentiel en surface (travail de sortie) peuvent alors sortir du matériau et ceci suivant la loi de Richardson-Dushman [16]-[17]

$$\text{equ.20} \quad J_{RD} = A_{RD} \cdot T^2 \exp\left(\frac{-\phi}{k_B T}\right) = n_e \cdot e \cdot V_e$$

$J_{RD}$  Densité de courant par loi de Richardson-Dushman ( $A \cdot cm^{-2}$ ).

$k_B$  Constante de Boltzmann ( $J / K$ )

$h$  Constante de Planck ( $J \cdot s$ )

$T$  Température ( $K$ )

$\phi$  Travail de sortie des électrons ( $eV$ ) est égal à l'énergie nécessaire pour amener un électron du niveau de Fermi au vide.

$e$  Charge élémentaire

$V_e$  Vitesse des électrons ( $m / s$ )

$n_e$  Densité électronique ( $cm^{-3}$ )

$m_e$  Masse d'un électron ( $Kg$ )

$A_{RD}$  Constante de Richardson-Dushman. Théoriquement cette valeur est constante  $A_{RD} = \frac{4\pi \cdot e \cdot m_e \cdot k_B^2}{h^3} \approx 120 (A \cdot cm^{-2} K^{-2})$  et indépendante de la nature du métal alors qu'expérimentalement cette constante dépend de la nature du métal et elle varie entre 10–100 ( $A \cdot cm^{-2} K^{-2}$ ). Nous présentons ici des valeurs expérimentales du coefficient de quelques éléments [18] :

Métal	$A_{RD\_expérimentale}$
Césium	162
Tantale	60.2
Thorium	60.2
Tungstène	60.2
Calcium	60.2
Molybdène	60
Chrome	48
Platine	32

Carbone	30
Hexaborure de lanthane	29
Nickel	26.8
Fer	26

On constate que dans la pratique, sauf pour le Césium, les valeurs de  $A_{RD\_expérimentale}$  données dans le tableau sont égales environ à la moitié ou au quart de la valeur théorique. Les nombreuses recherches entreprises pour expliquer ces valeurs expérimentales n'ont pas encore abouti.

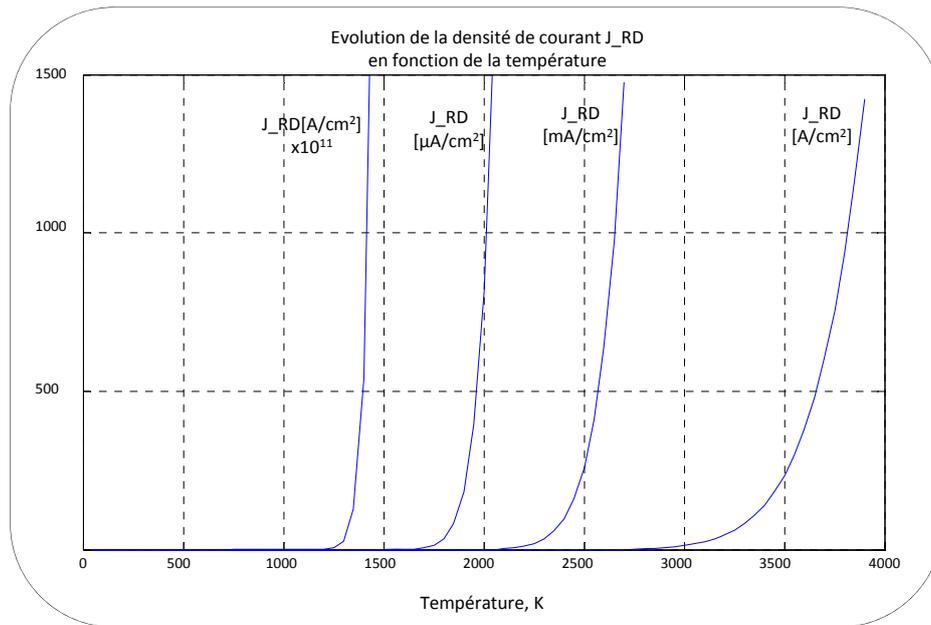
Cette différence est notamment due au fait que la surface n'est jamais complètement uniforme et le travail de sortie dépend de la température selon une relation de dépendance linéaire du métal en fonction de la température ( $\phi_{eff} = \phi + a.T$ ).

L'expression (equ.20) montre que la densité de courant  $J_{RD}$  dépend fortement de la température. Lorsque la température augmente, la population d'électrons, dont l'énergie sera suffisante, pour s'extraire du métal, va s'accroître.

L'émission thermoélectronique consiste à extraire des électrons du métal lorsque celui-ci est chauffé à une certaine température, nous notons par la suite  $T_{surf}$  la température à la surface de ce métal, ainsi l'équation de Richardson-Dushman (equ.20) devient :

$$equ.21 \quad J_{RD} = A_{RD} \cdot T_{surf}^2 \exp\left(\frac{-\phi}{k_B T_{surf}}\right) = n_e \cdot e \cdot V_e$$

Nous pouvons faire une première estimation sur ce processus d'émission dans notre cas d'étude, la densité de courant émis par unité de temps et unité de surface est donnée par (equ.21). On présente sur la figure suivante les résultats obtenus dans le cas où le métal considéré est de l'Or soit  $\phi = 4.8eV$ .



**figure 5.** Évolution de la densité de courant en fonction de la température

L'expression de la densité de courant (equ.21) est une fonction exponentielle, ce qui signifie que les émissions augmentent très rapidement avec la température. La figure 5 montre l'émission électronique d'un métal (qui est dans ce cas l'Or) en fonction de la température. Une légère variation de la température provoque un grand changement dans l'émission : une augmentation de 10% de la température multiplie l'émission d'environ par un facteur 3.

Ce qui nous intéresse par la suite c'est la densité électronique, donc en se basant sur (equ.21) nous déduisons la densité électronique émise par unité de temps et unité de surface :

$$equ.22 \quad n_e = \frac{A_{RD} \cdot T_{surf}^2}{e \cdot V_e} \exp\left(\frac{-\phi}{k_B T_{surf}}\right)$$

$A_{RD}$  Constante de Richardson-Dushman

$k_B$  Constante de Boltzmann

$h$  Constante de Planck

$T_{surf}$  Température à la surface du métal

$\phi$  Travail de sortie des électrons

$e$  Charge élémentaire

$n_e$  Densité électronique

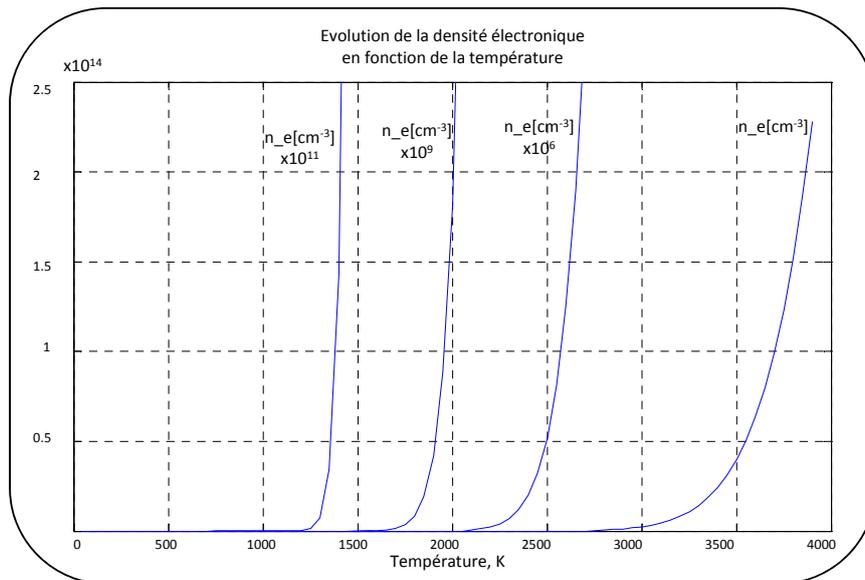
$m_e$  Masse d'un électron

$V_e$  Vitesse des électrons donnée par [1]:

$$\text{equ.23} \quad V_e(m.s^{-1}) = \left( \frac{8k_B T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2}$$

$T_e$  Température électronique, Nous supposons que les électrons émis par la surface du métal ont la même température de surface donc  $T_e \approx T_{surf}$

nous présentons sur la figure suivante les résultats obtenus toujours dans le cas où le métal considéré est de l'Or soit  $\phi = 4.8eV$ .



**figure 6.** Évolution de la densité électronique en fonction de la température

Dés  $T \approx 1000K$ , donc bien avant la température de fusion de l'Or ( $\approx 1335K$  : c'est la température à laquelle coexistent l'état solide et l'état liquide), l'injection d'électrons devient importante pour ce phénomène, soit une densité de courant  $J_{RD} \geq 10^{-9} (A/cm^2)$

### III.4.3.2. Nécessité de l'effet Schottky

Lorsqu'un électron est extrait d'un métal, il induit une charge  $+q$  à l'intérieur : charge image comme le montre la figure suivante.

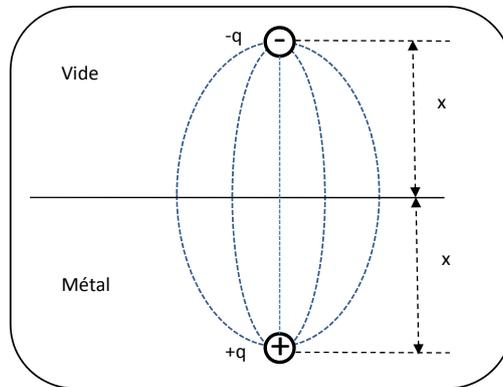


figure 7. Extrait d'électrons d'un métal et création de la charge image

L'électron subit alors une force électrostatique de rappel due à l'interaction entre les deux charges opposées. En électrostatique, on montre que les lignes de champs établies entre la charge  $(-q)$  et la charge image  $(+q)$  espacées de la distance  $2x$  sont perpendiculaires à la surface conductrice. La force de Coulomb exercée par le conducteur sur l'électron dans le vide est :

$$\text{equ.24} \quad f(x) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{(2x)^2}$$

$f(x)$  La force de Coulomb

$\epsilon_0$  Permittivité du vide

$q$  la charge électrique, pour le cas d'un électron  $q = q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

$2x$  la distance entre la charge  $(-q)$  et la charge image  $(+q)$

Lorsqu'un électron se rapproche de la surface du métal, son énergie potentielle, par rapport au niveau de vide, due à son image électrique dans le conducteur vaut:

$$\text{equ.25} \quad U(x) = \int_x^{\infty} f(x) dx$$

$$\text{equ.26} \quad U(x) = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0} \int_x^{\infty} -\frac{1}{x^2} dx$$

$$\text{equ.27} \quad U(x) = -\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x}$$

$U(x)$  L'énergie potentielle de l'électron

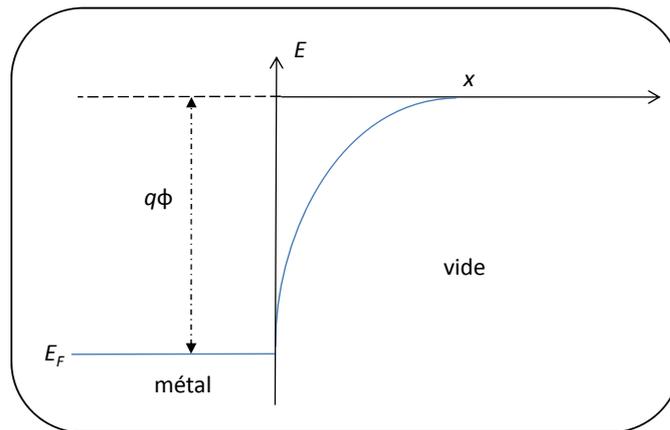
$q$  la charge électrique,

$x$  la distance entre l'électron et le conducteur

L'énergie potentielle de l'électron situé à la distance  $x$  du conducteur est égale à l'opposer du travail nécessaire pour l'amener à ce point.

L'énergie de la barrière de potentiel à la sortie du métal ne passe pas brutalement de  $q\phi$  à 0 mais elle est de la forme :

$$\text{equ.28} \quad qV_b(x) = q\phi - U(x) = q\phi - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x}$$



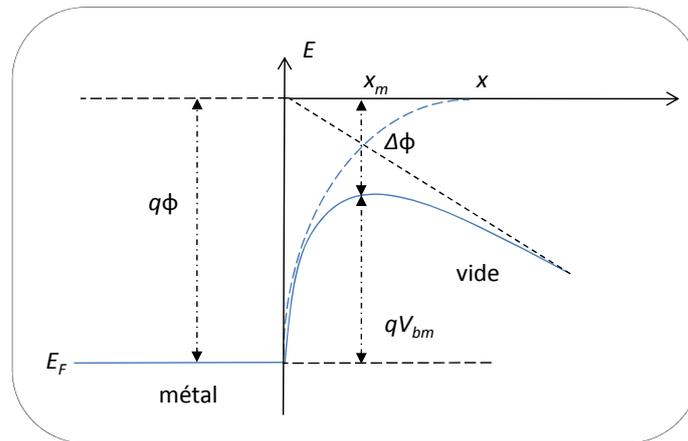
**figure 8.** L'énergie de la barrière de potentiel à la sortie du métal

Si on suppose qu'il existe un champ électrique  $E(x)$  à l'extérieur du métal, L'énergie de la barrière de potentiel à la sortie du métal découle d'un potentiel extérieur  $V(x)$  tel que :

$$\text{equ.29} \quad V(x) = -\int_0^x E(x) dx$$

$E(x)$  champ électrique

$V(x)$  un potentiel



**figure 9.** L'énergie de la barrière de potentiel à la sortie du métal avec présence d'un champ électrique  $E(x)$

D'où la nouvelle expression de L'énergie de la barrière de potentiel à la sortie du métal en utilisant (equ.28) et (equ.29) devient :

$$\text{equ.30} \quad q.V_b(x) = q.\phi - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x} - qV(x)$$

$q.V_b(x)$  Énergie de la barrière de potentiel

$\phi$  Travail de sortie

$-\frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x}$  Effet force image

$-qV(x)$  Effet potentiel extérieur

D'après (equ.29),  $V(x) = -\int_0^x E(x) dx$ , Si  $E(x) = -E_0 = cste$  alors  $V(x) = x.E_0$ , donc l'énergie de la barrière en fonction de la distance  $x$  à la surface devient :

$$\text{equ.31} \quad q.V_b(x) = q.\phi - \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 x} - x.q.E_0$$

L'énergie de la barrière de potentiel  $q.V_b(x)$  présente un maximum  $\left(\frac{d(q.V_b(x))}{dx} = 0\right)$

pour  $x = x_m$  :

$$\text{equ.32} \quad x_m = \sqrt{\frac{q}{16\pi\epsilon_0 E_0}}$$

Et L'énergie de la barrière de potentiel  $q.V_b(x)$  vaut à cet endroit :

$$\text{equ.33} \quad q.V_{bm}(eV) = q.\phi - 2.x_m.q.E_0$$

Donc l'abaissement de la barrière due à cette force image noté  $\Delta\phi$  (représenté sur la figure 9) est définie par :

$$\begin{aligned} \text{equ.34} \quad \Delta\phi &= q.\phi - q.V_{bm} \\ &= 2.x_m.q.E_0 = \sqrt{\frac{e^3.E_0}{4.\pi.\epsilon_0}} \end{aligned}$$

Pour des champs électriques  $E_0$  entre  $10^5$  et  $10^7$  (V/m) l'abaissement de la barrière  $\Delta\phi$  est donnée par le tableau suivant :

Champs E (V/m)	$\Delta\phi$ (eV)
1,00E+05	1,20E-02
5,00E+05	2,68E-02
1,00E+06	3,80E-02
5,00E+06	8,50E-02
1,00E+07	1,20E-01

Nous remarquons d'après ce tableau que pour des champs de l'ordre de  $MV.m^{-1}$ , l'effet Schottky est négligeable.

### III.4.3.3. Emission de champ

#### a. Introduction

L'émission électronique sous fort champ électrique ou émission de champ a été décrite par R. W. Wood en 1897 [12]. Les caractéristiques de cette émission d'électrons sont une forte dépendance du courant avec le champ appliqué et une indépendance de ce courant avec la température jusqu'à des températures de l'ordre de  $1100K$ . Ces caractéristiques la différencient très clairement de l'émission thermoélectronique. La théorie de Fowler-Nordheim, développée en 1928 pour des surfaces métalliques planes, décrit correctement le passage des électrons du métal au vide comme un effet tunnel purement quantique [12]. Le champ nécessaire à cet effet est supérieur à  $10^9 V/m$  ce qui pose des problèmes techniques majeurs pour extraire des électrons de surfaces planes. L'utilisation de pointes avec des rayons de courbure très faibles [19] placées en regard d'une anode permet d'obtenir une émission de champ stable et de vérifier la théorie de Fowler-Nordheim.

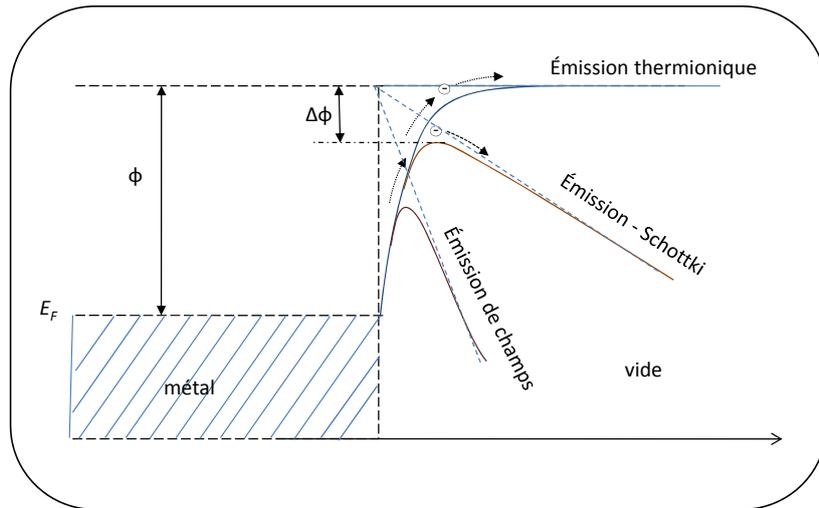
Il est communément admis que pour des pointes métalliques le champ local  $E_{local}$  au sommet de la pointe est le produit du champ extérieur appliqué  $E_{ext}$  par un coefficient  $\beta_{FN}$  (dit coefficient d'amplification du champ). Ce coefficient dépend de la géométrie de l'émetteur et des électrodes. Pour une pointe cylindrique surmontée par une demi-sphère ce coefficient est de l'ordre de [20] :

$$equ.35 \quad \beta_{FN} = 2 + \frac{h_p}{r_p}$$

$r_p$  Rayon de courbure du sommet de la pointe

$h_p$  Hauteur de la pointe

On voit tout l'intérêt dans l'utilisation de pointes avec un très fort rapport d'aspect  $\left(\frac{h_p}{r_p}\right)$  pour diminuer la valeur du champ extérieur nécessaire à l'extraction des électrons.



**figure 10.** L'énergie de la barrière de potentiel à la sortie du métal, dans les trois cas : émission thermoélectronique, émission-Schottky et émission de champs

### b. Théorie de Nordheim-Fowler

Sous l'influence d'un fort champ électrique, la surface des solides et des liquides émet des électrons. Le phénomène est connu par l'émission de champ d'électron, ce phénomène a été découvert en 1897 par Robert Wood, qui a constaté qu'en appliquant une tension entre une cathode et une anode il apparaît un flux de courant [12].

Plus tard, en 1928, Fowler et Nordheim [12], [20]-[24] ont proposé une théorie d'émission de champ des métaux, basé sur la mécanique quantique.

Le calcul mené par Fowler et Nordheim, en ne tenant pas compte de l'effet de la température, donne :

$$\text{equ.36} \quad J_{FN} = A_{FN} \cdot \frac{E_0^2}{\phi \cdot t^2(y_{FN})} \exp\left(\frac{-B_{FN} \cdot \phi^{3/2}}{E_0} V(y_{FN})\right)$$

$J_{FN}$  densité de courant [A/cm<sup>2</sup>] par Fowler et Nordheim

$E_0$  l'amplitude du champ électrique à la surface

$\phi$  travail de sortie

$A_{FN}, B_{FN}$  constantes de Fowler-Nordheim dépendant du champ électrique

$y_{FN}$  variable de Fowler et Nordheim dépendant du champ électrique

$$\text{equ.37} \quad A_{FN} = \frac{e^2}{8\pi h} = 1,5414 \cdot 10^{-6} \quad B_{FN} = \frac{8\pi\sqrt{2m_e}}{3.e.h} = 6,8309 \cdot 10^7$$

$$\text{equ.38} \quad y_{FN} = \frac{1}{\phi} \sqrt{\frac{e^3 E_0}{4\pi\epsilon_0}} = 3.79 \cdot 10^{-4} \frac{\sqrt{E_0}}{\phi}$$

$V(y_{FN})$  et  $t(y_{FN})$  sont des fonctions variant lentement avec  $y_{FN}$ .

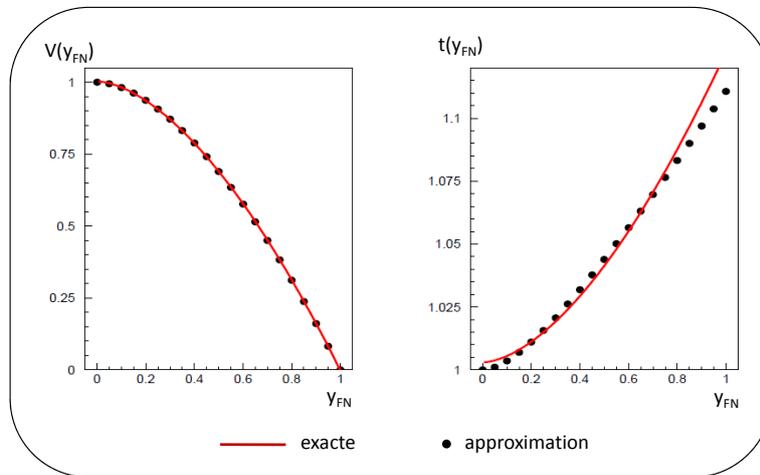
pour  $0 \leq y_{FN} \leq 1$ , on à :

$$\text{equ.39} \quad V(y_{FN}) = p_0 + p_1 \cdot y_{FN}^{p_2}$$

$$\text{equ.40} \quad t(y_{FN}) = p_0 + p_1 \left(1 - \frac{2}{3} p_2\right) \cdot y_{FN}^{p_2}$$

$$p_0 = 1.003, \quad p_1 = -1.005, \quad p_2 = 1.684$$

Les équations, (equ.39) et (equ.40) sont valables pour  $0 \leq y_{FN} \leq 1$ , et donc pour  $E_0 \leq 1,6 \cdot 10^{10} (V.m^{-1})$



**figure 11.** Variation de  $V$  et  $t$  en fonction de  $y_{FN}$

Pour des champs électriques  $E_0$  entre  $10^5$  et  $10^7 V/m$ , nous présentons dans le tableau suivant les valeurs de  $y_{FN}$ ,  $V(y_{FN})$  et  $t(y_{FN})$  dans le cas où le métal considéré est de l'Or soit  $\phi = 4.8eV$ .

Champs E (V/m)	$y_{FN}$	$V(y_{FN})$	$t(y_{FN})$
1,00E+05	2,5E-03	1,0029	1,0030
5,00E+05	5,58E-03	1,0028	1,0030
1,00E+06	7,9E-03	1,0027	1,0030
5,00E+06	1,76E-02	1,0019	1,0031
1,00E+07	2,5E-02	1,001	1,0031

Donc on remarque que dans cet intervalle du champ électrique  $V(y_{FN}) \approx 1$  et  $t^2(y_{FN}) \approx 1$ . D'où l'expression simplifiée de Fowler et Nordheim :

$$equ.41 \quad J_{FN} = A_{FN} \cdot \frac{E_0^2}{\phi} \exp\left(\frac{-B_{FN} \cdot \phi^{3/2}}{E_0}\right)$$

La densité de courant émis par unité de temps et unité de surface est donnée par (equ.41). On présente sur la figure suivante les résultats obtenus dans le cas où le métal considéré est de l'Or soit  $\phi = 4.8eV$  (en considérant de la même façon que pour l'émission thermoïonique).

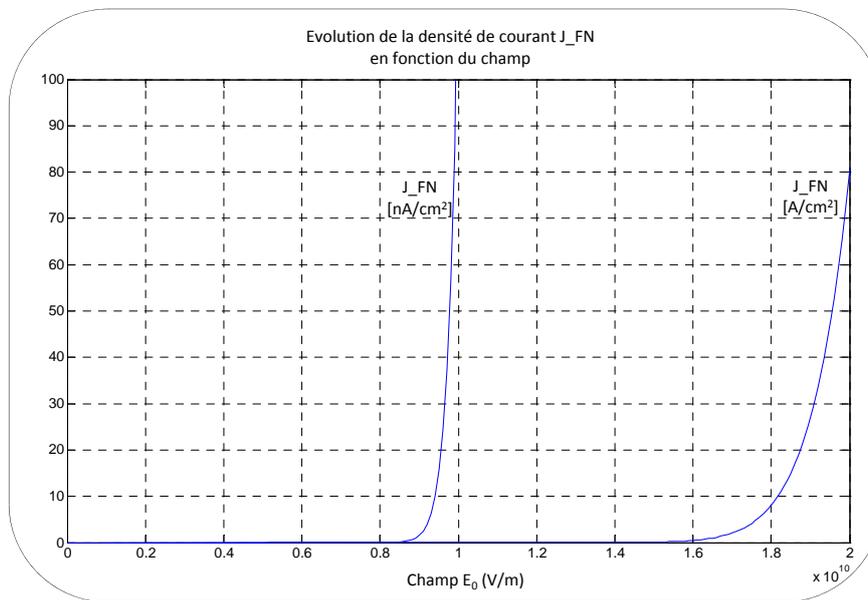


figure 12. Évolution de la densité de courant en fonction du champ

D'après la figure 12, l'émission de champ n'est à prendre en compte que dans le cas où le champ est très élevé (supérieur à  $10^9$  (V/m)).

Une incrémentation de la valeur du champ de  $10^9 (V/m)$  à  $2.10^9 (V/m)$  incrémente la densité de courant de  $10^{-17} (A/cm^2)$  à  $10^{-3} (A/cm^2)$ .

### c. Influence de la température

Dans le paragraphe précédent le paramètre « température » n'a pas été pris en compte, celui-ci entraîne une modification de la fonction de distribution de Fermi-Dirac des électrons. Cet effet se traduit alors par une pondération [25] de la densité de courant à  $0^\circ K$  soit :

$$\text{equ.42} \quad J_{FN}(E, T) = \frac{J_{FN}(E, 0)}{\sin c(\pi\omega_{FN})}$$

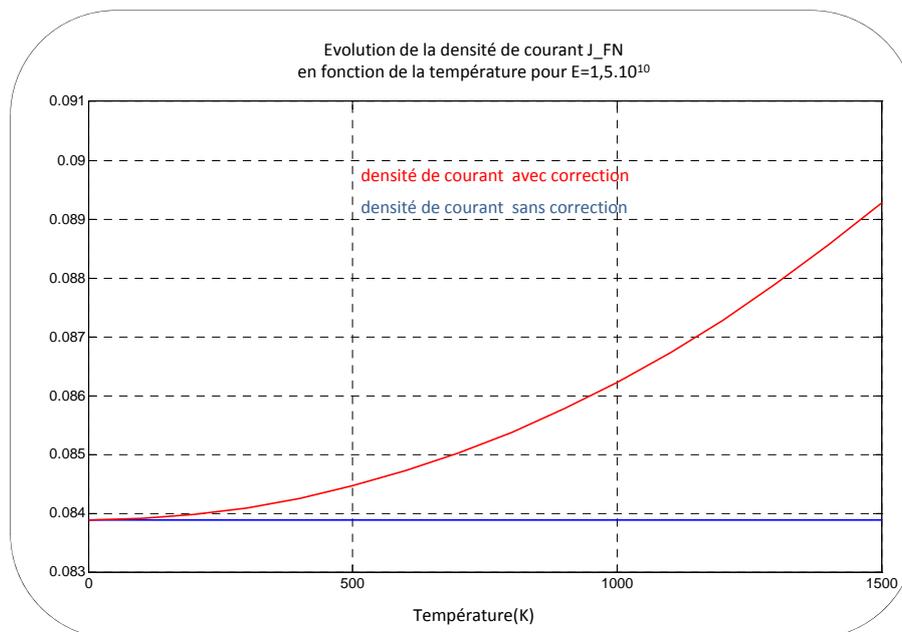
$J_{FN}(E, 0)$  la densité de courant à  $0^\circ K$

$$\text{equ.43} \quad \omega_{FN} = \frac{k_B T}{k_B T_0} \quad \text{et} \quad k_B T_0 = \frac{2E_0}{3B_{FN} t(y_{FN}) \phi^{\frac{1}{2}}}$$

$k_B$  Constante de Boltzmann

$T$  Température

$B_{FN}$  constante de Fowler-Nordheim définit dans (equ.37)



**figure 13.** Évolution de la densité de courant en fonction de la température pour  $E_0 = 1,5 \cdot 10^{10} V/m$

Pour un champ élevé de  $E_0 = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ V/m}$ , nous avons représenté sur la figure 13, la densité de courant due à l'émission de champ en tenant compte ou non de la température. On constate ainsi que pour des forts champs électriques, l'augmentation de la densité de courant  $J_{FN}$  liée à la température est faible.

La théorie de Fowler-Nordheim vue précédemment est basée sur des surfaces émettrices parfaites. La présence de micro ou nano-pointes facilite l'émission par le phénomène d'amplification du champ par effet de pointe. C'est pourquoi ces nano-pointes sont souvent appelées sites émetteurs. Ce phénomène d'amplification est très significatif puisque la théorie prévoit des seuils de l'ordre de  $10^9 \text{ V/m}$  alors que l'émission est observée sur des pointes pour des champs plusieurs centaines de fois inférieurs. Tous se passe comme si, au niveau de ces émetteurs, le champ appliqué  $E_0$  se trouvait affecté d'un coefficient de renforcement  $\beta_{FN}$  ( $\beta_{FN} > 1$ ) tel que le champ local  $E_{local} = \beta_{FN} \cdot E_0$ . On parle alors de l'émission renforcée. L'équation donnant la densité de courant  $J_{FN}$  doit être modifiée pour décrire l'émission. En substituant le champ  $E_0$  dans cette dernière par le champ  $E_{local}$ , on obtient :

$$equ.44 \quad J_{FN} = A_{FN} \cdot \frac{\beta_{FN}^2 E_0^2}{\phi \cdot t^2(y_{FN})} \exp\left(\frac{-B_{FN} \cdot \phi^{3/2}}{\beta_{FN} \cdot E_0} V(y_{FN})\right)$$

D'après les références suivantes [26]-[27],  $50 \leq \beta_{FN} \leq 1000$ , nous avons calculé  $J_{FN}$  en  $\text{A/cm}^2$  pour quelques valeurs du champ et de  $\beta_{FN}$

Champ E (V/m)	$\beta_{FN} = 50$	$\beta_{FN} = 500$	$\beta_{FN} = 1000$
1,00E+06	$J_{FN} \approx 0$	$J_{FN} \approx 0$	$J_{FN} \approx 0$
5,00E+06	$J_{FN} \approx 0$	$J_{FN} \approx 0$	$J_{FN} = 1,25 \cdot 10^{-15}$
1,00E+07	$J_{FN} \approx 0$	$J_{FN} = 1,25 \cdot 10^{-15}$	$J_{FN} = 127$
5,00E+07	$J_{FN} \approx 0$	$J_{FN} = 5,5 \cdot 10^{12}$	$J_{FN} = 4,2 \cdot 10^{16}$

D'après ce tableau, pour des valeurs de champs  $E_0 \leq 5 \cdot 10^6 \text{ (V/m)}$  et quelque soit la valeur de  $\beta_{FN}$ , l'émission de champ est négligeable, et il faut un champ colossal pour que son effet soit significatif. Cependant la présence d'impuretés, d'imperfections sur la surface de la vis peuvent conduire à une amplification suffisante du champ de façon locale pour que des électrons soient émis par ce processus et injectés dans la phase gazeuse.

Dans ce premier paragraphe, nous avons fait l'étude de différentes sources potentielles d'électrons primaires à la surface de notre vis : l'émission thermoélectronique semble être, dans notre cas, la principale source, cependant s'il existe une vaporisation du métal, on aura création d'électrons primaires suivant la règle d'équilibre de Saha.

#### III.4.4. Electrons thermiques de la vapeur chaude

D'après la loi de Saha [1], à l'équilibre thermodynamique, la densité électronique est déterminée par la température et la densité de la vapeur métallique.

$$\text{equ.45} \quad \frac{n_e \cdot n_i}{n_0} = 2 \frac{g_i}{g_0} \left( \frac{2\pi \cdot m_e \cdot k_B T_g}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left( \frac{-\theta}{k_B T_g} \right)$$

$h$	Constante de Planck
$k_B$	Constante de Boltzmann
$g_i$	Poids de statistique de l'ion
$g_0$	Poids de statistique des neutres
$\theta$	Énergie d'ionisation [eV]
$T_g$	Température du gaz
$m_e$	Masse de l'électron

#### III.5. Formation de plasma : Effet d'avalanche

Comme indiqué ci-dessus, les électrons initiaux sont, d'une part ceux qui sont émis de la surface par l'effet thermoélectronique et d'autre part les électrons thermiques de la vapeur chaude.

Les électrons peuvent gagner de l'énergie par l'effet Bremsstrahlung Inverse (BI sera détaillé dans le paragraphe IV.1) lors des collisions avec des neutres ou avec des ions. Les collisions électrons-ions sont beaucoup plus efficaces puisque l'interaction est due à la force coulombienne qui agit sur une distance nettement plus importante que la force entre électrons et neutre.

Il est possible de distinguer en deux étapes l'avalanche d'ionisation. La première est caractérisée par l'effet de BI électrons-neutre et la deuxième étape est caractérisée par l'effet de BI électron-ion, parce que la concentration d'ions est faible au départ. Le degré d'ionisation augmente et dès que la densité électronique dépasse environ  $10^{14} \text{ cm}^{-3}$ , l'effet de BI électron-ion devient prépondérant.

### III.6. Formation de plasma : seuil d'initiation

La formation du plasma est un phénomène qui apparaît seulement si l'intensité dépasse un certain seuil appelée seuil d'initiation ou seuil de claquage. Ce seuil est défini comme étant l'intensité nécessaire du champ électrique pour établir un plasma d'un certain degré d'ionisation.

Dans la référence [3] un calcul détaillé du seuil de claquage avec une estimation simplifiée basée sur un modèle analytique est présenté. Ce modèle consiste à calculer les fréquences caractérisant les différents termes de gain et de perte d'énergie et d'estimer le seuil à partir de la balance entre perte et gains.

La condition d'avalanche s'écrit [3]:

$$\text{equ.46} \quad \Gamma^+ > \Gamma^-$$

$\Gamma^+$  fréquence caractérisant les termes de gain d'énergie

$\Gamma^-$  fréquence caractérisant les termes de perte d'énergie

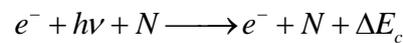
Les électrons primaires sont présents dans la cavité, nous allons maintenant regarder les différents processus d'ionisation et de pertes électroniques pouvant intervenir lorsqu'un champ électrique est appliqué :

## IV. Les processus d'ionisation et de pertes électroniques

### IV.1. Les processus d'ionisation

Selon la théorie de Maxwell, une particule chargée qui est freinée au cours d'une collision, peut émettre un rayonnement. Ce phénomène est appelé l'effet Bremsstrahlung [28] (Bremsstrahlung : mot allemand signifiant rayonnement de freinage)

A l'inverse une particule chargée peut absorber un rayonnement lors d'une collision, on parle alors de l'effet Bremsstrahlung Inverse (B.I). On peut schématiser ce mécanisme de la façon suivante :



$\Delta E_c$  Énergie cinétique de l'électron

$h\nu$  Un photon

$N$  Partenaire de collision (neutre ou ion)

Ainsi l'interaction électrons-champ électromagnétique est décrite par l'équation de mouvement d'un électron dans un champ électrique [3]:

$$\text{equ.47} \quad m_e \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + m_e \cdot \gamma_{e-h} \cdot \frac{dx}{dt} = -eE_0 \exp(-j\omega t)$$

$m_e$  masse d'un électron

$x$  position de l'électron

$-e$  charge de l'électron

$\omega$  pulsation de l'onde

$\gamma_{e-h}$  fréquence de collision : électrons/particules lourdes

$E_0$  l'amplitude du champ électrique

La solution de l'équation de mouvement est :

$$\text{equ.48} \quad x = \frac{eE_0}{m_e} \frac{\exp(j\omega t)}{\omega^2 - j\omega\gamma_{e-h}}$$

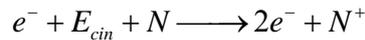
Le taux d'énergie gagnée par les électrons par B.I est [3]:

$$\text{equ.49} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau qE_0 \cdot \text{Re} \left( \frac{dx}{dt} \right) dt = \frac{q^2 E_0^2}{2.m_e} \frac{\gamma_{e-h}}{\omega^2 + \gamma_{e-h}^2}$$

$q$  charge de la particule dans notre cas c'est l'électron ( $q = -e$ )

Cette dernière équation montre l'efficacité de l'effet de B.I qui dépend de la longueur d'onde de l'irradiation et de la masse de la particule (dans ce cas c'est l'électron). Dans le cas général, la masse de la particule est notée  $M$ , donc grâce au facteur  $\frac{1}{M}$ , ce sont surtout les particules légères (donc les électrons) qui sont atteintes par le B.I.

Ainsi, l'avalanche d'ionisation est dominée par les électrons et se fait de la manière suivante : un électron est accéléré par l'effet de B.I jusqu'à ce que son énergie cinétique soit supérieure au potentiel d'ionisation des particules neutres. L'électron effectue une collision ionisante en produisant une paire électron-ion



$N$  Partenaire de collision (neutre ou ion)

$N^+$  Ion positif

Deux électrons lents remplacent l'électron rapide incident. Les deux électrons sont accélérés à leurs tours et la même procédure se répète. La densité électronique croit alors exponentiellement.

Comme indiqué ci-dessus, les électrons initiaux sont d'une part ceux qui sont émis de la surface par l'effet thermoélectronique et, d'autre part les électrons thermiques de la vapeur chaude.

Les électrons peuvent gagner de l'énergie par l'effet B.I lors des collisions avec les neutres ou avec les ions.

Les collisions électrons-ions sont beaucoup plus efficaces puisque l'interaction est due à la force coulombienne (dont le potentiel est en  $\frac{1}{r}$ ) qui agit sur une distance nettement plus importante que la force entre électrons et neutres (dont le potentiel est en  $\frac{1}{r^4}$ ).

- B.I électrons-neutre [29]: le coefficient d'absorption due à B.I électrons-neutre est donnée par :

$$\text{equ.50} \quad k_{e-n} = \frac{e^2 \gamma_{e-n} n_e \lambda^2}{\pi m_e c^3}$$

- B.I électrons-ion [29]: le coefficient d'absorption due à B.I électrons-ion est donnée par :

$$\text{equ.51} \quad k_{e-i} = \frac{4e^6 \lambda^3}{3h.c^4 m_e} \left( \frac{2\pi}{3m_e k_B T_e} \right)^{1/2} n_e n_i Z^2 G \left( 1 - e^{-\frac{hc}{\lambda k_B T}} \right)$$

$G$  facteur de Gaunt

$\lambda$  la longueur d'onde

$\gamma_{e-n}$  fréquence de collision électron-neutre

$c$  célérité de la lumière

$m_e$  masse de l'électron

$n_e$  densité électronique

$n_i$  densité des ion avec  $n_i \approx n_e$

$k_B$  constante de Boltzmann

$h$  constante de Planck

$Z$  degré d'ionisation

Soit  $k_L$  le coefficient de Bremsstrahlung Inverse (B.I) totale

$$\text{equ.52} \quad k_L = k_{e-n} + k_{e-i}$$

La fréquence d'ionisation est donnée par [29] :

$$\text{equ.53} \quad \nu_i [s^{-1}] = \alpha \cdot n_0$$

$n_0$  la densité des neutres [ $\text{cm}^{-3}$ ]

$\alpha$  le coefficient d'ionisation

Si le gaz est en équilibre thermodynamique, l'ionisation par collisions est contrebalancée par des processus de recombinaison entre électrons et ions et il en résulte que l'ionisation est déterminée par la pression et la température ; on dit alors que le gaz est en état d'équilibre d'ionisation thermique. Les propriétés de cet équilibre sont décrites dans le cas simple d'un gaz monoatomique par une formule établie en 1920 par l'astrophysicien M N Saha [1],[29].

## IV.2. Les processus de pertes électroniques

### IV.2.1. Processus de recombinaison

Dans un plasma dense, le processus de recombinaison d'un électron avec un ion se produit principalement au travers d'une collision à trois corps avec l'intervention d'un électron comme troisième corps. Un atome neutre peut aussi servir de troisième corps, mais ce processus n'est important que pour de très faibles degrés d'ionisation ( $\alpha_i \approx 10^{-10}$ ), avec l'expression du degré d'ionisation est la suivante :

$$\text{equ.54} \quad 10^{-10} \leq \alpha_i = \frac{n_e}{n_e + n_0} \leq 1$$

$n_e$  la densité électronique

$n_0$  la densité des neutres

Ainsi, pour qu'un ion capture un électron, il faut que l'électron interagisse avec un autre électron qui peut recevoir l'énergie potentielle qui est libérée lors de la capture.

La fréquence de recombinaison est donnée par [29]:

$$\text{equ.55} \quad \nu_r \left[ s^{-1} \right] = \beta \cdot n_i \cdot n_e$$

- $n_e$  densité électronique
- $n_i$  densité des ions avec  $n_i \approx n_e$
- $\beta$  coefficient de recombinaison

#### IV.2.2. Processus d'attachement

L'attachement d'un électron sur un atome ou molécule neutre conduit à la formation d'un ion négative et se traduit par une diminution du nombre d'électrons libres dans le gaz ionisé. C'est en particulier une réaction majeure dans des gaz électronégatifs. On observe trois types principaux de mécanismes d'attachement :

- L'attachement radiatif  $A + e^- \rightarrow A^- + h\nu$
- L'attachement dissociatif  $AB + e^- \rightarrow A^- + B^*$
- L'attachement à trois corps  $A + B + e^- \rightarrow A^- + B$

L'air possède un comportement de gaz électronégatif et les deux principaux mécanismes d'attachement rencontrés sont :

- L'attachement dissociatif  $O_2 + e^- \rightarrow (O_2^-)^* \rightarrow O^- + O$
- L'attachement à trois corps  $O_2 + O_2 + e^- \rightarrow (O_2^-)^* + O_2$

La fréquence d'attachement est donnée par [11],[30]

$$\text{equ.56} \quad \nu_{att} = h_a \cdot \gamma_{e-n}$$

- $h_a$  facteur de proportionnalité
- $\gamma_{e-n}$  fréquence de collision électron-neutre

#### IV.2.3. Processus de diffusion

Les électrons qui diffusent dans le milieu peuvent dans certaines conditions diffuser rapidement et sortir du volume, ils ne sont alors plus soumis au rayonnement EM et se refroidissent rapidement. Ainsi ils n'interviennent plus dans la cascade d'ionisation. Vue

l'importance de la constante temporelle de diffusion ambipolaire ( $D_a$ ) par rapport à la constante temporelle de diffusion libre ( $D$ ), nous ne considérons que le terme de diffusion ambipolaire [1]:

$$\text{equ.57} \quad D_a = \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) D_i$$

$D_i$  coefficient de diffusion des ions

$T_i$  température des ions

$T_e$  température électronique

#### IV.2.4. Les pertes par collisions élastiques et inélastiques

Pendant le processus de création des électrons, ces derniers vont perdre de l'énergie du fait des collisions élastiques et inélastiques avec les atomes du gaz. Dans une collision élastique, l'électron rebondit sur l'atome et il y a un échange d'énergie cinétique mais l'énergie interne de l'atome reste inchangée.

