

# UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE Science – Technologie – Santé

FACULTE des Sciences et Techniques  
XLIM- Département OSA

Thèse N° 33-2008

**Thèse**

pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université de Limoges**

Discipline : Electroniques des Hautes fréquences, Optoélectronique  
Spécialité : Télécommunications

Présentée et soutenue par

**Hicham TARHINI**

Le 24 septembre 2008

**Etude de la susceptibilité des cartes des circuits imprimés face  
aux agressions électromagnétiques de Fortes Puissances**

Thèse dirigée par Alain REINEIX

**JURY :**

**Président :**

**Mme Annie BESSAUDOU**

**Professeur**

*Université de Limoges, XLIM, Dépt. « MINACOM », Limoges*

**Rapporteurs :**

**Mr Pierre BONNET**

**Maître de Conférences (H.D.R.)**

*Université Blaise Pascal – Clermont II, LASMEA, Aubière*

**Mr Marc HELIER**

**Professeur**

*Université Pierre et Marie Curie, Laboratoire d'Electronique  
et Electromagnétisme, Ivry sur Seine*

**Examineurs :**

**Mr Xavier BUNLON**

**Ingénieur**

*Technocentre Renault, PUCE CEM-RF, Guyancourt*

**Mr Christophe GUIFFAUT**

**Chargé de Recherche C.N.R.S.**

*Université de Limoges, XLIM, Dépt. « O.S.A. », Limoges*

**Mr Alain REINEIX**

**Directeur de Recherche C.N.R.S.**

*Université de Limoges, XLIM, Dépt. « O.S.A. », Limoges*

**Invité :**

**Mr Jean-Christophe JOLY**

**Ingénieur**

*Centre d'Etudes de Gramat, SDP/CGN/EXC, Gramat*



*A la mémoire de mon père ALI,*



# Remerciements

Ce travail de thèse a été effectué à la Faculté des Sciences et Techniques de l'Université de Limoges au sein du laboratoire XLIM dans le département ondes et systèmes associés (OSA), projet CEM.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Alain REINEIX, directeur de recherche CNRS et responsable du projet CEM du département OSA pour m'avoir dirigé et apporté son aide tout au long de ma thèse.

Je remercie sincèrement, Christophe GUIFFAUT, chargé de recherche CNRS pour son encadrement et ses conseils judicieux tout au long de cette thèse.

Merci à Mr. Marc HELIER, professeur à l'université de Pierre et Marie Curie, de m'avoir fait l'honneur d'être l'un des rapporteurs de cette thèse.

Je remercie également Mr. Pierre BONNET, maître de conférences (HDR) à l'université Blaise Pascal, de m'avoir fait l'honneur d'être l'un des rapporteurs de cette thèse.

Merci à Madame Annie BESSAUDOU, professeur à l'université de Limoges, pour avoir non seulement accepté, dans le cadre de la soutenance de la thèse, d'être présidente de jury, mais aussi pour son orientation technique et matérielle dans la partie des plans d'expériences.

Merci à Mr. Xavier BUNLON, ingénieur au Techno Centre Renault, pour avoir accepté d'être examinateur et pour ses importantes remarques sur le manuscrit.

J'associe aussi mes remerciements à la DGA, en particulier à Bernard PECQUEUX, Jean-Christophe JOLIE, et PATRIC HOFFMANN pour leur collaboration et leur soutien dans le cadre du projet VULCAIM.

Je tiens à remercier M. François LOUVET et Sandrine KARAM pour leurs orientations dans la partie statistique.

Un grand merci à Moustafa EL HAFFAR, Guillaume ANDRIEU et M. Omar DAFIF pour leur aide dans les mesures en CRBM.

Je remercie vivement Nadine AYMARD, secrétaire du département OSA pour sa gentillesse et sa disponibilité.

Je tiens à remercier mon collègue de bureau Laurent OYHENART pour sa gentillesse, son humour et qui est devenu avec le temps un ami.

Un grand merci également à Michael TROUBAT et Bruno BEN M'HAMED pour la relecture du rapport. Je remercie aussi tous mes collègues, mes ex-collègues et mes amis à XLIM pour les moments de détente.

J'adresse un sincère remerciement à mon amie, Marie-Gersande RAOULT pour sa gentillesse et son soutien, ses encouragements et son aide dans la rédaction de la thèse.

Enfin je tiens à remercier très chaleureusement ma mère Aïda, mon frère Chérif et ma sœur Dina pour leur patience, leur soutien moral et pour m'avoir encouragé depuis toujours à poursuivre mes études et à mener à bien mon doctorat, malgré la distance qui nous sépare.



# SOMMAIRE

<b>Introduction générale.....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE 1 : La susceptibilité des cartes PCB .....</b>	<b>5</b>
1.1. Introduction.....	5
1.2. Contexte de l'étude .....	5
1.2.1. Les objectifs .....	8
1.3. Les problèmes CEM dans les PCBs.....	9
1.3.1. Emissions conduites et rayonnées.....	10
1.3.2. La susceptibilité des cartes face à des IEM.....	12
1.3.3. Intégrité du signal (IS) .....	14
1.4. Les micro-ondes de fortes puissances (MFP) .....	16
1.4.1. Historique.....	16
1.4.2. Principe des sources de micro-ondes de fortes puissances (MFP).....	17
1.4.3. Les menaces micro ondes de Fortes Puissances .....	18
1.5. Les méthodes numériques et mathématiques.....	19
1.5.1. La méthode des différences finies (FDTD).....	20
1.5.2. La méthode de la théorie des lignes (MTL).....	24
1.5.3. Les fonctions sources .....	39
1.6. Conclusion .....	41
<b>CHAPITRE 2 : Analyse de la susceptibilité des cartes en ambiance réverbérante .....</b>	<b>43</b>
2.1. Introduction.....	43
2.2. La chambre réverbérante à brassage de modes CRBM .....	43
2.3. Configuration et banc de mesure dans la CRBM.....	45
2.4. Modèle de Hill dans le domaine fréquentiel .....	49
2.4.1. Modèle de Hill dans le domaine temporel .....	51
2.4.2. Validation du modèle en temporel.....	52
2.5. Configurations des cartes caractérisées.....	61
2.6. Validation des simulation en chambre anéchoïque.....	62
2.6.1. Étude de cas .....	64
2.7. Résultats en chambre réverbérante .....	66
2.7.1. Principe de mesure et de simulation .....	66
2.7.2. La normalisation dans un milieu réverbérant.....	68
2.7.3. Comparaison mesures/simulations.....	69
2.8. Résultats obtenus par un nombre minimal d'ondes planes .....	73
2.9. Carte avec adaptateur d'impédance .....	74
2.10. Conclusion .....	78
<b>CHAPITRE 3 : Les plans d'expériences.....</b>	<b>81</b>
3.1. Introduction.....	81
3.2. La stratégie traditionnelle et les plans d'expériences.....	81
3.3. L'orthogonalité et les plans d'expériences.....	85

3.4.	Définition et formalisation du problème .....	86
3.4.1.	Les paramètres d'entrée .....	87
3.4.2.	Les réponses d'un système étudié .....	87
3.4.3.	Les stratégies expérimentales de paramétrages .....	88
3.5.	Les plans classiques .....	89
3.5.1.	Les plans factoriels complets .....	89
3.5.2.	Les plans factoriels fractionnaires.....	90
3.5.3.	Plan de Rechtschaffner.....	91
3.5.4.	L'estimation des effets moyens des facteurs principaux applicable aux plans orthogonaux .....	91
3.5.5.	Notion d'interaction .....	92
3.6.	Les plans numériques.....	95
3.6.1.	Définition et application des Uniform Designs (UDs).....	96
3.6.2.	Les étapes d'utilisation des plans uniformes.....	97
3.7.	Méthodes d'analyse statistique et mathématique.....	97
3.7.1.	La régression linéaire .....	97
3.7.2.	Analyse de la variance (ANOVA).....	98
3.7.3.	Le coefficient de détermination $R^2$ .....	101
3.8.	Sélection des paramètres significatifs .....	102
3.8.1.	Test de Student.....	102
3.8.2.	Sélection par la méthode de la variance conditionnelle.....	103
3.8.3.	Sélection du modèle optimal par régression .....	104
3.9.	Conclusion .....	105

## **CHAPITRE 4 : Susceptibilité globale d'une carte par les plans d'expériences ..... 107**

4.1.	Introduction.....	107
4.2.	Observables physiques du problème de la susceptibilité .....	107
4.3.	Illustration de la méthode par les plans classiques .....	109
4.3.1.	Etude des effets des facteurs principaux .....	111
4.3.2.	Étude des effets des interactions .....	112
4.3.3.	Validation par un plan factoriel complet.....	115
4.3.4.	Effet des charges .....	117
4.3.5.	Effet d'un coude.....	119
4.4.	Application des plans uniformes (UDs).....	121
4.4.1.	Analyse statistique et modèle de prédiction.....	122
4.4.2.	Interprétation sur les réponses temporelles .....	125
4.5.	Étude paramétrique d'une carte à 5 pistes .....	126
4.5.1.	Validation des résultats .....	132
4.5.2.	Modèle prédictif.....	137
4.5.3.	Etude paramétrique dans une ambiance réverbérante.....	140
4.6.	Changement d'observables physiques .....	145
4.6.1.	Effets des facteurs sur la tension crête en temporel .....	145
4.6.2.	Effets des facteurs sur la puissance crête en temporel .....	147
4.7.	Conclusion .....	149

## **Conclusion..... 151**

### **Bibliographie ..... 155**

## **Annexe A ..... 159**

4.7.1.	Les notations statistiques .....	159
4.7.2.	Moyenne.....	159
4.7.3.	Variance et écart type.....	160

4.7.4.	Construction d'un histogramme statistique.....	160
<b>Annexe B.....</b>	<b>161</b>	
4.7.5.	La loi normale .....	161
4.7.6.	La loi de Chi2 ( $\chi^2$ ).....	161
4.7.7.	Loi de Rayleigh.....	163
4.7.8.	La loi uniforme.....	163
4.7.9.	Le théorème de la limite centrale.....	164
<b>Annexe C .....</b>	<b>165</b>	
4.7.10.	L'intervalle de confiance .....	165
<b>Annexe D .....</b>	<b>166</b>	
4.7.11.	Test de Chi2 ( $\chi^2$ ) .....	166
<b>Annexe E.....</b>	<b>167</b>	
4.7.12.	Ondes électromagnétiques .....	167
4.7.13.	Méthode des moments (MOM) :.....	167
4.7.14.	Méthode des éléments finis (FEM) :.....	168
4.7.15.	La méthode TLM (Transmission Line Matrix) :.....	168



## ***Introduction générale***

L'interférence électromagnétique et la compatibilité électromagnétique (IEM, CEM) sont devenues des thèmes essentiels entre 1940 et 1950. Durant cette période, puis au début des années 60, ces thématiques ont pris une importance considérable dans le domaine militaire. Ceci est dû à plusieurs accidents comme l'échec dans les systèmes de navigation causé par l'IEM.

Dans les années 80, la fabrication des cartes mères pour les ordinateurs se développe massivement et les interférences provenant de dispositifs de calculs, avec des ondes radioélectriques deviennent significatives. En 1990, le spectre d'études (CEM, IEM) devient plus large surtout au niveau des susceptibilités des circuits électroniques face à des ondes électromagnétiques d'origines naturelles (foudre, rayons cosmiques...) ou artificielles (radar, GSM...) et qui provoquent ce que nous appelons la pollution électromagnétique.

De nombreuses études ont été menées sur les perturbations provoquées par les impulsions électromagnétiques. De plus, l'apparition d'armes électromagnétiques comme les micro -ondes de fortes puissances (MFP) a provoqué une évolution dans le domaine du brouillage électronique. Ce type d'armes peut être utilisé par les militaires lors d'éventuelles guerres (électroniques) afin de détruire le fonctionnement des systèmes embarqués sur des missiles ou des avions. En fait, l'énergie de ces ondes se couple avec les pistes des circuits imprimés afin de faire dysfonctionner les composants électroniques. Notons également l'existence d'autres types d'agressions électromagnétiques (AGREM) appelées ULB (Ultra Large Bande). Toutes ces études apparaissent sous un titre global : la susceptibilité et la vulnérabilité des circuits imprimés face à des perturbations EM.

L'objectif de l'étude de la susceptibilité d'une carte de circuit imprimé peut s'exprimer comme suit : « toute carte soumise à des agressions électromagnétiques doit fonctionner sans erreur ». Lors de la conception et de la réalisation d'une carte d'un circuit imprimé (PCB), il convient de tenir compte de l'existence des perturbations, et de prévoir des méthodes permettant de réduire suffisamment leur influence, de manière à assurer un fonctionnement sûr dans tous les cas d'utilisation. De même, il faut éviter que le système développé produise trop de perturbations dans son environnement. Enfin à l'intérieur même des PCBs, les mêmes phénomènes se produisent. Une sous partie du système peut venir perturber d'autres plus sensibles.

Le terme vulnérabilité est associé à une carte électronique si l'intégrité de celle-ci peut être détruite par des ondes perturbatrices. La vulnérabilité peut être une conséquence d'une mauvaise conception ou d'une faible conception (routage des pistes, ...) d'une carte PCB.

C'est dans cette thématique que se situe le sujet proposé. Il entre dans le cadre du projet VULCAIM (VULnérabilité des CARTes de circuit IMprimé) du laboratoire XLIM en partenariat avec la DGA et le centre d'études de Gramat (CEG). L'objectif global du projet consiste à étudier la propagation des ondes MFP pénétrant à l'intérieur d'un avion (missile) et l'effet sur le système électronique embarqué. Compte tenu de l'ampleur du sujet, nous nous limitons dans cette thèse à étudier la propagation du champ EM qui pénètre à l'intérieur du boîtier et qui induit des courants parasites sur les circuits imprimés dont les pistes sont chargées par des impédances terminales. Selon leurs niveaux, ces courants induits risquent de perturber le fonctionnement des composants aux extrémités des pistes.

Le but est donc d'étudier le comportement du couplage champ-carte afin d'évaluer les effets des paramètres géométriques et physiques de la carte. En définissant les paramètres prépondérants

sur le couplage, nous pourrions négliger certains chemins de couplage sur les pistes. Cette démarche vise à améliorer la conception des cartes. Le phénomène de couplage champ-carte sera étudié via des solveurs électromagnétiques basés sur la méthode des lignes de transmission MTL et des différences finies FDTD. La méthode MTL est une méthode simple qui permet de gagner un temps de calcul considérable par rapport à une méthode dite rigoureuse, dans les études paramétriques de la carte. Cependant la méthode des différences finies qui est une méthode à formulation rigoureuse permet d'obtenir des résultats plus précis. Toutefois, elle est coûteuse en temps de calcul et en espace mémoire.

Dans un premier temps, nous validerons le modèle de couplage champ-piste en effectuant des mesures en chambre anéchoïque. D'autre part, nous proposerons d'utiliser un modèle probabiliste du champ simulant l'ambiance réverbérante. Nous validerons ce modèle en effectuant des mesures de la susceptibilité en chambre réverbérante. Dans un deuxième temps, nous proposons une méthodologie statistique dite plan d'expériences afin d'étudier les effets des paramètres géométriques et physiques de la carte sur le couplage. Cette méthode permet de mener une étude statistique par un nombre réduit de simulations. De plus, cette approche est peu utilisée dans le domaine de l'électromagnétisme. Nous présenterons des études paramétriques du couplage avec des illuminations de type onde plane ou réverbérante et en tenant compte de l'influence des charges d'extrémités. Nous nous limiterons à l'étude sur des charges réelles en fixant des observables physiques pour en évaluer l'effet. Citons parmi ceux-ci : courant crête en temporel, puissance maximale.

Tout d'abord, nous consacrerons le premier chapitre à une étude bibliographique générale. Puis, nous présenterons le principe des micro-ondes de fortes puissances (MFPs) ainsi que leurs menaces. Ensuite, quelques rappels sur les problèmes de la CEM des cartes seront abordés sous forme de règles de conception standard. Une autre partie de ce chapitre sera consacrée à la présentation des méthodes numériques : la méthode de la théorie des lignes MTL et les différences finies FDTD. Ainsi, nous présenterons le formalisme des ondes planes et leurs propagations dans un milieu stratifié. Enfin, nous rappellerons les formalismes de couplage champ-piste basés sur la MTL et nous justifierons le choix du modèle de Taylor.

Dans le second chapitre, nous validerons le calcul du couplage champ-piste (modèle de Taylor) par des mesures effectuées en chambre anéchoïque. Ensuite, nous proposerons un modèle probabiliste du champ (modèle de Hill) afin d'étudier la susceptibilité dans les ambiances réverbérantes. Ce modèle sera validé dans le domaine temporel en montrant que le champ électromagnétique est statistiquement homogène et qu'il converge vers les lois statistiques appropriées. Nous effectuerons des mesures en CRBM sur une carte à une seule piste. Nous comparerons les tensions mesurées et simulées sur les charges terminales. A la fin de ce chapitre, nous aborderons le cas d'une carte avec adaptateur d'impédance en comparant les simulations avec les mesures.

Le troisième chapitre sera consacré à un rappel théorique de la méthode des plans d'expériences. Nous nous intéresserons à cette méthode vu le nombre élevé des facteurs qui peuvent jouer un rôle primordial sur le couplage champ-carte. De plus, nous pourrions traiter des applications complexes avec un nombre réduit de simulations. Nous allons donc présenter les types de plans utilisés, les analyses statistiques et les techniques utilisées pour la sélection des paramètres significatifs. Nous terminerons ce chapitre par la présentation de la régression pas à pas pour établir des modèles prédictifs du couplage champ-carte.

Enfin, le dernier chapitre est une application de la méthode des plans d'expériences sur la susceptibilité des cartes. Tout d'abord, nous illustrerons la méthode sur une ligne microruban adaptée. Ensuite, nous aborderons les plans numériques dédiés aux simulations numériques. Nous allons donc utiliser les plans uniformes pour étudier les effets des paramètres sur un observable

physique (amplitude crête, énergie...). Nous utiliserons les méthodes d'analyses de la variance pour les contributions des différentes variables d'entrée sur les observables. La méthode de Monte Carlo sera aussi employée comme une méthode alternative afin de valider les résultats obtenus par les plans numériques uniformes. Enfin, nous établirons et validerons des modèles prédictifs du couplage par méthode de la régression.



# **CHAPITRE 1 : LA SUSCEPTIBILITE DES CARTES PCB**

## **1.1. Introduction**

Le but de ce chapitre est de présenter le contexte général de l'étude de la susceptibilité d'une carte de circuits imprimés. Nous y précisons les objectifs à atteindre au cours de cette thèse. Le contexte de l'étude est composé d'une grande variété de thèmes due au large spectre d'études qui entoure ce sujet. Dans un premier temps, nous allons étudier le positionnement du problème du couplage d'un champ électromagnétique avec l'équipement. Ensuite, nous nous focaliserons sur la l'étude des agressions électromagnétiques sur les pistes des circuits imprimés. Ainsi, nous présentons une analyse générale relative aux origines des problèmes CEM de la carte. Dans un deuxième temps, nous introduirons les principes de menace des fortes agressions électromagnétiques comme les micro ondes de fortes puissances (MFP) et les impulsions Ultra Large Bande ULB (Ultra large bande). L'étude de la susceptibilité des cartes nécessite des outils numériques qui aident à comprendre les phénomènes physiques mis en jeu. D'où le besoin de parler des modèles de couplage champ-conducteur ainsi que des méthodes numériques qui les modélisent. Nous présenterons plus précisément les méthodes des théories des lignes (MTL) et des différences finies (FDTD). Ces deux méthodes sont les bases de deux solveurs développés au sein de l'équipe CEM du laboratoire XLIM.

## **1.2. Contexte de l'étude**

De plus en plus de circuits hyperfréquences sont présents sur les systèmes embarqués (avions, véhicules, missiles...). Simultanément, l'environnement dans lequel se trouvent ces systèmes devient très pollué par des ondes électromagnétiques qui menacent et perturbent leur fonctionnement. En général, ces ondes sont d'origines naturelles (foudre...) ou artificielles (Radar, GSM, TV...) (Fig.1). Il est donc important d'étudier le comportement de la carte quand elle est soumise à de telles agressions, c'est-à-dire d'étudier la susceptibilité des cartes. D'après les travaux effectués dans la littérature, l'étude de la susceptibilité d'un système face à des interférences électromagnétiques est hiérarchisée en trois étapes globales (Fig.2) :

- La première étape s'intéresse aux agressions électromagnétiques comme les micro-ondes de forte puissance (MFP) qui attaquent le boîtier de contrôle d'un système électronique embarqué. Le champ EM pénètre à travers des ouvertures à l'intérieur de ce boîtier qui va constituer une cavité et donne naissance à des ondes stationnaires.
- La deuxième étude se focalise sur le couplage du champ EM avec les cartes électroniques localisées dans les boîtiers de contrôle. En particulier, le couplage du champ avec les pistes (conducteurs) qui lient les composants électroniques.
- La troisième est intéressante puisqu'elle traite du risque de dysfonctionnement d'un composant dû aux perturbations. Cette étape est la plus critique du point de vue de la vulnérabilité car les composants, surtout les non linéaires, sont très susceptibles et par conséquent, ils peuvent provoquer un arrêt complet du système.

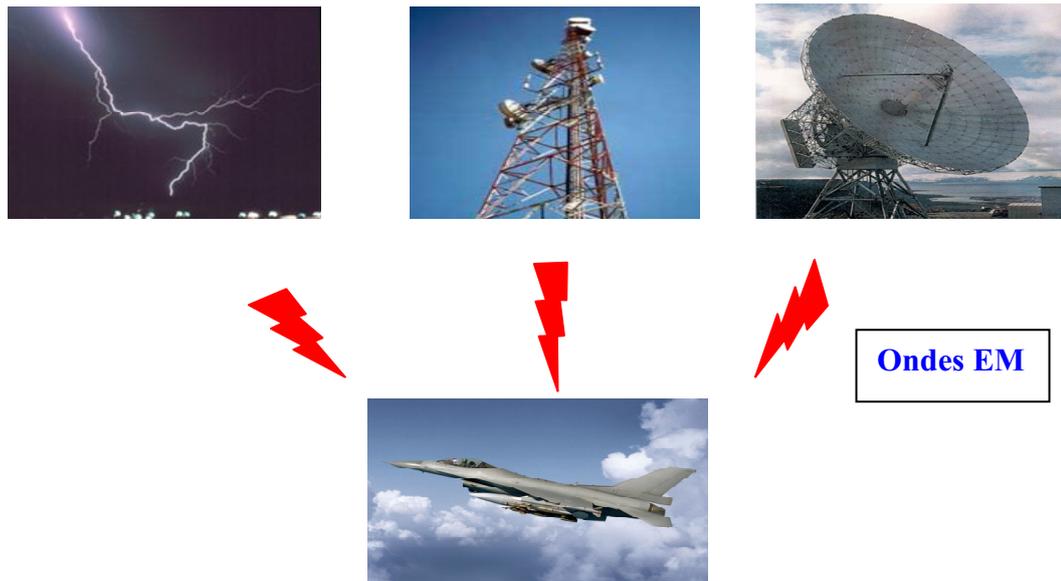


Fig.1 : Les sources de parasites naturelles et artificielles

Prenons, à titre d'exemple, l'avion comme un système menacé par des MFPs. Son système électronique est perturbé par des agressions électromagnétiques dont les menaces peuvent être étudiées selon les phases citées en dessous (Fig.2).

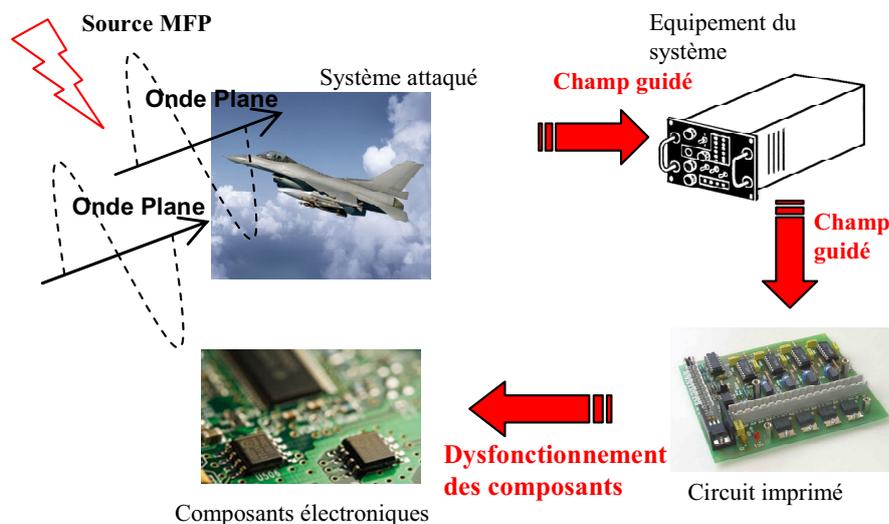


Fig.2 : Problème de couplage en échelle

L'étude de la susceptibilité de cartes des circuits imprimés se base sur l'étude du couplage champ-pistes. Ce couplage est dû au fait que la ligne de transmission, formée par la piste (conducteur) et le diélectrique, est l'élément central responsable de propager le courant induit par le champ électromagnétique jusqu'aux composants. Dans ce cas, plusieurs facteurs interviennent dans l'étude du couplage champ-pistes :

- Les caractéristiques géométriques et physiques de la carte ;
- Le choix des modes du champ incident ;

Les caractéristiques géométriques d'une PCB représentent les largeurs des conducteurs et leurs longueurs électriques, les caractéristiques du substrat, etc. Il existe aussi d'autres paramètres qui interviennent parfois dans la conception d'une carte : les coudes, les vias et la variété des impédances terminales dans une ligne micro-ruban.

Pour traiter et analyser le problème de la susceptibilité de la carte, nous avons besoin d'outils et d'une méthode adaptée :

- Des solveurs électromagnétiques basés sur des méthodes numériques qui traitent les problèmes de la susceptibilité et précisément du couplage champ-carte.
- Une approche paramétrique qui aide à mener des études statistiques afin d'étudier les paramètres les plus prépondérants sur le couplage champ-carte.

La modélisation de la carte en réception (carte illuminée par des ondes électromagnétiques) nécessite des outils numériques efficaces pour calculer le couplage du champ avec les conducteurs. De nombreux travaux de recherche sur les méthodes numériques traitent de la susceptibilité des cartes dans les domaines temporel et fréquentiel. Dans le domaine temporel, nous citons la méthode des différences finies FDTD qui a été appliquée à l'étude du rayonnement des cartes et les discontinuités comme les coudes et les vias [1] [2]. Une autre méthode plus complexe que la FDTD existe. Elle s'appelle la TLM (Transmission line matrix). D'une manière similaire à la FDTD, la TLM peut intégrer des formalismes comme les fils, maillage et sous maillage uniforme. Elle présente l'avantage d'être moins dispersive que la FDTD, mais elle est moins efficace que la méthode FDTD en temps de calcul et en espace mémoire. De plus, les algorithmes semblent assez lourds à mettre en oeuvre [3] [4].

Dans le domaine fréquentiel, il existe la méthode des moments qui est une méthode surfacique qui consiste à résoudre les équations intégrales. C'est une méthode attractive pour le calcul bidimensionnel des matrices et des structures planaires. Une autre méthode rigoureuse peut être utilisée pour le calcul de couplage champ-carte: la méthode des éléments finis (FEM). Mais celle-ci nécessite des ressources informatiques très significatives avec l'augmentation du nombre des inconnues due au maillage volumique 3D [5] [6].

En outre, nous citons des méthodes approchées qui sont très employées pour la représentation des cartes électroniques comme la théorie des lignes multifilaires (MTL) [7]. Celle-ci est appliquée sur les pistes des PCB, torons et câbles. Il existe également des modèles de couplages champ-carte qui évaluent les niveaux des courants et des tensions induits sur les pistes, connexions et composants. Ces modèles sont ceux de Taylor [7], Agrawal [8] et Rachidi [9]. Ces trois modèles sont basés sur la méthode de la théorie des lignes (MTL). Notre synthèse bibliographique est donc focalisée sur l'étude de la susceptibilité avec la théorie des lignes (MTL) et FDTD.

Les travaux dans le domaine de la susceptibilité des cartes ont souvent utilisé la MTL en raison de sa rapidité et de sa simplicité pour analyser les architectures complexes des pistes. Elle permet de présenter un grand nombre de lignes, mais il est nécessaire de réaliser parfois des modèles qui prennent en compte certains phénomènes électromagnétiques.

Des études paramétriques sur des lignes micro rubans [11] [12] montrent que le modèle quasi-TEM donne de bons résultats dans un intervalle fréquentiel suffisant pour l'étude de la susceptibilité par la théorie des lignes. Il apparaît aussi, d'après le calcul analytique, que l'épaisseur du substrat, la longueur de la piste, les distances entre les pistes et la permittivité diélectrique ont une influence sur la susceptibilité des PCB. En mode rayonné, l'étude de la susceptibilité peut être menée avec des illuminations de type onde plane ou avec une ambiance aléatoire de type CRBM.

Des études menées avec les illuminations de type onde plane [13] se focalisent sur la compréhension des phénomènes de réflexion des ondes lors du couplage champ-pistes ainsi que lors

d'un couplage mutuel entre les pistes. Ces phénomènes simulés par les méthodes numériques comme MTL ont été validés par des mesures en chambre anéchoïque. Ces études montrent, du point de vue physique, l'effet des charges aux extrémités des pistes. L'étude en [13] prend en considération les effets des charges non linéaires comme les diodes et les inverseurs logiques sur la propagation des signaux.

Comme les caractéristiques géométriques et physiques de la susceptibilité de la carte influencent le couplage champ-carte, elles ont par conséquent des effets sur les courants et les tensions induits. Cependant, une approche statistique est nécessaire dans le but d'établir des lois statistiques et permettant d'avoir une vision globale des niveaux de parasites couplés et de les associer à leur probabilité d'occurrence. Le problème réside dans la nécessité de toujours faire un très grand nombre de simulations numériques par une méthode de type Monte Carlo afin d'avoir une bonne représentation de l'effet des paramètres d'une carte.

Des méthodes variées d'analyse de données succèdent aux tirages aléatoires pour étudier le comportement statistique des courants ou tensions couplés. Des méthodes comme la régression, le krigeage et les assimilations à des loi bêta et gamma [14] [15] ont caractérisé la probabilité d'occurrence du couplage champ carte.

Le système d'ondes stationnaires établi par la pénétration des ondes EM dans un boîtier implique la nécessité de l'étude statistique de la susceptibilité des cartes dans des ambiances aléatoires comme l'ambiance réverbérante [16]. Cette étude permet d'obtenir les propriétés statistiques des chambres réverbérantes appliquées aux cavités de grandes dimensions en les modélisant par les méthodes numériques (MTL, FDTD). Dans ce cas, nous pouvons estimer très rapidement les niveaux de puissance couplés sur les circuits imprimés de l'équipement en considérant que le champ est une somme d'ondes planes. Nous trouvons des applications de cette hybridation sur des lignes bifilaires [18], des réseaux de câblage [19] qui visent à prédire le niveau de couplage dans la zone de test sans avoir besoin de simuler toute la chambre réverbérante. Les résultats ont montré la validité des modèles de couplage (FDTD, MTL) avec les mesures en chambre réverbérante.

Toutefois, des études statistiques d'une ligne ont été faites dans des ambiances réverbérantes [20]. Elles justifient que la méthode MTL est largement utilisée dans les études statistiques grâce à sa rapidité et qu'elle permet, du point de vue statistique, d'utiliser les approches probabilistes du champ [21].

### **1.2.1. Les objectifs**

L'objectif consiste à mener une étude globale du couplage champ-piste afin de simplifier la caractérisation de la susceptibilité d'une carte en éliminant les routages des pistes qui pourraient être inutiles. Pour effectuer cette étude, nous disposons de moyens expérimentaux et numériques. Nous utiliserons des solveurs numériques basés sur la MTL et la FDTD qui nous permettent d'illuminer les pistes avec des incidences dépendantes de la polarisation du champ.

Le premier objectif de cette thèse est donc de valider le modèle de couplage dans le cas d'une illumination par une seule onde plane. Le couplage champ-carte est représenté par les tensions ou les courants induits sur les pistes. Ensuite, la validation est réalisée par la mesure en chambre anéchoïque qui offre la possibilité de caractériser des antennes et de réaliser un bilan de liaison.

Le deuxième objectif est de valider et de mettre en œuvre un modèle de champ aléatoire dans le domaine temporel (modèle de Hill) pour prédire le couplage champ-piste dans tous les cas

d'illumination. Ceci va nous aider à la prise en compte d'un environnement réaliste dans lequel la carte peut se trouver. Des mesures en CRBM vont valider nos simulations MTL et FDTD.

Une fois ces deux objectifs atteints, nous nous trouvons dans la situation de mener une étude statistique qui va permettre de sélectionner les paramètres géométriques et physiques les plus influents sur le couplage. Les études, dans ce cas, ne sont plus uniquement basées sur les formules physiques de façon analytique, mais elles se combinent avec une méthodologie statistique raisonnable.

Le troisième objectif consiste donc à effectuer une étude statistique globale du couplage champ carte. Ceci est réalisé à l'aide de la méthode des plans d'expériences qui sert à mener des études paramétriques dont le but est de sélectionner les variables les plus significatives. Elle permet aussi d'établir des modèles de prédiction qui simplifient l'étude du couplage par un nombre réduit de simulations. La réduction du nombre de simulations nous permet de sortir du cadre du tirage de Monte Carlo qui nécessite parfois un nombre important de simulations pour retrouver les lois statistiques convenables. En mélangeant les études physiques avec cette méthode statistique, nous pourrions simplifier l'étude de la carte en utilisant le modèle (MTL) dans les différents milieux d'illumination (illumination par onde plane, modèle du champ aléatoire). Le nombre de paramètres à étudier dans ce cas est élevé et le nombre de simulations est réduit.

### **1.3. Les problèmes CEM dans les PCBs**

L'interférence électromagnétique (IEM) qui indique le caractère perturbateur d'un équipement électrique, et la susceptibilité qui indique la capacité à supporter les perturbations, distinguent les ondes conduites et les ondes rayonnées. La carte électronique comme tout les équipements électriques est à la fois une source de perturbations (émission) et victime de perturbations (susceptibilité).

Nous trouvons dans les logiciels de dessin des cartes électroniques, des règles de conception intégrées (design kits) qui jouent un rôle essentiel dans la minimisation des IEMs. Les problèmes de CEM et les IEMs des cartes sont dus aux tensions ou courants parasites se propageant dans les conducteurs en mode conduit et qui peuvent générer à leurs tour des émissions perturbatrices en mode rayonné (champ électrique, magnétique, électromagnétique). D'une manière analogue, une énergie électromagnétique externe provoquée par des sources naturelles ou artificielles peut induire un courant parasite dans les conducteurs des circuits, ce qui peut provoquer une perturbation dans le fonctionnement des composants (susceptibilité ou immunité). C'est pourquoi, l'étude de la CEM des cartes électroniques peut être classée en trois catégories globales:

- Emissions conduites et rayonnées ;
- La susceptibilité des cartes face à des interférences électromagnétiques ;
- Couplage entre les pistes, connectiques et discontinuités, ce qui constitue l'intégrité du signal en courant et en tension entre les interconnexions ;

Dans ces trois catégories listées ci-dessus, nous pouvons distinguer les observables physiques les plus traités dans l'étude de la susceptibilité et de la CEM des cartes :

- La fréquence;
- L'amplitude;
- Le temps.

Pour assurer un bon fonctionnement de la carte avec un minimum d'IEM, nous allons détailler dans chaque catégorie, les grandeurs physiques avec l'origine des parasites électromagnétiques et nous exposerons quelques règles de conception ou techniques de protection souvent utilisées.

### 1.3.1. Emissions conduites et rayonnées

L'intérêt d'étudier les IEMs est de connaître la compatibilité électromagnétique (CEM) de certains composants ou systèmes afin d'assurer un bon fonctionnement des cartes (PCBs). La figure (Fig. 3) montre le schéma bloc des éléments principaux constituant le problème des IEMs dans une carte électronique.

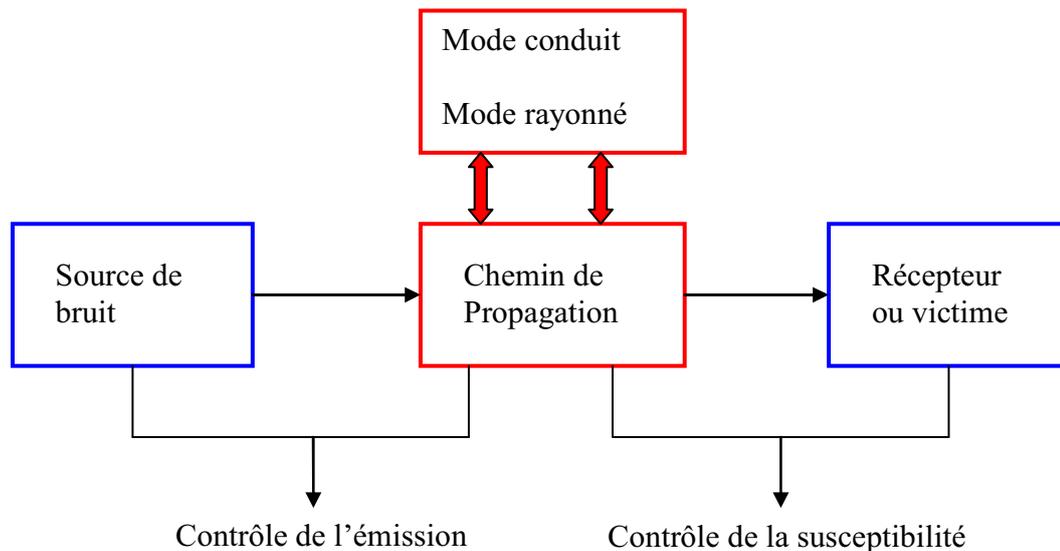


Fig. 3 : Schéma bloc des éléments principaux du problème des IEMs

La source perturbatrice d'origine naturelle ou artificielle génère l'énergie qui sera transmise par un chemin de propagation afin de perturber le fonctionnement d'une victime (perturbations des niveaux de tension, perturbation des contraintes temporelles, destruction). Le couplage entre la source de perturbation et la victime se fait sous deux formes :

- Couplage par conduction (mode conduit) : c'est le cas où il y a propagation des tensions et des courants dans les réseaux de distributions électriques (pistes). Autrement dit, ce couplage peut être réalisé à travers l'impédance commune entre la source et la victime. Le cas le plus évident de l'impédance commune c'est lorsque l'impédance partagée est présentée physiquement comme avec un conducteur commun.
- Couplage par rayonnement (mode rayonné) : le couplage est réalisée par la propagation des champs électromagnétiques dans des milieux conducteurs (blindage métallique) et non conducteurs (air...). Ce couplage nécessite des méthodes numériques dédiées à traiter ce genre de problème.

Les couplages par conduction et par rayonnement sont des phénomènes couplés. La dualité de ce phénomène réside dans le fait que les courants en conduction peuvent eux-mêmes rayonner. De même, les rayonnements vont induire des courants et des tensions sur les cartes. La minimisation des IEMs est réalisée en contrôlant les émissions dans la source, en réduisant la susceptibilité du récepteur et en rendant le chemin de propagation le moins efficace.

Deux modes de circulation des courants dans les conducteurs caractérisent la perturbation d'une carte PCB :

- Courant en mode commun : dans ce mode, le circuit électronique fonctionne comme une antenne. Le courant se propage dans les conducteurs dans le même sens que dans le conducteur de référence. Ce courant est dû à plusieurs causes comme le mauvais placement des points de masse. Il peut être aussi produit par des tensions de bruit internes entre le point de masse de référence et la connexion du câble liant la source et la victime.
- Courant en mode différentiel : si nous avons deux conducteurs dans un câble qui transporte des signaux entre des équipements. Le courant se propageant sur le premier conducteur est en opposition de phase sur l'autre conducteur. Un champ rayonné peut se coupler à ce système et induire une perturbation en mode différentiel entre les deux conducteurs. D'une façon similaire, le courant différentiel induira un champ rayonné.

Lors de la conception d'une carte électronique, on sépare les questions d'émission de celles de la susceptibilité et on mène les études en satisfaisant les prescriptions minimales des deux. Les émissions sont subdivisées en deux domaines : les émissions conduites et rayonnées.

Les émissions conduites sont les tensions et courants parasites captées par un dispositif électronique via les connecteurs ou les câbles d'interface et d'alimentation. Les techniques de protection sont multiples. Nous pouvons citer la stratégie de câblage (réduire la longueur de câblage, éviter les boucles, espacer les conducteurs...).

Les émissions rayonnées sont générées soit par les circuits imprimés ou câblages internes, soit par du courant en mode commun qui circule dans les pistes qui lient les composants. Dans ce cas, le blindage des éléments rayonnants est un moyen efficace ainsi que la limitation du nombre des ouvertures dans le boîtier contenant les circuits.

La minimisation des parasites dans le fonctionnement des PCBs revient à réduire et annuler le courant du mode commun [22] et par conséquent, diminuer le rayonnement de la carte. Dans ce contexte, une règle de conception standard pour les PCBs consiste à déposer les pistes de telle sorte qu'elles fonctionnent en mode différentiel. La figure (Fig. 4) montre deux types de lignes en mode différentiel.

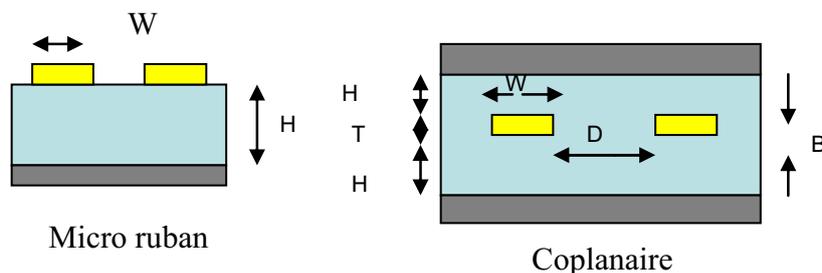


Fig. 4: Lignes micro rubans et coplanaires en mode différentiel.

Le technique des pistes différentielles est utilisée pour cinq raisons:

- Adapter une ligne de transmission externe ;
- Eviter la réflexion due à la masse ;
- Réduire les IEMs ;
- Réduire le bruit ;

- Augmenter la possibilité d'avoir des routages optimaux des pistes dans une PCB.

### 1.3.2. La susceptibilité des cartes face à des IEM

Les circuits imprimés sont susceptibles aux champs électromagnétiques ambiants et aux perturbations couplées dans ses accès par les câbles connectés. La susceptibilité face à des IEMs peut donc être classée en deux groupes :

- Susceptibilité en mode conduit.
- Susceptibilité en mode rayonné.

Du point de vue CEM des composants dans les PCBs, les composants analogiques et numériques peuvent être des sources perturbatrices importantes dans l'émission conduite (signaux parasites) et l'émission rayonnée (champs électriques, magnétiques). Il existe aussi :

- Des émissions provenant d'autres équipements (câbles, connecteurs, ...).
- Des décharges électrostatiques (ESD) qui peuvent être couplées par les câbles ou le coffret de l'appareil.

Par conséquent, les rayonnements vont se coupler sur les pistes et les autres composants se trouvant sur la carte. Le champ couplé sur les câbles induit un courant de mode commun à l'entrée de circuit (Fig. 5).

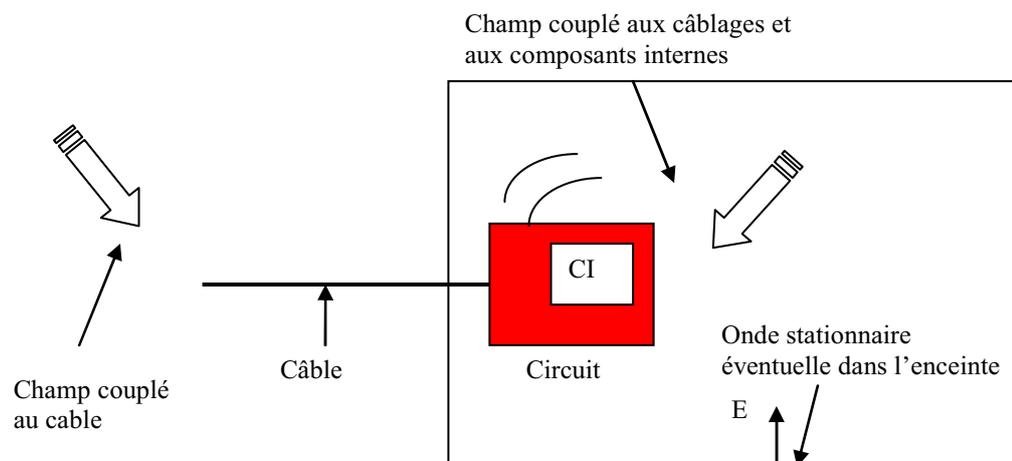


Fig. 5 : Couplage du champ rayonné

Des problèmes de susceptibilité sont donc dus aux composants analogiques et numériques intégrés dans les PCBs. A titre d'exemple, les circuits numériques sont très sensibles car ils présentent des niveaux de commutation de plus en plus bas. Les techniques de protection proposées consistent à mettre des circuits de filtrages (ou isolation) et à réduire les pistes de connexion. De plus, les composants de même famille logique doivent être bien placés dans les PCBs suivant leurs vitesses de commutation par rapport aux autres familles. Le rapport du temps de montée et de descente des signaux périodiques suit en général des normes invariable de CEM (Fig. 6).

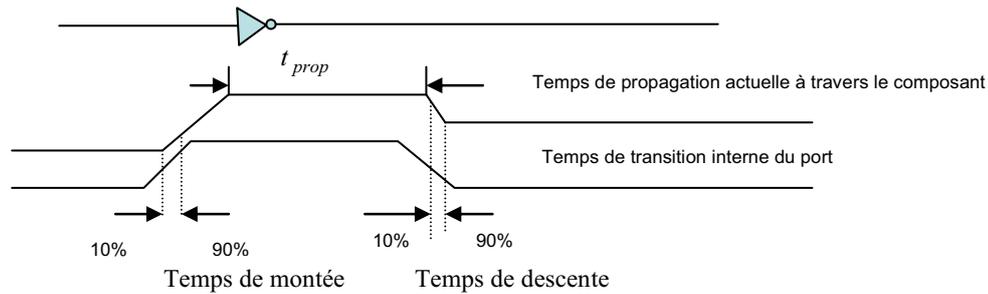


Fig. 6 : Temps de montée et de descente d'un signal

D'une manière générale, la carte PCB est partagée entre trois zones de fonctionnement : haute fréquence, basse fréquence et une bande intermédiaire. Chaque partition de la carte de circuit imprimé est liée aux châssis placés dans des points différents afin de minimiser la taille de la boucle du courant. Cette boucle est due au fait que le champ magnétique se reproduit à cause du courant qui traverse l'impédance d'une ligne. Pour cela, il faut un chemin de retour (return path) à travers un plan de référence (plan de masse 0V) pour minimiser le rayonnement dû à la surface de cette boucle (Fig. 7).

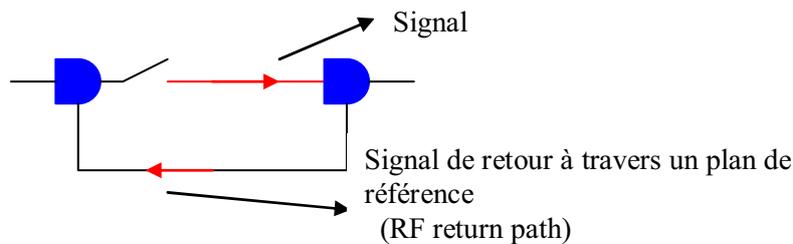


Fig. 7 : Circuit fermé ou boucle magnétique

Quelques règles de base sont donc envisagées pour la protection des signaux et des circuits :

- la disposition de plusieurs plans de référence (Plans de masse et d'alimentations) dans une PCB et la maîtrise des courants de mode commun entre les sections.
- Des filtres en fréquence doivent être positionnés sur les connexions et les entrées /sorties des cartes.
- Identifier les circuits sensibles : analogiques à bas niveau, données numériques rapides.
- S'assurer que les bruits de masse intérieurs et extérieurs ne peuvent pas se coupler dans le système, ni en dehors.

D'une façon générale, la susceptibilité en mode rayonné est la sensibilité des équipements d'une carte illuminée par un champ électromagnétique ambiant. Le couplage direct du champ électromagnétique illuminant les pistes est étudié via des méthodes numériques. Ce thème constitue la base de nos travaux de thèse et il sera détaillé dans la suite de ce chapitre.

### 1.3.3. Intégrité du signal (IS)

L'intégrité du signal traite des interférences et des déformations du signal dans la carte PCB. Deux conducteurs adjacents peuvent se coupler et générer des interférences. Nous pourrions alors parler des causes qui pourraient être à l'origine de ce problème.

La première cause est la diaphonie ("crosstalk" ou "trace to trace coupling") entre les pistes d'une carte qui provoque un problème de bruit et de déformation du signal. La propagation du signal est quasi-TEM (détaillé plus tard). Par exemple, nous trouvons la règle de 3-W pour la séparation des pistes, où W désigne la largeur de la piste. Il faut que la distance séparant les conducteurs de centre à centre soit égale au moins à 3W pour minimiser le couplage entre les pistes comme le montre la figure (Fig. 8).

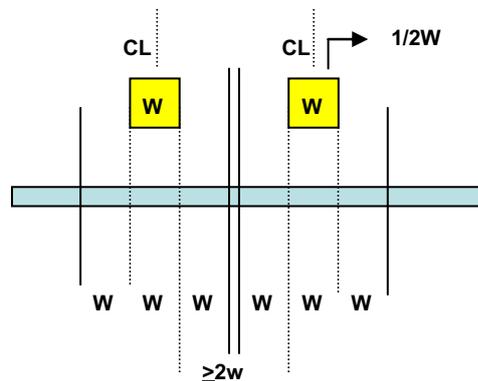


Fig. 8 : règle de 3-W pour la séparation des pistes

Il existe aussi d'autres règles de conception concernant la hauteur du substrat [22]. La distance de séparation entre les pistes doit être inférieure à la distance séparant la piste du plan de masse de la figure (Fig. 9).

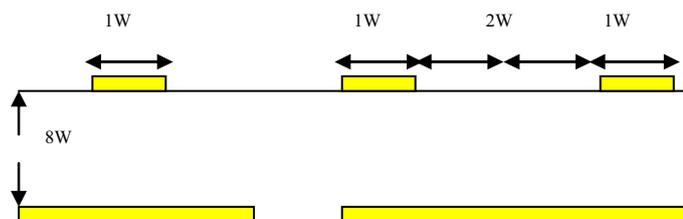


Fig. 9 : Conditions sur la distance par rapport à l'épaisseur du diélectrique

Une autre cause d'IS est due aux valeurs des résistances de terminaison. Ces dernières influent sur le courant se propageant sur une piste. L'adaptation d'impédance (impedance matching) est très importante pour diminuer les réflexions et les oscillations parasites qui se produisent tout au long du conducteur. La présence de charges non adaptées aux extrémités des conducteurs (interconnexion, connecteurs) peut être la cause de commutations non désirées au niveau signal ce qui nécessite une diminution de la vitesse d'horloge.

Les inductances distribuées sont aussi un facteur important qui influe sur l'IS. Leur évaluation permet de caractériser les propagations des signaux dans les pistes et dans les plans de masse. Les courants parasites conduits le long des pistes ayant un temps de montée (rise time) d'un signal important causent des problèmes d'IEM. Leurs sources sont les câbles attachés aux accès des

pistes et qui ramènent par conduction des courants couplés hors de la carte. Ces câbles jouent le rôle d'antennes à basses fréquences. La solution envisagée dans ce cas est l'utilisation d'un blindage par métal pour bien isoler les conducteurs transportant des signaux. Généralement, ces conducteurs sont séparés des plans d'alimentation.