L'énergie moyenne perdue lors de ces collisions est [11],[30]:

$$\text{equ.58} \quad P_{ce} = \frac{2m_e}{M_h} \Delta\varepsilon \cdot \gamma_{e-h}$$

$m_e$  masse de l'électron

$M_h$  masse de la particule lourde

$\gamma_{e-h}$  fréquence de collision électron-particule lourde

$\Delta\varepsilon$  l'énergie échangé entre l'électron et la particule lourde

$$\text{equ.59} \quad \Delta\varepsilon = \frac{3}{2} n_e k_B (T_e - T_h)$$

Lors des collisions inélastiques il y a un changement de l'énergie interne de l'atome aux dépens de l'énergie cinétique de l'électron. Ce changement peut correspondre à une excitation de l'atome vers un de ses états caractéristiques. Le calcul exact d'un tel terme de pertes est difficile du fait du nombre important de niveaux excités des atomes ou molécules.

Dans ce manuscrit nous ne tenons compte que des pertes par collisions élastiques.

### IV.3. Seuil d'initiation du plasma

#### IV.3.1. Bilan de population des électrons

Les électrons primaires créés par l'émission thermoélectronique vont accroître leur énergie via le processus de Bremsstrahlung Inverse et pouvoir à leur tour ioniser un atome. La création des électrons secondaires est décrite par l'équation suivante :

$$\text{equ.60} \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} - D_a \nabla^2 n_e = Q_e$$

$D_a$  coefficient de diffusion ambipolaire

$Q_e$  représentant le terme source net d'électrons par processus élémentaires ionisation attachement et recombinaison.

$$\text{equ.61} \quad Q_e = Q_{\text{ionisation}} - Q_{\text{recombinaison}} - Q_{\text{attachement}}$$

$Q_{\text{ionisation}}$  : Gain d'électrons par ionisation (collision électrons atomes d'Or ou d'Air).

$Q_{\text{recombinaison}}$  : Perte d'électrons par recombinaison

$Q_{\text{attachement}}$  : Perte d'électrons par attachement

Dans ce qui suit nous allons définir ce terme source  $Q_e$ , pour cela il faut définir les différents coefficients.

### a. Coefficient d'ionisation

La fréquence d'ionisation est définie dans (equ.53) par  $\nu_i = \alpha.n_0$  avec  $\alpha$  coefficient d'ionisation. Celui-ci peut être calculé comme suit [29]:

$$\text{equ.62} \quad \alpha = C_1 (k_B T_e)^{1/2} \exp\left(\frac{-\theta}{k_B T_e}\right)$$

$\theta(eV)$  Energie d'ionisation

$T_e$  Température électronique

$k_B$  Constante de Boltzmann

$C_1$  Constante expérimentale

$$\text{Soit pour l'air} \quad \alpha_{air} = C_1 (k_B T_e)^{1/2} \exp\left(\frac{-\theta_{air}}{k_B T_e}\right)$$

$$\text{et pour l'Or} \quad \alpha_{Au} = C_1 (k_B T_e)^{1/2} \exp\left(\frac{-\theta_{Au}}{k_B T_e}\right)$$

L'étude par rapport à l'utilisation de ces deux coefficients est très complexe ; nous allons ainsi utiliser le coefficient d'ionisation défini par (equ.62) et définir un coefficient d'ionisation globale avec une énergie d'ionisation globale :

$$\text{equ.63} \quad \theta_g (eV) = \frac{n_{air} \theta_{air} + n_{Au} \theta_{Au}}{n_{air} + n_{Au}}$$

$\theta_{air} (eV)$  énergie d'ionisation d'une molécule d'air

$\theta_{Au} (eV)$  énergie d'ionisation d'un atome d'Or

$n_{air}$  densité des molécules d'air

$n_{Au}$  densité des atomes d'Or

### b. Coefficient de recombinaison

D'après (equ.55) la fréquence de recombinaison est définie par  $\nu_r = \beta.n_i.n_e$ , avec  $\beta$  coefficient de recombinaison. Ce coefficient  $\beta$  se déduit du bilan détaillé à l'équilibre thermodynamique [29].

$$\text{equ.64} \quad \beta = \frac{n_0}{n_e.n_i} \alpha$$

$n_0$	densité des neutres
$n_e$	densité électrique
$n_i$	densité ionique
$\alpha$	coefficient d'ionisation (equ.62)

d'après la loi de Saha [1],[29]

$$\text{equ.65} \quad \frac{n_e.n_i}{n_0} = 2 \frac{g_i}{g_0} \left( \frac{2\pi.m_e.k_B T_e}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left( \frac{-\theta_g}{k_B T_e} \right)$$

$h$	Constante de Planck
$g_i, g_0$	poils statistiques de l'ion et des neutres
$\theta_g (eV)$	Énergie d'ionisation globale (equ.63)
$T_e, m_e$	Température et masse de l'électron.

En remplaçant (equ.62) et (equ.65) dans (equ.64) on obtient :

$$\text{equ.66} \quad \beta = C_1 \left( 2 \frac{g_i}{g_0} \left( \frac{2\pi.m_e}{h^2} \right)^{3/2} .k_B T_e \right)^{-1}$$

$C_1$	Constante expérimentale,
$g_i, g_0$	Poils statistiques de l'ion et des neutres

$T_e, m_e$  Température et masse de l'électron

$h$  Constante de Planck

### c. Coefficient d'attachement

D'après (equ.56) la fréquence d'attachement est donnée par  $\nu_{att} = h_a \cdot \gamma_{e-n}$  avec  $h_a$  facteur de proportionnalité et  $\gamma_{e-n}$  fréquence de collision électron-neutre qui a pour expression :

$$\text{equ.67} \quad \gamma_{e-n} = n_0 \cdot \sigma_0 \cdot V_e$$

$n_0$  la densité des neutres [ $\text{cm}^{-3}$ ]

$\sigma_0$  section efficace de collision électrons-neutre

$V_e$  vitesse électronique

Une valeur du coefficient d'attachement est donné par [11],[30] pour l'air  $h_a = 1,5 \cdot 10^{-4}$

### d. Equation bilan des électrons

En tenant compte des phénomènes d'ionisation et d'attachement recombinaison, l'équation (equ.61) devient :

$$\text{equ.68} \quad \frac{dn_e}{dt} = Q_e = \alpha(n_{air} + n_{or})n_e - \beta \cdot n_{ion} \cdot n_e^2 - \nu_{att} \cdot n_e$$

d'où l'équation exprimant l'évolution du nombre d'électrons dans le volume :

$$\text{equ.69} \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} - D_a \nabla^2 n_e = \alpha(n_{air} + n_{or})n_e - \beta \cdot n_{ion} \cdot n_e^2 - \nu_{att} \cdot n_e$$

$$n_{ion} = n_{ion\_air} + n_{ion\_or} = n_e$$

$\beta$  Coefficient de recombinaison

$\alpha$  Coefficient d'ionisation

$\nu_{att}$  Fréquence d'attachement

$D_a$  Coefficient de diffusion ambipolaire

Cherchons maintenant à établir l'évolution de la température électronique.

### IV.3.2. Bilan d'énergie des électrons

L'énergie moyenne  $\varepsilon$  des électrons libres, dont la distribution est supposée Maxwellienne, est donnée par la relation suivante [28][29]:

$$\text{equ.70} \quad \varepsilon = \frac{3}{2} n_e \cdot k_B \cdot T_e + n_e \cdot k_B \cdot \theta$$

Dans cette expression, le premier terme représente l'énergie cinétique moyenne par  $cm^3$  et le deuxième l'énergie potentielle par rapport à l'état de référence d'énergie nulle pour lequel l'électron est dans l'état atomique fondamental.

$k_B \cdot \theta$  Energie d'ionisation des atomes considérés

$k_B$  Constante de Boltzmann,

$T_e$  Température électronique

$\theta$  Energie d'ionisation

Or la variation d'énergie est donnée par [28]:

$$\text{equ.71} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{F}$$

Avec  $\vec{F}$  flux d'énergie transporté par les électrons [28] tel que

$$\text{equ.72} \quad \vec{F} = -k_e \vec{\nabla} T_e$$

en utilisant (equ.71) et (equ.72) l'équation bilan peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$\text{equ.73} \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - k_e \nabla^2 T_e = Q$$

$Q$  le terme source dans le volume

$k_e$  la conductivité thermique des électrons [28]

$$\text{equ.74} \quad k_e = \frac{5 n_e k_B^2 T_e}{2 m_e \gamma_{e-h}}$$

$\gamma_{e-h}$  fréquence de collision élastique (transfert d'énergie entre les électrons et les particules lourdes).

On explicite les différents termes de l'équation (equ.73)

- l'expression de  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$  peut être calculée à partir de (equ.70) et en factorisant, on obtient :

$$\text{equ.75} \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{3}{2} n_e k_B \frac{\partial T_e}{\partial t} + \frac{3}{2} k_B \left( T_e + \frac{2}{3} \theta \right) \frac{\partial n_e}{\partial t}$$

-  $Q$  représente le terme source dans le volume. Il résulte des gains dus au chauffage par l'intensité du champ micro-onde moins les pertes par collisions élastiques ((equ.58) et (equ.59)) des électrons avec les espèces lourdes (atomes, molécules et ions) d'où l'expression :

$$\begin{aligned} \text{equ.76} \quad Q &= k_L I_0 - P_{ce} \\ &= k_L I_0 - \frac{3}{2} n_e k_B \sum_{h=\text{air, or, ion}} 2 \frac{m_e}{m_h} (T_e - T_h) \gamma_{e-h} \end{aligned}$$

$m_e$  masse des électrons

$m_h$  masse des lourds

$\gamma_{e-h}$  Fréquence de collision élastique (transfert d'énergie entre les électrons et les particules lourdes)

$I_0$  Intensité du champ

$k_B$  Constante de Boltzmann

$k_L$  Coefficient d'absorption par B I (equ.52)

$T_h$  Température des lourds (atomes d'Or, d'air ou d'ions)

$$\text{avec } T_h = T_g$$

$T_g$  Température du gaz

D'où (equ.76) devient:

$$\begin{aligned} \text{equ.77} \quad Q &= \left( k_L \cdot I_0 - \frac{3}{2} n_e \cdot k_B \cdot \sum_{h=\text{air, or, ion}} 2 \frac{m_e}{m_h} (T_e - T_h) \gamma_{e\_h} \right) \\ &= k_L \cdot I_0 - \frac{3}{2} n_e \cdot k_B \cdot (T_e - T_g) \cdot \left( 2 \frac{m_e}{m_{\text{ion}}} \gamma_{e\_ion} + 2 \frac{m_e}{m_{\text{Au}}} \gamma_{e\_Au} + 2 \frac{m_e}{m_{\text{air}}} \gamma_{e\_air} \right) \end{aligned}$$

Soit  $\gamma_{tr}$  la fréquence de collision effective pour l'échange d'énergie cinétique entre les électrons et les particules lourdes. Elle est égale à la somme des trois contributions :

$$\text{equ.78} \quad \gamma_{tr} = \left( 2 \frac{m_e}{m_{\text{ion}}} \gamma_{e\_ion} + 2 \frac{m_e}{m_{\text{Au}}} \gamma_{e\_Au} + 2 \frac{m_e}{m_{\text{air}}} \gamma_{e\_air} \right)$$

Donc (equ.77) devient:

$$\text{equ.79} \quad Q = k_L \cdot I_0 - \frac{3}{2} n_e \cdot k_B \cdot \gamma_{tr}$$

Cherchons à calculer la fréquence de collision effective  $\gamma_{tr}$

Soit  $m_{\text{ion}} \approx m_0$   $m_0$  masse des neutres

Dans notre cas il s'agit des ions d'Or et ceux de l'air, soit  $\mu$  une masse effective des ions :

$$\text{equ.80} \quad \mu = \frac{m_{\text{ion\_Au}} \cdot m_{\text{ion\_air}}}{m_{\text{ion\_Au}} + m_{\text{ion\_air}}} = \frac{m_{\text{Au}} \cdot m_{\text{air}}}{m_{\text{Au}} + m_{\text{air}}}$$

$m_{\text{Au}}$  masse des atomes d'Or

$m_{\text{air}}$  masse de la molécule d'air

$\gamma_{e\_h}$  Fréquence de collision élastique électron-particule lourde [1]:

$$\text{equ.81} \quad \gamma_{e\_h} = n_h \cdot V_e \cdot \sigma_{e\_h}$$

$V_e$  vitesse des électrons

$n_h$  densité des particules lourds

$\sigma_{e\_h}$  Section efficace de collision électron-particule lourde [31].

$$\sigma_{e\_air} \approx \sigma_{e\_or} \approx \sigma_{e\_ion} \approx \sigma_0 \approx 1.10^{-16} \text{ cm}^2$$

Donc la fréquence de collision effective  $\gamma_{tr}$  (equ.78) devient:

$$\text{equ.82} \quad \gamma_{tr} = 2 \left( \frac{m_e}{\mu} n_{ion} + \frac{m_e}{m_{Au}} n_{Au} + \frac{m_e}{m_{air}} n_{air} \right) V_e \cdot \sigma_0$$

$m_{Au}$  masse des atomes d'Or

$m_{air}$  masse de la molécule d'air

$\mu$  une masse effective

$n_{Au}$  densité des atomes d'Or

$n_{air}$  densité des molécules d'air

$n_{ion}$  densité des ions, avec  $n_{ion} \approx n_e$

en utilisant (equ.79) et (equ.75) dans (equ.73) on obtient :

$$\text{equ.83} \quad \frac{3}{2} n_e k_B \frac{\partial T_e}{\partial t} + \frac{3}{2} k_B \left( T_e + \frac{2}{3} \theta \right) \frac{\partial n_e}{\partial t} - k_e \nabla^2 T_e = k_L I_0 - \frac{3}{2} n_e k_B (T_e - T_g) \gamma_{tr}$$

$\theta = \theta_g$  Energie d'ionisation globale définie par (equ.63)

en remplaçant (equ.74) dans (equ.83) on obtient l'équation à résoudre, exprimant l'évolution de la température électronique :

$$\text{equ.84} \quad \frac{\partial T_e}{\partial t} - \frac{5k_B T_e}{6m_e \gamma_{e-h}} \nabla^2 T_e = \frac{2k_L I_0}{3n_e k_B} - (T_e - T_g) \gamma_{tr} - \frac{1}{n_e} \left( T_e + \frac{2}{3} \theta_g \right) \frac{\partial n_e}{\partial t}$$

$\gamma_{e-h}$  fréquence de collision élastique (transfert d'énergie entre les électrons et les particules lourdes) (equ.81)

$k_L$  coefficient d'absorption par BI

$I_0$  intensité de champ

$\gamma_{tr}$  fréquence de collision effective pour l'échange d'énergie cinétique entre les électrons et les particules lourdes (equ.82).

### IV.3.3. Bilan de population en atome d'Or

L'équation bilan de diffusion des atomes d'Or est de la forme :

$$\text{equ.85} \quad \frac{dn_{Au}}{dt} = \frac{\partial n_{Au}}{\partial t} - D \nabla^2 n_{Au} = Q_{Au}$$

Dans le volume il n'y a pas de création d'Or donc  $Q_{Au} = 0$  d'où l'équation exprimant l'évolution du nombre d'atomes d'Or dans le volume s'écrit :

$$\text{equ.86} \quad \frac{\partial n_{Au}}{\partial t} - D \nabla^2 n_{Au} = 0$$

$D$  Coefficient de diffusion

A ce niveau, l'étude théorique du phénomène de claquage, nous a conduit à établir un système d'équations à dérivées partielles couplées relatives à la densité électronique  $n_e$  (equ.69), la température électronique  $T_e$  (equ.84) et l'équation de diffusion des atomes d'or  $n_{Au}$  (equ.86). Le système que nous avons obtenu dépend de la densité des molécules d'air  $n_{air}$  et de la température de gaz  $T_g$ , donc dans le paragraphe suivant nous allons déterminer ces deux inconnues

#### IV.3.4. Equation de gaz parfait

Pour déterminer la densité des molécules d'air, nous avons utilisé cette équation des gaz parfaits :

$$\text{equ.87} \quad P = nk_B T$$

$$n = n_{ion} + n_e + n_{Au} + n_{air} \quad \text{et} \quad T = T_e \text{ ou } T_g$$

$P$  Pression ambiante

$k_B$  Constante de Boltzmann

Le système que nous avons obtenu, dépend aussi de la température de gaz  $T_g$ . Nous supposons que la température de gaz augmente et que la température de surface de la vis  $T_{surf}$  diffuse dans le volume.

#### IV.3.5. Equation de la chaleur

L'équation de la diffusion de la chaleur s'écrit sous la forme suivante :

$$\text{equ.88} \quad \frac{\partial T_g}{\partial t} - D_T \cdot \nabla^2 T_g = S_g$$

$D_T$  coefficient de diffusion thermique

$T_g$  température du gaz

$S_g$  terme source de la température dans le gaz

Nous cherchons à déterminer ce terme source  $S_g$ , sachant que ce calcul est basé sur le paragraphe (IV.3.2) :

Nous considérons l'échauffement du gaz par l'échange d'énergie entre les électrons et les particules lourdes, et nous considérons la densité d'énergie moyenne des particules lourdes  $\varepsilon_h$  [1] :

$$\text{equ.89} \quad \varepsilon_h = \frac{3}{2} n_h \cdot k_B \cdot T_h$$

$n_h$  densité des particules lourdes

$T_h$  température des particules lourdes (nous considérons que la température des neutres est égal à la température du gaz  $T_h = T_g$ )

En se basant sur (equ.89), nous obtenons :

$$\text{equ.90} \quad \frac{\partial \varepsilon_h}{\partial t} = \frac{3}{2} n_h \cdot k_B \cdot \frac{\partial T_g}{\partial t}$$

La variation totale de l'énergie des particules lourdes est donnée par l'expression suivante :

$$\text{equ.91} \quad \frac{d\varepsilon_h}{dt} = \frac{\partial \varepsilon_h}{\partial t} + \overline{\nabla} \cdot \overline{F}_h$$

$\overline{F}_h$  flux d'énergie transporté par les particules lourdes donnée par :

$$\text{equ.92} \quad \overline{F}_h = -k_h \overline{\nabla} T_g$$

$k_h$  la conductivité thermique des particules lourdes

En utilisant (equ.91) et (equ.92), l'équation bilan peut se mettre sous la forme suivante :

$$\text{equ.93} \quad \frac{d\varepsilon_h}{dt} = \frac{\partial \varepsilon_h}{\partial t} - k_h \nabla^2 T_g = Q_h$$

$k_h$  la conductivité thermique des particules lourdes

$Q_h$  le terme source dans le volume. Il résulte des gains d'énergie dus aux collisions élastiques des électrons avec les espèces lourdes (atomes, molécules et ions) d'après (IV.3.2)

$$\text{equ.94} \quad Q_h = P_{ce} = \frac{3}{2} n_e \cdot k_B (T_e - T_h) \gamma_{tr}$$

$\gamma_{tr}$  fréquence de collision élastique définie dans (IV.3.2)

En utilisant (equ.90) et (equ.94) dans (equ.93)

$$\text{equ.95} \quad \frac{\partial T_g}{\partial t} - \frac{k_h}{\frac{3}{2}n_h \cdot k_B} \nabla^2 T_g = \frac{\frac{3}{2}n_e \cdot k_B (T_e - T_h) \gamma_{tr}}{\frac{3}{2}n_h \cdot k_B}$$

En se basant sur (equ.88), nous déduisons le terme source  $S_g$

$$\text{equ.96} \quad S_g = \frac{n_e}{n_h} (T_e - T_h) \gamma_{tr}$$

$\gamma_{tr}$  fréquence de collision élastique définie dans (IV.3.2)

$T_e$  température électronique

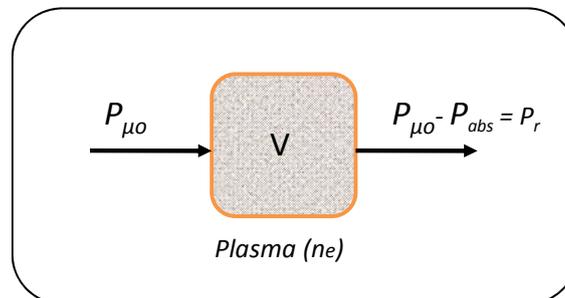
$T_g$  température du gaz

$n_e$  densité électronique

$n_h$  densité des particules Lourdes

#### IV.4. Transfert d'énergie d'une onde à un plasma

Soit un plasma de volume  $V$  supposé homogène de densité électronique  $n_e$ . Soit  $P_{\mu o}$  la puissance de l'onde électromagnétique dans ce volume. Une certaine puissance  $P_{abs}$  est absorbée sur la longueur  $L_p$  du plasma pour son maintien, soit  $P_r = P_{\mu o} - P_{abs}$  :



Nous cherchons à calculer cette puissance  $P_{abs}$  absorbée par le plasma.

Soit  $\vec{J}_e$  la densité de courant électronique due à la présence du champ  $\vec{E}$ , la puissance instantanée fournie aux électrons par l'onde est par unité de volume est donnée par l'équation suivante [32] :

$$\text{equ.97} \quad \frac{P(t)}{V} = \vec{J}_e \cdot \vec{E}$$

Soit en valeur moyenne dans le temps :

$$\text{equ.98} \quad \frac{P_{abs}}{V} = \frac{1}{2} \Re e(\vec{J}_e \cdot \vec{E}^*)$$

$\Re e(\vec{J}_e \cdot \vec{E}^*)$  désigne la partie réelle du produit scalaire  $\vec{J}_e \cdot \vec{E}^*$

$\vec{E}^*$  le complexe conjugué du champ  $\vec{E}$

$\vec{J}_e$  la densité de courant électronique s'exprime en fonction de la conductivité électrique  $\sigma_e$  par [1], [28]

$$\text{equ.99} \quad \vec{J}_e = \sigma_e \cdot \vec{E}$$

$\vec{E}$  le champ électrique

Ainsi la puissance absorbée par unité de volume dépend de la partie réelle de la conductivité :

$$\text{equ.100} \quad \frac{P_{abs}}{V} = \frac{1}{2} \Re e(\sigma_e) E_0^2$$

$E_0$  amplitude du champ électrique

Sans champ magnétique extérieur appliqué, la permittivité relative du plasma  $\varepsilon_p$  est un scalaire donné en fonction de la conductivité électrique du milieu  $\sigma_e$  par [32] :

$$\text{equ.101} \quad \varepsilon_p = 1 + \frac{\sigma_e}{j\omega\varepsilon_0}$$

$\varepsilon_0$  la permittivité du vide

$\omega$  la fréquence angulaire de l'onde

Classiquement, il est reconnu que la conductivité électrique  $\sigma_e$  du plasma s'écrit en fonction de la densité électronique  $n_e$  comme [32] :

$$\text{equ.102} \quad \sigma_e = \frac{n_e e^2}{m_e} \frac{1}{\gamma_{e-n} + j\omega}$$

$e$  charge élémentaire

$m_e$  masse d'un électron

$n_e$  densité électronique

$\omega$  la fréquence angulaire de l'onde

$\gamma_{e-n}$  fréquence effective de collision électron-neutre pour le transfert de la quantité de mouvement

Soit la fréquence plasma électronique  $\omega_p$  donnée par [1]

$$\text{equ.103} \quad \omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$$

Alors on peut encore écrire :

$$\text{equ.104} \quad \sigma_e = \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\gamma_{e-n} + j\omega}$$

$$\text{equ.105} \quad \epsilon_p = 1 - \frac{\left(\frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}{1 - j\left(\frac{\gamma_{e-n}}{\omega}\right)}$$

$\epsilon_p$  permittivité relative du plasma

$\sigma_e$  conductivité électrique du milieu

$\epsilon_0$  permittivité du vide

$\omega$  la fréquence angulaire de l'onde

$\gamma_{e-n}$  fréquence effective de collision électron-neutre pour le transfert de la quantité de mouvement

On obtient finalement pour la puissance absorbée :

$$\text{equ.106} \quad \frac{P_{abs}}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \frac{\gamma_{e-n} \omega_p^2}{\gamma_{e-n}^2 + \omega^2} E_0^2$$

Ou encore :

$$\text{equ.107} \quad \frac{P_{abs}}{V} = \frac{1}{2} \frac{n_e \cdot e^2}{m_e} \frac{\gamma_{e-n}}{\gamma_{e-n}^2 + \omega^2} E_0^2$$

## V. Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude du processus de claquage. Le phénomène de claquage apparaît lorsqu'une onde de haute fréquence fournit suffisamment d'énergie aux électrons libres présents dans le milieu pour qu'ils ionisent ensuite par collisions des atomes neutres. Ainsi le claquage nécessite la présence d'électrons primaires dans le milieu environnant.

Ces électrons primaires sont susceptibles d'être engendrés par plusieurs processus physiques et dans le cas de notre étude on ne tient compte que de la création de type « cathode chaude » : les pertes micro-ondes dues à la vis de réglage peuvent conduire à un échauffement de celle-ci, et ainsi à une émission électronique, c'est : « *l'émission thermoélectronique* ».

Ces électrons « initiaux » étant présents, une création en avalanche d'électrons, soit dans le gaz, soit dans une vapeur métallique (si le chauffage de la vis est suffisant), va conduire au processus de claquage.

Nous proposons dans ce chapitre une approche multiphysique du phénomène de claquage, couplant les lois de l'électromagnétisme, de la thermique et de la physique des plasmas. Les phénomènes implicites sont théoriquement décrits en considérant l'influence de l'injection des électrons et des atomes d'Or dans le milieu gazeux due au champ électromagnétique qui provoque l'échauffement de la vis.

Cette étude théorique du phénomène de claquage, nous a conduit à établir un système d'équations à dérivées partielles couplé relatives à :

- la densité électronique  $n_e$  (equ.69),
- la température électronique  $T_e$  (equ.84),
- la diffusion des atomes d'or  $n_{Au}$  (equ.86),
- la densité des molécules d'air  $n_{air}$  (equ.87) et
- la température de gaz  $T_g$  (equ.88),

Donc l'objectif maintenant est de résoudre ces équations et de créer un moyen de prévision pour résoudre ce problème de claquage, en développant un code numérique.

---

---

## Bibliographie-Chapitre2

---

---

[1] **J. L. Delcroix, A. Bers**

«*Physique des Plasmas*», Tome I, Inter Edition CNRS Editions, Février 1994.

[2] **Plasma Physics – History**

<http://www-istp.gsfc.nasa.gov/Education/whplasma.html>

[3] **H. Jörg**

“Caractérisation du plasma créée lors de l’interaction laser cible métallique. Rôle du plasma dans le transfert d’énergie entre le faisceau laser et le métal”, thèse, Université d’Orléans, 1991

[4] **L. young**

“Advanced in microwaves”, Academic press inc (London), 1966

[5] **M. Golio**

“the RF and Microwave handbook”, CRC press, Boca Rotan London New York Washinton, D.C,2001

[6] **H. S. Carslaw and J. C. Jaeger**

“Conduction of Heat in solids”, second edition, Oxford science publications, 1959

[7] **K. Prasad, C. Li, K. Kailasanath, C. Ndubizu, R. Ananth and P. A. Tatem**

“Numerical modelling of methanol liquid pool fires”, *Combust. Theory Modelling* 3, p 743, 1999.

[8] **A. Starchan, T. Cagin, and W. A. Goddard**

«Reply to Comment on ‘Phase diagram of MgO from density-functional theory and molecular dynamics simulations» , *PHYSICAL REVIEW B*, Vol 63, 5 February 2001.

[9] **A. Vertes, R. W. Dreyfus and D. E. Platt**

IBM, J. Res. Develop. 38 (1), 1994, pp 3-10

[10] **C. Vivien**

“Etude des plasmas produits par laser pour l’élaboration de couches minces par ablation laser reactive”, université d’Orléans, thèse 1998

[11] **S. Mendonça**

“Influence d’un plasma laser sur le claquage d’un intervalle d’air en champ uniforme et aux pressions intermédiaires”, thèse, Université de Pau et de Pays de l’Adour, 2000

[12] **R. W. Wood**

A new form of cathode discharge and the production of X-rays, together with some notes on diffraction, *Phy Rev (series)* 5, 1897, 1-10

**[13] R. H. Fowler, L. Nordheim**

Proc. Roy. Society, London A119, 173, 1928

**[14] A. Sommerfeld, H. Bethe**

Elektronentheorie der Metalle, Springer-Verlag, 1967.

**[15] R. Gomer**

Field Emission and Field Ionization, AIP, NY, 1993

**[16] S. Coulombe and J-L. Meunier**

« Thermo-field emission: a comparative study », J. Phys. D: Appl. Phys. **30** (1997) 776–780. Printed in the UK

**[17] P. Robert**

"Traite & Electticité", Volume 2, Maknaux de l'electrotechnique, Ecole polytechnique fedkale de Lausanne, Editions Georgy, Annke 1979.

**[18] Physique du solide,**

« l'émission thermoélectronique »

<http://www.engineers.auckland.ac.nz/~tsce001/files/thermoelectronique.pdf>

**[19] E. W. Muller**

Z. Phys. Rev 106, pp541-550 , 1937

**[20] R. Latham**

High Voltage Vacuum Insulation, Academic Press 1995

**[21] L. W. Nordheim**

Proc. Roy. Soc.(London) 121 (1928) 626.

**[22] L. Nordheim**

Die Theorie der Electronenemission der Metalle, "Physikalische Zeis-chrift", 1929, Bd. 30, N 7, S. 117-196.

**[23] A. Sommerfeld, H. Bethe**

Elektronentheorie der Metalle, Springer-Verlag, 1967.

**[24] R. Gomer**

Field Emission and Field Ionization, AIP, NY, 1993.

**[25] R. J. Noer**

App Phys A28, 1, 1982

**[26] T. J. Lewis**

High field electron emission from irregular cathode surfaces, J. Appl. Phys. **26** (1955) 1405.

**[27] H. A. Schwettman J. P. Turneare and R. F. Waites**

Evidence for surface-state-enhanced field emission in rf superconducting cavities, *L. Appl. Phys.* 45 (1974) 914.

**[28] J. L. Delcroix, A. Bers**

«*Physique des Plasmas*», Tome II, Inter Edition CNRS Editions, Mars 1994.

**[29] R. J. Harrach**

«Theory for laser-induced breakdown over a vaporizing target surface », *Lawrence Livermore laboratory* , University of California, report UCRL-52389, December 1977.

**[30] S. Soubacq**

«Étude de la détente dynamique d'un plasma laser. Influence du champ effectif laser», Université de Pau et des Pays de l'Adour, thèse 2003

**[31] J. M. Rax**

«*Physique des Plasmas*», cours et applications, Dunod, Paris, 2005.

**[32] D. Quemada**

«Ondes dans les plasmas, physique spatial », Hermann, Paris 1968



# Chapitre 3

## Méthodes d'investigation et de prédiction

---

[Dans ce chapitre nous présentons les différentes méthodes permettant la prédiction et la résolution des problèmes physiques. Nous détaillerons en particulier la méthode numérique]



---



---

## Table des matières

---



---

I. Introduction .....	163
I.1. L'expérience .....	163
a. Principe .....	163
b. Avantage .....	163
c. Inconvénient.....	163
I.2. Le calcul théorique .....	164
a. Principe .....	164
b. Avantages.....	164
c. Inconvénients .....	164
I.3. Le calcul numérique (modélisation et simulation) .....	165
a. Principe .....	165
b. Avantages.....	166
c. Inconvénients .....	166
II. La méthode numérique.....	167
II.1. La discrétisation .....	168
II.1.1. Méthode des éléments finis [1]-[5] .....	168
a. Principe mathématique.....	168
b. Etapes de la mise en œuvre.....	169
II.1.2. Méthodes spectrales [6].....	169
II.1.3. Méthode des différences finies [8]-[10].....	170
II.1.4. Méthode des volumes finis [11].....	172
II.1.4.1. Discrétisation en 1D par MVC.....	173
a. Schéma explicite .....	177
b. Schéma totalement implicite.....	178
c. Schéma Crank-Nicolson .....	178

II.1.4.2. Discrétisation en 2D par MVC.....	179
II.1.4.3. Discrétisation en 3D par MVC.....	182
II.2. Résolution des équations algébriques .....	184
III. Conclusion .....	184
Bibliographie-chapitre3.....	185

---

# Méthodes d'investigation et de prédiction

---

## I. Introduction

Dans la nature, les systèmes et les phénomènes physiques les plus intéressants sont souvent complexes à étudier. Ils sont souvent régis par un grand nombre de paramètres linéaires et non-linéaires interagissant entre eux.

La prédiction et la résolution des problèmes physiques peuvent être obtenues par trois méthodes : l'expérience, le calcul théorique et le calcul numérique.

### I.1. L'expérience

#### a. Principe

Par l'expérience, on tente d'isoler ou de reproduire toute ou une partie d'un phénomène physique à partir de modèles à l'échelle normale ou réduite.

#### b. Avantage

L'expérience fournit l'information la plus sûre sur un phénomène physique (comparée aux modélisations théoriques).

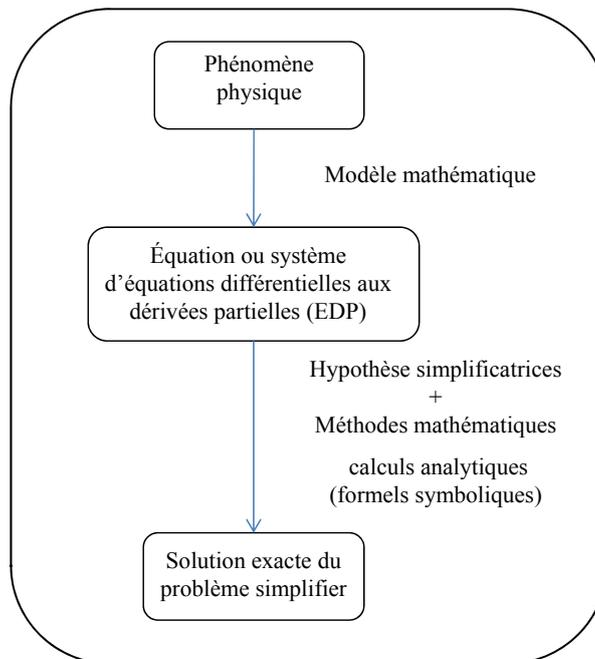
#### c. Inconvénient

Les modèles à l'échelle normale sont souvent très coûteux (essais en vol, essai avec matériaux rares, instrumentations très chères...) et ils peuvent être très dangereux (essais nucléaires, environnement spatial...). Les modèles à l'échelle réduite sont moins coûteux mais l'extrapolation des résultats à l'échelle normale est parfois difficile. Les sondes de mesure intrusives génèrent des perturbations et donc représentent des sources d'erreurs.

## I.2. Le calcul théorique

### a. Principe

Le principe du calcul théorique est illustré sur la figure 1



**figure 1.** Le principe du calcul théorique

### b. Avantages

On peut dire que le calcul théorique :

- ne nécessite pas, en général, de gros moyens de calcul
- n'est pas coûteux
- fournit des solutions exactes
- fournit des résultats à très grande vitesse

### c. Inconvénients

- le domaine d'application est extrêmement limité par rapport à la réalité physique (domaine simplifié)
- conditions idéalisées

- géométries simples
- phénomènes linéaires ou faiblement non linéaires
- peut être appliqué rarement pour les problèmes 3D

### **I.3. Le calcul numérique (modélisation et simulation)**

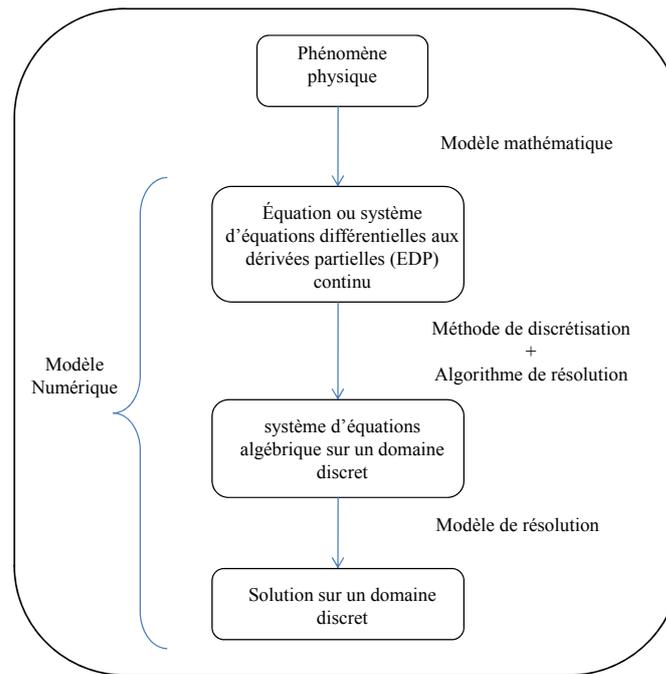
Le modèle mathématique utilise souvent des systèmes d'équations différentielles aux dérivées partielles (EDP) dont on ne connaît pas de solution analytique en général. Il faut alors résoudre le problème numérique en transformant les équations continues de la physique en un problème discret sur un certain domaine de calcul (maillage). Dans certains cas il s'agit de la seule alternative (nucléaire, astrophysique, spatial...). Dans d'autres cas, les simulations numériques sont menées en parallèles avec des expérimentations.

#### **a. Principe**

Les différentes étapes pour modéliser un système complexe sont les suivantes :

- Recherche d'un modèle mathématique représentant la physique : Mise en équation
- Élaboration d'un maillage : Discrétisation des équations de la physique
- Résolution des équations discrètes (systèmes linéaires et/ou non linéaires à résoudre)
- Transcription informatique et programmation des relations discrètes
- Simulation numérique et exploitation des résultats

Le principe du calcul numérique est illustré sur la figure 2.



**figure 2.** Le principe du calcul numérique

### b. Avantages

Le calcul numérique :

- permet le calcul d'une solution numérique pour presque tous les problèmes physiques ayant un modèle mathématique
- à un coût très faible, avec une tendance à la baisse
- présente de la rapidité (permet de modifier la géométrie, les conditions aux limites, etc)
- présente une information complète sur tous les champs, tous les points et à tout instant
- a la possibilité de simuler des conditions réelles exceptionnelles
- a la possibilité de simuler des conditions idéales

### c. Inconvénients

- tout dépend du modèle mathématique initial
- difficulté pour sélectionner la "bonne" solution en cas de solutions multiples au problème mathématique

- parfois, plus coûteux que l'expérience

Dans notre cas, le phénomène physique que nous cherchons à étudier est très compliqué et l'étude théorique nous ramène à un système d'équations à dérivées partielles couplés très difficile à résoudre théoriquement. Nous ne disposons pas à XLIM des moyens expérimentaux suffisants pour effectuer des tests en grandeur réelle. Nous avons donc eu recours à la modélisation numérique.

## II. La méthode numérique

La méthode numérique comporte deux étapes distinctes :

- Discrétisation des équations à dérivées partielles et obtention d'un système d'équations algébriques
- Résolution du système d'équations algébriques

### Notation indicielle :

Considérons un cas monodimensionnel  $1D$  où l'on souhaite déterminer une grandeur  $\phi(x)$  sur l'intervalle  $[0,1]$ . La recherche d'une solution discrète de la grandeur  $\phi$  amène à constituer un maillage de l'intervalle de définition. On considère un maillage (ou grille de calcul) composé de  $N+1$  point  $x_i$  pour  $i=1,\dots,N$  régulièrement espacés avec un pas  $\Delta x$ . Les points  $x_i = i\Delta x$  sont appelés les nœuds de maillage.

La détermination d'une grandeur sur un ensemble de dimension infinie se ramène ainsi à la recherche de  $N$  valeurs discrètes de cette grandeur aux différents nœuds de maillage.

On note  $\phi_i$  la valeur discrète de  $\phi(x)$  au point  $x_i$ , soit  $\phi_i = \phi(x_i)$ . De même pour la dérivée de  $\phi(x)$  au nœud  $x_i$ , on note  $\left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_{x=x_i} = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}\right)_i$ . Cette notation s'utilise de façon équivalente pour toutes dérivées d'ordre successif de la grandeur  $\phi$ .

Dans le cas  $1D$  instationnaire, considérons l'évolution d'une grandeur  $\phi(x,t)$  en fonction de l'espace et du temps. Le domaine de définition de  $\phi$  est décomposé en  $N$  nœuds

$x_i$  répartis régulièrement avec un pas d'espace  $\Delta x$ . De même, le temps est décomposé en intervalle élémentaire de pas constant  $\Delta t$ . on notera  $\phi_i^n$  la valeur discrète de la grandeur  $\phi(x, t)$  au nœud  $x_i$  et au temps  $n\Delta t$ .

Dans le cas  $2D$ , considérons une grandeur  $\phi(x, y)$  définie sur un certain domaine. Ce dernier est décomposé en  $N \times P$  nœuds  $(x_i, y_j)$  répartis régulièrement avec un pas d'espace  $\Delta x$  dans la direction  $x$  et  $\Delta y$  dans l'autre direction. On notera  $\phi_{i,j}$  la valeur discrète de la grandeur  $\phi(x, y)$  au nœud  $(x_i, y_j)$ .

De façon similaire, dans le cas  $2D$  instationnaire, on notera  $\phi_{i,j}^n$  la valeur discrète de la grandeur  $\phi(x, y, t)$  au nœud  $(x_i, y_j)$  et au temps  $n\Delta t$ . Dans le cas  $3D$  instationnaire, on notera  $\phi_{i,j,k}^n$  la valeur discrète de la grandeur  $\phi(x, y, z, t)$  au nœud  $(x_i, y_j, z_k)$  et au temps  $n\Delta t$ .

## II.1. La discrétisation

Le but de cette étape est de passer d'une équation différentielle à dérivées partielles à une équation algébrique. Quatre méthodes numériques distinctes : *la méthode des éléments finis, les méthodes spectrales, la méthode des différences finies et la méthode des volumes finis.*

### II.1.1. Méthode des éléments finis [1]-[6]

Dans la méthode des éléments finis, on utilise des fonctions linéaires ou quadratiques, sur chaque élément, pour décrire la variation locale de l'inconnue  $\phi$ . Les équations différentielles sont exactement vérifiées par la solution exacte. En remplaçant l'approximation de  $\phi$  dans les équations différentielles, on constate que celles-ci ne sont pas vérifiées exactement, et un résidu est défini dans ce cas pour mesurer l'erreur. Le résidu est minimisé en le multipliant par une fonction de pondération et en l'intégrant. Le résultat de l'intégration est un système d'équations algébriques pour les coefficients des fonctions d'approximation.

#### a. Principe mathématique

Le principe mathématique est basé sur les méthodes suivantes :

- Méthodes variationnelles (minimisation d'une fonctionnelle)
- Méthodes des résidus pondérés

Le principe fondamental de la méthode des éléments finis réside dans le découpage du domaine d'étude en domaines élémentaires de dimension finie. Sur chacun de ces domaines, appelés éléments finis, la fonction inconnue est approchée par un polynôme dont le degré peut varier d'une application à l'autre mais reste en général faible. Ces éléments, triangles ou quadrilatères, rectilignes ou curvilignes, doivent réaliser une partition du domaine d'étude (ils sont disjoints et leur union recouvre le domaine tout entier). Cette partition qui est généralement appelée découpage ou discrétisation du domaine doit respecter un certain nombre de règles qui permettent d'assurer un bon déroulement du calcul.

#### **b. Etapes de la mise en œuvre**

- Discrétisation du domaine en un nombre fini d'éléments
- Choix d'un modèle d'interpolation (variation de la variable  $\phi$  sur l'élément)
- Écriture des équations modèles sous forme algébrique au niveau local (dans un élément) : détermination des vecteurs et matrices caractéristiques
- Assemblage des vecteurs et matrices locaux en un vecteur global  $B$  et une matrice globale  $A$
- Résolution du système  $A.X = B$ , avec  $X$  est un vecteur de l'inconnue

Avantage : méthode Adaptée aux géométries complexes

Inconvénients :

- Formalisme mathématique compliqué et plus difficile à mettre en œuvre
- Coûteux en stockage mémoire (matrices pleines) et en temps de calcul (inversion)

### **II.1.2. Méthodes spectrales [7]**

L'inconnue  $\phi$  est approchée par des séries de Fourier tronquées ou par des séries de polynômes Tchebychev. Par rapport aux méthodes des différences finies et des éléments finis l'approximation n'est pas locale mais elle est valide sur tout le domaine de calcul. On utilise également le concept du résidu pondéré comme dans la méthode des éléments finis en imposant que l'approximation doive correspondre à la solution exacte pour les points du maillage.

Avantage : cette méthode permet d'obtenir des solutions d'une très grande précision.

Inconvénients :

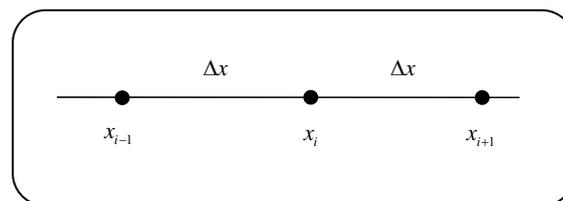
- Formalisme mathématique compliqué et mise en œuvre délicate
- Difficultés pour traiter les géométries complexes et des conditions aux limites non académiques

D'un point de vue discrétisation de la structure à étudier, nous allons maintenant décrire plus particulièrement la méthode des différences finies MDF et méthodes de volume de contrôle MVC. Ces méthodes paraissent mieux adaptées à nos besoins comparais aux méthodes décrites précédemment.

### II.1.3. Méthode des différences finies [9]-[11]

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage.

La variable inconnue  $\phi$  est décrite par plusieurs valeurs suivant les points d'un maillage donné. Le développement de l'inconnue en séries de Taylor tronquées est utilisé pour approximer les dérivées de l'inconnue, sur chaque point du maillage, par différences finies en utilisant les inconnues voisines. En remplaçant les dérivées dans les équations différentielles par différences finies on obtient un système d'équations algébriques pour les valeurs de l'inconnue sur chaque point du maillage.



**figure 3.** Maillage 1D

Où  $\Delta x = x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i$

Le développement en série de Taylor, autour du point  $x_i$  du maillage, de la variable inconnue, est donné par les relations :

$$\text{equ.1} \quad \phi_{i-1} = \phi_i - \frac{1}{1!} \Delta x \left( \frac{d\phi}{dx} \right)_i + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 \left( \frac{d^2\phi}{dx^2} \right)_i - \frac{1}{3!} (\Delta x)^3 \left( \frac{d^3\phi}{dx^3} \right)_i + O((\Delta x)^4)$$

$$\text{equ.2} \quad \phi_{i+1} = \phi_i + \frac{1}{1!} \Delta x \left( \frac{d\phi}{dx} \right)_i + \frac{1}{2!} (\Delta x)^2 \left( \frac{d^2\phi}{dx^2} \right)_i + \frac{1}{3!} (\Delta x)^3 \left( \frac{d^3\phi}{dx^3} \right)_i + O((\Delta x)^4)$$

En considérant les deux premiers termes du développement de la relation (equ.1), on obtient :

$$\text{equ.3} \quad \left( \frac{d\phi}{dx} \right)_i \approx \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x}$$

Ceci signifie que la dérivée d'ordre 1, au point  $i$ , est approchée par différences finies régressives d'ordre 1 : décentré gauche

En retenant les deux premiers termes du développement de la relation (equ.2) on obtient:

$$\text{equ.4} \quad \left( \frac{d\phi}{dx} \right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x}$$

ce qui signifie que la dérivée d'ordre 1, au point  $i$ , est approchée par différences finies progressives d'ordre 1 : décentré droit

En soustrayant la relation (equ.1) de la relation (equ.2) on obtient l'approximation par différences finies centrales d'ordre 2 : centré

$$\text{equ.5} \quad \left( \frac{d\phi}{dx} \right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta x}$$

En additionnant la relation (equ.1) et la relation (equ.2) on obtient l'approximation de la dérivée de deuxième ordre par différences finies centrales d'ordre 2 : centré

$$\text{equ.6} \quad \left( \frac{d^2 \phi}{dx^2} \right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}}{(\Delta x)^2}$$

Avantage de la méthode:

- simplicité de mise en œuvre
- encombrement mémoire raisonnable (matrice de type bande) et temps de calcul raisonnable

Inconvénients de la méthode

- le principe de conservation n'est pas assuré après la discrétisation
- l'apparition d'instabilités numériques
- difficulté pour traiter les géométries complexes

#### II.1.4. Méthode des volumes finis [12]

La méthode a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar.

Au début, la méthode a été développée comme une formulation spéciale de la méthode des différences finies. L'algorithme numérique a les pas suivants :

- Le domaine d'analyse (de calcul) est divisé en volumes finis (génération du maillage) ;
- L'intégration formelle des équations sur tous les volumes de contrôle ;
- La discrétisation, qui implique la substitution des différentes approximations de type différences finies pour les termes intégrés en représentant différents processus d'écoulement comme la convection, la diffusion et le terme source. Le résultat est la conversion des intégrales dans un système d'équations algébriques.

Principe : la méthode des volumes finis est une technique de discrétisation qui convertit les équations de conservation aux dérivées partielles en équations algébriques qui peuvent être résolues numériquement. La technique des volumes de contrôle consiste dans l'intégration des équations aux dérivées partielles sur chaque volume de contrôle pour obtenir les équations discrétisées qui conservent toutes les grandeurs physiques sur un volume de contrôle (VC).

Avantage :

- Préservation du caractère conservatif des équations sur chaque volume de contrôle (continuité des flux aux interfaces), valable pour n'importe quelle finesse du maillage ;
- Mise en œuvre relativement facile
- Applicable aux géométries complexes
- Temps de calcul et stockage mémoire raisonnable (matrice de type bande)

Inconvénient : Moins précis que les méthodes spectrales.

A partir de l'étude bibliographique sur les méthodes numériques (résumée très succinctement dans ce paragraphe) et en considérant le problème à traiter, nous avons choisi d'utiliser les méthodes de différence finie (MDF) et volume de contrôle (MVC).

Comparées aux autres méthodes, ces méthodes sont tout à fait adaptées à notre problématique, et semble plus simple à mettre en œuvre, tout en assurant des précisions de calcul suffisantes.

Dans le paragraphe suivant nous allons détailler la méthode de volume de contrôle (MVC).

#### II.1.4.1. Discrétisation en 1D par MVC

Dans notre cas, les équations à dériver partielles dans le cas de 1D sont de la forme suivante :

$$\text{equ.7} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + S$$

$\phi$  l'inconnue

$D$  coefficient de diffusion supposé constant avec le temps

$S$  terme source supposé constant avec le temps

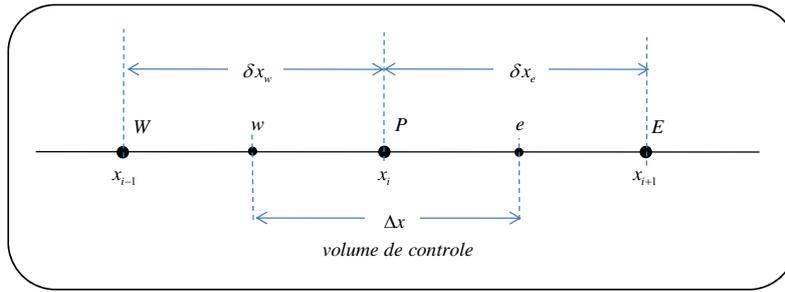


figure 4. Maillage 1D

$P$  – Noeud considéré

$W$  – Noeud “West”

$E$  – Noeud “East”

$w$  – interface “West” du volume de contrôle

$e$  – interface “East” du volume de contrôle

$\Delta x$  – largeur du volume de contrôle étudié

En intégrant l'équation (equ.7) sur le volume de contrôle (figure 4) on obtient successivement :

$$\text{equ.8} \quad \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dx dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_w^e S dx dt$$

$D$  coefficient de diffusion supposé constant avec le temps

$S$  terme source supposé constant avec le temps

L'équation intégrée (equ.8) peut être écrite ainsi :

$$\text{equ.9} \quad \int_w^e \left( \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt \right) dx = \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \left( \int_w^e S dx \right) dt$$

or

$$\text{equ.10} \quad \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \phi}{\partial t} dt = [\phi]_t^{t+\Delta t} \quad \text{et} \quad \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx = \left[ D \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_w^e$$

Donc nous obtenons

$$equ.11 \quad (\phi_P^{n+1} - \phi_P^n) \Delta x = \int_t^{t+\Delta t} \left( D_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} - D_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \right) dt + \bar{S} \Delta x \Delta t$$

$\bar{S}$  La moyenne du terme source dans le volume considéré

Pour calculer la partie droite de l'équation (equ.11), il faut connaître la variation de  $\phi_P, \phi_E$  et  $\phi_W$  dans le temps. Pour cela il y a de nombreuses possibilités, on peut prendre  $\phi_P$  à l'instant  $t (\Rightarrow \phi_P^n)$ , à l'instant  $t + \Delta t (\Rightarrow \phi_P^{n+1})$  ou une combinaison linéaire des  $\phi_P$  à l'instant  $t$  et  $t + \Delta t$ . La forme générale d'intégration temporelle s'écrit :

$$equ.12 \quad \int_t^{t+\Delta t} \phi_P dt = \begin{cases} \phi_P^n \Delta t \\ \phi_P^{n+1} \Delta t \\ (f \phi_P^{n+1} + (1-f) \phi_P^n) \Delta t \end{cases}$$

où  $0 \leq f \leq 1$  est un facteur de pondération.

En appliquant la forme générale d'intégration temporelle (equ.12) aux points  $\phi_P, \phi_E$  et  $\phi_W$  et en divisant par  $\Delta t$  l'équation (equ.11) devient :

$$equ.13 \quad \left( \frac{\phi_P^{n+1} - \phi_P^n}{\Delta t} \right) \Delta x = \begin{cases} f \cdot \left( \frac{D_e (\phi_E^{n+1} - \phi_P^{n+1})}{\delta x_e} - \frac{D_w (\phi_P^{n+1} - \phi_W^{n+1})}{\delta x_w} \right) \\ + \\ (1-f) \left( \frac{D_e (\phi_E^n - \phi_P^n)}{\delta x_e} - \frac{D_w (\phi_P^n - \phi_W^n)}{\delta x_w} \right) + \bar{S} \Delta x \end{cases}$$

où  $0 \leq f \leq 1$  est un facteur de pondération, et selon la valeur de  $f$  on distingue trois sous méthodes.

En regroupant les termes dans l'équation (equ.13) on obtient :

$$\text{equ.14} \quad \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} + f \left( \frac{D_e}{\delta x_e} + \frac{D_w}{\delta x_w} \right) \right) \phi_P^{n+1} = \begin{cases} \frac{D_e}{\delta x_e} (f \phi_E^{n+1} + (1-f) \phi_E^n) \\ + \frac{D_w}{\delta x_w} (f \phi_W^{n+1} + (1-f) \phi_W^n) \\ + \left( \frac{\Delta x}{\Delta t} - (1-f) \frac{D_e}{\delta x_e} - (1-f) \frac{D_w}{\delta x_w} \right) \phi_P^n + \bar{S} \Delta x \end{cases}$$

Si l'on identifie les coefficients de  $\phi_E$  et  $\phi_W$  comme  $a_E$  et  $a_W$  on peut écrire l'équation (equ.14) sous la forme générale discrétisée :

$$\text{equ.15} \quad a_P \phi_P^{n+1} = \begin{cases} a_E (f \phi_E^{n+1} + (1-f) \phi_E^n) \\ + a_W (f \phi_W^{n+1} + (1-f) \phi_W^n) \\ + (a_P^0 - (1-f) a_E - (1-f) a_W) \phi_P^n + b \end{cases}$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad a_E = \frac{D_e}{\delta x_e} \quad a_W = \frac{D_w}{\delta x_w}$$

$$a_P = f(a_E + a_W) + a_P^0 \quad b = \bar{S} \Delta x$$

La forme exacte de l'équation discrétisée dépend du facteur  $f$ .

- Lorsque  $f = 0$ , on utilise seulement les variables à l'instant  $t$ , dans le membre droit de l'équation (equ.15), pour calculer  $\phi_P^{n+1}$  à l'instant  $t + \Delta t$  ; un tel schéma s'appelle schéma explicite.
- Lorsque  $0 < f \leq 1$ , le schéma obtenu s'appelle le schéma implicite. Le cas limite quand  $f = 1$ , s'appelle totalement implicite. On utilise les variables à l'instant  $t + \Delta t$  et les variables à l'instant  $t$ .
- Lorsque  $f = \frac{1}{2}$ , le schéma s'appelle schéma de Crank-Nicolson ou semi-implicite.

Parmi les règles de Patankar [12], il y a une règle qui nous intéresse en particulier et qui dite que:

« Tous les coefficients de  $\phi_P, \phi_E$  et  $\phi_W$  doivent avoir le même signe dans l'équation discrétisée ».

#### a. Schéma explicite

En remplaçant  $f = 0$  dans l'équation (equ.15) on obtient la discrétisation explicite de l'équation (equ.7) instationnaire :

$$\text{equ.16} \quad a_P \phi_P^{n+1} = a_E \phi_E^n + a_W \phi_W^n + (a_P^0 - (a_E + a_W)) \phi_P^n + b$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad a_E = \frac{D_e}{\delta x_e} \quad a_W = \frac{D_w}{\delta x_w}$$

$$a_P = a_P^0 \quad b = \bar{S} \Delta x$$

La règle de Patankar n'est pas toujours satisfaite. Il faut que  $(a_P^0 - (a_E + a_W)) \geq 0$ . Dans le cas général la condition devient :

$$\text{equ.17} \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{D_e}{\delta x_e} - \frac{D_w}{\delta x_w} \geq 0$$

Généralement on pose  $\delta x_w = \delta x_e = \Delta x$ , l'équation (equ.17) devient

$$\text{equ.18} \quad \frac{\Delta x}{\Delta t} \geq \frac{D_e + D_w}{\Delta x} \quad \text{ou} \quad \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{D_e + D_w}$$

Cette relation (equ.18), représente le critère de stabilité pour les schémas explicites.

Cette méthode peut rencontrer un problème de stabilité. Si on réduit  $\Delta x$  pour améliorer la précision spatiale, il faut alors diminuer significativement  $\Delta t$  (car  $\Delta t \propto (\Delta x)^2$  voir (equ.18)).

Si le terme source  $S$  et le coefficient de diffusion  $D$  sont variant avec le temps, ce qui est le cas pour nos équations. Alors l'équation (equ.16), reste valable et ce qui change :

$$a_E = \frac{D_e^n}{\delta x_e} \quad a_w = \frac{D_w^n}{\delta x_w} \quad b = \overline{S^n} \Delta x$$

Le critère de stabilité représenté par la relation (equ.18), devient variable avec le temps, ce qui complique plus le problème.

### b. Schéma totalement implicite

Lorsque  $f = 1$ , dans l'équation (equ.15) on obtient la discrétisation totalement implicite de l'équation (equ.7) instationnaire :

$$\begin{aligned} \text{equ.19} \quad a_p \phi_P^{n+1} &= a_E \phi_E^{n+1} + a_w \phi_W^{n+1} + a_P^0 \phi_P^n + b \\ a_P^0 &= \frac{\Delta x}{\Delta t} & a_E &= \frac{D_e}{\delta x_e} & a_w &= \frac{D_w}{\delta x_w} \\ a_P &= a_P^0 + a_w + a_E & b &= \overline{S} \Delta x \end{aligned}$$

La règle de Patankar est toujours vérifiée, donc le schéma est totalement implicite et inconditionnellement stable.

Si le terme source  $S$  et le coefficient de diffusion  $D$  sont variant avec le temps, ce qui est le cas pour nos équations. Alors l'équation (equ.16), reste valable et ce qui change :

$$a_E = \frac{D_e^{n+1}}{\delta x_e} \quad a_w = \frac{D_w^{n+1}}{\delta x_w} \quad b = \overline{S^{n+1}} \Delta x$$

### c. Schéma Crank-Nicolson

En remplaçant  $f = \frac{1}{2}$  dans l'équation (equ.15) on obtient la discrétisation Crank-Nicolson de l'équation (equ.7) instationnaire :

$$\text{equ.20} \quad a_p \phi_P^{n+1} = a_E \left( \frac{\phi_E^{n+1} + \phi_E^n}{2} \right) + a_W \left( \frac{\phi_W^{n+1} + \phi_W^n}{2} \right) + \left( a_P^0 - \left( \frac{a_E}{2} + \frac{a_W}{2} \right) \right) \phi_P^n + b$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad a_E = \frac{D_e}{\delta x_e} \quad a_W = \frac{D_w}{\delta x_w}$$

$$a_P = \frac{1}{2}(a_E + a_W) + a_P^0 \quad b = \bar{S} \Delta x$$

A l'instant  $t + \Delta t$  plusieurs inconnues sont présentes dans l'équation, le schéma est donc implicite et les équations doivent être résolues simultanément pour tous les nœuds à chaque pas dans le temps. Mathématiquement le schéma Crank-Nicolson est inconditionnellement stable, mais numériquement la convergence vers une solution physiquement acceptable n'est pas assurée (par exemple, des solutions oscillantes d'amplitude constante ou décroissante).

#### II.1.4.2. Discrétisation en 2D par MVC

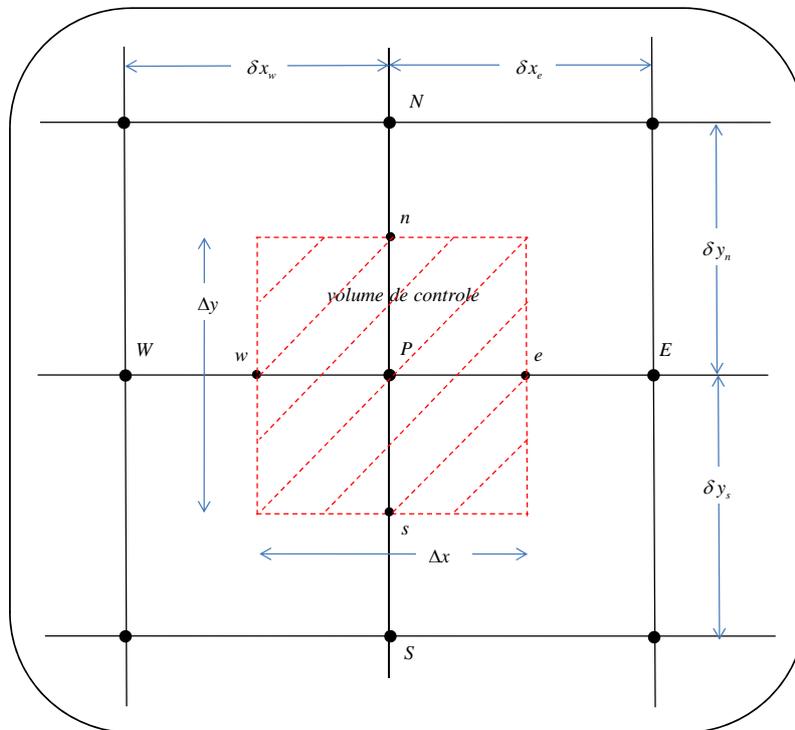


figure 5. Maillage en 2D

Dans notre cas, les équations à dériver partielles dans le cas de 2D sont de la forme suivante :

$$\text{equ.21} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + D \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + S$$

$\phi$  La variable

$D$  Coefficient de diffusion supposé constant avec le temps

$S$  Terme source supposé constant avec le temps

En intégrant l'équation sur le volume de contrôle (figure 5) on obtient successivement :

$$\text{equ.22} \quad \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{\partial \phi}{\partial t} dx.dy.dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} dx.dy.dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} D \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} dx.dy.dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S dx.dy.dt$$

En appliquant le calcul comme le cas du 1D, nous obtenons

$$\text{equ.23} \quad (\phi_P^{n+1} - \phi_P^n) \Delta x \Delta y = \begin{cases} \int_t^{t+\Delta t} \left( D_e \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} - D_w \frac{\phi_P - \phi_W}{\delta x_w} \right) dt \cdot \Delta y \\ + \\ \int_t^{t+\Delta t} \left( D_n \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta y_n} - D_s \frac{\phi_P - \phi_s}{\delta y_s} \right) dt \cdot \Delta x + \bar{S} \Delta x \Delta y \Delta t \end{cases}$$

$\bar{S}$  La moyenne du terme source dans le volume considéré

En appliquant la forme générale d'intégration temporelle (equ.12) aux points  $\phi_P, \phi_E, \phi_W, \phi_N$  et  $\phi_S$  et en divisant par  $\Delta t$  l'équation (equ.23) devient :

$$\text{equ.24} \quad \left( \frac{\phi_P^{n+1} - \phi_P^n}{\Delta t} \right) \Delta x \Delta y = \left\{ \begin{array}{l} f \cdot \left( \frac{D_e (\phi_E^{n+1} - \phi_P^{n+1})}{\delta x_e} - \frac{D_w (\phi_P^{n+1} - \phi_W^{n+1})}{\delta x_w} \right) \Delta y \\ + \\ (1-f) \left( \frac{D_e (\phi_E^n - \phi_P^n)}{\delta x_e} - \frac{D_w (\phi_P^n - \phi_W^n)}{\delta x_w} \right) \Delta y \\ + \\ f \cdot \left( \frac{D_n (\phi_N^{n+1} - \phi_P^{n+1})}{\delta y_n} - \frac{D_s (\phi_P^{n+1} - \phi_S^{n+1})}{\delta y_s} \right) \Delta x \\ + \\ (1-f) \left( \frac{D_n (\phi_N^n - \phi_P^n)}{\delta y_n} - \frac{D_s (\phi_P^n - \phi_S^n)}{\delta y_s} \right) \Delta x + \bar{S} \Delta x \Delta y \end{array} \right.$$

où  $0 \leq f \leq 1$  est un facteur de pondération, et selon la valeur de  $f$  on distingue les trois sous méthodes.

En regroupant les termes dans l'équation (equ.24) on obtient :

$$\text{equ.25} \quad \left( \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + f \Delta y \left( \frac{D_e}{\delta x_e} + \frac{D_w}{\delta x_w} \right) + f \Delta x \left( \frac{D_n}{\delta y_n} + \frac{D_s}{\delta y_s} \right) \right) \phi_P^{n+1} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{D_e \Delta y}{\delta x_e} (f \phi_E^{n+1} + (1-f) \phi_E^n) + \\ \frac{D_w \Delta y}{\delta x_w} (f \phi_W^{n+1} + (1-f) \phi_W^n) + \\ \frac{D_n \Delta x}{\delta y_n} (f \phi_N^{n+1} + (1-f) \phi_N^n) + \\ \frac{D_s \Delta x}{\delta y_s} (f \phi_S^{n+1} + (1-f) \phi_S^n) + \\ \left( \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} - (1-f) \frac{D_e \Delta y}{\delta x_e} - (1-f) \frac{D_w \Delta y}{\delta x_w} \right) \phi_P^n + \\ \left( -(1-f) \frac{D_n \Delta x}{\delta y_n} - (1-f) \frac{D_s \Delta x}{\delta y_s} \right) \phi_P^n + \\ \bar{S} \Delta x \Delta y \end{array} \right.$$

Si l'on identifie les coefficients de  $\phi_E, \phi_W, \phi_N$  et  $\phi_S$  comme  $a_E, a_W, a_N$  et  $a_S$  on peut écrire l'équation (equ.25) sous la forme générale discrétisée :

$$equ.26 \quad a_p \phi_p^{n+1} = \begin{cases} a_E (f \phi_E^{n+1} + (1-f) \phi_E^n) + \\ a_W (f \phi_W^{n+1} + (1-f) \phi_W^n) + \\ a_N (f \phi_N^{n+1} + (1-f) \phi_N^n) + \\ a_S (f \phi_S^{n+1} + (1-f) \phi_S^n) + \\ (a_p^0 - (1-f)(a_E + a_W + a_N + a_S)) \phi_p^n + b \end{cases}$$

$$a_p^0 = \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad a_E = \frac{D_e \Delta y}{\delta x_e} \quad a_W = \frac{D_w \Delta y}{\delta x_w} \quad a_N = \frac{D_n \Delta x}{\delta y_n} \quad a_S = \frac{D_s \Delta x}{\delta y_s}$$

$$a_p = f(a_E + a_W + a_N + a_S) + a_p^0 \quad b = \bar{S} \Delta x \Delta y$$

La forme exacte de l'équation discrétisée dépend du facteur  $f$ .

- Lorsque  $f = 0$ , un tel schéma s'appelle schéma explicite.
- Lorsque  $0 < f \leq 1$ , le schéma obtenu s'appelle le schéma implicite.
- Lorsque  $f = \frac{1}{2}$ , le schéma s'appelle schéma de Crank-Nicolson ou semi-implicite.

Dans le cas explicite ( $f = 0$ ), pour vérifier la règle de Patankar, il faut que

$$a_p^0 - (a_E + a_W + a_N + a_S) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} \geq \frac{D_e \Delta y}{\delta x_e} + \frac{D_w \Delta y}{\delta x_w} + \frac{D_n \Delta x}{\delta y_n} + \frac{D_s \Delta x}{\delta y_s}$$

Généralement on pose  $\delta x_w = \delta x_e = \Delta x$  et  $\delta y_n = \delta y_s = \Delta y$ , donc nous obtenons :

$$equ.27 \quad \Delta t \leq \frac{(\Delta x)^2}{D_e + D_w} + \frac{(\Delta y)^2}{D_n + D_s}$$

### II.1.4.3. Discrétisation en 3D par MVC

Dans le cas que nous traiterons par la suite, les équations à dériver partielles dans le cas 3D sont de la forme suivante :

$$\text{equ.28} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = D \cdot \nabla^2 \phi + S$$

- $\phi$  La variable
- $D$  Coefficient de diffusion supposé constant avec le temps
- $S$  Terme source supposé constant avec le temps

Nous traitons ici le cas 3D, en développant le Laplacien en coordonnées cylindriques donc nous avons :

$$\text{equ.29} \quad \nabla^2 \phi = \Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

Notre structure (décrite dans le chapitre suivant) présente une symétrie cylindrique qui permet d'écrire

$$\text{equ.30} \quad \nabla^2 \phi = \Delta \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

Dans ce cas, le maillage en 3D est le même que celui de 2D (figure 5).

En intégrant l'équation (equ.28) sur le volume de contrôle (figure 5) on obtient successivement :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{\partial \phi}{\partial t} dV \cdot dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} D \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} dV \cdot dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} \frac{1}{r} D \frac{\partial \phi}{\partial r} dV \cdot dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} D \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} dV \cdot dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S dV \cdot dt$$

Avec  $dV = 2\pi r dr dz$ , et le calcul est exactement comme le cas du 2D.

Pour chacune des méthodes, MDF et MVC il existe trois sous-méthodes : Méthode implicite qui est inconditionnellement stable, méthode explicite où il est possible de rencontrer un problème de stabilité et une méthode moins utilisée appelée méthode de Crank-Nicolson et qui est aussi inconditionnellement stable.

La méthode implicite conduit à des résultats plus précis que ceux obtenus par la méthode explicite. Par contre, pour chaque incrémentation de temps il faut résoudre un

système de  $n$  équations à  $n$  inconnues, alors que dans la méthode explicite il n'y a qu'une inconnue par équation.

La discrétisation des équations différentielles à dérivées partielles permet d'obtenir des équations algébriques. L'étape suivante de la méthode numérique après la discrétisation est la résolution numérique des équations algébriques :

## II.2. Résolution des équations algébriques

Pour résoudre des systèmes d'équations algébriques il existe différentes méthodes. Ainsi pour les systèmes linéaires nous trouvons différentes méthodes [13],[14] telles que :

- « Méthodes du pivot » avec la méthode de Gauss-Jordan, la méthode de Gauss...
- « Méthodes de décomposition » avec la décomposition LU (matrice triangulaire inférieur/supérieur : Lower Upper se notera LR pour Left Right) et QR (Q : orthogonale et R : triangulaire supérieur).
- « Méthodes itératives » avec méthode de Gauss-Seidel, méthode de Jacobi, méthode de gradient conjugué...

Pour les systèmes non linéaires différentes méthodes sont applicables telles que la méthode de Gauss-Seidel, la méthode de descente, la méthode de Newton-Raphson...[13],[14].

Nous décrivons dans le chapitre suivant, les méthodes utilisées pour résoudre les systèmes d'équations que nous avons établis.

## III. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différentes approches possibles pour résoudre un problème physique : l'expérience, le calcul théorique et la méthode numérique. Ce qui nous intéresse en particulier dans ce travail de thèse concerne la résolution numérique. Dans ce cadre, nous avons détaillé en particulier la méthode de volume de contrôle et la méthode des différences finies. Bien entendu l'expérimentation est aussi un point important que nous avons développé pour valider notre approche numérique. Dans le chapitre qui suit nous allons utiliser les deux méthodes numériques évoquées précédemment pour résoudre notre problème.

---

## Bibliographie-chapitre3

---

**[1] J. Garrigues**

«la méthode des éléments finis», <http://jgarrigues.perso.ec-marseille.fr/EF0bookrv.pdf>, 2002

**[2] P. Spiteri**

« Approche variationnelle pour la méthode des éléments finis », AF503, 2002

**[3] P. Spiteri**

« Introduction à la méthode des éléments finis », AF504, 2002

**[4] P. Spiteri**

« Présentation générale de la méthode des éléments finis », AF505, 2002

**[5] H. Oudin**

«Méthode des éléments finis », 2009,<http://cel.archives-ouvertes.fr/docs/00/34/95/72/PDF/MethodeDesElementsFinisOudin.pdf>

**[6] C. Lecomte, F. Nigon, M. Aubourg, D. Cros, S. Verdeyme and P. Guillon**

International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aide Engineering revue 7, p 167-179, 1997

**[7] M. Rhabi**

«Analyse numérique et discrétisation par éléments spectraux avec joints des équations tridimensionnelles de l'électromagnétisme », Université de Pierre et Marie Curie, thèse 2002

**[8] F. Torres, B. Jecko**

'Complete FDTD Analysis of Microwave Heating Processes in Frequency-Dependent, Temperature-Dependent Media', I.E.E.E. Transactions on Microwave Theory, Techniques, Vol. 45, n° 1, pp. 108-117, Janvier1997.

**[9] J. Schuderer, D. Spat, T. Samaras, W. Oesch, N. Kuster**

'In vitro exposure systems for RF exposures at 900 MHz'. IEEE Transactions on Microwave Theory, Techniques 52, n°8, pp. 2067-2075, aout 2004.

**[10] J. Clemens, C. Saltiel**

'Numerical modeling of materials processing in microwave furnaces' ARTICLE International Journal of Heat, Mass Transfer, Vol. 39, Issue 8, May 1996, pp. 1665-1675.

**[11] M. Cueille**

« Contribution à la modélisation multiphysique, électromagnétique, thermique et hydrodynamique, appliquée à la dosimétrie des systèmes d'exposition aux rayonnements électromagnétiques non ionisants. », Université de Limoges , thèse 2007

**[12] S. Patankar**

« Numerical heat transfert and fluid flow », MC Graw Hill, 1980

**[13] J. P. Nougier**

« Méthodes de calcul numérique », vol 1, systèmes d'équations, Juillet 2001

**[14] J. Rappaz et M. Picasso**

« Introduction à l'analyse numérique », Presses polytechniques et universitaire romandes, Suisse 1998.

# Chapitre 4

## Partie pratique

---

[Ce chapitre fait tout d'abord l'objet d'une présentation résumée des phénomènes physiques et équations associées décrivant le problème à résoudre. Une modélisation numérique de ces équations par la méthode de volume de contrôle explicite est proposée. Des résultats théoriques sont décrits, commentés et validés par une approche expérimentale. Enfin nous proposons quelques solutions pour retarder ce phénomène de claquage.]



---

## Table des matières

---

I. Introduction .....	191
II. Problématique .....	191
II.1. Première équation : Equation bilan des électrons .....	195
II.1.1. Coefficient de diffusion ambipolaire .....	195
II.1.2. Coefficient d'ionisation.....	196
II.1.3. Coefficient de recombinaison .....	197
II.1.4. Fréquence d'attachement .....	197
II.2. Deuxième équation : Bilan d'énergie des électrons .....	198
II.2.1. Terme représentant la diffusion thermique .....	198
II.2.2. Terme représentant le Gain d'énergie par B.I.....	199
II.2.3. Terme représentant l'échange d'énergie (e-lourde) .....	200
II.2.4. Terme représentant perte d'énergie par ionisation.....	200
II.3. Troisième équation : diffusion des atomes d'Or .....	201
II.4. Quatrième équation : échauffement du gaz.....	201
II.5. Cinquième équation : densité des molécules d'air .....	202
III. Discrétisation des équations.....	203
a. Discrétisation de la première équation.....	205
b. Discrétisation de la deuxième équation .....	205
c. Discrétisation de la troisième équation .....	206
d. Discrétisation de la quatrième équation.....	206
IV. Modélisation numérique .....	206
IV.1. Première approche : méthode de différence finie implicite.....	207
a. Hypothèses .....	207
b. Densité électronique .....	209
c. Température électronique .....	210
IV.2. Approche affinée 1 : avec méthode de volume de contrôle implicite .....	211

a. Hypothèses .....	211
b. Densité et température électronique .....	212
c. Prise en compte de l'évaporation d'atomes d'Or .....	214
d. Mise en évidence de l'effet thermoélectronique .....	215
e. Approche en 3 dimensions .....	216
IV.3. Approche affinée 2 : MVC explicite avec prédicteur correcteur .....	219
IV.4. Transfert d'énergie d'une onde microonde à un plasma .....	223
IV.5. Conclusion .....	227
V. Tests expérimentaux .....	227
V.1. Structure test 1 : cavité résonante .....	227
V.1.1. Description de la structure .....	227
V.1.2. Banc de mesure .....	229
V.1.3. Validation expérimentale .....	231
a. Procédure de mesure .....	231
b. Conséquences du claquage .....	231
V.1.4. Seuil de claquage .....	233
V.2. Structure test 2 : filtre cinq pôles .....	235
V.2.1. Description de la structure .....	235
V.2.2. Optimisation de la structure .....	239
V.2.3. Banc de mesure .....	242
V.2.4. Validation expérimentale .....	243
V.3. Structure test 3 : filtre quatre pôles .....	246
V.3.1. Description de la structure .....	246
V.3.2. Optimisation de la structure .....	249
V.3.3. Validation expérimentale .....	251
V.4. Conclusion .....	254
VI. Solutions proposées pour repousser le seuil de claquage .....	255
VII. Conclusion .....	259
Bibliographie-chapitre4 .....	261

---

# Partie pratique

---

## I. Introduction

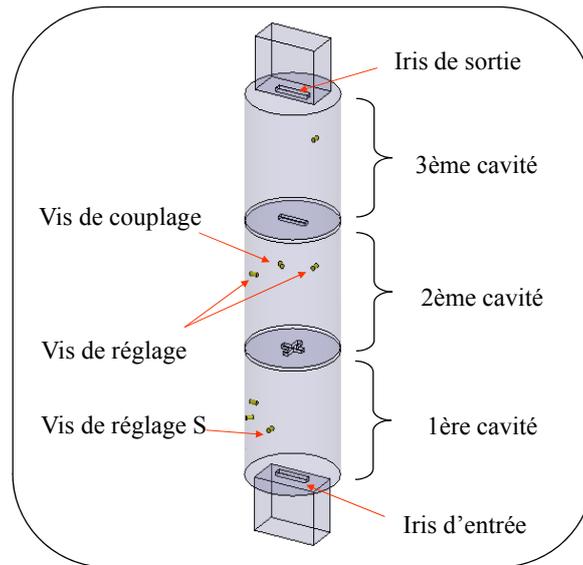
À partir de l'étude théorique du phénomène de claquage (détaillé dans le chapitre 2 de la 2<sup>ème</sup> partie), nous avons obtenu un système d'équations à dérivées partielles couplées, relatives à la densité électronique ( $n_e$ ), la température électronique ( $T_e$ ), l'équation de diffusion des atomes d'Or ( $n_{Au}$ ) et l'équation de la chaleur qui nous permet de déterminer l'évolution de la température du gaz ( $T_g$ ).

Dans ce chapitre, nous avons dans un premier temps, développé un outil numérique dédié à la modélisation du phénomène de claquage. Ce modèle est par la suite validé par l'expérimentation. Nous avons pour cela développé un banc de mesure spécifique à Xlim, puis nous avons envisagé et réalisé d'autres tests au CNES Toulouse.

## II. Problématique

Notre structure d'étude, est le filtre cinq pôles décrit sur la figure 1. Ce filtre est utilisé dans les multiplexeurs de sortie (OMUX) des satellites de télécommunications. Ces filtres sont constitués d'un assemblage de trois cavités métalliques cylindriques. Dans la troisième cavité, une vis permet d'effectuer les réglages en fréquence. Dans chacune des deux autres cavités, deux vis permettent les réglages en fréquence et une troisième, placée à 45° des axes d'excitation, assure le couplage entre les deux modes de polarisation.

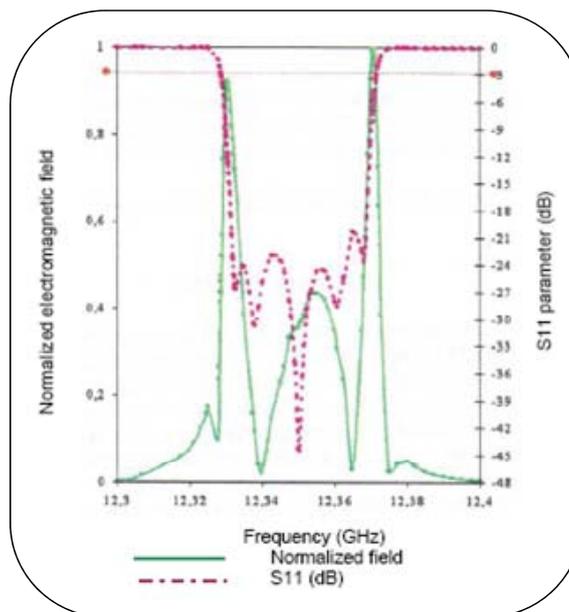
En injectant de la puissance micro-onde dans les filtres d'OMUX de l'ordre de quelques dizaines voire centaine de Watt, un phénomène de claquage apparaît d'une façon indésirable et détériore la réponse électrique du filtre.



**figure 1.** Filtre 5 poles

L'étude de la distribution du champ électrique dans le filtre en fonction de la fréquence [1],[2] a permis d'établir que la partie la plus exposée aux champs électriques est une vis de réglage nommée S, située dans la première cavité.

L'évolution de l'amplitude du champ électrique au bout de cette vis S est donnée, en fonction de la fréquence, dans les références [1],[2]. Cette évolution est rappelée sur la figure 2.



**figure 2.** Evolution de l'amplitude du champ électrique normaliser à la surface de la vis S

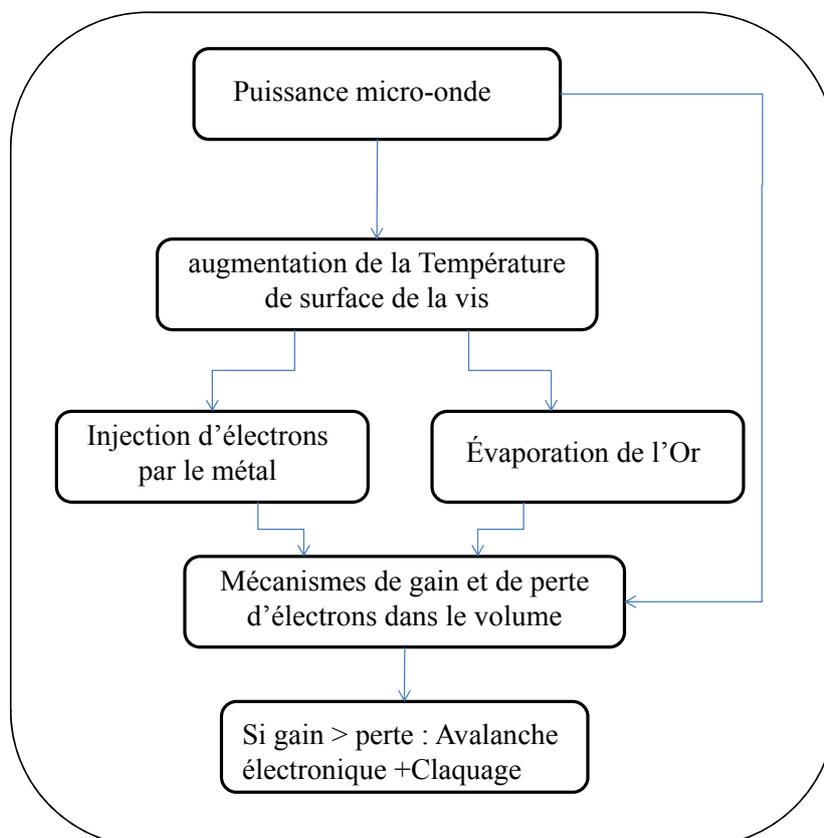
Des mesures effectuées par T.A.S (Toulouse) ont confirmé que cette vis jouait un rôle essentiel dans l'initiation du claquage.

En injectant de la puissance micro-onde dans les filtres d'OMUX, la vis S subit une élévation en température qui conduit à deux effets non concurrents.

Le premier effet est l'émission électronique : depuis un métal l'émission d'électrons peut se produire par plusieurs mécanismes dont le plus important pour notre cas d'étude est l'émission thermoélectronique, qui consiste à extraire des électrons d'un métal lorsque celui-ci est chauffé à une certaine température. Les électrons dont l'énergie thermique est supérieure à la barrière de potentiel en surface vont donc pouvoir sortir du matériau et ceci suivant la loi de Richardson-Dushman.

Le second effet lié à l'échauffement de la vis est la vaporisation de la fine pellicule d'Or recouvrant la vis (vaporisation due à l'élévation en température de celle-ci) conduisant à l'initiation du claquage dans la vapeur métallique.

Nous présentons notre problème par le schéma suivant :



D'après le chapitre 2 (de la 2<sup>ème</sup> partie), l'évolution de la température à la surface de la vis est décrite par l'équation suivante (cas d'un Slab):

$$equ.1 \quad T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}(\chi.t)^{\frac{1}{2}}}{K} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \operatorname{ierfc} \frac{2nL}{2(\chi.t)^{\frac{1}{2}}} - \operatorname{ierfc} \frac{2(n+1)L}{2(\chi.t)^{\frac{1}{2}}} \right\} + T_0$$

Cette équation peut être simplifiée dans certain cas et la vis peut être considérée comme un solide de longueur infinie d'où l'expression de la température qui devient :

$$equ.2 \quad T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}}{K} \left( \frac{\chi.t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + T_0$$

Cette augmentation de la température conduit à deux effets non concurrents.