Il nous reste à parler de la discontinuité et des origines de ses parasites dans la catégorie de l'intégrité de signal. Lorsqu'un conducteur subit des variations de dimensions, nous parlons donc de la discontinuité. Celle-ci n'existe pas seulement si les dimensions du conducteur changent, mais également si le plan de masse subit une variation. Nous rencontrons plusieurs types de discontinuité dans les circuits :

- Une jonction T ;
- Une transition d'une ligne à une autre (changement de largeur des conducteurs) ;
- Changement de la constante diélectrique ;
- Un coude avec des angles.

Les discontinuités sont remplacées par des circuits équivalents composés d'inductances et de capacités. Les coudes sont les discontinuités les plus fréquentes dans les circuits imprimés. Nous présenterons les formules des circuits équivalents dans les cas des lignes microrubans. Les expérimentations sur plusieurs coudes ont montré la diminution des coefficients de réflexions en présence d'un coude sur la ligne. La figure ( Fig. 10) montre le coude de 90°.

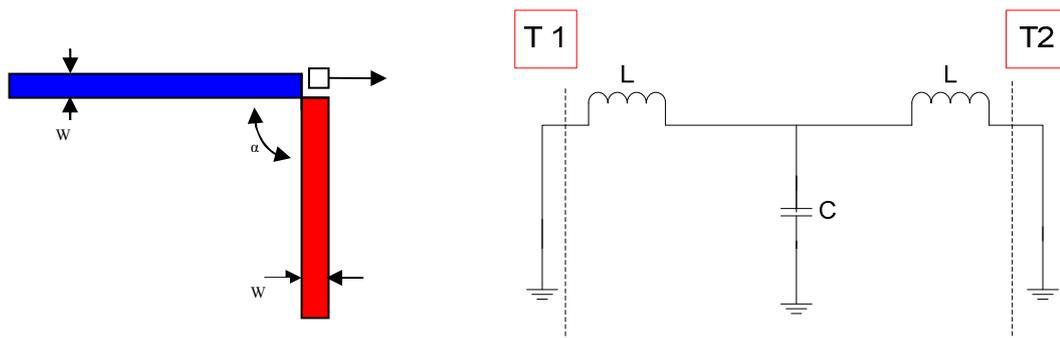


Fig. 10 : schéma équivalent d'un coude de 90°

Le schéma équivalent d'un coude de 90° est composé d'inductances en nH et d'une capacité en pF. D'après [23], les équations de L et C dépendent du rapport de w et h :

$$L/h = 100(4 * \sqrt{w/h} - 4.21) \tag{Eq. 1}$$

Avec : L/h est en nH/m

Si  $w/h < 1$  :

$$C/w = \frac{(14.0\epsilon_r + 12.)(w/h) - (1.83\epsilon_r - 2.25)}{\sqrt{w/h}} + \frac{0.02\epsilon_r}{w/h} \tag{Eq. 2}$$

Avec : C/W est en (pF/m)

Si  $w/h > 1$

$$C/w = (9.5\epsilon_r + 1.25)(w/h) + 5.2\epsilon_r + 7.0 \tag{Eq. 3}$$

Ces équations sont valables pour :

$$2.5 \leq \epsilon_r \leq 15.0$$

$$0.1 \leq w/h \leq 15.0$$

Le coude produit une capacité parasite et son inductance diminue. Le coude  $90^\circ$  est très peu utilisé dans les conceptions car il émet de l'énergie RF dont l'amplitude varie entre 3 et 5 dB. Le coin formé par le coude  $90^\circ$  possède une capacité équivalente maximale. L'une des solutions pour diminuer l'effet du coude de  $90^\circ$  consiste à optimiser l'angle. Nous choisissons  $45^\circ$  par exemple. Nous réduisons alors de 75% la capacité en diminuant la largeur du coude mais nous augmentons également les inductances séries (Fig. 11).

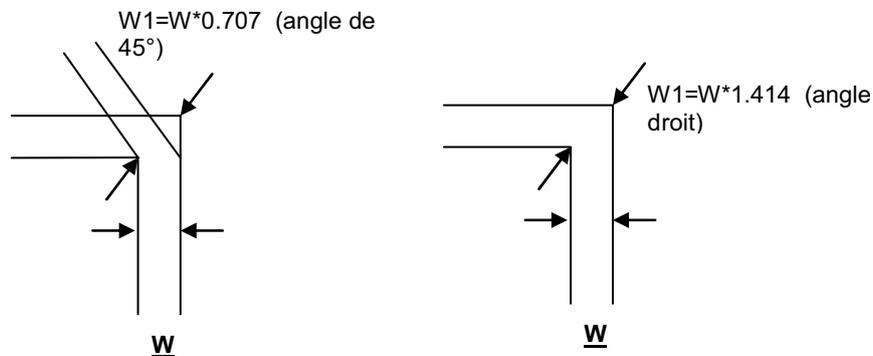


Fig. 11: Réduction de capacitance jusqu'à 75 %

## 1.4. Les micro-ondes de fortes puissances (MFP)

### 1.4.1. Historique

Depuis les systèmes de télégraphie sans fil de Marconi en 1887 jusqu'aux systèmes actuels de télédiffusion et de télécommunication par satellite, ce sont les ondes électromagnétiques mise en évidence par Hertz en 1880 qui servent en général de support de l'information ; Elles ont des longueurs d'ondes relativement courtes comprises entre 1 m et 1 mm, d'où leur dénomination. L'évolution se poursuit jusqu'à l'apparition des systèmes après la deuxième guerre mondiale comme les magnétrons et les tubes à ondes progressives ainsi que le BWO (Backward wave oscillator) qui fournissent de fortes puissances sur longueur d'onde de 9 cm.

Les ondes hertziennes sont des vibrations électromagnétiques de fréquences élevées. Les micro-ondes correspondent à cette partie du spectre électromagnétique comprise entre 300 MHz et 300 GHz. Ces ondes se propagent à la vitesse de la lumière. Aujourd'hui, de nombreux travaux traitent des effets des micro-ondes de forte puissance (High-Power Microwaves ou HPM) ainsi que d'autres types comme l'ultra large bande (Ultra Wide Band ou UWB) sur le fonctionnement des systèmes embarqués (avions, véhicules, cartes électroniques).

Les applications de ces types de micro-ondes sont souvent militaires pour attaquer les systèmes électroniques. Les applications civiles ont été de plus en plus traitées grâce à l'évolution et la complexité des systèmes industriels. Les dangers sont très conséquents si le système de fonctionnement d'un avion est endommagé. Les études sont donc approfondies d'une part pour la protection des systèmes civils, et l'augmentation de l'efficacité des armes électroniques militaires d'autre part.

### 1.4.2. Principe des sources de micro-ondes de fortes puissances (MFP)

Nous trouvons un principe commun dans la littérature pour tous les générateurs de MFPs. Il s'agit d'engins de différentes tailles composés d'une source d'alimentation, d'un générateur d'impulsion, d'un tube hyperfréquence et d'une antenne. L'ensemble est capable de produire de très brèves et très puissantes impulsions électromagnétiques avec des fréquences, une portée et une directivité variables. La figure (Fig. 12) montre le principe complet des MFPs.

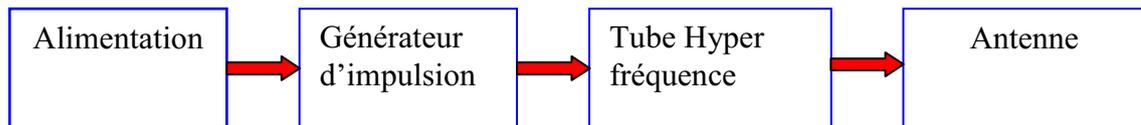


Fig. 12 : principe général d'une source de microondes de fortes puissances.

Le haut niveau de puissance générée par les MFPs est dépendant des caractéristiques des sources micro-ondes comme la bande passante, la fréquence de répétition, l'amplitude et la période de la porteuse. Selon [24][25], la source a une fréquence stable plus petite que 1% de la bande passante. La bande passante est de 1GHz et elle peut atteindre jusqu'à 3GHz. En général, il existe trois sources possédant ces caractéristiques. Ce sont les magnétrons, les reltrons et les klystrons. Un exemple de générateur d'impulsion est le générateur de Marx qui est un type de circuit électrique destiné à produire une impulsion de haute tension (Fig. 13). Les étages représentent des capacités chargées en parallèles et déchargées en série.



Fig. 13 : Générateur de Marx 12 étages -  $C = 0.6 \mu\text{F}$  - 100 kV - 1.2 MV - 36 kJ

Il faut noter que sur la figure (Fig. 13), l'antenne utilisée doit être à fort gain pour bien focaliser la puissance électromagnétique. L'antenne la mieux adaptée est le cornet dont le gain se situe entre 10dB et 20dB. Les magnétrons peuvent générer des puissances en gigawatt et une fréquence de répétition allant jusqu'à 1 kHz.

Il est intéressant de connaître la classification des armes radio fréquence RF selon leur type de faisceaux qui sont souvent appelées sous le nom d'arme radio fréquence RF. En plus des MFP, il existe l'arme ULB (Ultra large bande) ou UWB en anglais (Ultra Wide Band). L'Ultra-Wide Band [26] est une technologie radio à part. Elle n'utilise pas de fréquence porteuse, mais génère des

pulsations électromagnétiques très courtes (de l'ordre de la picoseconde) de faible puissance, couvrant une large bande de fréquence. Les ondes ULB traversent mieux les obstacles que les technologies à fréquence porteuse. Le concept des ULB arme flash est différent des MFPs au sens que l'objectif est de perturber les systèmes dans leur bande de fonctionnement car l'impulsion générée est ultra rapide (largeur à mi-hauteur). Les MFP perturbent les systèmes par de l'énergie, ce qui n'est pas le cas ici. Par conséquent, la perturbation induite par les armes ULB est moins importante.

### 1.4.3. Les menaces micro ondes de Fortes Puissances

Les MFPs ont des influences sur plusieurs aspects notamment dans la création des perturbations sur les systèmes électroniques. Cette influence s'assimile à un phénomène de couplage entre le champ électromagnétique et ces systèmes. Pour cela, nous pourrions distinguer deux types de couplage présentés sur la figure (Fig. 14).

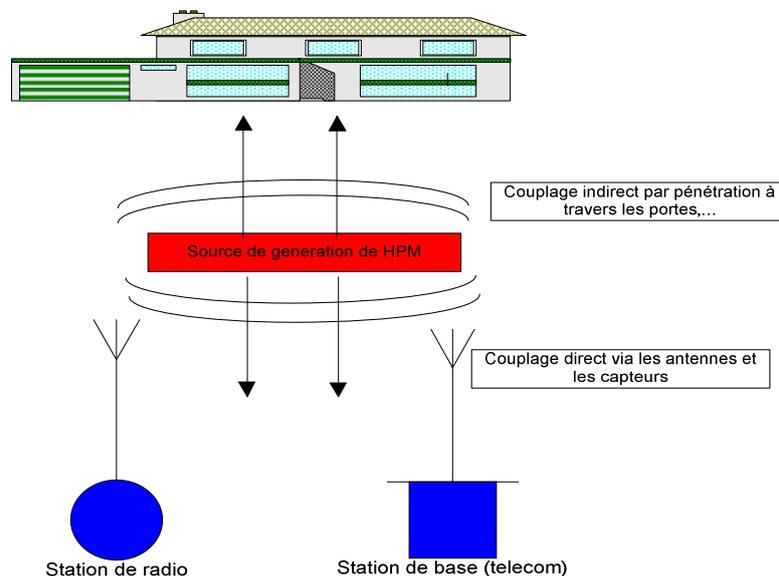


Fig. 14 : Couplage direct et indirect des MFP

Le premier s'appelle couplage direct (Front Door) : il intervient sur les entrées dédiées à la réception des champs électromagnétiques de types antennes ou capteurs. Les couplages directs peuvent être à leur tour divisés en deux parties :

- Couplage direct du premier ordre : les ondes se couplent avec les antennes à une fréquence équivalente à fréquence d'accord de l'antenne, cas de la station des télécommunications mobiles (BTS). La bande de fréquence du signal MFP est la même que celle de l'antenne, ce qui signifie que l'antenne reçoit le signal directement et passe l'énergie aux composants internes. C'est le couplage le plus destructif.
- Couplage direct du second ordre : c'est le cas lorsque la fréquence des ondes MFPs ne coïncide pas avec la fréquence des antennes de réception de la station radio à titre d'exemple.

Le deuxième couplage est appelé couplage indirect (Back Door). Ce couplage s'effectue par pénétration du champ incident à l'intérieur d'un système mal blindé. Les ondes peuvent pénétrer à

travers les portes et les ouvertures dans un avion pour se coupler avec des câbles connectés à des systèmes.

Les moyens de protection face à ces cas de couplage peuvent consister à utiliser des filtres ou bien à blinder les équipements électroniques. L'effet du phénomène de couplage sur des systèmes électroniques, qu'il s'agisse d'un couplage direct ou indirect, est difficile à évaluer mais nous pourrions le classer en deux niveaux.

Le premier niveau est perturbateur (interférence électromagnétique). Dans ce cas, la bande de fréquence sera affectée par des faux signaux dus par exemple à l'effet non linéaire de certains composants. L'équipement peut aussi retourner à son état de fonctionnement normal s'il n'y a pas eu un dysfonctionnement permanent. Il est intéressant de savoir que les effets dus à une seule source de forte puissance peuvent affecter des zones très vastes. Tout cela peut créer des courants destructeurs dans les antennes, et plus généralement dans tous les fils conducteurs et les objets métalliques. Toutes les imperfections dans le blindage (défaut d'étanchéité, moisissure grasse, débris) pourraient annihiler les effets protecteurs d'un blindage.

Le deuxième niveau c'est le dysfonctionnement total normalement causé par les effets thermiques et les seuils critiques du fonctionnement. Ceci survient dans les circuits imprimés et en particulier sur les composants non linéaires. La seule solution ici est de changer les équipements.

## **1.5. Les méthodes numériques et mathématiques**

Les méthodes numériques permettant l'étude de couplage du champ EM avec les conducteurs sont nombreuses. Elles sont parfois insuffisamment efficaces pour traiter tous les problèmes de CEM des cartes. Ceci est dû à la complexité rapide de la conception qui augmente avec le nombre des conducteurs et des circuits intégrés déposés sur des cartes multicouches. Nous pouvons trouver beaucoup de travaux sur l'hybridation des méthodes numériques pour séparer le traitement des perturbations sur les composants et sur les pistes. Ces méthodes de résolution peuvent s'appliquer aussi bien sur les équations de la physique (par exemple les équations de Maxwell) que sur des méthodes approchées (équations mathématiques de propagation ou MTL).

Les méthodes simples sont faciles à mettre en œuvre comme la théorie des lignes multi conductrices MTL (Méthodes approchées en temporel et en fréquentiel). Nous trouvons aussi d'autres méthodes temporelles comme la différence finie 1D (FDTD-1D). Dans le domaine fréquentiel, nous rencontrons la méthode associée BLT [29].

Les méthodes à formulation rigoureuses sont très coûteuses en temps de calcul. Nous trouvons les méthodes temporelles (Différences finies FDTD-3D), Transmission Line Matrix TLM, et les méthodes fréquentielles (éléments finis FEM, méthode des moments MOM).

Il serait fastidieux de parler en détail de chacune des méthodes listées ci-dessus. Nous nous intéressons aux méthodes que nous avons utilisées dans la modélisation du couplage du champ électromagnétique avec les conducteurs et qui traitent les problèmes de CEM des cartes. Chacune de ces méthodes possède ses avantages et ses inconvénients. Il faut noter que l'avantage d'une méthode par rapport à l'autre dépend beaucoup des problèmes à résoudre.

Le couplage champ piste peut se faire, soit par hybridation de la MTL avec une méthode rigoureuse 3D comme le FDTD-3D [27][30], soit par l'insertion du champ incident dans les lignes de transmission. Ensuite, il est nécessaire de parler de la notion du modèle quasi-TEM avant de détailler la méthode des théories des lignes MTL. Nous avons utilisé aussi la FDTD-3D pour caractériser la propagation des ondes sur les pistes et modéliser les cartes. Nous étudierons donc en particulier la FDTD et la MTL.

### 1.5.1. La méthode des différences finies (FDTD)

Une méthode est largement utilisée pour étudier le couplage du champ électromagnétique avec les pistes du circuit imprimé : c'est la méthode des différences finies (FDTD). Le solveur électromagnétique TEMSI-FD du laboratoire XLIM est basé sur la théorie de la FDTD. Celle-ci est aussi utilisée pour des problèmes de dispersion et de rayonnement électromagnétique. C'est une méthode à formulation rigoureuse et elle est simple de mise en oeuvre. Elle est aussi rapide, simple et facile à comprendre. Elle consiste à résoudre les équations de Maxwell dans le domaine temporel. Elle permet de calculer à chaque instant discret du temps, les composantes des champs électriques et magnétiques discrétisés dans un volume bien tronqué dans l'espace. Nous pouvons approcher les dérivées spatiales et temporelles des champs par l'application des différences finies centrées d'ordre 2.

Avant de présenter la méthode, nous allons faire un petit rappel sur les équations générales de Maxwell sur lesquelles la méthode est basée. Ces équations permettent d'établir un lien entre le champ électrique  $E$  et le champ magnétique  $B$  dans un milieu caractérisé par sa conductivité  $\sigma$  (S/m), sa permittivité  $\epsilon$  (F/m), et la perméabilité  $\mu$  (H/m) avec les termes sources qui sont les densités volumiques de charges  $\rho$  (C/m<sup>3</sup>) et de courant  $J$  (A/m<sup>2</sup>).

Nous définissons alors l'induction électrique  $D$  (C/m<sup>2</sup>) et l'induction magnétique  $B$  (Wb/m<sup>2</sup>) par les formules suivantes :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad \text{Eq. 4}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{Eq. 5}$$

Chaque milieu est caractérisé généralement par la permittivité relative et la perméabilité relative par rapport à leurs valeurs dans le vide :

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \text{ avec } \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ F/m, permittivité du vide}$$

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \text{ avec } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m, perméabilité du vide}$$

La première équation est celle de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Eq. 6}$$

La deuxième équation est celle de Maxwell-Ampère :

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Eq. 7}$$

La troisième équation indique que le flux de l'induction magnétique à travers une surface fermée est toujours nul :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{Eq. 8}$$

La quatrième équation est celle de Maxwell-Gauss :

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad \text{Eq. 9}$$

En régime harmonique, ces grandeurs sont exprimées en notation complexe. Le système d'équations de Maxwell en régime harmonique s'écrit donc :

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} + j\omega\mu\vec{H} = 0 \quad \text{Eq. 10}$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{H} - j\omega\epsilon\vec{E} = \vec{J} \quad \text{Eq. 11}$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{Eq. 12}$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad \text{Eq. 13}$$

L'équation modifiée pour un milieu à pertes magnétiques

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} + j\omega\mu\vec{H} = -\sigma^* \vec{H}$$

Où  $\sigma^*$  : terme de pertes magnétiques (Ohms/m)

En 1969, Yee a proposé un schéma de différences finies temporelles appliqué à l'électromagnétisme. La FDTD est devenue rapidement un moyen incontournable de modélisation depuis un quart de siècle. Ce genre de méthode est robuste parce qu'il se base sur le développement de Taylor au second ordre. Les composantes cartésiennes des champs électriques et magnétiques peuvent se représenter sous le système d'équations scalaires suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \sigma^* H_x \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \sigma^* H_y \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \sigma^* H_z \right) \\ \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \end{array} \right. \quad \text{Eq. 14}$$

Où  $\sigma$  : conductivité électrique (S/m)

La FDTD utilise les deux équations structurelles de Maxwell dans un milieu conducteur, isotrope, homogène et continu. Elle peut être également utilisée dans des milieux inhomogènes.

Le degré de précision du développement du Taylor fait l'intérêt de la méthode. Autrement dit, les dérivées spatiales et temporelles des champs sont évaluées par différence des champs discrétisés selon le schéma de Yee d'ordre 2 en temps et en espace (Fig. 15). Les champs E sont évalués avec un décalage d'une demi incrémentation temporelle par rapport aux instants où sont calculés les champs H, ceci pour conserver les différences centrées.

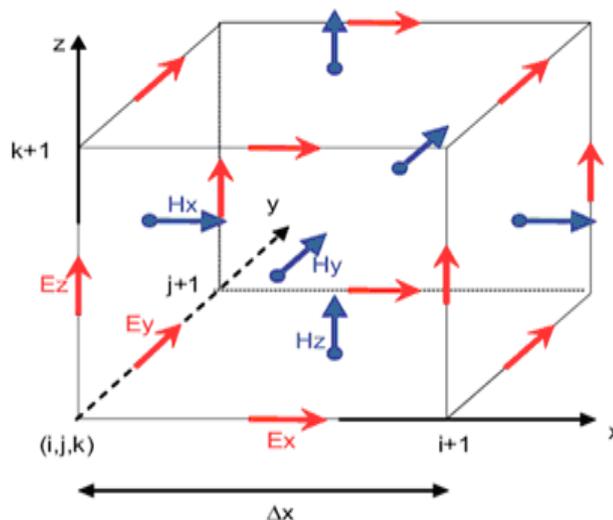


Fig. 15 : Cellule de Yee

Les composantes du champ électrique ( $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$ ) sont calculées aux instants  $t_n = n\Delta t$  tandis que les composantes du champ magnétique sont calculées aux instants  $t_{n+1/2} = (n+1/2)\Delta t$ . Le schéma de Yee est appliqué à un maillage cuboïde. De plus, des sous maillages peuvent être réalisés sur certaines parties du domaine qui nécessitent plus de précision. Les composantes des champs électriques sont tangentielles au centre des arêtes des cuboïdes. Celles des champs magnétiques sont normales au centre de chaque face. Le point  $(i,j,k)$  montré sur la figure (Fig. 15) a des coordonnées rectangulaires  $(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$ . Notons que  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  représentent les pas de discrétisations spatiales. Les dérivées partielles, d'une fonction quelconque  $F^n(i,j,k) = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t)$  sont évaluées par le développement de Taylor d'ordre 2 avec  $n\Delta t$ , le nième pas temporel. Ils s'écrivent donc de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - F^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k)}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \\ \frac{\partial F^n(i, j, k)}{\partial t} = \frac{F^n(i + \frac{1}{2}, j, k) - F^n(i - \frac{1}{2}, j, k)}{\Delta t} + O(\Delta x^2) \end{array} \right. \quad \text{Eq. 15}$$

Ces termes obtenus à l'aide du modèle de Taylor d'ordre 2 nous permettent de modéliser la propagation des champs  $E$  et  $H$  dans le volume de calcul. A titre d'exemple, nous pouvons écrire les équations relatives au calcul de  $H_x$  et  $E_z$  dans un milieu homogène et isotrope :

$$\left\{ \begin{array}{l}
 H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = \frac{1-\frac{\sigma^* \Delta t}{2\mu}}{1+\frac{\sigma^* \Delta t}{2\mu}} H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \\
 + \frac{\Delta t}{\mu(1+\frac{\sigma^* \Delta t}{2\mu})} \left( \frac{E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta z} + \frac{E_z^n(i, j, k+\frac{1}{2}) - E_z^n(i, j+1, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right) \\
 E_z^{n+1}(i, j, k+\frac{1}{2}) = \frac{1-\frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1+\frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} E_z^n(i, j, k+\frac{1}{2}) \\
 + \frac{\Delta t}{\varepsilon(1+\frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon})} \left( \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2})}{\Delta x} + \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \right)
 \end{array} \right. \quad \text{Eq. 16}$$

Les contraintes numériques de la méthode résident dans le fait que cette dernière nécessite un critère de stabilité [30]. Le schéma de Yee appelé aussi saute-mouton (leapfrog en anglais) est stable s'il vérifie la condition de Courant-Friedrichs-Levy (CFL) dans le vide :

$$c\Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}$$

Avec:  $c=3e8$  m/s la célérité de la lumière.

Cette condition signifie que l'onde ne peut pas se propager d'une cellule à l'autre à une vitesse supérieure à celle de la lumière. Elle fixe un échantillonnage temporel maximal écartant le risque de divergence des calculs.

Les conditions aux frontières constituent un facteur intéressant dans les contraintes numériques de la méthode FDTD. C'est un thème qui a été traité par de nombreux travaux de recherche depuis plus que 20 ans. L'étude des conditions aux frontières absorbantes (A.B.C Absorbing Boundary Condition) est apparue dans les études menées par Holland [33] qui considère des couches à pertes au niveau de ces frontières. Pourtant, l'efficacité est limitée aux ondes sortantes du volume de calcul avec une incidence normale. L'apparition des PML (Perfectly Matched Layers) par Bérenger [34] a apporté une évolution dans les performances de ces frontières en 1994. Les PML sont des milieux absorbants ce qui est vu comme une généralisation du principe de Holland. Les couches vont absorber toutes les ondes pénétrantes quels que soient leurs angles d'incidence, de polarisation et leurs fréquences ; ceci est dû à des conductivités électriques et magnétiques. En générale, les PML doivent respecter certaines règles comme l'adaptation d'impédance et l'adaptation diélectrique entre deux couches PML. Le coefficient de réflexion est inférieur à -80dB dans les PML de Bérenger qui peuvent être considérés comme un milieu anisotrope à perte.

Les avantages de la méthode des différences Finies (FDTD) sont multiples. Son algorithme numérique est simple à employer. Nous pouvons aussi traiter des géométries arbitraires et des problèmes non linéaires et non stationnaires.

Les inconvénients de la FDTD sont communs à toutes les méthodes rigoureuses. C'est le besoin des ressources informatiques importantes en mémoire. Le calcul de toutes les composantes de champs électromagnétiques en tous les points de la structure étudiée est coûteux en temps de calcul. Une autre difficulté réside par exemple dans l'approximation des interfaces non parallèles et

aux axes cartésiens en escalier. Tous ces facteurs imposent à des restrictions sur la taille du problème traité.

## 1.5.2. La méthode de la théorie des lignes (MTL)

### 1.5.2.1. Le modèle quasi-TEM

Considérons la structure d'une ligne microruban (Fig.16) qui constitue une ligne de transmission à un seul conducteur. Ce type de structure est inhomogène puisqu'il fait intervenir deux milieux de propagation différents qui sont l'air et le diélectrique. La permittivité du diélectrique est plus grande que celle de l'air. En général, on considère que ces structures sont équivalentes à des lignes homogènes situées au sein d'un substrat dont la permittivité est appelée permittivité effective. Nous parlons de cette dernière car il y a une partie de l'énergie électrique qui est stockée dans l'air et l'autre dans l'isolant. Pour cela, la permittivité effective constitue de 50 à 80% de la permittivité relative.

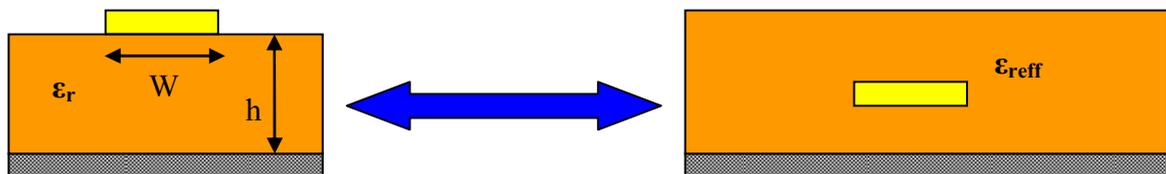


Fig.16: Principe de l'approximation quasi-TEM

Cette permittivité effective ainsi que l'impédance caractéristique de la ligne sont fonction de la permittivité relative réelle du substrat et du rapport largeur du ruban sur la hauteur du substrat  $h$  ( $w/h$ ).

Si  $w/h \leq 1$

$$\epsilon_{\text{reff0}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[ \left(1 + 12 \frac{h}{w}\right)^{-1/2} + 0.04 \left(1 - \frac{w}{h}\right)^2 \right] \quad \text{Eq. 17}$$

Si  $w/h \geq 1$

$$\epsilon_{\text{reff0}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + 12 \frac{h}{w}\right)^{-1/2} \quad \text{Eq. 18}$$

Nous trouvons dans la littérature plusieurs équations qui permettent de calculer les l'impédance caractéristique de la ligne en fonction des paramètres géométriques. L'impédance caractéristique  $Z_c$  dépend des dimensions de la ligne et du diélectrique utilisé. Nous pouvons exprimer  $Z_c$  par les formules suivantes :

Si  $w/h \leq 1$

$$Z_c = \frac{Z_0}{2\pi \sqrt{\epsilon_{\text{reff0}}}} \ln\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right) \quad \text{Eq. 19}$$

Si  $w/h \geq 1$

$$Z_c = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_{\text{reff}0}}} \left( \frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left( \frac{w}{h} + 1.444 \right) \right)^{-1} \quad \text{Eq. 20}$$

Ces formules ne sont valables que dans le cadre de l'approximation quasi statique. Les conséquences de l'homogénéité s'expliquent par le fait que les lignes microrubans ne permettent qu'à des modes hybrides de se propager. Les lignes du champ électrique possèdent une discontinuité de direction sur la surface. Le mode fondamental étant proche d'un mode TEM, on parle alors de mode quasi-TEM. Dans ce mode, les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires à l'axe de la ligne transmettant le signal. Dans le même temps, l'impédance caractéristique varie avec la fréquence. Lorsque la fréquence augmente, la constante de propagation ne varie pas linéairement. Ce phénomène, appelé dispersion, est pris en compte en faisant varier la permittivité effective en fonction de la fréquence. La vitesse de la phase dans ce cas diminue.

### 1.5.2.2. La théorie des lignes et le modèle quasi-TEM

La méthode des théories des lignes est applicable dans le domaine d'interférence et de la susceptibilité des circuits imprimés. Cette théorie ne s'applique que pour des lignes uniformes car la solution des équations des lignes de transmission ne donne pas une solution complète si on ne travaille pas dans le régime quasi-TEM. La contrainte principale de ce modèle concerne la limitation de la hauteur du substrat  $h$  de la ligne par rapport au plan de masse qui doit être faible devant la longueur d'onde. L'hypothèse d'une onde TEM est satisfaite lorsque  $h \leq \lambda/10$ . La limitation des émissions électromagnétiques est souvent le problème CEM le plus important lié aux circuits imprimés. La ligne de transmission constitue l'élément central pour le traitement du phénomène de la susceptibilité de la carte PCB (couplage champ-conducteur).

### 1.5.2.3. Equation de ligne de transmission à un seul conducteur

Nous allons en rappeler brièvement le formalisme mathématique en prenant pour base une section infinitésimale  $dz$  de la ligne présentée dans la figure suivante :

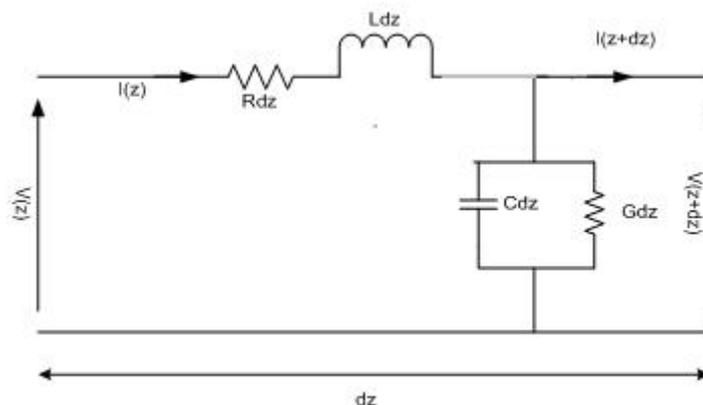


Fig. 17 : Section  $dz$  d'une ligne de transmission

- C : capacité linéique de la ligne
- L : inductance linéique de la ligne
- R : résistance linéique de la ligne

G : conductance linéique de la ligne

Les termes R et G représentent respectivement les pertes métalliques dans les conducteurs et les pertes diélectriques dans le milieu présent entre les deux conducteurs.

Dans le domaine harmonique, l'impédance Z et l'admittance Y peuvent donc être définies de la manière suivante :

$$Z = R + jL\omega \quad \text{Eq. 21}$$

$$Y = G + jC\omega \quad \text{Eq. 22}$$

A partir de ces grandeurs, les équations des télégraphistes s'expriment, dans le domaine fréquentiel par le système (3) :

$$\frac{\partial V(z)}{\partial z} + Z.I(z) = 0 \quad \text{Eq. 23}$$

$$\frac{\partial I(z)}{\partial z} + Y.V(z) = 0 \quad \text{Eq. 24}$$

Les solutions de ces équations différentielles prennent la forme suivante:

$$V(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{+\gamma z} \quad \text{Eq. 25}$$

$$I(z) = (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{+\gamma z})/Z_c \quad \text{Eq. 26}$$

Avec : A1 et A2 des constantes et  $\gamma$  la constante de propagation définie par :

$$\gamma = \sqrt{(ZY)} = \alpha + j\beta \quad \text{Eq. 27}$$

Le terme  $\alpha$  est en (Nepers/m) et  $\beta$  en (radians/m). Elles sont respectivement les constantes d'atténuation et de phase.  $Z_c$  est l'impédance caractéristique de la ligne définie par :

$$Z_c = \sqrt{Z/Y} \quad \text{Eq. 28}$$

Les termes V(z) et I(z) représentent la tension et le courant en tout point de la ligne, et par conséquent, le formalisme des équations (25) et (26) traduit la présence de deux ondes progressives et rétrogrades. La présence des charges aux extrémités des lignes de transmission peut causer des réflexions d'ondes, ce qui ramène à des phénomènes physiques appelés résonances et anti-résonances. Les résonances sont dues à des interférences constructives où on a des maxima d'amplitudes au contraire des antirésonances qui se traduisent par des interférences destructives (amplitudes zéro).

Les formules analytiques des tensions et des courants en fonction des coefficients de réflexion et des charges d'extrémités peuvent évaluer l'amplitude et la phase des tensions d'extrémités. La tension totale d'une charge d'extrémité peut être écrite en fonction de la tension des ondes incidente et réfléchiées. Elles s'additionnent donc d'une manière algébrique :

$$V_{charge} = V_{incidente} + V_{refléchie} \quad \text{Eq. 29}$$

La loi d'Ohm sur une charge d'extrémité  $Z_L$  donne l'expression de la tension totale :

$$V_{charge} = I_{charge} \times Z_L \quad \text{Eq. 30}$$

La tension incidente suit la loi d'Ohm appliquée sur l'impédance caractéristique de la ligne :

$$I_{\text{incident}} = \frac{V_{\text{incident}}}{Z_c} \quad \text{Eq. 31}$$

Le coefficient de réflexion ou le paramètre S11 est le rapport entre la tension réfléchie et la tension incidente :

$$\rho = \frac{V_{\text{réfléchie}}}{V_{\text{incidente}}} = \frac{Z_{\text{charge}} - Z_c}{Z_{\text{charge}} + Z_c} \quad \text{Eq. 32}$$

D'après cette formule, nous pouvons déduire analytiquement l'effet de la charge d'extrémité sur la réflexion des ondes. La ligne est adaptée quand le coefficient de réflexion  $\rho$  est nul ; alors  $Z_0=Z_L=Z_c$ . L'énergie de l'onde est complètement absorbée par la charge. En revanche, les valeurs de  $\rho$  sont comprises entre -1 et +1 dans le cas où  $Z_0 \neq Z_L \neq Z_c$ . Par conséquent, l'énergie de l'onde est partiellement absorbée par la charge. L'onde incidente se réfléchit sur une charge  $Z_L$  et devient rétrograde. Dans le même temps, elle se propage dans le sens inverse et devient incidente sur une autre charge  $Z_S$ .

Nous pouvons présenter la tension totale aux bornes de la charge  $R_L$  en fonction du temps de propagation  $t$ , les coefficients de réflexions ( $\rho_0$  à  $R_S$  et  $\rho_L$  à  $R_L$ ) et les tensions incidentes.

$$\begin{aligned} V_L = & V_{\text{incidente}} + V_{\text{incidente}} \cdot \rho_L + (V_{\text{incidente}} \cdot \rho_L) \cdot \rho_0 \cdot e^{-2\gamma L} \\ & + (V_{\text{incidente}} \cdot \rho_L \cdot \rho_0 \cdot e^{-2\gamma L}) \cdot \rho_L \\ & + (V_{\text{incidente}} \cdot \rho_L^2 \cdot \rho_0 \cdot e^{-2\gamma L}) \cdot \rho_0 \cdot e^{-2\gamma L} \end{aligned} \quad \text{Eq. 33}$$

Avec  $e^{-2\gamma L}$  représente les pertes et le retard des ondes.

Nous pouvons généraliser l'utilisation de la MTL pour traiter des lignes de transmission multiconducteur dans les domaines temporels et fréquentiels. Nous trouvons dans [28], l'explication de l'application de la MTL sur les cartes (PCB) puisqu'elle peut comporter plusieurs couches de substrat, pistes et plans de masses. Ajoutons la prise en compte du couplage entre les pistes, les connecteurs et les vias etc.

La méthode de la théorie des lignes présente des avantages : d'une part, elle n'est pas coûteuse en temps de calcul et de mémoire, d'autre part, elle ne nécessite pas de maillages, ce qui rend son utilisation plus facile que d'autres méthodes rigoureuses.

L'inconvénient est que cette méthode ne maille pas, par exemple, les brins verticaux des pistes (conducteurs) dans les circuits, ce qui engendre un manque de précision par rapport aux différences finies. C'est une méthode approximative par rapport à la FDTD 3D qui est une méthode rigoureuse.

#### 1.5.2.4. Les pertes dans les lignes de transmission

Une ligne de transmission possède en général plusieurs types de pertes dont les :

- Pertes métalliques ou par conduction notée  $\alpha_c$  ;
- Pertes diélectriques  $\alpha_d$  ;
- Pertes par rayonnement  $\alpha_r$ .

Il est possible d'ajouter l'effet de peau qui est un phénomène traduisant l'affaiblissement métallique dans les conducteurs non parfaits.

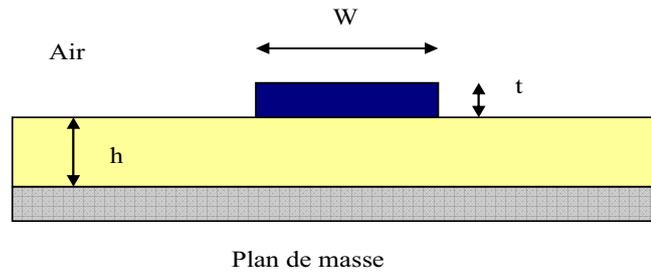


Fig. 18 : Coupe transversale d'une ligne micro-ruban

Posons l'hypothèse  $t \ll \delta$  avec  $\delta$  est l'épaisseur de peau donné par :

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu \cdot \sigma}} \quad \text{Eq. 34}$$

La résistance linéique à basse fréquence du conducteur peut être écrite sous la forme suivante :

$$R_{dc} = \frac{1}{\sigma \cdot w \cdot t} = \frac{\rho \ell}{A} \quad \text{Eq. 35}$$

Avec  $A$  = la surface de la section,  $L$  est la longueur du conducteur,  $\rho$  est la résistivité. L'impédance interne du conducteur est fonction de la fréquence :

$$Z_s = R_s + j\omega L_i \quad \text{Eq. 36}$$

$$R_s = \frac{1}{\sigma \cdot \delta} = \sqrt{\frac{\pi f \mu}{\sigma}} \quad \text{Eq. 37}$$

$$L_i = \frac{R_s}{\omega} \quad \text{Eq. 38}$$

La constante  $\sigma$  est la conductivité du métal considéré,  $\mu$  sa perméabilité magnétique,  $f$  est la fréquence du signal et  $\delta$  est l'épaisseur de peau dans laquelle se concentrent les lignes de courant (unité du système international).

#### 1.5.2.4.1. Les pertes par conduction

Quand la fréquence augmente, les pertes du conducteur aussi augmentent. La formule générale des pertes par conduction dans ce cas s'écrit sous deux conditions:

Si  $w/h \leq 1$

$$\alpha_c \text{ (dB/m)} = 1,38 \cdot A \cdot \frac{R_s}{h \cdot Z_c} \cdot \frac{32 - \left(\frac{w_e}{h}\right)^2}{32 + \left(\frac{w_e}{h}\right)^2} \quad \text{Eq. 39}$$

Si  $w/h \geq 1$

$$\alpha_c \text{ (dB/m)} = 6,1 \cdot 10^{-5} \cdot A \cdot \frac{R_s \cdot Z_c \cdot \epsilon_{\text{eff}}}{h} \cdot \left( \frac{w_e}{h} + \frac{0,667 \cdot \frac{w_e}{h}}{\frac{w_e}{h} + 1,444} \right) \quad \text{Eq. 40}$$

$W_e$  = Largeur équivalente de la piste.

$\epsilon_{\text{eff}}$  = La permittivité effective d'une ligne microruban.

$Z_C$  = L'impédance caractéristique de la ligne.

#### 1.5.2.4.2. Les pertes diélectriques

Dans une ligne microruban, les pertes électriques sont aussi considérables à cause de la présence du diélectrique qui transforme une partie du signal en chaleur.

$$\alpha_{d \text{ (dB/m)}} = 27,3 \cdot \epsilon_{\text{eff}0} \cdot \frac{\epsilon_{\text{eff}0} - 1}{\epsilon_r - 1} \cdot \frac{\epsilon_r}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}0}}} \cdot \frac{\tan \delta}{\lambda_0} \quad \text{Eq. 41}$$

Avec  $\tan \delta$ , est la tangente de perte caractéristique du diélectrique.

#### 1.5.2.4.3. Les pertes par rayonnement

Des signaux rayonnés dans l'espace ou couplés avec un autre conducteur ne seront pas disponibles dans la charge. Cette perte est dépendante de la structure physique. La présence de certaines discontinuités augmente les pertes par rayonnement. De plus, ces pertes augmentent avec la fréquence. Pour les minimiser, il faut que la largeur de la ligne  $w$ , la hauteur du diélectrique  $h$  et l'épaisseur du conducteur  $t$  soient très inférieures à  $\lambda_{\text{min}}$ .

#### 1.5.2.5. Le formalisme du couplage

##### 1.5.2.5.1. Principe du couplage champ-conducteur

Lorsqu'un champ électromagnétique illumine une ligne située sur un plan de masse parfaitement conducteur, l'interprétation des signaux obtenus lors de la réception d'une onde plane incidente repose sur le calcul du champ appliqué  $E_a(t)$  tangent aux brins (ou pistes) de la structure étudiée et qui se décompose en sources de tension (générateurs  $G_i$ ) réparties en série le long de la ligne excitée. Ces générateurs délivrent des ondes dans les deux sens proportionnelles à  $E_a(t) \cdot dl$  où  $dl$  représente la longueur d'un élément de ligne.

Tous ces générateurs délivrent une tension maximale au même instant en incidence normale. Chacun d'entre eux est à l'origine de deux ondes de courant  $\Delta I_i^+$  et  $\Delta I_i^-$  se propageant en sens opposé le long de la ligne comme le montre la figure suivante :

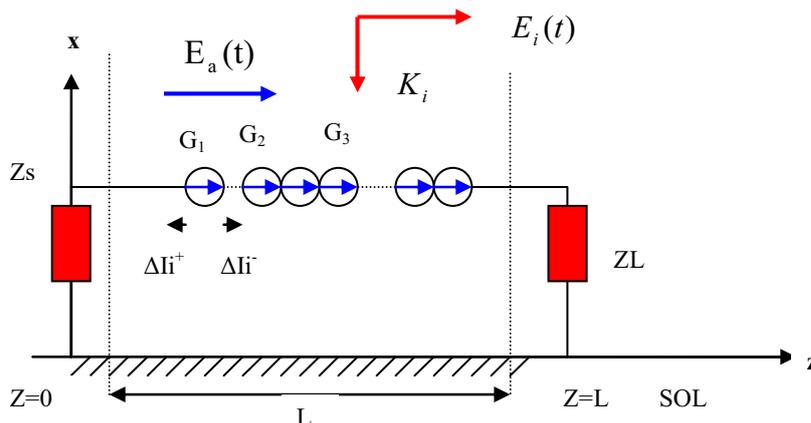


Fig. 19 : Décomposition du champ en sources de tension

Il faut étudier les niveaux des courants et tensions à chaque extrémité de la ligne. Pour cela on réduit les générateurs de tension à deux générateurs équivalents dont l'un est à  $Z=0$  ( $I_{g_0}$ ) et l'autre à  $Z=L$  ( $I_{g_1}$ ). Ces deux générateurs délivrent deux impulsions incidentes de sens contraire  $I_{i0^+}$  et  $I_{i0^-}$ , de la même façon que  $\Delta I_{i^+}$  et  $\Delta I_{i^-}$  sur la figure précédente.

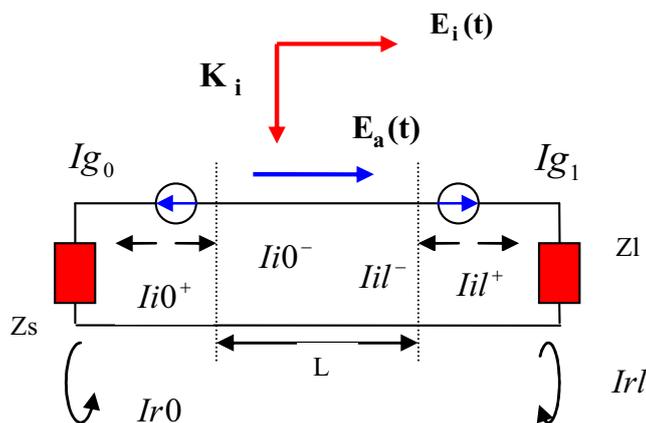


Fig. 20 : Image simplifiée des générateurs des courants

Le champ appliqué est le champ incident minimisé par le champ réfléchi, d'où la formule :

$$E_a(t) = E_i(t) - E_i(t - \frac{2h}{c}) \tag{Eq. 42}$$

Avec  $(2h/c)$  représente le retard de l'onde le long du fil.

Ce principe général de couplage est introduit actuellement dans le solveur de type lignes de transmission MTL.

La topologie électromagnétique permet d'aborder des problèmes de couplage EM sur des systèmes complexes comme les PCBs. Elle est particulièrement adaptée à des problèmes de susceptibilité conduite ou rayonnée.

Nous allons voir par la suite l'intérêt de l'utilisation des méthodes numériques en citant les méthodes suivant leurs classes.

### 1.5.2.5.2. Illumination d'une carte par une onde plane

En général, nous nous plaçons dans le cas de l'excitation d'une piste rectiligne par une onde plane dont l'incidence est caractérisée par les angles  $\theta$ ,  $\varphi$  et la polarisation par l'angle  $\gamma$ , ces trois angles étant définis sur la figure (Fig. 21):

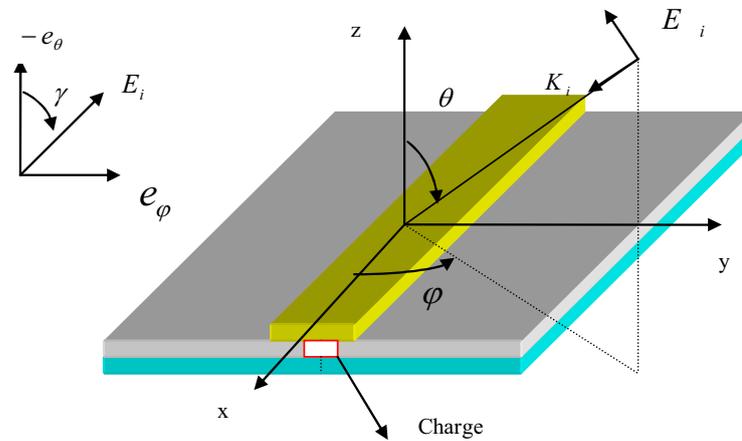


Fig. 21 : Cas général d'illumination

Le modèle d'excitation choisi étant celui de Taylor détaillé plus tard dans ce chapitre, l'évaluation des termes sources implique la connaissance des champs magnétiques transverses au conducteur ou des champs électriques perpendiculaires au plan de masse. L'onde incidente  $E_i$  peut être décomposée en une onde transverse électrique au plan d'incidence et une transverse magnétique. On peut calculer les composantes  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  de l'onde en tout point M dans le plan d'incidence et ceci dans un milieu stratifié.

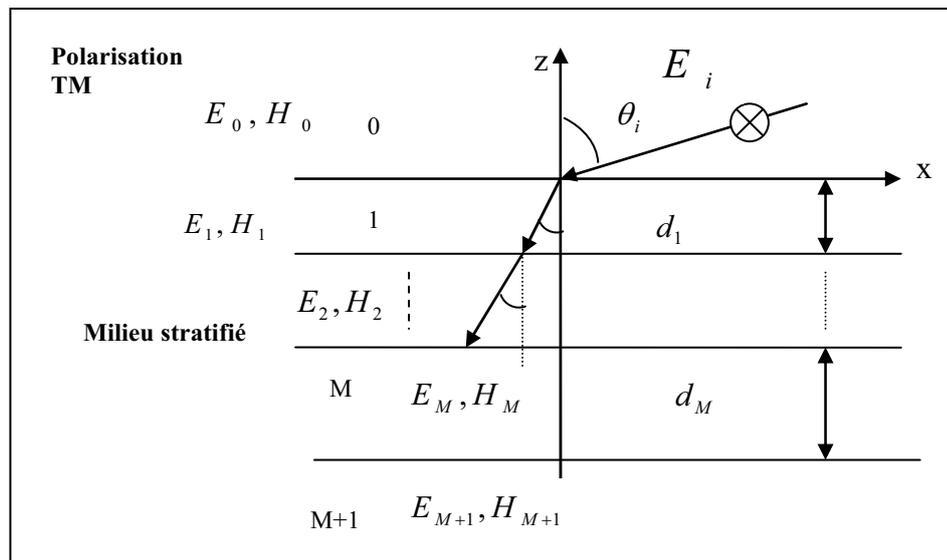


Fig. 22 : illustration d'un milieu stratifié de M+1 interfaces

Si l'on se place dans le cas d'une onde TM pure, on peut exprimer la composante  $E_y$  du champ dans le plan d'incidence donné par la figure (Fig. 22). Dans un milieu diélectrique stratifié, le calcul de cette composante se ramène en fait à l'étude d'un guide d'onde vertical composé de

plusieurs matériaux. Dans chaque couche on peut écrire le champ E comme la somme d'une onde incidente et d'une onde réfléchie dans les différents milieux.

$$E_{yTM} = E_{iTM} (A_m e^{u_m z} + B_m e^{-u_m z}) e^{j\theta_0 x} \quad \text{Eq. 43}$$

Chaque interface possède une épaisseur  $d_m$  et les paramètres classiques d'un milieu comme  $\mu_m$ ,  $\sigma_m$  et  $\varepsilon_m$ . Les constantes des milieux sont définies dans les formules suivantes où  $\theta_m$  constitue l'angle du vecteur de propagation des phases avec l'axe des z :

$$u_m = jk_m \cos \theta_m = j\sqrt{k_m^2 - k_0^2 \sin^2 \theta_0} \quad \text{Eq. 44}$$

$$v_0 = v_m \sin \theta_m \quad \text{Eq. 45}$$

Les coefficients  $A_m$  et  $B_m$  prennent en compte les réflexions dans les différents milieux. En effet par des relations de récursivité liées aux conditions aux limites entre deux couches, on peut connaître les amplitudes du champ incident et du champ réfléchi.

$$Z_m = Z_{TMm} \cdot \frac{(Z_m + Z_{TMm} \cdot \tanh(k_m \cdot d_m))}{(Z_{TMm} + Z_m \cdot \tanh(k_m \cdot d_m))} \quad \text{Eq. 46}$$

$$B_m = A_m \frac{(Z_m - Z_{TMm})}{(Z_m + Z_{TMm})} e^{k_m \cdot l_m} \quad \text{Eq. 47}$$

$$A_m = A_{m-1} \left[ \frac{(Z_{m-1} \cdot (Z_m + Z_{TMm}) e^{k_m l_m} e^{k_{m-1} l_{m-1}})}{[(Z_{m-1} + Z_{TM_{m-1}})(Z_m \cdot \cosh(k_m d_m) + Z_{TMm} \cdot \sinh(k_m d_m))]} \right] \quad \text{Eq. 48}$$

$K_m$  représente le vecteur d'onde dans la couche m associé au champ incident,  $Z_m$  est l'impédance d'entrée de la couche m et  $Z_{TMm}$  l'impédance d'onde du milieu m. Le calcul des coefficients  $A_m$  et  $B_m$  est détaillé dans [31]. Un calcul similaire peut être effectué dans le mode TE.

### 1.5.2.5.3. Couplage à incidences particulière

Après avoir vu le principe d'illumination d'une carte PCB par une onde plane, nous allons distinguer dans ce paragraphe trois types d'incidence sur les pistes d'un circuit imprimé. Ces types d'incidence vont être utilisés dans l'étude du couplage champ/piste.

Supposons une piste déposée sur un diélectrique au-dessus d'un plan de masse. Cette piste est illuminée par une onde plane. Le couplage est appelé électrique (Fig. 23) lorsque la direction du vecteur de propagation de l'onde est parallèle au plan et perpendiculaire à l'axe des conducteurs.

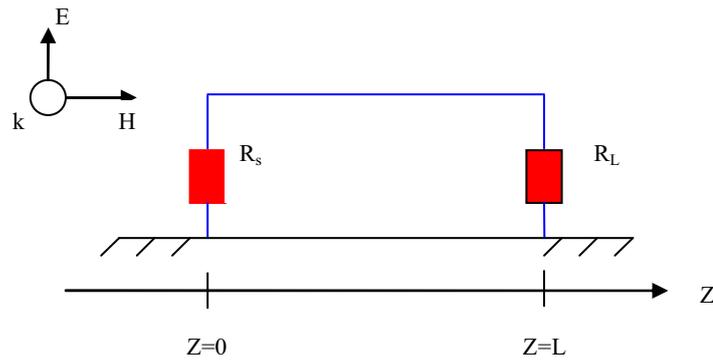


Fig. 23: Couplage électrique

Dans ce cas, c'est la composante électrique qui va produire des générateurs de courant tout au long de la ligne.

Le couplage magnétique pur se produit lorsqu'une onde plane incidente arrive sur la ligne avec une direction de propagation normale au plan. Nous pouvons aussi nommer ce couplage normal.

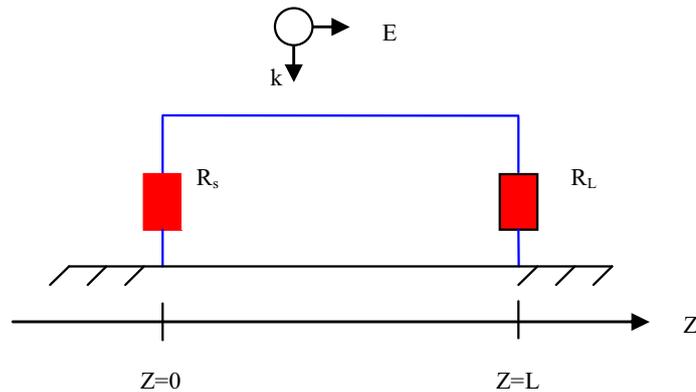


Fig.24: Couplage magnétique

La figure (Fig.24) montre que le couplage est dû à la composante du champ électromagnétique qui crée une force électromotrice modélisée par une source de tension tout au long de la ligne. Nous pouvons remarquer aussi que le couplage des ondes avec la piste se fait en même temps pour toutes les ondes puisque le vecteur de propagation est perpendiculaire au conducteur. Le couplage Hybride (Fig.25) sera le mélange des deux couplages précédents. Ce cas représente le couplage magnétique et le couplage électrique en proportion égale. La direction de propagation de l'onde perturbatrice est parallèle au conducteur.

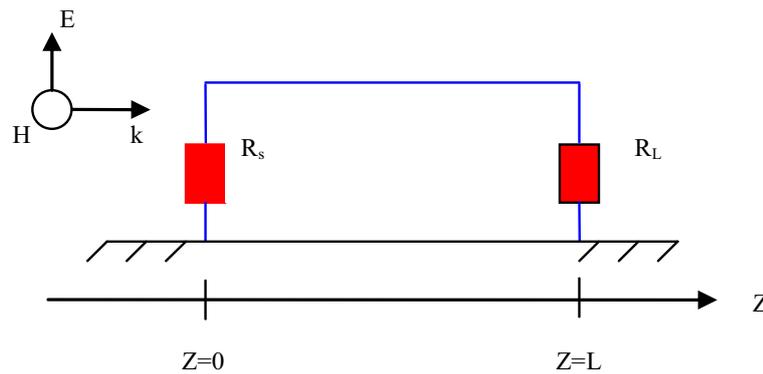


Fig.25: Couplage Hybride

Le couplage électromagnétique présenté de façon générale ci-dessus est basé sur la méthode des lignes de transmission et il peut être modélisé à l'aide de trois formalismes de termes sources distincts mais conduisant à des résultats identiques :

- le modèle de Taylor [8] ;
- le modèle d'Agrawal [9] ;
- le modèle de Rachidi [10].

Ces trois modèles sont théoriquement équivalents mais ont été développés pour des applications différentes. Nous allons présenter chaque modèle exprimé par l'intermédiaire d'une paire d'équations. Ces dernières comportent la dérivée partielle en temps et en espace des tensions et des courants induits le long de la ligne. Ceci est réalisé avec des termes sources qui dépendent des composantes du champ électromagnétique.

#### 1.5.2.5.4. Modèle d'Agrawal

Ce modèle (Fig. 26) permet de prendre en compte le champ incident sur une piste de carte électronique. Les générateurs tout au long de la ligne traitent l'effet du champ électrique appliqué à la ligne. Les inconnues des équations des télégraphistes sont la tension diffractée  $V^{dif}(z)$  et le courant total  $I(z)$ . Les générateurs d'extrémité  $V_1$  et  $V_2$  sont calculés à partir du champ électrique tangent aux brins verticaux des terminaisons à la ligne (Eq. 50). Les tensions totales sur les charges sont obtenues grâce à l'équation (Eq. 51).

$$\begin{cases} \frac{dV^{dif}(z)}{dz} + Z.I(z) = E_z^{inc}(h, z) - E_z^{inc}(0, z) \\ \frac{dI(z)}{dz} + Y.V^{dif}(z) = 0 \end{cases} \quad \text{Eq. 49}$$

$$\begin{cases} V_1 = \int_0^h E_x^{inc}(x, 0). dx \\ V_2 = \int_0^h E_x^{inc}(x, d). dx \end{cases} \quad \text{Eq. 50}$$

$$V(z) = V^{dif}(z) - \int_0^h E_x^{inc}(x, z). dx \quad \text{Eq. 51}$$

Dans ce modèle, les générateurs de tension d'extrémité sont toujours présents, quel que soit le type de charge : charge résistive, court-circuit, circuit ouvert.

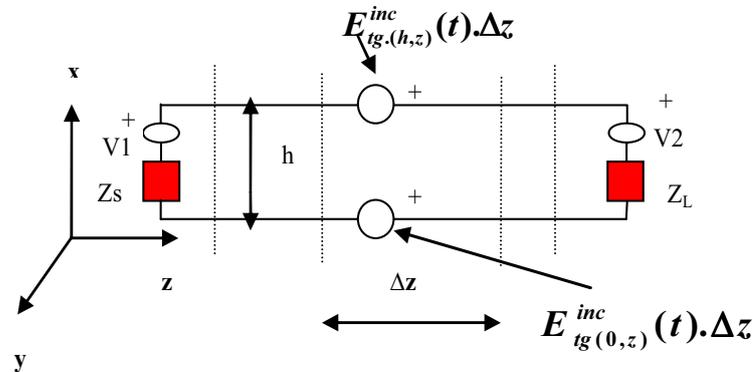


Fig. 26 : Schéma équivalent du modèle d'AGRAWAL

### 1.5.2.5.5. Modèle de Taylor

Les inconnues du système formé par les deux équations des télégraphistes dans le système d'équations numéro (52) sont la tension totale  $V(z)$  et le courant total  $I(z)$ .  $Z$  et  $Y$  représentent respectivement l'impédance série et l'admittance parallèle par unité de longueur de ligne.

$$\begin{cases} \frac{dI(z)}{dz} + Y \cdot V(z) = -Y \int_0^h E_z^{inc}(x, z). dx \\ \frac{dV(z)}{dz} + Z \cdot I(z) = +j\omega\mu_0 \int_0^h H_y^{inc}(x, y). dx \end{cases} \quad \text{Eq. 52}$$

D'après le système d'équations du modèle de Taylor ci-dessus, les générateurs de courant et de tension tout au long de la ligne sont définis en fonction du champ électrique et magnétique. La figure (Fig. 27) montre la présence des générateurs de courant et de la tension dans une section  $\Delta z$  de la ligne.

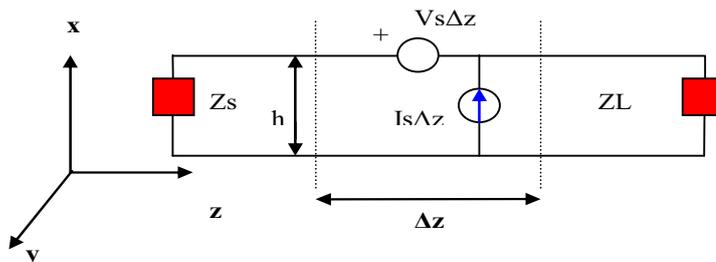


Fig. 27: Schéma équivalent du modèle de Taylor

### 1.5.2.5.6. Modèle de Rachidi

Ce modèle (Fig. 28) est dual du modèle d'Agrawal. Les inconnues du système des équations des télégraphistes (Eq. 53) sont la tension totale et le courant diffracté, distinct du courant total si on prend en compte le milieu ambiant (conductivité de l'air, nature du sol pour une ligne enterrée...).

$$\begin{cases} \frac{dV(z)}{dz} + Z.I^{dif}(z) = 0 \\ \frac{dI^{dif}(z)}{dz} + Y.V(z) = I_s \end{cases} \quad \text{Eq. 53}$$

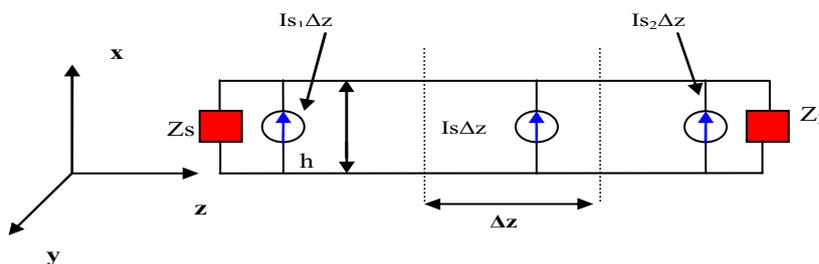


Fig. 28 : Schéma équivalent du modèle de Rachidi

Les générateurs de courants perturbateurs équivalents sont donnés en fonction du champ magnétique incident.

$$I_s = -\frac{\mu_0}{L} \int_0^h \frac{\partial H_x^{inc}(x, z)}{\partial y} . dx \quad \text{Eq. 54}$$

Les courants totaux sur les charges sont donnés par la relation (Eq. 55) avec Is1 et Is2 les générateurs de courant des cellules d'extrémité.

$$\begin{cases} I(0) = -\frac{V(0)}{Z} + I_{s1} \\ I(d) = -\frac{V(L)}{Z} + I_{s2} \end{cases} \quad \text{Eq. 55}$$

### 1.5.2.6. Application de la théorie des lignes sur les circuits imprimés dans le domaine temporel

Une carte électronique peut être décrite à l'aide de pistes parallèles entre elles. Nous avons utilisé le logiciel LAMLIM (des théories des lignes) développé au sein de l'équipe CEM du laboratoire XLIM. Ce logiciel traite la susceptibilité des cartes PCB à plusieurs pistes en tenant compte de plusieurs couches de substrat et plusieurs plans de masse. Il prend en compte aussi tous les conducteurs regroupés dans un seul toron (Fig. 29). Les torons sont équivalents à des réseaux de lignes multifilaires, qui par conséquent contiennent un ensemble de conducteurs filaires. Le couplage entre les conducteurs (pistes) ou diaphonie est aussi considéré ainsi que les fils de connexion.

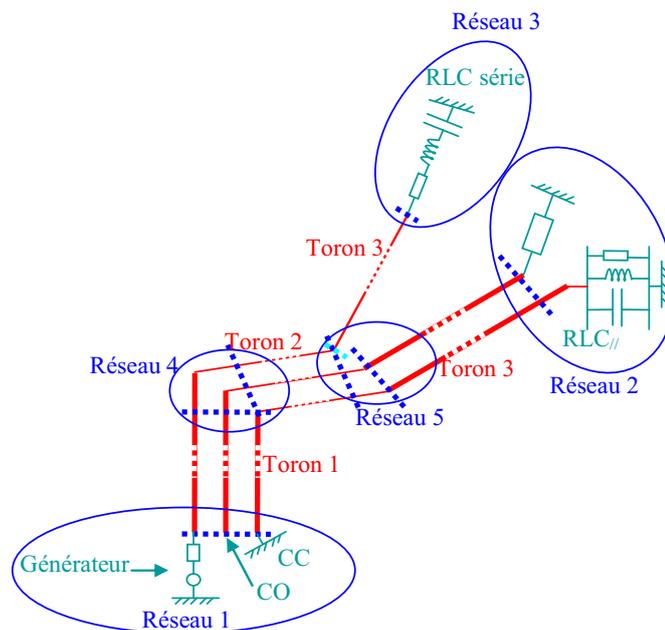


Fig. 29 : La structure des torons et des réseaux sous LAMLIM

Sur la figure (Fig. 29), il y a trois torons contenant un ou plusieurs conducteurs et cinq réseaux (terminaisons). Dans LAMLIM, les réseaux pourraient être des résistances réelles des générateurs de tensions, des circuits divers (RLC, ...). Cependant, le principe de ce logiciel est basé sur la théorie des lignes multifilaires, utilisées dans le domaine temporel. Nous nous intéressons donc à calculer les tensions et les courants le long de la ligne à chaque cellule est  $dz$  (Fig. 30). Pour généraliser l'application de la MTL en temporel sur  $N$  conducteurs d'une carte PCB, nous partons des deux équations d'une ligne de transmission composée de deux conducteurs sans pertes suivant l'axe ( $Oz$ ) qui s'écrivent de la manière suivante :

$$\frac{\partial V_1}{\partial z}(z, t) + L_1 \frac{\partial I_1}{\partial t}(z, t) = 0 \quad \text{Eq. 56}$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial z}(z, t) + C_1 \frac{\partial V_1}{\partial t}(z, t) = 0 \quad \text{Eq. 57}$$

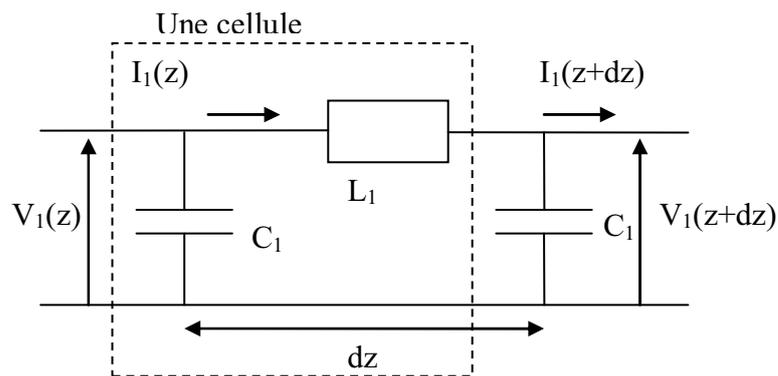


Fig. 30 : Une cellule de longueur dz d'une ligne de transmission

Le passage à N conducteurs se fait en tenant compte des couplages entre les conducteurs d'un même toron. Nous introduisons donc les inductances et les capacités entre ces conducteurs. Le système d'équation sera une matrice à 2N équations. Les vecteurs I et V sont des vecteurs à N éléments en courants et en tensions pour N conducteurs couplés ensemble. Les deux équations précédentes pour deux conducteurs se généralisent et s'écrivent de la manière suivante :

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial z}(z, t) + [L] \frac{\partial \vec{I}}{\partial t}(z, t) = 0 \quad \text{Eq. 58}$$

$$\frac{\partial \vec{I}}{\partial z}(z, t) + [C] \frac{\partial \vec{V}}{\partial t}(z, t) = 0 \quad \text{Eq. 59}$$

Avec :

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_i \\ \dots \\ V_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \dots \\ I_i \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix}$$

Les grandeurs [L] et [C] représentent les matrices équivalentes de couplage entre les N+1 conducteurs car il existe N conducteurs ajoutés à un conducteur de référence. [L] et [C] sont écrites aussi d'une façon matricielle. Le calcul de ces matrices de couplage pourrait être effectué par plusieurs méthodes pour résoudre l'équation de Laplace dans une espace 2D. Citons parmi elles la méthode des moments MOM [32], la méthode des différences finies FDTD [7] et la méthode des éléments finis FEM.

La matrice [L] présentée dans la matrice de la figure (Fig. 31) contient des inductances propres  $L_{ii}$  qui représentent le flux magnétique passant entre le conducteur i et le conducteur de référence et le courant passant dans le conducteur i. Le flux magnétique est provoqué par le passage du courant dans le conducteur i. La matrice [L] comprend aussi les inductances  $L_{ij}$  entre les conducteurs i et j. Les  $L_{ij}$  sont donc les inductances mutuelles. Le flux magnétique dans ce cas passe entre le conducteur i et le conducteur de référence. Il est provoqué par le passage du courant dans le conducteur j.  $L_{ij}$  est donc le rapport entre ce flux et le courant du conducteur j.

$$[\mathbf{L}] = \begin{bmatrix} L_{11} & \dots & L_{1i} & L_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ L_{i1} & \cdot & L_{ii} & L_{in} \\ L_{n1} & \cdot & L_{ni} & L_{nn} \end{bmatrix}$$

Fig. 31 : Matrice d'inductance par unité de longueur

La tension qui existe entre le conducteur  $i$  et le conducteur de référence est un ensemble de charges contenues dans une surface fermée autour d'un conducteur  $i$ . La capacité  $[C]$  est présentée de la même façon que la matrice  $[L]$  (Fig. 32). Les capacités propres  $C_{ii}$  par unité de longueur sont les rapports entre les charges autour de  $i$  et la tension entre le conducteur  $i$  et la référence. Les capacités mutuelles  $C_{ij}$  sont calculées par le rapport entre les charges contenues dans une surface autour de  $dz$  et la tension entre le conducteur  $i$  et le conducteur  $j$ .

$$[\mathbf{C}] = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n C_{1k} & \dots & -C_{1i} & -C_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -C_{i1} & \cdot & \sum_{k=1}^n C_{ik} & -C_{in} \\ -C_{n1} & \cdot & -C_{ni} & C_{nn} \end{bmatrix}$$

Fig. 32 : Matrice de capacitance par unité de longueur

Le calcul pourrait être étendu afin de prendre en considération les pertes. Nous pouvons à travers l'application de la théorie des lignes multiconductrices traiter des PCBs multicouches à plusieurs pistes en tenant compte de toutes les formes du couplage électromagnétique.

### 1.5.2.6.1. Modèle temporel de couplage champ-piste

Nous avons utilisé dans l'étude de la susceptibilité d'un circuit imprimé illuminé par une onde plane le formalisme de Taylor parce qu'il permet de déterminer des générateurs équivalents de courants et de tensions. Il facilite aussi la mise en oeuvre et le calcul du couplage par champs dans un code de réseau de lignes. Deux difficultés sont cependant liées à ce modèle. Le champ électrique perpendiculaire au plan de masse n'est pas directement mesurable. Ainsi, la validation d'un calcul 3D par des mesures ne peut se faire que sur d'autres composantes de champ. Les équations des théories des lignes basées sur le modèle de Taylor peuvent être écrites dans le domaine temporel et suivant l'axe des  $x$  par l'équation ci-après :

$$\begin{cases} [\mathbf{C}] \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + [\mathbf{G}] \vec{V} + \frac{\partial \vec{I}}{\partial \rho} = -[\mathbf{G}] \int_0^{h_i} \vec{E}_i^{inc} \cdot d\vec{h} - [\mathbf{C}] \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{h_i} \vec{E}_i^{inc} \cdot d\vec{h} \\ [\mathbf{L}] \frac{\partial \vec{I}}{\partial t} + [\mathbf{R}] \vec{I} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial \rho} = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{h_i} \vec{H}_i^{inc} \cdot \vec{a}_n dh \end{cases} \quad \text{Eq. 60}$$

### 1.5.3. Les fonctions sources

Les excitations disponibles dans les deux solveurs de traitement de la susceptibilité des cartes sont les ondes planes utilisées pour des problèmes en réception (exemple : illumination des

pistes d'un circuit) et des alimentations par des générateurs locaux de tension pour exciter les lignes en émission. Parmi toutes les fonctions sources disponibles dans les solveurs TEMSI-FD et LAMLIM, nous trouvons comme impulsions temporelles, la gaussienne qui est la plus utilisée, la sino gaussienne, les fonctions bi-exponentielle et exponentielle quotient pour les basses fréquences, et plus rarement l'ondelette de Rayleigh... La gaussienne offre une réponse entre zéro et une fréquence maximale donnée. Elle possède une forme temporelle qui s'écrit :

$$e(t) = A_0 e^{-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}} \tag{Eq. 61}$$

La transformée de fourrier (TF) de la gaussienne est donnée par :

$$e(f) = A_0 T \sqrt{\pi} e^{-(\pi f T)^2} e^{-j2\pi f t_0} \tag{Eq. 62}$$

L'avantage de son utilisation est la réponse large bande en fréquence.  $A_0$  est l'amplitude,  $t_0$  est le retard par rapport à l'origine des temps et  $T$  est la largeur de l'impulsion à mi-hauteur. Les figures (Fig. 33) et (Fig. 34) montrent les différents paramètres de la gaussienne dans les deux domaines temporel et fréquentiel. Il suffit de fixer la fréquence maximale  $f_{\max}$  et l'atténuation à  $f_{\max}$  ( $Att_{f_{\max}}$ ) par rapport au maximum d'amplitude situé à  $f=0$  Hz. Le pied de la gaussienne dans le domaine temporel est fixé par l'atténuation du signal à  $t=0$  ( $Att_0$ ) par rapport à  $A_0$ .

De ces paramètres, nous pourrions déduire les formules de  $T$  et  $t_0$  :

$$T = \frac{\sqrt{\ln(Att_{f_{\max}})}}{\pi f_{\max}} \quad t_0 = T \sqrt{\ln(Att_0)}$$

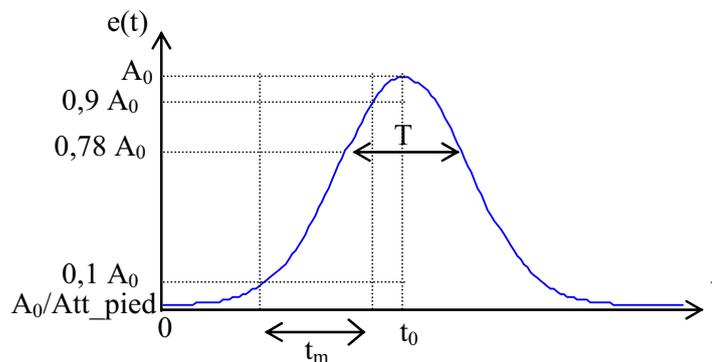


Fig. 33 : La gaussienne dans le domaine temporel

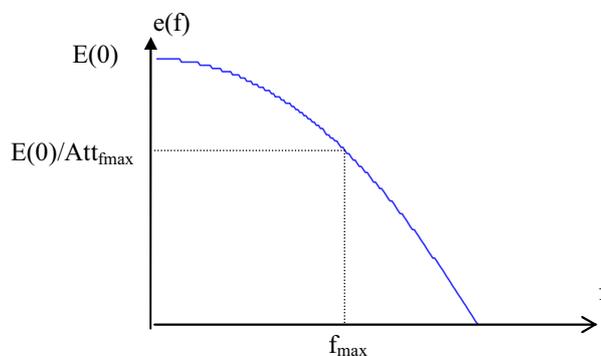


Fig. 34 : La gaussienne dans le domaine fréquentiel

Une autre fonction source utilisée pour traiter les problèmes en réception est la sino-gaussienne. C'est une gaussienne centrée à la fréquence  $f_0$ . Elle permet en particulier d'avoir un déphasage large bande constant en insérant une phase constante dans la fonction sinus. Les paramètres  $t_0$  et  $T$  sont définis de la même façon que pour la gaussienne mais la différence réside dans le paramètre  $f_{\max}$  de la gaussienne. Ce paramètre est remplacé par un paramètre fréquentiel appelé  $\Delta f$  et qui correspond à la moitié de la largeur de la bande spectrale utile définit dans l'intervalle  $[f_0 - \Delta f, f_0 + \Delta f]$ . Les formes temporelles et fréquentielles de la sino-gaussienne s'écrivent :

$$e(t) = A_0 \sin(2\pi f_0 t + \varphi_0) e^{-\frac{(t-t_0)^2}{T^2}} \quad \text{Eq. 63}$$

$$e(f) = A_0 T \sqrt{\pi} e^{j\varphi_0} e^{-(\pi(f-f_0)T)^2} \quad \text{Eq. 64}$$

Nous nous intéressons à utiliser la sino gaussienne pour générer un spectre d'ondes planes avec un déphasage pour chaque onde. Le déphasage entre les ondes injectées contribue à créer un champ uniforme comme celui du milieu réverbérant.

## 1.6. Conclusion

Ce chapitre a présenté le contexte général de l'étude dans lequel les travaux de cette thèse ont été effectués. Nous avons présenté les problèmes de la susceptibilité des cartes d'une manière générale. Ceci a permis une compréhension générale des problèmes dus à la conception et aux courants en mode commun.

Pour nos problèmes en réception, les micro-ondes de fortes puissances sont des exemples de menaces qui peuvent causer un dysfonctionnement sur un système électronique. Nous avons trouvé dans certains travaux que l'étude du couplage champ carte constitue la base pour l'étude de susceptibilité. Ensuite, dans la dernière partie, ont été présentés les différents moyens numériques utilisés pour mener à bien ces travaux. Le principe des méthodes numériques de modélisation a été détaillé dans le but d'obtenir une bonne compréhension de travaux présentés dans les chapitres suivants. L'usage de MTL est très efficace pour étudier le couplage champ piste grâce à sa simplicité et à sa rapidité devant la FDTD.

Le principe des modèles de couplage champ-carte basé sur la théorie des lignes a été présenté. Le modèle de Taylor a été choisi car il nous permet de calculer les termes sources (courants et tensions) sur la ligne couplée avec le champ électromagnétique. Nos outils de simulations, comme la FDTD et la théorie des lignes, nous permettent d'illuminer les cartes PCB par des ondes planes représentant des micro-ondes de fortes puissances. Les prochains travaux vont consister à valider le modèle de couplage champ-carte avec des moyens expérimentaux comme les chambres anéchoïque et réverbérante. Ceci constitue précisément l'objectif global du chapitre suivant.



## ***CHAPITRE 2 : ANALYSE DE LA SUSCEPTIBILITÉ DES CARTES EN AMBIANCE RÉVERBÉRANTE***

### **2.1. Introduction**

Ce chapitre traite du problème de la susceptibilité des cartes électroniques en milieu réverbérant. Nous étudierons le couplage du champ ambiant sur les pistes. Pour cela, nous nous appuyons sur le modèle probabiliste de Hill afin de modéliser la CRBM idéale à l'aide d'ondes planes. L'intérêt de ce modèle est de remplacer la modélisation complète de la chambre entière (parois métalliques, brasseur...) par une superposition d'ondes planes ce qui réduit les temps de calculs engendrés par des codes de calculs 3D. Dans un premier temps, nous validons le calcul du couplage champ-piste (modèle de Taylor) par des mesures effectuées en chambre anéchoïque. Ensuite, les propriétés statistiques du champ décrivant l'ambiance réverbérante seront étudiées par deux stratégies différentes. Pour mettre en œuvre le modèle de Hill, plusieurs configurations de simulations en FDTD et MTL seront traitées [53]. L'observable mesuré et simulé est donc la tension sur les impédances terminales normalisée par rapport au champ ambiant. Enfin, nous comparerons les simulations (FDTD, MTL) aux mesures effectuées en CRBM afin d'apprécier la fiabilité des résultats obtenus par ces deux méthodes.

### **2.2. La chambre réverbérante à brassage de modes CRBM**

L'utilisation des chambres réverbérantes a commencé dans le domaine de l'aéronautique et de l'automobile. La chambre réverbérante était uniquement utilisée par les scientifiques américains jusqu'aux années 90. À partir de cette époque, elle a commencé à apparaître notamment dans les laboratoires européens et ailleurs. Ce progrès dans le développement de la CRBM est dû au fait qu'elle constitue un moyen de test très utile et perspicace pour étudier la susceptibilité des équipements électroniques et pour mesurer l'efficacité du blindage des matériels et des câbles avec des connecteurs.

La CRBM est par définition une cavité délimitée par des parois métalliques. En injectant un champ à l'intérieur de la chambre, un régime d'ondes stationnaires s'établit. Les parois métalliques sont donc des murs électriques qui réfléchissent ces ondes et provoquent un isolement électromagnétique avec l'extérieur.

Les caractéristiques et les avantages de la CRBM sont nombreux. Une de ces principales caractéristiques est le nombre élevé de modes en haute fréquence. Au-delà de certaines fréquences, ce nombre rend le champ relativement homogène et isotrope. Au contraire d'une chambre anéchoïque, la CRBM permet d'économiser l'utilisation très coûteuse des absorbants [17]. De plus, l'agression d'un équipement sous test (EST) peut être réalisée en injectant des puissances relativement faibles dans un grand volume de travail. En faisant intervenir toutes les agressions, c'est-à-dire une illumination dans toutes les directions et les polarisations, la CRBM permet par exemple d'évaluer le niveau de couplage du champ incident avec les pistes des circuits imprimés. En revanche, les inconvénients de la CRBM résident dans le besoin d'effectuer un certain nombre de pas de brasseur pour faire des mesures.

La modification géométrique de la chambre doit respecter le fait que la CRBM a une nature modale. L'environnement de test doit être uniforme avec une incertitude acceptable. Nous cherchons donc à obtenir un champ homogène et isotrope dans le volume (du calcul) d'une CRBM. Pour cela, nous parlons d'homogénéité et d'isotropie. L'isotropie est la qualité d'un milieu dont les caractéristiques restent constantes dans toutes les directions. Dans le cas d'un champ isotrope, l'équipement sous test est illuminé par le champ dans toutes les directions. Aucune polarisation n'est privilégiée. La propriété de l'isotropie électromagnétique de la chambre réverbérante fait que l'essai est indépendant de l'orientation de l'équipement sous test qui peut être positionné d'une manière arbitraire. Nous dirigeons l'antenne d'émission vers un angle de la cavité de sorte que l'énergie soit distribuée dans toutes les polarisations. En revanche, l'uniformité du champ est obtenue en moyenne sur une rotation du brasseur de modes. Nous parlons donc de l'homogénéité statistique. C'est une propriété due au fait que la CRBM est une cavité surdimensionnée comparée aux longueurs d'ondes de travail. La présence d'un nombre élevé de modes dans la CRBM donne, en effectuant une moyenne, un même niveau de l'amplitude du champ dans le volume utile. Cette propriété n'est assurée qu'à partir d'une fréquence minimale qui dépend des dimensions géométriques de la chambre.

Un brasseur de modes est formé de pales métalliques placées sur un axe pivotant à l'intérieur de la CRBM. Son mouvement de rotation dans la chambre modifie les modes propres de la chambre. Il permet d'exciter un grand nombre de ces modes et de décaler les fréquences de résonance. Ceci rend le champ statistiquement homogène et isotrope. Par conséquent, l'étude déterministe du comportement du champ ne demeure plus possible. Ces caractéristiques théoriques du champ sont remplacées par des études statistiques basées sur des tests et des lois de probabilité. Les propriétés statistiques (homogénéité et isotropie) sont limitées en basse fréquence en raison de la faible densité de modes de résonances. Il existe deux méthodes de brassage de mode :

- Brassage mécanique
- Brassage électronique

Le brassage mécanique consiste à faire tourner le brasseur pour exciter la structure modale du champ. A chaque pas du brasseur, nous avons un grand nombre de modes. A la fin d'un tour de brasseur, le champ devient statistiquement homogène et isotrope dans le volume utile de la CRBM placé à une distance ( $\lambda/4$ ) des parois suivant la norme 61000-4-21. En haute fréquence, nous pouvons dire que le brasseur devient moins nécessaire, car le champ est de plus en plus homogène à cause du nombre élevé de modes.

Le deuxième brassage est appelé brassage électronique. Il est le plus récemment utilisé et consiste à balayer une certaine bande de fréquence.

La chambre réverbérante n'est pas parfaite, elle possède des pertes comme les pertes métalliques liées aux parois de la cavité, si celles-ci ont une conductivité finie. Dans le domaine de la CEM, nous nous intéressons à évaluer la quantité d'énergie emmagasinée dans la cavité. Cette énergie est absorbée par plusieurs éléments comme l'équipement sous test. Le coefficient de qualité  $Q$  dépend aussi des instruments utilisés lors de l'utilisation de la chambre réverbérante (l'antenne d'émission ou de réception...). Ces instruments peuvent dissiper l'énergie de la cavité et diminuer  $Q$ . D'une manière générale, le facteur de qualité est défini comme étant le rapport entre l'énergie moyenne emmagasinée et l'énergie dissipée par unité du temps :

$$Q = 2\pi f \frac{U}{P_d} \quad \text{Eq. 65}$$

avec  $U$  l'énergie emmagasinée et  $P_d$  la puissance active dissipée.

Nous pouvons exprimer le facteur de qualité en fonction du volume  $V$  de la chambre, de la longueur d'onde  $\lambda$  et du facteur de calibration CCF (Chamber Calibration Factor) :

$$Q = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot V}{\eta_E \cdot \eta_R \cdot \lambda^3} \cdot \text{CCF} \quad \text{Eq. 66}$$

Avec  $\eta_E$  et  $\eta_R$  qui sont les facteurs de rendement de l'antenne en émission et en réception successivement. Le CCF est défini en fonction des paramètres  $S_{21}$  et  $S_{11}$  des antennes utilisées dans la CRBM et obtenu par un tour de brasseur.

$$\text{CCF} = \frac{P_{\text{reçue}}}{P_{\text{injectée}}} = \frac{|S_{21}|^2}{(1 - |S_{11}|^2)} \quad \text{Eq. 67}$$

Le contrôle du coefficient de qualité (fort ou faible) est effectué en introduisant dans la chambre des matériaux absorbants. Le facteur de qualité  $Q$  ne tient pas compte d'un type de perte particulier. Les pertes par effet Joule, d'insertion, la fuite et les pertes dues aux antennes peuvent être représentées par le facteur  $Q$ . Cependant, nous n'avons pas une CRBM idéale sans pertes. Leur influence permet d'élargir le spectre des raies en fréquentiel. Autrement dit, nous obtenons un recouvrement de modes importants.

### 2.3. Configuration et banc de mesure dans la CRBM

L'objectif de ce paragraphe est de présenter les caractéristiques de la chambre réverbérante du laboratoire XLIM (Fig. 35). Cette chambre a une longueur de 3.57 m, une largeur de 2.46 m et une hauteur de 2.45 m. Le volume total est environ de 22 m<sup>3</sup>. Elle est calibrée selon la norme IEC 61000-4-21 qui fixe un volume de test (0.5 à 1m<sup>3</sup>) ou un volume d'étalonnage choisi à une distance  $\lambda/4$  des parois. Elle utilise un mode de brassage mécanique.



Fig. 35 : CRBM du laboratoire XLIM

Plusieurs matériels sont associés au banc de mesure. Citons parmi eux :

- L'amplificateur de puissance (800 MHz - 4.2 GHz), puissance 5W ;

- le capteur du champ triaxial HI-6005 (Fig. 36) formé d'une sonde triaxiale qui sert à mesurer les composantes du champ avec une liaison fibre optique. Ce capteur a une dimension de 32mm<sup>3</sup> et une réponse fréquentielle de 100 KHz-6 GHz ;
- Liaison fibre optique (sensibilité de 2 V/m à 500 V/m dans la gamme 400 MHz à 18 GHz). La réponse en fréquence est constante dans la bande utile, ce qui garantit une restitution fidèle des signaux en régime impulsionnel et une grande précision en régime sinusoïdal. Les signaux captés sont transmis par fibres optiques sous forme analogique ;
- L'analyseur de spectre (9KHz-30GHz) ;
- les antennes d'émission et de réception qui sont omnidirectionnelles pour exciter plusieurs modes.



Fig. 36 : Capteur de champ triaxial

Le calibrage est essentiel car il permet de démontrer l'homogénéité et l'isotropie du champ. Il s'effectue dans le volume de test (travail) où nous relevons les valeurs des trois composantes du champ à l'aide du capteur triaxial. Ces valeurs sont mesurées sur huit positions équi-réparties du volume de test (Fig. 37) selon la spécification de la norme 61000-4-21.

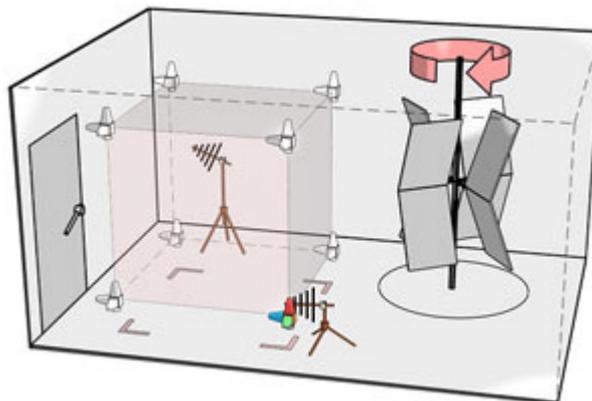


Fig. 37 : Les huit positions du capteur de champ [51]

D'une manière générale, le protocole de mesure décrit dans la norme 61000-4-21 est utilisé suivant une procédure qui tient compte des précisions suivantes :

- Le mode utilisé est pas à pas. Chaque pas correspond à un angle de brasseur.
- La bande de fréquence se situe entre [80 MHz-3 GHz].
- La puissance de sortie du générateur de signal est 10dBm.

- La fréquence minimale d'utilisation est  $f_s = k \cdot f_0$  avec  $f_0$  est la fréquence fondamentale de la chambre qui se situe à 74.5 MHz. La constante  $k$  est définie entre 3 et 7 selon la norme 61000-4-21. En posant  $k=3$ , la fréquence minimale d'utilisation  $f_s$  est donc égale à 223.5 MHz.
- Nombre de positions du capteur de champ : 8 positions jusqu'à 10fs et 4 positions au-dessus de 10fs.

Le nombre de pas de brasseur est définie selon le tableau suivant :

Tableau 1 : Nombre de pas de brasseur et de points de mesures en fonction de la fréquence minimale d'utilisation de la CRBM

Bande de fréquence	Nombre de pas de brasseur pour un tour complet	Nombre de points
80 MHz à 3fs	50 (angle = 7.2°)	8
3fs à 6fs	18 (angle = 20°)	8
6fs à 10fs	12 (angle = 30°)	8
> 10fs	12 (angle = 30°)	4

Nous effectuons plusieurs étapes pendant la procédure de calibrage afin d'avoir un champ uniforme et isotrope entre 80 MHz et 3 GHz. A basses fréquences, le tableau de la norme 61000-4-21 ci-dessus montre qu'il faut prendre 50 pas de brasseur avec un angle de 7.2° et 8 positions de capteur du champ. Pour calibrer à des fréquences supérieures à 10fs, nous remarquons que le nombre de pas et de points de mesures est réduit. Nous effectuons donc 12 pas avec un angle de rotation qui vaut 30°. De plus, le champ est relevé sur 4 points.

En rassemblant tous les résultats de mesure, nous pouvons analyser différentes grandeurs afin de caractériser le calibrage de la CRBM utilisée. Parmi ces grandeurs, nous distinguons les suivantes :

- les composantes du champ électrique  $E$  ( $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$ ) pour chaque position du brasseur ;
- les écarts types en dB pour chaque fréquence ;
- le facteur de qualité  $Q$  ;
- les puissances moyenne et maximale pour chaque fréquence.

Nous considérons donc huit points formant un volume cubique de  $(\lambda/4)^3 \text{ m}^3$ . Ce volume est distancé de  $\lambda/4$  des parois métalliques et le capteur est placé à chaque sommet du cube. Ainsi, l'écart type est utilisé pour caractériser l'uniformité du champ en utilisant les valeurs mesurées des composantes. En règle générale, nous mesurons les composantes maximales de champ  $E_{ix}$ ,  $E_{iy}$  et  $E_{iz}$ . L'indice  $i$  indique le nombre de points pour les composants  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$ . Nous prenons  $i=1, \dots, 8$  points pour chaque composante. Pour le champ total, le nombre de points pour calculer l'écart type devient  $i=1, \dots, 24$  en combinant les trois composantes du champ dans les huit positions. Par exemple, l'écart type de la composante  $E_x$  est calculé par :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (E_{ix} - \langle E_x \rangle_n)^2}{n-1}} \quad \text{Eq. 68}$$

Soit  $n$  le nombre des échantillons choisis (nombre de position de brasseur).  $E_{ix}$  désigne la mesure individuelle normalisée par rapport à la puissance d'entrée.  $\langle E_x \rangle_n$  est la moyenne

arithmétique sur l'ensemble des points de mesures au cours d'une rotation de brasseur. Idem pour les composantes  $E_y$  et  $E_z$ . De plus, l'écart type de  $E_x$  est exprimé en dB/moyenne :

$$\sigma_x \text{ (dB)} = 20 \log\left(\frac{\sigma_x + \langle E_x \rangle_n}{\langle E_x \rangle_n}\right) \quad \text{Eq. 69}$$

L'écart type de chaque composante du champ ainsi que celui du champ total ( $\sigma_x$ (dB),  $\sigma_y$ (dB),  $\sigma_z$  (dB) et  $\sigma_{\text{total}}$ .) a été calculé en relevant les valeurs moyennes et maximales des composantes (pour chaque fréquence) par rapport à un échantillon  $n = 50$  pas de brasseur. La bande de fréquence utilisée est de 200 MHz à 3 GHz. L'angle de rotation pour chaque pas de brasseur est  $7.2^\circ$ . Les résultats de calibrage présentés dans la figure (Fig.38) montrent les valeurs des écarts types des composantes du champ sur les 8 positions. Nous remarquons la variation des écarts types à chaque fréquence d'observation. Elles sont de plus de 4 dB pour des fréquences inférieures à 400 MHz. Ces écarts vont diminuer en dessous de 3 dB pour des fréquences supérieures à 450 MHz. A haute fréquence, les écarts types ont un niveau plus petit que 3 dB. Le gabarit en noir montre la limite donnée par la norme 61000-4-21.

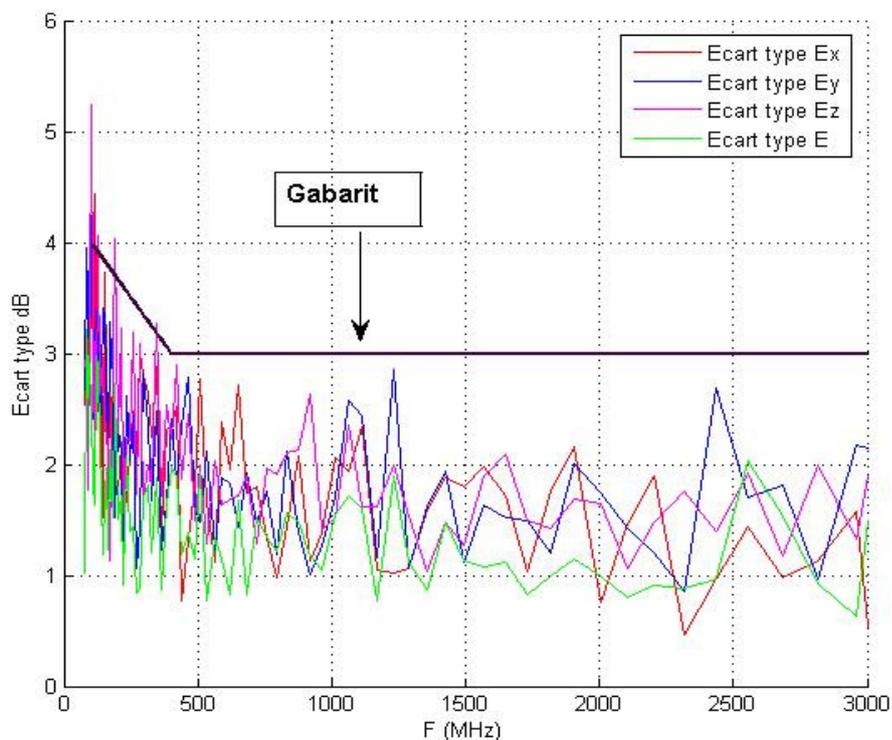


Fig.38 : Ecarts types des composantes du champ

Ces résultats montrent que le champ dans la CRBM de XLIM est uniforme. Le champ dans le volume de travail est donc homogène et isotrope. En plaçant la carte dans le volume du travail, nous pourrions évaluer le couplage champ-carte en mesurant la tension aux bornes des charges placées aux extrémités de la carte. Auparavant, nous allons présenter un modèle qui représente en simulation les mêmes propriétés statistiques du champ de la CRBM. C'est l'objectif du paragraphe suivant.

## 2.4. Modèle de Hill dans le domaine fréquentiel

De nombreuses études déterministes du champ ont été réalisées pour analyser le comportement de la chambre réverbérante. Le temps de simulation et de calcul pour modéliser une chambre réverbérante par une méthode rigoureuse 3D (exemple : FDTD-3D) est très coûteux. De plus, si le problème traité est de grande taille ou si nous désirons augmenter les fréquences d'études, nous devons alors mailler de manière plus fine avec le code FDTD-3D. Par conséquent, un temps de calcul supplémentaire est rajouté. La solution est donc le modèle proposé par Hill [16].

Ce modèle a prouvé que le champ à l'intérieur d'une CRBM pour chaque pas de brasseur pourrait être assimilé à une superposition d'ondes planes. Il permet de représenter le champ en espace libre. La configuration dans ce cas est indépendante de la géométrie de la chambre et de la bande de fréquence. Par conséquent, nous n'avons plus besoin de modéliser par des codes 3D la chambre entière, c'est-à-dire les parois métalliques avec le brasseur de modes. Ce qui permet d'obtenir un gain considérable en temps de calcul. La carte électronique sous test est par conséquent placée dans un milieu réverbérant représenté par un modèle statistique basé sur la superposition d'une infinité d'ondes planes (Fig.39) dont les amplitudes, la polarisation, les angles d'incidence et les phases sont aléatoires.

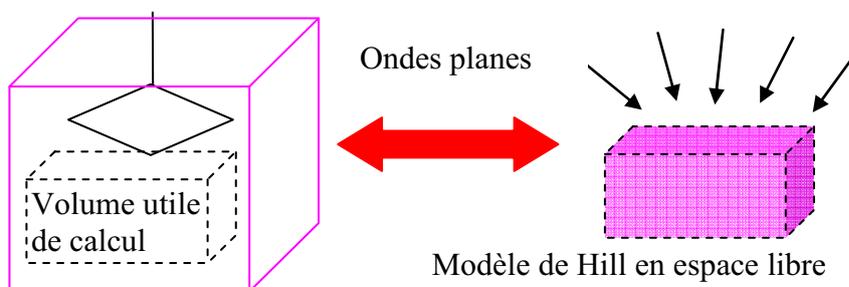


Fig.39 : Représentation de la chambre réverbérante par le modèle de Hill

Le champ électrique à une fréquence et un point de l'espace est défini comme une intégrale d'ondes planes sur l'angle solide de la sphère comme le montre la figure (Fig. 40).

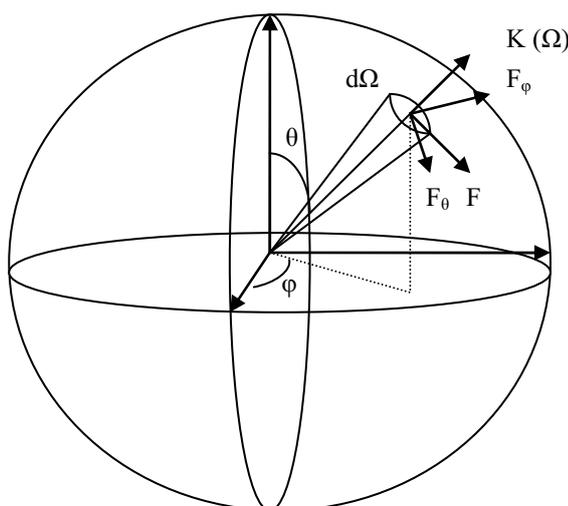


Fig. 40 : Représentation polaire du champ électrique

Selon Hill, le spectre d'onde plane s'écrit sous une forme intégrale sur  $4\pi$  stéradian en un point  $r$  de l'espace.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \int_{4\pi} \vec{F}(\Omega) e^{j\vec{k}\vec{r}} d\Omega \quad \text{Eq. 70}$$

Rappelons que  $\Omega$  est l'angle solide avec  $d\Omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ . Dans une CRBM, il existe une grande quantité d'ondes planes à chaque pas de brasseur. Nous pouvons considérer, de manière statistique, le spectre  $F(\Omega)$  comme une variable aléatoire associée à la position de brasseur. Pour assurer l'isotropie comme dans le cas réel d'un champ en CRBM, les angles d'incidence, la polarisation et les phases se définissent suivant des lois statistiques. Sur la figure (Fig. 40), si l'angle  $\varphi$  est défini uniformément dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , l'angle d'incidence  $\theta$  n'est pas défini de la même manière car dans ce cas la répartition des points de champ n'est plus uniforme sur la sphère. Elle est donc définie à partir de l'angle solide dans un intervalle  $[0, \pi]$  :

$$\int_0^{2\pi} f_\varphi d_\varphi \int_0^\pi f_\theta \sin(\theta) d_\theta = 1 \quad \text{Eq. 71}$$

La distribution de probabilité de l'angle solide sur la sphère est ainsi bien uniforme. La densité de probabilité de cet angle s'écrit:

$$P_\Omega(\Omega) = \frac{1}{4\pi} \quad \text{Eq. 72}$$

Le tirage aléatoire des ondes planes dans le domaine fréquentiel est réalisé à partir des générateurs de nombres aléatoires. Nous déterminons les fonctions de répartition des angles à partir de ces nombres aléatoires en posant:

- $\theta = \arccos(1-2y)$  avec  $y$  étant uniforme entre  $[0, 1]$ . L'angle  $\theta$  sera défini dans l'intervalle  $[0, \pi]$ .
- $\varphi = 2\pi x$  avec  $x$  étant uniforme entre  $[0, 1]$ , nous obtenons un angle  $\varphi$  défini dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .
- L'angle de polarisation du champ  $\gamma = 2\pi z$  avec  $z$  étant uniforme entre  $[0, 1]$ , nous obtenons un angle  $\gamma$  défini dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .
- La phase  $d=2\pi t$  avec  $t$  étant uniforme entre  $[0, 1]$ . Elle est répartie uniformément entre  $[0, 2\pi]$ .
- L'amplitude du champ est choisie constante ( $E_0=1$ ).