- Le premier effet est l'émission thermoélectronique (décrite dans le chapitre 2) et les électrons émis par la surface de la vis (par unité de temps et unité de surface) suivent la loi de Richardson-Dushman :

$$equ.3 \quad n_e = \frac{A_{RD} \cdot T_{surf}^2}{e \cdot V_e} \exp\left(\frac{-\phi}{k_B T_{surf}}\right)$$

- Le second effet lié à l'échauffement de la vis est la vaporisation de la fine pellicule d'Or recouvrant la vis. La densité des molécules d'Or émis par la surface (par unité de temps et unité de surface) est donnée en utilisant la loi de Clausius-Clapeyron :

$$equ.4 \quad n_a = \frac{\beta_v P_0}{V_a \cdot \sqrt{2\pi m_a R T_{surf}}} \exp\left(\frac{\Delta H_{vap}}{R} \left(\frac{T_{surf} - T_{boiling}}{T_{surf} \cdot T_{boiling}}\right)\right)$$

L'étude théorique du phénomène de claquage détaillé dans le chapitre 2 nous a ramené à un système d'équations à dérivée partielle couplées qui est le suivant :

## II.1. Première équation : Equation bilan des électrons

D'après le chapitre 2, l'équation bilan des électrons s'écrit sous la forme suivante

$$\text{equ.5} \quad \frac{\partial n_e}{\partial t} - D_a \nabla^2 n_e = \alpha(n_{air} + n_{or})n_e - \beta.n_{ion}.n_e^2 - \nu_a.n_e$$

Nous cherchons ici à détailler tous les coefficients.

### II.1.1. Coefficient de diffusion ambipolaire

Le coefficient de diffusion ambipolaire  $D_a$  est défini comme suit [3],[4] :

$$\text{equ.6} \quad D_a = \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) D_i$$

$T_i$  Température des ions (nous supposons que  $T_i \approx T_g$  Température du gaz)

$T_e$  Température électronique

$D_i$  Coefficient de diffusion des ions

$$\text{equ.7} \quad D_i = \frac{1}{3} \frac{V_{eff}^2}{\gamma_{eff}}$$

$\gamma_{eff}$  Fréquence effective de collision ion-neutre

$$\text{equ.8} \quad \gamma_{eff} = n_0 \cdot \sigma_0 \cdot V_{eff}$$

$n_0$  Densité des neutres  $(n_0 = n_{Au} + n_{air})$

D'où l'expression du coefficient de diffusion des ions

$$\text{equ.9} \quad D_i = \frac{1}{3} \frac{V_{eff}}{(n_{Au} + n_{air}) \sigma_0}$$

$\sigma_0$  Section efficace de collision  $\sigma_0 \approx 10^{-16} \text{ cm}^2$

$V_{eff}$  Vitesse effective des ions

$$\text{equ.10} \quad V_{eff} = \left( \frac{8k_B T_i}{\pi \mu} \right)^{1/2}$$

$T_i$  Température des ions (nous supposons que  $T_i \approx T_g$  Température du gaz)

$k_B$  Constante de Boltzmann

$\mu$  Masse effective

Soit  $m_{ion} \approx m_0$   $m_0$  masse du neutre

Dans notre cas il s'agit des ions d'Or et celle de l'air, soit  $\mu$  une masse effective des ions :

$$\text{equ.11} \quad \mu = \frac{m_{ion\_Au} \cdot m_{ion\_air}}{m_{ion\_Au} + m_{ion\_air}} = \frac{m_{Au} \cdot m_{air}}{m_{Au} + m_{air}}$$

$m_{Au}$  Masse de l'atome d'Or

$m_{air}$  Masse de la molécule d'air

### II.1.2. Coefficient d'ionisation

Le coefficient d'ionisation  $\alpha$  est défini comme suit [5] :

$$\text{equ.12} \quad \alpha (\text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-1}) = C_1 (k_B T_e)^{1/2} \exp\left(\frac{-\theta_g}{k_B T_e}\right)$$

$T_e$  Température électronique

$k_B$  Constante de Boltzmann

$C_1$  Constante expérimentale [5]  $C_1 = 0.0036 \text{ cm}^3 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{erg}^{-1/2}$

(Puisque  $C_1$  en  $cm^3.s^{-1}.erg^{-1/2}$ , il faut exprimer  $(k_B T_e)$  en  $erg$  avec  $1J = 10^7 erg$ )

$\theta_g (eV)$       Énergie d'ionisation globale

$$equ.13 \quad \theta_g (eV) = \frac{n_{air} \theta_{air} + n_{Au} \theta_{Au}}{n_{air} + n_{Au}}$$

$\theta_{air} (eV)$       Énergie d'ionisation d'une molécule d'air

$\theta_{Au} (eV)$       Énergie d'ionisation de l'atome d'Or

$n_{air}$               Densité des molécules d'air

$n_{Au}$               Densité des atomes d'Or

(Pour le terme dans l'exponentielle, il faut que  $\theta_g$  et  $k_B T_e$  de même unité exemple (eV))

### II.1.3. Coefficient de recombinaison

Le coefficient de recombinaison  $\beta$  est détaillé dans le chapitre 2 :

$$equ.14 \quad \beta (cm^6.s^{-1}) = C_1 \left( 2 \frac{g_i}{g_0} \left( \frac{2\pi.m_e}{h^2} \right)^{3/2} .k_B T_e \right)^{-1}$$

$C_1$               Constante expérimentale       $C_1 = 0.0036 cm^3.s^{-1}.erg^{-1/2}$

$g_i, g_0$         Poids statistiques de l'ion et des neutres nous prenons  $\left( \frac{g_i}{g_0} \right) = \frac{1}{2}$

$T_e, m_e$         Température et masse de l'électron

$h$                 Constante de Planck

### II.1.4. Fréquence d'attachement

La fréquence d'attachement est donnée par  $\nu_{att} = h_a . \gamma_{e-n}$  :

$h_a$               Facteur de proportionnalité [6], [7] pour l'air  $h_a = 1,5.10^{-4}$

$\gamma_{e-n}$           Fréquence de collision électron-neutre qui a pour expression :

$$\text{equ.15} \quad \gamma_{e-n} = n_0 \cdot \sigma_0 \cdot V_e$$

$V_e$  vitesse électronique

$$\text{equ.16} \quad V_e = \left( \frac{8k_B T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2}$$

$n_0$  Densité des neutres ( $n_0 = n_{Au} + n_{air}$ )

$\sigma_0$  Section efficace de collision électrons-atome  $\sigma_0 \approx 10^{-16} \text{ cm}^2$

## II.2. Deuxième équation : Bilan d'énergie des électrons

D'après le chapitre 2, l'équation bilan d'énergie des électrons s'écrit sous la forme suivante :

$$\text{equ.17} \quad \frac{\partial T_e}{\partial t} - \underbrace{\frac{5k_B T_e}{3m_e \gamma_{e-h}}}_{\text{diffusion thermique liée au électrons}} \nabla^2 T_e = \underbrace{\frac{2k_L I_0}{3n_e k_B}}_{\text{Gain par BI}} - \underbrace{(T_e - T_g) \gamma_{tr}}_{\text{échange d'énergie entre e-lourde}} - \underbrace{\frac{1}{n_e} \left( T_e + \frac{2}{3} \theta_g \right)}_{\text{perte d'énergie par ionisation}} \frac{\partial n_e}{\partial t}$$

Nous cherchons à détailler tous les coefficients

### II.2.1. Terme représentant la diffusion thermique

Le terme  $\frac{5k_B T_e}{3m_e \gamma_{e-h}}$  représente la diffusion thermique liée aux électrons avec :

$\gamma_{e-h}$  Fréquence de collision électron-particule lourde qui a pour expression :

$$\text{equ.18} \quad \gamma_{e-h} = n_h \cdot \sigma_0 \cdot V_e$$

$n_h$  Densité des particules lourdes ( $n_h = n_{ion} + n_{Au} + n_{air}$ )

$\sigma_0$  Section efficace de collision électrons-particule lourde ( $\sigma_0 \approx 10^{-16} \text{ cm}^2$ )

$V_e$  Vitesse électronique définie dans (equ.16)

$T_e$  Température électronique

$k_B$  Constante de Boltzmann

### II.2.2. Terme représentant le Gain d'énergie par B.I

Le terme  $\frac{2k_L I_0}{3n_e k_B}$  représente le gain d'énergie par Bremsstrahlung Inverse avec

$I_0$  Intensité du champ, d'après le chapitre 2 de la partie II

$$\text{equ.19} \quad I_0 = \frac{E_0^2}{240\pi}$$

$E_0$  Amplitude du champ

$k_B$  Constante de Boltzmann

$n_e$  Densité électronique

$k_L$  Coefficient de Bremsstrahlung Inverse  $k_L = k_{e-n} + k_{e-i}$

- B.I électrons-neutre : le coefficient d'absorption due au B.I électrons-neutre est calculé en utilisant l'expression définie dans le chapitre 2.

$$\text{equ.20} \quad k_{e-n} (cm^{-1}) = 1,86 \cdot 10^{-18} \lambda^2 \sigma_0 n_0 n_e \sqrt{T_e}$$

- B.I électrons-ion : le coefficient d'absorption due au B.I électrons-ion est calculé en utilisant l'expression définie dans le chapitre 2.

$$\text{equ.21} \quad k_{e-i} (cm^{-1}) = 1,97 \cdot 10^{-23} \left( \frac{\lambda n_e}{T_e^{3/4}} \right)^2$$

$\lambda (cm)$  Longueur d'onde  $\lambda = \frac{c}{f}$

$c$  Célérité de la lumière

$f$	Fréquence de l'onde
$n_e (cm^{-3})$	Densité électronique
$T_e (°K)$	Température électronique

### II.2.3. Terme représentant l'échange d'énergie (e-lourde)

Le terme  $(T_e - T_g)\gamma_{tr}$  est un terme de perte d'énergie dû à l'échange d'énergie entre les électrons et les particules lourdes :

$T_e (°K)$	Température électronique
$T_g (°K)$	Température du gaz
$\gamma_{tr}$	Fréquence de collision effective calculée dans le chapitre 2

$$equ.22 \quad \gamma_{tr} = 2 \left( \frac{m_e}{\mu} n_{ion} + \frac{m_e}{m_{Au}} n_{Au} + \frac{m_e}{m_{air}} n_{air} \right) V_e \cdot \sigma_0$$

$\mu$	Masse effective définie dans (equ.11)
$\sigma_0$	Section efficace de collision électrons-particule lourde ( $\sigma_0 \approx 10^{-16} cm^2$ )
$V_e$	Vitesse électronique définie dans (equ.16)

### II.2.4. Terme représentant perte d'énergie par ionisation

Le terme  $\frac{1}{n_e} (T_e + \frac{2}{3} \theta_g) \frac{\partial n_e}{\partial t}$  est un terme de perte d'énergie par ionisation :

$T_e (°K)$	Température électronique
$n_e (cm^{-3})$	Densité électronique
$\theta_g (eV)$	Energie d'ionisation globale définie dans (equ.13)

### II.3. Troisième équation : diffusion des atomes d'Or

L'équation bilan de la diffusion des atomes d'Or est de la forme :

$$\text{equ.23} \quad \frac{\partial n_{Au}}{\partial t} - D \cdot \nabla^2 n_{Au} = 0$$

$D$  Coefficient de diffusion

$$\text{equ.24} \quad D = \frac{1}{3} \frac{V_{eff}^2}{\gamma_{eff}}$$

$\gamma_{eff}$  Fréquence effective de collision avec les molécules d'air

$$\text{equ.25} \quad \gamma_{eff} = n_{air} \cdot \sigma_0 \cdot V_{eff}$$

D'où l'expression du coefficient de diffusion

$$\text{equ.26} \quad D = \frac{1}{3} \frac{V_{eff}}{n_{air} \sigma_0}$$

$n_{air}$  Densité des molécules d'air

$\sigma_0$  Section efficace de collision  $\sigma_0 \approx 10^{-16} \text{ cm}^2$

$V_{eff}$  Vitesse effective des ions définie dans (equ.10)

### II.4. Quatrième équation : échauffement du gaz

L'équation qui nous permet de déterminer l'évolution de la température du gaz est détaillée dans le chapitre 2 et elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\text{equ.27} \quad \frac{\partial T_g}{\partial t} - D_T \cdot \nabla^2 T_g = \frac{n_e}{n_h} (T_e - T_g) \gamma_{tr}$$

$D_T$  Diffusivité thermique du gaz

$$\text{equ.28} \quad D_T = \frac{K}{\rho C_p}$$

- $C_p$  Capacité calorifique du gaz (l'air dans notre cas)
- $K$  Conductivité thermique du gaz
- $\rho$  Masse spécifique du gaz
- $n_h$  Densité des particules lourde ( $n_h = n_{ion} + n_{Au} + n_{air}$ )
- $\gamma_{tr}$  Fréquence de collision effective définie dans (equ.22)

Enfin le système d'équations est complet en considérant la densité des molécules d'air.

## II.5. Cinquième équation : densité des molécules d'air

L'équation qui nous permet de déterminer l'évolution de la densité des molécules d'air est l'équation des gaz parfaits :

$$\text{equ.29} \quad P = nk_B T$$

$$n = n_{ion} + n_e + n_{Au} + n_{air} \quad \text{et} \quad T = T_e \text{ ou } T_g$$

$P$  Pression ambiante ( $P = 1 \text{ atm}$ )

$k_B$  Constante de Boltzmann

En résumé, le système d'équations à résoudre est le suivant :

- Equation bilan des électrons :

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} - D_a \nabla^2 n_e = \alpha(n_{air} + n_{or})n_e - \beta n_{ion} n_e^2 - \nu_a n_e$$

- Equation bilan d'énergie des électrons :

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} - \frac{5k_B T_e}{3m_e \gamma_{e-h}} \nabla^2 T_e = \frac{2k_L I_0}{3n_e k_B} - (T_e - T_g) \gamma_{tr} - \frac{1}{n_e} (T_e + \frac{2}{3} \theta_g) \frac{\partial n_e}{\partial t}$$

- Equation bilan de la diffusion des atomes d'Or :

$$\frac{\partial n_{Au}}{\partial t} - D \cdot \nabla^2 n_{Au} = 0$$

- Echauffement du gaz

$$\frac{\partial T_g}{\partial t} - D_T \cdot \nabla^2 T_g = \frac{n_e}{n_h} (T_e - T_g) \gamma_{tr}$$

- Equation des gaz parfaits :

$$P = nk_B T$$

Pour résoudre le système d'équations, nous avons développé un outil numérique, dont la première étape consiste en la discrétisation des équations.

### III. Discrétisation des équations

Pour résoudre le système d'équations nous avons utilisé les méthodes des différences finies et de volume de contrôle détaillées dans le chapitre 3. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, chacune de ces méthodes résulte de trois sous méthodes : une dite implicite, inconditionnellement stable, une dite méthode explicite, qui n'est pas toujours stable et une dernière qui est moins utilisée que les deux autres et qui est dite méthode de CRANK-NICOLSON, toujours stable (voir chapitre3).

Comme nous le verrons par la suite, nous avons utilisé la méthode des différences finies en première approche, afin de nous familiariser avec le problème physique à résoudre sans pour autant accentuer les difficultés par l'utilisation d'une méthode numérique trop complexe.

Puis dans un second temps, nous avons développé notre modèle à l'aide de la méthode des volumes de contrôle qui est plus délicate à mettre en place, mais qui nous permet d'obtenir un modèle très précis.

C'est pourquoi, afin d'illustrer une partie de notre travail, nous choisissons ici de détailler la discrétisation des équations par la méthode des volumes de contrôle explicite. Ce paragraphe a pour objectif de montrer la complexité du problème à résoudre numériquement

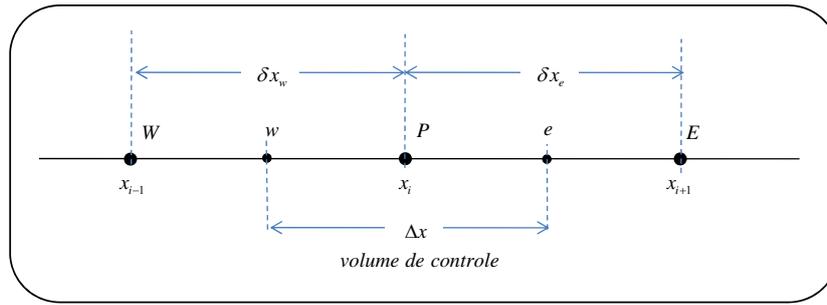


figure 3. Maillage 1D

$P$  – Noeud considéré

$W$  – Noeud “West”

$E$  – Noeud “East”

$w$  – interface “West” du volume de contrôle

$e$  – interface “East” du volume de contrôle

$\Delta x$  – largeur du volume de contrôle étudié

Les équations à dérivée partielle considérées, peuvent être écrites sous la forme suivante (dans le cas de 1D):

$$\text{equ.30} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + S$$

$\phi$  La variable

$D$  Coefficient de diffusion variable avec le temps

$S$  Terme source variable avec le temps

D’après le chapitre 3, et en utilisant la discrétisation avec la méthode de volume de contrôle, avec une méthode explicite, nous obtenons l’équation discrétisée générale, sous la forme suivante :

$$\text{equ.31} \quad a_p \phi_P^{n+1} = a_E \phi_E^n + a_W \phi_W^n + (a_P^0 - (a_E + a_W)) \phi_P^n + b$$

$$a_P^0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad a_E = \frac{D_e^n}{\delta x_e} \quad a_W = \frac{D_w^n}{\delta x_w}$$

$$a_p = a_p^0 \qquad b = \overline{S^n} \Delta x$$

$\overline{S}$  La moyenne du terme source dans le volume considéré

Appliquons cette discrétisation à l'ensemble de notre système d'équations.

### a. Discrétisation de la première équation

Pour discrétiser la première équation de notre système

$\left( \frac{\partial n_e}{\partial t} - D_a \nabla^2 n_e = \alpha(n_{air} + n_{or})n_e - \beta.n_{ion}.n_e^2 - \nu_a.n_e \right)$ , nous utilisons (equ.31), avec

$$\phi = n_e \qquad a_p^0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad a_E = \frac{D_e^n}{\delta x_e} = \frac{(D_a)_e^n}{\delta x_e} \qquad a_w = \frac{D_w^n}{\delta x_w} = \frac{(D_a)_w^n}{\delta x_w}$$

$$a_p = a_p^0 \qquad b = \overline{S^n} \Delta x \qquad \text{avec} \qquad S = \left( \alpha(n_{air} + n_{or})n_e - \beta.n_{ion}.n_e^2 - \nu_a.n_e \right)$$

### b. Discrétisation de la deuxième équation

Pour discrétiser la deuxième équation de notre système

$\left( \frac{\partial T_e}{\partial t} - \frac{5k_B T_e}{3m_e \gamma_{e-h}} \nabla^2 T_e = \frac{2k_L I_0}{3n_e k_B} - (T_e - T_g)\gamma_{tr} - \frac{1}{n_e} (T_e + \frac{2}{3}\theta_g) \frac{\partial n_e}{\partial t} \right)$ , nous utilisons (equ.31), avec

$$\phi = T_e \qquad a_p^0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad a_E = \frac{D_e^n}{\delta x_e} = \frac{\left( \frac{5k_B T_e}{3m_e \gamma_{e-h}} \right)_e^n}{\delta x_e} \qquad a_w = \frac{D_w^n}{\delta x_w} = \frac{\left( \frac{5k_B T_e}{3m_e \gamma_{e-h}} \right)_w^n}{\delta x_w}$$

$$a_p = a_p^0 \qquad b = \overline{S^n} \Delta x \qquad \text{avec} \qquad S = \left( \frac{2k_L I_0}{3n_e k_B} - (T_e - T_g)\gamma_{tr} - \frac{1}{n_e} (T_e + \frac{2}{3}\theta_g) \frac{\partial n_e}{\partial t} \right)$$

### c. Discrétisation de la troisième équation

Nous utilisons (equ.31), pour discrétiser la troisième équation  $\left(\frac{\partial n_{Au}}{\partial t} - D \cdot \nabla^2 n_{Au} = 0\right)$ ,

avec

$$\begin{aligned} \phi &= n_{Au} & a_p^0 &= \frac{\Delta x}{\Delta t} & a_E &= \frac{D_e^n}{\delta x_e} & a_w &= \frac{D_w^n}{\delta x_w} \\ a_p &= a_p^0 & b &= \overline{S^n} \Delta x & \text{avec} & & S &= 0 \end{aligned}$$

### d. Discrétisation de la quatrième équation

Nous utilisons (equ.31), pour discrétiser la quatrième équation

$\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} - D_T \cdot \nabla^2 T_g = \frac{n_e}{n_h} (T_e - T_g) \gamma_{tr}\right)$ , avec

$$\begin{aligned} \phi &= T_g & a_p^0 &= \frac{\Delta x}{\Delta t} & a_E &= \frac{(D_T)_e^n}{\delta x_e} & a_w &= \frac{(D_T)_w^n}{\delta x_w} \\ a_p &= a_p^0 & b &= \overline{S^n} \Delta x & \text{avec} & & S &= \frac{n_e}{n_h} (T_e - T_g) \gamma_{tr} \end{aligned}$$

Ces équations sont couplées et présentent des conditions aux limites qui évoluent avec le temps (equ.1 (ou equ.2), equ.3 et equ.4), ce qui rend notre problème extrêmement compliqué à résoudre.

## IV. Modélisation numérique

Pour modéliser numériquement ce problème physique, nous avons suivi deux étapes principales :

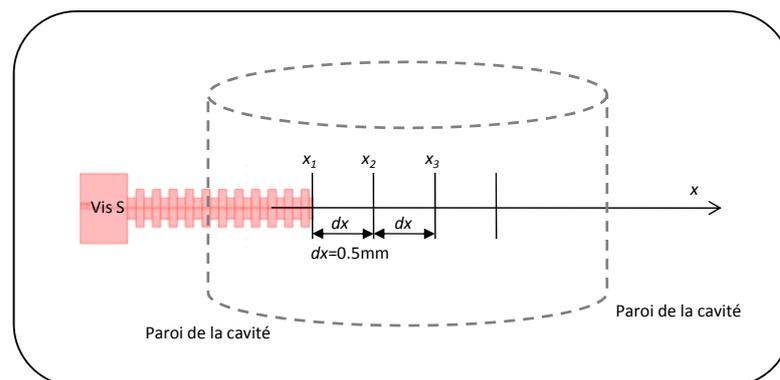
- 1<sup>ère</sup> étape : Nous avons commencé la modélisation en utilisant les méthodes de différences finies (MDF) explicite et implicite, pour se familiariser avec le problème. Les résultats que nous avons obtenus avec les MDF explicite et implicite

sont quasiment identiques. Nous présenterons seulement les résultats obtenus par la MDF implicite.

- 2<sup>ème</sup> étape : Nous avons utilisé la méthode de volume de contrôle, pour affiner le modèle et le rendre plus précis en prenant en compte tous les phénomènes physiques en mettant en évidence leur influence ou leur non influence.

En considérant la topologie du filtre 5 pôles ainsi que les conditions d'utilisation, nous avons réduit la structure de test à une cavité cylindrique résonante comprenant une vis d'accord. Nous nous proposons dans un premier temps de développer et de valider notre modèle numérique à l'aide de cette structure. L'objectif à terme est d'appliquer notre modèle au filtre complet.

La structure considérée est de la forme suivante (figure 4).



**figure 4.** La structure considérée en 1D

## IV.1. Première approche : méthode de différence finie implicite

### a. Hypothèses

Pour commencer avec un cas simple et pour simplifier le calcul, nous avons considéré en première étape que :

- L'amplitude du champ électrique est constante sur tout le volume considéré ( $E_0 = 2MV.m^{-1}$ )

- le gaz ne chauffe pas ( $T_g \approx T_0 \approx 300K$ )
- la vis est considérée comme un solide semi-infinie  $\left( T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}}{K} \left( \frac{\chi t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + T_0 \right)$
- il n'y a pas évaporation de l'Or ( $n_{Au} = 0$ )
- la fréquence d'attachement est nulle ( $\nu_{att} = 0$ )
- il n'y a pas absorption de l'onde par le plasma.

Dans ce cas, pour résoudre le système d'équations à dérivés partielles couplés, nous avons discrétisé les équations par une méthode de différence finie implicite. Après la discrétisation et pour résoudre les équations algébriques obtenues, il existe plusieurs méthodes :

- pour les systèmes linéaires, on trouve par exemple les méthodes de Gauss Seidel, de Thomas, de Runge-Kutta [8],[9].
- pour les systèmes non linéaires, on trouve les méthodes de Gauss Seidel, de Newton, de la corde [8],[9].

Puisque la méthode de « Gauss Seidel » permet de résoudre les systèmes d'équations linéaires et non linéaire, nous l'avons choisie pour résoudre les équations algébriques. Nous avons vérifié nos résultats en utilisant la méthode de la corde pour les équations non linéaires.

Nous avons programmé ces équations, les conditions initiales et aux limites, sous le logiciel de programmation « MATLAB », avec une méthode de différence finie implicite et en utilisant comme constantes, les valeurs suivantes :

- \* $P = 1atm$                       pression ambiante
- \* $f_0 = 12GHz$                     fréquence de l'onde
- \* $E_0 = 2MV.m^{-1}$                 amplitude du champ électrique

Remarque : nous avons choisi le logiciel « MATLAB » pour sa convivialité de programmation, mais aucune « Toolbox » préprogrammée de « MATLAB » n'a été cependant utilisée.

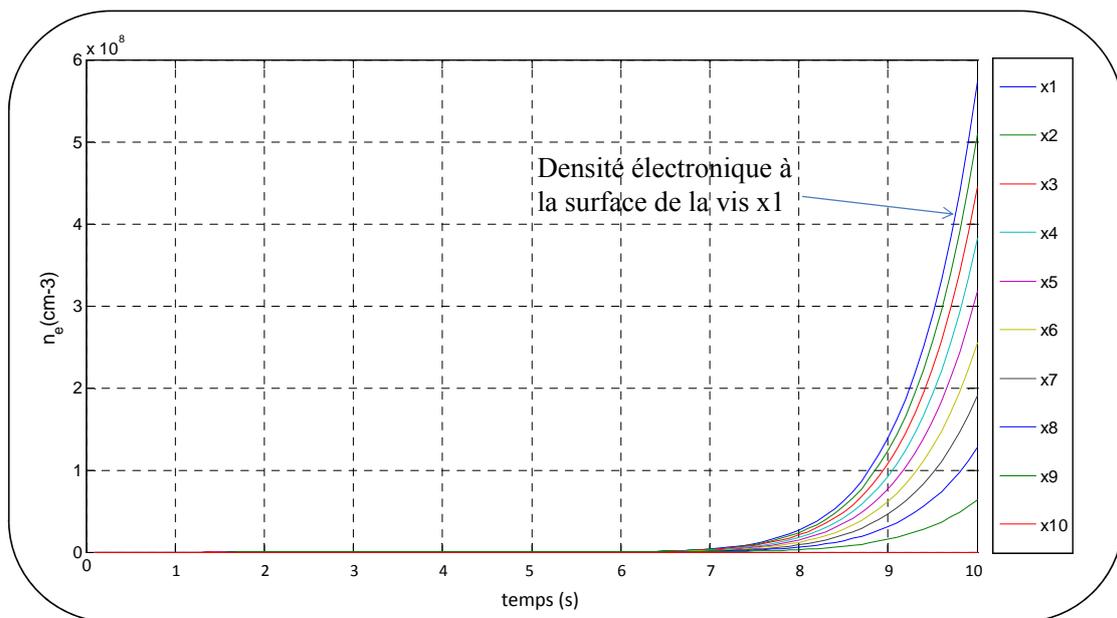
Nous obtenons les résultats suivants :

### b. Densité électronique

Les courbes de la figure 5 correspondent à l'évolution de la densité électronique en fonction du temps et à différentes positions dans le volume sur l'axe ( $ox$ ). Chaque courbe correspond à l'évolution de la densité électronique à une position  $x_i$  donnée. On remarque la présence maximale d'électrons à la surface de la vis et la densité électronique augmente en fonction du temps d'une façon exponentielle suivant l'équation suivante (equ.3):

$$\left( n_e (cm^{-3}) = \frac{t \cdot A_{RD} \cdot T_{surf}^2}{V_e \cdot e} \exp\left(\frac{-\phi}{k_B T_{surf}}\right) \right).$$

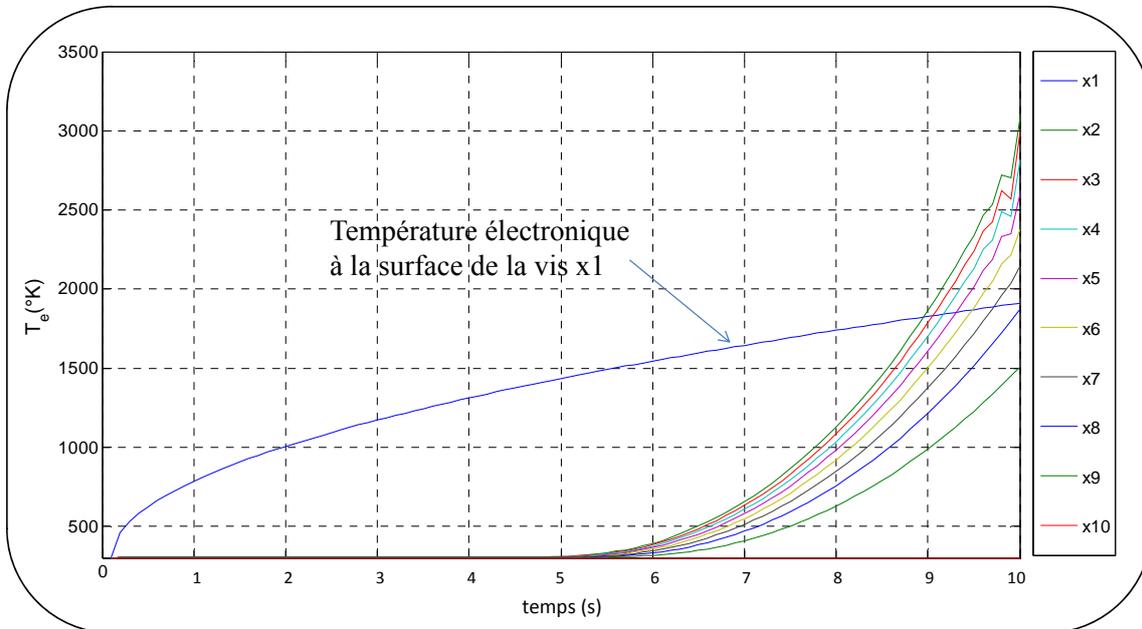
Ces électrons créés par la surface de la vis (et sous l'effet de champ) sont injectés dans le volume du filtre. Ces électrons diffusent, et en s'éloignant vers les parois du filtre, la densité électronique diminue en s'éloignant de la vis jusqu'à s'annuler. A partir d'études portant sur ces phénomènes [10]-[13], il est usage de dire que si la densité électronique atteint  $10^8 cm^{-3}$  le phénomène de claquage est déclenché. Or dans notre cas et d'après la figure 5,  $n_e = 10^8 cm^{-3}$  pour  $t \approx 10s$ , à la surface de la vis.



**figure 5.** Evolution de la densité électronique dans le volume et en fonction du temps

### c. Température électronique

La figure 6 décrit l'évolution de la température électronique dans le volume et en fonction du temps.



**figure 6.** Evolution de la température électronique dans le volume et en fonction du temps

De  $t = 0s$  jusqu'à  $t \approx 5s$  nous remarquons qu'il n'y a pas d'électron dans le volume. Ainsi la température électronique reste constante ( $300^{\circ}K$ ). À partir de  $t \approx 5s$  des électrons apparaissent dans le volume et la température électronique commence à augmenter au cours de temps.

Cette modélisation nous permet de déterminer le temps nécessaire à l'initiation du phénomène de claquage qui est de l'ordre de  $10s$ .

Mais surtout, cette première approche nous a permis d'appréhender la modélisation des phénomènes physiques de façon « simple », pour une meilleure compréhension.

Dans une seconde étape, il nous a semblé nécessaire de comparer cette première approche, à une autre méthode. Pour cela nous avons fait appel à la méthode de volume de contrôle implicite. Comme nous le verrons ces premiers résultats nous ont permis d'affiner notre outil de modélisation et de gagner en précision de calcul. Après différents test

comparatifs sur les méthodes des différences finies (MDF) et de volume de contrôle (MVC), nous avons choisi de développer notre outil de modélisation à l'aide de la MVC qui nous a semblé la mieux adaptée à notre problème.

## IV.2. Approche affinée 1 : avec méthode de volume de contrôle implicite

### a. Hypothèses

Des simulations électromagnétiques en 3D avec le logiciel HFSS nous ont montré que l'amplitude du champ électrique au niveau de la vis est deux fois plus grande que la valeur du champ électrique dans le volume. Nous considérons maintenant que l'amplitude du champ est variable dans la cavité. Cette prise en compte de l'amplitude variable du champ électrique dans la cavité, est la différence majeure par rapport au cas précédent. Pour simplifier le calcul nous considérons une variation linéaire, décrite sur la figure 7.

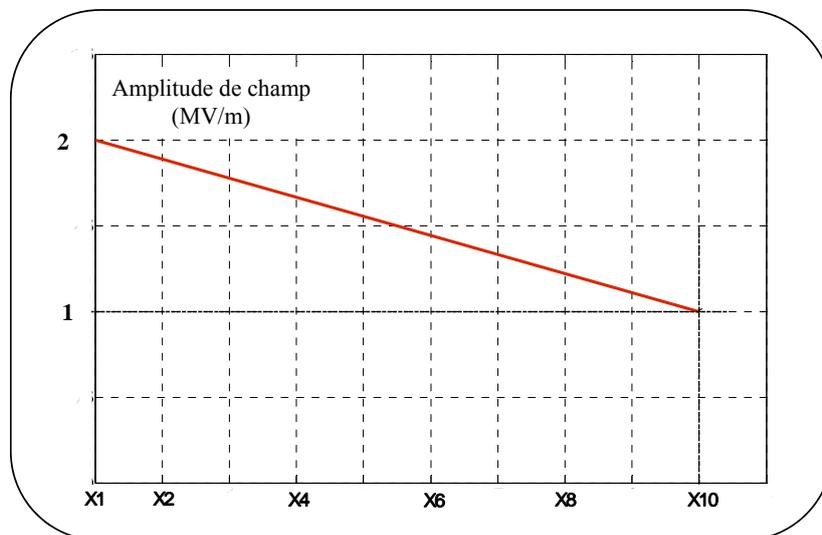


figure 7. Variation de l'amplitude du champ dans la cavité

Pour affiner notre approche et se rapprocher de la réalité, nous tenons compte maintenant de l'échauffement du gaz (en tenant compte de l'équation (equ.27)), par contre

nous considérons toujours, la vis comme un solide semi-infini  $\left( T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}}{K} \left( \frac{\chi t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + T_0 \right)$  et la fréquence d'attachement est nulle.

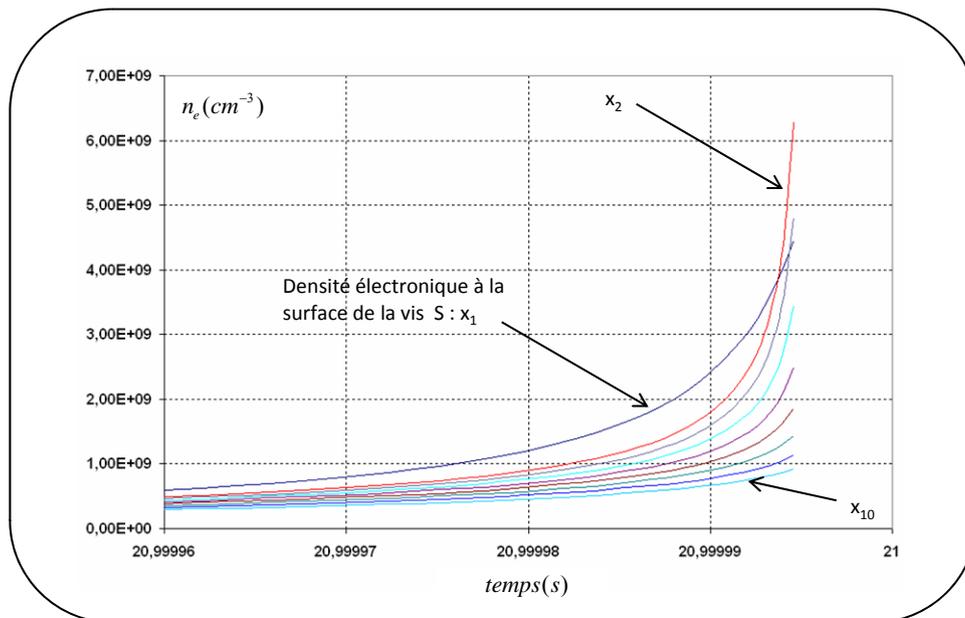
Ces équations, les conditions initiales et aux limites ont été programmées, sous le logiciel de programmation « MATLAB », en utilisant comme constantes, les valeurs suivantes :

- \* $P = 1atm$                       pression ambiante
- \* $f_0 = 12GHz$                     fréquence de l'onde
- \* $E_{0surf} = 2MV.m^{-1}$             amplitude de champ à la surface de la vis

### b. Densité et température électronique

Nous cherchons ici à retrouver les résultats précédents sur la figure 5 et figure 6 en considérant le champ électrique variable, en tenant compte de l'échauffement du gaz et en utilisant une nouvelle méthode numérique. Cette étape nous permet de valider notre approche numérique.

Dans un premier temps, nous avons considéré qu'il n'y a pas d'évaporation d'Or, les résultats obtenus dans ce cas sont les suivants :



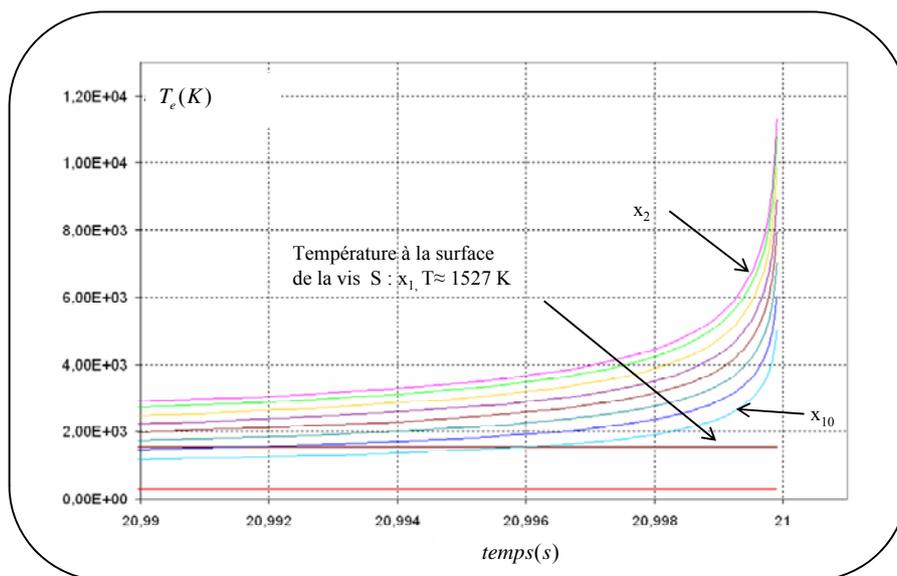
**figure 8.** Evolution de la densité électronique dans le volume en fonction du temps

La courbe de la figure 8 correspond à l'évolution de la densité électronique en fonction du temps et aux différentes positions dans le volume sur l'axe ( $ox$ ). Chaque courbe correspond à l'évolution de la densité électronique à une position  $x_i$  donnée. On remarque que la densité électronique augmente d'une façon exponentielle. Nous observons aussi qu'à partir d'un instant  $t \approx 21s$ , la densité électronique dans les cellules  $x_2$  et  $x_3$  dépasse celle de la cellule  $x_1$ . Ceci est dû aux collisions ionisantes par l'échauffement des électrons par BI. Ainsi on peut considérer que l'avalanche électronique est à cet instant lancée de façon irréversible.

La différence entre les courbes de la figure 5 et celles de la figure 8 que l'on note au niveau du temps de claquage (environ 21s contre 10s) est liée au fait que dans ce cas :

- le champ est considéré variable dans le volume (figure 7),
- on tient compte de l'échauffement du gaz.

L'évolution de la température électronique en fonction du temps et pour différentes positions est présentée sur la figure 9. Dans le volume, l'échauffement des électrons par l'absorption de la puissance micro-ondes par BI est clairement souligné. La température électronique augmente de façon exponentielle.

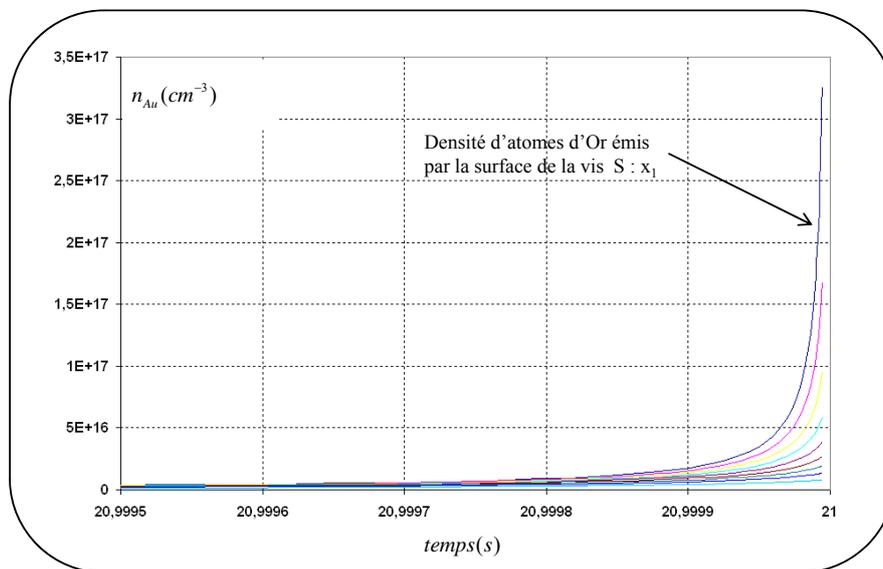


**figure 9.** Evolution de la température électronique dans le volume et en fonction du temps

L'expérience menée par TAS, a montré qu'une des conséquences du phénomène de claquage, a été de projeter de l'Or sur les parois du filtre. Nous traitons maintenant le cas où on a évaporation de l'Or dans la cavité.