La fonction  $F(\Omega)$  qui décrit le comportement aléatoire de l'onde plane s'écrit en fonction des vecteurs unitaires  $\vec{u}_\theta$  et  $\vec{u}_\varphi$  :

$$\vec{F}(\Omega) = F_\theta(\Omega)\vec{u}_\theta + F_\varphi(\Omega)\vec{u}_\varphi \quad \text{Eq. 73}$$

Le champ électrique dans la chambre réverbérante est complexe. Par conséquent, les composantes  $F_\theta(\Omega)$  et  $F_\varphi(\Omega)$  sont aussi complexes :

$$F_\theta(\Omega) = F_{\theta R}(\Omega) + jF_{\theta i}(\Omega) \quad \text{Eq. 74}$$

$$F_\varphi(\Omega) = F_{\varphi R}(\Omega) + jF_{\varphi i}(\Omega) \quad \text{Eq. 75}$$

En utilisant un nombre défini d'ondes planes  $n$ , les composantes réelles et imaginaires de  $F_\theta$  et  $F_\varphi$  suivent une loi s'approchant de la loi normale centrée réduite dont la moyenne vaut  $\mu=0$  et elles ont le même écart type  $\sigma$ . Les parties réelles et imaginaires sont indépendantes. Le théorème "central limit" (cf annexe B) impose d'avoir un nombre élevé d'onde planes pour atteindre la convergence des parties réelles et imaginaires du champ vers la loi normale. En passant dans le repère cartésien, les moyennes des parties réelles et imaginaires de chaque composante du champ

sont aussi nulles et la variance de chacune des parties est définie en fonction de l'amplitude  $E_0$  dans l'égalité suivante [16] :

$$\langle E_{xr}^2 \rangle = \langle E_{xi}^2 \rangle = \langle E_{yr}^2 \rangle = \langle E_{yi}^2 \rangle = \langle E_{zr}^2 \rangle = \langle E_{zi}^2 \rangle = n \cdot \frac{E_0^2}{6} = \sigma^2 \quad \text{Eq. 76}$$

Nous remarquons dans l'équation (Eq. 76), la relation qui existe entre l'amplitude du champ  $E_0$  et le champ réel dans la chambre réverbérante. Dans les travaux de [18], l'ajustement entre l'amplitude et le champ réel dans la CRBM est basé sur la formule 78 dont le but est d'avoir les mêmes niveaux les courbes de mesure et de simulation. Selon [16], un champ calculé par le modèle de Hill (résultant de la superposition de  $n$  ondes planes) et les valeurs moyennes du champ réel mesuré en CRBM peuvent être liés ensemble en utilisant les formules suivantes:

$$\langle E_{x,y,z} \rangle = |E_0| \cdot \sqrt{n} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{12}} \quad \text{Eq. 77}$$

$$\langle E_{\text{chambre}} \rangle = \frac{15}{16} \sqrt{n} \sqrt{\pi/3} |E_0| \quad \text{Eq. 78}$$

La valeur de l'amplitude  $E_0$  doit être identique en simulation et en mesure. Nous utiliserons plus tard dans ce chapitre une autre technique basée sur la simulation du champ en espace libre pour normaliser les résultats de simulations indépendamment des mesures en CRBM. Ensuite, nous comparerons les résultats obtenus à ceux normalisés par l'équation (78).

Dans le volume de travail de la CRBM, les densités de probabilité de l'amplitude des composantes ( $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$ ) et du champ total ( $|E|$ ) sont définies afin de montrer que le champ est homogène et isotrope. Pour cela, le module carré des amplitudes ( $|E_x|^2$ ,  $|E_y|^2$  et  $|E_z|^2$ ) suit une loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 avec une distribution exponentielle donnée pour  $E_x$  par exemple:

$$\text{PDF}(|E_x|^2) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left[-\frac{|E_x|^2}{2\sigma^2}\right] \quad \text{Eq. 79}$$

Le module des composantes ( $|E_x|$ ,  $|E_y|$  et  $|E_z|$ ) suit une loi de Rayleigh d'ordre 2 (cf. annexe B). Le module carré du champ total s'écrit en fonction des composantes :

$$|E|^2 = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 \quad \text{Eq. 80}$$

Le module carré suit une loi de  $\chi^2$  d'ordre 6 et il est indiqué par l'équation Eq. 81 alors que le module  $|E|$  suit une loi de Rayleigh d'ordre 6.

$$\text{PDF}(|E|^2) = \frac{|E|^4}{16\sigma^6} \exp\left[-\frac{|E|^2}{2\sigma^2}\right] \quad \text{Eq. 81}$$

### 2.4.1. Modèle de Hill dans le domaine temporel

Le modèle de superposition des ondes planes défini en fréquentiel pourrait être utilisé dans le domaine temporel. Les conditions de tirage aléatoire des angles d'incidence et de polarisations de chaque onde plane dans le domaine temporel sont identiques à celles appliquées dans le domaine fréquentiel. Le décalage de phase d'une onde plane est considéré comme un retard dans le domaine temporel. Le retard  $t_r$  associé à la phase de la forme d'onde est uniforme entre  $[0, 2\pi]$ . La fonction

source du spectre des ondes planes injectées est une sino gaussienne (cf. chapitre 1). La phase dans la sino gaussienne est indépendante de la fréquence et liée au retard par la formule suivante :

$$t_r = \frac{\phi}{2\pi f_0} \quad \text{Eq. 82}$$

Nous utiliserons donc la méthode des différences finies FDTD et les lignes de transmissions MTL (méthodes en temporel) pour estimer l'allure de la tension de couplage sur les pistes. Dans le logiciel TEMSI de la FDTD, la carte est placée à l'intérieur d'une surface de Huygens qui réalise l'illumination par N ondes planes au dessus et au dessous du plan de masse.

Une petite modification dans les conditions de polarisation aura lieu pour les simulations par la MTL. Le plan de masse de la carte sous test est infini. Par conséquent, l'injection des ondes se fait au dessus de la carte c'est-à-dire du côté des conducteurs (Fig.41). L'angle d'incidence  $\theta$  sera défini entre  $[0, \pi/2]$  en posant  $\theta = \arccos(y)$ . Nous gardons la même configuration que celle utilisée par la méthode FDTD.

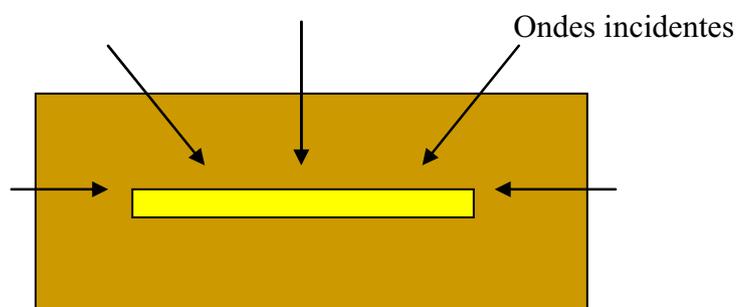


Fig.41 : Condition d'illumination par MTL.

### 2.4.2. Validation du modèle en temporel

Le modèle en temporel consiste à calibrer l'injection dans la simulation. De cette manière, nous obtenons un champ électrique homogène et isotrope. Il représente les mêmes propriétés que le champ mesuré dans le volume utile de la CRBM. Nous validons le modèle par des études statistiques (les densités de probabilités). Il existe donc deux stratégies pour réaliser les statistiques du champ et visualiser la convergence vers les lois correspondantes (Fig.42)

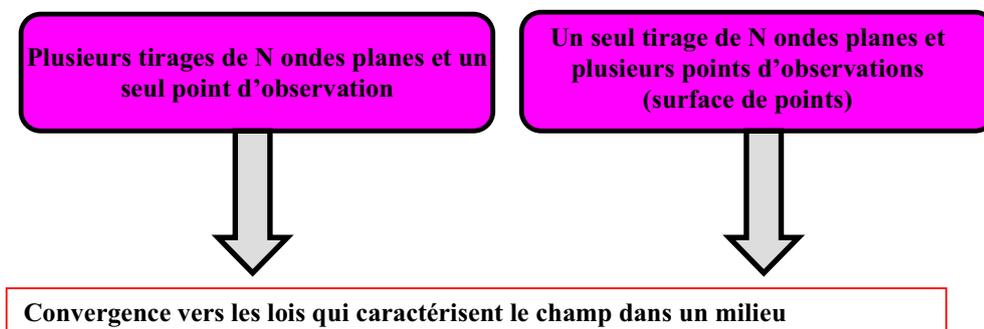


Fig.42 : Différentes stratégies pour la calibration du champ en simulation

### 2.4.2.1. La première stratégie

La première stratégie est similaire à celle réalisée dans les mesures où nous prenons un point d'observation dans le volume du calcul et nous effectuons M pas de brasseur. Chaque pas de brasseur correspond à un fichier de simulation par FDTD et MTL contenant N ondes planes. A chaque fréquence, nous calculons les valeurs moyennes et les valeurs maximales des modules de  $|E_x|$ ,  $|E_y|$ ,  $|E_z|$  et  $|E|$  par rapport au nombre de simulations. Le test de Khi2, qui est un test statistique (cf. annexe C), consiste à étudier la vraisemblance entre l'échantillon étudié et une loi théorique. Il permet de déterminer le nombre minimal d'ondes planes par simulation ainsi que le nombre de simulations à faire.

Nous avons introduit une surface de Huygens (sans carte) dans le simulateur FDTD et nous avons injecté N ondes planes pour étudier la convergence du champ total et ses composantes vers la loi de  $\chi^2$ . Ensuite, nous avons recueilli les amplitudes du champ en un point fixé à l'intérieur de cette surface. À titre d'exemple, un échantillon de 60 simulations FDTD avec 100 ondes planes donne des résultats présentés sur les figures (Fig.43, Fig.44).

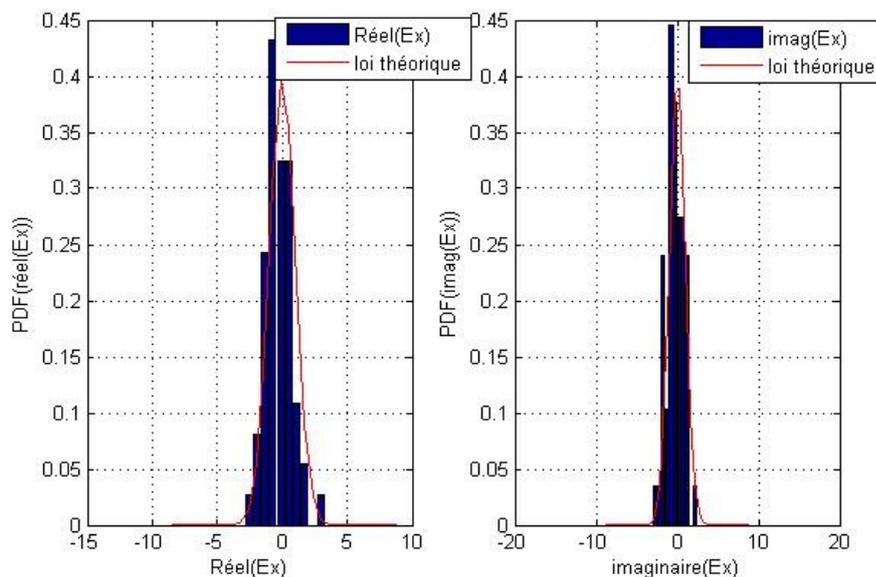


Fig.43 : Convergence de la partie réelle (gauche) et imaginaire (droite) de  $E_x$  vers la loi normale

La figure (Fig.43) montre l'histogramme de la convergence de la partie réelle et de la partie imaginaire vers la loi normale. La construction de l'histogramme d'un échantillon est détaillée dans l'annexe A. Le test de khi2 effectué donne un bon résultat avec un seuil de risque  $\alpha = 5\%$ . Ce seuil de probabilité définit le pourcentage du risque de rejeter l'hypothèse qui dit que les données sont conformes à la loi. Les statistiques sont faites sur les 60 fichiers de simulations à une fréquence de 1 GHz. Les parties réelles et les parties imaginaires de  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  sont indépendantes. La figure (Fig.44) montre bien cette indépendance car les points sont localisés autour de zéro, c'est-à-dire que nous n'avons pas de variation linéaire de type  $y=ax$

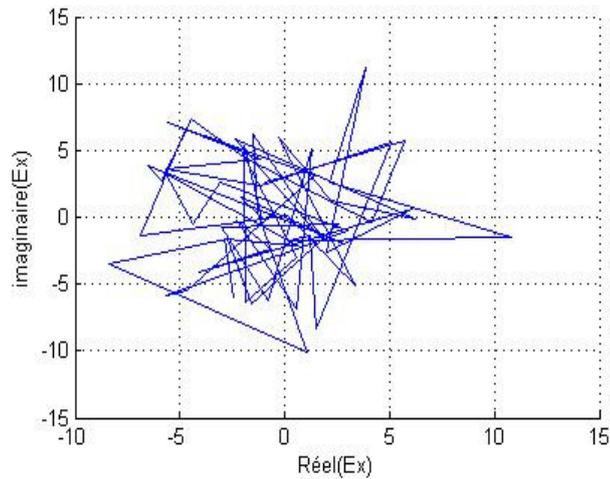


Fig.44 : Indépendance des parties réelles et imaginaires

Le nombre de simulations n'est pas très élevé mais il suffit pour mettre en évidence la convergence. La figure (Fig.45) montre que les histogrammes de la composante  $|E_x|^2$  (gauche) et du champ total  $|E|^2$  (droite) suivent une loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 et 6 successivement. Le test du khi2 est toujours effectué au risque de 5% avec un résultat positif.

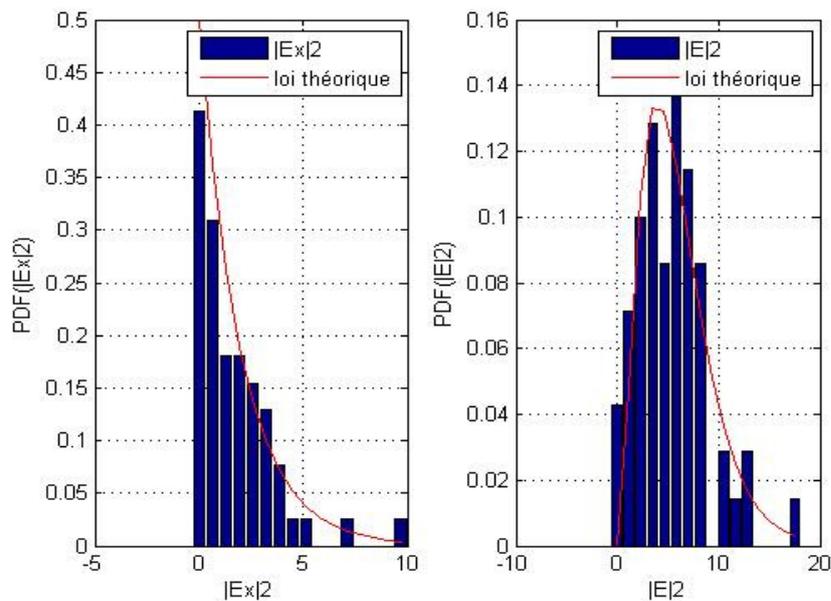


Fig.45 : Convergence de  $|E_x|^2$  à gauche et  $|E|^2$  à droite vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 et d'ordre 6

Le nombre de simulations choisi est suffisant selon le test de khi2. Pour montrer l'effet de ce nombre sur la convergence statistique, nous prenons à titre d'exemple le cas de 5 simulations à 100 ondes planes. Le test de khi2 dans ce cas n'est pas bon et les histogrammes démontrent l'intérêt d'augmenter la taille de l'échantillon. La figure (Fig.46) montre les convergences du champ vers les lois désirées. La 4<sup>ème</sup> sous figure à droite montre une forte liaison linéaire  $y=a.x$  entre la partie réelle et imaginaire de  $E_x$ , ce qui signifie qu'elles dépendent l'une de l'autre.

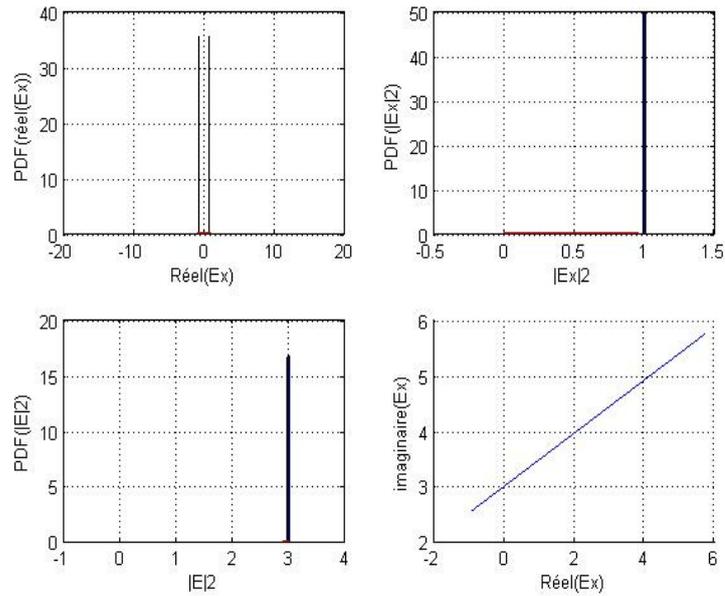


Fig.46 : La partie réelle de  $E_x$ ,  $|E_x|^2$ ,  $|E|^2$  et l'indépendance entre réelle et imaginaire pour 5 simulations

L'exemple avec un point d'observation à une fr equance précise montre que le nombre de simulations permet de bien converger vers les lois théoriques. Nous montrons le cas de 200 simulations (200 tirages) (Fig.47, Fig.48, Fig.49).

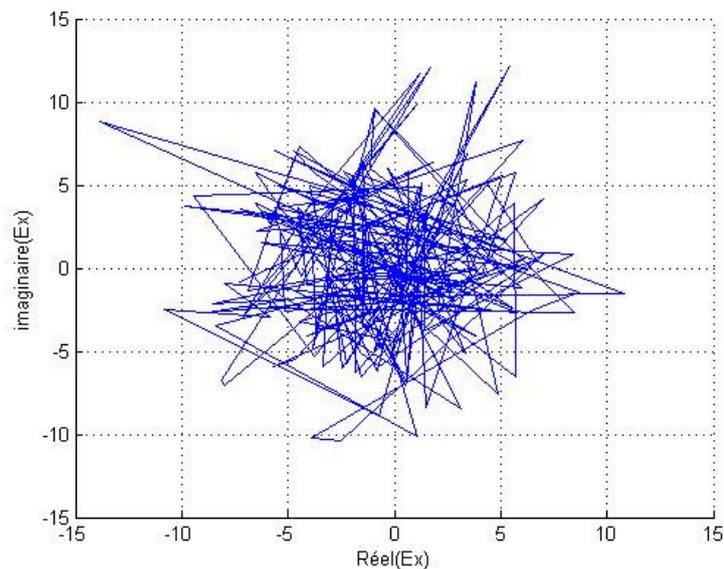


Fig.47 : Indépendance des parties réelles et imaginaires à partir de 200 simulations à 100 ondes planes

En comparant les résultats de la figure (Fig.47) aux résultats de la (figure Fig.44), nous constatons une concentration des points autour de zéro. La même remarque peut être faite pour les courbes des parties réelles et imaginaires (Fig.48) et pour  $|E_x|^2$  et  $|E|$  (Fig.49).

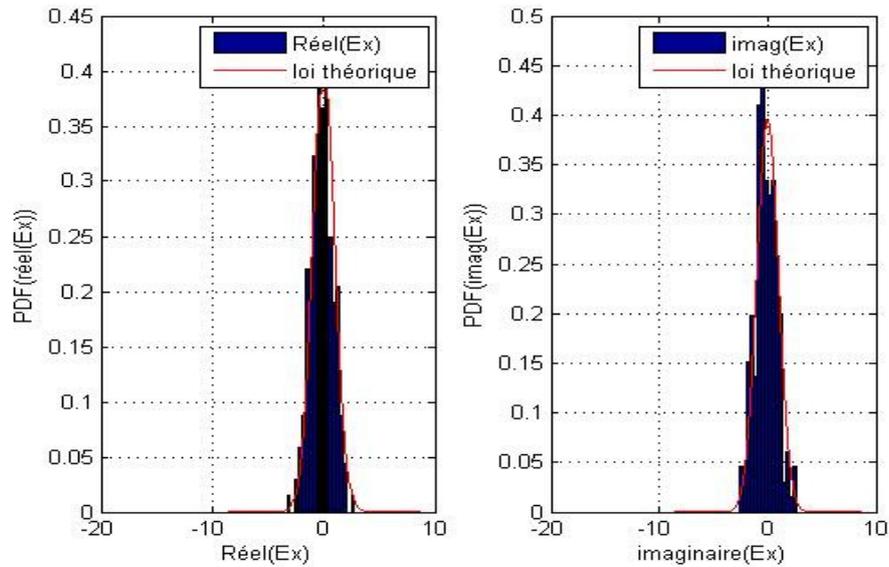


Fig.48 : Convergence de la partie réelle (gauche) et imaginaire (droite) de  $E_x$  vers la loi normale dans le cas de 200 simulations à 100 ondes planes.

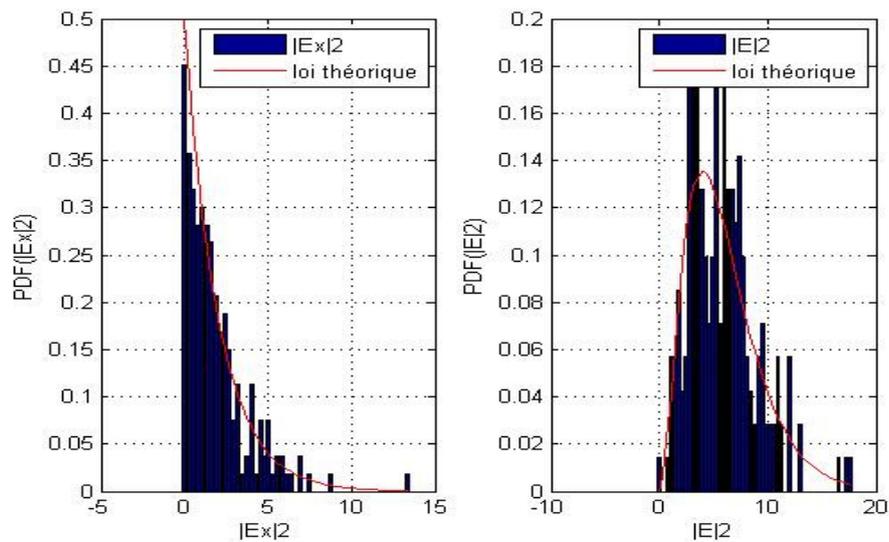


Fig.49 : Convergence de  $|E_x|^2$  à gauche et  $|E|^2$  à droite vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 et d'ordre 6

### 2.4.2.1.1. Optimisation du modèle de Hill

La superposition de  $N$  ondes planes augmente le temps de calcul que se soit par la méthode MTL ou par la FDTD. Pour cela, nous réduisons ce nombre à dix afin de vérifier si nous obtenons par la suite un bon accord entre les simulations et les mesures.

La figure (Fig. 50) montre l'histogramme de 60 simulations FDTD sur un point d'observation positionné dans la surface vide de Huygens (sans carte). La fréquence d'observation est de 1GHz. Le nombre d'ondes planes est 10. Le test de khi2 vérifie la convergence vers les lois de khi2 à 5%.

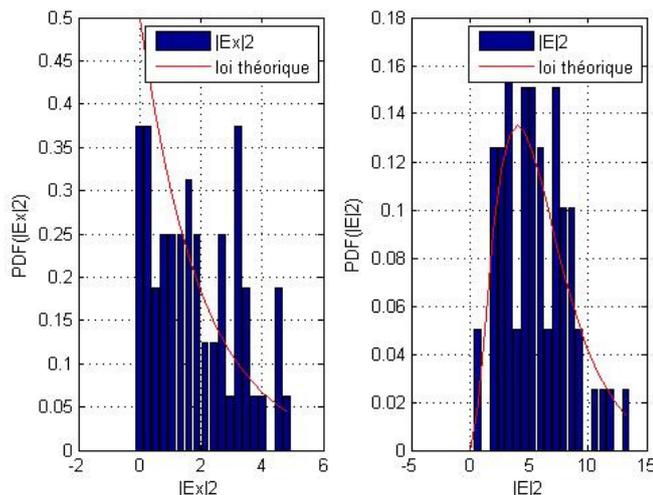


Fig. 50 : Convergence de  $|E_x|^2$  à gauche et  $|E|^2$  à droite vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 et d'ordre 6 en utilisant 10 ondes planes.

De plus, le test de khi2 a donné un bon résultat pour un nombre minimal de simulations. Nous abordons le cas de 30 simulations FDTD contenant 10 ondes planes à une fréquence de 1GHz. Sur la figure (Fig. 51) montre la convergence de  $|E_x|^2$  à gauche et  $|E|^2$  vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 et d'ordre 6.

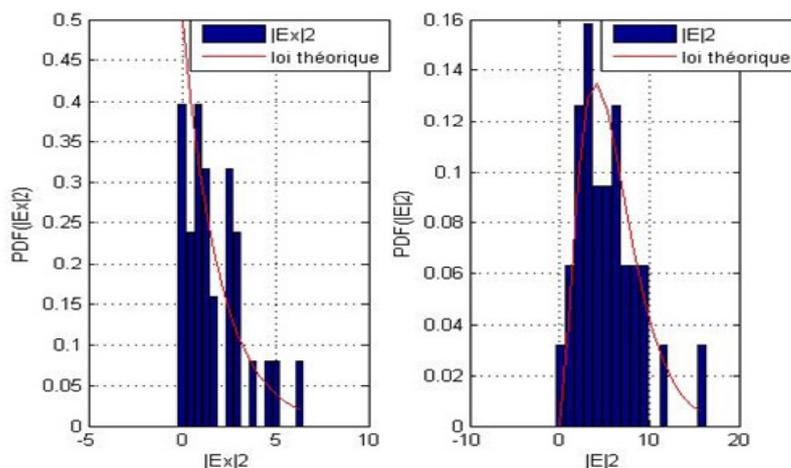


Fig. 51 Convergence de  $|E_x|^2$  à gauche et  $|E|^2$  à droite vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 et d'ordre 6 en utilisant 30 simulations et 10 ondes planes.

### 2.4.2.2. La deuxième stratégie

La deuxième stratégie est équivalente à la première du point de vue statistique. Elle permet d'obtenir la convergence du champ vers les lois statistiques en effectuant un seul tirage à N ondes planes (un fichier de simulation). Les statistiques se font par rapport au nombre de points observés sur une surface à l'intérieur de la surface de Huygens (Fig. 52). La surface prise est de  $1.2m^2$ . Nous injectons 100 ondes planes (sino gaussienne) et nous prenons 450 points d'observation à une fréquence de 1 GHz, le test de khi2 donne un bon résultat à un seuil de 5%. La figure (Fig.53) montre la partie réelle et imaginaire de  $E_x$ . Les deux parties sont indépendantes. Les histogrammes

des parties réelles et imaginaires de  $E_x$  sur la figure (Fig.54) convergent fortement vers la loi normale.

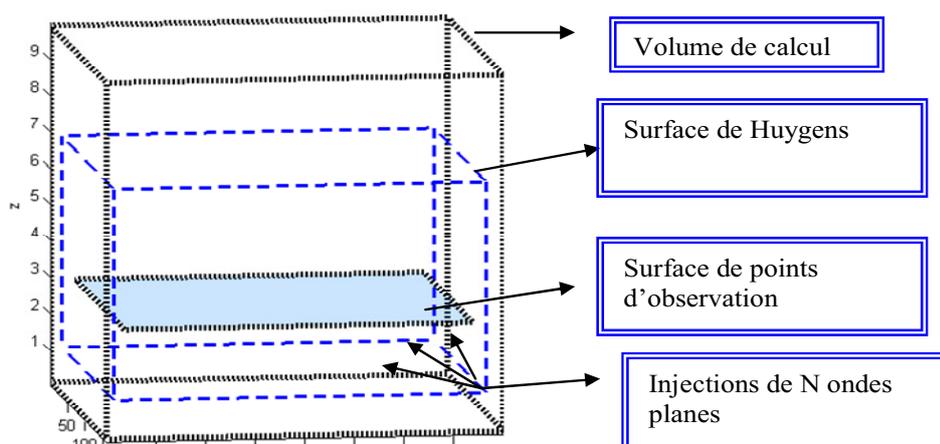


Fig. 52 : Surface des points d'observation dans la surface de Huygens du FDTD

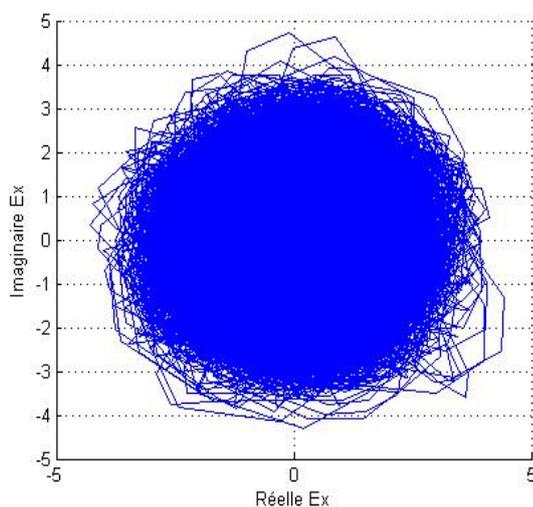


Fig.53 : Indépendance des réelles et imaginaires  $E_x$  sur 450 points à une fréquence de 1 GHz.

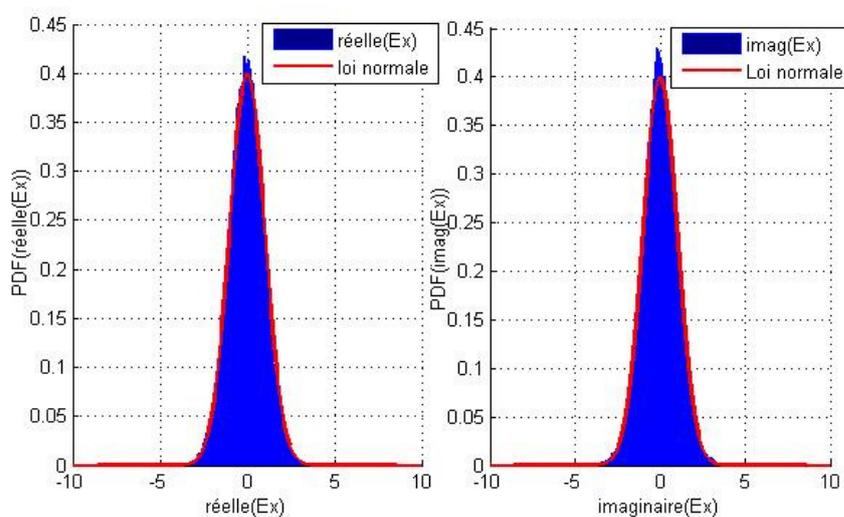


Fig.54 : Convergences des parties réelles  $E_x$  (gauche) et imaginaires  $E_x$  (droite) vers la loi normale

En conséquence, les résultats des figures précédentes montrent que les lois des  $\chi^2$  d'ordre 2 et 6 caractérisent bien le comportement de la composante  $E_x$  et  $E$  consécutivement (Fig.55, Fig.56).

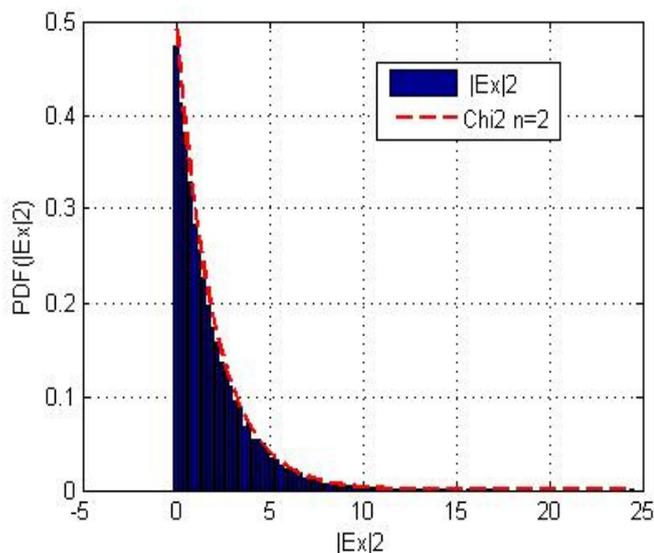


Fig.55 : Convergence optimale du  $|E_x|^2$  vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 sur 450 points à une fréquence de 1 GHz.

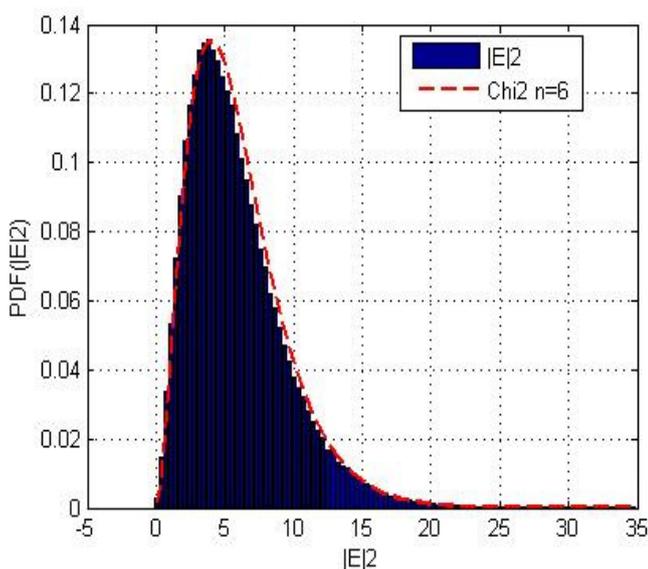


Fig.56 : Convergence optimale du  $|E_x|^2$  vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 sur 450 points à une fréquence de 1 GHz.

Pour montrer l'importance du nombre de points sur les statistiques présentées, nous prenons un échantillon de 9 points sur la surface de  $1.2m^2$ . Le test de khi2 échoue et  $|E_x|^2$  n'atteint pas la convergence vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 (Fig.57).

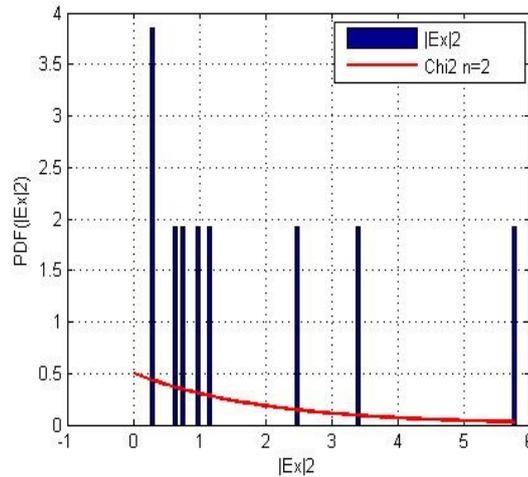


Fig.57 : Convergence optimale du  $|E_x|^2$  vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 sur 9 points à une fréquence de 1 GHz.

La bande de fréquence utilisée pour étudier le couplage se situe entre 200 MHz et 2 GHz. Nous démontrons le bon comportement du champ, même sur des surfaces qui pourraient être plus petites que la longueur d'onde. Pour cela, nous effectuons le même calcul sur la surface de  $1.2\text{m}^2$  en testant la convergence du champ sur une fréquence minimale. La figure (Fig. 58) montre la convergence du champ à 200 MHz.

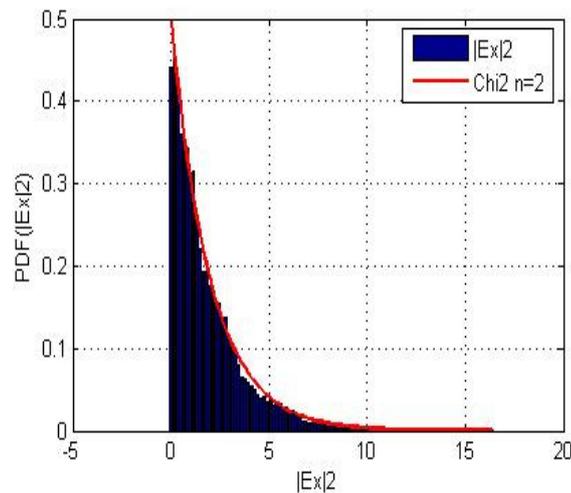


Fig. 58 : Convergence optimale du  $|E_x|^2$  vers la loi de  $\chi^2$  d'ordre 2 sur 450 points à une fréquence de 200 MHz.

Après avoir illustré les deux stratégies qui vérifient la présence d'un champ homogène et isotrope en simulation, nous allons utiliser celle la plus adaptée au principe de la mesure en CRBM. Le nombre d'ondes planes est lié aux réflexions des ondes sur les parois de la chambre tandis que le nombre des simulations est lié aux positions indépendantes du brasseur. Le nombre d'ondes planes choisi dans nos cas est de 100 ondes planes avec 60 simulations. Le nombre d'ondes et de simulations n'est pas lié donc aux caractéristiques physiques de la chambre mais plutôt à un compromis, entre un nombre suffisant de simulations pour atteindre la convergence vers les lois théoriques et le temps de calcul. Il sera toujours possible d'utiliser un nombre variable de simulations. Ainsi, nous pourrons utiliser un nombre variable d'ondes planes ce qui est dépendant du test de  $\chi^2$ , des ressources informatiques disponibles et de la fiabilité des résultats.

*En conclusion, l'homogénéité du champ est obtenue par deux stratégies statistiques. Le nombre de simulations et de points d'observation joue un rôle primordial dans la convergence du champ EM vers les lois statistiques.*

## 2.5. Configurations des cartes caractérisées

Dans un premier temps nous proposons deux types de cartes à une seule piste, qui vont être utilisées dans le cadre de ce travail. La susceptibilité en mode rayonné de ces cartes va être testée dans deux chambres différentes : anéchoïque et réverbérante. Nous nous intéressons à évaluer les niveaux de tensions et de courants dus à l'influence des impédances terminales des pistes. Les configurations géométriques et physiques des cartes (Fig.59) sont présentées dans le Tableau 2.

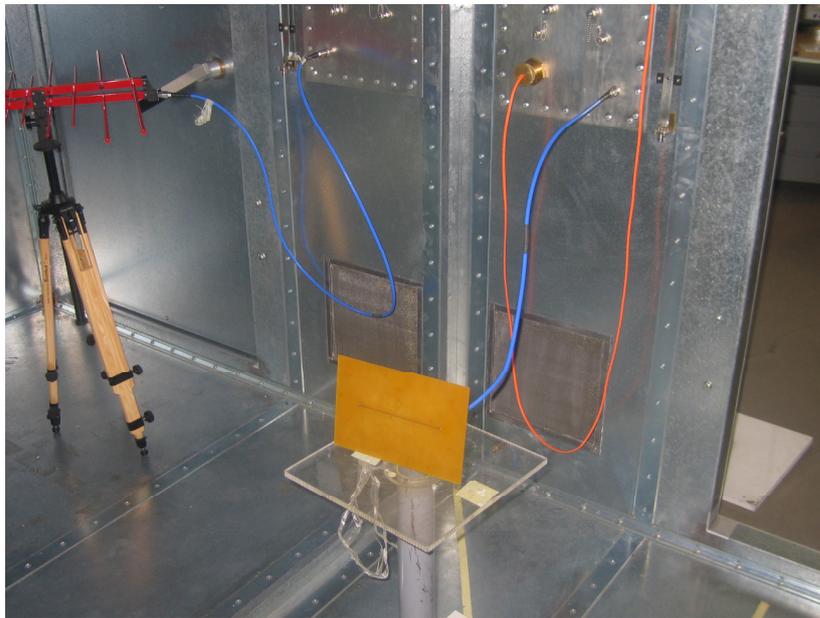


Fig.59 : Carte sous test

Tableau 2 : Configurations des cartes

Cartes	Permittivité relative	Plan de masse	Largeur de conducteur	Longueur de la piste	Epaisseur de conducteur
CarteA	4.6	23.5 cm×16 cm	0.91 mm	15 cm	45 μm
CarteB	4.6	20 cm×16 cm	1 mm	9 cm	20 μm

La première étape consiste à comparer les mesures des cartes effectuées en chambre anéchoïque avec les simulations réalisées MTL afin de valider le modèle de couplage champ-carte (modèle de Taylor). Les tensions induites et calculées sur une charge terminale permettent d'étudier le niveau de couplage champ-piste dans le cas d'illumination par une onde plane. Une fois que nous obtenons des résultats cohérents entre les simulations et les mesures, nous passons à la deuxième étape qui consiste à évaluer le couplage dans une ambiance réverbérante. Nous comparons les mesures des tensions couplées en chambre réverbérante avec les simulations qui utilisent le théorème de superposition des ondes planes (modèle de Hill).

## 2.6. Validation des simulation en chambre anéchoïque

Une chambre anéchoïque est constituée de parois absorbantes. Elle est utilisée pour mener des études dans le domaine de l'électromagnétisme et l'acoustique. Ces absorbants, ayant la forme de pyramides, sont constitués soit en polyuréthane chargé d'un complexe à base de carbone ou de ferrites. La forme pyramidale des absorbants est presque standard dans toutes les chambres anéchoïques, car elles sont légères et économiques. Ces absorbants jouent un rôle primordial dans l'absorption et dans l'atténuation du champ.

La chambre anéchoïque à XLIM (Fig.60) a une dimension de 6 m en longueur sur 4.8 m en largeur, avec une hauteur de 2.8 m. Ces proportions permettent d'obtenir des conditions de champ lointain pour des dispositifs compacts à partir 500 MHz, avec une limite supérieure de 12 GHz. L'antenne d'émission est un cornet qui travaille entre 500 MHz et 12 GHz. Les différentes mesures hyperfréquences sont réalisées grâce à un analyseur de réseau vectoriel WILTRON 360. Ce dispositif permet une détermination précise et rapide des divers paramètres à mesurer dans la bande de fréquences de 10 MHz à 40 GHz. La distance entre l'antenne et l'équipement sous test est de 3 m. L'équipement sous test (EST) est connecté par un câble coaxial à l'analyseur de réseau. L'antenne d'émission est liée à une source d'alimentation qui est souvent l'analyseur de réseau. Les appareils sont contrôlés par un logiciel ce qui permet l'automatisation des mesures et la collecte des résultats. La carte est placée sur un axe contenant deux moteurs qui effectuent des rotations de 360° afin de contrôler le type d'incidence et de couplage (Fig.60) (magnétique, électrique et hybride) ainsi que la polarisation du champ de l'antenne d'émission.



Fig.60 : Chambre anéchoïde du laboratoire XLIM

La procédure expérimentale consiste à mesurer le paramètre  $S_{21}$  entre l'antenne cornet en émission et la carte sous test. Toutefois, on cherche à comparer l'expérimentation avec la simulation, c'est pourquoi le résultat issu de la mesure est corrigé dans le but d'avoir une tension sur la carte normalisée par rapport au champ incident appliqué sur celle-ci. La correction de la mesure tient compte de l'atténuation de l'onde entre l'antenne d'émission et la carte sous test

comme indiqué ci-après. La figure (Fig. 61) montre le principe de mesure dans la chambre anéchoïque :

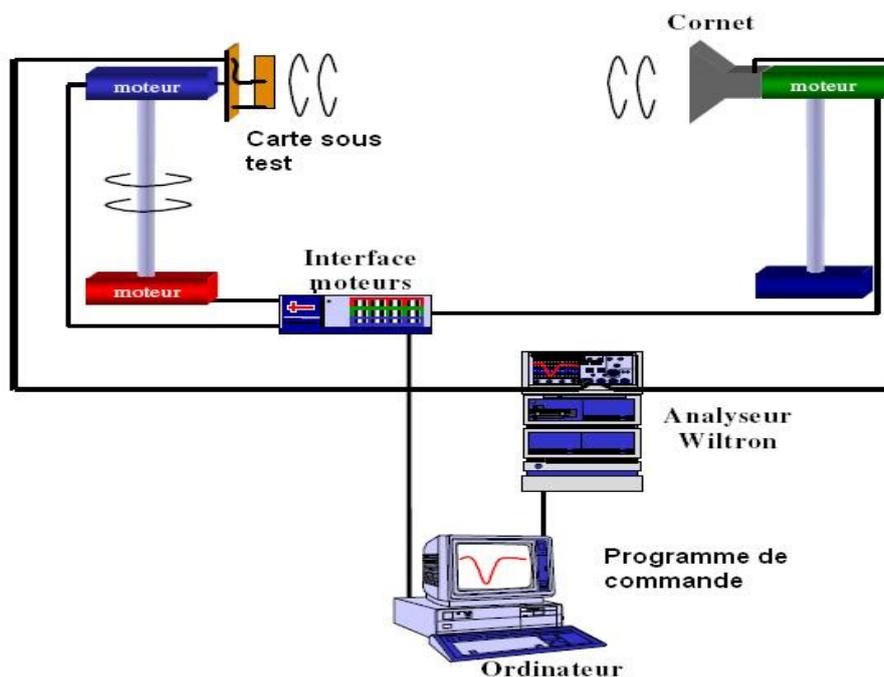


Fig. 61 : Principe de mesure dans la chambre anéchoïque

Nous allons détailler la relation entre la tension normalisée et le  $S_{21}$ . Le module carré du  $S_{21}$  s'écrit :

$$|S_{21}|^2 = \frac{|V_2|^2}{|V_1|^2} = \frac{P_2}{P_1} \quad \text{Eq. 83}$$

La tension  $V_1$  est définie aux bornes de la charge  $Z_0 = 50\Omega$  de la carte.  $V_2$  est la tension de l'antenne cornet de l'émission.  $G_c$  est le gain de l'antenne cornet et l'impédance  $\eta_0$  vaut  $120\pi$ .  $P_1$  et  $P_2$  sont les puissances émises et reçues, définies par les deux formules suivantes :

$$P_1 = \frac{2\pi r^2 |E_{inc}|^2}{\eta_0 G_c} \quad \text{Eq. 84}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \frac{|V_2|^2}{Z_0} \quad \text{Eq. 85}$$

En substituant les équations (Eq. 84), (Eq. 85) dans l'équation (Eq. 83), nous obtenons la tension normalisée par rapport au champ incident :

$$\left| \frac{V_2}{E_{inc}} \right|_{dB} = 11.76 + 20 \log_{10} |S_{21}| - 10 \log_{10} |G_c| \quad \text{Eq. 86}$$

Nous nous intéressons à mesurer la tension induite aux bornes de la charge terminale de la piste. Cette charge est la résistance interne ( $50\Omega$ ) du câble coaxial lié à l'analyseur de réseau. Ainsi, le gain va être compensé par l'atténuation de 11.76 dB associée à la propagation de l'onde sur une distance de 3 m. Par conséquent, les valeurs de  $V_2$  normalisée (mesures corrigées) vont être très proche du  $S_{21}$  mesurées.

### 2.6.1. Étude de cas

La carte est constituée d'une ligne microruban sur la figure (Fig. 62). La carte A du Tableau 2 est chargée par  $R_s$  qui est la charge interne ( $50 \Omega$ ) du câble coaxial relié à l'analyseur du réseau de la chambre anéchoïde. L'autre extrémité  $R_L$  est chargée soit par  $50 \Omega$ , soit par un circuit ouvert.

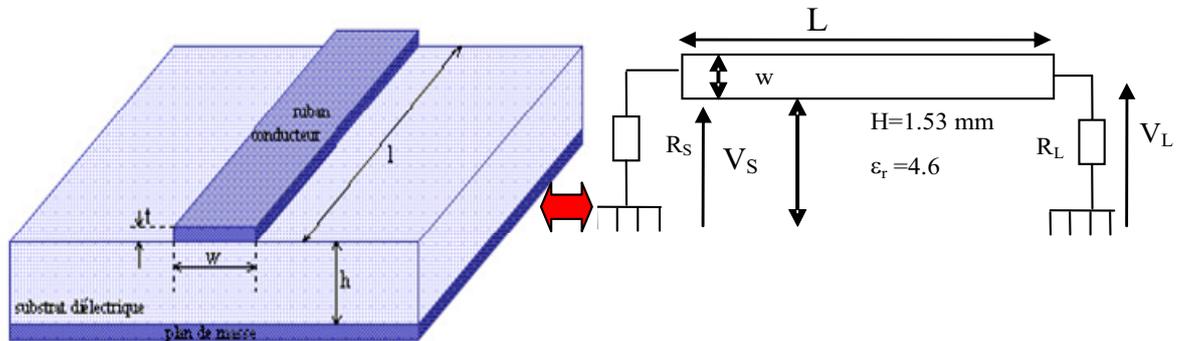


Fig. 62 : Ligne microruban avec  $R_s$  côté de l'analyseur de réseau ( $50 \Omega$ ) et  $R_L$  à modifier.

Dans le premier cas test  $R_L=50\Omega$ , l'incidence est normale et le couplage est magnétique avec  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$  et  $\gamma=0^\circ$ . La figure (Fig.63) montre la comparaison entre la simulation par la MTL de la carte A et les mesures dans la chambre anéchoïque.

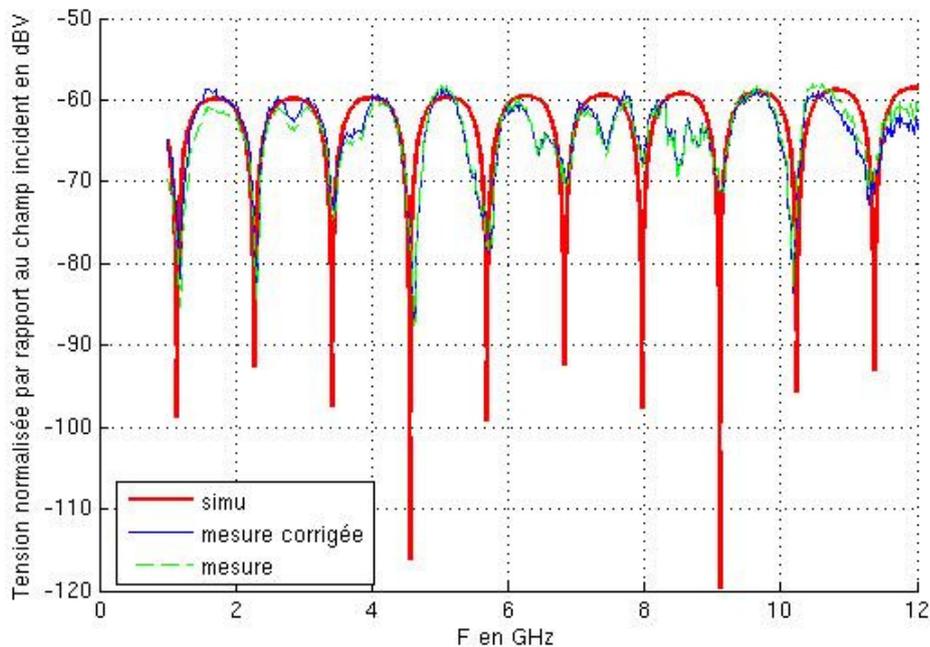


Fig.63 : Tension normalisée par rapport au champ incident pour  $R_L=50 \Omega$ .

La courbe verte représente le paramètre  $S_{21}$  entre l'antenne cornet et la carte. Les mesures corrigées représentent les tensions normalisées par rapport au champ incident sur la carte. La présence des charges  $50 \Omega$  ne permet pas de visualiser les résonances mais plutôt les antirésonances. On remarque un excellent accord entre la simulation par le code des théories des lignes MTL et les mesures.

Le couplage se retrouve aussi pour une incidence quelconque. L'antenne cornet est en polarisation verticale. La carte placée sur un axe verticale pilotée par un moteur a été placée d'une telle manière que l'onde envoyée par l'antenne d'émission illumine par un angle de  $45^\circ$ . Nous trouvons un très bon accord dans le cas du couplage hybride ( $\theta=45^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$  et  $\gamma=0^\circ$ ) (Fig.64).

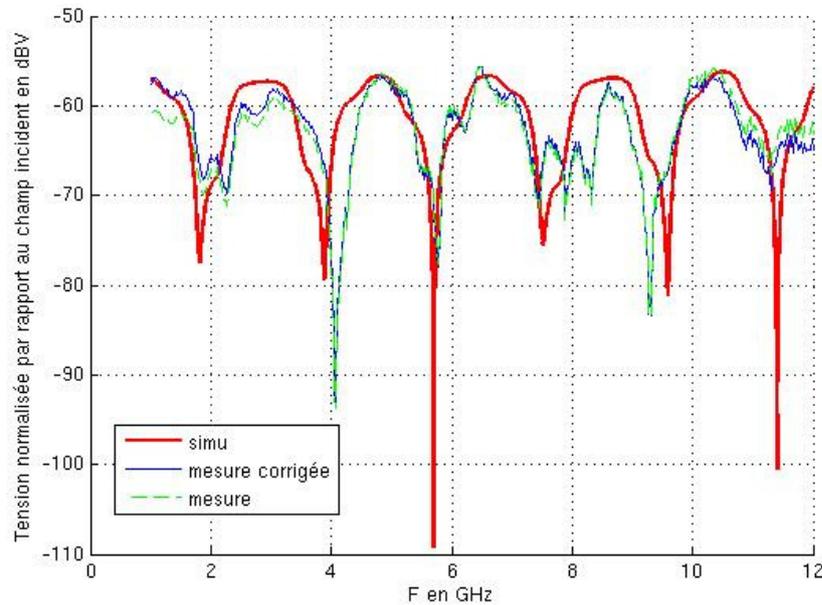


Fig.64 : Couplage hybride de la carte A pour  $R_L=50\Omega$

Nous posons maintenant la charge  $R_L=CO$  (circuit ouvert). Le couplage est magnétique ( $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$  et  $\gamma=0^\circ$ ). Nous trouvons sur la figure (Fig. 65) un niveau d'amplitude plus fort car le coefficient de réflexion sur la charge  $R_L$  est égal à -1. Ceci provoque beaucoup des réflexions qui seront absorbées par la charge  $R_S$  (régime établi).

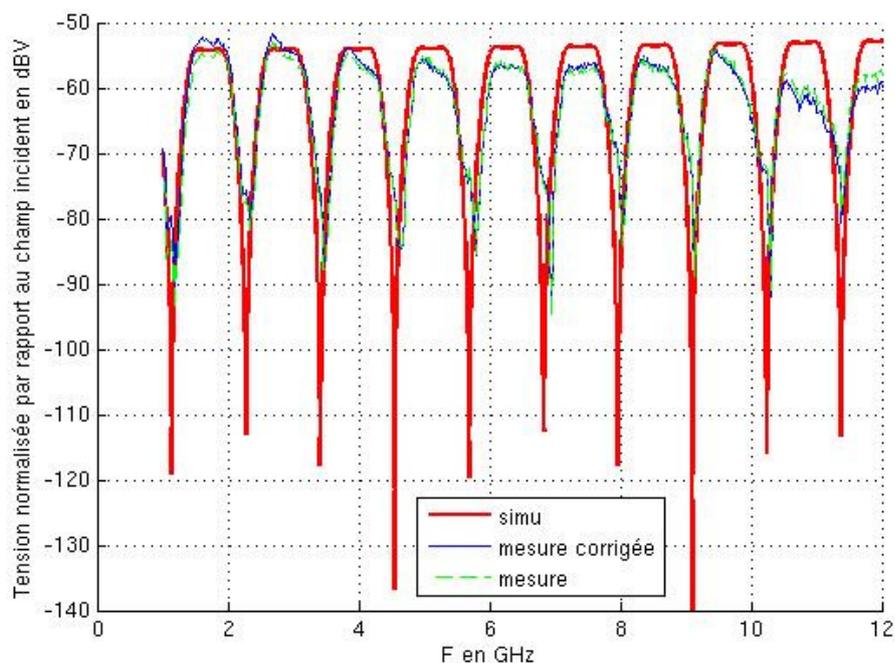


Fig. 65: Tension en dBV sur la charge  $R_S$  ( $R_L=CO$ )

Le deuxième cas test est effectué sur la carte B où la piste est moins longue. Elle a une longueur  $L=8.9$  cm. La charge  $R_L$  est en circuit ouvert CO et le couplage est magnétique ( $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$  et  $\gamma=0^\circ$ ) (Fig. 66).

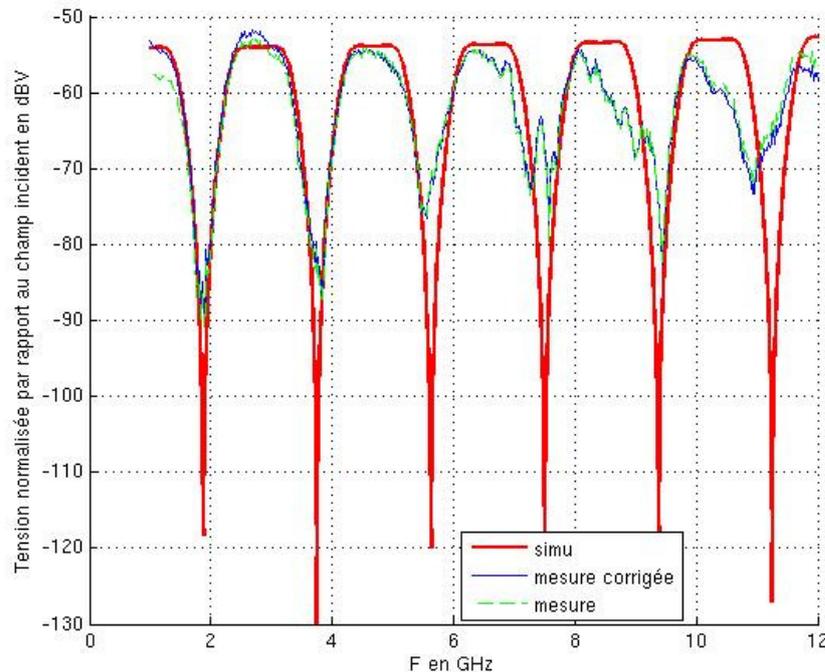


Fig. 66 : Tension en dBV sur  $R_S$  de la carte B ( $R_L=CO$ ,  $L=8.9$ cm)

En comparant les résultats sur la figure (Fig. 66) avec ceux sur la figure (Fig. 65), nous remarquons les mêmes niveaux d'amplitude en fréquentiel. L'influence de la longueur de la piste n'a pas de conséquence sur les niveaux d'amplitudes de la tension. Le seul fait marquant se situe sur le décalage des antirésonances.

## 2.7. Résultats en chambre réverbérante

Les mesures dans la chambre anéchoïque valident le modèle théorique de couplage en illuminant les pistes par une seule onde plane. Nous pouvons désormais utiliser le modèle de superposition des ondes planes (modèle de Hill) pour étudier le couplage champ carte dans un milieu réverbérant. Les cartes configurées sont simulées par FDTD et MTL. Elles sont placées en espace libre et illuminées par  $N$  ondes planes. Notre objectif est identique à celui recherché en chambre anéchoïque : observer l'effet des charges aux extrémités sur les valeurs de tensions calculées. De plus, nous allons montrer la simplicité de l'application du modèle de Hill car il est indépendant de la fréquence et du facteur de qualité  $Q$  de la CRBM.

### 2.7.1. Principe de mesure et de simulation

Pour les mesures effectuées en CRBM, la carte sous test est placée dans le volume utile (Fig. 67) et à une distance ( $\lambda/4$ ) des parois métalliques et du brasseur. Elle est connectée à un analyseur de spectre via un câble coaxial. La puissance injectée dans la chambre est de 13 dBm. Le

câble coaxial connecté à l'un des ports de la carte, a une charge interne de  $50 \Omega$ . Il est possible de remplacer le câble coaxial par une fibre optique (chaîne mélopée) pour éviter les interférences électromagnétiques qui risquent d'être créées et ainsi améliorer la qualité de mesure.

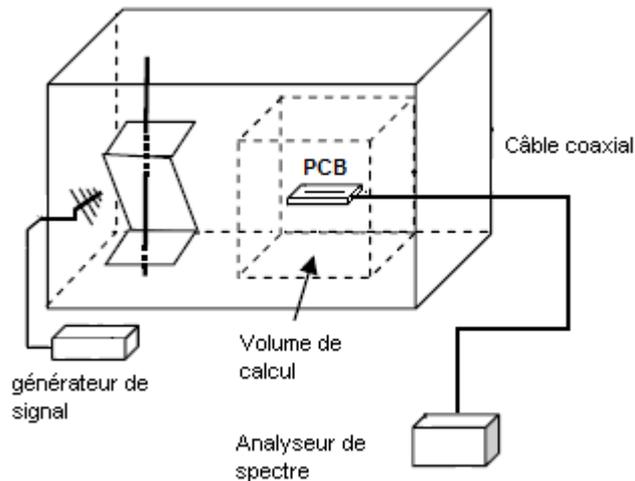


Fig. 67 : Configuration du banc de mesure dans la CRBM

Avec un angle de  $6^\circ$ , nous pouvons effectuer 60 pas de brasseur. À chaque pas, l'analyseur de spectre relève les valeurs des tensions mesurées à la sortie du câble ou de la fibre optique sur toute la bande de fréquence allant de 200 MHz à 2 GHz. Ensuite, nous calculons les valeurs moyennes et maximales de ces tensions à chaque fréquence par rapport au nombre de pas du brasseur (60 pas). Nous normalisons ces tensions mesurées par rapport au champ moyen recueilli par le capteur tri-axial placé dans le volume utile.

Le principe des simulations est identique à celui de la mesure. Nous simulons donc 60 fichiers FDTD et MTL en admettant que chaque pas de brasseur est équivalent à un fichier de simulation. Ce dernier contient une superposition de 100 ondes planes. Pour les simulations par FDTD, la carte possède un plan de masse fini puisqu'elle est introduite à l'intérieur de la surface de Huygens (Fig.68). La charge  $R_S$  de  $50 \Omega$  équivaut à la charge interne du câble coaxial. Les simulations par la MTL supposent un plan de masse infini pour les cartes, ce qui est équivalent à un plan de masse à l'intérieur des couches absorbantes PML dans la FDTD.

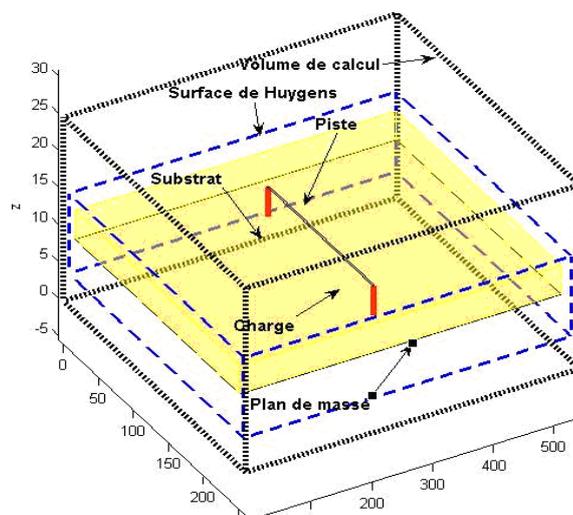


Fig.68 : Carte à l'intérieur de la surface de Huygens simulée par FDTD

La réalisation d'un nombre suffisant de simulations permet d'obtenir les valeurs moyennes et maximales des tensions calculées sur une charge terminale. Ces valeurs sont calculées à chaque fréquence de la bande étudiée. Les formules ci-dessous montre le principe de calcul des tensions :

$$V_{\text{moyenne}} = \frac{1}{N_{\text{simulations}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{simulations}}} V_i \quad \text{Eq. 87}$$

$$V_{\text{max}} = \text{Max}(V_{i=1,\dots,60}) \quad \text{Eq. 88}$$

De manière similaire à la normalisation effectuée dans les mesures, ces tensions moyennes et maximales sont normalisées par rapport au champ moyen. Celui-ci est calculé sur un point d'observation dans la surface de Huygens en injectant 100 ondes planes et en effectuant 60 simulations par FDTD. Les valeurs moyennes et maximales du champ s'écrivent:

$$E_{\text{moyen}} = \frac{1}{N_{\text{simulations}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{simulations}}} E_i \quad \text{Eq. 89}$$

$$E_{\text{max}} = \text{Max}(E_{i=1,\dots,60}) \quad \text{Eq. 90}$$

### 2.7.2. La normalisation dans un milieu réverbérant

La méthode de normalisation utilisée dans les mesures est basée sur la division des tensions moyennes par rapport aux champs moyens mesurés par le capteur de champ. Idem pour la simulation, nous calculons les tensions moyennes normalisées sur le champ moyen simulé sur un point d'observation à chaque fréquence. Dans les travaux réalisés par [18] [19], une autre technique de normalisation est basée sur la relation entre l'amplitude  $E_0$  et le champ réel dans la CRBM (Eq.78). L'amplitude est constante, ce qui facilite l'obtention du niveau du champ en simulation suivant le nombre et l'amplitude de chaque onde plane constituant le spectre illuminant.

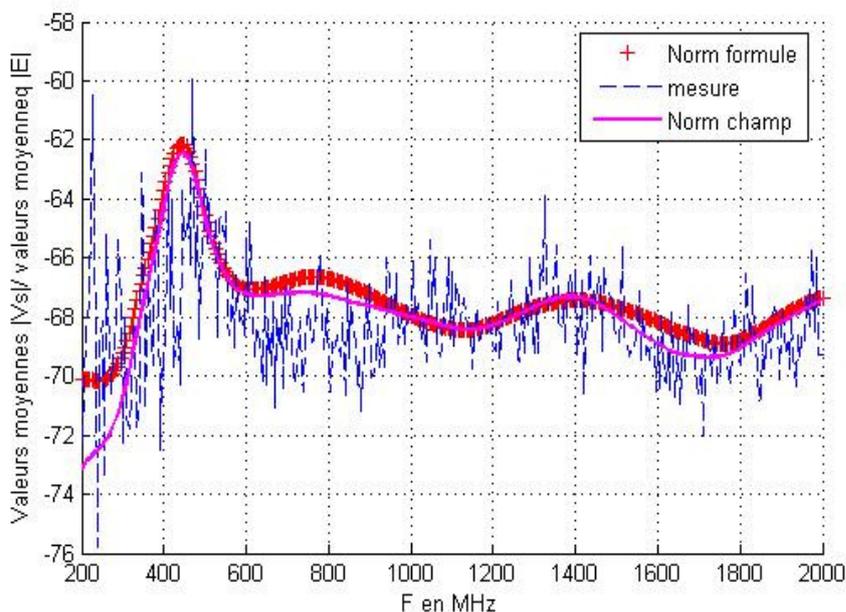


Fig. 69 : Les deux types de normalisations, comparés aux mesures ( $R_L=R_s=50\Omega$ )

Sur la figure ci-dessus, les résultats de normalisation de la tension simulée et mesurée sur la carte A par les deux approches sont semblables mise à part une légère différence à certaines fréquences. L'équation (78) est une référence pour avoir les mêmes niveaux de champ dans le cas où l'amplitude est constante. Entre les deux courbes obtenues par simulation, la différence est de +2 dB en basse fréquence. Nous trouvons aussi une différence de +1 dB entre (650 MHz et 1 GHz) et (1450 MHz et 1750 MHz). Nous constatons alors que la simulation s'accorde bien avec les mesures.

### 2.7.3. Comparaison mesures/simulations

La charge  $R_L$  de la figure (Fig. 62) prend les valeurs suivantes : court circuit, circuit ouvert et  $50 \Omega$ . Nous comparons les résultats de simulations par FDTD et MTL et les mesures en CRBM. Les résultats du module de champ total  $|E|$  sont calculés par 60 simulations FDTD dans le cas où  $E_0=1$  v/m et ils sont comparés aux résultats mesurés en CRBM comme le montre la figure (Fig. 70) :

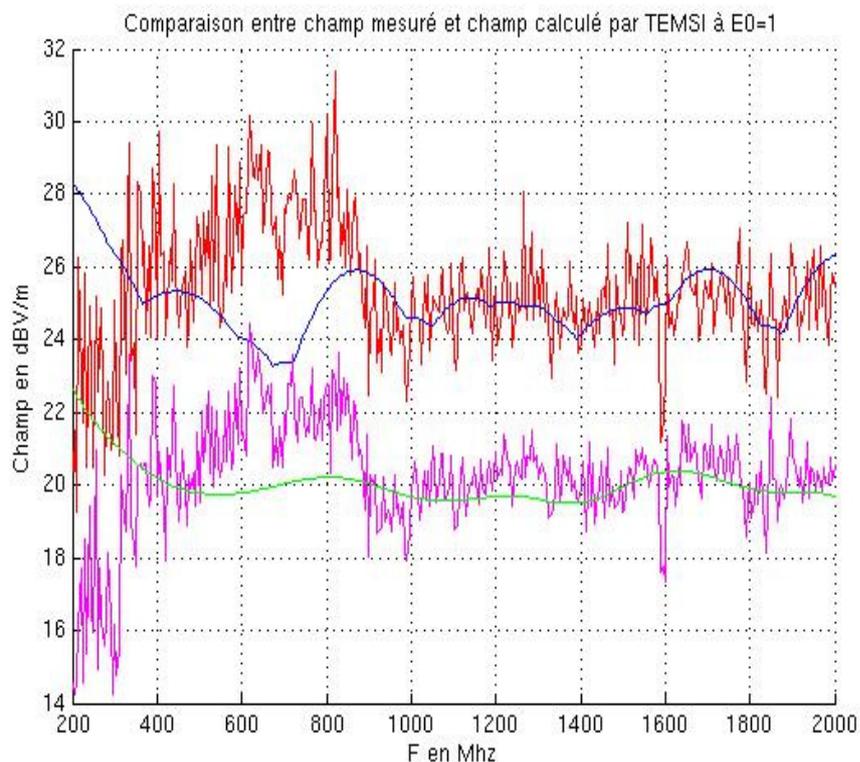


Fig. 70 : Comparaison entre le champ mesuré et simulé par FDTD.

Nous remarquons l'écart de +7dB entre les valeurs moyennes (courbe rose) et les valeurs maximales (courbe rouge) du champ relevé par le capteur du champ sur 60 pas de brasseur. C'est une manière de caractériser l'homogénéité du champ car les parties réelles et imaginaires sont réparties suivant une loi normale. Le même écart est obtenu en simulation entre les valeurs moyennes (courbe verte) et les valeurs maximales (courbe bleu). Il n'est pas obligatoire d'avoir le même niveau de champ entre la simulation et la mesure. Nous pourrions avoir des niveaux différents si nous posons une valeur variable de l'amplitude  $E_0$ .

Avant de comparer les simulations avec les mesures en CRBM, nous avons comparé les tensions  $V_s$  mesurées par l'analyseur de spectre via un câble coaxial ou via une chaîne mélodée

(Fibre optique). Les mesures relevées par la fibre optique ne sont pas influencées par des perturbations et des rayonnements comme ceux générés par le coaxial. L'utilisation de la fibre optique augmente le temps de mesure dû à l'acquisition des valeurs.

Nous montrons les résultats des deux configurations en prenant le cas où  $R_L$  de la carte A est en court circuit. Sur les figures (Fig. 71, Fig. 72), nous remarquons une légère différence d'amplitude de l'ordre de +4dB entre la chaîne mélodée et le câble coaxial. Cette différence est notable en basse fréquence et particulièrement entre 200 MHz et 500 MHz. En haute fréquence, nous remarquons une différence de moins de +2dB.

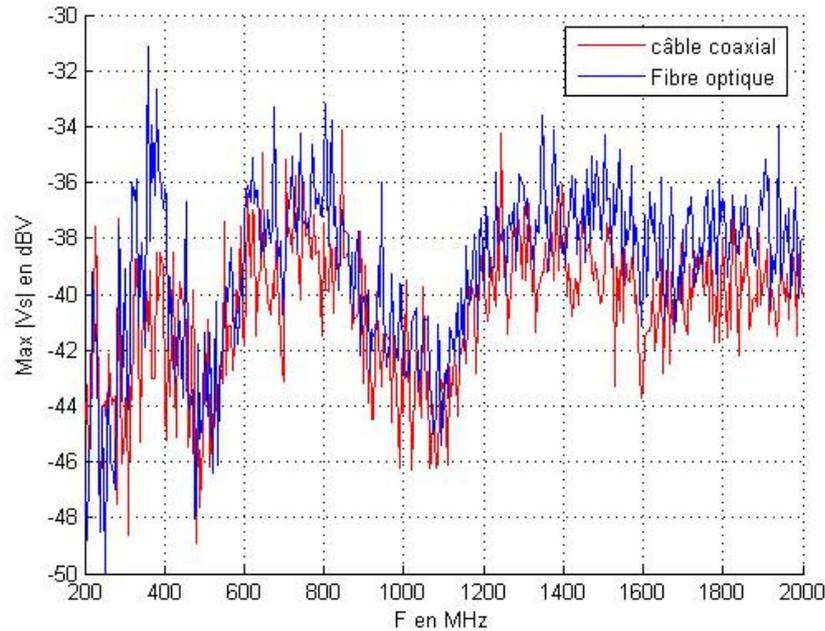


Fig. 71 : Comparaison de la tension maximale en dBV du port  $R_S$  entre câble coaxial et fibre optique

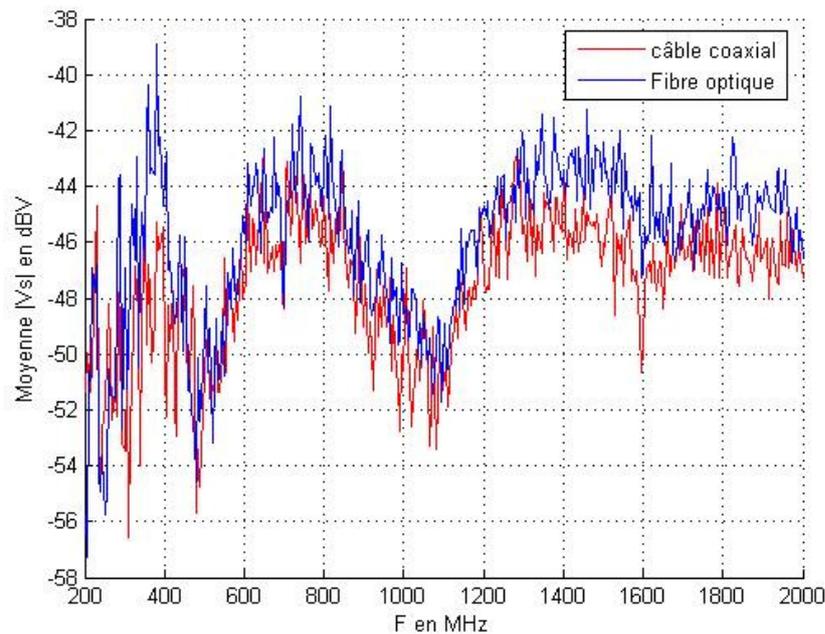


Fig. 72 : Comparaison de la tension moyenne en dBV du port  $R_S$  entre câble coaxial et fibre optique

Les comparaisons de mesures entre chaîne et câble ont montré une légère différence. Finalement, nous avons donc utilisé les résultats du câble coaxial car il offre un temps de mesure beaucoup plus rapide que celui avec la chaîne. La première comparaison entre les simulations et les mesures correspond à la carte A avec  $R_L$  en court circuit (CC) (Fig. 73)

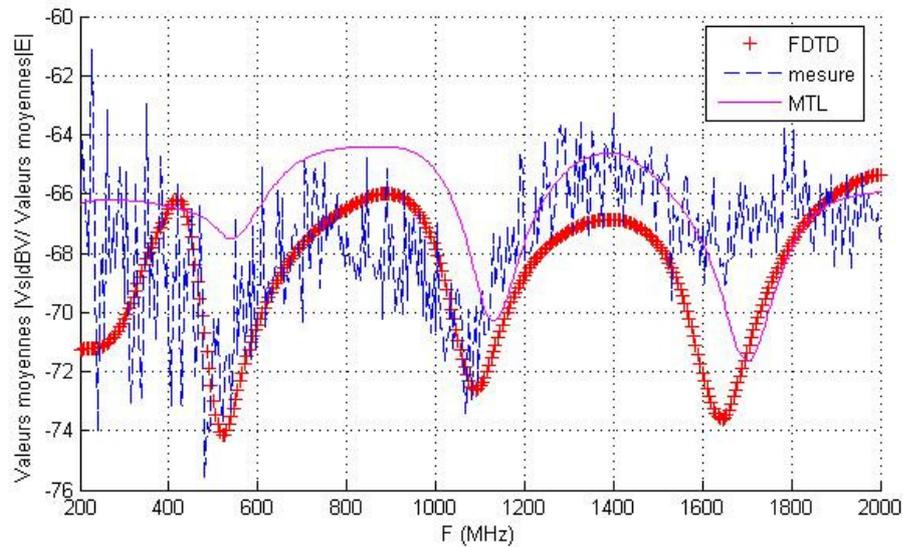


Fig. 73 : Tension moyenne  $V_s$  normalisée par rapport à la moyenne des champs  $|E|$  sur le port  $R_s$  en utilisant 60 simulations FDTD et MTL (courbe rouge et rose) comparées à la moyenne des tensions mesurées sur 60 pas de brasseur ( $R_L=CC$ )

Nous effectuons ensuite le cas où  $R_L = 50\Omega$  pour la carte A (Fig. 74). Il est intéressant aussi de regarder l'effet de la charge  $R_L = CO$  dans le cas de la carte B ( $L=8.9cm$ ) (Fig. 75)

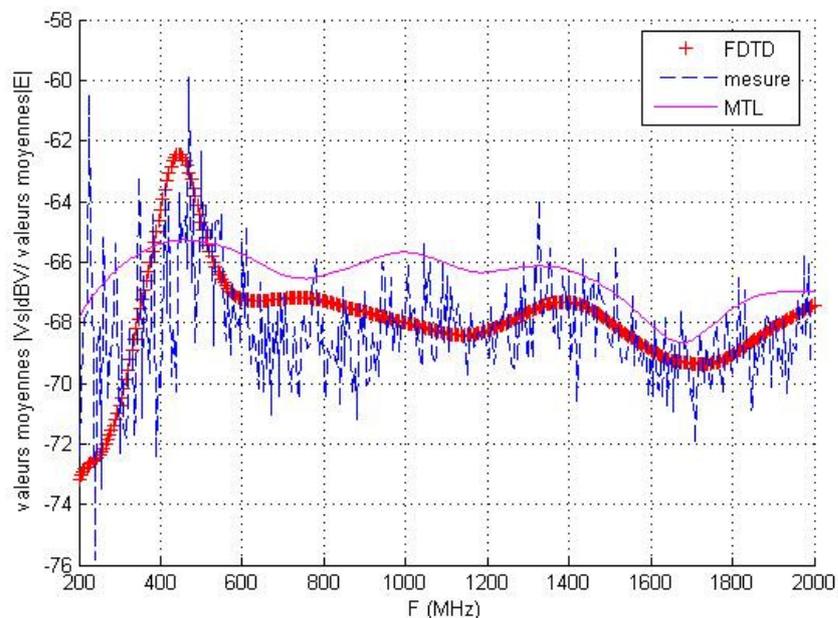


Fig. 74 : Tension moyenne  $V_s$  normalisée par rapport à la moyenne des champs  $|E|$  sur le port  $R_s$  en utilisant 60 simulations FDTD et MTL (courbe rouge et rose) comparé à la moyenne des tensions mesurées sur 60 pas de brasseur ( $R_L=50\Omega$ )

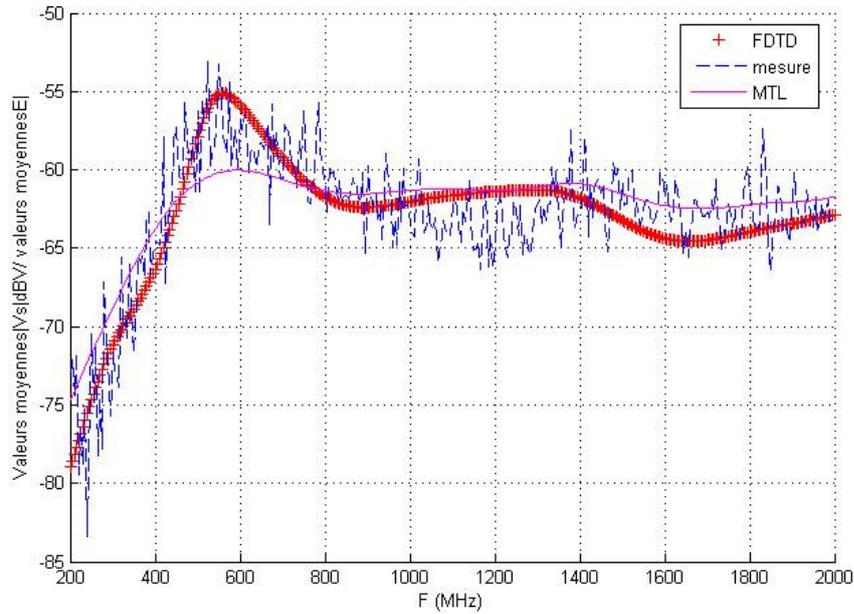


Fig. 75 : Tension moyenne Vs normalisée par rapport à la moyenne des champs |E| sur le port  $R_s$  de la carte B en utilisant 60 simulations FDTD et MTL (courbe rouge et rose) comparée à la moyenne des tensions mesurées sur 60 pas de brasseur ( $R_L=CO$ )

Suivant les trois résultats présentés ci-dessus, nous remarquons que les courbes FDTD s'accordent bien avec les mesures à l'inverse des cas simulés par MTL. Il existe deux différences dans la comparaison entre les courbes. La première est la présence de résonances entre 200 MHz et 600 MHz. Nous l'expliquons par l'influence du plan de masse fini dans la simulation par FDTD. Ce plan fini provoque la présence de courants en mode commun qui apparaissent dans les résonances dans le domaine fréquentiel. A titre d'exemple, nous comparons le courant calculé sur le port 1 d'une ligne microruban chargée de  $1000 \Omega$  sur un plan fini avec un courant sur un plan infini (calcul FDTD). Le port 2 de cette ligne est chargé par  $50\Omega$ . Nous illuminons la carte par une seule onde plane en couplage magnétique ( $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$  et  $\gamma=0^\circ$ ) (Fig. 76).

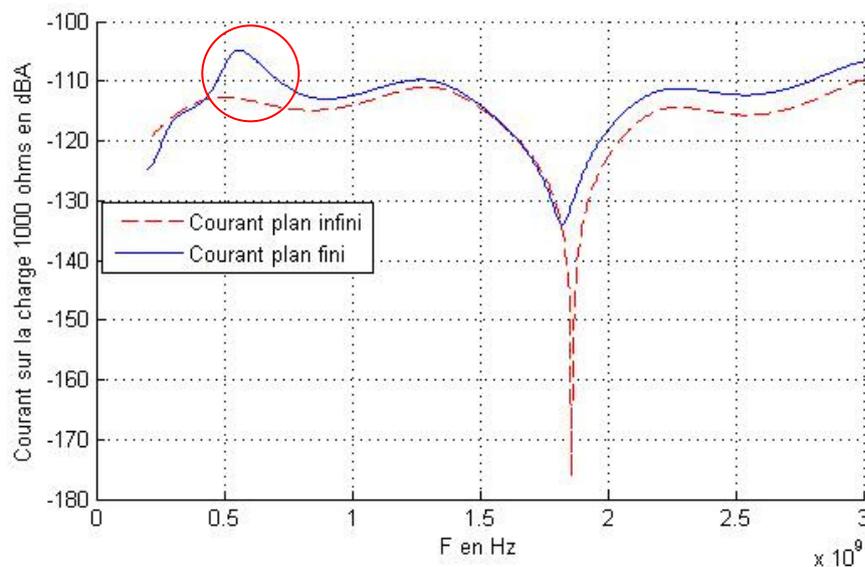


Fig. 76 Comparaison des courants calculés sur la charge  $1000\Omega$  dans le cas des plans de masse fini et infini – calcul FDTD

Nous remarquons la présence de résonances de courants en mode commun sur la courbe correspondante au plan de masse fini entre 200 MHz et 600 MHz. D'autres raisons peuvent aussi aider à expliquer la possibilité d'avoir des différences : l'incertitude dans les mesures et le facteur de qualité de la chambre.

La deuxième différence remarquée est le niveau élevé des amplitudes des courbes MTL par rapport à la FDTD et aux mesures. En effet, l'incidence de la carte en MTL se fait au-dessus du plan de masse puisque l'angle d'incidence  $\theta$  est défini entre  $[0, \pi/2]$ . La carte est donc illuminée dans un hémisphère. Les 100 ondes planes injectées seront toutes couplées directement avec le conducteur, ce qui n'est pas le cas avec la FDTD et les mesures. Avec ces deux dernières approches, la carte est illuminée dans une sphère, c'est-à-dire par-dessus et par-dessous le plan de masse.

## 2.8. Résultats obtenus par un nombre minimal d'ondes planes

Le test de Khi2 avec seuil de risque  $\alpha = 5\%$  montre que les résultats obtenus par 60 simulations pour 100 ondes planes s'accordent bien avec les mesures. Cependant, nous avons vu que le test de Khi2 a donné un bon résultat pour 60 simulations avec 10 ondes planes. Nous allons donc réduire le nombre d'ondes planes à dix afin de vérifier si nous obtenons un bon accord entre la simulation et les mesures.

Nous introduisons la carte A (présentée ci-dessus) à l'intérieur de la surface de Huygens et nous effectuons 60 simulations FDTD dont chacune contient 10 ondes planes. Les tensions moyennes normalisées sont comparées avec les résultats issus de 60 simulations FDTD à 100 ondes planes. Simultanément, elles sont comparées aux tensions moyennes mesurées dans la CRBM (Fig. 77).

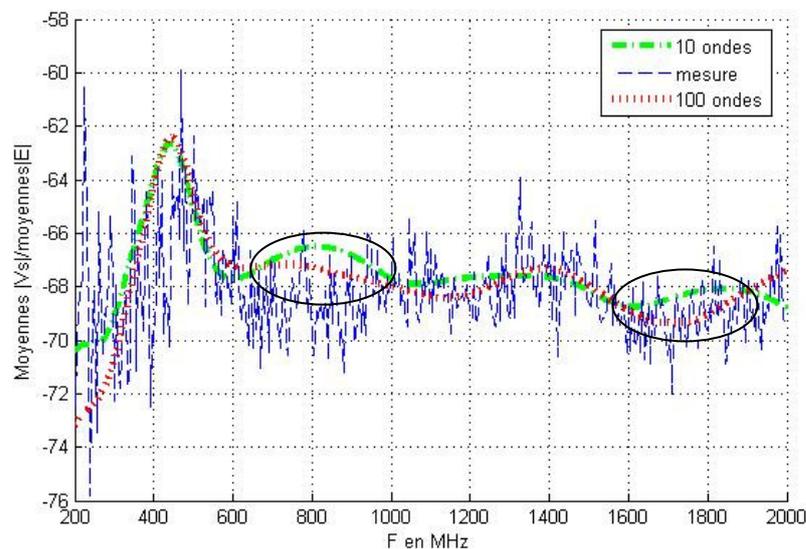


Fig. 77 : Comparaison de 60 simulations FDTD (10 ondes planes : courbe verte, 100 ondes planes (courbe rouge) avec les mesures (courbe bleue).

Nous constatons un très bon accord de 400 MHz à 600 MHz entre les simulations et les mesures. Une petite différence de niveau (2dB) subsiste entre les simulations à 100 ondes planes (courbe rouge) et les simulations à 10 ondes planes (courbe verte). Ces différences se situent en basse fréquence. Une légère différence de (+1dB) se situe entre 600 MHz et 1000 MHz ainsi

qu'entre 1600 MHz et 2000 MHz. Il est clair aussi que la courbe à 100 ondes est plus proche des mesures que celle à 10 ondes planes.

## 2.9. Carte avec adaptateur d'impédance

Les mesures des cartes précédentes sont réalisées avec un accès connecté à l'analyseur du spectre dont la résistance du câble blindé est de  $50 \Omega$ . L'objectif d'un adaptateur est d'assurer une jonction entre une charge haute impédance ( $1.9K\Omega$ ) à la sortie de la piste et l'entrée du câble coaxial. La figure (Fig. 78) montre la structure en T de l'adaptateur constitué des trois résistances de type CMS (charge montée en surface).

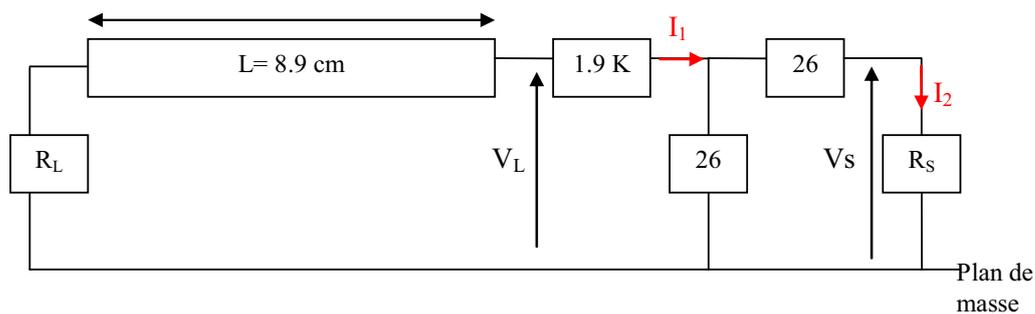


Fig. 78 : Adaptateur d'impédance en structure T

Le pont diviseur de tension présente un rapport théorique de 150 entre  $V_s$  et  $V_L$ .

$$V_s = \frac{V_L}{150} \quad \text{Eq. 91}$$

Nous avons donc effectué 100 simulations via la méthode MTL. La carte à plan de masse infini a été simulée sans adaptateur en tenant compte de la longueur des petites pistes entre les résistances. La longueur totale de la piste (avec résistances) sera 10.2 cm. La charge  $R_s$  dans ce cas est équivalente à  $1.9 K\Omega$ . La carte est illuminée par 100 ondes planes dans chaque simulation. La tension mesurée à l'aide du câble coaxial ( $50 \Omega$ ) en CRBM est multipliée par un facteur 150 afin de pouvoir la comparer avec la tension  $V_L$  simulée soit aux bornes de  $1.9 k\Omega$ .



Fig. 79 : Carte avec adaptateur d'impédance

Prenons le cas où  $R_L =$  court-circuit (CC),  $R_s = 1.9 k\Omega$  (Fig. 80). Ainsi, les caractéristiques de cette carte sont :

- Longueur  $L=10.2$  cm
- Largeur de la piste = 0.91 mm
- Hauteur de substrat = 1.53 mm
- Constante diélectrique = 4.6

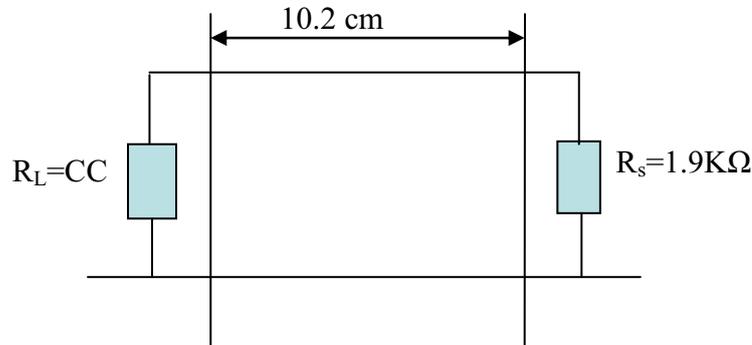


Fig. 80 : Carte sans adaptateur d'impédance,  $L=10.2$  cm,

La figure (Fig. 81) montre la comparaison entre les tensions moyennes simulées par MTL et celles mesurées en CRBM. Les tensions mesurées sont corrigées par un facteur de 150 afin de revenir aux bornes de la charge  $1.9$  k $\Omega$ .

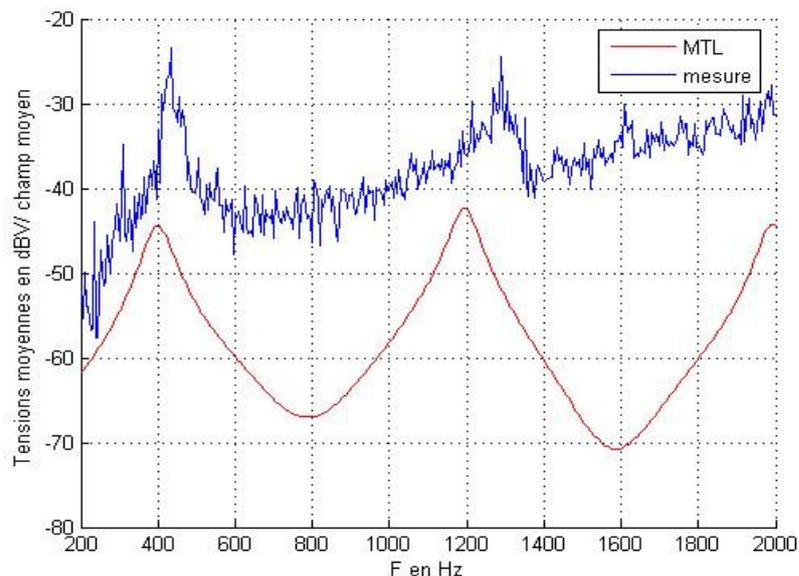


Fig. 81 Comparaison ente la tension moyenne simulée sur la charge  $1.9$  k $\Omega$  (à partir de 100 simulations MTL) et la tension moyenne mesurée en CRBM

On remarque une grande différence entre les mesures et les simulations par MTL. Les niveaux des tensions en mesure sont plus hauts que ceux en simulation. De plus, nous trouvons une différence de plus de +20dB entre les amplitudes. Cependant, les résonances à  $\lambda/4$  sont bien observées.

Nous avons déjà remarqué que la MTL impose certaines limites liées à la présence de plan de masse infini et l'illumination des cartes. De plus, nous n'avons pas modélisé les résistances qui peuvent être à l'origine du problème. Par conséquent, nous modéliserons la carte avec l'adaptateur via les différences finies FDTD. Nous reprenons donc la configuration de la carte sur la figure (Fig.

78). Les cas étudiés correspondent au  $R_L=CO, 50\Omega$  (Fig. 82, Fig. 83). La résistance  $R_S$  est toujours  $50\Omega$ . La tension moyenne normalisée par rapport au champ moyen donne les résultats suivants :

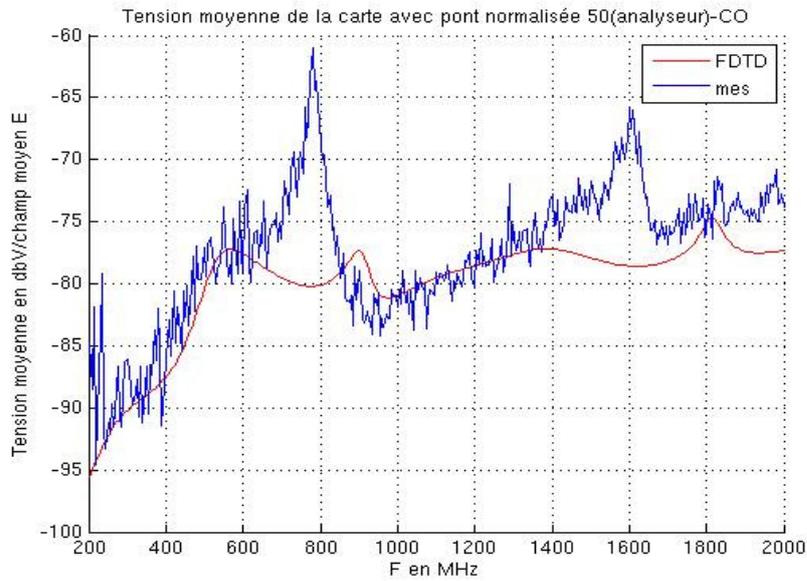


Fig. 82 : Comparaison des tensions moyennes simulation/mesure pour  $R_L=CO\Omega$

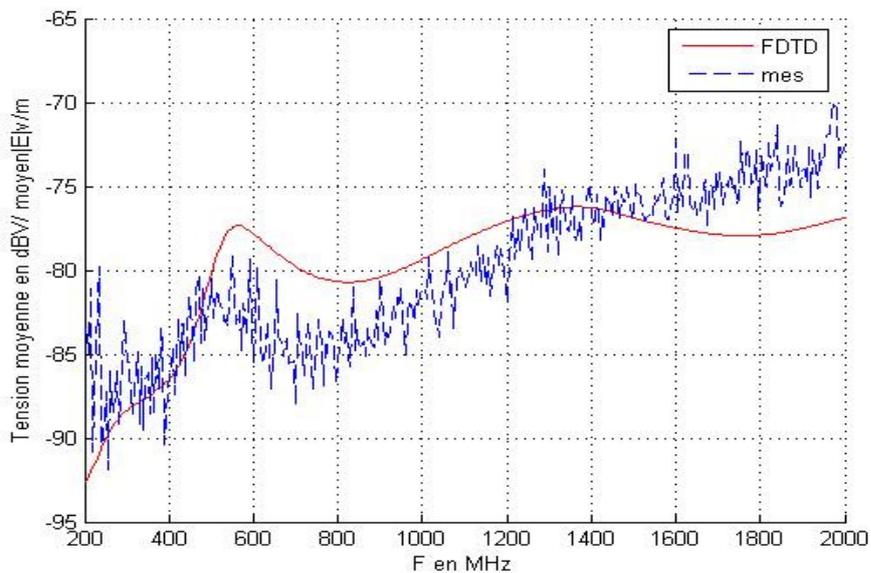


Fig. 83 : Comparaison des tensions moyennes simulation/mesure pour  $R_L=50\Omega$

Sur les deux figures précédentes, les résultats obtenus par 60 simulations FDTD contenant 100 ondes planes montrent qu'on a les mêmes niveaux entre les simulations et les mesures. Cependant, les amplitudes sont très différentes. Les résonances sont décalées sur la courbe de simulations. Ceci est dû à la longueur électrique ajoutée par les résistances.

Nous allons réaliser quelques simulations afin de clarifier l'origine de ce problème. La carte présentée sur la figure (Fig. 78) est simulée par FDTD en illuminant la carte par une seule onde plane. L'incidence est normale. De manière similaire, nous simulons la carte sans adaptateur comme le montre la figure suivante :

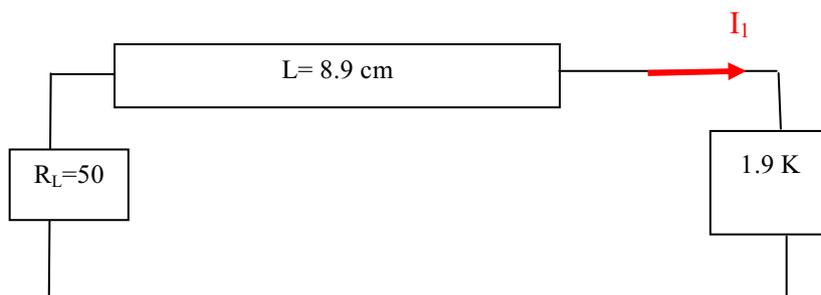


Fig. 84 Carte sans adaptateur

Dans une première étape, nous comparons les courants  $I_1$  tracés sur les figures (Fig. 84 et Fig. 78). Nous trouvons des courants identiques avec un petit décalage en haute fréquence. Ceci est dû à la présence de la résistance  $26 \Omega$  qui rajoute des longueurs électriques (Fig. 85).

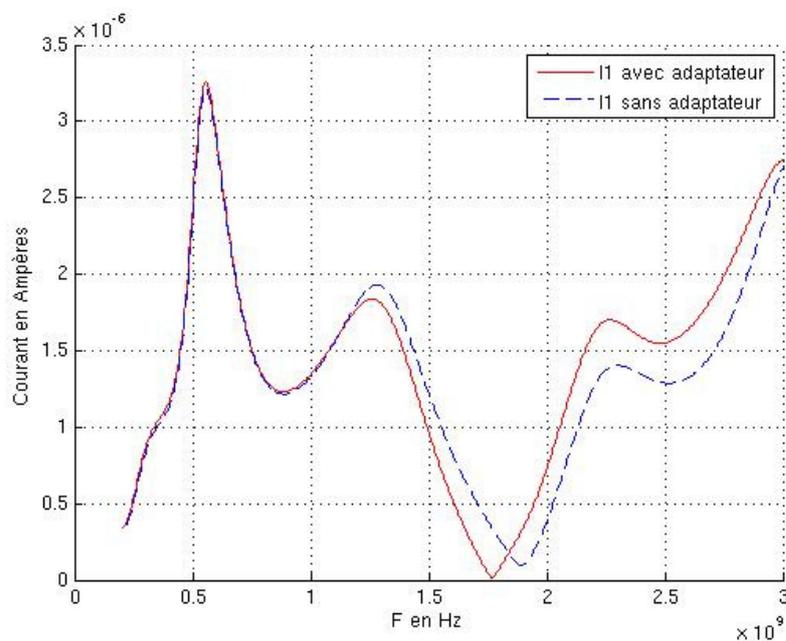


Fig. 85 Comparaison du courant  $I_1$  entre une carte avec et sans adaptateur

Dans un second temps, nous visualisons le courant  $I_2$  de la carte avec adaptateur (Fig. 78). Ce courant est lié en théorie au courant  $I_1$  par une constante  $k=0,25$ .

$$I_2 = 0.25 \times I_1 \tag{Eq. 92}$$

Il faut à l'aide de cette équation retrouver la même allure que le courant  $I_1$ . Sur la figure (Fig. 86), nous comparons le courant  $I_1$  avec celui obtenu de la division de  $I_2$  par (0.25).

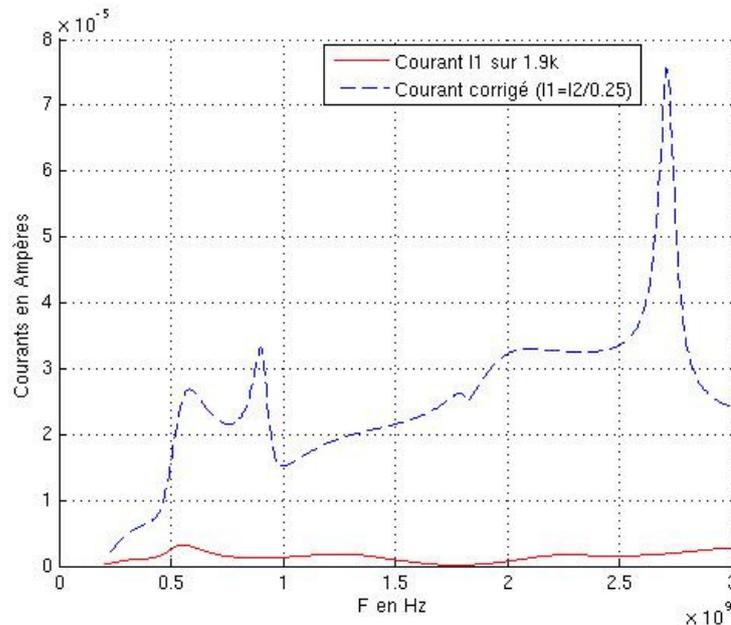


Fig. 86 Comparaison entre le courant  $I_1$  et  $I_1=I_2/0.25$

Nous remarquons que le courant  $I_1$  corrigé est à un niveau dix fois plus fort que le courant  $I_1$  normal. Le comportement est très différent. Nous constatons les mêmes effets du plan de masse en basse fréquence. Cependant, nous n'avons pas les mêmes résonances entre les deux courbes. Ceci est dû aux courants du mode commun créé par le plan de masse fini qui perturbent le fonctionnement de l'adaptateur d'impédance.