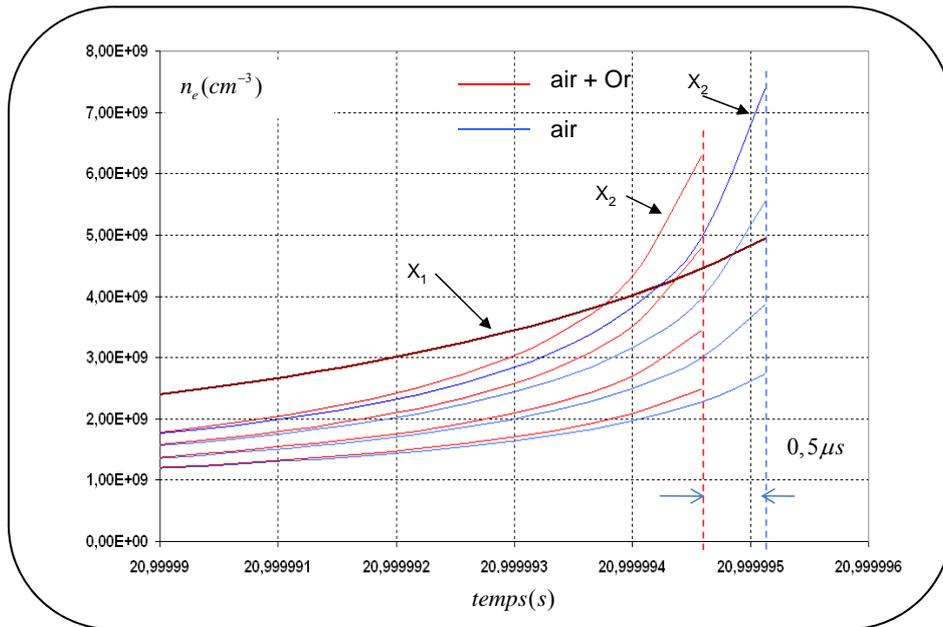
### c. Prise en compte de l'évaporation d'atomes d'Or

Dans ce cas les courbes de densité et de température électronique sont quasi identiques aux figure 8 et figure 9. Pour la concentration des atomes d'Or dans la cavité nous obtenons les résultats suivants :



**figure 10.** Evolution de la densité des atomes d'Or dans le volume et en fonction du temps

Pour voir si l'évaporation d'atomes d'Or influence le phénomène de claquage, nous avons superposé les deux courbes de la densité électronique avec et sans Or évaporée.



**figure 11.** Influence de la vapeur d'Or sur l'initiation de claquage

D'après la figure 11, nous remarquons une légère différence entre les deux courbes, avec et sans la vapeur d'Or. En présence d'atomes d'Or évaporés, le phénomène de claquage est accéléré de presque  $0,5 \mu\text{s}$ .

#### d. Mise en évidence de l'effet thermoélectronique

Pour mettre en évidence le rôle prépondérant de l'émission thermoélectronique sur le phénomène de claquage et pour valider notre approche, nous avons fait différentes simulations avec des conditions différentes (pour réduire le temps de calcul, nous travaillons dans ce cas avec une valeur de champ  $E_0 = 5 \text{MV.m}^{-1}$ ).

- 1<sup>er</sup> test : nous avons considéré qu'il n'y a ni émission thermoélectronique, ni évaporation de l'Or, seulement les électrons présents à l'équilibre thermodynamique (par la loi de Saha détaillée dans le chapitre 2). Dans ce cas, le temps d'initiation du claquage est voisin de  $t \approx 1,55 \text{s}$  (figure 12).
- 2<sup>ème</sup> test : nous avons considéré les mêmes conditions que le 1<sup>er</sup> test, mais en considérant en plus l'évaporation de l'Or. Dans ce cas, le temps d'initiation du claquage est  $t \approx 1,1 \text{s}$  (figure 12). Donc on voit bien dans ce cas que l'Or accélère le phénomène de claquage.

- 3<sup>ème</sup> test : nous considérons maintenant l'émission thermoélectronique, l'évaporation de l'Or et la présence d'électrons à l'équilibre thermoélectronique par la Loi de Saha, dans ce cas le temps d'initiation du claquage est  $t \approx 0,5s$  (figure 12).
- 4<sup>ème</sup> test : nous considérons dans ce cas, seulement l'émission thermoélectronique. Le temps d'initiation du claquage est  $t \approx 0,5s$  (figure 12). D'après ces résultats nous confirmons que l'émission thermoélectronique est la source d'électrons dominante.

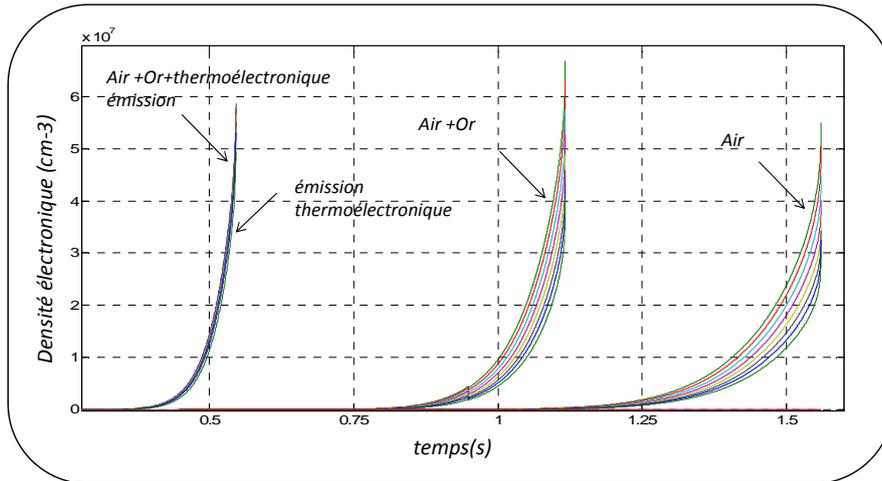


figure 12. Effet de l'émission thermoélectronique

### e. Approche en 3 dimensions

Nous considérons un volume cylindrique autour de la vis S, comme indiqué sur la figure 13, l'axe ( $ox$ ) coïncide avec la direction de la vis S.

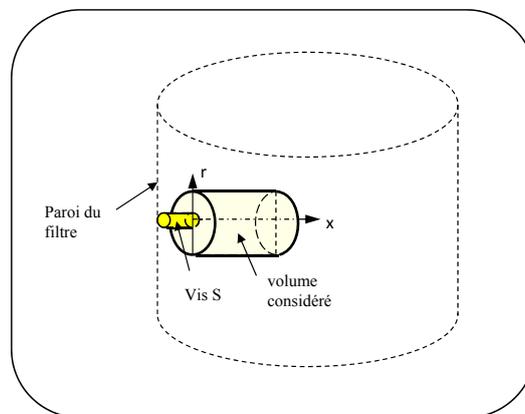


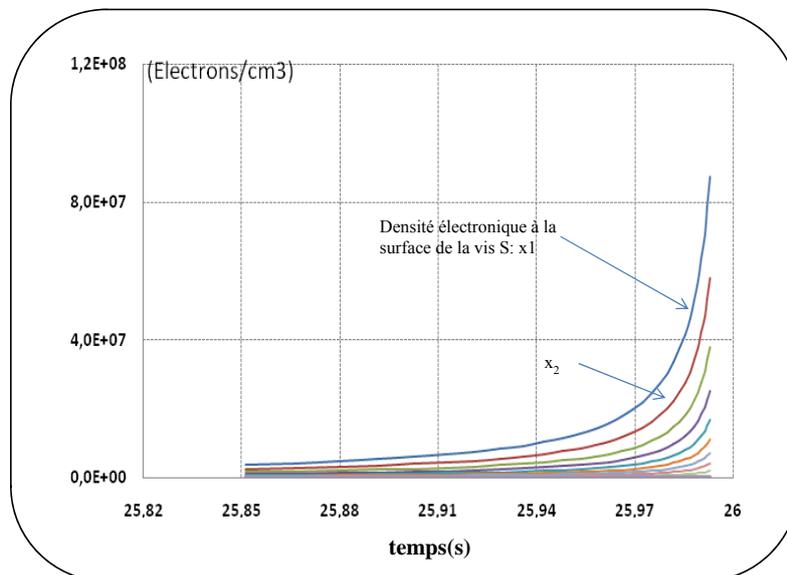
figure 13. La structure considéré en 3D

Le problème numérique est résolu en coordonnées cylindriques sachant que la structure considérée présente une symétrie axiale. Le système d'équations aux dérivées partielles est résolu par la méthode de volume de contrôle implicite. Afin d'obtenir des résultats plus précis, le pas de temps est considéré variable, il est de plus en plus petit au fur et à mesure que l'on se rapproche du phénomène d'avalanche. En utilisant les mêmes hypothèses que (IV.2) :

- \* $P = 1atm$                       pression ambiante
- \* $f_0 = 12GHz$                     fréquence de l'onde
- \* $E_{0surf} = 2MV.m^{-1}$         amplitude de champ à la surface de la vis

Nous considérons que l'amplitude du champ est variable dans la cavité (figure 7), nous tenons compte de l'échauffement du gaz (en tenant compte de l'équation (equ.27)), nous considérons toujours, la vis comme un solide semi-infini  $\left( T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}}{K} \left( \frac{\chi.t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + T_0 \right)$  et la fréquence d'attachement est nulle.

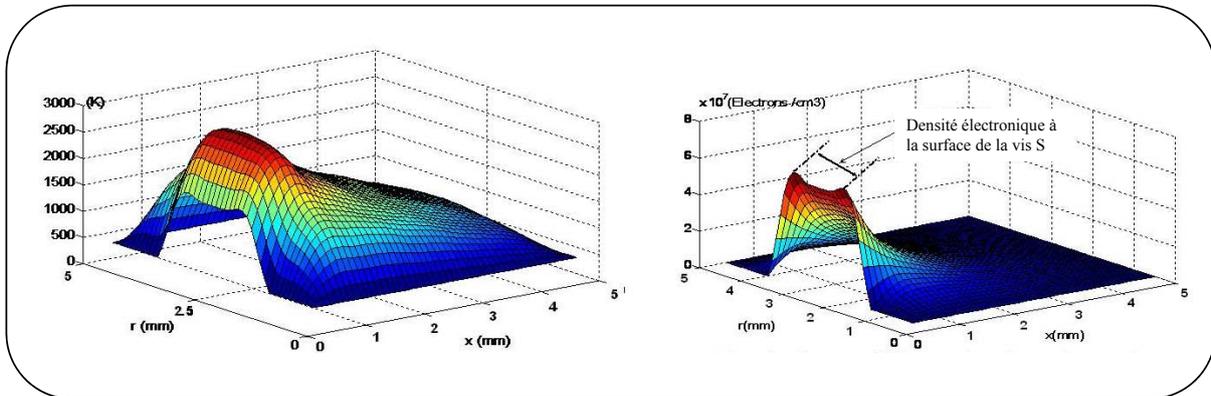
Nous obtenons les résultats suivants.



**figure 14.** Evolution de la densité électronique dans le volume et en fonction du temps pour  $r = 0$  (voir figure 13)

La figure 14 représente l'évolution de la densité électronique dans le volume et en fonction du temps et pour  $r = 0$  (figure 13). On peut noter que la densité électronique

augmente de façon exponentielle. Dans ce cas nous supposons que le phénomène de claquage se produit à l'instant  $t \approx 26s$ . Nous présentons par la suite l'évolution de la température et la densité électronique dans le volume à l'instant  $t \approx 26s$ .



**figure 15.** Evolution de la température et de la densité électronique dans le volume à  $t \approx 26s$

Pour l'évolution de la densité électronique, nous remarquons la diffusion des électrons dans le volume. Concernant la température électronique, à l'instant  $t \approx 26s$ , la température électronique dans le volume est supérieure à la température à la surface de la vis. Dans ces conditions, l'initiation de phénomène de claquage se produit dans le volume et est irréversible.

Dans le cas de la modélisation en 1 dimension, le temps d'initiation du claquage est  $t \approx 21s$ , alors que dans le cas de l'approche 3 dimensions, le temps d'initiation du claquage est  $t \approx 26s$  : cette différence est due à la diffusion des électrons dans le volume. Nous remarquons que les résultats de la modélisation en 1 dimension et 3 dimensions sont quasiment identiques. L'approche 3D ne nous apporte pas d'information complémentaire dans ce cas. Alors que le temps de calcul de l'approche 3 dimension est beaucoup plus important que celui de l'approche 1 dimension. Nous avons choisi d'approfondir la modélisation mais seulement en 1 dimension, pour réduire le temps de calcul.

Dans les cas précédents la fréquence d'attachement a été considéré nulle et la vis a été considérée comme un solide de longueur semi-infini (voir Partie II, chapitre 2, III.2.1.equ.14), d'où l'expression de la température à la surface de la vis :

$$T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}}{K} \left( \frac{\chi.t}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + T_0$$

Pour se rapprocher de la réalité, dans ce cas nous tenons compte de la fréquence d'attachement et la vis est maintenant considérée comme un slab (un solide de longueur finie, voir Partie II, chapitre 2, III.2.2.equ.16) d'où la nouvelle expression de la température à la surface de la vis :

$$T_{surf}(t) = \frac{2P_{ab}(\chi.t)^{\frac{1}{2}}}{K} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left\{ \operatorname{ierfc} \frac{2nL}{2(\chi.t)^{\frac{1}{2}}} - \operatorname{ierfc} \frac{2(n+1)L}{2(\chi.t)^{\frac{1}{2}}} \right\} + T_0$$

La différence entre ces deux expressions est que dans le cas d'un solide semi-infini, la température continue toujours à augmenter (Partie II, chapitre 2, III.2.2.figure 3), dont l'expression est une fonction en  $\sqrt{t}$ , alors que dans le cas d'un slab la température augmente et elle finit par se saturer.

Ainsi, nous cherchons toujours à améliorer notre précision de calcul et dans ce cas nous allons tester la méthode de volume de contrôle (MVC) explicite et avec prédicteur-correcteur, qui va comme nous le verrons limiter la divergence du problème.

### IV.3. Approche affinée 2 : MVC explicite avec prédicteur correcteur

Le principe de la prédiction-correction est le suivant (voir figure 16): pour calculer la variable  $\phi$  à l'instant  $t$ , nous avons besoin des valeurs de la variable  $\phi$  à l'instant  $t-1$ ,  $t-2$  et  $t-3$ . Nous calculons une fonction  $f$  qui passe par ces trois points  $\phi^{t-1}, \phi^{t-2}$  et  $\phi^{t-3}$ , sachant que la fonction choisie est de la forme  $(f(x) = ax^2 + bx + c)$ , cela revient à déterminer les constantes  $a, b$  et  $c$ . Après avoir déterminé ces trois constantes, nous calculons la valeur de  $\phi^t = f(t)$  et nous le notons  $\phi_p^t$ , c'est la prédiction. Puis nous calculons la valeur de  $\phi^t$  par notre code et nous le notons  $\phi_c^t$ . Enfin nous comparons  $\phi_p^t$  et  $\phi_c^t$  : si  $|\phi_c^t - \phi_p^t| < \varepsilon$  alors la valeur calculée est correcte et à conserver, sinon il y a divergence. Il faut alors diviser le pas de temps et refaire le calcul selon la même démarche. Cette méthode nous permettra de limiter le problème de divergence.

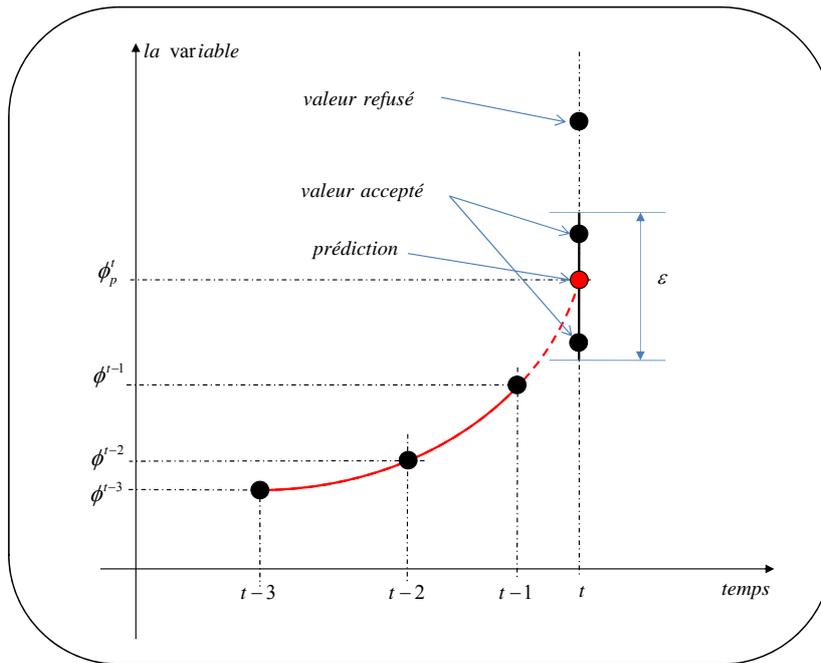


figure 16. Méthode de prédicteur-correcteur

Nous schématisons cette méthode par l'organigramme suivant :

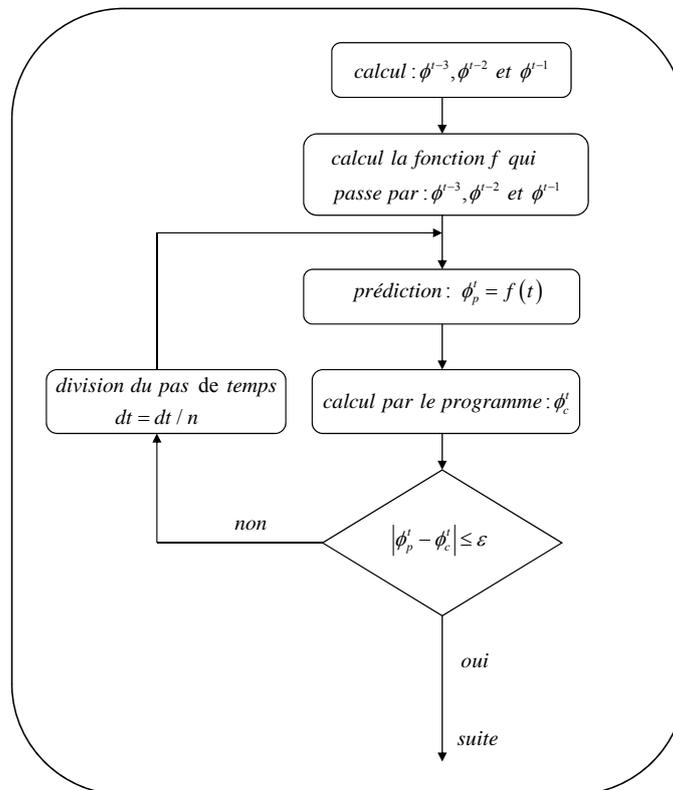
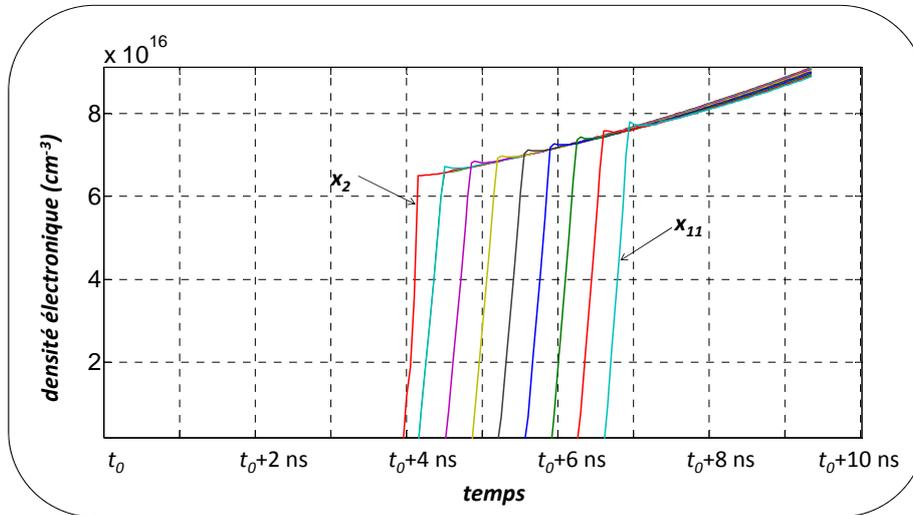


figure 17. Organigramme de la méthode de predicteur-correcteur

En utilisant cette méthode numérique, en considérant la vis comme un solide de longueur finie, en tenant compte de la fréquence d'attachement et en utilisant les hypothèses du paragraphe (IV.2), nous obtenons les résultats suivants :

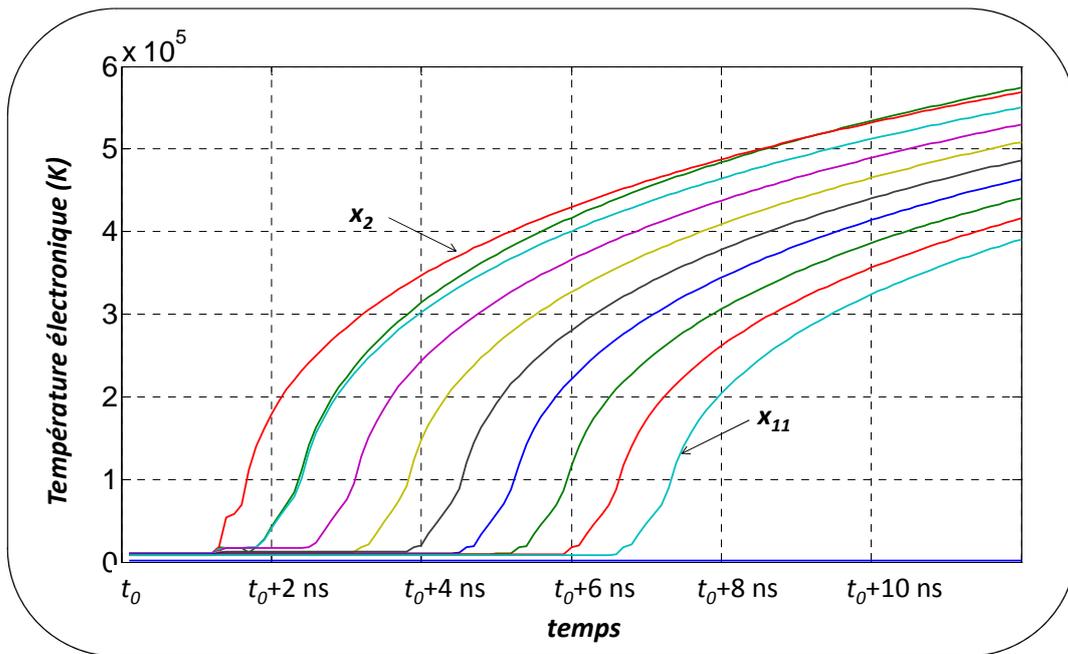


**figure 18.** Evolution de la densité électronique dans le volume et en fonction du temps avec  $t_0 = 33.64756950 \text{ s}$

La figure 18 représente l'évolution de la densité électronique dans le volume et en fonction du temps. Chaque courbe correspond à l'évolution de la densité électronique à une position particulière  $x_i$ . Ces résultats sont présentés sur un intervalle de temps  $\approx 10 \text{ ns}$ . On remarque de façon plus évidente que précédemment, que l'avalanche électronique est maintenant lancée de façon irréversible. Nous constatons de plus, la propagation d'une onde d'ionisation dans le volume. Le maximum de densité électronique obtenu grâce à cette nouvelle méthode numérique est supérieur à  $10^{16} \text{ cm}^{-3}$  (au lieu de  $7 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$  précédemment).

La variation du temps d'initiation du claquage de 21 à 33s entre le cas précédent et celui-ci est liée à la prise en compte de la fréquence d'attachement et de la vis comme un solide de longueur finie, qui impose une évolution de la température différente sur la vis.

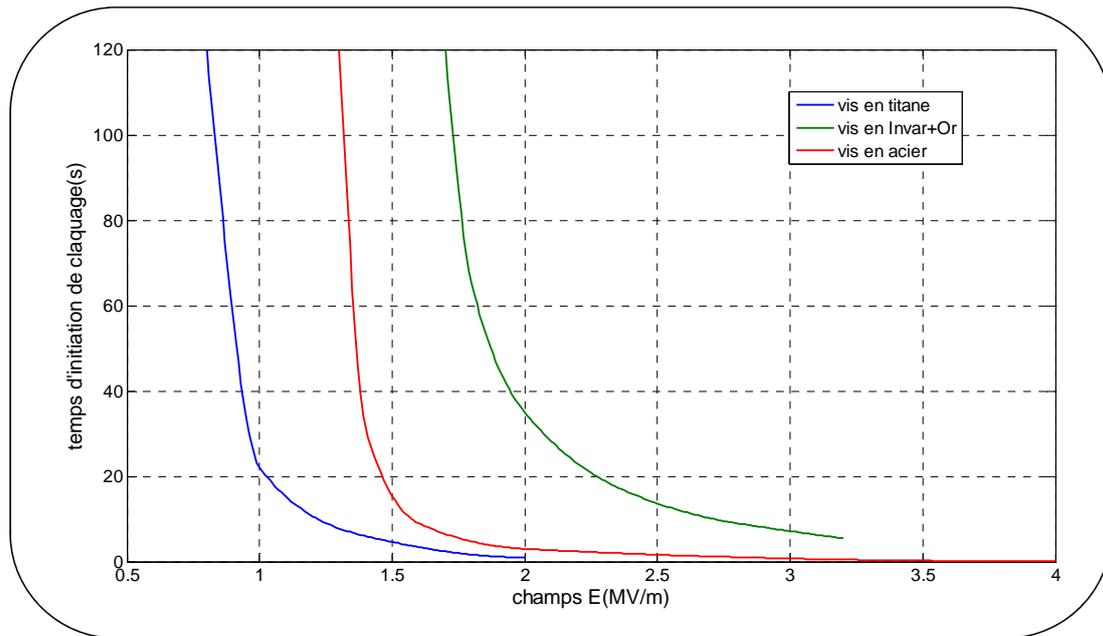
La figure 19 correspond à l'évolution de la température électronique dans le volume et en fonction du temps. Les électrons éjectés par la surface de la vis par l'émission thermoélectronique sont chauffés par le BI, et gagnent l'énergie suffisante pour provoquer le claquage à l'instant  $t \approx 33 \text{ s}$ .



**figure 19.** Evolution de la température électronique dans le volume et en fonction du temps  
avec  $t_0 = 33.64756950 \text{ s}$

Selon la figure 18 et figure 19, la méthode de volume de contrôle (méthode explicite) avec prédicteur-correcteur est bien adaptée à notre problème. Elle présente à la fois la stabilité et la précision nécessaires à la résolution du problème considéré.

Avec les mêmes hypothèses, nous avons fait quelques dizaines de calculs du temps d'initiation du claquage en variant l'amplitude du champ électrique. Sur la figure 20, nous présentons l'évolution du temps d'initiation de claquage en fonction de l'amplitude du champ. Trois types de vis ont été envisagés : une vis en Invar recouverte d'une mince pellicule d'Or, une vis en acier et une dernière en Titane.



**figure 20.** Temps d'initiation de claquage en fonction de l'amplitude de champ : Seuil de claquage

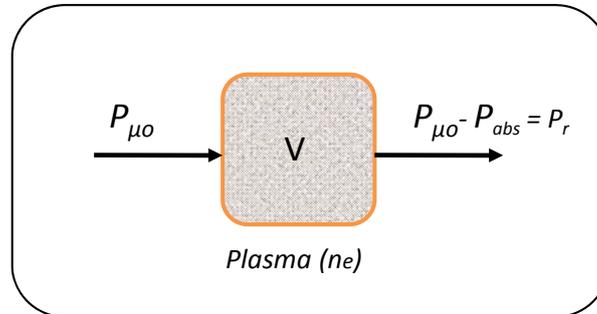
Par expérience, nous pouvons considéré qu'au-delà de  $t \approx 2mn$ , le claquage ne se produira pas. Selon la figure 20, le seuil de claquage pour la vis en acier est  $E_0 \approx 1,4 \text{ (MV.m}^{-1}\text{)}$ , pour une vis en invar recouverte d'une mince pellicule d'Or le seuil de claquage est  $E_0 \approx 1,7 \text{ (MV.m}^{-1}\text{)}$  et pour la vis en Titane le seuil de claquage est  $E_0 \approx 0,85 \text{ (MV.m}^{-1}\text{)}$ .

Dans tous les résultats présentés précédemment, nous ne tenons pas compte de l'absorption de l'onde électromagnétique par le plasma (détaillée dans le chapitre 2). La précision des calculs par la MVC avec code prédicteur-correcteur nous permet de modéliser ce phénomène d'absorption. Dans le paragraphe qui suit nous considérons l'effet du transfert d'énergie de l'onde vers un plasma.

#### IV.4. Transfert d'énergie d'une onde microonde à un plasma

Nous considérons ici les mêmes hypothèses que le paragraphe précédent (IV.3). Soit un plasma de volume  $V$  supposé homogène de densité électronique  $n_e$ . Soit  $P_{\mu o}$  la puissance de

l'onde électromagnétique dans ce volume. Une certaine puissance  $P_{abs}$  est absorbée sur la longueur  $L_p$  du plasma pour son maintien, soit  $P_r = P_{\mu o} - P_{abs}$  :



La puissance  $P_{abs}$  absorbée par le plasma, détaillé dans le chapitre 2 est donnée par :

$$equ.32 \quad \frac{P_{abs}}{V} = \frac{1}{2} \frac{n_e \cdot e^2}{m_e} \frac{\gamma_{e-n}}{\gamma_{e-n}^2 + \omega^2} E_0^2$$

$\omega$  Fréquence angulaire de l'onde

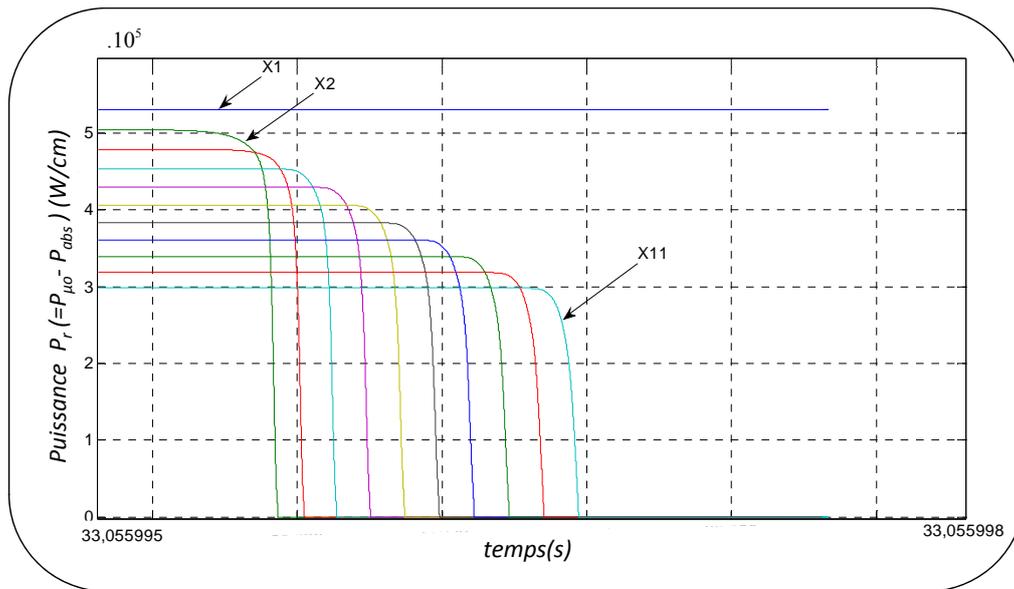
$\gamma_{e-n}$  Fréquence effective de collision électron-neutre pour le transfert de la quantité de mouvement

$m_e$  Masse d'un électron

$n_e$  Densité électronique

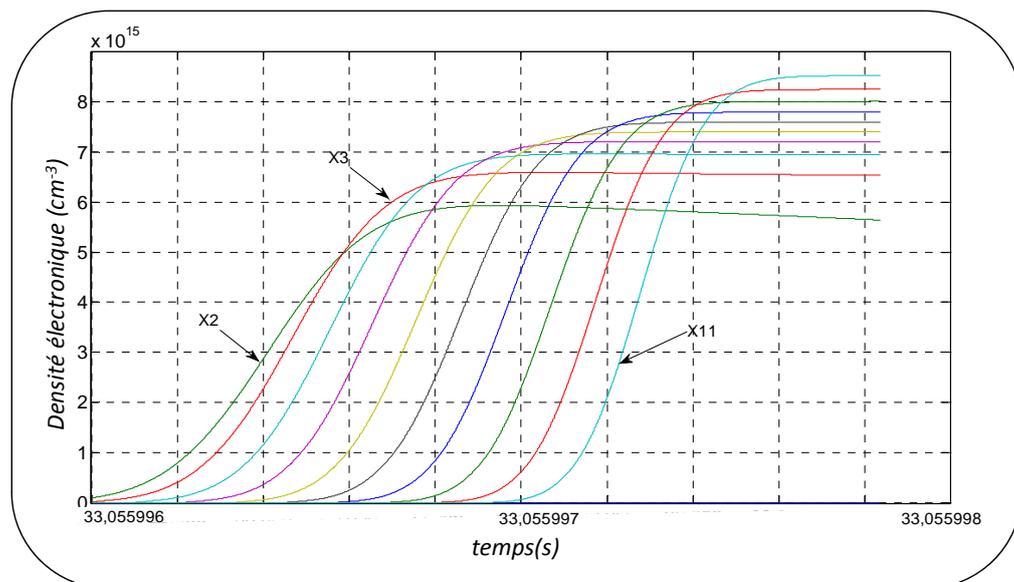
$E_0$  Amplitude du champ électrique

En utilisant la méthode de volume de contrôle explicite avec prédicteur-correcteur, et en considérant le transfert d'énergie de l'onde vers le plasma, nous obtenons les résultats suivants :



**figure 21.** Evolution de la puissance  $P_r (= P_{\mu_0} - P_{abs})$  en fonction de temps

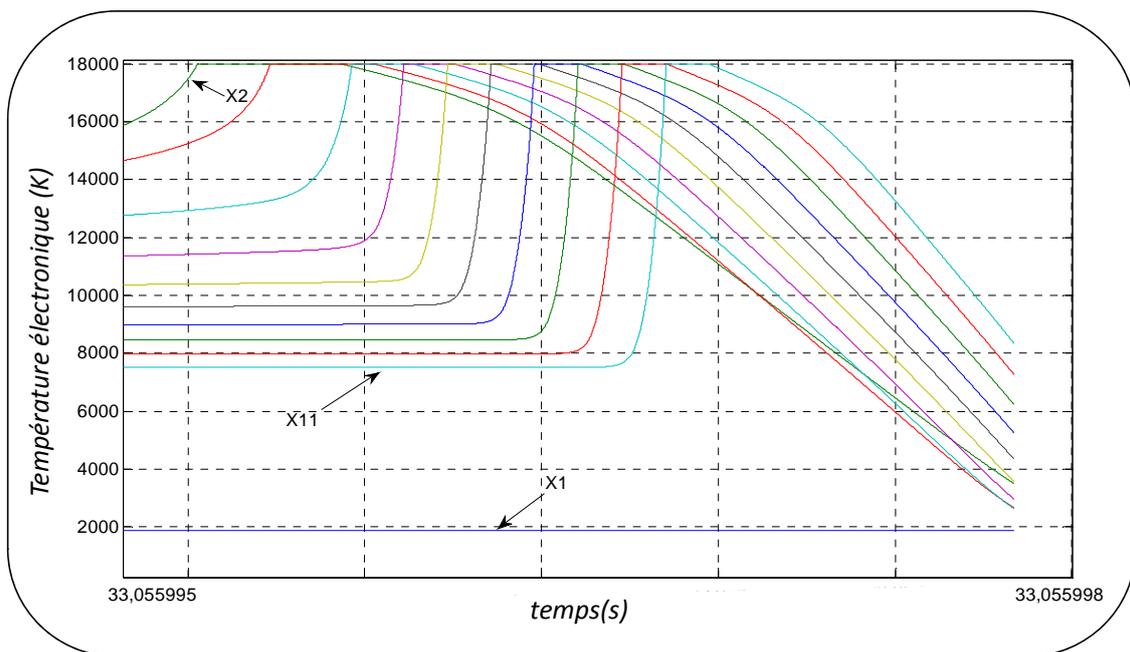
Sur la figure 21, nous présentons l'évolution de la puissance  $P_r (= P_{\mu_0} - P_{abs})$  en fonction du temps. Ces résultats sont présentés sur un intervalle de temps de  $\square 3\mu s$ . Nous remarquons que la puissance  $P_r$  reste constante jusqu'à un instant  $t$ , et à partir de cet instant nous observons une chute brutale de cette puissance due à l'absorption de l'onde par le plasma.



**figure 22.** Evolution de la densité électronique dans le volume et en fonction du temps

La figure 22 représente l'évolution de la densité électronique en fonction du temps et pour les différentes positions de l'axe des  $x$ . Ces résultats sont présentés sur un intervalle de temps de  $2\mu s$ . Chaque courbe représente l'évolution de la densité électronique à une position  $x_i$ . Nous remarquons, comme précédemment que l'avalanche électronique est lancée de façon irréversible, et qu'une onde d'ionisation se propage dans le volume. Dans ce cas la densité électronique maximale obtenue est de l'ordre de  $10^{15} cm^{-3}$  alors que dans le cas précédent la densité électronique maximale est de l'ordre de  $10^{16} cm^{-3}$  : cette diminution de la densité électronique est causée par l'absorption de l'onde. Pour le temps d'initiation de claquage il est resté quasiment identique à celui du cas précédent (à  $0.5s$  prêt).

La figure 23 correspond à l'évolution de la température électronique dans le volume et en fonction du temps. Nous remarquons une augmentation de la température électronique jusqu'au moment où l'avalanche électronique et l'absorption de la puissance apparaissent, qui causent la diminution de cette température électronique.



**figure 23.** Evolution de la température électronique dans le volume et en fonction du temps

## IV.5. Conclusion

Dans une première partie, nous avons étudié théoriquement le phénomène de claquage qui se produit dans les filtres d'OMUX, par couplage d'analyse électromagnétique, thermique et physique de plasma. Cette étude nous a ramené à un système d'équations à dérivée partielle couplée. En seconde partie, nous avons développé un code numérique permettant de résoudre les équations obtenu par la théorie. Différentes méthodes ont été testées, et la mise en compte des phénomènes physiques a été progressive. Au final le code développé nous permet de déterminer les valeurs seuils du champ électrique et donc la puissance microonde initiatrices du phénomène de claquage dans la cavité.

Il reste maintenant à valider expérimentalement notre approche théorique et notre modélisation numérique à l'aide de tests expérimentaux.

## V. Tests expérimentaux

### V.1. Structure test 1 : cavité résonante

#### V.1.1. Description de la structure

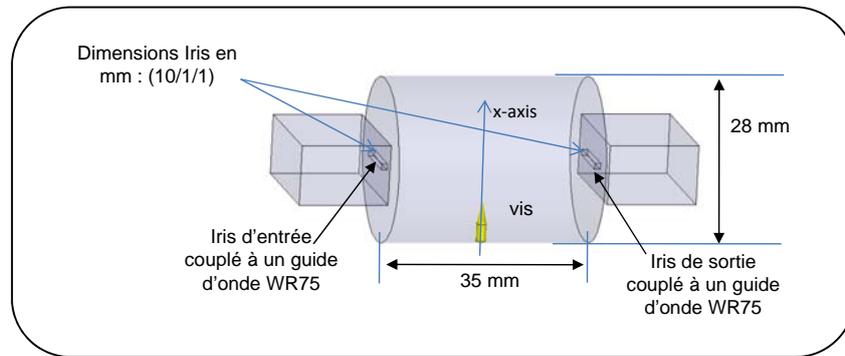
En se basant sur les observations expérimentales réalisées par Thales Alenia Space, le phénomène de claquage apparaît pour une puissance d'entrée de l'ordre d'une centaine de Watt. Dans un premier temps, nous avons choisi de valider notre travail théorique dans notre laboratoire, Xlim. Pour cela, compte tenu des dispositifs et moyens de mesures mis à notre disposition, nous avons dû adapter notre dispositif test. Ainsi la cavité résonante susceptible de subir le phénomène de claquage devrait répondre à différents critères.

- Source microonde délivrant une puissance maximale de  $50W$  autour de  $12GHz$ .
- Protection des appareils de mesures, et donc limitation des puissances mise en jeu.

Ainsi, nous avons conçu une simple cavité résonante avec une vis au bout pointu : afin d'augmenter l'amplitude du champ électrique au bout de la vis et donc de limiter la puissance microonde en entrée de la cavité.

En effet, comme nous l'avons vu précédemment l'effet de claquage est initié par la valeur du champ électrique. Notre première approche expérimentale consiste donc à obtenir cette valeur seuil avec une structure de test adaptée à nos moyens de mesure.

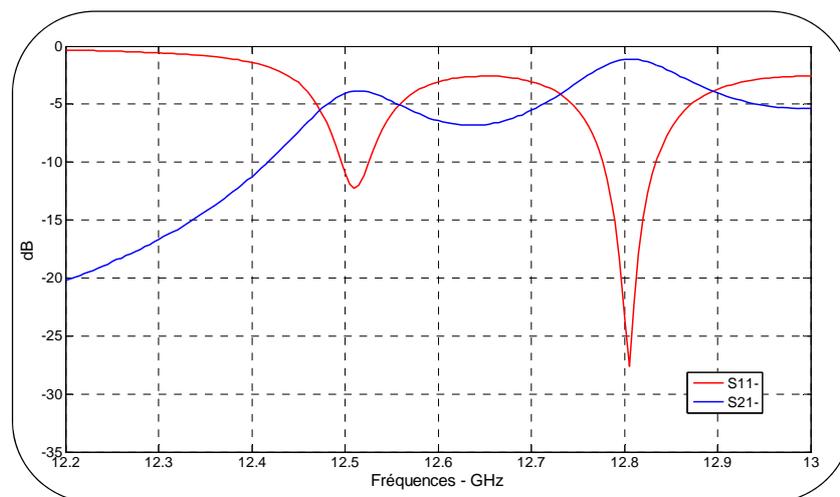
Une structure test a été conçue et réalisée afin de valider notre modélisation (voir figure 24).



**figure 24.** La géométrie considérée

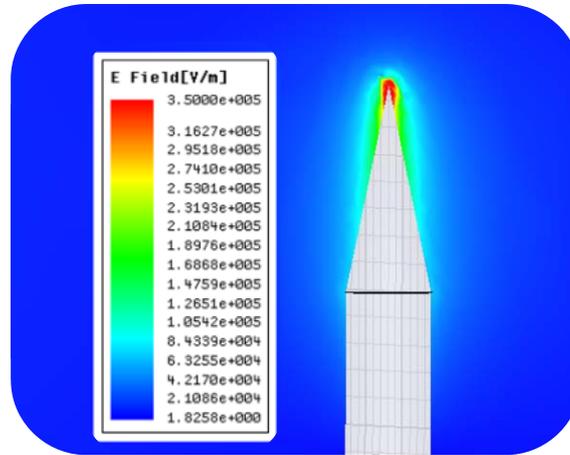
La cavité résonante métallique est couplée aux accès entrée / sortie avec des guides d'onde WR90 à travers des iris métalliques. Cette structure de test a été fabriquée et testée au laboratoire Xlim.

La réponse en fréquence de cette cavité est présentée sur la figure 25. Seule la résonance à la fréquence  $f = 12,52GHz$  est sensible à la vis.



**figure 25.** Paramètres [S] de la cavité avant claquage

La distribution du champ électrique au niveau de la vis à la fréquence  $f = 12,52GHz$  est présentée sur la figure 26.



**figure 26.** Distribution du champ électrique au niveau de la vis à la fréquence  $f = 12,52GHz$

Le champ électrique est maximal au bout de la vis, et pour une puissance d'entrée de  $1W$  l'amplitude du champ est de  $E_0 \approx 0,35MV.m^{-1}$ . Par exemple, pour avoir une valeur de champ voisine de  $E_0 = 1,4MV.m^{-1}$  (c'est le seuil de claquage pour une vis en acier (figure 20)) il faudra une puissance d'entrée de l'ordre de  $P \approx 16W$ , cette valeur est cohérente avec nos contraintes expérimentales.

### V.1.2. Banc de mesure

Afin de caractériser le phénomène de claquage, nous avons proposé le synoptique expérimental suivant :

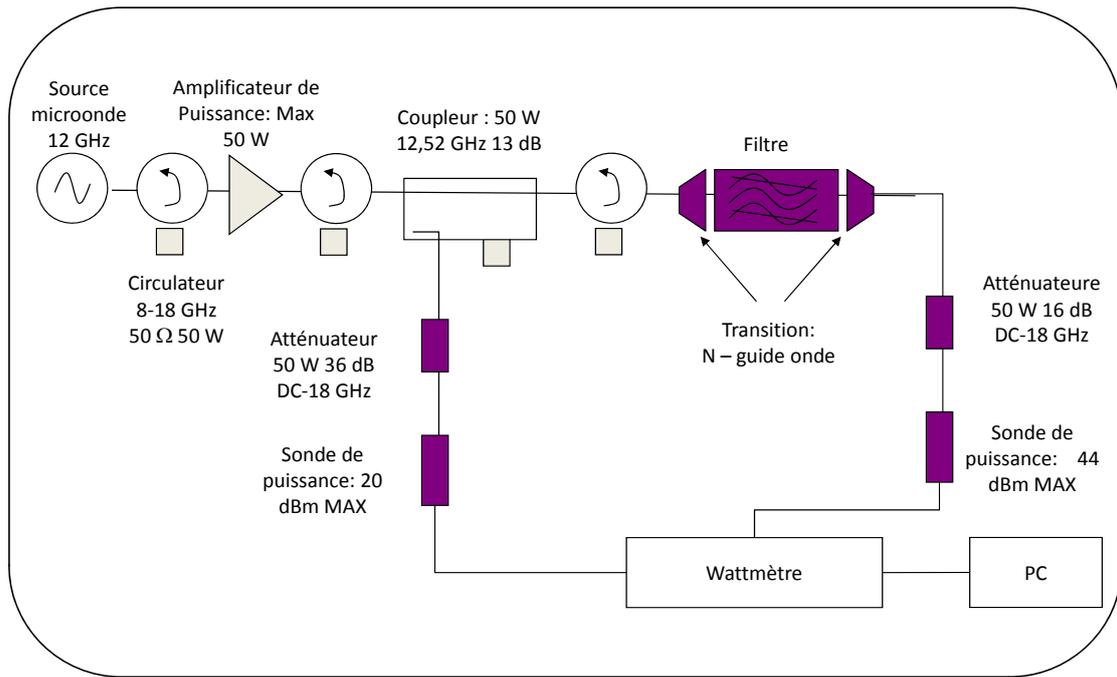


figure 27. Synoptique expérimental

Nous présentons sur la figure 28, le banc de mesure réalisé,

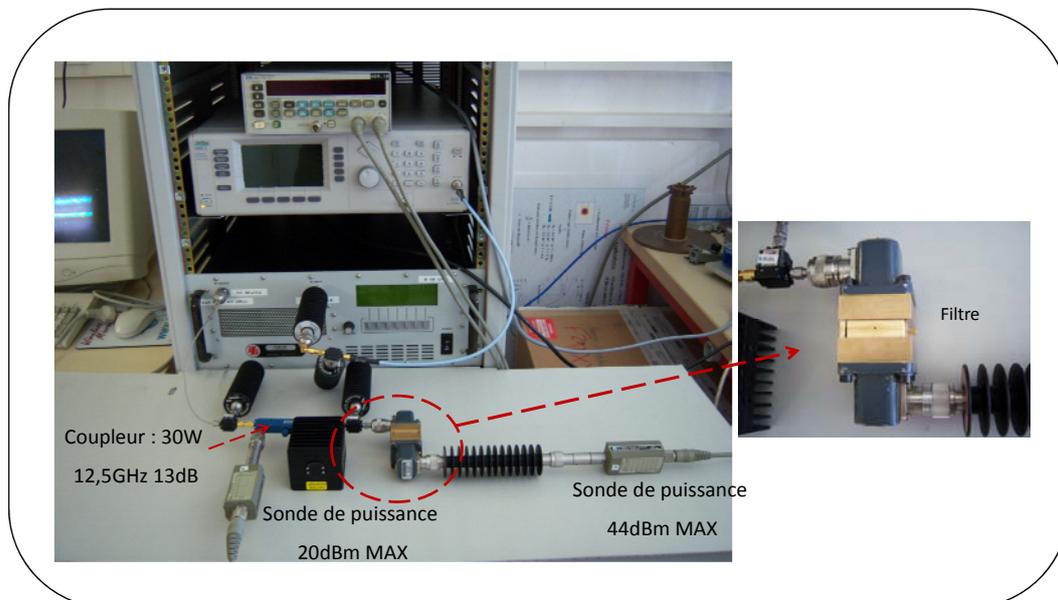
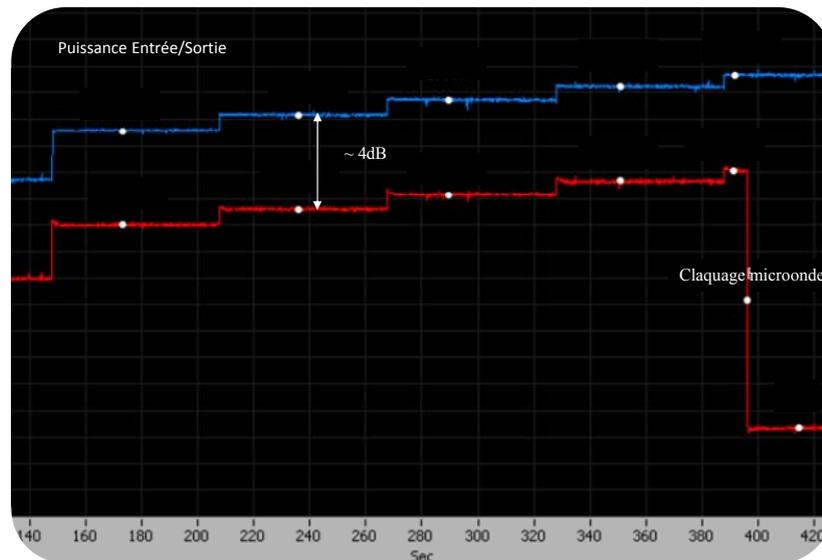


figure 28. Le banc de mesure

### V.1.3. Validation expérimentale

#### a. Procédure de mesure

A la fréquence  $f = 12,52GHz$ , une puissance égale à  $1W$  est d'abord injectée. Ensuite, cette puissance est progressivement augmentée par palier, comme indiqué sur la figure 29. Pour enregistrer les données expérimentale, exemple les puissances d'entrée/sortie et le temps d'initiation de claquage, nous utilisons comme dispositif d'acquisition un disque dur qui a le même principe de fonctionnement qu'un oscilloscope contrôlable par ordinateur.



**figure 29.** Observation du claquage micro-onde

Nous remarquons que la puissance d'entrée augmente par palier et la puissance de sortie suit son évolution, jusqu'à un certain temps  $t$ . La différence entre les puissances d'entrée et de sortie est due aux pertes d'insertion causées par la vis en acier ( $\approx -4dB$  avec  $\sigma = 1.5MS/m$ ), comme indiqué sur la figure 25). Si on utilise des vis en Or, des pertes d'insertion sont inférieures à  $-1dB$  avec  $\sigma = 41MS/m$ .

A l'instant  $t$ , la puissance d'entrée continue à augmenter alors que la puissance de sortie diminue brusquement : le claquage micro-onde s'est produit, et la diminution de la puissance de sortie est expliquée par l'absorption de l'onde EM par le plasma.

#### b. Conséquences du claquage

Sur la figure 30, nous présentons les paramètres  $[S]$  avant et après le claquage micro-ondes. Nous remarquons qu'après le claquage micro-ondes, la réponse en fréquence est

modifiée à la fréquence  $f = 12,52GHz$ . Comme la résonance à la fréquence  $f = 12,8GHz$ , ne dépend pas de la vis, son comportement est identique avant et après le claquage.

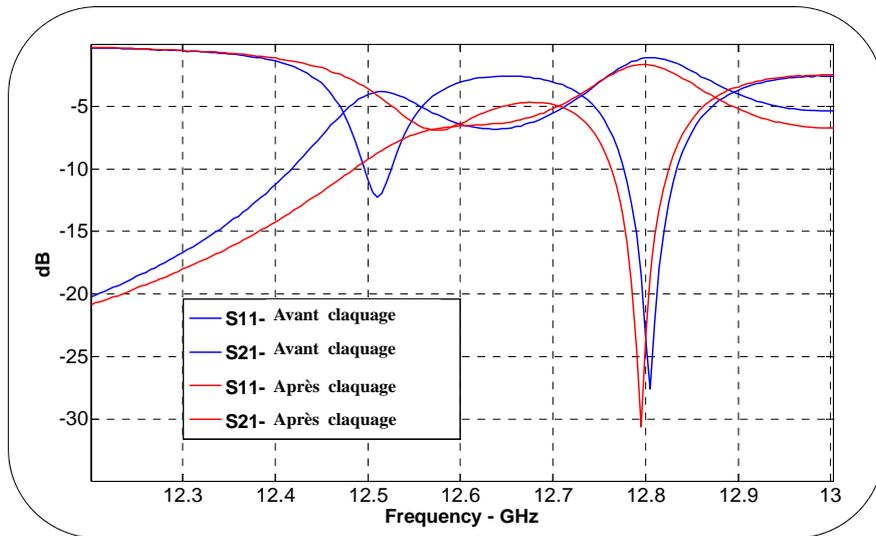


figure 30. Paramètre [S] de la cavité avant/après claquage

Pour voir l'effet du claquage sur la structure, nous présentons sur la figure 31 les iris entrée / sortie, la cavité et la vis avant le claquage micro-ondes.

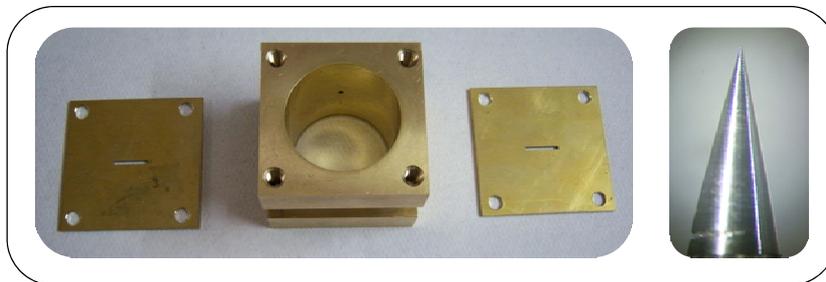
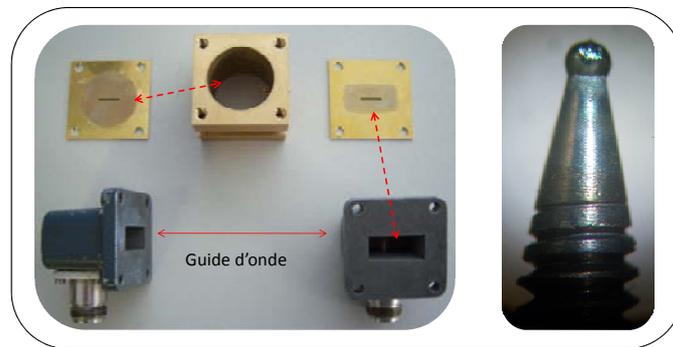


figure 31. Cavité, iris et vis avant le claquage

Sous l'action de la forte amplitude du champ électrique, la vis est chauffée de manière significative. La température de surface de la vis est estimée par notre code numérique à  $T_{surf} \approx 1900K$ . Comme expliqué précédemment, cette augmentation de température à la surface de la vis a pour conséquence : l'évaporation du métal et l'émission des atomes de la vis vers le volume. La figure 32 montre les effets du claquage micro-onde sur la structure. On peut observer:

- une déformation de la vis : à cause de l'augmentation de la température à la surface de la vis et de l'évaporation du métal (dans notre modèle, la déformation de la vis n'est pas prise en compte). La déformation de la vis montre clairement que la température de fusion ( $\approx 1800K$ ) a été largement atteinte, ce qui valide notre calcul théorique
- un dépôt des vapeurs métalliques dans la cavité et sur les iris entrée / sortie, à la fois sur la face du guide d'onde et sur la face de la cavité.

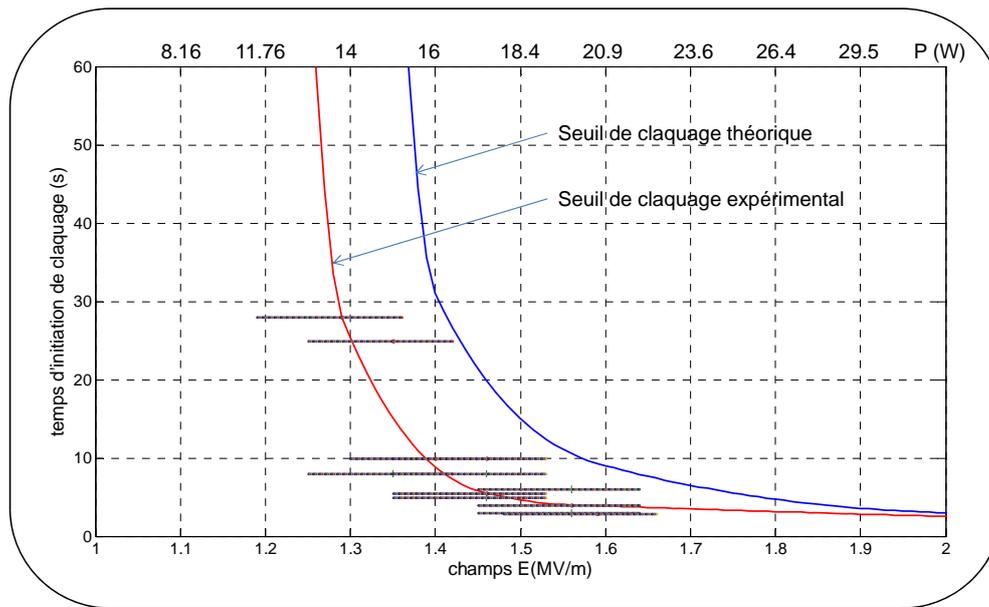


**figure 32.** Cavité, iris et vis après le claquage

#### V.1.4. Seuil de claquage

Nous avons mesuré la puissance d'entrée / sortie du filtre (figure 29), et nous cherchons maintenant à valider la courbe de la figure 20, qui permet de déterminer le seuil de claquage.

Nous avons commencé par chercher expérimentalement le seuil du claquage, en augmentant progressivement par palier la puissance microonde d'entrée (cette étape nous l'avons répétée au moins 5 fois, ce qui nous permet d'avoir l'incertitude sur la puissance d'entrée). Après cette étape nous avons injecté directement des puissances supérieures à la puissance seuil et on cherche les temps du claquage. Après quelques dizaines de mesures nous obtenons le résultat suivant (figure 33), pour une vis en acier.



**figure 33.** Seuil de claquage : théorique et mesure

Sur la figure 33, nous présentons l'évolution du temps d'initiation du claquage en fonction de l'amplitude de champ électrique en bout de vis. La courbe bleu est calculée par notre modèle numérique, avec le seuil de claquage en puissance est voisin de  $16W$  (le passage du champ électrique à la puissance est effectué par une règle de trois, sachant que, d'après la figure 26, pour  $1W$  l'amplitude du champ est  $E_0 \approx 0,35MV.m^{-1}$ ). La courbe rouge est tracé en se basant sur les résultats expérimentaux, avec le seuil de claquage en puissance est voisin de  $14W$ . Donc d'après ces résultats nous remarquons que les résultats expérimentaux sont cohérents avec les résultats théoriques : Le modèle numérique est validé. D'après les expériences que nous avons faites, le phénomène de claquage n'a jamais été produit au delà de  $60s$  c'est pour cette raison nous avons tracé la courbe de la figure 33 avec  $y_{\max} = 60s$ .

L'un des problèmes des vis pointues est lié à la répétabilité de fabrication qui est une source d'erreur. De plus ce cas n'est pas assez proche de la réalité.

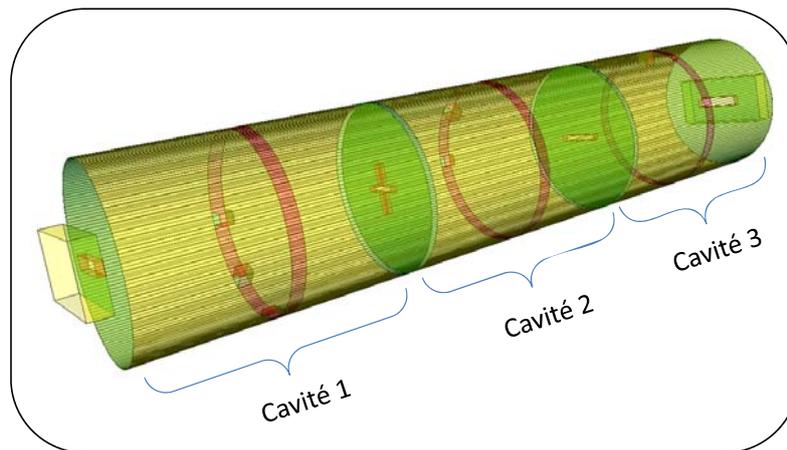
Donc nous avons envisagé d'autres tests au CNES Toulouse, sur des structures et avec des puissances microonde proches du cas réel. Nos dispositifs d'études sont maintenant un filtre cinq pôles et un filtre quatre pôles avec des vis en Invar recouvertes par une couche mince d'Or. Ces vis sont à bout plat.

Un des enjeux de cette nouvelle campagne de mesures est de vérifier si le modèle 1D que nous avons développé sur une cavité seule peut prédire le claquage d'un filtre cinq pôles (et un filtre quatre pôles) dans des conditions réelles de test. Les conditions d'initiation étant notamment basées sur la valeur du champ électrique en bout de vis, cela est tout à fait envisageable.

## V.2. Structure test 2 : filtre cinq pôles

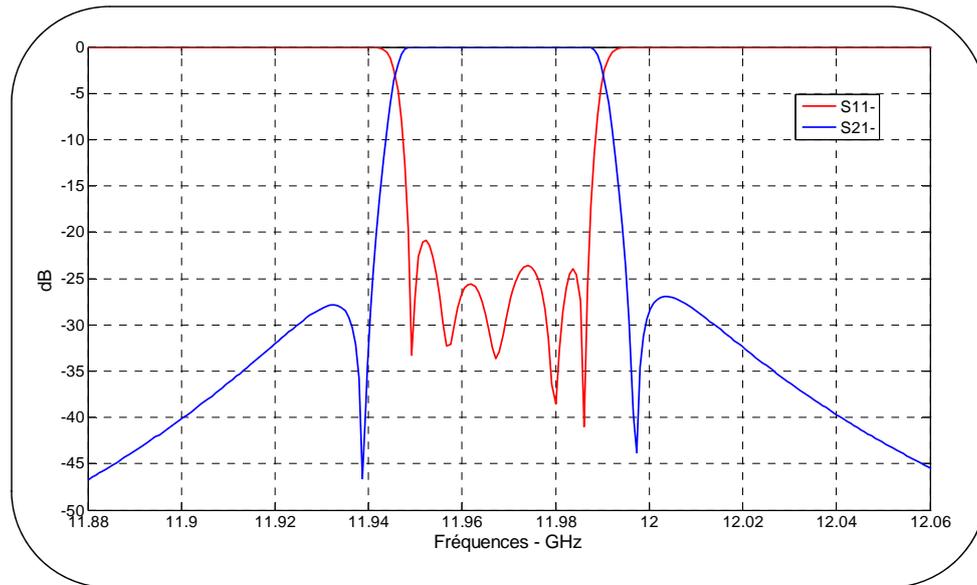
### V.2.1. Description de la structure

Notre dispositif d'étude est un filtre cinq pôles, présenté sur la figure 34. Ce type de filtre est détaillé au début de ce chapitre.



**figure 34.** Structure d'étude : Filtre cinq pôles

La synthèse de ce filtre a été réalisée par TAS. Sa fonction de transfert est présentée sur la figure suivante.

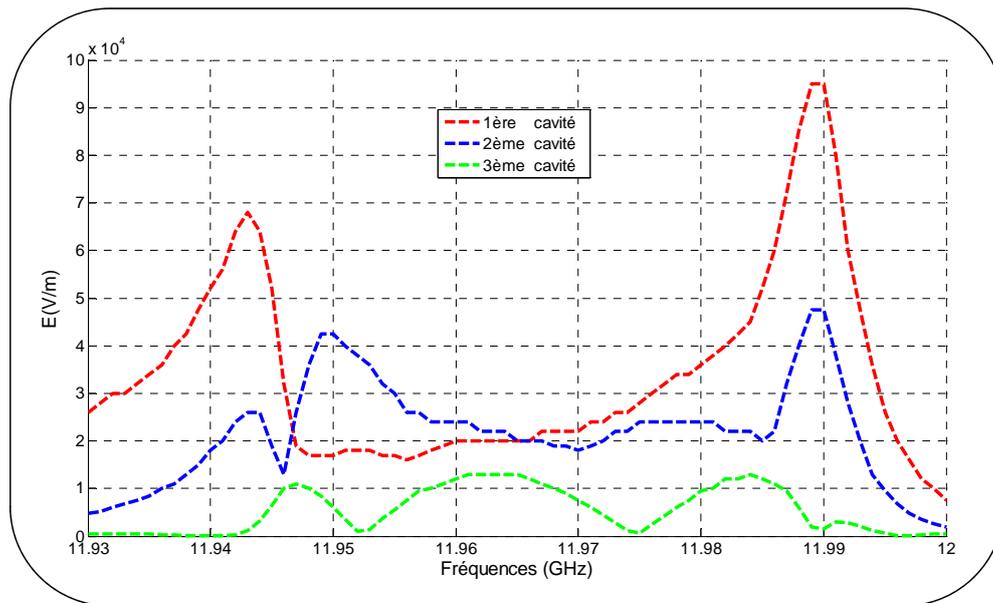


**figure 35.** Fonction de transfert du filtre cinq pôles

En se basant sur les dimensions fournis par TAS, nous avons calculé la distribution du champ dans les plans qui contiennent les vis. Nous considérons trois plans :

- Premier plan qui contient les trois vis de la première cavité
- Deuxième plan qui contient les trois vis de la deuxième cavité
- Troisième plan qui contient la vis de la troisième cavité

L'évolution du champ électrique dans ces plans en fonction de la fréquence est présentée sur la figure suivante.

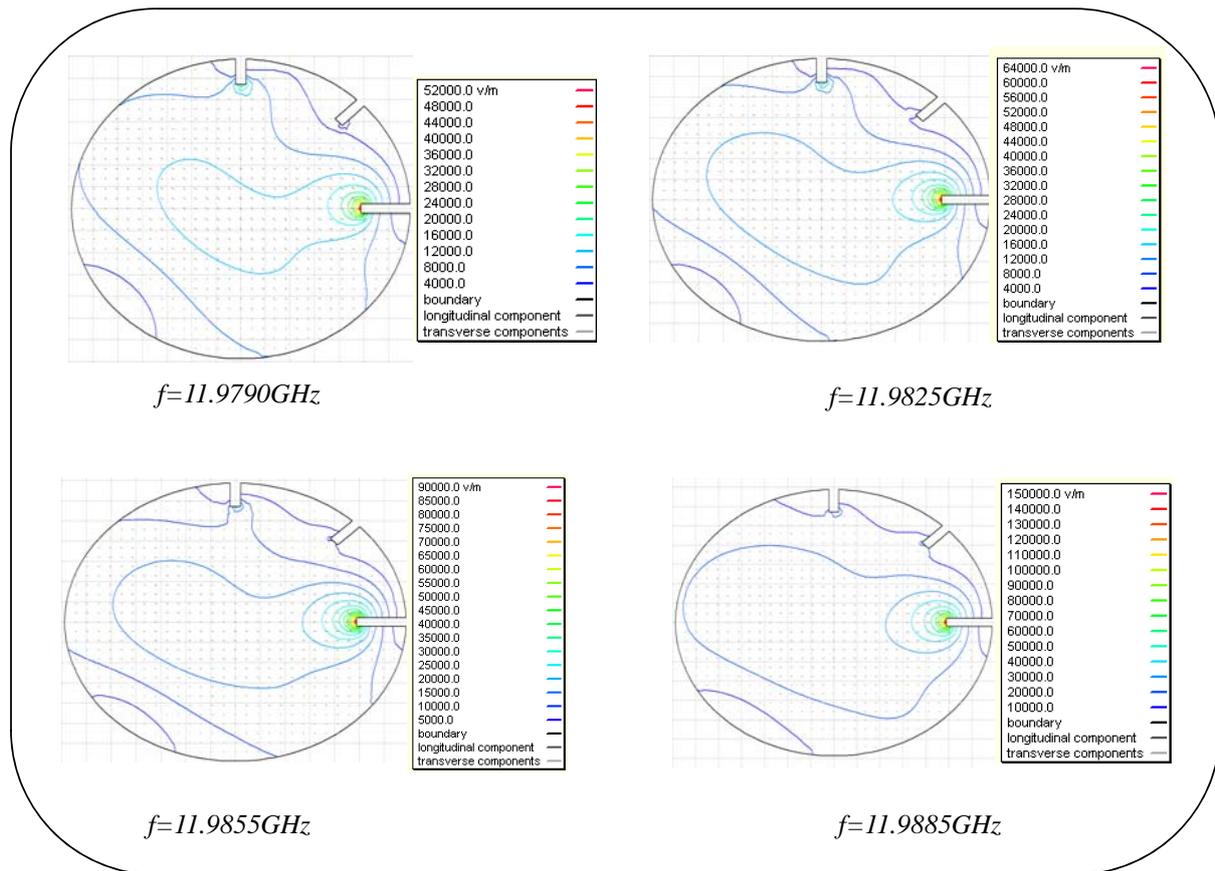


**figure 36.** Evolution du champ électrique en fonction de la fréquence, selon trois plans

D'après la figure 36, nous remarquons que le champ est maximal dans la première cavité et que la valeur maximale du champ est de l'ordre de  $10^5 V.m^{-1}$  pour une puissance d'entrée de  $1W$ . Ceci est conforme à nos hypothèses du début de chapitre. Dans la première cavité il y a trois vis :

- Vis1 de réglage en fréquence de longueur ( $Long_{vis1} = 1,98mm$ )
- Vis2 de réglage en fréquence de longueur ( $Long_{vis2} = 3,45mm$ )
- Vis3 de couplage de longueur ( $Long_{vis3} = 2,27mm$ )

Sur la figure 37, nous présentons la distribution du champ dans le plan qui contient ces trois vis, à des valeurs de fréquences différentes.



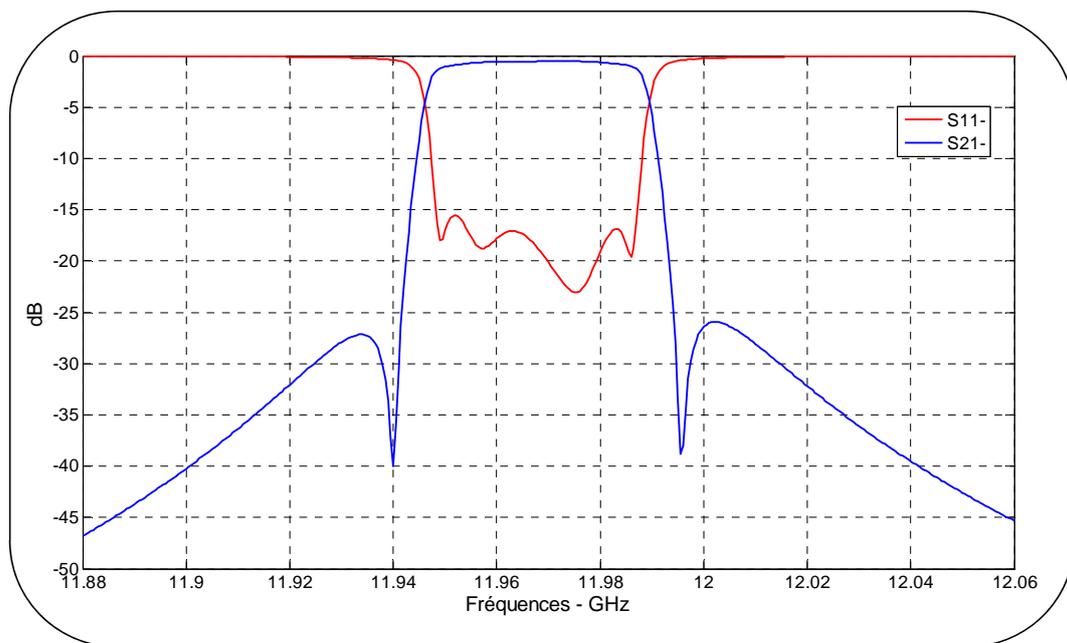
**figure 37.** Distribution du champ dans le plan qui contient les trois vis de la 1<sup>ère</sup> cavité

La figure 37, nous montre que la partie la plus exposée au champ est la vis2 de longueur ( $Long\_vis2 = 3,45\text{mm}$ ). C'est la vis la plus enfoncée parmi les trois, elle correspond à la vis S mentionnée au début de cette partie.

En se basant sur la courbe théorique (figure 20), qui permet de déterminer le seuil de claquage, nous obtenons pour une vis en Invar recouverte d'une mince pellicule d'Or un seuil de claquage voisin de  $E_0 \approx 1,7\text{MV.m}^{-1}$ . Dans ces conditions pour obtenir le claquage il faut une puissance de  $P \approx 300\text{W}$ . Or la puissance maximale disponible autour de  $12\text{GHz}$  par les sources microondes du CNES est de  $P_{\text{max}} \approx 100\text{W}$ . Donc il faut trouver une solution pour augmenter le champ au niveau de la vis (vis2 en particulier), tout en restant proche de la réalité.

### V.2.2. Optimisation de la structure

Dans cette configuration les vis utilisées sont de type  $M2$  ( $\phi \approx 1.8mm$ ), donc nous avons diminué le diamètre de la vis (seulement les trois vis de la première cavité) et utilisé des vis de type  $M1$  ( $\phi \approx 0.9mm$ ). Bien entendu, nous cherchons à conserver la réponse du filtre avec ces nouvelles vis  $M1$ . Pour ne pas perdre la réponse du filtre, le changement des vis  $M2$  vers les vis  $M1$  a été fait en plusieurs étapes : nous diminuons légèrement le diamètre des vis puis nous optimisons les longueurs des sept vis pour retrouver la réponse. Nous procédons de la sorte jusqu'à atteindre le diamètre  $M1$ . Les outils d'optimisation que nous avons utilisés, sont décrits dans le chapitre 2 de la première partie. Après optimisation, nous obtenons la réponse suivante :

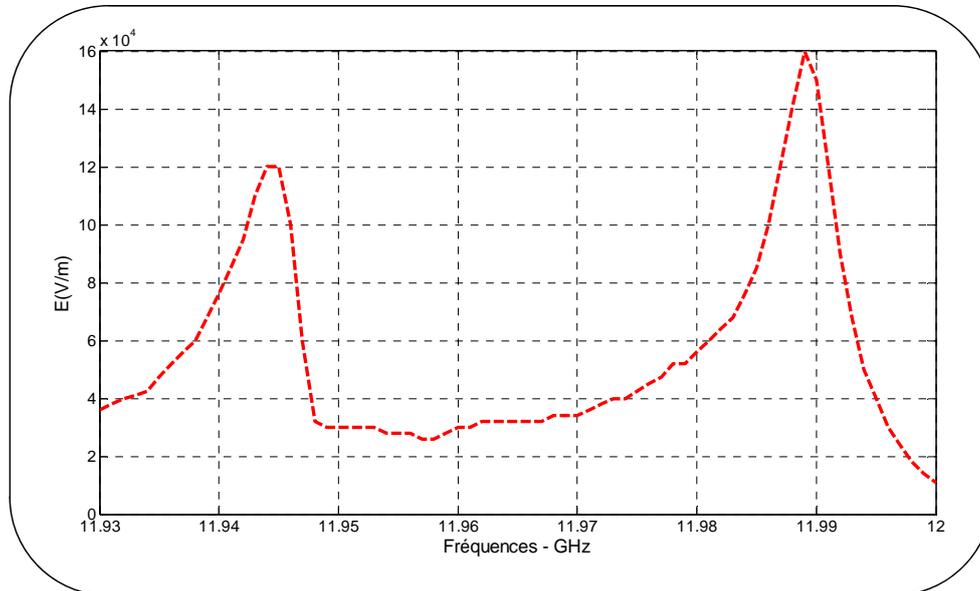


**figure 38.** Réponse du filtre avec trois vis de type M1

Les longueurs des trois vis de la première cavité, après optimisations sont les suivants :

- Vis1 de réglage en fréquence de longueur ( $Long\_vis1 = 2,33mm$ )
- Vis2 de réglage en fréquence de longueur ( $Long\_vis2 = 3,98mm$ )
- Vis3 de couplage de longueur ( $Long\_vis3 = 2,5mm$ )

Nous avons calculé la distribution du champ dans le plan qui contient les trois vis de la première cavité. Sur la figure 39, nous présentons l'évolution du champ en fonction de la fréquence.



**figure 39.** Evolution du champ électrique en fonction de la fréquence

D'après la figure 39, nous remarquons que la valeur maximal du champ électrique (sur la vis 2) est de l'ordre de  $1,6 \cdot 10^5 V \cdot m^{-1}$  (au lieu de  $10^5 V \cdot m^{-1}$ , précédemment).

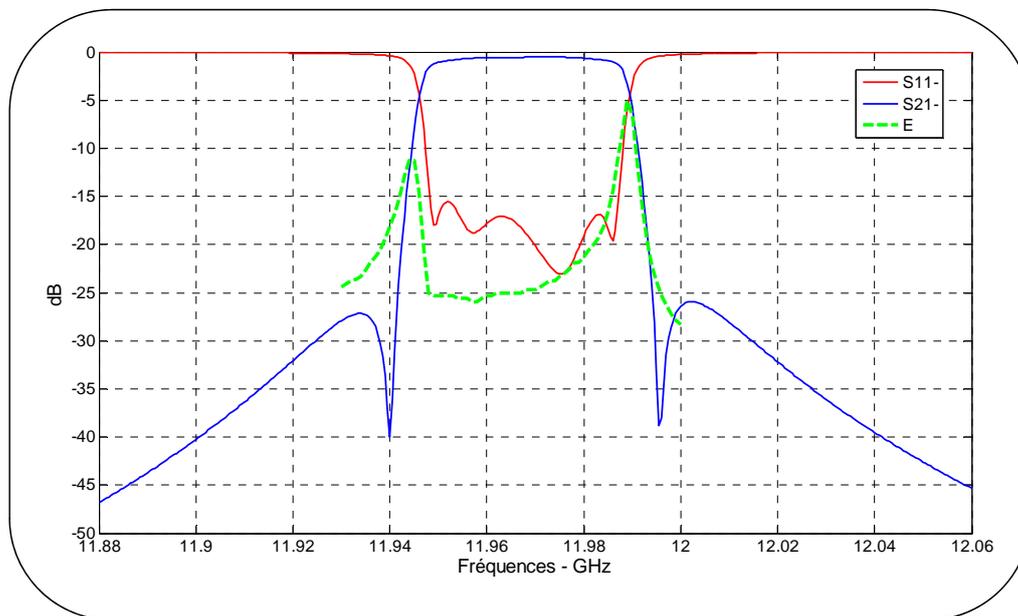
En se basant sur la courbe théorique (figure 20), qui permet de déterminer le seuil de claquage, nous en déduisons la puissance nécessaire au claquage dans ces conditions. Cette puissance est de l'ordre de  $P \approx 115W$ . Or la puissance maximale disponible au CNES est de  $P_{\max} \approx 100W$ . Il faut donc trouver une autre solution pour diminuer le seuil.

A l'aide de la courbe de la figure 20, nous avons montré que pour une vis en Titane le seuil de claquage est de  $E_0 \approx 0,85MV \cdot m^{-1}$ .

Donc en utilisant des vis en Titane il faut une puissance microonde  $P_{\min} \approx 30W$ , pour obtenir le claquage, ce qui est réalisable par les moyens offerts par TAS et le CNES.

Ainsi des tests sur un filtre cinq pôles sont programmés, avec les trois vis de la première cavité en Titane et de type M1. Le reste des vis sont des vis en Invar recouverte d'une couche mince d'Or et de type M2 (inchangé).

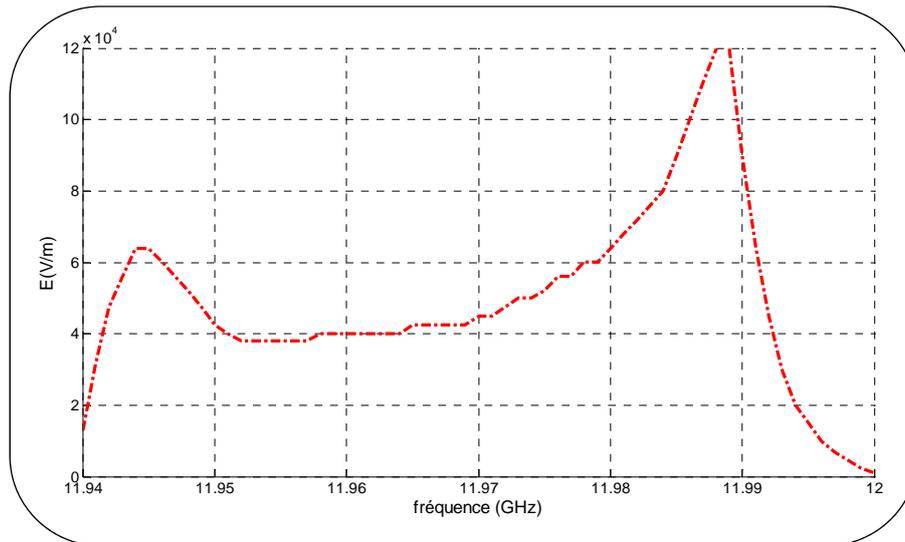
En superposant la figure 38 et la figure 39, nous obtenons la courbe suivante :



**figure 40.** Réponse et évolution du champ électrique en fonction de la fréquence

D'après la figure 40, nous remarquons la présence de deux pics au début et à la fin de la bande, et en particulier à la fin de la bande où nous avons le maximum du champ. Notre fréquence d'étude est donc de  $f = 11.989GHz$ .

Pour simplifier les tâches au niveau de mesure, une seule vis de la première cavité de type  $M_2$  (la vis 2 : celle qui nous intéresse) a été remplacée par une vis  $M_1$  et le reste des vis sont de type  $M_2$ . Donc nous avons fait de nouvelles simulations pour se rapprocher de la réalité (cas des mesures) en s'intéressant en particulier à l'enfoncement de la vis 2. Dans ce cas, après réglage expérimental, l'enfoncement de la vis 2 est de  $3.66mm$  alors que dans les nouvelles simulations l'enfoncement de la vis est de  $3.8mm$  (au lieu de  $3.98mm$  précédemment). Sur la figure 41, nous présentons la nouvelle courbe de l'évolution du champ en fonction de la fréquence.

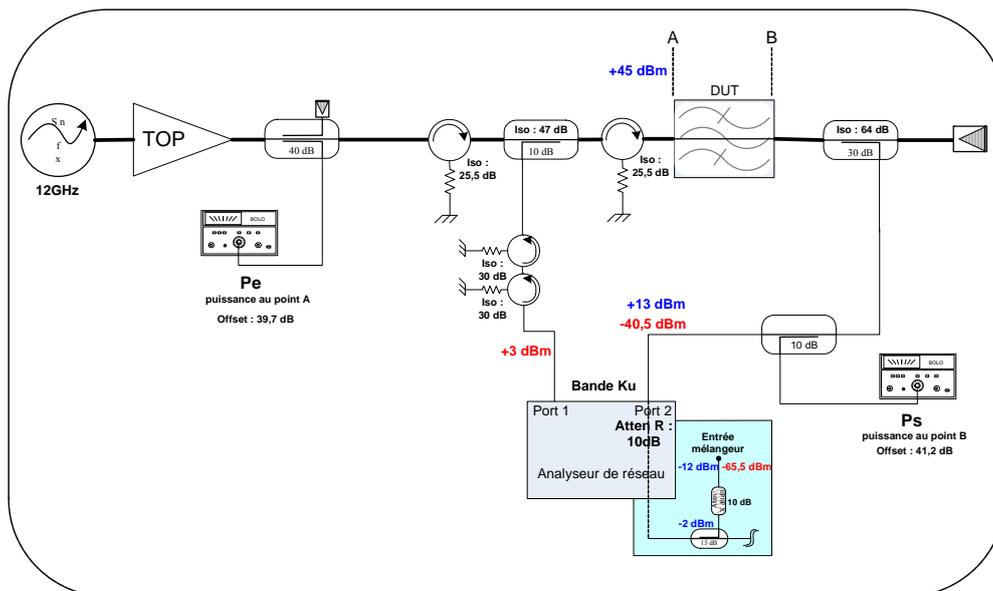


**figure 41.** Evolution du champ électrique en fonction de la fréquence

D'après la figure 41, nous remarquons que la valeur maximal du champ électrique (sur la vis 2) est de l'ordre de  $1,2 \cdot 10^5 \text{V.m}^{-1}$  (au lieu de  $1,610^5 \text{V.m}^{-1}$ , précédemment). Dans ce cas il faut une puissance microonde  $P \approx 52 \text{W}$ , pour obtenir le claquage.

### V.2.3. Banc de mesure

Afin de caractériser le phénomène de claquage, le synoptique expérimental proposé en accord avec le CNES et TAS est le suivant :



**figure 42.** Synoptique expérimental

Nous présentons sur la figure 43, le banc de mesure réalisé,

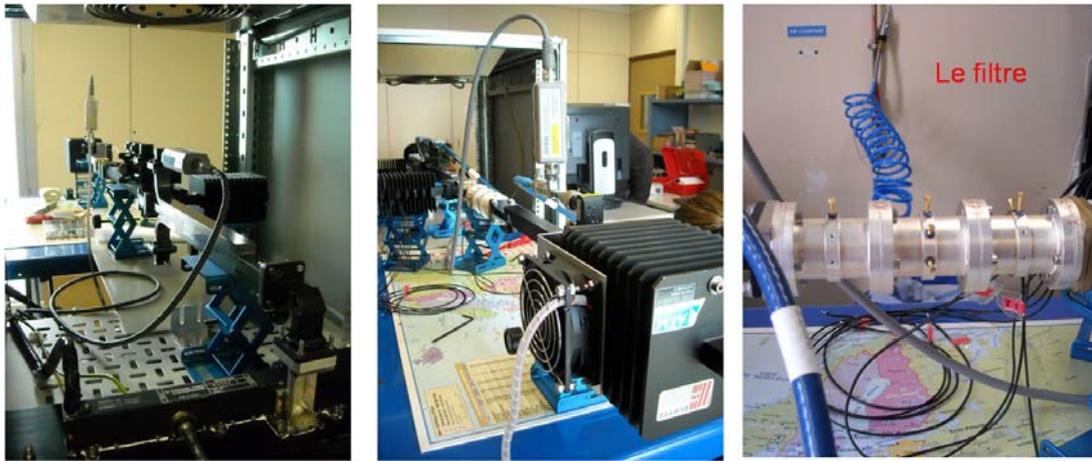


figure 43. Le banc de mesure

#### V.2.4. Validation expérimentale

A la fréquence  $f = 11,989GHz$ , une puissance égale à  $5W$  est d'abord injectée. Ensuite, la puissance est progressivement augmentée par palier, comme indiqué sur la figure 44.