## 2.10. Conclusion

Le modèle du couplage champ piste (modèle de Taylor) a été validé par les mesures des cartes test dans la chambre anéchoïque. Les simulations des tensions normalisées par rapport au champ incident ont été réalisées par la MTL. Les tensions calculées pour plusieurs valeurs de charges aux extrémités des pistes s'accordent très bien avec les mesures dans la chambre anéchoïque. Par conséquent, nous avons utilisé le logiciel Lamlim de MTL pour étudier le couplage champ-carte en ambiance réverbérante. Le modèle probabiliste de Hill fréquentiel et temporel a été présenté et validé par deux stratégies statistiques différentes permettant de caractériser l'homogénéité et l'isotropie du champ.

Les deux stratégies ont montré par les histogrammes et le test de  $\chi^2$  la convergence des composantes du champ et du champ total vers les lois théoriques. Nous avons aussi démontré l'importance d'augmenter le nombre de simulations ou des points d'observations pour atteindre une convergence optimale vers les lois statistiques. Les résultats de simulations par FDTD et MTL, pour plusieurs types de charges d'extrémités s'accordent bien avec les mesures dans la chambre réverbérante à l'exception des simulations faites par MTL.

Les différences trouvées avec la méthode MTL montrent l'effet des plans de masse sur les résonances de la ligne à basse fréquence. Cet effet est dû au courant de mode commun créé par le plan de masse et qui s'ajoute aux courants calculés sur la charge d'extrémité où l'on recueille les résultats. La différence d'amplitude a montré l'effet de la rectification des conditions de polarisation du champ dans le domaine temporel. L'illumination de la carte par MTL se fait dans un hémisphère (au dessus du plan de masse), ce qui résulte une amplitude plus importante ( $\sim +3\text{dB}$ ). La méthode de

la théorie des lignes MTL est donc limitée pour étudier la susceptibilité des cartes à l'inverse de la FDTD qui a donné des résultats plus cohérents avec les mesures. Le modèle de Hill représente le champ en espace libre. Il permet de prédire, le couplage dans la CRBM idéale. De plus, il produit une configuration idéale du champ, indépendamment de la taille et de la bande de fréquence utilisée. Enfin, ce modèle nous permet un gain en temps de calcul par rapport à une modélisation avec un code FDTD-3D.

L'utilisation de l'adaptateur d'impédance est très utile afin d'avoir une jonction entre le câble coaxial et une charge en circuit ouvert. La simplification de cet adaptateur par la MTL a montré une différence entre les niveaux des tensions moyennes (simulation/mesure). Ceci est dû au fait que la carte est illuminée d'un seul côté. En utilisant la FDTD, cet adaptateur pose des problèmes dus aux courants en mode commun quand le plan de masse est fini. Il sera donc intéressant de mener une investigation pour expliquer les mécanismes de couplage en mode commun et résoudre ce problème dans le futur.

Après avoir validé le modèle de couplage champ carte et le modèle de Hill, nous pourrons maintenant mener des études statistiques de la susceptibilité des cartes ce qui est l'objectif de la partie suivante.



## **CHAPITRE 3 : LES PLANS D'EXPERIENCES**

### **3.1. Introduction**

Pour effectuer une étude paramétrique d'un système, il est nécessaire dans un premier temps de savoir quelles sont les plages de variation à explorer, puis dans un deuxième temps de s'interroger, quels sont les effets des paramètres sur le système étudié ?

Nous cherchons à mener une étude paramétrique du couplage du champ électrique avec les pistes en faisant varier les paramètres géométriques, électriques de la carte ainsi que l'incidence de l'onde électromagnétique. Nous cherchons à identifier les paramètres les plus significatifs sur le courant ou la tension induite sur les conducteurs de la carte.

Dans ce cadre, l'approche des plans d'expériences est une méthode efficace pour appréhender un système multi paramètres tout en limitant le nombre d'expériences au strict minimum en fonction de critères qu'on aura précisés au préalable (hypothèse par exemple sur l'ordre des interactions entre les différentes variables dénommées aussi facteurs). Des outils d'analyse peuvent ensuite être utilisés pour identifier les paramètres (facteurs) significatifs, évaluer leurs interactions, faire de la prédiction, réaliser un processus d'optimisation. En outre, les plans expériences sont adaptés à nos exigences:

- Acquisition progressive des connaissances ;
- Nombre juste nécessaire d'expériences ;
- Précision des résultats et analyses.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à présenter un rappel théorique sur la méthode des plans d'expériences en présentant les types des plans existants. Ceci permet de se familiariser avec les termes statistiques employés. De plus, une présentation des techniques statistiques est introduite afin d'analyser les données obtenues par les plans d'expériences.

### **3.2. La stratégie traditionnelle et les plans d'expériences**

Le facteur par définition est le paramètre de réglage associé au système étudié. La modalité ou niveau est l'état dans lequel le facteur est défini. Pour évaluer l'effet d'un facteur, il faut qu'il prenne un certain nombre d'états ou modalités. Les points rouges dans la figure (Fig. 87) montrent les effets d'un facteur A à trois modalités (A1, A2 et A3). Les flèches montrent le passage d'un niveau à un autre en prenant une modalité de référence. Il y a une relation entre le nombre des effets d'un facteur et les modalités. Si  $m_i$  est la modalité d'un facteur, le nombre des effets est donc :

$$N = m_i(m_i - 1) \qquad \text{Eq. 93}$$

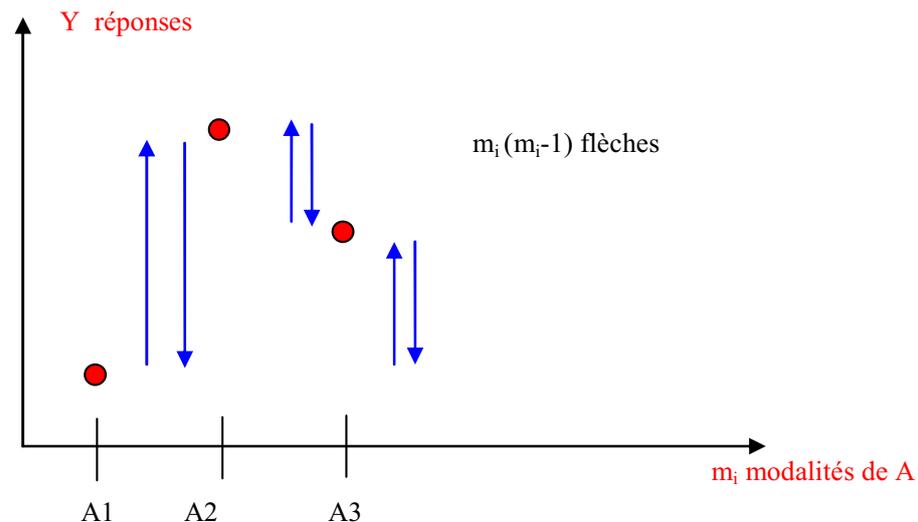


Fig. 87 : Les modalités et les effets d'un facteur

Il existe deux types de facteurs :

- Facteur qualitatif : l'ensemble que les valeurs d'un facteur peut prendre est fini. D'ici vient la définition de la modalité. Nous pouvons citer à titre d'exemple la nature du diélectrique utilisé dans la fabrication des circuits imprimés.
- Facteur quantitatif : c'est une variable continue qui possède une plage de variation. Il s'agit le plus souvent des deux bornes limitant la plage de variation de chaque facteur.

Par le domaine expérimental, on introduit un ensemble de  $k$  facteurs et nous pouvons définir un espace  $k$  dimensionnel, dans lequel chaque point représente une combinaison des valeurs possibles de ces  $k$  facteurs. Les points intérieurs à ces domaines sont les points d'expériences. Le domaine est donc dimensionné par la variation des facteurs.

Etant donné que nous avons deux formes de variables (continue et discrète), le domaine expérimental peut être classé en deux catégories :

- Domaine expérimental continu borné par des variables continues. Nous prenons deux variables continues  $X_1$  et  $X_2$ , qui forment un domaine contenant une infinité des combinaisons à réaliser.
- Domaine expérimental discret borné par des variables discrètes ou qualitatives. C'est le cas le plus utilisé grâce à la limitation des valeurs. La représentation des deux facteurs A et B dans un repère montre bien le nombre limité des expériences (Fig. 88). Ces deux facteurs sont à 2 niveaux ou modalités (A1, A2, B1 et B2).

Une fois le domaine expérimental défini, nous pouvons passer à l'étape suivante qui est de choisir la stratégie de l'étude paramétrique. La définition des domaines expérimentaux va nous servir à comprendre les conséquences amenées sur le domaine par les différentes stratégies existantes.

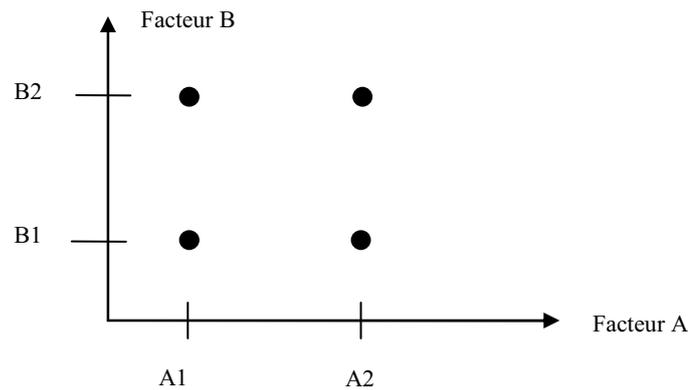


Fig. 88 : Domaine expérimental dans le cas des variables discrètes (2 facteurs A et B à 2 niveaux)

La stratégie traditionnelle consiste à faire varier successivement chacun des facteurs à chaque expérience. Elle fait varier un seul facteur tandis que les autres sont fixés à une certaine valeur. A la fin de l'expérimentation, nous pouvons tracer  $y=f(x_1)$ . Ensuite, il faut répéter toutes les expériences pour la variable ( $x_2$ ) ce qui présente un travail gigantesque et souvent irréalisable.

Deux solutions sont alors proposées : réduire le nombre de niveaux ou réduire le nombre de paramètres (facteurs). Mais l'abandon de certains paramètres laisse un doute sur la pertinence du résultat obtenu. Imaginons qu'on désire étudier simplement 7 facteurs et que l'on décide de prendre 5 points expérimentaux (niveaux) par variables (facteurs), il faut exécuter donc  $5^7=78125$  expériences si on veut réaliser toutes les combinaisons possibles. C'est évidemment irréalisable.

Le domaine expérimental dans la stratégie traditionnelle n'est pas bien exploré. Prenons un exemple de 4 facteurs à 3 niveaux. Le nombre total des combinaisons pour explorer tout le domaine expérimental est de 64 expériences. On réalise seulement 9 expériences parmi 64 comme l'indique le Tableau 3.

Tableau 3 : Stratégie traditionnelle

Facteurs	A	B	C	D
1	A1	B1	C1	D1
2	A2	B1	C1	D1
3	A3	B1	C1	D1
4	A1	B2	C1	D1
5	A1	B3	C1	D1
6	A1	B1	C2	D1
7	A1	B1	C3	D1
8	A1	B1	C1	D2
9	A1	B1	C1	D3

Suivant le tableau précédent, en faisant varier un seul facteur à chaque expérience, le domaine expérimental ne peut pas être exploré correctement (Fig.89). Les points en noir montrent les simulations réalisées. Nous remarquons les points vides du domaine expérimental qui est l'ensemble des carrés. Une seule partie de ce domaine a été découverte à l'extrémité gauche.

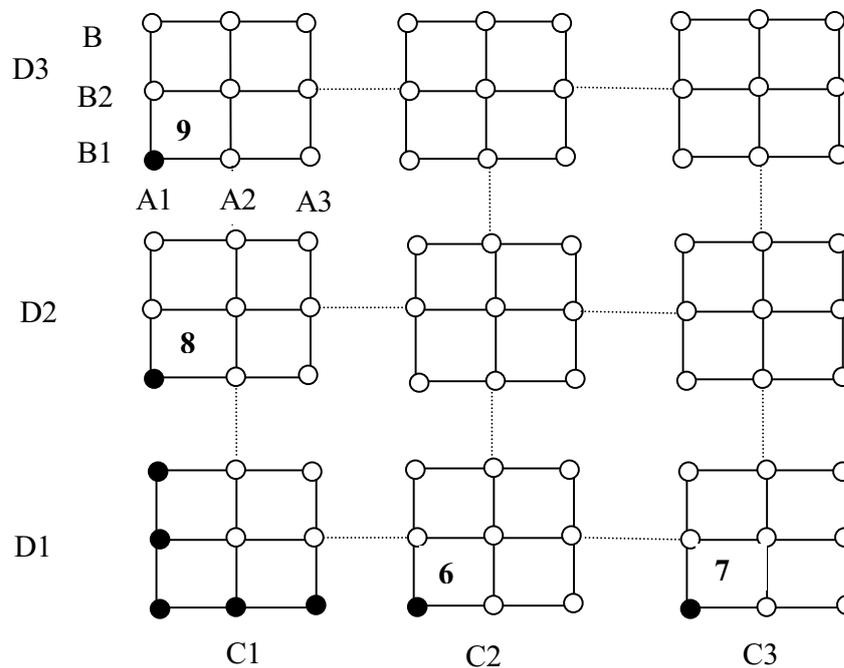


Fig.89 : Le domaine expérimental dans la stratégie traditionnelle

Nous pouvons donc constater la différence entre la méthode traditionnelle et la méthode des plans d'expériences, qui à son tour, fait varier les niveaux de tous les facteurs à la fois à chaque expérience mais de manière programmée et raisonnée comme l'indique Tableau 4.

Tableau 4 : Plan d'expériences, 4 facteurs à 3 niveaux chacun

Facteurs	A	B	C	D
1	A1	B1	C1	D1
2	A1	B2	C2	D2
3	A1	B3	C3	D3
4	A2	B1	C2	D3
5	A2	B2	C3	D1
6	A2	B3	C1	D2
7	A3	B1	C3	D2
8	A3	B2	C1	D3
9	A3	B3	C2	D1

Nous remarquons les points noirs dispersés dans tout le domaine expérimental. Cela signifie qu'on a des simulations qui nous permettent d'acquérir plus d'information sur le système de paramétrage étudié (Fig.90).

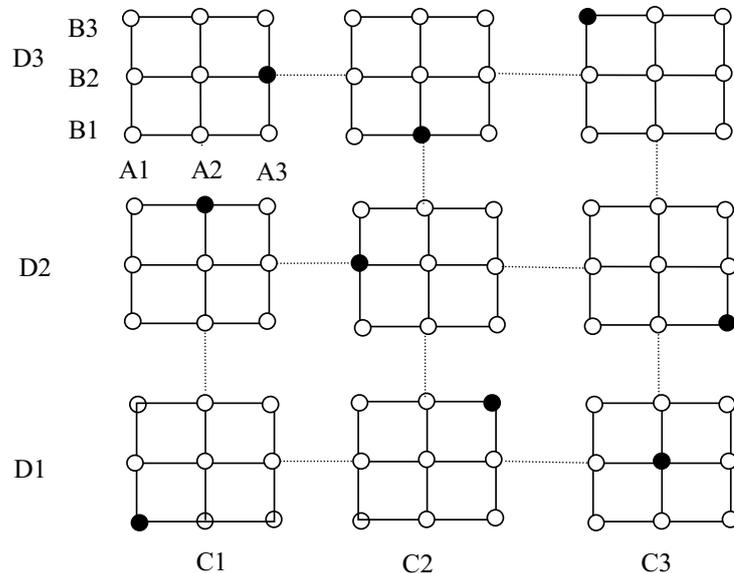


Fig.90 : Domaine expérimentale par les plans d'expériences, 4 facteurs à 3 niveaux

### 3.3. L'orthogonalité et les plans d'expériences

Les plans d'expériences sont par définition des plans orthogonaux en carré gréco latin [35][37] proposé par Fisher 1935 [39]. La nomination gréco latin vient de la disposition particulière et structurée, dans les cellules d'un carré, de caractères issus des premières lettres des alphabets grec et latin. Le carré latin composé de 9 cellules (Tableau 5) va contenir des lettres grecques comme  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  ainsi que des lettres latines A, B et C.

Tableau 5 : Tableau gréco latin à 9 cellules

	I.		
1	$\alpha^A$	$\beta^B$	$\gamma^C$
2	$\gamma^B$	$\alpha^C$	$\beta^A$
3	$\beta^C$	$\gamma^A$	$\alpha^B$

Nous effectuons une permutation circulaire vers la droite pour les lettres grecques et une vers la gauche pour les lettres latines. L'intérêt de la permutation circulaire consiste à faire apparaître chacune de ces lettres une seule fois par ligne et par colonne dans le tableau, d'où la propriété de l'orthogonalité. Ensuite, nous pouvons ramener le principe de construction du Tableau 5 vers une notation plus claire pour constituer un plan d'expérience comme dans le Tableau 4.

L'orthogonalité est une propriété intéressante dans la construction des plans d'expériences. Elle permet d'équilibrer le nombre des niveaux d'un facteur dans une ligne. Par exemple, nous pouvons associer à chaque niveau d'un facteur A, 2 niveaux de facteur B et vice versa (Fig. 91).

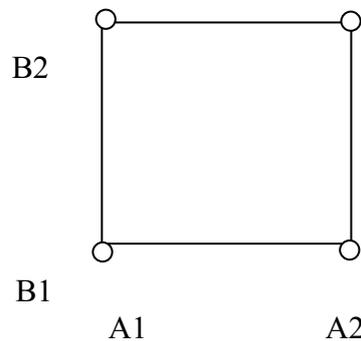


Fig. 91 : L'orthogonalité des facteurs

L'orthogonalité peut se développer pour plusieurs facteurs en même temps. Nous trouvons des plans d'expérience prêts à l'emploi tels que ceux de Fisher, Plackett et Burmann [40]. Par exemple, pour 6 facteurs, Fisher a proposé un plan de 25 expériences [41]. L'orthogonalité offre une incertitude minimale pour l'estimation des inconnues d'un problème (les effets des paramètres). Ceci est dû à l'équilibre parfait des combinaisons. Un grand avantage de l'orthogonalité est sa facilité d'analyser les résultats. Dans ce cas, les tests statistiques (détaillés plus tard) ne sont pas nécessaires car nous pouvons calculer directement les effets moyens (définis après) en utilisant les moyennes arithmétiques des réponses modélisées. L'orthogonalité permet de comparer des moyennes avec une équipartition des modalités des facteurs. Elle permet aussi d'évaluer l'effet de X1 en variant X2 et vice versa. Ce calcul sera détaillé dans les paragraphes suivants.

Enfin, les avantages des plans d'expériences sont [41][42]:

- La diminution considérable du nombre des essais ;
- La possibilité d'étudier un grand nombre de facteurs ;
- La détection des interactions entre facteurs ;
- La détection des optimaux ;
- La meilleure précision sur les résultats ;
- L'optimisation des résultats ;
- La modélisation des résultats (Conception de modèles comportementaux).

### 3.4. Définition et formalisation du problème

L'utilisation des plans d'expériences doit répondre à certains objectifs mais elle est dépendante du problème posé. Il faut dans un premier temps définir le problème d'une façon très claire pour pouvoir choisir les bonnes stratégies à appliquer [41]. Le système (problème de recherche ou industriel) peut être étudié par la méthode des plans d'expériences et peut être présenté comme étant une réponse Y qui varie suivant les paramètres de réglage (Fig.92).

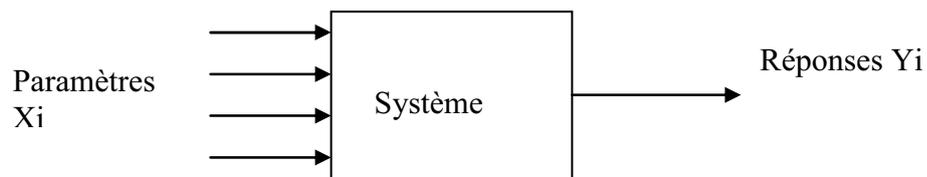


Fig.92 : Système à étudier

Nous allons détailler le système de couplage du champ électromagnétique avec les pistes en expliquant les paramètres d'entrées  $X_i$  et les réponses  $Y_i$ . Les observables d'entrée et de sortie seront définies du point de vue physique dans le chapitre suivant. Après avoir défini le problème, nous pouvons construire la matrice d'essais qui ramène à la construction des plans d'expériences.

### 3.4.1. Les paramètres d'entrée

Le paramètre d'entrée d'un système (variable d'entrée) est appelé facteur  $x$ . Ce facteur est une cause possible de la variation de  $Y$ . Nous trouvons dans la littérature des techniques graphiques pour la présentation des facteurs sous forme par exemple d'un diagramme d'Ishikawa (Fig. 93). Ce diagramme [35], encore appelé diagramme cause et effet, représente des informations utiles qui aident à la structuration du problème.

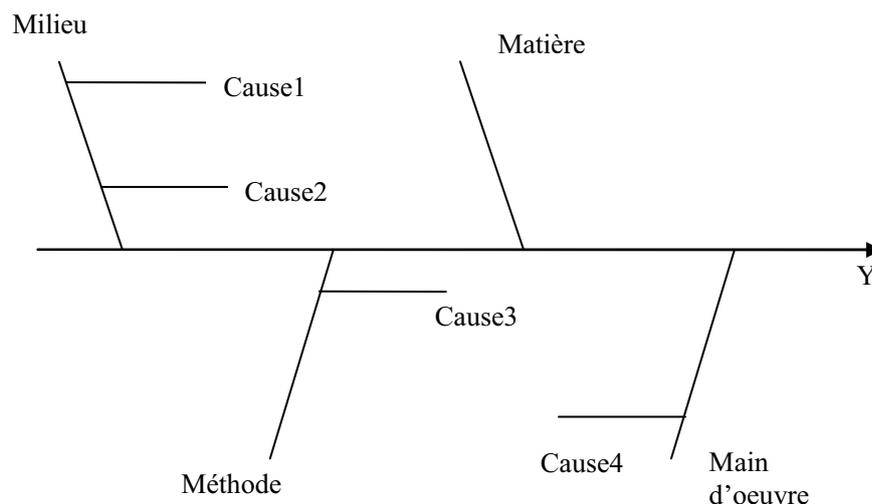


Fig. 93 : Diagramme d'Ishikawa (causes et effets)

### 3.4.2. Les réponses d'un système étudié

Soit  $Y$  la réponse d'un système constitué par  $K$  différents facteurs (paramètres)  $X_i$ , ayant chacun 2 niveaux de variation (-1) pour le niveau bas et (+1) pour le niveau haut. Cette notation est appelée la notation de Hadamard qui permet une représentation simple des combinaisons des niveaux et un calcul aisé des effets et des interactions de facteurs. Si nous avons plus de deux niveaux, alors nous admettons la notation (1,2,...k) au lieu de (-1, +1).

Nous cherchons un modèle algébrique linéaire de la forme donnée par l'équation ci-dessous qui nous permette de prévoir la valeur de  $Y$  pour une combinaison quelconque entre les facteurs  $X_i$ .

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_kx_k + a_{12}x_1x_2 + \dots + a_{1k}x_1x_k + \dots + a_{1..k}x_1 \dots x_k \quad \text{Eq. 94}$$

$a_j$  sont des coefficients qui représentent l'effet des facteurs et  $a_{ij}$  sont les coefficients d'interaction sur la réponse du système. Les coefficients  $a_j$  et  $a_{ij}$  sont obtenus par exemple en observant la valeur de  $Y$  pour différentes combinaisons entre les niveaux des facteurs  $x_i$ .

L'ensemble des combinaisons est réalisé de façon à réduire le nombre de simulations et à obtenir les coefficients  $a_j$  qui constituent la matrice d'essais d'un Plan d'Expériences (Tableau 6)

Tableau 6 : Matrice d'expérience

X1	X2	X3	X4	X5	Y
-1	-1	-1	+1	+1	Y1
-1	-1	+1	+1	-1	Y2
-1	+1	-1	-1	+1	Y3
-1	+1	+1	+1	-1	Y4
+1	-1	-1	-1	-1	Y5
+1	-1	+1	+1	+1	Y6
+1	+1	-1	-1	-1	Y7
+1	+1	+1	+1	+1	Y8

Nous avons deux types de matrice d'expériences :

- Non équilibrée : une matrice où les facteurs possèdent des modalités (niveaux) différentes.
- Equilibrée : tous les facteurs ont le même nombre de niveaux.

### 3.4.3. Les stratégies expérimentales de paramétrages

Un modèle est la relation entre une variable à expliquer et les variables explicatives. Il constitue la relation de cause à effet entre ces variables. Le but des plans d'expérience est d'obtenir des informations sur la réponse avec un nombre minimum d'essais. Le modèle empirique est une méthodologie des plans d'expériences qui apporte des éléments d'information à l'expérimentateur. Nous pouvons mener des études sur les entrées pour évaluer le poids de chacun sur la réponse. Les plans d'expériences utilisés dans ce cas sont appelés les plans de criblage du modèle empirique [46]. L'équation du modèle empirique du criblage est celle d'un modèle linéaire additif. Celle-ci s'écrit de la manière suivante :

$$Y = C + \sum_i a_i x_i \quad \text{Eq. 95}$$

La constante  $C$  peut être dénommée  $a_0$ . Elle représente la moyenne arithmétique des réponses et  $a_i$  est l'estimateur du coefficient du modèle empirique  $\alpha$  à déterminer par le plan.

Il existe une autre forme du modèle empirique. C'est le plan d'optimisation ou surface de réponse qui permet d'optimiser la réponse du système. La relation  $F(X)=Y$  pour les plans d'expériences est une expression polynomiale et additive si les effets et les interactions agissent linéairement. Dans ce cas, l'étude de la réponse  $y$  s'écrit de la manière suivante :

$$Y = C + \sum_i a_i x_i + \sum_i \sum_j a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_i a_{ii} x_i^2 \quad \text{Eq. 96}$$

Les coefficients  $a_{ij}$  sont les estimateurs des interactions d'ordre 1. Les coefficients  $a_{ii}$  sont les estimateurs de  $\alpha_{ii}$  des termes quadratiques d'ordre 2. Il est intéressant de noter que dans le cas des plans classiques orthogonaux, les estimateurs des coefficients du modèle empirique sont calculés par des moyennes arithmétiques.

### 3.5. Les plans classiques

#### 3.5.1. Les plans factoriels complets

Le Plan Factoriel Complet étudié par Yates et Hunter est le plan d'expériences dans lequel nous avons une matrice d'essais qui représente toutes les combinaisons possibles entre les niveaux des facteurs  $x_i$ , comme celle représentée dans le Tableau 7 :

Tableau 7 : Matrice d'expérience d'un plan factoriel complet de 7 facteurs à 2 niveaux

Numéro d'expérience	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	Réponse
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	Y1
2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	Y2
3	-1	-1	-1	-1	-1	+1	-1	Y3
4	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	Y4
5	-1	-1	-1	-1	+1	-1	-1	Y5
6	-1	-1	-1	-1	+1	-1	+1	Y6
7	-1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	Y7
8	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	Y8
...								
127	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	Y127
128	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	Y128
Effets	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	Moyenne

Le nombre d'expériences réalisées par un plan complet à 2 niveaux est donné par  $n = 2^K$  où K est le nombre de facteurs considérés.

Le grand avantage du plan factoriel complet consiste à permettre l'estimation non seulement des effets principaux des facteurs, mais également de toutes leurs interactions d'ordre 1, 2.... Le principal inconvénient réside dans le nombre très élevé d'expériences. Le plan complet concerne les cas avec un nombre petit de facteurs et de niveaux. Dans certains cas, le nombre de simulations est irréalisable.

La dernière ligne du tableau précédent présente les effets moyens des facteurs avec les moyennes arithmétiques des réponses en supposant que n soit le nombre des réponses,  $X_i$  le coefficient (-1 ou +1) correspondant à l'essai i et  $Y_i$  la réponse de l'essai i.

$$E = \frac{1}{n} \sum X_i \cdot Y_i \tag{Eq. 97}$$

### 3.5.2. Les plans factoriels fractionnaires

Le plan fractionnaire orthogonal est une fraction du plan complet qui a pour objectif d'obtenir les effets d'un grand nombre des facteurs en faisant un nombre minimum de simulations. Présentons un extrait du plan factoriel complet déjà présenté dans le (Tableau 7). Nous allons voir dans les applications que l'analyse des résultats du plan comportant 8 expériences peut calculer l'effet de 7 facteurs à deux niveaux.

Tableau 8 Matrice d'expériences d'un plan factoriel fractionnaire

Numéro d'expérience	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	Réponses
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	<b>Y1</b>
2	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	<b>Y2</b>
3	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	<b>Y3</b>
4	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	<b>Y4</b>
5	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	<b>Y5</b>
6	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	<b>Y6</b>
7	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	<b>Y7</b>
8	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	<b>Y8</b>
<b>contrastes</b>	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>C4</b>	<b>C5</b>	<b>C6</b>	<b>C7</b>	<b>Moyenne</b>

Le plan fractionnel orthogonal est construit en respectant la propriété de l'orthogonalité. Les effets moyens dans le plan fractionnaire seront dénommés contrastes. Par définition, un contraste est la somme de l'effet d'un facteur principal avec les interactions entre deux ou plusieurs facteurs. C'est la confusion de deux actions différentes. L'estimation des contrastes est identique à celle des effets moyens. Les plans fractionnaires sont normalement construits en utilisant des matrices d'essais prédéfinies basées sur les Tableaux de Taguchi [42] ou sur les Générateurs de G. Box [35]. Ainsi comme les plans complets, les plans fractionnaires sont dits optimaux, car les colonnes de leur matrice d'essais sont orthogonales entre elles [42].

La dénomination des effets moyens par des contrastes est due au fait de la confusion des actions. Le plan factoriel complet est un plan optimal. Pour cela il traite les effets moyens et les interactions d'une façon indépendante. En revanche, les plans fractionnels font une confusion entre les effets moyens d'un facteur principal et les interactions pour former un contraste. La confusion

des actions (contraste) est un point essentiel à considérer pour éviter le problème de masquage des effets entre les paramètres.

### 3.5.3. Plan de Rechtschaffner

En améliorant les études des effets moyens des facteurs par des interactions du premier ordre, le nombre d'inconnues dans le système augmente rapidement. En 1967, R.L. Rechtschaffner [52] a proposé une méthode de construction de plans d'expériences saturés pour l'estimation de toutes les interactions d'ordre 1, lorsque les facteurs présentent deux niveaux. Alors un plan factoriel complet de 5 facteurs à 2 niveaux demande la réalisation de 32 traitements expérimentaux. Le plan de Rechtschaffner ne nécessite dans ce cas que 16 essais distincts.

L'équation du modèle additif dans un plan de Rechtschaffner est modifiée pour contenir le terme des interactions d'ordre 1 comme le montre l'équation suivante :

$$Y = C + \sum_i a_i x_i + \sum_i \sum_j a_{ij} x_i x_j \quad \text{Eq. 98}$$

Dans ce cas le nombre d'inconnues du modèle sera dépendant du produit des deux facteurs. La formule suivante exprime le nombre p des inconnues obtenu par k facteurs avec une modalité  $m_i$  :

$$p = 1 + \sum_{i=1}^k (m_i - 1) + \sum_{i=1}^{k-1} \sum_{j=i+1}^k (m_i - 1)(m_j - 1) \quad \text{Eq. 99}$$

Il est nécessaire de noter que le plan de Rechtschaffner de 5 facteurs à 2 niveaux a les propriétés semblables à un plan fractionnaire comme celui de Taguchi par exemple. Dans ce cas, il existe 16 expériences à réaliser.

### 3.5.4. L'estimation des effets moyens des facteurs principaux applicable aux plans orthogonaux

Les coefficients  $a_j$  représentent les effets moyens des facteurs principaux et des interactions. La constante  $a_0$  ou C est la moyenne arithmétique des réponses calculées par les plans d'expériences :

$$a_0 = (1/N) \sum_{i=1}^N Y_i \quad \text{Eq. 100}$$

Notons que N est le nombre total des essais réalisés dans un plan d'expériences. Le coefficient de l'effet moyen (ou contrastes) d'un facteur A au niveau k ( $a_k$ ) est calculé à partir de l'équation suivante :

$$a_k = \overline{y(A_k)} - a_0 \quad \text{Eq. 101}$$

Sachant que  $\overline{y(A_k)}$  est la moyenne arithmétique des réponses Y dans le cas où le facteur A est au niveau k.

$$\overline{y_{A_k}} = \frac{\sum_{i=1}^{r(A_k)} y_i A_k}{r(A_k)} \tag{Eq. 102}$$

$r(A_k)$  est le nombre des résultats associés à l'état où A est au niveau k.

La somme des effets moyens (contrastes) des facteurs principaux dans un plan orthogonal qu'elle soit équilibrée ou non (équilibrée : tous les facteurs ont le même nombre des niveaux) est nulle.

$$\sum a_k = 0 \tag{Eq. 103}$$

### 3.5.5. Notion d'interaction

L'interaction entre les facteurs se définit comme l'action combinée de deux ou plusieurs variables qui s'additionne à l'effet principal de ces variables. Le recensement des interactions est très indispensable car si nous les négligeons, nous risquons d'avoir des résultats faussés à cause d'une confusion appelée confusion d'actions [42].

Le terme  $x_1 x_k$  représente l'interaction entre les deux facteurs  $x_1$  et  $x_k$ . C'est une interaction d'ordre 1 entre 2 facteurs du plan. Les termes  $x_1 \dots x_k$  représentent les interactions entre plusieurs facteurs du plan, on parle alors d'une interaction d'ordre élevé. Lorsque A est au niveau k et B est au niveau l, le calcul du coefficient d'effet de l'interaction entre deux facteurs A et B est donné par la formule suivante :

$$ab_{kl} = \overline{y(A_k; B_l)} - a_0 - a_k - b_l \tag{Eq. 104}$$

Avec :

- $a_0$  est la moyenne arithmétique des réponses
- $a_k$  est le coefficient de l'effet du facteur A au niveau K.
- $b_l$  est le coefficient de l'effet du facteur B au niveau l.
- $\overline{y(A_k; B_l)}$  est la moyenne des réponses lorsque A est au niveau k et B est au niveau l.

La somme des coefficients des interactions  $ab_{kl}$  est nulle comme pour les facteurs principaux. De plus, l'interaction est un phénomène complexe et difficile à gérer. L'abondance d'une interaction forte dans un système peut ramener à des conséquences graves et masquer l'effet d'un facteur surtout dans les plans fractionnaires. L'interaction perturbe donc l'additivité des effets moyens des facteurs.

Les effets biaisés (ou confondus) des facteurs dans les plans fractionnaires montrent bien l'effet des interactions négligées sur l'effet des facteurs principaux [43]. Nous allons illustrer d'un exemple l'effet biaisé d'un facteur. Considérons un plan factoriel composé de 3 facteurs à 2 niveaux. Le plan complet est constitué de 8 expériences (Tableau 9).

Tableau 9 Plan factoriel complet de 3 facteurs à 2 niveaux

A	B	C	Y
+1	+1	+1	129

+1	+1	-1	123
+1	-1	+1	142
+1	-1	-1	136
-1	+1	+1	133
-1	+1	-1	127
-1	-1	+1	128
-1	-1	-1	122

Revenons à l'équation 98, les coefficients du modèle peuvent être écrits sous une forme matricielle avec les variables  $x_1, x_2$  et  $x_3$  qui représentent les facteurs A, B et C respectivement.

$$y = a_0 + [a_1 \quad a_k]x_1 + [b_1 \quad b_k]x_2 + [c_1 \quad c_k]x_3 + [ab_{kl}]x_1x_2 \quad \text{Eq. 105}$$

Avec k le nombre de niveaux par facteur d'où on obtient  $\sum_{i=1}^k a_i = 0$  et  $\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^l a_{ij} = 0$

En utilisant les équations 100, 101 et 104 pour les calculs des coefficients, nous obtenons le modèle suivant :

$$y = 130 + [2.5 \quad -2.5]x_1 + [-2 \quad 2]x_2 + [3 \quad -3]x_3 + \begin{bmatrix} -4.5 & 4.5 \\ 4.5 & -4.5 \end{bmatrix} x_1x_2 \quad \text{Eq. 106}$$

Simplifions le modèle en éliminant l'interaction entre  $x_1x_2$  et en prenons un plan fractionnaire (Tableau 10) extrait du plan complet.

Tableau 10 plan fractionnaire

A( $x_1$ )	B( $x_2$ )	C( $x_3$ )	Y1
+1	+1	+1	129
+1	-1	-1	136
-1	+1	-1	127
-1	-1	+1	128

Le modèle dans l'équation s'écrit donc de la manière suivante :

$$y = 130 + [2.5 \quad -2.5]x_1 + [-2 \quad 2]x_2 + [-1.5 \quad 1.5]x_3 \quad \text{Eq. 107}$$

Nous remarquons dans ce cas que les effets de  $x_3$  sont biaisés (ou confondus) par les termes de l'interaction  $x_1x_2$  (AB) car :  $-1.5 = 3 + (-4.5)$ .

La construction de la matrice d'essais du plan d'expérience, la colonne correspondant à l'interaction créé par le générateur d'alias [43] n'est qu'une combinaison entre les deux facteurs

constituant cette interaction. Si nous constituons une colonne pour l'interaction AB, qui est une multiplication entre les signes, nous aurons les mêmes niveaux que la colonne C (Tableau 11)

Les **confusions** des trois facteurs A, B et C peuvent être écrites de la manière suivante:

- $C_1 = E_1 + E_{23}$  ( $E_1$  est l'effet de A et  $E_{23}$  = effet de l'interaction entre B et C)
- $C_2 = E_2 + E_{13}$  ( $E_2$  est l'effet de B et  $E_{13}$  = effet de l'interaction entre A et C)
- $C_3 = E_3 + E_{12}$  ( $E_3$  est l'effet de A et  $E_{12}$  = effet de l'interaction entre A et B)

Tableau 11 : Plan factoriel fractionnaire (3 facteurs, 2 niveaux) avec interactions

Essai	A	B	C	Y	AB	AC	BC
1	-1	-1	+1	Y1	+1	-1	-1
2	1	-1	-1	Y2	-1	-1	+1
3	-1	1	-1	Y3	-1	-1	-1
4	1	1	1	Y4	+1	+1	+1
<b>Contrastes</b>	<b>C1</b>	<b>C2</b>	<b>C3</b>	<b>Moyenne</b>	<b>C12</b>	<b>C13</b>	<b>C23</b>

En choisissant un plan qui tient compte des interactions entre les facteurs, il est intéressant d'évaluer l'effet de ces interactions d'une manière graphique. Les diagrammes d'effets peuvent donner une idée sur l'interaction entre deux facteurs et préciser s'il s'agit d'une forte ou faible interaction. Ceci est réalisé en prenant la moyenne des réponses d'un facteur A dans un plan orthogonal où il passe du niveau bas (A1) au niveau haut (A2). Ce passage est réalisé à condition que le facteur B soit au niveau bas ou au niveau haut [36].

Le nombre des interactions dans un système est dépendant du nombre des facteurs. Le nombre des paires d'interactions du premier ordre est défini suivant la formule suivante :

$$NI = \frac{k(k-1)}{2} \tag{Eq. 108}$$

k est le nombre des facteurs directement proportionnel au nombre des interactions.

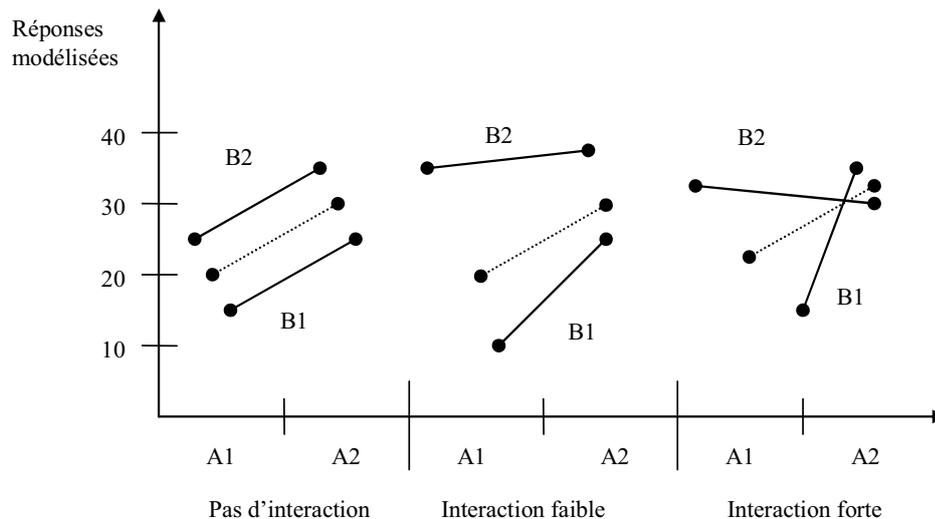


Fig. 94 Représentation graphique des niveaux des interactions

La droite en pointillé sur la figure (Fig. 94) représente l'effet moyen du facteur A quand ce dernier passe du niveau A1 au niveau A2, tandis que les droites pleines paramétrées par la modalité des facteurs B, représentent les effets réels du facteur A quand il passe de A1 à A2 en fixant le facteur B sur le niveau B1 ou B2. En présence d'une interaction forte, la droite de l'effet moyen n'est pas parallèle à celles des effets réels des facteurs A et B. L'effet du facteur A dépend fortement de la modalité choisie par le facteur B.

### 3.6. Les plans numériques

Lorsqu'on est en présence d'un grand nombre de facteurs et de niveaux, le nombre de simulations augmente rapidement. Cependant, le plan factoriel orthogonal fractionnaire est le plus souvent utilisé quand les interactions du second ordre sont négligées, ce qui est notre cas. Mais quand la relation entre la réponse et les facteurs est non linéaire ou lorsque le domaine expérimental est très grand, une table à 2 niveaux par facteur pourrait être insuffisante. Les plans d'expériences classiques (Fisher, Taguchi...) sont utilisés dans les domaines où ils sont applicables. Par exemple, leurs utilisations pour des simulations par ordinateur ne sont pas appropriées [45]. Dans les plans uniformes, nous considérons que le modèle traité (couplage champ-carte) qui est connu pour les développeurs de ce genre de méthodes est une boîte noire.

La principale difficulté en ce qui concerne les simulateurs, réside dans la modélisation statistique à adopter. Des travaux dans [38] montrent qu'on pourra avoir une idée sur les coefficients significatifs de certains facteurs par les plans classiques, même si la surface de réponse permettant la prédiction n'est pas de qualité.

La différence entre expérience physique et numérique (par ordinateur) réside dans la nature de la réponse. Cette dernière est déterministe quand elle est issue d'un simulateur numérique. Le mot déterministe signifie qu'on obtient la même réponse à chaque fois que nous répétons la simulation en gardant la même combinaison de paramètres. L'irrégularité de la réponse d'un simulateur est due à la complexité des modèles mathématiques (équations différentielles, intégrales, ...), et cette irrégularité n'est pas masquée par une erreur expérimentale.

L'équation du modèle dans les expériences par ordinateur s'écrit sous la forme suivante :

$$y = f(x_1, \dots, x_s) \quad \text{Eq. 109}$$

La fonction  $f$  est définie selon les analyses statistiques calculées par la réponse pour déterminer l'influence des variables  $x$  sur la réponse  $y$ . L'étude paramétrique du couplage champ-carte pourrait être difficile à traiter à travers les équations mathématiques originales du modèle. Pour cela, nous avons besoin de simuler plusieurs cas par la méthode MTL ou FDTD et trouver un modèle plus simple et approximatif (Metamodel=modèle du modèle). Le but est de déduire la variation de la réponse par rapport aux entrées, sans avoir besoin de connaître parfaitement le système du couplage champ-carte.

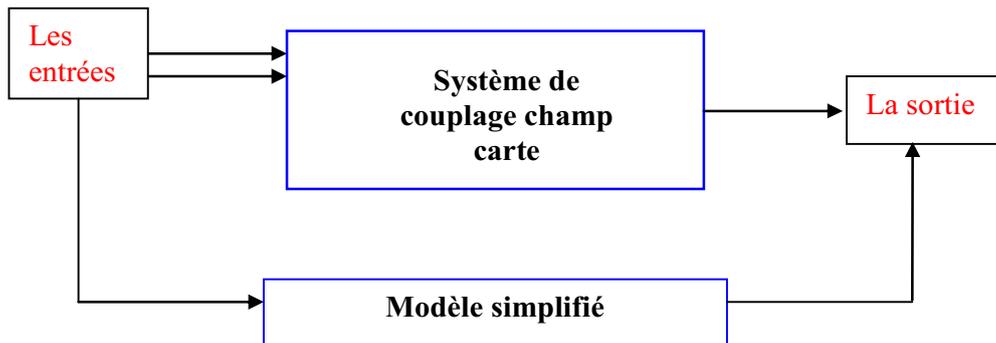


Fig. 95 expérimentation par ordinateur

La meilleure conception des plans d'expériences ou "design" est le "space-filling design" qui permet de construire un modèle de régression représentant le modèle de couplage champ-carte. Les "space filling design" contiennent plusieurs types de plans comme les LHS (Latin hypercube samples), orthogonal-arrays et les UD (Uniform Design). Nous allons appliquer les tables des plans uniformes UD qui sont très utilisées actuellement et elles se trouvent prêtes à être utilisées dans les logiciels et les ouvrages statistiques. De plus, les plans uniformes sont adaptés pour les méthodes de prédiction comme le krigeage, la régression ou les réseaux de neurones.

### 3.6.1. Définition et application des Uniform Designs (UDs)

Les expériences par ordinateur deviennent de plus en plus fréquentes. Les plans uniformes UD (uniform designs) proposés par Fang et Wang en 1980, se fondent sur la distribution et la répartition des points d'expériences dans tout le domaine expérimental d'une manière uniforme. Ils ont l'avantage de donner une bonne représentation du domaine expérimental avec un nombre très petit de tirs (simulations) numériques.

Supposons qu'on a  $s$  facteurs et  $n$  tirs (simulations) à réaliser. Le domaine expérimental est le cube unité  $C^s = [0,1]^s$ . Alors, une table de  $n$  points dans le  $C^s$  est considérée en distribuant les points uniformément dans le domaine expérimental. Une mesure d'uniformité appelée discrédance [47] est donc adoptée. Le but est de choisir  $n$  points avec une petite discrédance pour avoir une uniformité optimale. De plus, elle représente dans certains cas le test statistique de Smirnov-Kolmogorov pour la mesure des défauts d'uniformité du plan des essais ("design"). Un inconvénient de la discrédance c'est qu'elle est difficile et coûteuse à calculer.

Le plan uniforme (UD) est basé sur un modèle de régression non paramétrique. On appelle un modèle de régression non paramétrique une forme d'analyse de régression où l'équation du modèle n'a pas de forme prédéfinie mais est construite selon les données simulées.

Dans les plans uniformes, les informations sont dispersées dans tout le domaine expérimental tandis que dans les plans classiques, les points expérimentaux sont localisés au bord du domaine. Nous avons donc besoin de mener des analyses statistiques des résultats puisque les réponses sont déterministes et le plan des essais ('design') n'est pas forcément orthogonal.

### 3.6.2. Les étapes d'utilisation des plans uniformes

D'une manière similaire aux plans classiques, les plans uniformes utilisent plusieurs terminologies des plans factoriels comme le niveau, les combinaisons de niveaux etc.... Chaque table des plans uniformes possède une notation comme  $U_n(q^s)$  où U signifie Uniform, n est le nombre de tirs (simulations), s est le nombre de facteurs et q est le nombre de niveaux.

L'application des plans uniformes dans une étude paramétrique se résume en cinq étapes principales :

- Choisir les facteurs et le domaine expérimental en précisant le nombre de niveaux de chaque facteur.
- Choisir une table UD qui corresponde à notre cas.
- Coder et réaliser les simulations.
- Etablir un modèle qui décrive les données. Plusieurs méthodes peuvent être utilisées ici pour la modélisation comme la régression, les réseaux de neurones, le krigeage.
- valider modèle construit, en vérifiant la prédiction à partir des essais (simulations) supplémentaires.

## 3.7. Méthodes d'analyse statistique et mathématique

Il existe plusieurs techniques qui aident à analyser les plans d'expériences ainsi que la qualité prédictive et descriptive du modèle. Nous allons aborder des outils utilisés comme le coefficient de détermination  $R^2$  et le  $R_a^2$  (coefficient de détermination ajusté) pour l'évaluation du niveau prédictif du modèle. L'analyse de la variance (ANOVA), basée sur le test de Fisher-Snedecor, permet de valider le modèle des réponses. De plus, pour classer les variables selon leur effet, nous utilisons le test de Student qui évalue les valeurs des coefficients de régression. Nous définissons ces notations statistiques afin de pouvoir les utiliser dans la méthode de régression pour construire le modèle prédictif.

### 3.7.1. La régression linéaire

L'objectif de l'utilisation de la régression est d'estimer une variable de réponse y en construisant un modèle qui associe la réponse y à une ou plusieurs variables explicatives de prédiction. L'estimation de y, notée  $\hat{y}$  est donnée par la relation linéaire suivante :

$$\hat{y}_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \dots + \alpha_l X_{li} = y_i - \varepsilon_i \quad \text{Eq. 110}$$

Nous définissons le résidu  $\varepsilon$  comme étant la différence entre la réponse calculée et la réponse mesurée (simulée). Il s'écrit donc :

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i \quad \text{Eq. 111}$$

Cet écart augmente dans le cas où nous avons effectué plus de simulations par rapport aux inconnues du système.

Les termes  $\alpha_1, \dots, \alpha_p$  sont les coefficients de la régression,  $\alpha_0$  est la constante. Nous calculons normalement les estimateurs de ces coefficients par la méthode des moindres carrés. L'équation (110) est donc estimée par l'équation (112) :

$$\hat{y}_i = a_0 + a_1 X_{1i} + \dots + a_p X_{pi} = y_i - e_i \quad \text{Eq. 112}$$

Nous avons déjà vu que l'estimation des coefficients  $\alpha_j$  nommé  $a_j$  est facilement obtenue par les plans d'expériences classiques orthogonaux (plan factoriel) en raison de l'orthogonalité. En général, l'orthogonalité constitue une solution particulière de la méthode d'estimation réalisée par l'algorithme des moindres carrés.

### 3.7.2. Analyse de la variance (ANOVA)

L'analyse de variance (ANOVA) permet de calculer les variances et les résidus ce qui constitue un test statistique appelé test de Fisher-Snedecor. De manière générale, l'analyse de la variance consiste à subdiviser la variation totale des réponses d'un facteur en une composante factorielle et une composante résiduelle [46]. Elle permet de déterminer si le paramètre est significatif. En même temps, elle permet d'évaluer la qualité de la régression. Pour déterminer la validité du modèle, nous devons définir la variable F1 qui suit la loi de Fisher. Cette variable, équivaut au rapport entre la variance d'un facteur, qui a un degré de liberté, et la variance des résidus qui a aussi un degré de liberté.

Rappelons que le degré de liberté (ddl) est le nombre minimum de valeurs de la réponse y nécessaire à simuler afin de pouvoir calculer tous les coefficients du modèle. Nous définissons la somme des carrés moyens SCM comme l'écart entre les réponses observées et la moyenne. Elle s'écrit :

$$SCM = \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad \text{Eq. 113}$$

Le degré de liberté de SCM d'un facteur du plan est  $ddl=p-1$ . Notons que p est le nombre de coefficients dans le modèle. Nous pouvons définir aussi le SCT (somme des carrés totale) en fonction de la SCM ajoutée aux valeurs de SCRES (Somme des carrés de résidus). Le SCRES permet de calculer l'erreur entre les valeurs observées et les valeurs fournies par le modèle.

$$SCT = SCM + SCRES \quad \text{Eq. 114}$$

$$SCRES = \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 \quad \text{Eq. 115}$$

Le degré de liberté de SCT est  $ddl=N-1$ . Rappelons que N est le nombre d'expériences du plan. Le degré de liberté de SCRES est  $ddl=N-p$ . La variable F1 du Fisher s'écrit selon la formule suivante:

$$F1 = \frac{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{p-1}}{\frac{\sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2}{N-p}} = \frac{\frac{SCM}{p-1}}{\frac{SCRES}{N-p}} \quad \text{Eq. 116}$$

L'hypothèse  $H_0$  du test de Fisher-Snedecor consiste à dire que ce modèle ne permet pas de décrire la variation des résultats d'essais. Pour savoir s'il faut accepter ou rejeter l'hypothèse, nous comparons la variable F1, ou les rapports des variances, avec la valeur théorique de la table de Fisher-Snedecor, à un niveau de signification ou le seuil de probabilité est égale souvent à 5%. L'hypothèse  $H_0$  est donc acceptée au dessous de 5%, autrement dit quand le rapport expérimental F1 est supérieur à F (théorique), l'effet est donc significatif.

L'analyse de la variance ANOVA peut être considérée comme une généralisation du test de Student. La table d'ANOVA, donnée par une analyse de régression offre les résultats des tests statistiques. Ces résultats montrent l'efficacité du système. Dans les logiciels statistiques, la table d'analyse de régression résume les résultats du test de Fisher-Snedecor et d'autres notations statistiques. Nous présentons à titre d'exemple un tableau type :

Tableau 12 Récapitulatif du Test1

Source	Sommes des écarts	ddl	Test F	probabilité
Modèles	SCM	p-1	F1	ProbF1
Ecarts	SCRES	N-p		
Total	SCT	N-1		

Dans la quatrième colonne, nous trouvons parfois la variable de Student (tstat) calculée par le test de Student. Nous allons détailler le test de Student puisqu'il constitue un moyen pour sélectionner les variables les plus significatives. Ainsi, nous trouvons la valeur du coefficient de détermination  $R^2$  et l'erreur quadratique moyenne.

### **3.7.2.1. Notation matricielle et calcul des coefficients par les moindres carrés**

Après avoir introduit la matrice d'expériences  $x$  d'un plan, nous pouvons maintenant introduire la matrice du modèle appliquée pour chacune des combinaisons définies dans la matrice d'expériences. La présentation matricielle de matrice du modèle ci-dessous montre qu'elle est composée de  $n$  lignes et  $p$  colonnes dont le nombre de colonnes correspond au nombre de coefficients à estimer. La transposée de la matrice d'expérience  $x$ , notée  $x^t$ , est multipliée par la matrice  $x$  pour obtenir la matrice d'information (matrice de Fisher).

Les coefficients de régression  $a_j$  sont résolus à travers un système matriciel à  $p+1$  inconnues et  $p+1$  équations.  $p$  étant la valeur maximale de  $j=0, \dots, p$ . Après avoir construit la matrice

d'expérience  $x$ , les coefficients  $a_j$  sont représentés suivant un vecteur noté  $A$ . D'une manière générale, les réponses  $y$  et les variables explicatives peuvent être écrites de la manière suivante :

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & X_{p1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & X_{p2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & X_{1n} & X_{2n} & X_{pn} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \dots \\ a_j \end{bmatrix}$$

La méthode des moindres carrés conduits dans ce cas à inverser la matrice d'information pour avoir la matrice de dispersion  $(x^t \cdot x)^{-1}$ . Pour tout plan factoriel, nous pouvons utiliser les propriétés particulières des matrices d'expériences comme :

$$x^{-1} = \frac{1}{N} x^t \tag{Eq. 117}$$

Les matrices d'information et de dispersion sont diagonales lorsqu'il y a l'orthogonalité des lignes et des colonnes de la matrice d'expérience, d'où :

$$x^t \cdot x = N \cdot I_N \tag{Eq. 118}$$

Avec  $I_N$  matrice identité d'ordre  $N$ . Le calcul des coefficients  $a_j$  par les moindres carrés est basé sur la minimisation de l'erreur quadratique entre les valeurs de la réponse estimée  $\hat{y}$  et les réponses calculées  $y$ . Autrement dit, elle cherche la meilleure estimation des paramètres en minimisant la quantité de la somme carrée des résidus ou erreur (Fig. 96). Notons que le terme  $e_i$  est une estimation du terme de résidu  $\epsilon$ .

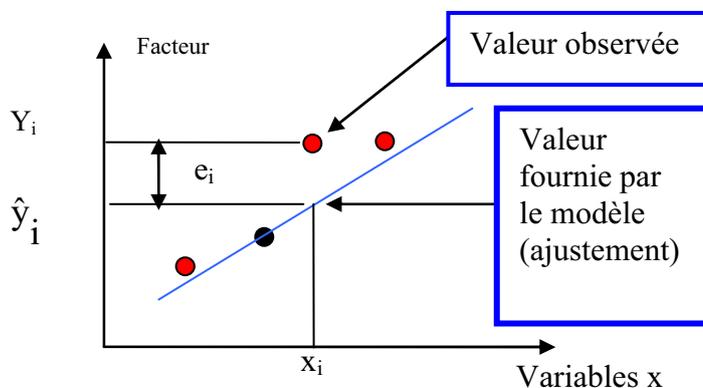


Fig. 96 Le résidu à minimiser par les moindres carrés

Cette erreur s'écrit sur un échantillon de  $N$  observations comme l'indique la formule suivante :

$$SCRES = \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^N e_i^2 \tag{Eq. 119}$$

Cette erreur est aussi appelée MSE (mean square error). Elle est utilisée comme critère de sélection d'un modèle de régression optimale en calculant sa racine carrée RMSE (root mean square error). La minimisation de l'erreur est obtenue dans le cas où sa dérivation partielle par rapport à  $a_j$

est nulle. Ainsi pour calculer le vecteur des coefficients A, le système à résoudre prend la forme suivante :

$$(x^t x)A = x^t y \quad \text{Eq. 120}$$

En notant que  $(x^t x)^{-1}$  l'inverse de  $(x^t x)$ , la matrice des coefficients A est donnée par la solution suivante :

$$A = (x^t x)^{-1} x^t y \quad \text{Eq. 121}$$

Nous remarquons que ce coefficient est une généralisation du concept des effets moyens présentés dans le cas des plans de criblage orthogonaux (plan factoriel). En raison de l'orthogonalité, la matrice d'information est diagonale. Le calcul de coefficient se simplifie, c'est-à-dire  $x^t = x^{-1}$ .

Nous avons  $x^t \cdot x = N \cdot I_N$  et par conséquent, le coefficient devient égal à l'effet moyen présenté au début du chapitre

Nous obtenons donc :

$$A = \frac{1}{N} x^{-1} y \quad \text{Eq. 122}$$

### 3.7.3. Le coefficient de détermination $R^2$

Le coefficient de détermination  $R^2$  donne le pourcentage de la variance de y (réponse) expliquée par le modèle. Un  $R^2$  nul signifie qu'il n'y a aucune liaison linéaire entre y et son estimation  $\hat{y}$ . Inversement, un  $R^2$  de 1 signifie que l'estimation de y est parfaite. Une grande valeur du coefficient de détermination montre un grand pouvoir prédictif.  $R^2$  est défini de la manière suivante :

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{SCM}{SCT} \quad \text{Eq. 123}$$

Le terme  $R^2$  est le rapport entre la somme des carrés moyens et la somme totale des carrés des réponses. L'utilisation unique de  $R^2$  a un inconvénient : elle ne garantit pas que le modèle ajuste bien les données. De plus, elle ne donne pas une explication concernant le problème traité. En effet, si le nombre des inconnues dans le système est égal au nombre de simulations,  $R^2$  est toujours égal à 1. Dans ce cas, nous définissons le  $R_a^2$  ajusté qui est lié à  $R^2$  par la relation suivante :

$$R_a^2 = 1 - \frac{N-1}{N-L} (1 - R^2) \quad \text{Eq. 124}$$

N est le nombre des simulations et L le nombre de coefficients à calculer. De la même façon que pour  $R^2$ , un bon modèle correspond à un  $R_a^2$  élevé. Il est intéressant de noter que le coefficient de détermination  $R^2$  n'est pas le seul moyen pour vérifier que le modèle est optimal. Plus on ajoute de variables dans le modèle, plus  $R^2$  augmente. Le coefficient de la variable explicative risque

d'être biaisé. Les deux termes  $R^2$  et  $R_a^2$  sont toujours présentés dans la table de l'analyse de variance ANOVA détaillée dans le paragraphe suivant.

### 3.8. Sélection des paramètres significatifs

Nous présentons dans ce paragraphe les deux méthodes de sélection des paramètres significatifs utilisés dans le cadre de cette thèse. Les deux méthodes de sélection sont basées sur l'analyse de la variance. La table de l'analyse (ANOVA) calcule souvent les variables de Student dénommées souvent (tstat). Ces variables sont calculées par le test de Student. Une autre méthode trouvée dans la littérature est appelée analyse de la variance conditionnelle. C'est une méthode utilisée par [49][50] pour les réponses issues des simulations par ordinateur où les réponses sont déterministes.

#### 3.8.1. Test de Student

Pour savoir si la variable explicative  $X_j$  est significative, il est possible d'effectuer le test de Student. En général, le coefficient de corrélation  $r$ , qui exprime la liaison entre deux variables  $x$  et  $y$ , s'écrit :

$$r_{x,y} = \frac{\text{Cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad \text{Eq. 125}$$

Avec :

$\text{Cov}(x,y)$  représente la covariance entre  $x$  et  $y$ .

$\sigma_x$  et  $\sigma_y$  sont les écarts type de  $x$  et  $y$ .

$n$  est le nombre de d'observation.

Le coefficient de corrélation est compris entre -1 et 1. Les variables peuvent avoir trois états de corrélation selon la valeur de  $r$ .

- Si  $r$  est proche de 1, les variables sont corrélées positivement.
- Si  $r$  est proche de -1, les variables sont corrélées négativement
- Si  $r$  est proche de 0, les variables ne sont pas corrélées

Le coefficient de corrélation ne permet pas toujours de donner une interprétation fiable car les valeurs sont très rarement proches des bornes (-1, 0, 1) définies ci-dessus. Pour cela, on effectue une estimation du coefficient de corrélation  $r$  par le coefficient empirique  $\rho_{x,y}$ . Puis, le test de Student s'applique pour calculer la variable de Student pour régler cette indétermination. Ce test consiste à tester l'hypothèse  $H_0 : r_{x,y} = 0$ , contre l'hypothèse  $H_1 : r_{x,y} \neq 0$ ;

L'hypothèse  $H_0$  nous permet de calculer la variable de Student tstat qui suit la loi de Student à  $n-2$  degré de liberté.

$$t - \text{stat} = t^* = \frac{|\rho_{x,y}|}{\sqrt{\frac{(1 - \rho_{x,y}^2)}{n - 2}}} \quad \text{Eq. 126}$$

Si  $t^* > t^{\alpha/2}$  au seuil  $\alpha = 5\%$  et à  $n-2$  degré de liberté (valeur lue dans la table de Student trouvée dans l'ouvrage), nous rejetons  $H_0$  et acceptons  $H_1$ . Par conséquent, le coefficient de corrélation est différent de 0. Grâce à la symétrie de la loi de Student, nous pouvons utiliser la valeur absolue de  $t$ -stat dans la comparaison avec les valeurs théoriques.

En résumé, la variable  $X$  est d'autant plus significative que la valeur absolue de  $t$ -stat est forte ou  $p$  (probabilité de se tromper en rejetant l'hypothèse testée) est faible.

### 3.8.2. Sélection par la méthode de la variance conditionnelle

Une autre méthode de mesure de l'effet des paramètres d'entrée influents sur la sortie suppose une analyse de la variance conditionnelle. C'est une méthode analogue à l'analyse de la variance ANOVA. C'est une mesure de la contribution d'un facteur à expliquer une réponse issue de simulations. Cette méthode constitue un moyen pour évaluer l'incertitude de prédiction des réponses issues de simulations par ordinateur.

Si nous avons un plan d'expériences de plusieurs entrées, nous pouvons définir  $y_{ij}$  comme la réponse associée à un facteur  $A$ . Nous définissons  $n$  comme le nombre de niveaux du facteur étudié et  $r$  est le nombre des réponses associées à chaque niveau  $i$ . La moyenne générale des réponses s'écrit :

$$\bar{y} = \frac{1}{nr} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r y_{ij} \quad \text{Eq. 127}$$

Ensuite, nous définissons la variabilité totale des réponses par la somme carrée totale SST qui estime le produit de  $n \times r \times \text{var}[E(y)]$  où  $E(y)$  est l'espérance des réponses  $y$ .

$$SST = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^r (y_{ij} - \bar{y})^2 \quad \text{Eq. 128}$$

Rappelons que la moyenne des réponses d'un facteur estime l'espérance mathématique d'un facteur à un niveau fixé tel que  $E(y/x=x_i)$ . La moyenne est donnée par l'équation suivante :

$$\bar{y}_i = \frac{1}{r} \sum_{j=1}^r y_{ij} \quad \text{Eq. 129}$$

La somme quadratique de la variation d'une réponse d'un facteur  $A$  noté SSA estime la variance de l'espérance  $\text{var}[E(y/x=x_i)] \times n \times r$ . Elle s'écrit donc :

$$SSA = \sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - \bar{y})^2 \quad \text{Eq. 130}$$

Le rapport de ces deux sommes est le coefficient de corrélation estimé d'un facteur  $A$ . Nous avons la mesure relative d'importance d'un facteur traité d'une façon indépendante des autres. Elle permet de classer les facteurs d'entrée selon ceux qui ont la valeur la plus grande.

$$\frac{SSA}{SST} = \frac{\text{Var}[E(y/x = x_i)]}{\text{Var}(y)} \quad \text{Eq. 131}$$

### 3.8.3. Sélection du modèle optimal par régression

Plusieurs types de régression sont utilisés dans la sélection du modèle optimal. Ces procédures permettent de déterminer quelles variables sont à retirer ou à ajouter dans le modèle. Parmi les différents types de régressions, nous allons en présenter trois :

- Régression à élimination progressive (Backward elimination) ;
- Régression à sélection progressive (Forward regression) ;
- Régression pas à pas (Stepwise regression).

La procédure d'élimination progressive consiste à éliminer les variables explicatives dont les variables t-stat de Student sont en dessous du seuil critique. Cette procédure est utilisable dans le cas où la première équation pourrait être estimée. En effet, un modèle contenant un grand nombre de variables explicatives provoque un risque élevé de colinéarités entre les variables. La matrice  $xx^t$  peut être singulière dans le calcul des moindres carrés.

Dans le cas de la procédure de sélection progressive, c'est le cas inverse de la procédure précédente. Dans un premier temps, nous sélectionnons la variable explicative la plus corrélée avec la réponse. En passant à la deuxième étape, nous calculons les coefficients de corrélation partielle entre les variables  $x_i$  et  $x_j$  avec la réponse  $y$  ( $i \neq j$ ). Enfin, nous retenons la variable dont le coefficient est le plus élevé.

La régression pas à pas (Stepwise) est la plus souvent utilisée. Elle est identique à la sélection progressive sauf lors de l'utilisation de la variable de Student comme critère de sélection. Nous pouvons dire qu'elle combine la méthode de sélection et l'élimination en même temps. Cette méthode consiste à chercher d'abord la variable la plus corrélée avec la variable à expliquer, puis à rajouter pas à pas les variables provoquant le plus fort accroissement de coefficient de détermination  $R^2$ . De plus, nous avons vu que le test de Student permet de dire si la variable est significative mais en tenant compte de chaque variable de façon indépendante.

Pour cela, la procédure Stepwise propose après l'introduction d'une nouvelle variable dans le modèle, de réexaminer les tests de student pour chaque variable explicative anciennement admise dans le modèle. Après réexamen, si des variables ne sont plus significatives, nous pouvons retirer du modèle la moins significative d'entre elles. Nous répétons ce processus jusqu'à ce que nous gardions les variables significatives dans le modèle.

Cette régression semble être la meilleure dans la sélection des variables. Stepwise peut abuser les utilisateurs qui utilisent les logiciels informatiques. Les résultats dans ce cas risquent d'être faussés à cause de la multi colinéarité. A titre d'exemple, si  $x_1$  et  $x_2$  sont deux variables explicatives et fortement corrélées entre elles, une de ces deux variables introduite dans le modèle peut masquer le pouvoir explicatif de l'autre variable et vice versa. La présence de la multicollinéarité rend les coefficients instables ; une faible modification dans les données entraîne une forte modification de l'estimation. La taille de l'échantillon peut modifier largement les résultats.

Les sources de la multi colinéarité sont multiples. Citons parmi elles :

- Augmentation de la multicollinéarité en raison des variables liées ;

- Présence d'un grand nombre des variables explicatives ;
- Echantillons de données non suffisants par rapport à un grand nombre de variables ;

Un moyen de vérification du modèle consiste à déterminer les résidus partiels de la régression. C'est-à-dire à calculer l'équation entre une variable explicative et la réponse indépendamment des autres variables. Une autre solution envisagée consiste à poser un seuil pour l'introduction et l'élimination d'une variable. Les seuils les plus utilisés pour ajouter une variable dans le modèle sont 5% et 1% pour l'enlever.

### **3.9. Conclusion**

Dans ce chapitre, un rappel théorique détaillé sur la méthode des plans expériences a été présenté. Cette méthode constitue une approche efficace pour mener une étude paramétrique avec un nombre réduit de simulations. Les plans classiques représentent, grâce à l'orthogonalité, un moyen efficace et simple pour analyser les effets des facteurs sur une réponse étudiée. Ces plans sont très utilisés dans l'expérimentation physique et ils permettent de minimiser le nombre de paramètres à faire varier.

Les plans classiques pourraient être avantageusement remplacés par les plans numériques. Ces derniers présentent des matrices d'expériences très réduites en nombre de simulations même si le nombre des facteurs et des niveaux reste élevé. De plus, ils sont construits pour l'analyse paramétrique des expériences menées par ordinateur où les réponses sont déterministes.

Parmi les plans numériques, les plans uniformes ont été abordés. De plus, des outils d'analyse de données ont été présentés, plus particulièrement, les techniques de sélection des variables significatives et la méthode de régression Stepwise pour établir un modèle polynomial de prédiction. Ce modèle peut nous servir à simplifier la carte par un modèle plus simple que le modèle initial du couplage champ-carte modélisé par la MTL.

Les notions que nous avons introduites sont suffisantes pour comprendre l'utilisation de la méthodologie des plans d'expérience. Nous utiliserons cette méthodologie pour étudier le couplage champ-carte à partir des applications et des exemples paramétriques concrets. Ce qui constitue le but du chapitre suivant.



## **CHAPITRE 4 : SUSCEPTIBILITE GLOBALE D'UNE CARTE PAR LES PLANS D'EXPERIENCES**

### **4.1. Introduction**

Ce chapitre présente l'application de la méthode des plans d'expériences au phénomène du couplage champ-carte[54]. La simulation du courant induit par le champ incident est réalisée via la théorie des lignes MTL. Nous nous intéresserons à la mise en évidence et l'étude des paramètres les plus prépondérants. La sélection de ces paramètres est effectuée en trois étapes :

- construction des plans d'expériences ;
- simulation par la méthode MTL ;
- analyse statistique des réponses afin d'obtenir les paramètres significatifs.

Dans un premier temps, nous appliquerons la méthode des plans d'expériences classiques au domaine de la susceptibilité des cartes PCB. Un cas test sera alors étudié.

Lorsque le nombre de niveaux des facteurs augmente, les plans d'expériences classiques nécessitent un grand nombre d'expériences ; Afin de réduire ce nombre, nous avons recours aux plans numériques.

Ces plans dédiés aux réponses simulées par ordinateur seront étudiés dans une deuxième partie. Ils seront validés en utilisant des tirages menés par Monte-Carlo. Cette méthode nous permet de vérifier si nous ne perdons pas des informations lorsque nous utilisons un nombre réduit de simulations dans les plans numériques. Les résultats obtenus par ces 2 méthodes sont traitées par plusieurs techniques d'analyse statistique notamment la variance ANOVA et la variance conditionnelle. La méthode d'analyse de la variance ANOVA peut provoquer des incertitudes dans le cas des réponses déterministes. Dans ce cas, nous utilisons l'analyse de la variance conditionnelle comme méthode alternative. Pour terminer cette partie, nous étudierons la méthode de régression pas à pas (Stepwise). Elle nous permettra d'établir un modèle de prédiction du système de couplage (champ-carte).

La dernière partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude des effets d'une ambiance CRBM sur une carte. Nous utiliserons la même démarche que pour une onde plane. Il sera ainsi possible d'étudier un milieu illuminé par plusieurs ondes planes. Nous terminerons ce chapitre par une comparaison entre ces deux types d'illumination (champ réverbérant ou onde plane unique). Nous regarderons notamment les effets des paramètres sur les réponses.

### **4.2. Observables physiques du problème de la susceptibilité**

Le couplage du champ électromagnétique avec les pistes d'un PCB dépend des paramètres géométriques et physiques qui caractérisent les lignes de transmissions. De plus, une ligne non adaptée subit des réflexions multiples, d'où la présence d'un effet des charges aux extrémités des pistes.

En utilisant la méthode de la théorie des lignes, notamment le logiciel LAMLIM de XLIM, nous pouvons regarder l'effet de chaque paramètre géométrique de la carte sur les courants induits. Ces courants sont collectés sur les charges terminales de la ligne.

Nous appelons 'port', l'extrémité sur laquelle le courant est calculé. Les charges utilisées dans le cadre de cette étude sont des résistances réelles. Le courant peut être étudié dans deux domaines : en temporel et en fréquentiel.

La figure (Fig.97) représente une simple carte PCB à une seule piste déposée sur un substrat électrique au-dessus d'un plan de masse. Il existe d'autres variables non géométriques qui peuvent affecter le courant induit. C'est le cas de l'angle d'incidence  $\theta$  de l'onde plane qui est un paramètre physique lié à l'orientation du champ.

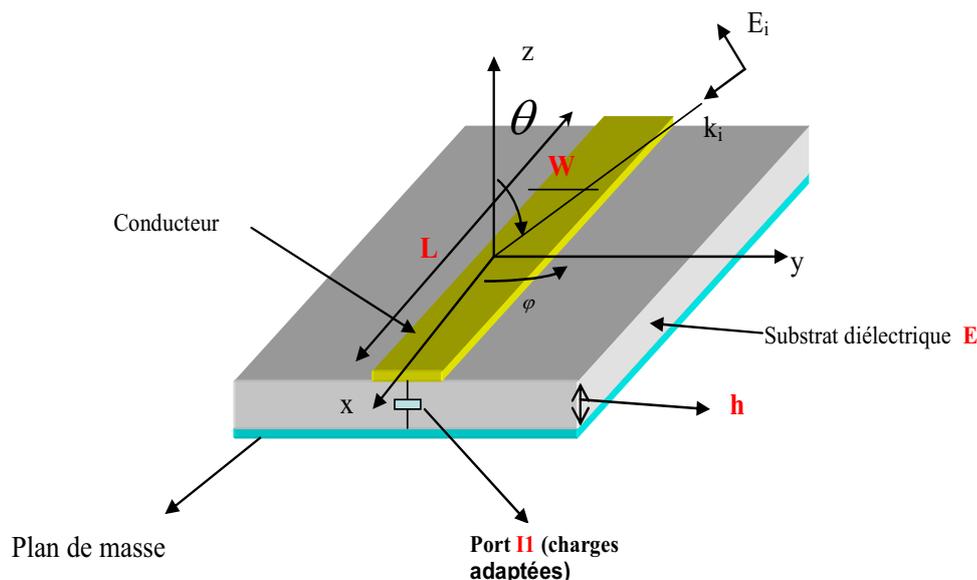


Fig.97 : Caractéristiques d'une carte à une seule piste.

Les symboles sur la figure ci-dessus signifient :

- W est la largeur de la piste ;
- h est la hauteur du diélectrique ;
- E est la permittivité relative du substrat ;
- L est la longueur physique de la piste ;
- T ou  $\theta$  est l'angle d'incidence du champ électrique.

Il existe plusieurs observables (variables de sorties) dans l'étude de la susceptibilité des cartes. Le signal se propageant tout au long de la ligne peut être étudié en fonction de son amplitude ou de son énergie (puissance) ou du temps de montée.

Dans un premier temps, l'étude paramétrique est appliquée sur les signaux induits dans le domaine temporel. La figure (Fig. 98) présente un signal en temporel sur l'un des ports. Sur cette figure, nous définissons notre observable qui est la valeur absolue maximale du courant collectée sur un port.

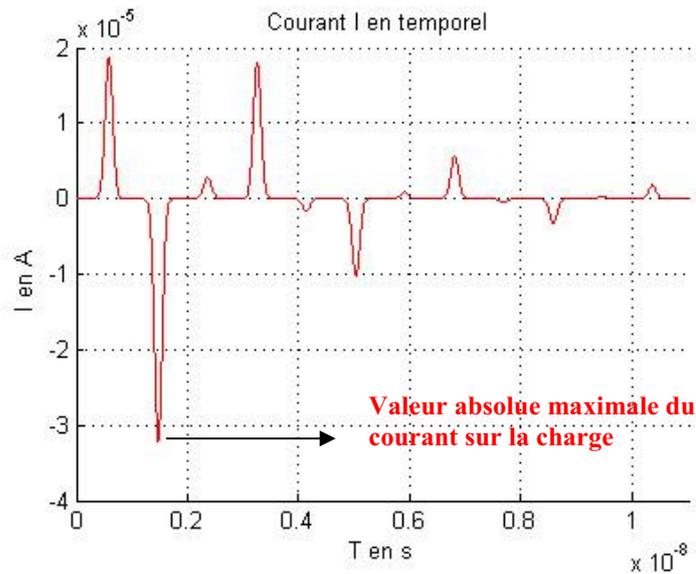


Fig. 98 : L'observable physique à étudier

### 4.3. Illustration de la méthode par les plans classiques

Prenons une carte à une seule piste avec des charges réelles à l'extrémité. Cette carte sous test est adaptée par des charges  $Z_L=Z_s=Z_c$ . Les plans classiques comme les plans fractionnaires sont souvent les plus utilisés pour effectuer une étude de criblage (étude d'effet). Ces plans à 2 niveaux sont les plus répandus dans la littérature et dans le monde industriel. Nous nous intéressons à étudier les poids des paramètres sur les réponses en tenant compte des termes d'interaction qui peuvent y exister. Il est important de bien recenser ces interactions. En effet, l'abondance de ces dernières peut causer un effet biaisé et masquer l'effet des facteurs principaux.

Le plan de Rechtshaffner (cf. chapitre 3) peut répondre à notre besoin en offrant la possibilité d'établir un modèle additif avec interaction du premier ordre. Le modèle additif avec couplage peut contribuer au classement des effets principaux avec leurs interactions. La condition nécessaire de l'utilisation consiste à réaliser  $N$  simulations distinctes où  $N$  est une valeur supérieure ou égale aux nombres des inconnues  $p$  à estimer dans le modèle :  $p \leq N \leq N_{\text{totale}}$ .

Les matrices d'expériences dédiées à la construction des plans de Rechtshaffner se trouvent dans plusieurs ouvrages. Nous allons décrire brièvement le principe de construction de cette matrice qui est composée de trois groupes de combinaisons de facteurs :

- Le premier groupe correspond à la première ligne de la matrice d'expériences ;
- Le deuxième groupe contient  $k$  lignes en présence de  $k$  facteurs ;
- Le troisième groupe contient  $k(k-1)/2$  lignes.

D'une manière générale, nous présentons les matrices d'expériences de Rechtschaffner par des signes  $+$  ou  $-$  (notation de Hadamard) pour faciliter le codage des matrices par la suite. A titre d'exemple, la construction d'une matrice d'expériences du plan de Rechtschaffner à 3 facteurs se fait en effectuant les étapes suivantes:

- La première ligne est remplie par des signes négatifs.

- Ensuite, nous faisons des permutations circulaires au sein de la matrice. Nous arrivons au point que le deuxième groupe composé des lignes 2, 3 et 4 ne contient qu'un seul signe négatif par ligne.
- Le troisième groupe contenant le reste des lignes est l'opposé du deuxième. Chaque ligne ne contient qu'un seul signe positif.

Tableau 13 : matrice d'expériences du plan de Rechtschaffner

Simulations	A	B	C
1	-	-	-
2	-	+	+
3	+	-	+
4	+	+	-
5	-	-	+
6	-	+	-
7	+	-	-

Les plans de Rechtschaffner sont similaires aux plans fractionnaires dans le cas de 5 paramètres. Nous allons donc utiliser les estimations d'effets moyens par l'intermédiaire des techniques graphiques. Le plan de Rechtschaffner appliqué aux 5 variables à 2 niveaux est une matrice composée de 16 expériences. Sur le diagramme d'Ichikawa, nous montrons les facteurs principaux avec leurs plages de variation. Les cinq variables d'entrée sont w, h, L, E et T. Les réponses calculées (les courants en temporel) sont indiquées au bout de la flèche (Fig.99).

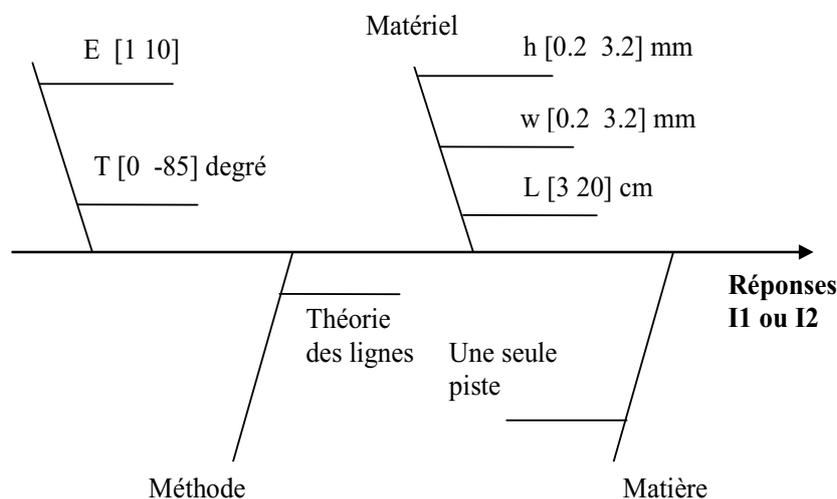


Fig.99 Diagramme d' Ishikawa (carte à une seule piste)

### 4.3.1. Etude des effets des facteurs principaux

Nous réalisons les 16 simulations au lieu de  $2^5=32$  simulations (Plan factoriel complet). Le Tableau 14 présente les différentes combinaisons de facteurs d'entrée, le courant I1 sur la sortie Y (sur le port en temporel).

Tableau 14 Plan de Rechtschaffner, 5 facteurs à 2 niveaux, 16 simulations

	W(mm)	H(mm)	L(cm)	E	T(degré)	Y en $\mu\text{A}$
1	0.2	0.2	3	1	0	1.6200
2	0.2	3.2	20	10	-85	4.5683
3	3.2	0.2	20	10	-85	9.8074
4	3.2	3.2	3	10	-85	10.689
5	3.2	3.2	20	1	-85	25.385
6	3.2	3.2	20	10	0	29.803
7	3.2	3.2	3	1	0	24.624
8	3.2	0.2	20	1	0	10.255
9	3.2	0.2	3	10	0	10.281
10	3.2	0.2	3	1	-85	10.252
11	0.2	3.2	20	1	0	11.050
12	0.2	3.2	3	10	0	13.973
13	0.2	3.2	3	1	-85	11.221
14	0.2	0.2	20	10	0	1.6449
15	0.2	0.2	20	1	-85	1.6419
16	0.2	0.2	3	10	-85	1.4477

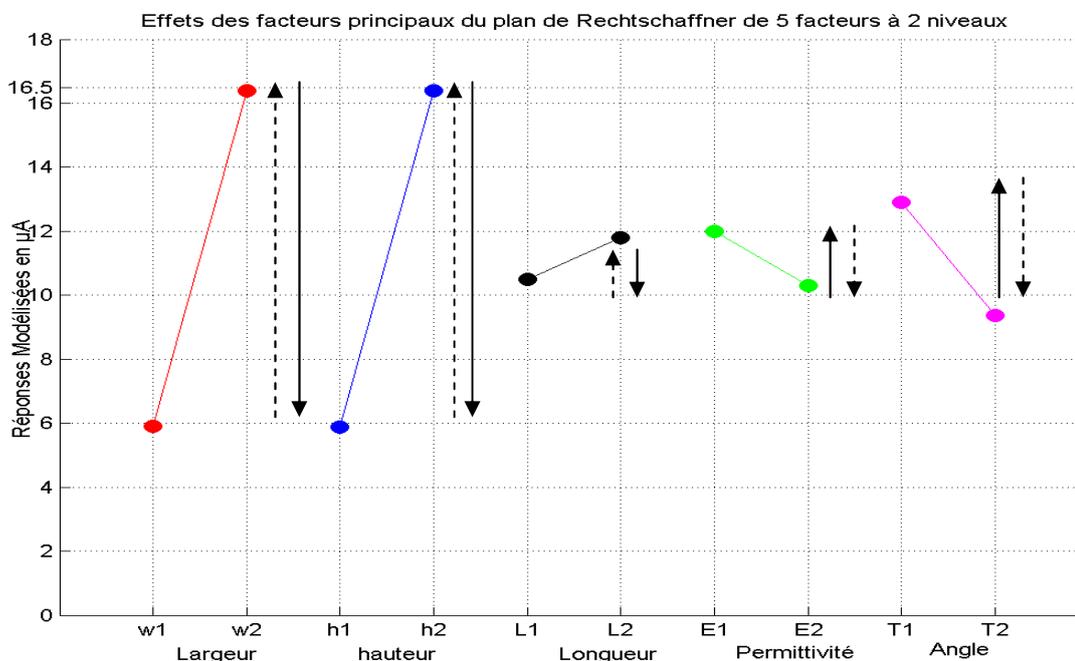


Fig. 100 : Tracé des effets moyens des facteurs principaux par le plan de Rechtschaffner

Les moyennes des réponses sont calculées à chaque niveau d'un facteur. Cette technique est utilisée en raison de l'orthogonalité. L'effet moyen correspond à la variation de la réponse lorsque le facteur change de modalité, et ceci quel que soit le profil de variation de la réponse entre les deux

états distincts. Sur la figure (Fig. 100), les effets moyens sont représentés par des flèches. Nous nous intéresserons plus particulièrement à la flèche en pointillé qui commence du niveau bas de chaque facteur. Nous admettons le niveau bas comme une référence. Il est clair que la hauteur du substrat ( $h$ ) et la largeur de la piste  $w$  sont les variables les plus influentes sur le maximum du courant en temporel.

La hauteur et la largeur de la ligne varient beaucoup quand elles passent du niveau bas ( $h_1=w_1=0.2$  mm) au niveau haut ( $h_2=w_2=3.2$  mm). On constate une variation importante de  $+10.5\mu\text{A}$  pour  $w$  et  $+10.7\mu\text{A}$  pour  $h$ . La visualisation des effets moyens pour la longueur montre que cette dernière n'influence pas l'observable. En effet, La différence entre ces moyennes des réponses entre le niveau bas ( $L_1=3$  cm) et le niveau haut ( $L_2=20$  cm) est de  $+1\mu\text{A}$  ce qui est négligeable. En ce qui concerne la permittivité du diélectrique  $E$ , celle-ci a également un effet négligeable sur le courant en temporel. Les moyennes des réponses diminuent de  $-1,8\mu\text{A}$  en passant du niveau bas ( $E_1=1$ ) au niveau haut ( $E_2=10$ ).

Abordons maintenant le dernier paramètre : l'angle d'incidence Téta ( $T$ ). Son influence est modérée avec une variation moyenne de  $4\mu\text{A}$ .

### 4.3.2. Étude des effets des interactions

Le plan de Rechtschaffner tient compte du calcul des effets des interactions d'ordre 1 dans le modèle additif. D'une manière analogue aux effets principaux, nous allons présenter à l'aide des graphiques des effets quelques interactions significatives entre les facteurs principaux. Le nombre d'interactions pour 5 facteurs est 10. Nous calculons les effets réels d'un facteur paramétré par les modalités d'un autre facteur (cf. paragraphe 3.7 chapitre 3).

Il faut noter qu'un facteur non prépondérant peut générer des interactions importantes avec d'autres facteurs significatifs. Cependant, deux facteurs non significatifs ne peuvent pas créer des interactions significatives entre eux. En utilisant les réponses du Tableau 14, Il est possible de tracer le graphe d'interaction entre la hauteur du substrat  $h$  et l'angle Téta ( $T$ ) sur la figure (Fig. 101).

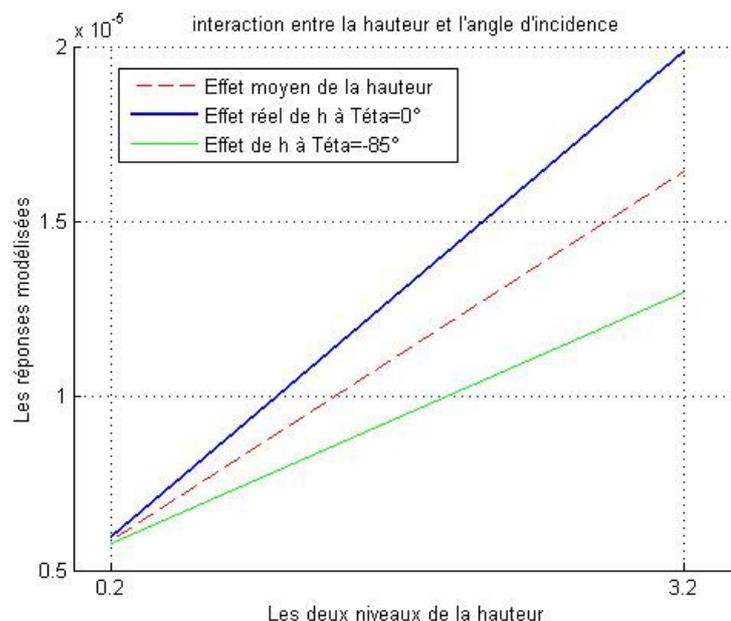


Fig. 101 : Graphe d'interaction entre la hauteur  $h$  et l'angle  $T$

La droite rouge en pointillés représente les effets moyens du facteur h. La détection d'une interaction faible entre la hauteur h et l'angle T est expliquée par le fait que l'angle d'intersection entre les trois droites est aigu. Plus l'angle d'intersection est grand, et plus l'interaction entre les facteurs est importante.

Ainsi, les droites bleues et vertes représentent les effets réels du facteur A en fonction de la modalité de B. Le signe et l'amplitude de l'effet moyen ne sont pas représentatifs du signe et de l'amplitude des effets réels.

La droite bleue montre les moyennes des réponses du facteur h à 0.2 et 3.2mm en fixant le niveau du facteur téta (T=θ) à 0°. Idem pour la courbe verte avec T=-85°. L'effet de h dépend donc un peu de la modalité de l'angle T.

Une autre interaction existe entre la permittivité diélectrique E et l'angle d'incidence T. La figure (Fig.102) montre que le signe et l'amplitude de la permittivité ne sont pas représentatifs des effets réels des réponses modélisées (T =0° droite bleue) et (T =-85° droite verte).

Les courbes sont sécantes, ce qui montre la présence d'une interaction forte entre les deux paramètres. Il existe des cas où il n'y a pas d'interaction. Par exemple la largeur w et l'angle d'incidence T.

La figure (Fig. 103) montre ce graphe d'interaction. Ces droites étant parallèles, nous pouvons conclure qu'il n'y a pas d'interaction.

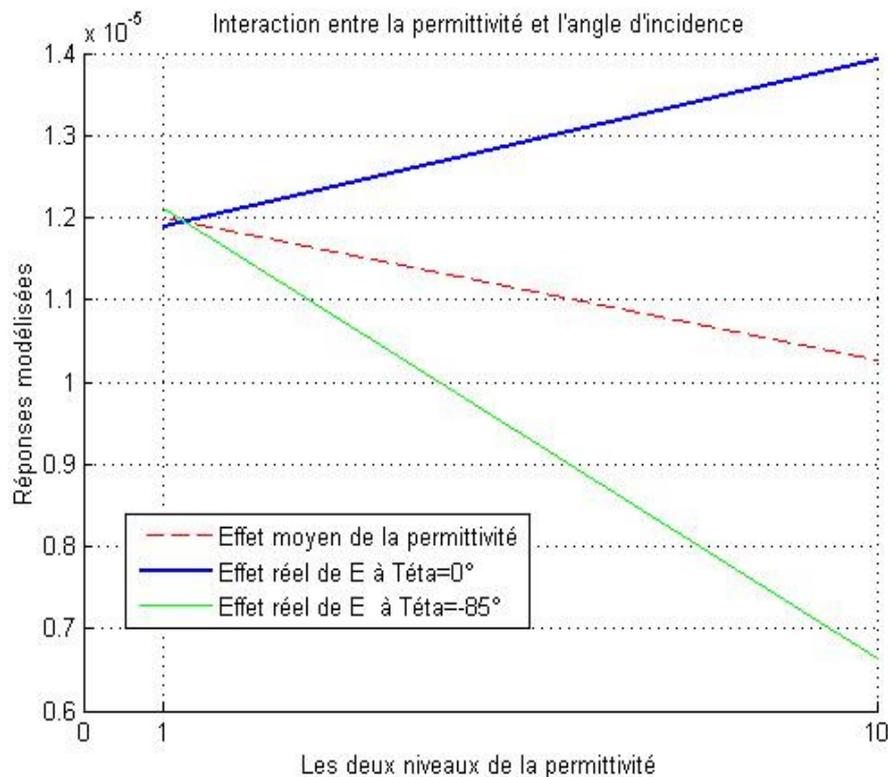


Fig.102 : Graphe d'interaction entre la permittivité et l'angle d'incidence

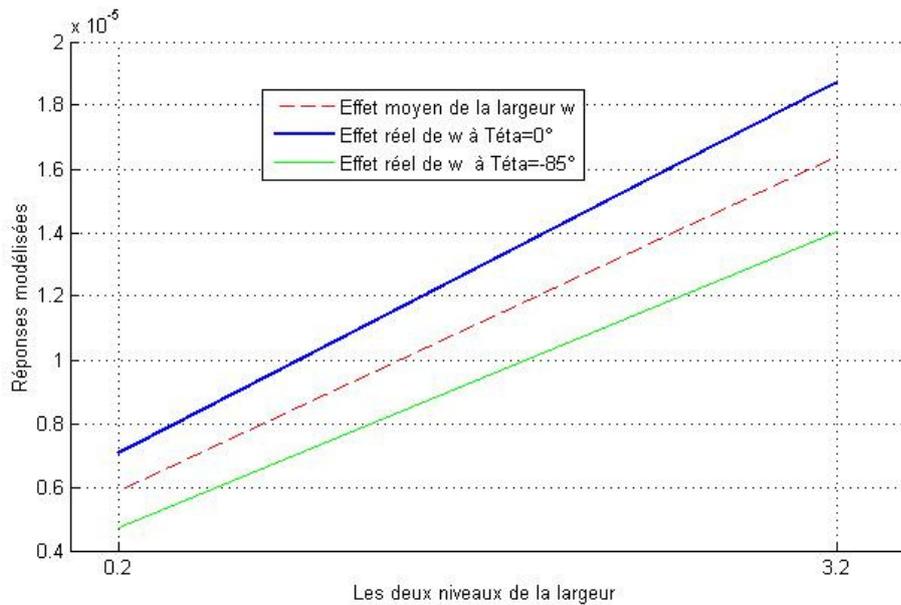


Fig. 103 Pas d'interaction entre la largeur et l'angle  $\theta$

Les coefficients du modèle additif avec couplage sont calculés à l'aide des formules présentées dans le chapitre 3. Les valeurs des coefficients d'effets et des interactions sont présentées dans la figure (Fig. 104) ainsi que dans l'équation du modèle :

$$y = 11.14 + 5.24 \times w + 5.27 \times h + 0.62 \times L - 0.86 \times E - 1.76 \times T + 0.96 \times w \times h + 1.79 \times w \times L + 0.65 \times h \times L - 0.37 \times w \times E - 0.79 \times h \times E - 0.55 \times L \times E - 0.58 \times w \times T - 1.68 \times h \times T + 0.34 \times L \times T - 1.88 \times E \times T$$

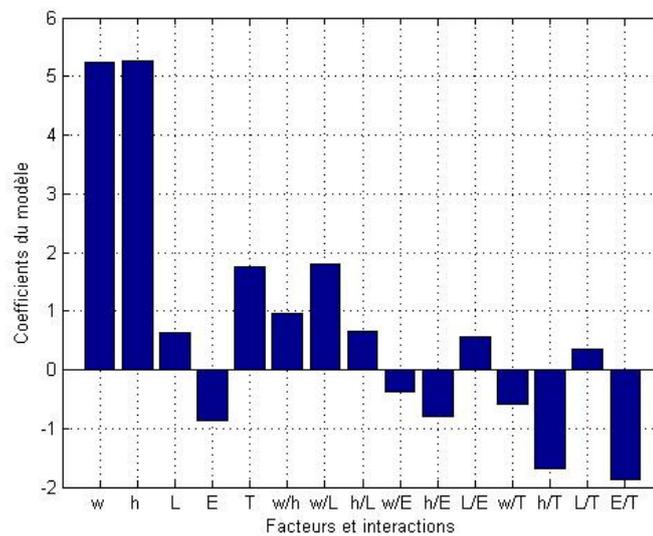


Fig. 104 : Coefficient du modèle additif avec interaction

Le modèle empirique établi par le plan de Rechtschaffner n'est pas un plan dédié à la prédiction. Il est donc un modèle additif avec interaction qui sert à étudier les effets des paramètres sur les réponses. La hauteur du substrat h, la largeur w sont les plus influents et en second ordre, nous avons l'angle d'incidence T. Pour bien valider cette conclusion, nous effectuons des essais

supplémentaires appelés essais de validation. La longueur et la permittivité sont fixées à des valeurs constante vu que leur influence est négligeable.

Pour minimiser la réponse et avoir une faible amplitude maximale du courant, nous proposons de réaliser la simulation suivante :

W en mm	H en mm	L en cm	Eps	T en degré	Ilt en $\mu\text{A}$
0.2	0.2	20	10	-85	1.4477

Les valeurs minimales de w et h avec la valeur maximale de l'angle d'incidence T donnent une valeur très faible d'amplitude maximale du courant. Elle est de l'ordre de 1.44  $\mu\text{A}$ . Dans le cas inverse, pour maximiser cette valeur, nous effectuons une autre simulation en fixant les valeurs de la largeur et de la hauteur à 3.2 mm. La valeur de l'angle d'incidence est de 0° car les moyennes des réponses sont maximales lorsque T = 0°.

W en mm	H en mm	L en cm	Eps	T en degré	Ilt en $\mu\text{A}$
3.2	3.2	20	10	0	29.803

La réponse est plus forte et égale à 29.803 $\mu\text{A}$ . Dans les deux essais, la longueur L et la permittivité E sont restées constantes. A partir de ces deux essais, nous remarquons que les résultats sont pertinents.

### 4.3.3. Validation par un plan factoriel complet

Les plans dédiés à l'étude des effets des facteurs à deux modalités sont les plus souvent utilisés car ils sont les plus économiques. Mais prendre deux modalités seulement alors qu'on pourrait en prendre plus peut entraîner une perte d'informations. Pour cela, nous allons réaliser un cas considéré comme plus compliqué. Ce cas constitue une référence fiable pour valider les résultats obtenus par le plan de Rechtschaffner. C'est le cas du plan factoriel complet. Ce plan factoriel complet (cf. chapitre 3) est un plan optimal. Nous réalisons alors toutes les combinaisons possibles dans le domaine expérimental.

Nous allons reprendre la même ligne adaptée mais en augmentant le nombre des modalités par facteur jusqu'au niveau cinq. Le Tableau 15 présente les cinq facteurs du système étudiés avec leurs 5 niveaux:

Tableau 15 : Présentation des cinq facteurs à cinq niveaux

Facteurs	Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4	Niveau 5
W (mm)	0.2	0.4	0.8	1.6	3.2
H (mm)	0.2	0.4	0.8	1.6	3.2
L (cm)	3	6	10	15	20
E	1	2.2	4.5	7	10
T(degré)	0	-30	-45	-60	-89

Le nombre total de simulation est  $5^5 = 3125$  simulations. Nous allons estimer les effets moyens, de la même manière que le plan de Rechtschaffner. La figure (Fig. 105) montre les effets des facteurs principaux :

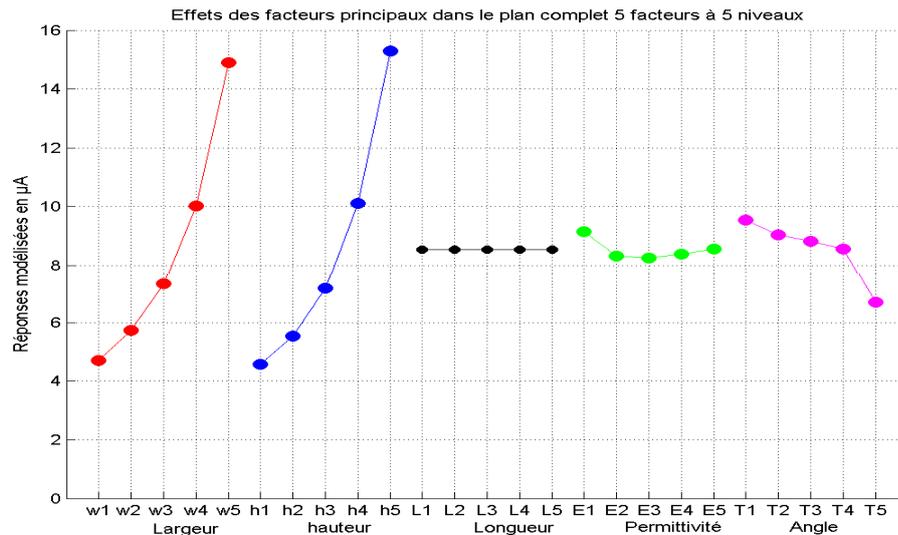


Fig. 105 : Effets des facteurs principaux d'un plan factoriel complet (5 facteurs à 5 niveaux)

D'après cette figure, l'influence de la largeur  $w$  et la hauteur  $h$  sur l'amplitude maximale du courant est importante. Si nous prenons le niveau 1 comme référence, les réponses modélisées du courant augmentent de  $+10.2\mu\text{A}$  pour atteindre le cinquième niveau. La variation des réponses modélisées de la hauteur varie de  $+10.4\mu\text{A}$ . Les 3125 simulations ramènent plus d'informations. Ce qui a bien validé que l'effet moyen de la longueur est négligeable car la courbe ne varie pas. La permittivité diélectrique est quasiment constante à partir du niveau 2. De plus, elle varie seulement de  $+1\mu\text{A}$  entre le niveau 1 et 2.

La variation de l'angle d'incidence est décroissante entre le niveau 1 et le niveau 5. Il existe une variation de  $+3\mu\text{A}$  entre ces deux niveaux. Comme nous l'avons constaté dans l'analyse du plan de Rechtschaffner, l'effet moyen de l'angle d'incidence est classé en deuxième ordre après la largeur et la hauteur. Le plan complet tient compte de toutes les interactions et nous avons détecté les interactions fortes d'une façon similaire au plan de Rechtschaffner. Nous avons une interaction forte entre l'angle d'incidence  $T$  et la permittivité  $E$  comme le montre la figure (Fig. 106). Cette interaction est principalement localisée entre les niveaux 1 et 2 de  $T$ .

Nous pouvons en conclure que la méthode des plans d'expérience classique est applicable dans le domaine de la CEM des cartes. Mais pour établir des surfaces de réponses de qualité dans le cas des réponses issues de la simulation, il est recommandé d'utiliser les plans numériques et ceci pour plusieurs raisons :

- Les réponses sont déterministes ;
- La possibilité d'avoir un très grand nombre de facteurs et de modalités avec peu de simulations ;
- Utilisation de méthodes dédiées à la construction d'une surface de réponse polynomiale pour la prédiction des réponses par régression ;
- La possibilité d'optimiser la réponse prédite par un algorithme d'optimisation.