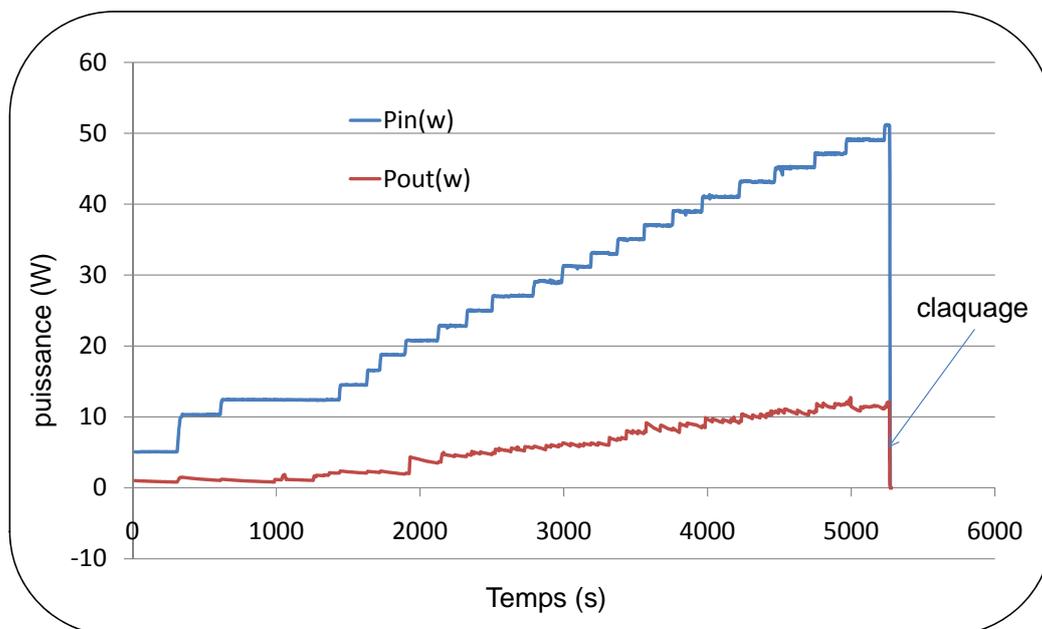
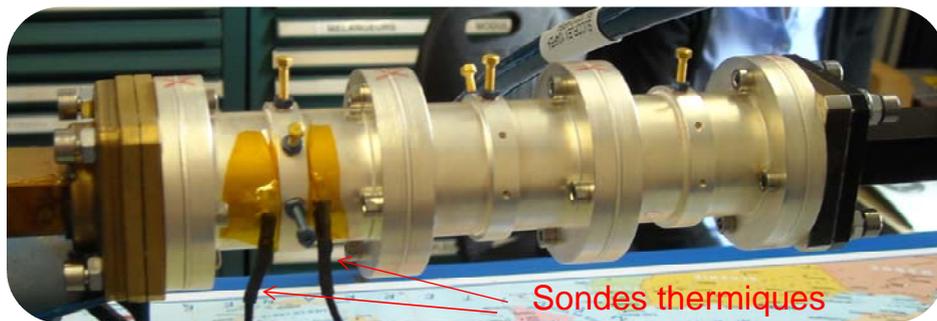


figure 44. Observation du claquage microonde

D'après la figure 44, la puissance d'entrée augmente par palier et la puissance de sortie suit son évolution, jusqu'à un certain temps  $t$ . Nous avons une grande différence entre les puissances d'entrée et de sortie car à la fréquence de calcul, le coefficient de réflexion  $S_{11} \approx -5dB$  (voir figure 40), puisque nous travaillons en bord de bande haute.

A l'instant  $t$ , la puissance de sortie diminue brusquement : le claquage micro-onde s'est produit, et la diminution de la puissance de sortie est expliquée par l'absorption de l'onde par le plasma. Le seuil de claquage théorique en puissance est  $\approx 52W$ , alors que d'après le résultat expérimental, le seuil de claquage en puissance est  $\approx 50W$ . Donc d'après ces résultats nous remarquons que les résultats expérimentaux sont cohérents avec les résultats théoriques : Le modèle numérique est de nouveau validé.

Pour avoir une idée sur l'évolution de la température du filtre, nous avons mis des sondes thermiques sur les parois externes du filtre comme le montre la figure 45.



**figure 45.** Filtre 5 pôles avec deux sondes thermiques

En augmentant la puissance microonde d'entrée, la température du filtre augmente. Nous présentons sur la figure 46 l'évolution de la température externe du filtre en fonction du temps.

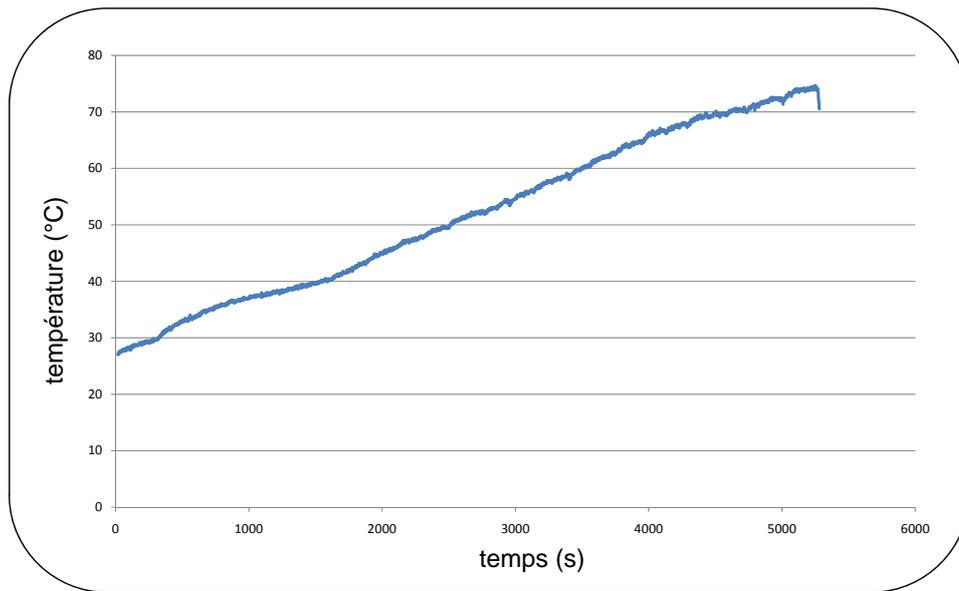


figure 46. Evolution de la température externe du filtre

Pour une puissance de  $\approx 50W$ , la température externe du filtre atteint  $\approx 75^{\circ}C$ . Cette augmentation de la température provoque la dilatation du filtre et par la suite la réponse du filtre se décalera vers les basses fréquences. Au niveau des mesures nous avons suivi l'évolution fréquentielle du filtre donc dès que la réponse du filtre se décale nous changeons la fréquence de mesure, et pour cela dans les mesures nous sommes basée sur la courbe du temps de propagation de groupe (TPG) et nous avons suivi son évolution comme le montre la figure suivante.

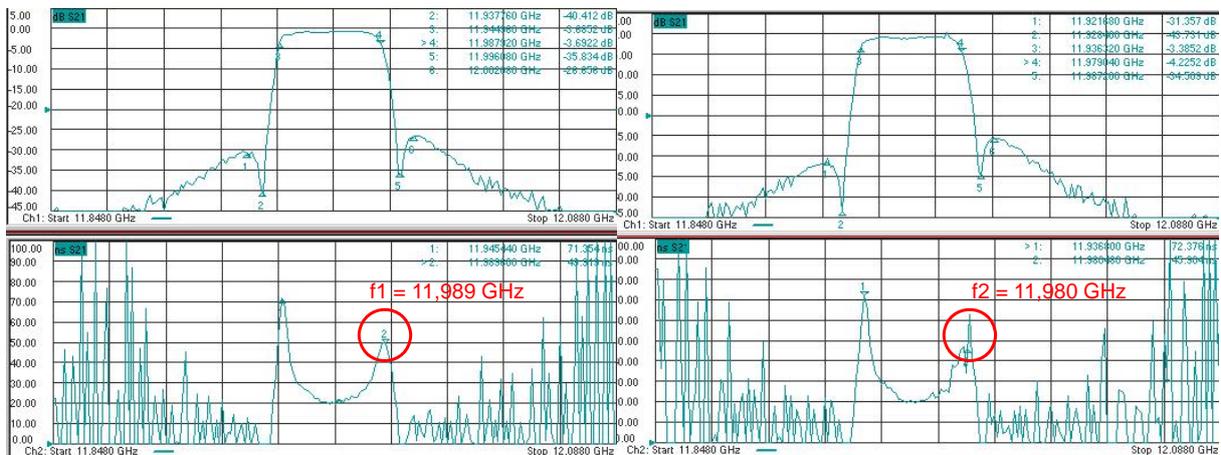


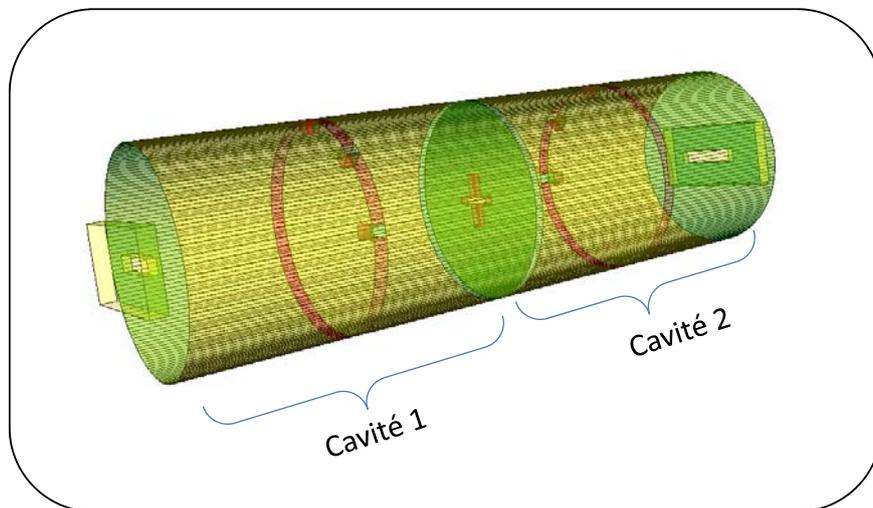
figure 47. Décalage fréquentielle du filtre entre une puissance de 0W et 30W

Sur la figure 47, nous présentons la réponse en transmission et le temps de propagation de groupe (TPG) du filtre pour deux puissances différentes (respectivement  $0W$  et  $30W$ ), nous remarquons que pour une puissance de  $30W$  la réponse du filtre et son TPG sont décalé de  $\approx 9MHz$  vers les basses fréquences.

### V.3. Structure test 3 : filtre quatre pôles

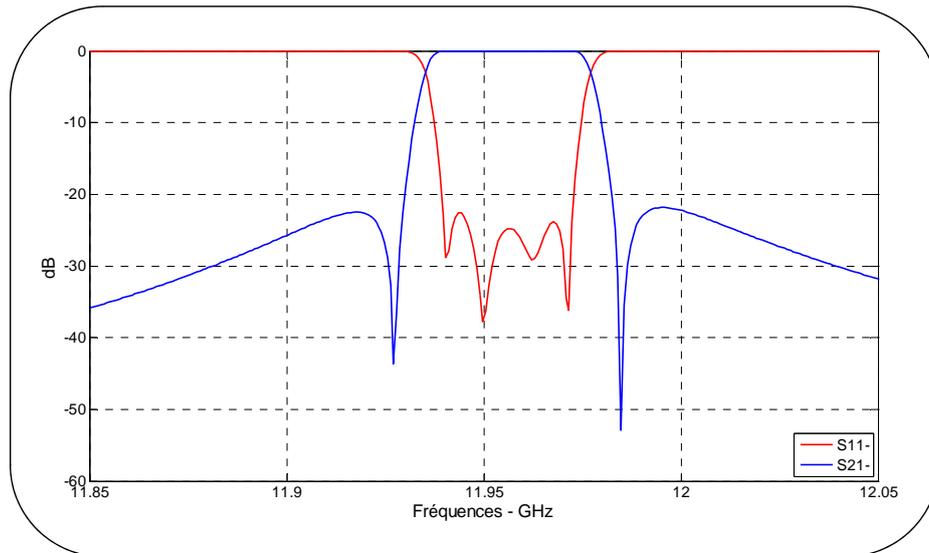
#### V.3.1. Description de la structure

Notre dispositif d'étude maintenant est un filtre quatre pôles, présenté sur la figure 48.



**figure 48.** Structure d'étude : Filtre quatre pôles

La synthèse de ce filtre a été réalisée par TAS. Sa fonction de transfert est présentée sur la figure suivante.

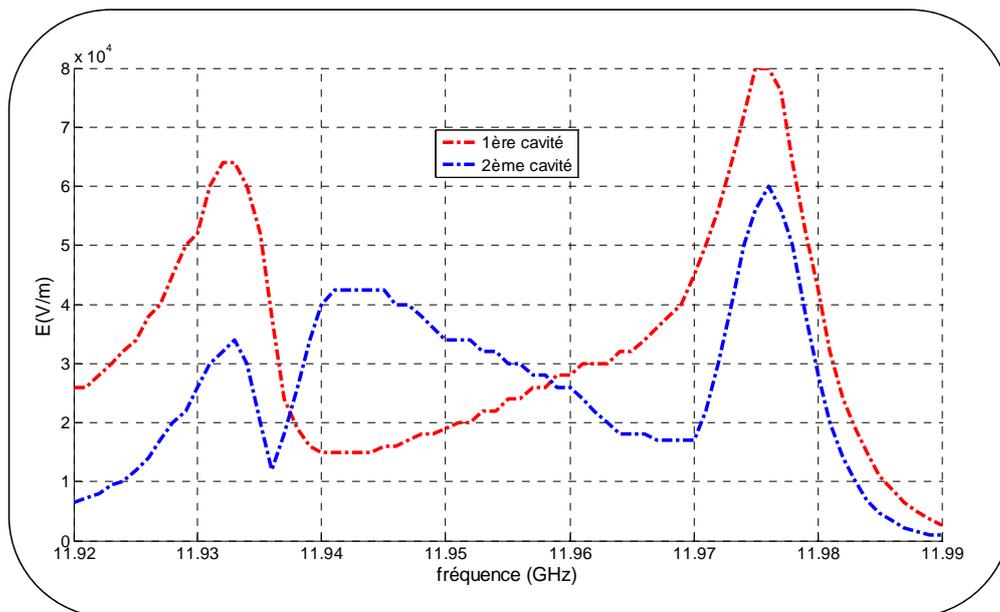


**figure 49.** Fonction de transfert du filtre quatre pôles

En se basant sur les dimensions fournis par TAS, nous avons calculé la distribution du champ dans les plans qui contiennent les vis, nous considérons deux plans :

- Premier plan qui contient les trois vis de la première cavité
- Deuxième plan qui contient les trois vis de la deuxième cavité

L'évolution du champ électrique dans ces plans en fonction de la fréquence est présentée sur la figure suivante.

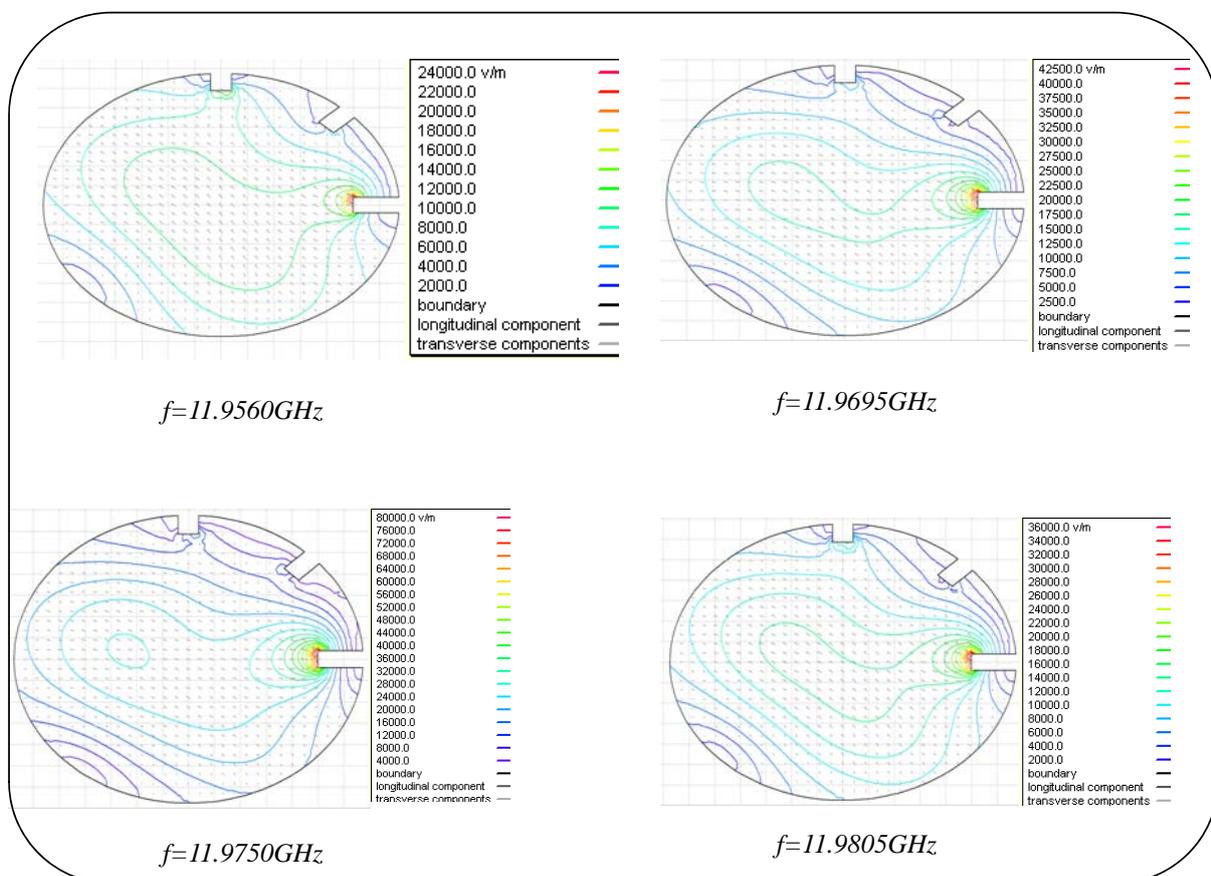


**figure 50.** Evolution du champ électrique en fonction de la fréquence, selon deux plans

D'après la figure 50, nous remarquons que le champ est maximal dans la première cavité et que la valeur maximal du champ est de l'ordre de  $8.10^4 V.m^{-1}$  pour une puissance d'entrée de  $1W$ . Dans la première cavité il y a trois vis :

- Vis1 de réglage en fréquence de longueur ( $Long\_vis1 = 1,77mm$ )
- Vis2 de réglage en fréquence de longueur ( $Long\_vis2 = 3,47mm$ )
- Vis3 de couplage de longueur ( $Long\_vis3 = 2,21mm$ )

Sur la figure 51, nous présentons la distribution du champ dans le plan qui contient ces trois vis, à des valeurs de fréquences différentes.



**figure 51.** Distribution du champ dans le plan qui contient les trois vis de la 1<sup>ère</sup> cavité

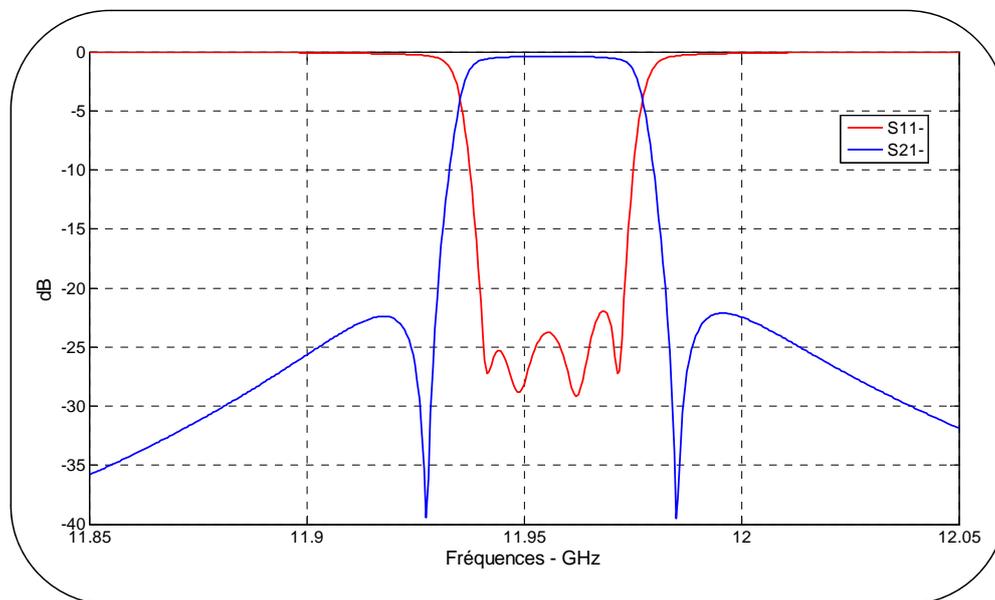
La figure 51, nous montre que la partie la plus exposée au champ est la vis2 de longueur ( $Long\_vis2 = 3,47mm$ ), c'est la vis la plus enfoncée parmi les trois.

Pour augmenter le champ au niveau de la vis 2, nous avons utilisé le même principe que pour le filtre 5 pôles, donc nous avons remplacé (dans les simulations) les vis de type  $M2$  par

des vis de type  $M1$ . Bien entendu, nous cherchons à conserver la réponse du filtre avec ces nouvelles vis  $M1$ .

### V.3.2. Optimisation de la structure

Le changement des vis  $M2(\phi \approx 1.8mm)$  vers les vis  $M1(\phi \approx 0.9mm)$  a été fait en plusieurs étapes : nous diminuons légèrement le diamètre des vis puis nous optimisons les longueurs des six vis pour retrouver la réponse. Nous procédons de la sorte jusqu'à atteindre le diamètre  $M1$ . Après optimisation, nous obtenons la réponse suivante :

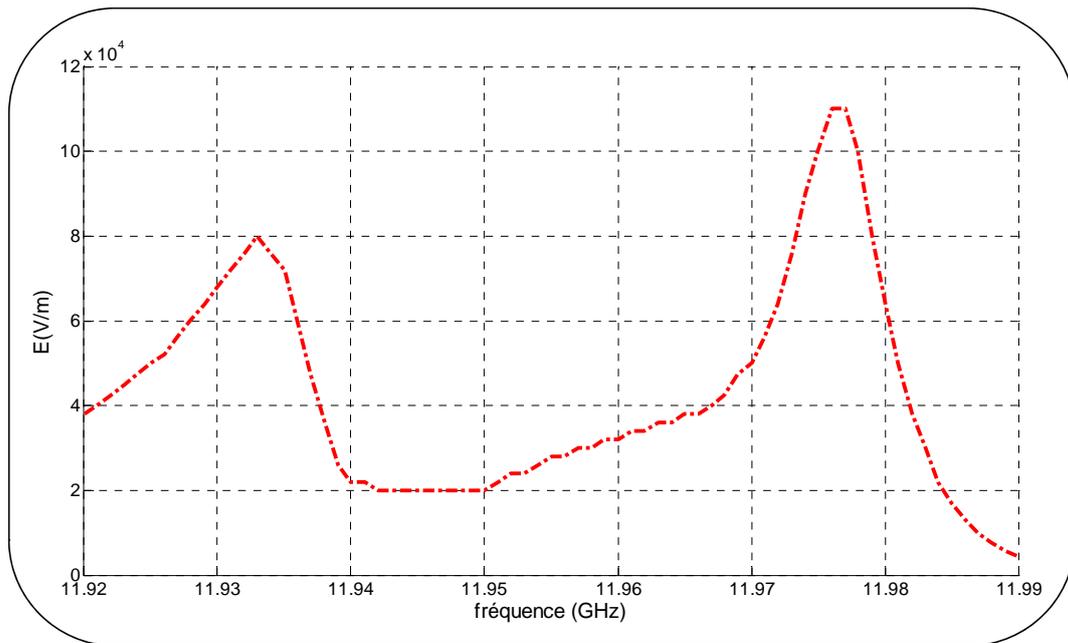


**figure 52.** Réponse du filtre avec trois vis de type M1

Les longueurs des trois vis de la première cavité, après optimisations sont les suivants :

- Vis1 de réglage en fréquence de longueur ( $Long\_vis1 = 1,64mm$ )
- Vis2 de réglage en fréquence de longueur ( $Long\_vis2 = 3,73mm$ )
- Vis3 de couplage de longueur ( $Long\_vis3 = 2,57mm$ )

Nous avons calculé la distribution du champ dans le plan qui contient les trois vis de la première cavité. Sur la figure 53, nous présentons l'évolution du champ en fonction de la fréquence.



**figure 53.** Evolution du champ électrique en fonction de la fréquence

D'après la figure 53, nous remarquons que la valeur maximal du champ électrique (sur la vis 2) est de l'ordre de  $1,1 \cdot 10^5 V.m^{-1}$  (au lieu de  $8 \cdot 10^4 V.m^{-1}$  précédemment)

A l'aide de la courbe de la figure 20, nous avons montré que pour une vis en Titane le seuil de claquage est de  $E_0 \approx 0,85 MV.m^{-1}$ . Donc en utilisant des vis en Titane il faut une puissance microonde  $P_{\min} \approx 59W$ , pour obtenir le claquage, ce qui est réalisable par les moyens offerts par TAS et le CNES.

Comme pour le filtre cinq pôles et pour simplifier les taches au niveau de mesure, une seule vis de la première cavité de type  $M_2$  (la vis 2 : celle qui nous intéresse) a été remplacée par une vis  $M_1$  et le reste des vis sont de type  $M_2$ , dans le cas des mesures l'enfoncement de la vis 2 est de  $3.82mm$  alors que dans les simulations l'enfoncement de la vis est de  $3.73mm$  : l'enfoncement est quasiment identique dans les deux cas, donc nous n'avons pas besoin de refaire de nouvelles simulations.

Pour réaliser des mesures sur le filtre quatre pôles, nous avons utilisé le même synoptique expérimentale et le même banc de mesures que précédemment.

### V.3.3. Validation expérimentale

A la fréquence  $f = 11,977GHz$ , une puissance égale à  $5W$  est d'abord injectée. Ensuite, la puissance est progressivement augmentée par palier, comme indiqué sur la figure 54.

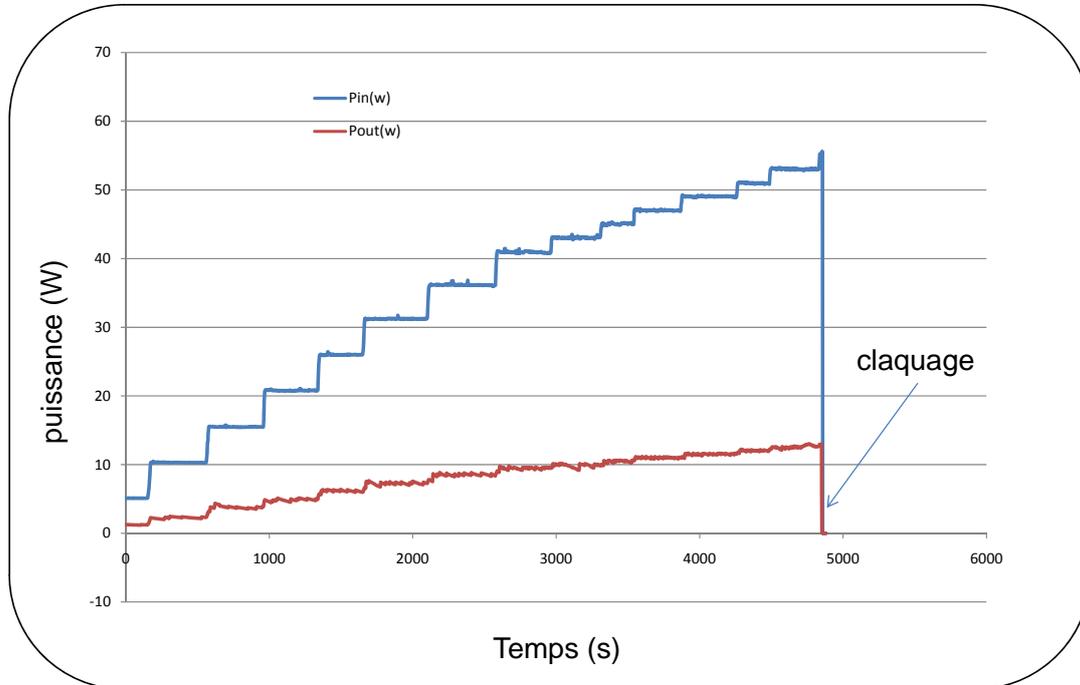


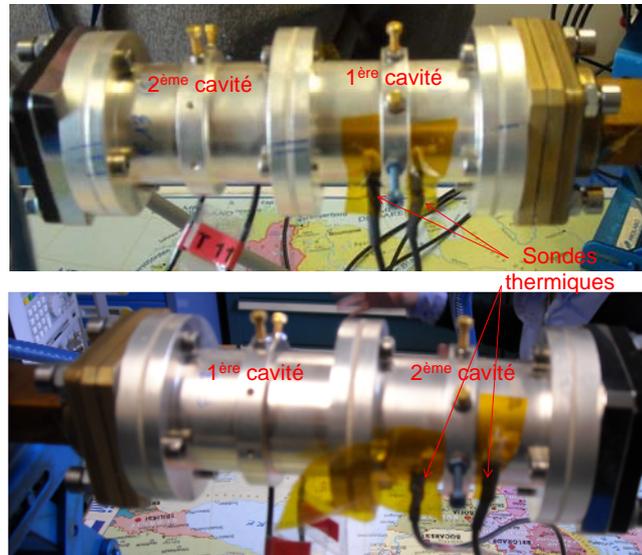
figure 54. Observation du claquage microonde

La puissance d'entrée augmente par palier et la puissance de sortie suit son évolution, jusqu'à un certain temps  $t$ . Nous avons une grande différence entre les puissances d'entrée et de sortie car à la fréquence de calcul le coefficient de réflexion  $S_{11} \approx -5dB$ .

A l'instant  $t$ , la puissance de sortie diminue brusquement : le claquage micro-onde s'est produit. Le seuil de claquage théorique en puissance est  $\approx 59W$ , alors que d'après le résultat expérimental, le seuil de claquage en puissance est  $\approx 54W$ . Donc d'après ces résultats nous remarquons que les résultats expérimentaux sont cohérents avec les résultats théoriques : Le modèle numérique est de nouveau validé.

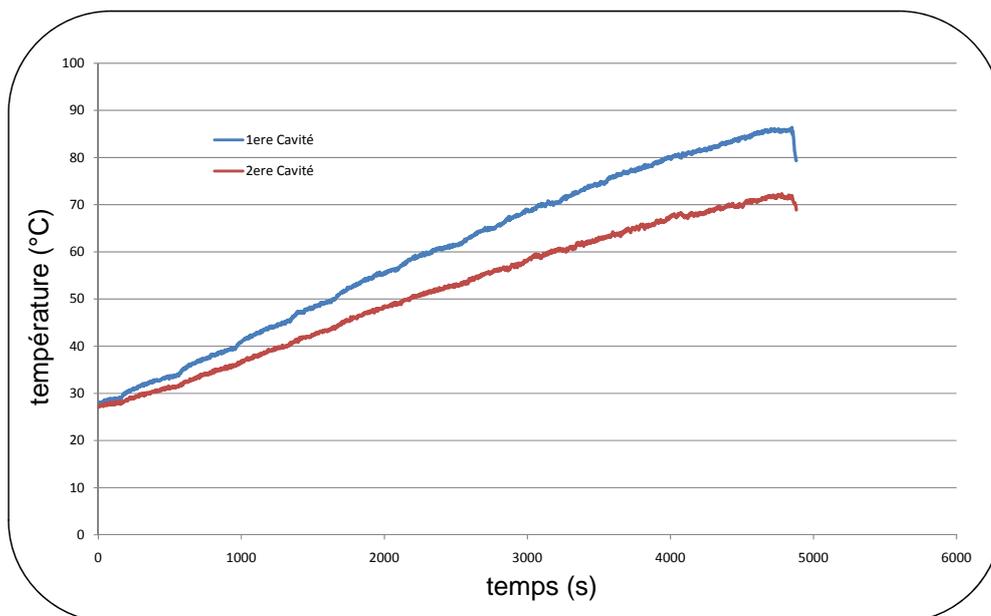
Remarque : la différence entre la valeur théorique et celle de l'expérimentation est lié à plusieurs paramètres, l'un des paramètres est liée à l'enfoncement de la vis : exemple, dans le cas précédent du filtre 5 pôles, une variation de  $0,2mm$  à provoquer une variation de puissance de  $22W$ .

Pour avoir une idée sur l'évolution de la température du filtre, nous avons mis des sondes thermiques sur les parois externes du filtre (sur la première et la deuxième cavité) comme le montre la figure 55.



**figure 55.** Filtre 4 pôles avec quatre sondes thermiques (vue sur deux faces)

En augmentant la puissance microonde d'entrée, la température du filtre augmente. Nous présentons sur la figure 56 l'évolution de la température en fonction du temps.



**figure 56.** Evolution de la température externe du filtre

Pour une puissance de  $\approx 54W$ , la température externe du filtre atteint  $\approx 85^{\circ}C$  au niveau de la première cavité et  $\approx 70^{\circ}C$  au niveau de la deuxième cavité. Cette augmentation de la température provoque la dilatation du filtre et par la suite la réponse du filtre se décalera vers les basses fréquences. Comme dans le cas du filtre 5 pôles, dans les mesures, nous nous sommes basées sur la courbe du temps de propagation de groupe (TPG) et nous avons suivi son évolution comme le montre la figure suivante.

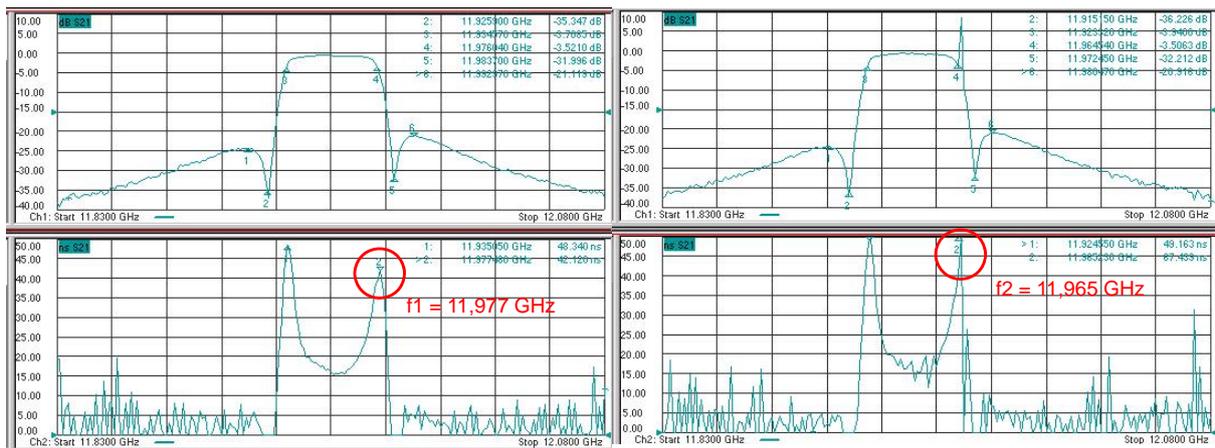


figure 57. Décalage fréquentielle du filtre entre une puissance de 0W et 52W

Sur la figure 47, nous présentons la réponse en transmission et le temps de propagation de groupe (TPG) du filtre pour deux puissances différentes (respectivement 0W et 52W). Nous remarquons que pour une puissance de 52W la réponse du filtre et son TPG sont décalés de  $\approx 12MHz$  vers les basses fréquences.

Au moment du claquage nous avons une chute brutale de la puissance de sortie et la réponse du filtre est totalement dégradée. Sur la figure 58, nous présentons la réponse en transmission et le temps de propagation de groupe du filtre 4 pôles au moment de claquage.

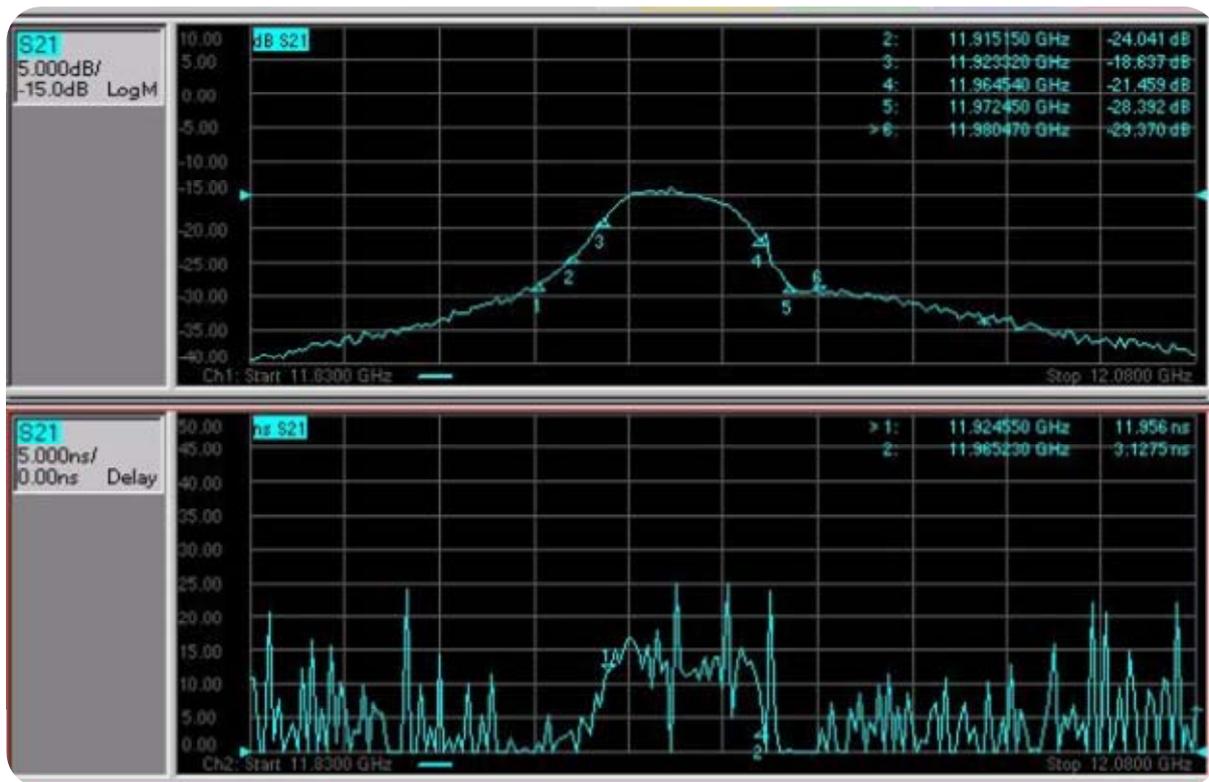


figure 58. La réponse en transmission et le TPG du filtre au moment de claquage

## V.4. Conclusion

Au cours de cette phase expérimentale, nous avons testé deux types de filtres : un filtre 5 pôles et un filtre 4 pôles. Un banc de mesure spécifique et une procédure de test ont été mis au point avec succès.

Dans les deux cas, le modèle numérique 1D établi à partir d'une cavité résonante simple a été validé avec une précision inférieure à 10%. Ce modèle peut donc être appliqué à l'étude de filtres en cavité.

Enfin, ces premiers tests en grandeurs réelles confirment l'approche théorique développée dans ce travail de thèse, et sont très encourageants pour la poursuite de nos recherches.

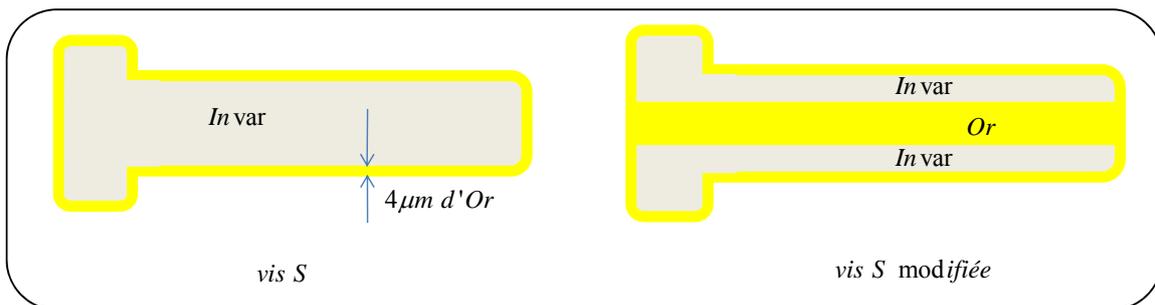
## VI. Solutions proposées pour repousser le seuil de claquage

Un des objectifs de ce travail de thèse est notamment de proposer des solutions pour repousser les limites de claquage.

Nous avons mis en évidence que la principale cause qui déclenche ce phénomène de claquage est l'échauffement de la vis dû au fort champ EM qui s'applique au bout de la vis.

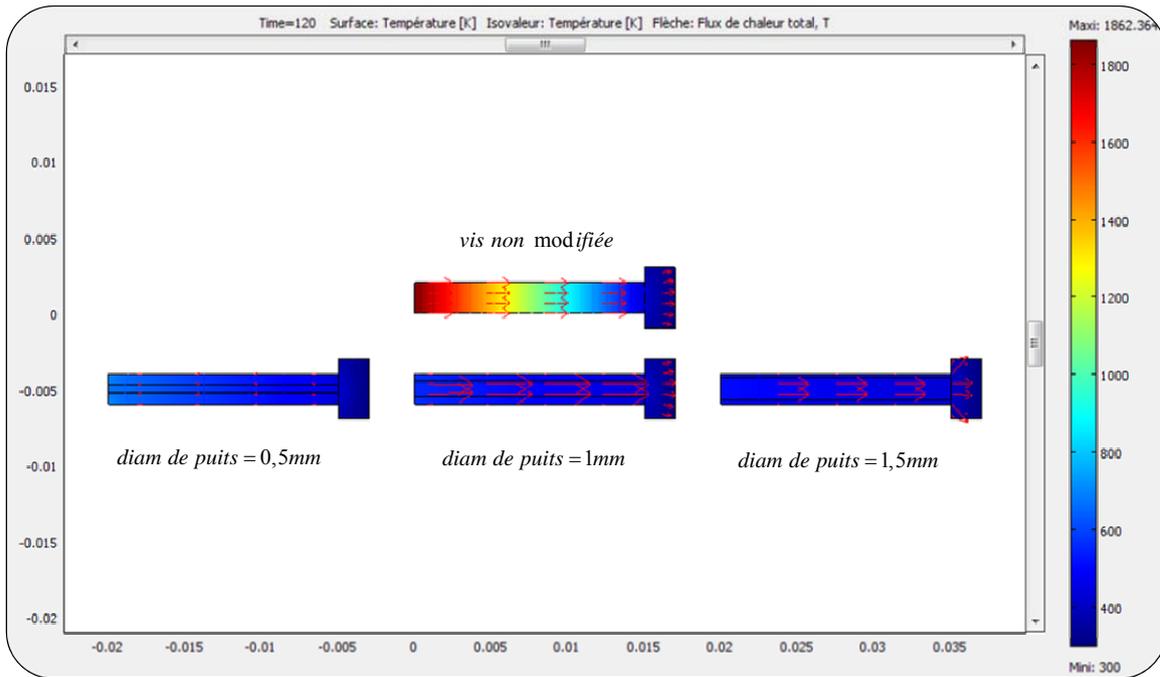
La vis que nous avons considérée est constituée d'Invar recouverte par une couche mince d'Or ( $4\mu\text{m}$ ). Les caractéristiques thermiques de l'Invar étant très mauvaises par rapport à celles de l'Or, il en résulte que les caractéristiques thermiques de la vis sont proches de celle de l'Invar. Par conséquent lorsque la vis chauffe, la chaleur est mal évacuée.

Nous avons donc cherché dans un premier temps un moyen pour évacuer la chaleur. L'Or étant un bon conducteur thermique, nous avons proposé de faire un puits d'Or dans la vis (figure 59) pour permettre l'évacuation de la chaleur.



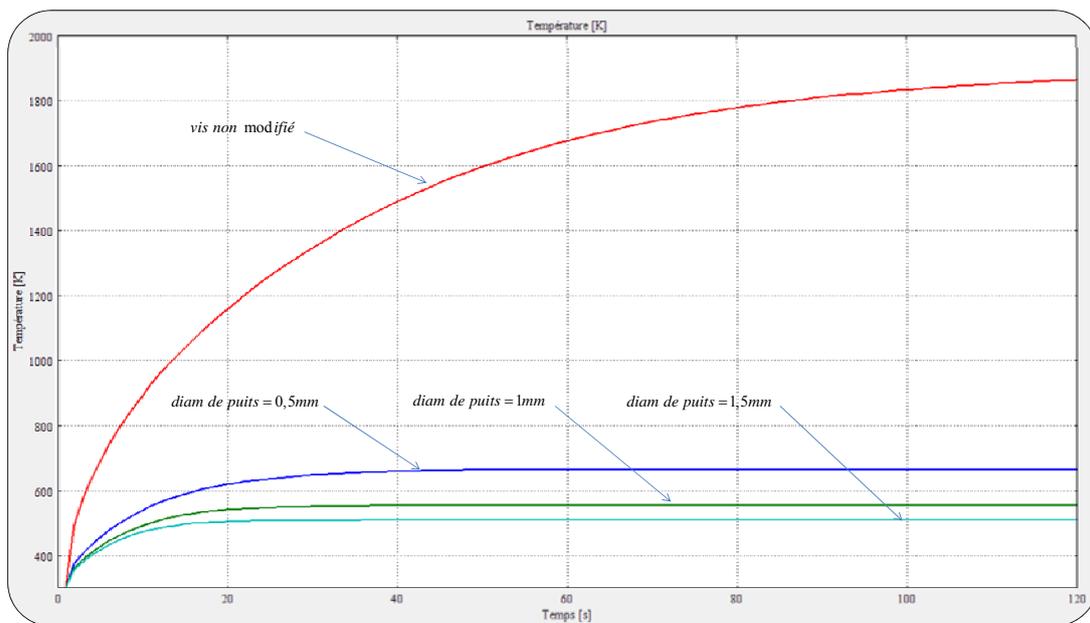
**figure 59.** Présentation de la vis S et la vis S modifiée (avec un puits d'Or)

Sur la figure 60 nous présentons la propagation de la température dans les deux cas de la vis : vis sans le puits (vis normale) et vis avec le puits d'Or. Nous remarquons que dans le cas où nous considérons le puits d'Or, la chaleur s'évacue beaucoup plus vite, et l'évacuation de la chaleur est d'autant meilleure que le diamètre du puits est grand.



**figure 60.** Propagation de la chaleur dans la vis modifiée et non modifiée

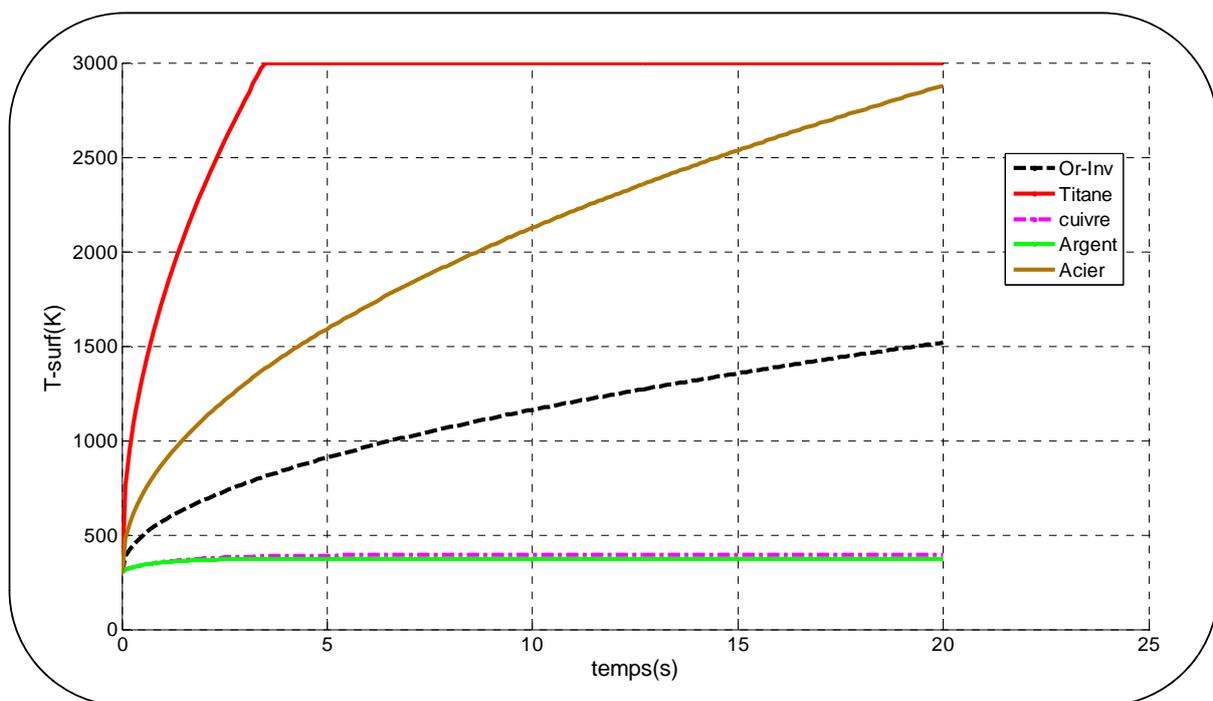
Sur la figure 61 nous présentons l'évolution de la température à la surface de chaque type de vis de la figure 60. On note qu'en considérant le puits d'Or la température baisse beaucoup. Pour atteindre le claquage il faudra donc une puissance microonde supérieure au cas normal. Le seuil de claquage est donc décalé.



**figure 61.** Evolution de la température à la surface des quatre vis (figure 60)

Avec une vis normale (une vis en Invar recouverte par la mince couche d'Or et sans le puits d'Or) le seuil de claquage est de  $E_0 \approx 1,7MV.m^{-1}$ , alors qu'en utilisant la vis modifiée, le seuil de claquage est dans ce cas de  $E_0 \approx 3.4MV.m^{-1}$ . Le champ de claquage étant multiplié par 2, la puissance de claquage est donc multipliée par 4.

La deuxième solution proposée est de choisir le bon matériau constituant la vis, pour retarder le phénomène de claquage. Comme nous l'avons dit précédemment : la principale cause qui déclenche ce phénomène de claquage est l'échauffement de la vis. Donc en se basant sur les caractéristiques thermique et électrique de la vis, nous avons créé un moyen numérique rapide qui nous permet de donner une idée sur le type de matériau à choisir pour retarder ce phénomène de claquage. Ce moyen numérique nous donne une idée sur l'évolution de la température à la surface de la vis et la densité électronique émise par cette vis par l'effet thermoélectronique (figure 62).



**figure 62.** Evolution de la température à la surface de la vis pour différents matériaux

Avec l'évolution de la température à la surface de la vis (figure 62), nous avons en plus une idée sur l'évolution de la densité électronique émise par la surface de la vis par l'effet thermoélectronique. Sur le même intervalle de temps de 20s (figure 62), nous avons :

- Pour la vis en Invar recouverte de l'Or,  $n_{e\_max} \approx 1,76.10^5 cm^{-3}$

- Pour la vis en Titane,  $n_{e\_max} \approx 4,76.10^{12} \text{cm}^{-3}$
- Pour la vis en Cuivre,  $n_{e\_max} \approx 6.10^{-42} \text{cm}^{-3}$
- Pour la vis en Argent,  $n_{e\_max} \approx 5.10^{-45} \text{cm}^{-3}$
- Pour la vis en Acier,  $n_{e\_max} \approx 10^{13} \text{cm}^{-3}$

D'après ces résultats : nous pouvons remarquer que plus la température de surface est faible, plus la densité électronique émise par la surface est faible, et donc plus le seuil de claquage sera grand.

Ainsi d'après la figure 62, la température à la surface pour une vis en Invar recouverte de la couche d'Or est inférieure à celle de la vis en acier (de même pour les densités électroniques émises par les surfaces), donc normalement le seuil de claquage pour la vis en Invar est plus grand que celui d'une vis en acier. La même chose pour une vis en acier et une vis en Titane, (la température à la surface pour une vis en acier est inférieure à celle de la vis en Titane (de même pour les densités électroniques émises par les surfaces)). Nous devons donc obtenir le seuil de claquage pour la vis en acier plus grand que celui d'une vis en Titane. Et d'après la figure 20 où nous présentons les seuils de claquage, on voit bien que cette théorie est vérifiée et que le seuil de claquage d'une vis en Invar recouverte d'Or est supérieur à celui d'une vis en acier, lui-même supérieur à celui d'une vis en Titane. Cette théorie peut donc s'appliquer pour choisir le bon matériau. Pour augmenter au maximum le seuil de claquage, il faut chercher avec quel matériau nous avons la température minimale sur la surface ; dans le cas présenté sur la figure 62, les vis en cuivre et en argent semblent être les meilleures vis pour retarder ce phénomène de claquage.

Au cours de ce travail de thèse, nous n'avons pas pu consacrer suffisamment de temps à la recherche de solutions efficaces pour repousser le seuil de claquage.

Les solutions décrites ci-dessus sont une première approche qui montrent qu'en modifiant les valeurs de champs maximum dans la structure et donc les variations de températures il est possible d'agir sur le seuil de claquage.

Les outils d'optimisation de forme développés aujourd'hui dans notre laboratoire pourront dans un avenir proche, nous aider à optimiser les topologies des filtres en limitant les

valeurs des champs électriques tout en maintenant les réponses en filtrage conformes au cahier des charges.

## VII. Conclusion

D'après le chapitre 2 partie II de ce manuscrit, l'étude théorique du phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX nous a amené à un système d'équations à dérivée partielle couplée. L'objectif de ce chapitre a été de résoudre numériquement les équations obtenues. Ainsi nous avons testé plusieurs méthodes numériques, pour affiner nos résultats et pour éviter les problèmes de divergence. Nous avons ainsi développé un modèle numérique adapté à notre problème, et basé sur la méthode du volume de contrôle avec prédicteur-correcteur. En utilisant cette méthode nous avons développé un code sous le logiciel de programmation « MATLAB », qui nous permet de prédire le phénomène de claquage en considérant l'ensemble des phénomènes physique intervenant significativement dans ce processus. Cet outil numérique nous permet de déterminer le seuil de claquage, l'influence de la vapeur métallique émise par la surface de la vis, l'influence de la pression, l'influence du champ électrique (et donc de la puissance microonde injectée)...

Ensuite nous avons validé expérimentalement ce modèle. Pour commencer nous avons utilisé comme structure une cavité résonante avec une seule vis, puis des structures test proches de la réalité ont été utilisées : filtres 4 et 5 pôles. Les résultats que nous avons obtenus sont très encourageants et valident l'approche théorique et la modélisation numérique proposés dans ce travail de thèse.

Enfin nous avons proposé des solutions très simples pour retarder ce phénomène de claquage, ce qui revient à décaler le seuil de claquage.

Des perspectives de recherche sont envisagées pour continuer ce travail



---

## Bibliographie-chapitre4

---

- [1] **Boussavie C, Baillargeat D, Aubourg M, Verdeyme S, Guillon P, Catherinot A, Vigneron S and Theron B**  
2000 *IEEE CNF*, V2 p1185 - 1188
- [2] **Boussavie C, Baillargeat D, Aubourg M, Verdeyme S, Guillon P, Champeaux C, Catherinot A, Vigneron S and Herren J J**  
2000 Workshop on Multipactor, RF and DC Corona and Passive Intermodulation in space RF Hardware ESA/ESTEC, Noordwijk, the Netherlands.
- [3] **Pointu A M and Ricard A**  
Réactivité dans les plasmas. Applications aux lasers et au traitement de surfaces Aussois (Savoie) (France) Les Editions de Physique (1984)
- [4] **J. L. Delcroix, A. Bers**  
«*Physique des Plasmas*», Tome I, Inter Edition CNRS Editions, Février 1994.
- [5] **R. J. Harrach**  
«Theory for laser-induced breakdown over a vaporizing target surface », *Lawrence Livermore laboratory* , University of California, report UCRL-52389, December 1977.
- [6] **S. Soubacq**  
«Étude de la détente dynamique d'un plasma laser. Influence du champ effectif laser», Université de Pau et des Pays de l'Adour, thèse 2003
- [7] **S. Mendonça**  
“Influence d'un plasma laser sur le claquage d'un intervalle d'air en champ uniforme et aux pressions intermédiaires”, thèse, Université de Pau et de Pays de l'Adour, 2000
- [8] **J. P. Nougier**  
«*Méthodes de calcul numérique*», vol 1, systèmes d'équations, Juillet 2001
- [9] **J. Rappaz et M. Picasso**  
«*Introduction à l'analyse numérique*», Presses polytechniques et universitaire romandes, Suisse 1998.
- [10] **K Frigui, D Baillargeat, S Verdeyme, S Bila and A Catherinot, Puech J and Pacaud D**  
“*Microwave Breakdown in Waveguide Filters Theoretical and Experimental Investigations*”, IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, Vol 56, Issue 12, pp3072–3078, Dec 2008.
- [11] **K Frigui , D Baillargeat, S Bila, S Verdeyme, A Catherinot, J Puech, D Pacaud and J J Herren**  
“*Theoretical investigation of microwave breakdown ignition in OMUX filters. A 3D numerical modeling approach*”, IEEE MTT-S International p735-738, Atlanta, Georgia, USA, 2008.

**[12] K Frigui , D Baillargeat, S Bila, S Verdeyme, A Catherinot, J Puech, D Pacaud**

« *Microwave breakdown in OMUX filters. A 1D and 3D numerical modeling approach* »

MULCOPIM'08 (6ème édition) , Valence Espagne, 2008

**[13] K Frigui, D Baillargeat, S Verdeyme, S Bila and A Catherinot,**

” *One dimensional numerical modeling of microwave breakdown in OMUX filters*” IEEE MTT-S

International, p2121-2124, Honolulu, Hawaii, USA, 2007

---

Conclusion générale  
et perspectives

---



---

## Conclusion générale et perspectives

---

---

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été consacrés à la synthèse de filtres hyperfréquences bibandes et à la modélisation numérique multiphysique du phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX :

La première partie de ce manuscrit est constituée de deux chapitres.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté d'une façon générale les satellites de télécommunications à travers la plate forme et la charge utile. Une attention particulière a été portée sur les différents filtres présents dans la charge utile.

Dans le deuxième chapitre, nous avons proposé la synthèse de filtres bibandes puis leur conception à l'aide de trois topologies différentes. L'objectif était de proposer une topologie optimale présentant le minimum de pertes dans la bande passante.

La seconde partie de ce manuscrit a été consacrée à la modélisation numérique du phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX. Une approche théorique poussée, ainsi qu'un outil informatique ont été développés. L'ensemble a été validé par des tests expérimentaux. Même si beaucoup d'études sur les claquages ont été réalisées dans les années cinquante, les performances technologiques imposent de nos jours une analyse plus fine de ces phénomènes, afin d'approfondir nos connaissances théoriques et de prédire le comportement des systèmes de plus en plus complexes. Cette partie est constituée de quatre chapitres :

Le premier chapitre a été consacré à une présentation générale des décharges électriques. Un exemple d'une décharge électrique naturelle (la foudre) a été détaillé.

Dans notre cas d'étude, une décharge électrique se produit d'une manière indésirable dans les filtres d'OMUX. Afin de mieux comprendre le phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX, dans le deuxième chapitre nous avons présenté une étude théorique du phénomène de claquage couplant les lois de l'électromagnétisme, de la thermique et de la

physique des plasmas. Cette étude nous a amenés à étudier et à définir un système d'équations différentielles couplées régissant les phénomènes physiques mis en jeux.

Dans le troisième chapitre nous avons présenté les différentes méthodes permettant la prédiction et la résolution d'un problème physique : l'expérience, le calcul théorique et le calcul numérique. Nous nous sommes tout particulièrement attardés sur la modélisation numérique.

L'un des objectifs de ce mémoire, est de résoudre numériquement les équations obtenues. Ainsi nous avons testé plusieurs méthodes numériques, pour affiner nos résultats et pour éviter les problèmes de divergence. Dans le quatrième et dernier chapitre nous avons proposé une modélisation numérique du phénomène de claquage basée sur la méthode du volume de contrôle avec prédicteur-correcteur. Ainsi nous avons développé un code sous le logiciel de programmation « MATLAB », qui nous permet de prédire le phénomène de claquage et de déterminer le seuil de claquage en champ et en puissance microonde.

Ensuite nous avons validé expérimentalement ce modèle. Pour commencer nous avons utilisé comme structure de test une cavité résonante avec une seule vis, puis nous avons testé deux filtres à 5 et à 4 pôles. Les résultats que nous avons obtenus sont très encourageants et ont confirmé notre approche théorique à moins de 10%. Notre modèle numérique a ainsi été validé. Enfin, nous avons proposé des solutions pour retarder ce phénomène de claquage.

Les perspectives de ce travail concernent à la fois la synthèse de filtres bibandes à minimum de pertes et l'étude sur le phénomène de claquage.

Les perspectives du travail sur les filtres bibandes consistera d'une part à poursuivre la conception du filtre 10 pôles à topologie de couplage (B2), et d'autre part à valider par l'expérimentation notre approche théorique.

Concernant le travail de recherche sur le phénomène de claquage, les perspectives sont nombreuses et font prochainement l'objet d'une prochaine action R et T CNES en collaboration avec TAS. Nous souhaitons étendre notre outil de modélisation à l'analyse comportementale d'un OMUX complet. L'objectif sera de déterminer le seuil de claquage d'un OMUX à partir des valeurs de champs induites dans cette structure en fonction des conditions de tests (puissance microonde injectée, topologie, éléments d'accord (vis, iris ...)).

Un second objectif sera d'étendre notre outil de modélisation à l'utilisation d'autres structures en guide, dans d'autres bandes de fréquence (C, Ku et Ka).

Nous envisageons également de proposer de nouvelles topologies de dispositifs pour repousser les limites d'utilisation en s'appuyant notamment sur les outils d'optimisation de forme actuellement en développement à Xlim.



Annexe

---



---

---

## Table des matières

---

---

<b>Annexe 1 .....</b>	<b>275</b>
I. L'onde électromagnétique en espace libre .....	275
I.1. Rappels sur les équations de Maxwell.....	275
I.2. Equation d'onde.....	276
I.3. L'onde plane électromagnétique .....	277
I.3.1. L'onde plane.....	277
I.3.2. Expression des champs.....	280
I.3.3. Vitesse de phase .....	281
I.3.4. Structure des champs et impédance d'onde.....	282
I.3.5. Vecteur de Poynting .....	283
<b>Annexe 2 .....</b>	<b>287</b>
I. Modélisation du transfert de la chaleur dans une tige .....	287
I.1. Introduction .....	287
I.2. Modélisation .....	287
a. La loi de Fourier : .....	288
b. La première loi de la thermodynamique : .....	288
<b>Bibliographie personnelle.....</b>	<b>293</b>



Annexe **1**

L'onde  
électromagnétique  
en espace libre

---



---

# Annexe 1

---

## I. L'onde électromagnétique en espace libre

### I.1. Rappels sur les équations de Maxwell

Ce chapitre est basé sur l'exploitation des équations de Maxwell. En supposant la dépendance temporelle du champ électromagnétique en  $e^{j\omega t}$ , où  $\omega$  est la pulsation de l'onde, ces équations s'écrivent :

$$\text{equ.1} \quad \text{div} \underline{\underline{D}} = \rho \quad \text{Equation de Maxwell-Gauss: } \iiint_s \underline{\underline{D}} d\vec{s} = \iiint_v \rho d\vec{v}$$

$$\text{equ.2} \quad \text{div} \underline{\underline{B}} = 0 \quad \text{Equation de conservation du flux } \underline{\underline{B}}: \iiint_s \underline{\underline{B}} d\vec{s} = 0$$

$$\text{equ.3} \quad \text{rot} \underline{\underline{E}} = -\frac{\partial \underline{\underline{B}}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell-Faraday (phénomène d'induction)}$$

$$\text{equ.4} \quad \text{rot} \underline{\underline{H}} = \underline{\underline{j}}_c + \frac{\partial \underline{\underline{D}}}{\partial t} \quad \text{Equation de Maxwell-Ampère}$$

$\underline{\underline{E}}$  le champ électrique

$\underline{\underline{D}}$  le déplacement (ou induction) électrique

$\underline{\underline{B}}$  le champ (ou induction) magnétique

$\underline{\underline{H}}$  l'excitation (ou champ) magnétique

$\rho$  la densité volumique de charges

$\underline{\underline{j}}_c$  la densité volumique de courant de charges

## I.2. Equation d'onde

Le vecteur de Poynting montre que la puissance est rayonnée dans le milieu entourant une source. Faisons l'hypothèse que cette puissance est transportée par une onde progressive et cherchons à caractériser, dans un premier temps, les propriétés de cette onde dans un espace indéfini (propagation en espace libre).

On s'intéressera uniquement dans tout ce qui suit à des champs sinusoïdaux, se propageant loin de toute source. Dans un milieu non conducteur comme le vide ou un diélectrique : la densité de courant de charge est nulle  $\vec{J}_c = 0$  et la densité de charge est nulle en tout point ( $\rho = 0$ ). Les équations de Maxwell s'écrivent dans ce cas avec les champs complexes indépendants du temps:

$$\text{equ.5} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j\omega\vec{B} = -j\omega\mu\vec{H}$$

$$\text{equ.6} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = j\omega\vec{D} = j\omega\varepsilon\vec{E}$$

$$\text{equ.7} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$$

$$\text{equ.8} \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

A partir de maintenant, pour simplifier l'écriture et comme il n'y a pas d'ambiguïté, les vecteurs complexes ne seront plus soulignés.

Seules les deux premières relations sont indépendantes ; en effet la relation (equ.7) découle de la relation (equ.6) et la relation (equ.8) découle de la relation (equ.5), ce que l'on vérifie facilement en prenant la divergence des deux premières relations (la divergence du rotationnel est identiquement nulle).

Éliminons  $\vec{H}$  entre les deux premières relations : pour cela prenons le rotationnel de (equ.5) et reportons la valeur tirée de (equ.6) ce qui donne :

$$\text{equ.9} \quad \vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \omega^2 \varepsilon \mu \vec{E}$$

L'expression du double produit vectoriel  $\vec{A} \wedge \vec{B} \wedge \vec{C} = (\vec{A} \cdot \vec{C})\vec{B} - (\vec{A} \cdot \vec{B})\vec{C}$  permet de développer le membre de gauche :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{\nabla} \wedge \vec{E} = (\vec{\nabla} \cdot \vec{E})\vec{\nabla} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla})\vec{E}$$

- Le premier terme de droite est nul d'après (equ.7)

- Le deuxième terme fait apparaître le produit scalaire de  $\vec{\nabla}$  par lui-même, ce que l'on note  $\nabla^2$  ou laplacien (symbole  $\Delta$ ).

L'équation d'onde (ou équation de Helmholtz) s'écrit :

$$\text{equ.10} \quad \nabla^2 \vec{E} = -\omega^2 \varepsilon \mu \vec{E}$$

Éliminons  $\vec{E}$  entre les deux premières relations : pour cela prenons le rotationnel de (equ.6) et reportons la valeur tirée de (equ.5) ce qui donne :

$$\text{equ.11} \quad \nabla^2 \vec{H} = -\omega^2 \varepsilon \mu \vec{H}$$

Le laplacien s'écrit en coordonnées cartésiennes :

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Appliqué à chaque composante  $\vec{E}$  du vecteur on obtient trois équations:

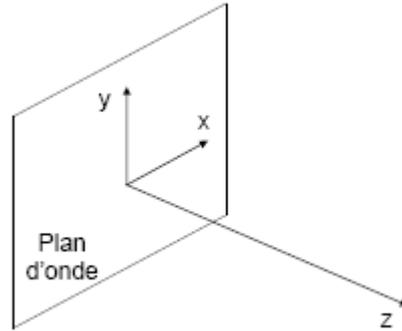
$$\text{equ.12} \quad \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2} = -\omega^2 \varepsilon \mu E_i \quad i = x, y, z$$

La résolution de cette équation d'onde aux dérivées partielles donne l'expression des champs  $E$  et  $H$  en fonction des coordonnées spatiales. Nous allons résoudre cette équation dans quelques cas particuliers, en faisant au préalable quelques simplifications.

### I.3. L'onde plane électromagnétique

#### I.3.1. L'onde plane

Une onde est dite plane lorsque les champs ne varient que dans la direction de propagation (axe  $oz$  sur la figure). Dans la direction transverse, par contre, ils ont la même valeur en tout point du plan  $xoy$ , appelé plan d'onde.



En pratique, les ondes optiques ou micro-ondes sont créées à partir d'une source qui à grande distance peut être considérée comme ponctuelle. Dans un espace indéfini, on observe donc une onde sphérique, car l'amplitude du champ est constante sur toute sphère centrée sur la source



A grande distance de la source, on peut en première approximation confondre une portion d'arc sphérique et le plan tangent : dans ces conditions, l'onde plane est une bonne approximation pour représenter les ondes en espace libre :

- L'approximation d'onde plane s'applique bien aux situations réelles et simplifie la résolution des équations de propagation.
- En supposant que l'onde se propage suivant l'axe  $oz$ , l'approximation d'onde plane implique que toutes les dérivées partielles sont nulles dans le plan d'onde:

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$$

Calculons, en coordonnées cartésiennes, les composantes des champs dans la première équation de Maxwell, avec  $\mu_r$  la perméabilité relative : elle vaut 1 pour les métaux non ferreux et les diélectriques, nous traitons le cas où  $\mu_r = 1$ .

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H}$$

$$\text{equ.13} \quad \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -j\omega\mu_0 H_x$$

$$\text{equ.14} \quad \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -j\omega\mu_0 H_y$$

$$\text{equ.15} \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -j\omega\mu_0 H_z$$

Faisons de même avec la deuxième équation :  $\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}$  et supposons pour le moment que l'onde se propage dans le vide ( $\epsilon_r = 1$ ). Il reste après simplification :

$$\text{equ.16} \quad \frac{\partial H_y}{\partial z} = -j\omega\epsilon_0 E_x$$

$$\text{equ.17} \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} = j\omega\epsilon_0 E_y$$

$$0 = j\omega\epsilon_0 E_z$$

On en tire les conséquences suivantes :

1. Les composantes axiales  $H_z$  et  $E_z$  sont nulles. Les champs électrique et magnétique étant tous deux transverses, l'onde est dite « Transverse Electromagnétique » ou *TEM*.

2. On peut trouver deux types de solutions :

a) La première solution correspond à des composantes  $E_y/H_x$  liées par les relations équivalentes (equ.13) et (equ.17).

b) La deuxième correspond à des composantes  $E_x/H_y$  liées par les relations équivalentes (equ.14) et (equ.16).

3. Il n'existe pas de relation mathématique entre ces deux solutions qui peuvent donc exister indépendamment l'une de l'autre. Cela signifie physiquement que deux ondes planes orthogonales de même fréquence peuvent se propager simultanément sans interférer entre elles. Cette propriété peut être mise à profit dans les systèmes de transmission (micro-ondes ou optiques) pour doubler la capacité d'un canal de transmission.

### I.3.2. Expression des champs

Déterminons les variations spatiales des champs  $E$  et  $H$ , sachant qu'ils varient sinusoïdalement dans le temps à la pulsation  $\omega$ . Compte tenu des hypothèses simplificatrices (l'onde est plane  $\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0$  et transverse  $E_z = H_z = 0$ ), l'équation d'onde (equ.12) ne comporte plus que les termes suivants :

$$\text{equ.18} \quad \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = -\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 E_x$$

$$\text{equ.19} \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = -\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 E_y$$

Ce sont les deux solutions indépendantes, correspondant à des champs  $E_x / H_y$  voir relation (equ.18) ou à des champs  $E_y / H_x$  voir relation (equ.19)

Traitons uniquement le second cas. En posant :  $c^2 = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}$ , (equ.19) s'écrit :

$$\text{equ.20} \quad \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_y = 0$$

La solution générale de cette équation différentielle du second ordre à coefficients constants est sinusoïdale. Ecrivons là sous forme complexe :

$$\text{equ.21} \quad E_y(z) = E_0 \exp\left(-j\frac{\omega}{c}z\right) + E_1 \exp\left(j\frac{\omega}{c}z\right)$$

En réintroduisant le temps dans l'expression des champs, on obtient :

$$\text{equ.22} \quad E_y(z, t) = E_0 \exp\left(j\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) + E_1 \exp\left(j\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right)$$

C'est l'équation d'une onde plane progressive qui se déplace dans la direction "oz". On trouve dans le cas général une onde « directe » d'équation :

$$\text{equ.23} \quad E_y^+(z, t) = E_0 \exp\left(j\omega\left(t - \frac{z}{c}\right)\right) \quad \text{avec } E_1 = 0$$

Et une onde « rétrograde » d'équation :

$$\text{equ.24} \quad E_y^-(z, t) = E_1 \exp\left(j\omega\left(t + \frac{z}{c}\right)\right) \quad \text{avec } E_0 = 0$$

### I.3.3. Vitesse de phase

Dans le vide : La constante :

$$\text{equ.25} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

est la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans le vide (célérité de la lumière dans le vide), elle vaut environ  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ .

En introduisant la constante de propagation :

$$\text{equ.26} \quad k = \frac{\omega}{c}$$

Les relations (3.18) et (3.19) s'écrivent habituellement :

$$\text{equ.27} \quad E_y^+(z, t) = E_0 \exp(j(\omega t - kz))$$

$$\text{equ.28} \quad E_y^-(z, t) = E_1 \exp(j(\omega t + kz))$$

On définit la fréquence  $\nu$  :  $\omega = 2\pi\nu$

La longueur d'onde  $\lambda$  :  $\lambda = \frac{c}{\nu}$

Ce qui donne pour  $k$  :  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

**Dans un diélectrique :** En remplaçant  $\epsilon_0$  par  $\epsilon_0 \epsilon_r$ , la vitesse de phase  $v_\phi$  change :

$$\text{equ.29} \quad v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_r \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{c}{n}$$

Où  $n$ , l'indice de réfraction utilisé par les opticiens, est relié à la permittivité relative du milieu par :  $\epsilon_r = n^2$

### I.3.4. Structure des champs et impédance d'onde

Pour l'onde directe  $E_y / H_x$ , le champ électrique est donné par la relation (equ.27). D'autre part, les composantes des champs sont liées par l'équation (equ.13) (ou l'équation (equ.17)) :

$$\text{equ.30} \quad \frac{\partial E_y}{\partial z} = j\omega\mu_0 H_x$$

On en tire l'expression de  $H_x$  :

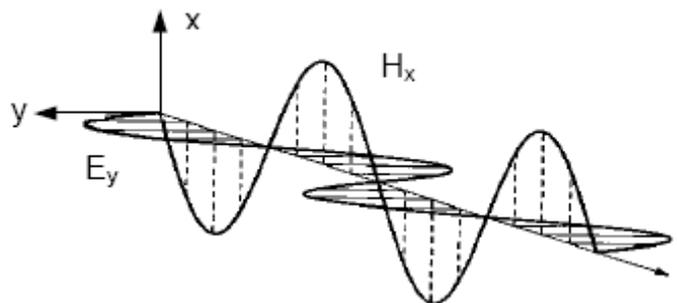
$$\text{equ.31} \quad H_x^+(z,t) = -E_0 \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \exp(j(\omega t - kz)) = -H_0 \exp(j(\omega t - kz))$$

- Le champ électrique et le champ magnétique sont en phase.
- A chaque instant leurs amplitudes sont dans un rapport constant :

$$\text{equ.32} \quad \frac{E_y}{H_x} = -\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$$

Le rapport entre l'amplitude du champ  $E(V/m)$  et du champ  $H(V/m)$  représente l'impédance d'onde  $Z$ . On trouve dans le vide:

$$\text{equ.33} \quad Z_0 = \frac{E_0}{H_0} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$$



**figure 1.** Variation sinusoidale des champs  $E_y$  et  $H_x$  en fonction de  $z$  à un instant  $t_0$  donné. Au temps  $t_0 + \Delta t$ . L'ensemble de la figure est translatée vers les  $z$  croissants pour l'onde directe

Dans un diélectrique, il suffit de remplacer  $\epsilon_0$  par  $\epsilon_0\epsilon_r$  pour obtenir :

$$\text{equ.34} \quad Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}} = \frac{Z_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{Z_0}{n}$$

### I.3.5. Vecteur de Poynting

Le vecteur de Poynting, noté  $\bar{\Pi}$ ,  $\bar{R}$  ou  $\bar{S}$  est un vecteur dont la direction indique, dans un milieu isotrope, la direction de propagation d'une onde électromagnétique et dont l'intensité vaut la densité de puissance véhiculée par cette onde. Le module de ce vecteur est donc une puissance par unité de surface. La moyenne temporelle du vecteur de Poynting vaut :

$$\text{equ.35} \quad \bar{\Pi} \text{ (W/m}^2\text{)} = \frac{1}{2} \text{Re} \left[ \bar{E} \wedge \bar{H}^* \right]$$

Pour l'onde  $E_y / H_x$  du paragraphe précédent, le vecteur  $\bar{\Pi}$  ne possède qu'une composante  $\bar{\Pi}_z$  :

$$\text{equ.36} \quad \Pi_z = -\frac{1}{2} \text{Re} \left[ E_y \wedge H_x^* \right]$$

En reprenant les expressions des champs  $E_y / H_x$  donnés par (equ.27) et (equ.31), on trouve :

$$\text{equ.37} \quad \Pi_z = \frac{E_0 H_0}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{\mu_0}} E_0^2 = \frac{n E_0^2}{2c \mu_0} = \frac{n E_0^2}{2Z_0}$$

Où  $n$ , l'indice de réfraction utilisé par les opticiens, est relié à la permittivité relative du milieu par :  $\varepsilon_r = n^2$  et dans le vide  $n = 1$  d'où l'expression :

$$\text{equ.38} \quad \Pi_z = \frac{E_0^2}{2c \mu_0} = \frac{E_0^2}{2Z_0} = \frac{E_0^2}{2.120\pi}$$

L'intensité de l'onde plane est définie par :

---

$$\text{equ.39} \quad I_0 = \|\bar{\Pi}\| = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{\mu_0}} E_0^2 = \frac{n E_0^2}{2c \mu_0} = \frac{n E_0^2}{2Z_0}$$

La puissance  $P_s$  rayonnée par une onde électromagnétique à travers une surface  $S$  est égale au flux du vecteur de Poynting de cette onde à travers cette surface :

$$\text{equ.40} \quad P_s = \iint_S \bar{\Pi} \cdot d\bar{S}.$$

Annexe **2**

Modélisation du  
transfert de la  
chaleur dans une  
tige

---



---

## Annexe 2

---

---

### I. Modélisation du transfert de la chaleur dans une tige

#### I.1. Introduction

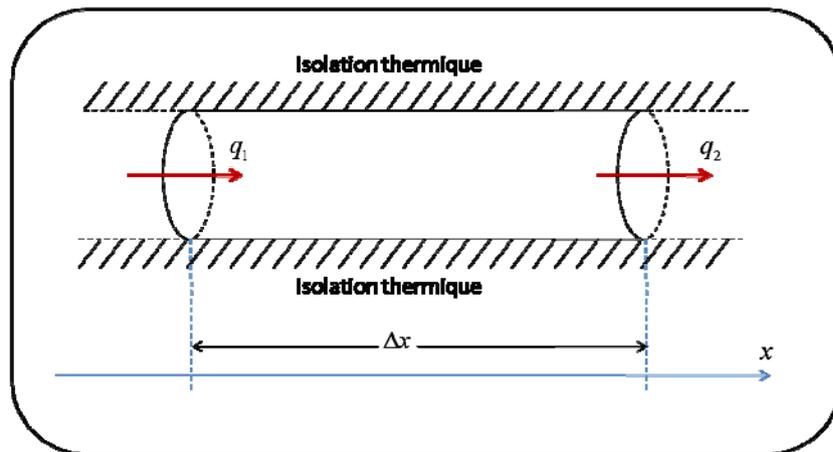
La chaleur se propage par différents mécanismes : soit par convection, par diffusion ou par rayonnement électromagnétique. D'habitude la convection est le mécanisme dominant dans les liquides et les gaz. Ce type de transport est directement lié à un flux de matière. Dans les solides, la chaleur se propage par diffusion.

Le transfert de chaleur, l'écoulement d'un fluide en milieu poreux ou encore la diffusion moléculaire dans un solide sont tous gouvernés par la même équation aux dérivées partielles.

Examinons une portion cylindrique d'une tige isolée thermiquement. Nous allons voir comment la température du cylindre ci-dessous varie quand il reçoit (ou perd) de la chaleur provenant du reste de la tige.

#### I.2. Modélisation

On suppose que la tige est composée d'un matériel homogène. La tige est placée le long de l'axe des  $x$  et on va mesurer toutes les quantités (flux, température, ...) en chaque point  $x \in R$ , comme une valeur moyenne le long d'une couche qui est transversale à l'axe des  $x$ . L'isolant entoure la tige sauf aux extrémités en  $x = 0$  et  $x = 1$  où des conditions frontières seront imposées.



$q_1$  et  $q_2$  sont les flux de chaleur (quantité de chaleur par unité de temps qui traverse la surface dans la direction  $x$ ).

**a. La loi de Fourier :**

Le flux de chaleur satisfait la loi de Fourier

$$\text{equ.1} \quad q = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

$k$  la conductivité thermique

$T$  la température

**b. La première loi de la thermodynamique :**

La quantité de chaleur  $\Delta Q$  qui est emmagasinée dans un matériel de densité  $\rho$ , de longueur  $\Delta x$ , durant une augmentation de température  $\Delta T$  est

$$\text{equ.2} \quad \Delta Q = c_p \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta T$$

La quantité de chaleur qui rentre dans le cylindre pendant un laps de temps  $\Delta t$  est

$$\text{equ.3} \quad \Delta Q = -(q_2 - q_1) \Delta t \quad \text{définition du flux}$$

$$\text{equ.4} \quad \Delta Q \approx -\left( \Delta x \frac{\partial q}{\partial x} \right) \Delta T \quad \text{Théorème de la moyenne}$$

$$\text{equ.5} \quad \Delta Q = -\Delta x \frac{\partial}{\partial x} \left( -k \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Delta t \quad \text{Loi de Fourier}$$

$$\text{equ.6} \quad \Delta Q = \Delta x \Delta t \cdot k \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x}$$

La loi de la thermodynamique (equ.2) implique

$$\text{equ.7} \quad c_p \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta T = \Delta x \Delta t \cdot k \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x}$$

Si on divise par  $\Delta x \cdot \Delta t$  et que  $\Delta t \rightarrow 0$ , alors on obtient

$$\text{equ.8} \quad c_p \cdot \rho \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = k \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x}$$

L'équation de la chaleur est

$$\text{equ.9} \quad \frac{\partial T}{\partial x} - \chi \frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} = 0$$

$\chi = \frac{k}{c_p \rho}$  est une constante qu'on appelle diffusivité thermique



Bibliographie  
personnelle

---



---

## Bibliographie personnelle

---

- \* Congrès National
  - \*\* Congrès International
  - \*\*\* Revue internationale
- 
- \* K Frigui, D Baillargeat, S Bila, S Verdeyme, A Catherinot, J Puech, D Pacaud and J J Herren « *Claquage microonde dans les filtres d'OMUX, Modélisation numérique et validation expérimentale* », 16èmes Journées Nationales Microondes, Session Orale, Grenoble, 27-29 Mai, 2009.
  - \*\*\* K Frigui, D Baillargeat, S Verdeyme, S Bila and A Catherinot, Puech J and Pacaud D, " *Microwave Breakdown in Waveguide Filters Theoretical and Experimental Investigations* ", IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, Vol 56, Issue 12, pp3072–3078, Dec 2008.
  - \*\* K Frigui, D Baillargeat, S Bila, S Verdeyme, A Catherinot, J Puech, D Pacaud and J J Herren " *Theoretical investigation of microwave breakdown ignition in OMX filters. A 3D numerical modeling approach* ", IEEE MTT-S International p735-738, Atlanta, Georgia, USA, 2008.
  - \*\* K Frigui, D Baillargeat, S Bila, S Verdeyme, A Catherinot, J Puech, D Pacaud « *Microwave breakdown in OMX filters. A 1D and 3D numerical modeling approach* » MULCOPIM'08 (6ème édition) , Valence Espagne, 2008
  - \*\* K Frigui, D Baillargeat, S Verdeyme, S Bila and A Catherinot," *One dimensional numerical modeling of microwave breakdown in OMX filters*" IEEE MTT-S International, p2121-2124, Honolulu, Hawaii, USA, 2007
  - \* K Frigui, D Baillargeat, S Bila, S Verdeyme, A Catherinot, J Puech, D Pacaud and J J Herren « *Modélisation numérique multiphysique en 1D du phénomène de claquage dans les filtres d'OMUX* », 15èmes Journées Nationales Microondes, Session Orale, Toulouse, 23-25 Mai, 2007.



# RESUME

Dans la charge utile d'un satellite de télécommunication, le filtrage intervient à plusieurs niveaux. Pour simplifier l'architecture, réduire l'encombrement et améliorer les performances globales du système, les filtres de multiplexage peuvent être remplacés par des filtres multi-bande, diminuant ainsi les coûts de conception. Dans ce mémoire, nous nous sommes ainsi intéressés en particulier aux filtres hyperfréquence.

**Le premier objectif de ce mémoire**, est de proposer une synthèse de filtres hyperfréquence bibande. L'objectif est de trouver la topologie optimale qui présentera le minimum de pertes d'insertion dans la bande passante.

En effectuant des mesures à pression atmosphérique sur les multiplexeurs de sortie (OMUX) de la charge utile des satellites de télécommunications, un phénomène de claquage peut apparaître d'une manière involontaire et indésirable.

**Le deuxième objectif de ce mémoire**, est de proposer une modélisation numérique multiphysique du phénomène de claquage basée sur les lois de l'électromagnétisme, de la thermique et de la physique des plasmas.

In the payload of a telecommunication satellite, the filtering function occurs at several levels. For simplifying the architecture and improving the overall system performance, multiplexed filters could be replaced by multi-band filters, thus reducing design costs. In this manuscript, we are particularly interested in high frequency filters.

**The first objective of this manuscript** is to propose a synthesis of dual-band high frequency filters. The objective is to find the optimal topology which presents a minimum insertion loss in the passband.

By making measurements at atmospheric pressure of output multiplexers (OMUX) integrated in satellite payloads, a breakdown phenomenon can appear in an unintended and undesirable manner.

**The second objective of this manuscript** is to propose a multiphysics numerical modeling of the breakdown phenomenon based on electromagnetism, thermal and plasma physics laws.