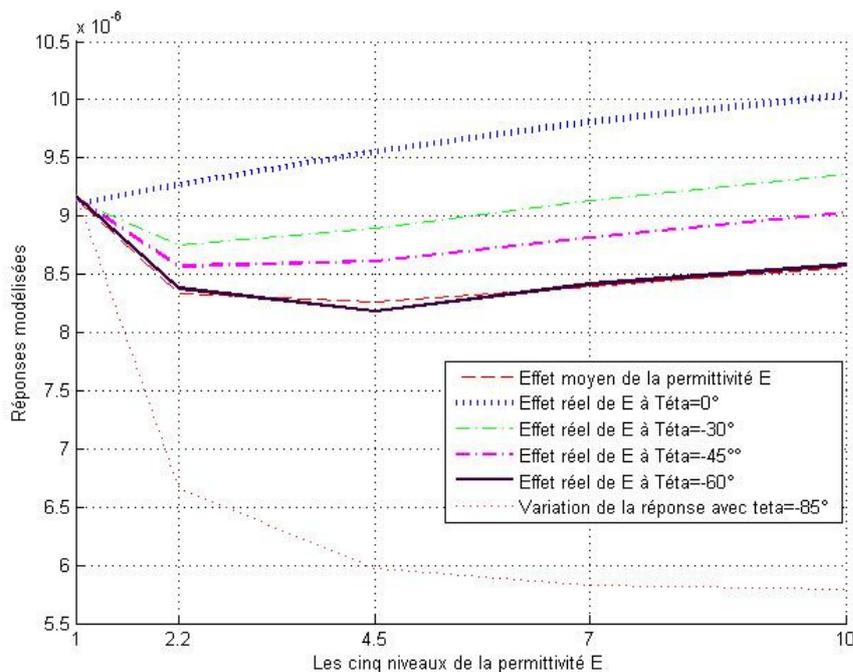


Fig. 106 : Interaction entre la permittivité et l'angle d'incidence

#### 4.3.4. Effet des charges

Après avoir illustré la méthode des plans d'expérience dans le cas d'une ligne adaptée, nous allons maintenant étudier des cas plus complexes. Dans les chapitres 1 et 2, nous avons étudié d'une manière théorique et expérimentale les effets des charges sur les tensions en fréquentiel. Nous nous intéressons maintenant à étudier leurs effets sur l'amplitude maximale du courant en temporel. Pour cela, nous allons réaliser une étude paramétrique pour évaluer leur poids sur le courant.

Prenons une ligne simple (Fig.107) de longueur 15 cm, largeur 1 mm, hauteur du substrat 1.6 mm et épaisseur du conducteur 45  $\mu\text{m}$ . Cette ligne est illuminée par une incidence oblique ( $T = 45^\circ$ ). En faisant varier les deux charges aux extrémités  $R_1$  et  $R_2$  entre CC (Court circuit), CO (Circuit ouvert) et CLA (charges adaptées), nous pouvons calculer les effets moyens.

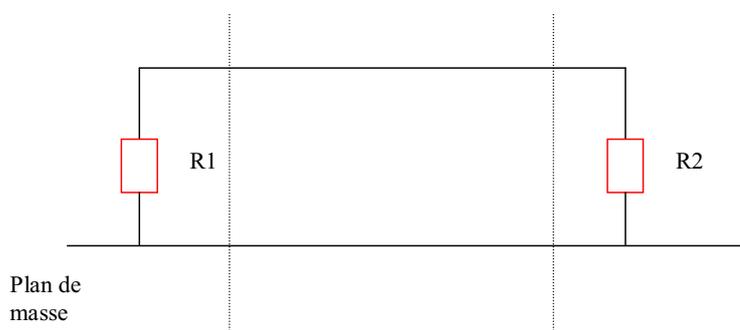


Fig.107 : Une ligne de 15 cm ( $R_1$  et  $R_2$  variables)

Les combinaisons possibles de ces 2 facteurs donnent 9 simulations, c'est-à-dire un plan factoriel complet (Tableau 16).

Tableau 16 : Plan factoriel complet, deux facteurs à trois niveaux

Simulations	R1	R2
1	CLA	CLA
2	CLA	CC
3	CLA	CO
4	CC	CLA
5	CC	CC
6	CC	CO
7	CO	CLA
8	CO	CC
9	CO	CO

Les résultats sur les figures suivantes montrent les effets moyens des charges  $R_1$  et  $R_2$  sur la réponse  $y=I1$  (courant collecté sur la charge  $R_1$ ) (Fig.108) ainsi que sur la réponse  $y = I2$  (courant collecté sur la charge  $R_2$ ) (Fig.109).

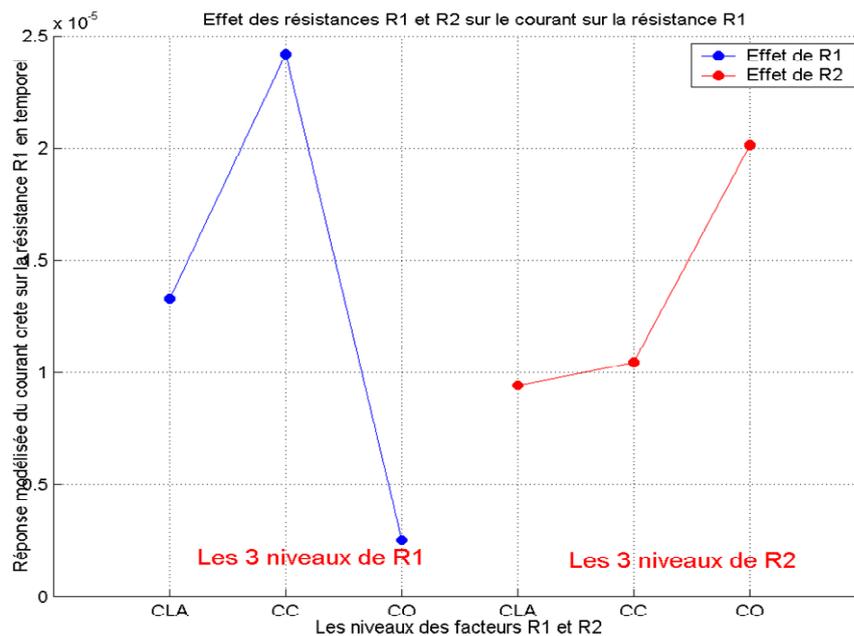


Fig.108 : Effet des charges sur le courant maximal de la résistance R1

L'effet moyen de la charge  $R_1$  sur le courant  $I1$  est très significatif. Les réponses modélisées augmentent de  $9 \mu A$  quand la charge  $R_1$  passe de l'état adapté (état de référence) à l'état CC. Ensuite, ces réponses diminuent de  $11 \mu A$  quand  $I1$  passe de CLA au CO. En même temps, concernant l'effet de la charge  $R_2$  sur le courant  $I1$ , il apparaît que cette charge est moins influente que la charge  $R_1$ . Les réponses varient de  $2 \mu A$  quand on passe de CLA au CC et de  $12 \mu A$  quand on passe de CLA au CO.

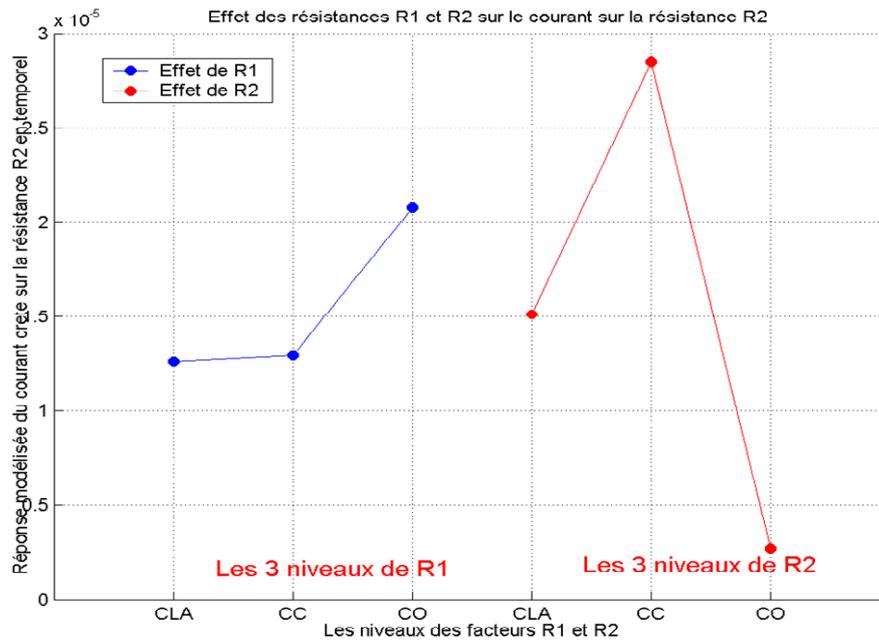


Fig.109 : Effet des charges sur le courant maximal de la résistance R2

D'une manière symétrique, les effets moyens des charges sur le courant I2 montre la même variation que celle trouvée sur le courant I1. Mais dans ce cas, R2 est plus influente sur I2 que R1. Nous montrerons par la suite que l'effet de la charge opposée à celle où on relève le courant est masqué.

### 4.3.5. Effet d'un coude

Les pistes ne sont pas toujours rectilignes dans un circuit imprimé. Le routage des pistes est essentiel pour éviter les couplages entre elles. Nous allons donc étudier les effets d'un coude sur l'amplitude maximale du courant en temporel. Prenons à titre d'exemple un coude en angle droit (90°) composé de deux pistes (Fig.110). L'échelle est en maille. La fréquence maximale est de 5 GHz et les pas spatiaux sont :  $\Delta x = 0.5$  mm,  $\Delta y = 0.5$  mm et  $\Delta z = 0.4$  mm. Chaque piste a les caractéristiques suivantes:

- Longueur = 12 cm
- Largeur = 3.2 mm
- Epaisseur du conducteur = 10  $\mu$ m
- Permittivité diélectrique = 4.6
- Hauteur du substrat = 1.53 mm

La ligne coudée est excitée par un générateur de tension (GV1) dont la résistance interne est égale à 50 $\Omega$ . Ce générateur est localisé sur le brin vertical de la première piste alors que l'autre extrémité de la deuxième ligne est adaptée par une charge égale à 37.2  $\Omega$ .

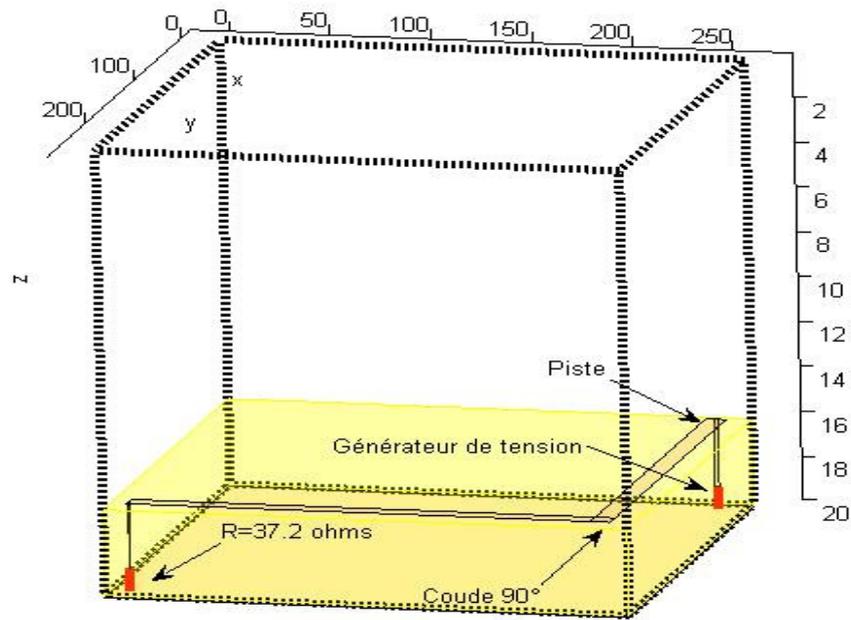


Fig.110 : Une ligne coudée

Nous pouvons montrer l'effet du coude sur le courant se propageant le long de la ligne en comparant la ligne coudée avec une piste rectiligne adaptée. Cette dernière possède une longueur égale à 24 cm ayant les mêmes caractéristiques que la ligne coudée. Les simulations sont effectuées par deux méthodes : FDTD et MTL. La figure (Fig. 111) compare le courant collecté sur la charge du générateur GV de la piste rectiligne et celui de la ligne coudée.

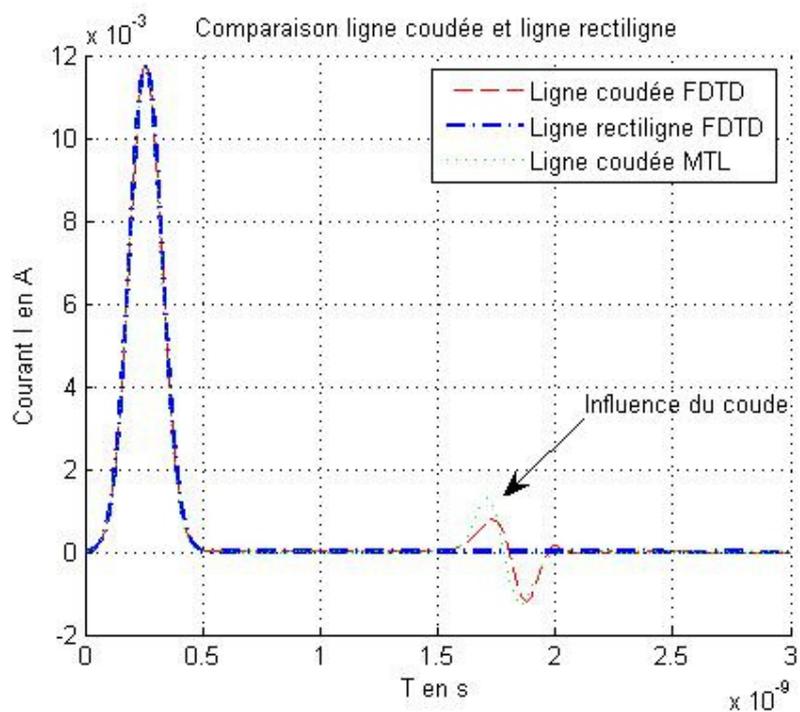


Fig. 111 : Courant calculé sur la charge du générateur de tension par FDTD et MTL

Nous constatons que le coude n'a pas d'influence sur l'amplitude maximale. Ces simulations donnent les mêmes amplitudes maximales entre la piste rectiligne et la ligne coudée. La seule différence réside dans l'apparition des signaux parasites dus à la présence du coude. Par la théorie des lignes MTL, nous ajoutons un circuit équivalent L et C représentant le coude (cf. chapitre 1). La petite différence entre la MTL et FDTD est due au fait que la MTL ne tient pas compte des brins verticaux ce qui n'est pas le cas avec la FDTD.

Nous allons donc rester dans le cadre d'une étude paramétrique des pistes rectilignes car le coude a une influence de deuxième ordre sur l'amplitude du courant.

#### 4.4. Application des plans uniformes (UDs)

Pour le cas d'une ligne adaptée, nous allons appliquer une table UD composée de 55 tirs numériques au lieu de 3125 réalisés par le plan complet. La modalité du facteur est identique à celle utilisée pour le plan complet. Ces tirs sont uniformément dispersés au centre du domaine expérimental. Le Tableau 17 montre un extrait du plan uniforme.

Tableau 17 : Extrait du plan uniforme, 5 facteurs à 5 niveaux, 55 simulations

Simulations	w	H	L	E	T	Y en A
1	0,0016	0,0004	0,06	1	-85	6,98E-06
2	0,0008	0,0016	0,15	10	-30	9,79E-06
3	0,0004	0,0002	0,2	2,2	0	2,30E-06
4	0,0008	0,0008	0,2	4,5	-85	4,94E-06
5	0,0002	0,0004	0,1	1	-60	2,48E-06
6	0,0008	0,0032	0,2	7	0	1,77E-05
8	0,0032	0,0002	0,03	4,5	-60	9,97E-06
9	0,0016	0,0032	0,15	1	0	1,90E-05
10	0,0004	0,0016	0,06	10	-30	7,85E-06
11	0,0032	0,0032	0,03	10	-85	1,07E-05
12	0,0032	0,0016	0,1	1	-60	1,80E-05
13	0,0032	0,0002	0,06	4,5	-30	1,01E-05
14	0,0016	0,0016	0,06	7	0	1,34E-05
15	0,0002	0,0002	0,03	10	-45	1,51E-06
16	0,0016	0,0016	0,2	2,2	-60	1,16E-05
17	0,0016	0,0002	0,1	7	-85	5,46E-06
18	0,0032	0,0008	0,1	7	-45	1,33E-05
19	0,0002	0,0016	0,2	1	-45	6,55E-06
20	0,0004	0,0016	0,1	7	-60	7,03E-06
21	0,0008	0,0002	0,1	1	0	3,51E-06
22	0,0004	0,0004	0,06	7	0	3,24E-06
23	0,0016	0,0008	0,2	10	-60	8,48E-06
24	0,0004	0,0002	0,15	7	-30	2,18E-06
25	0,0008	0,0002	0,1	10	-60	3,33E-06

Les matrices d'expériences des plans uniformes ne sont pas toujours orthogonales et la matrice du modèle n'est pas toujours carrée. Pour cela, l'estimation des coefficients du modèle ne se fait pas par la méthode des sommes algébriques des réponses comme dans les plans orthogonaux. Ainsi, le plan uniforme n'est pas toujours saturé, c'est-à-dire que le nombre de simulations n'est pas

égal au nombre des inconnus  $p$  des problèmes. Il faut alors recourir à l'écriture matricielle de la méthode des moindres carrés.

Rappelons que le coefficient peut être écrit sous la forme suivante :

$$\text{Coeff} = (x^t x)^{-1} (x^t)(y) \quad \text{Eq. 132}$$

Où  $x$  est la matrice du modèle et  $y$  est le vecteur des résultats d'essais. De façon générale, nous pouvons dire que l'estimation des coefficients du modèle utilise la même équation que le plan soit saturé ou pas.

#### 4.4.1. Analyse statistique et modèle de prédiction

Les résultats du Tableau 17 sont interprétés par les techniques statistiques présentées dans le chapitre 3. Ces analyses permettent d'identifier les effets significatifs des facteurs. Elles permettent aussi la mise en oeuvre de tests de pertinence d'un modèle de prédiction. La figure (Fig. 112) obtenue à l'aide du logiciel Matlab montre le dernier pas de la méthode Stepwise (Pas à Pas). Nous remarquons dans la colonne des variables de Student  $t_{stat}$ , la présence de la hauteur  $h$  et la largeur  $w$  comme facteurs significatifs inclus dans le modèle final. La fonction appelée "stepwise(X, Y)" sous Matlab permet d'établir le modèle de régression. La matrice  $X$  contient les paramètres d'entrées et le vecteur  $Y$  les réponses des simulations.

Le modèle polynomial à construire par la méthode de Stepwise peut s'écrire sous une forme générale :

$$Y = C + \sum_i a_i x + \sum_i \sum_j a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_i a_{ii} x_i^2 \quad \text{Eq. 133}$$

Le modèle de la régression Stepwise est initialement vide. Ainsi, deux seuils d'utilisation différents ont été utilisés :

- Un seuil de 5% pour l'élimination d'une variable du modèle.
- Un seuil de 1% pour l'introduction d'une variable dans le modèle.

Ces seuils peuvent être ajustés selon les besoins. Nous avons choisi le modèle avec les interactions du premier ordre. L'effet de chaque variable du modèle est donc identifié par le test de Student à chaque pas de la régression Stepwise. Les coefficients de régression du modèle empirique sont calculés par la méthode des moindres carrés. L'équation finale du modèle s'écrit alors :

$$Y = -7.20768e - 8 + 0.0031498 \times w + 0.0050688 \times h \\ + 4.3127e - 005 \times h \times T - 1.2855e - 007 \times L \times T \quad \text{Eq. 134}$$

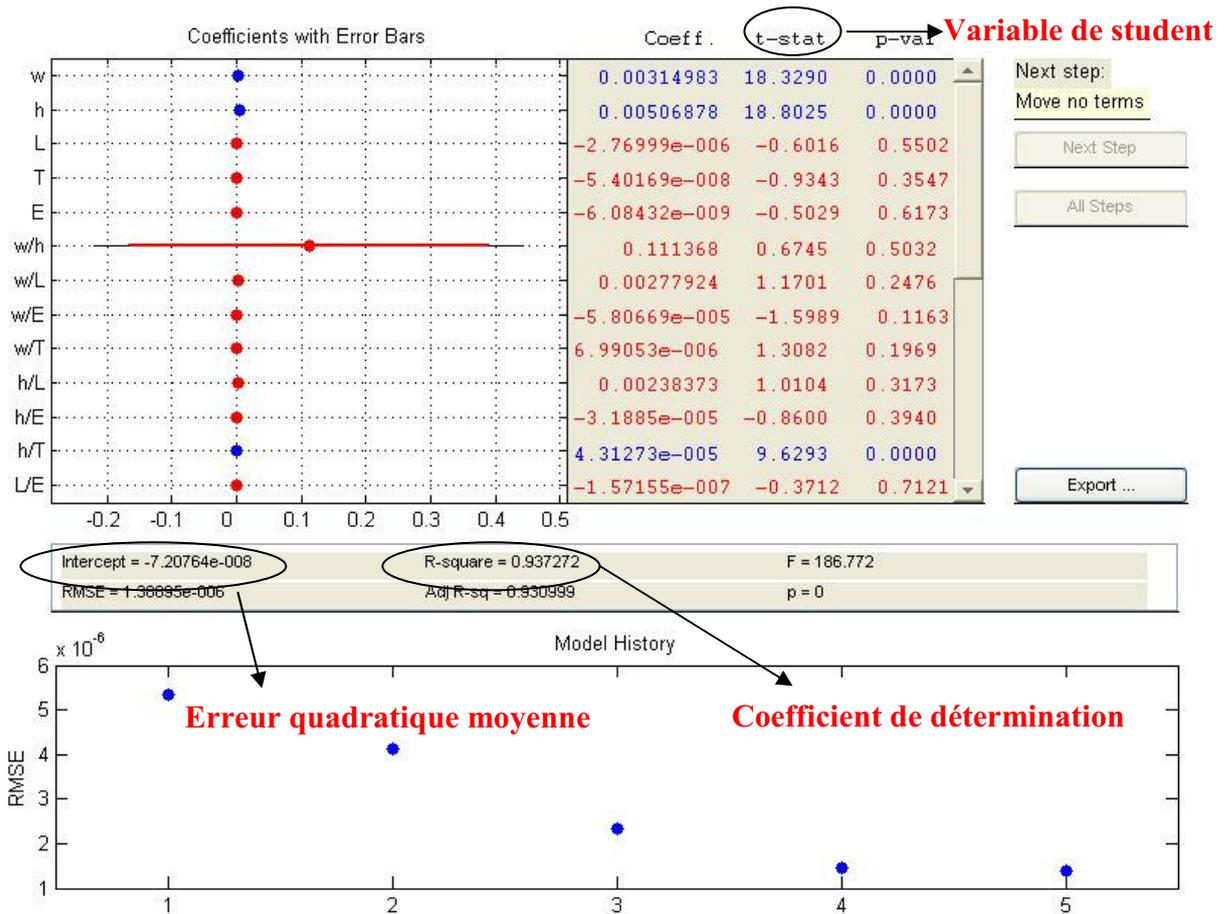


Fig. 112 : Table d'analyse de variance ANOVA pour le cas de 55 simulations

Nous constatons que l'équation (134) présente des interactions significatives entre la hauteur  $h$  et l'angle d'incidence  $T$ , ainsi qu'entre la longueur  $L$  et l'angle  $T$ . L'introduction des interactions doit être raisonnable puisque leur présence augmente le nombre de variables, ce qui provoque des sources de multicollinéarité ou des effets biaisés des coefficients. La sélection automatique par un logiciel peut tromper les utilisateurs et créer des incertitudes sur les calculs des coefficients.

Il est intéressant à noter que chaque type de plan ou "design" peut parfois provoquer des interactions distinctes d'autres types. Cette distinction est typique et elle est due au fait que chaque type de plan a ses propres conséquences. D'une manière générale, quand les conclusions sont satisfaisantes, c'est plutôt bon signe. En revanche, si les conclusions conduisent à des doutes sur les effets et la prédiction, il faut reprendre le problème depuis le début.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 3, la validité du modèle de prédiction ne dépend pas seulement du coefficient de détermination. Le  $R^2$  dans la figure (Fig. 112) est de l'ordre de 93.72 %. Le modèle a donc un grand pouvoir prédictif. D'une manière alternative, nous regardons le  $R_a^2$  (coefficient ajusté) qui est aussi élevé et égal à 93.09%. Regardons maintenant la répartition des points des résidus partiels.

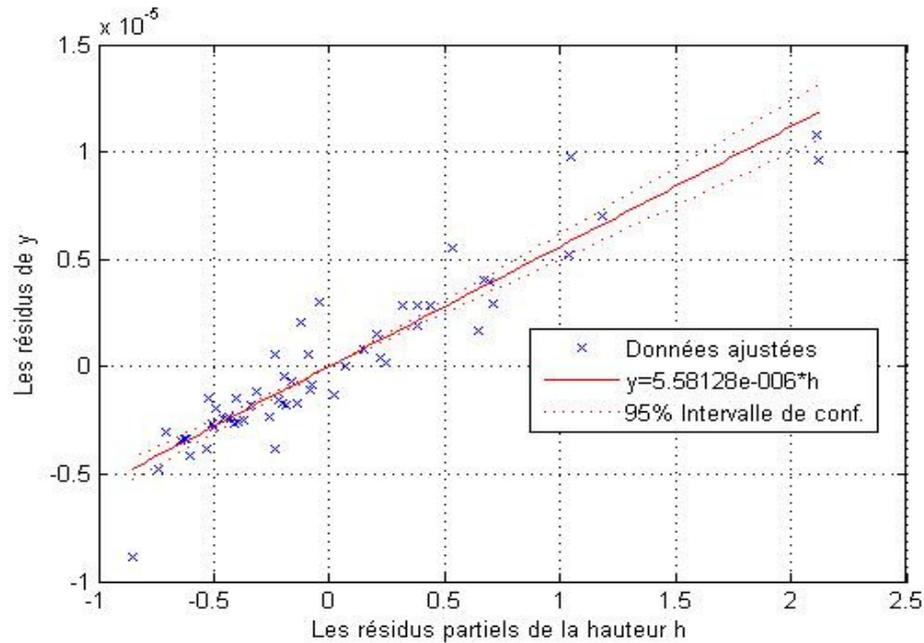


Fig.113 : Les résidus partiels de la hauteur h

La dispersion des points des résidus des réponses y sur la figure Fig.113 montre le résidu partiel qui mesure l'ajustement entre les valeurs calculées par les UD's et les valeurs prédites par le modèle. Les points sont aléatoirement dispersés autour de la droite et il n'y a pas une forme systématique. L'intervalle de confiance (cf. annexe C) est 95% autour de la droite d'ajustement.

Un autre critère pour le test de la pertinence du modèle est l'erreur quadratique moyenne (RMSE = root mean square error). Rappelons que le RMSE est un moyen de mesure utilisé pour mesurer l'erreur entre une valeur prédite par un modèle et les valeurs observées. Ainsi, nous cherchons toujours à obtenir une erreur minimale. Notre RMSE obtenu est +/-1.36 e-6. Avec cette marge d'erreur qui pourrait être acceptable, nous pouvons donc passer à l'étape finale de la validation.

Plusieurs essais supplémentaires ont été réalisés pour des combinaisons qui ne se trouvent pas dans la matrice d'expérience. Le Tableau 18 montre les résultats de simulations de la ligne adaptée et les résultats obtenus par l'équation (134).

Tableau 18 : Essais de validation

Simulation	W (m)	H (m)	L (m)	E	T (°)	Ysimulé	Ycalculé
Sim1	0.0028	0.0028	0.13	6.5	-35	2.25e-5	2.7751e-5
Sim2	0.0015	0.0003	0.02	2.3	-49	6.0787e-6	6.9332e-6

Les résultats sont très satisfaisants pour la prédiction de la réponse. L'optimisation des résultats peut être effectuée par des algorithmes d'optimisation comme les réseaux de neurones, Bisplines...

### 4.4.2. Interprétation sur les réponses temporelles

Les analyses statistiques et mathématiques ont montré les effets des facteurs principaux. Maintenant, nous nous intéressons aux réponses de la ligne en ne faisant varier qu'un seul paramètre à la fois afin d'évaluer son effet. Pour cela, nous simulons par MTL une carte à une seule piste dont la largeur est de 1mm, la hauteur du substrat de 1.53 mm, la permittivité de 4.6. Cette ligne est adaptée à ses extrémités par deux charges R1 et R2. L'incidence est normale (couplage magnétique  $\theta=0^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ ,  $\gamma=0^\circ$ ). La figure (Fig.114) donne le courant pour différentes longueurs (3, 6, 10, 15 et 20 cm). L'amplitude maximale ne varie pas. En revanche, nous avons un décalage.

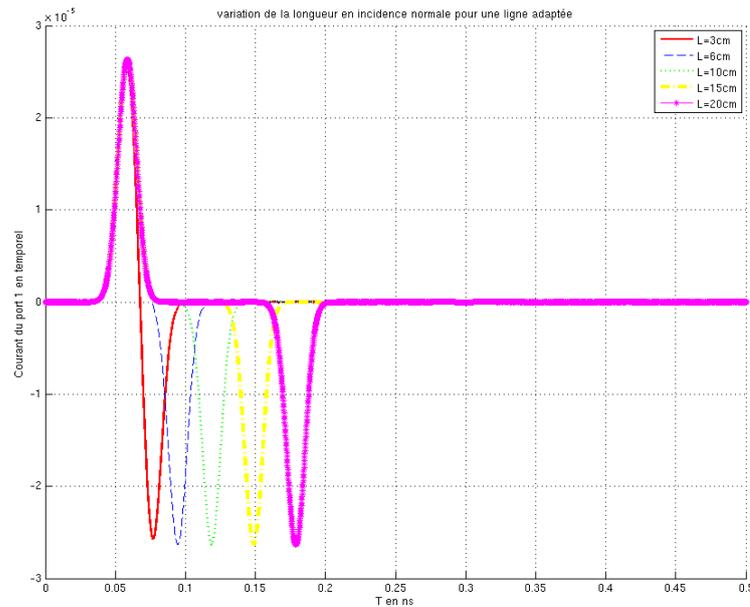


Fig.114 : Variation de la longueur de la piste

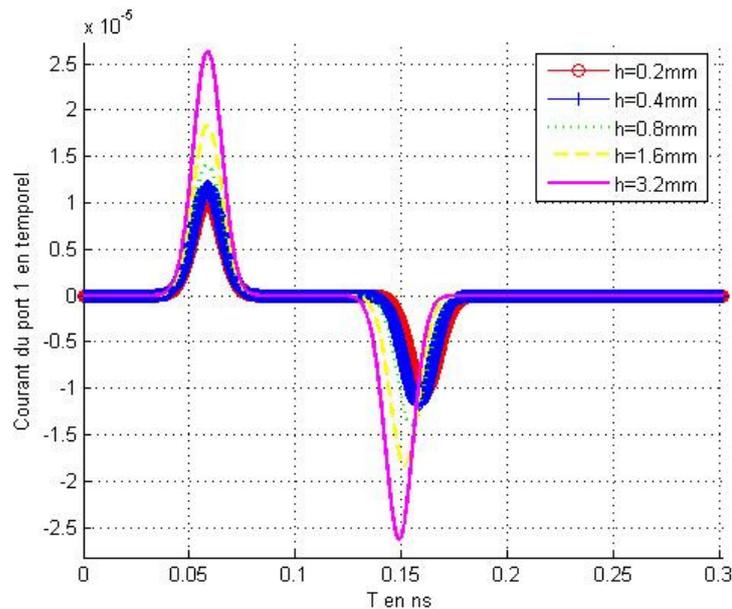


Fig.115 : Variation de la hauteur du substrat

Dans le domaine fréquentiel, la variation de la longueur implique un décalage des fréquences de résonance. La figure (Fig.115) ci-dessus tient compte de la variation de la hauteur du substrat sur le courant calculé sur la résistance R1 du port 1. L'amplitude maximale absolue augmente quand h varie entre 0.2, 0.4, 0.6, 1.6 et 3.2 mm. L'incidence est toujours normale.

#### 4.5. Étude paramétrique d'une carte à 5 pistes

La méthode des plans d'expériences plus précisément la méthode des plans numériques uniformes, a donné des résultats pertinents dans l'étude paramétrique d'une ligne adaptée. Nous appliquons la même méthode sur des cartes correspondant à des cas plus réels et avec davantage de variables. De plus, l'étude de ces cas complexes permet de tester la limite des analyses statistiques par la régression multilinéaire.

Considérons maintenant le cas d'une carte à 5 pistes, imprimée sur un substrat de permittivité relative 4.6 situé sur un plan de masse infini. Les pistes sont chargées aux extrémités par dix charges réelles connectées au plan de masse (Fig. 116). Les charges sont dans ce cas variables et nous définissons leurs plages de variation en fonction des coefficients de réflexion. Nous choisissons alors des valeurs donnant des coefficients de réflexion qui tendent vers 0,1, et -1.

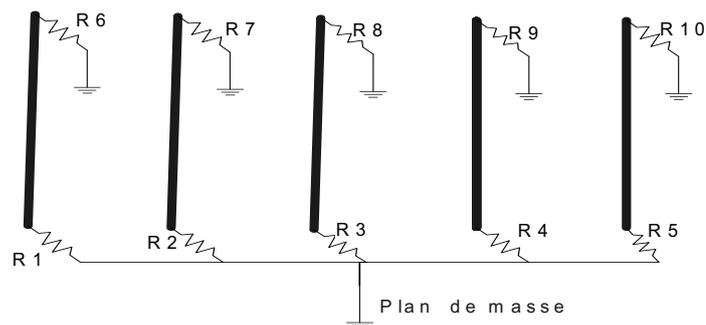


Fig. 116 : Carte 5 pistes, 10 charges

Le diagramme d'Ishikawa (Fig. 117) montre les 16 variables d'entrées de ce système. Nous gardons les mêmes variables de la ligne adaptée mais en ajoutant la variation des dix charges. Le nombre des niveaux par facteur est de six. Nous avons donc  $w$ ,  $h$ ,  $L$ ,  $E$ ,  $T$  et les résistances  $R_i$  avec  $i \in [1, 10]$ .

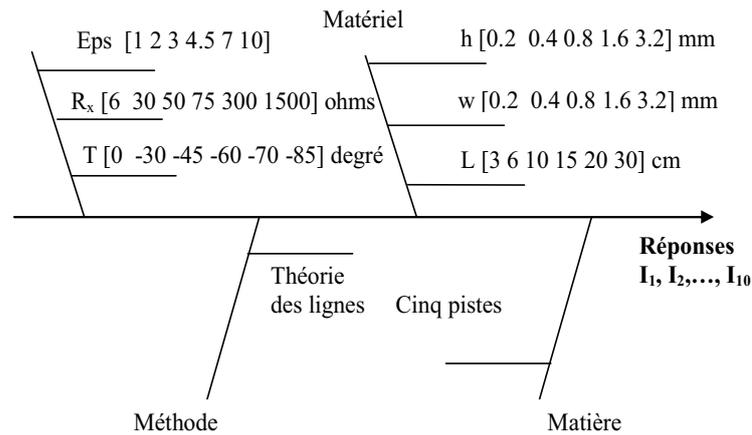


Fig. 117 : Diagramme d'Ishikawa pour le cas d'une carte à 5 pistes

Un plan uniforme de 102 simulations a été mis en place pour étudier l'amplitude maximale du courant en temporel. La possibilité d'effectuer moins de simulations est toujours possible dans les plans uniformes mais comme le nombre de facteurs est important, nous avons décidé de prendre une grande table pour maximiser l'information. Dans un premier temps, nous allons présenter les effets des facteurs principaux sur plusieurs réponses ( $I_1, I_2, \dots$ ).

Les diagrammes de Pareto nous permettent de présenter ces résultats en visualisant les valeurs absolues du tstat (variable de Student) obtenu par la table de l'analyse de la variance (ANOVA). La construction d'un modèle polynomial prédictif sera alors la prochaine étape.

Pour le courant collecté sur la résistance R1, nous pouvons remarquer sur la figure (Fig. 118) que la résistance R1, la hauteur du substrat h et la largeur de la piste w, sont les paramètres les plus influents. Ils peuvent être classés en premier ordre d'importance. De plus, la charge R1 apparaît comme la plus influente sur la réponse  $I_1$ . La charge située à l'autre extrémité de la piste où est connectée R1, soit R6 à une influence non négligeable et elle est considérée comme significative au deuxième ordre.

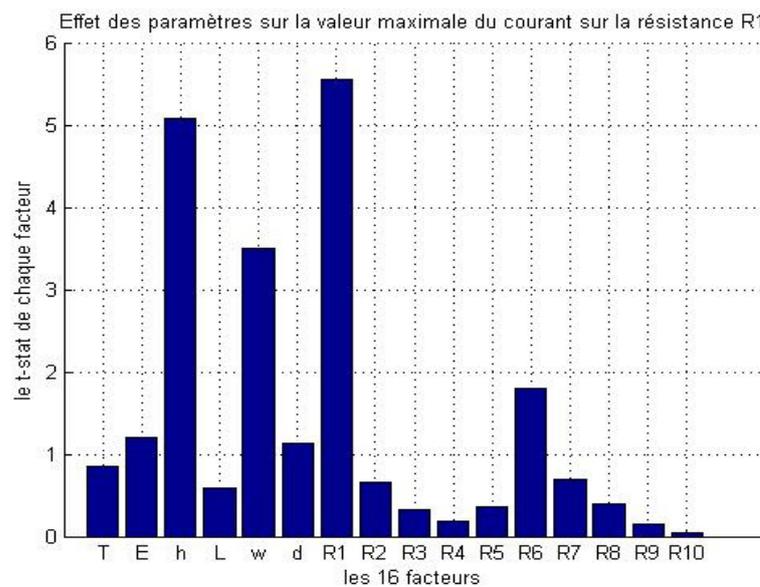


Fig. 118 : Effets des facteurs principaux sur l'amplitude maximale du courant collecté sur la résistance R1.

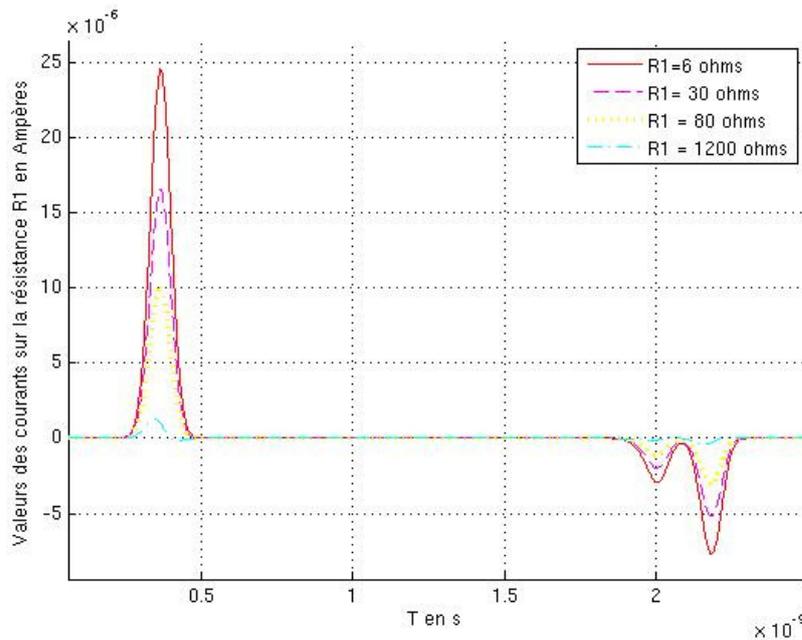


Fig. 119 : Effet de la variation de R1 sur la sortie du courant collecté sur R1

La figure précédente présente le courant I1 lorsque tous les paramètres sont fixés. Seule la charge R1 varie entre 6 30, 80 et 1200Ω. Les neuf autres charges ont une valeur fixe de 6Ω. La hauteur  $h = 1.53\text{mm}$ , la largeur  $w = 1\text{mm}$ , l'angle d'incidence  $T = 45^\circ$ , la longueur  $L = 15\text{cm}$  et la permittivité  $E = 4.6$ . La distance  $d$  séparant les pistes est  $0.4\text{ mm}$ .

Nous remarquons sur la figure (Fig. 119) que l'amplitude maximale du courant est maximale pour  $R1=6\ \Omega$ . Ensuite, elle diminue de  $0.9e-5\text{A}$  quand  $R1$  est égale à  $30\ \Omega$ . La valeur minimale est de l'ordre de  $0.2e-5\text{A}$  quand  $R1=1200\ \Omega$ . Ce qui montre le grand effet de  $R1$  sur la réponse du courant I1.

Il est également intéressant de regarder, en conservant la même configuration, l'effet de la résistance R6 située sur le port 2 de la première piste.

Ces réponses sont calculées pour une injection de  $T= \theta = 45^\circ$ ,  $\varphi=0^\circ$ ,  $\gamma=0^\circ$ . Les charges aux extrémités sont fixées à  $6\ \Omega$ . Il est remarquable que la charge R6 n'ait pas un effet d'ordre 1 comme dans le cas de la variation R1. La valeur absolue maximale de l'amplitude diminue.

La figure (Fig. 120) montre la variation de la réponse I1 sur R1 en faisant varier R6 entre 6 et 1200 Ω. Nous remarquons aussi que les valeurs crêtes des amplitudes provenant de la résistance R6 sont masquées par les répétitions des valeurs maximales provenant de R1.

Ce masquage peut causer des problèmes dans les résultats dus à l'observable. D'où la nécessité de repousser les analyses statistiques vers d'autres observables physiques comme l'énergie, le temps de montée.

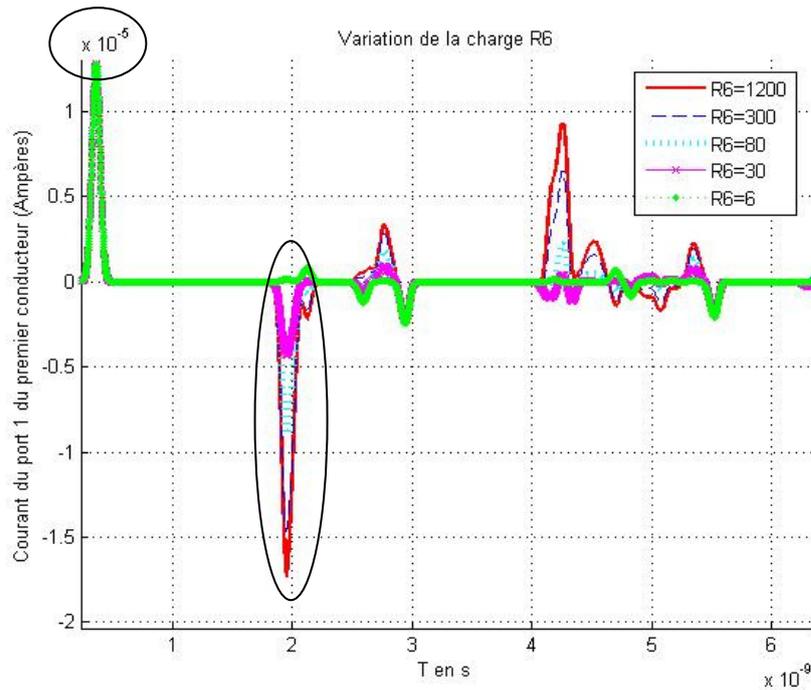


Fig. 120 : Variation de la réponse I1 sur R1 en variant la charge R6

Pour bien vérifier que les autres charges n'ont pas un effet sur l'amplitude maximale du courant calculé sur R1, nous avons pris un cas où les pistes sont séparées de 0.2 mm, c'est-à-dire la distance la plus proche. Il y a une présence d'un fort couplage mutuel. Nous allons donc relever le courant I1.

Les réponses sont données sur la figure (Fig. 121) en faisant varier R3 entre 6Ω et 1200Ω. Les valeurs d'autres charges sont fixées à 6Ω. Nous obtenons des perturbations sur les signaux mais pas de variation de l'amplitude maximale. La conclusion est la même pour les autres charges d'extrémités.

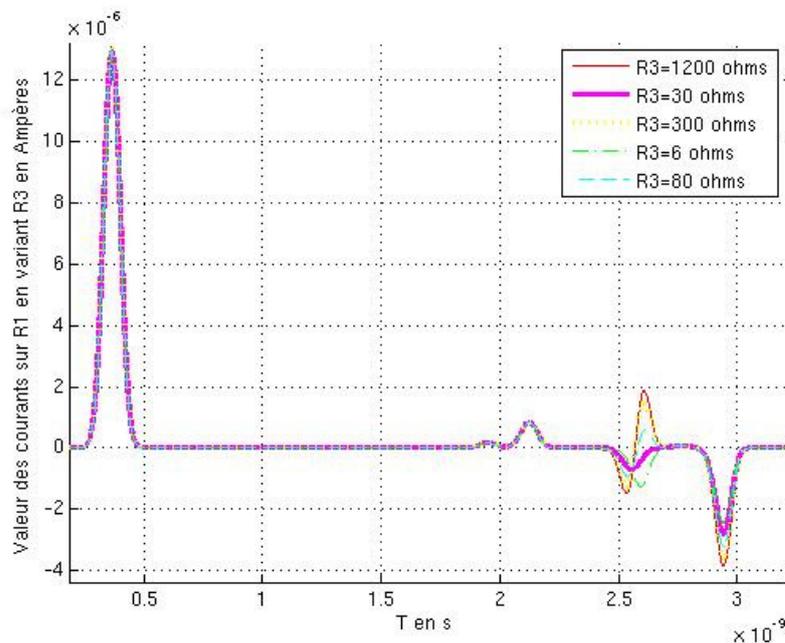


Fig. 121 : Effet de la variation de R3 sur la sortie du courant sur R1

*En conclusion, seule les résistances connectées à la piste sont influentes sur le courant la traversant.*

La deuxième réponse est collectée sur la résistance R2 de la deuxième piste. Cette piste est plus susceptible au couplage avec les deux pistes voisines qui l'entourent. Deux pistes adjacentes peuvent se coupler si la distance  $d$ , qui les séparent, est petite. La figure (Fig. 122) montre les effets de 16 facteurs sur la réponse I2 en temporel.

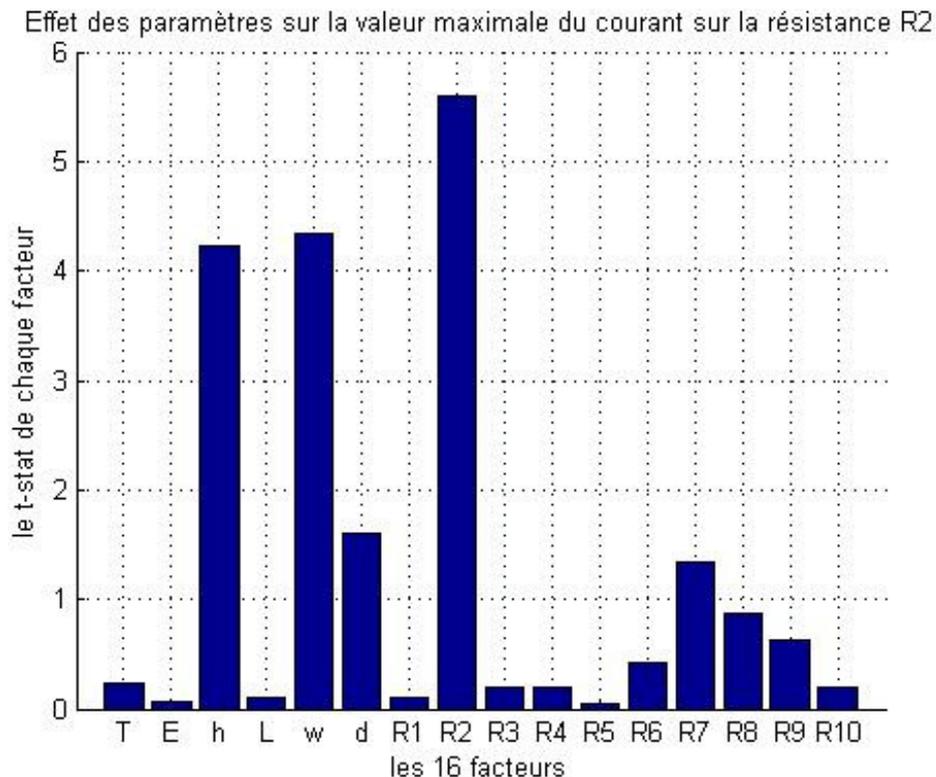


Fig. 122 : Effets des facteurs principaux sur l'amplitude maximale du courant collecté sur la résistance R2.

Nous constatons comme précédemment l'influence prépondérante des facteurs  $w$ ,  $h$  et  $R2$  sur la réponse I2. Il est donc nécessaire de vérifier que nous obtenons bien les mêmes conclusions pour les différentes réponses restantes. Pour cela, les figures (Fig. 124), (Fig. 125) représentent les réponses I3 et I4 collectées sur les charges R3 et R4 respectivement.

La distance  $d$  a un effet sur le couplage entre les pistes. En gardant les mêmes configurations que précédemment sur la figure ci-dessus, nous faisons varier la distance  $d$  qui sépare les pistes. Nous pouvons observer l'effet de cette distance sur le courant calculé sur cette résistance R2 de la deuxième piste (Fig. 123).

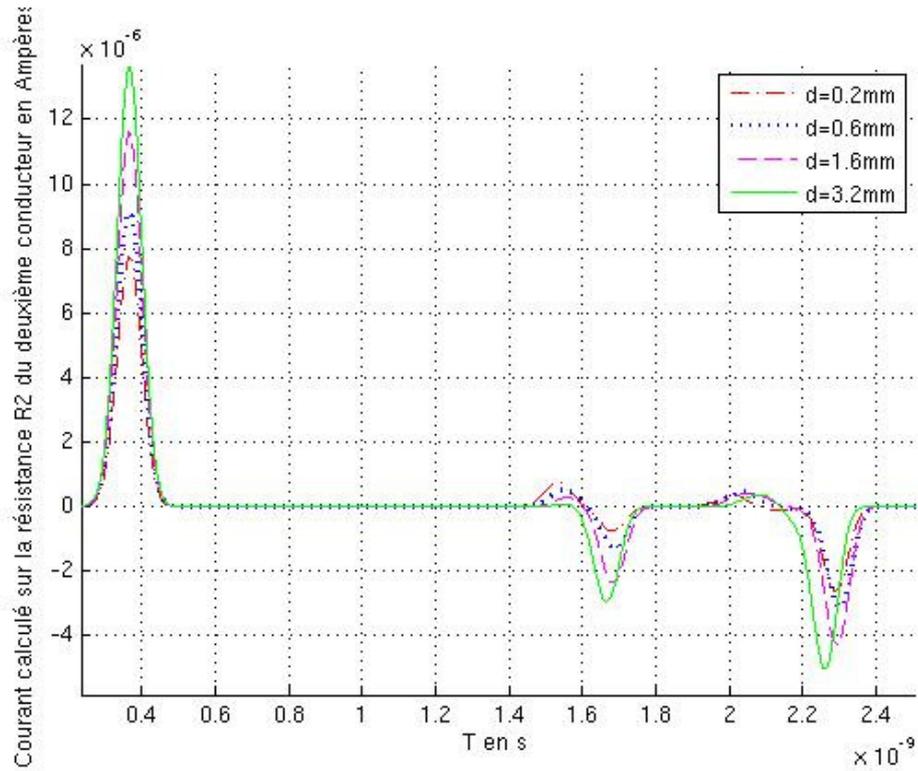


Fig. 123 : Courant  $I_2$  calculé sur la résistance  $R_2$  de la deuxième piste

L'effet de la distance sur l'amplitude maximale du courant n'est pas négligeable et il peut être classé d'ordre 2.

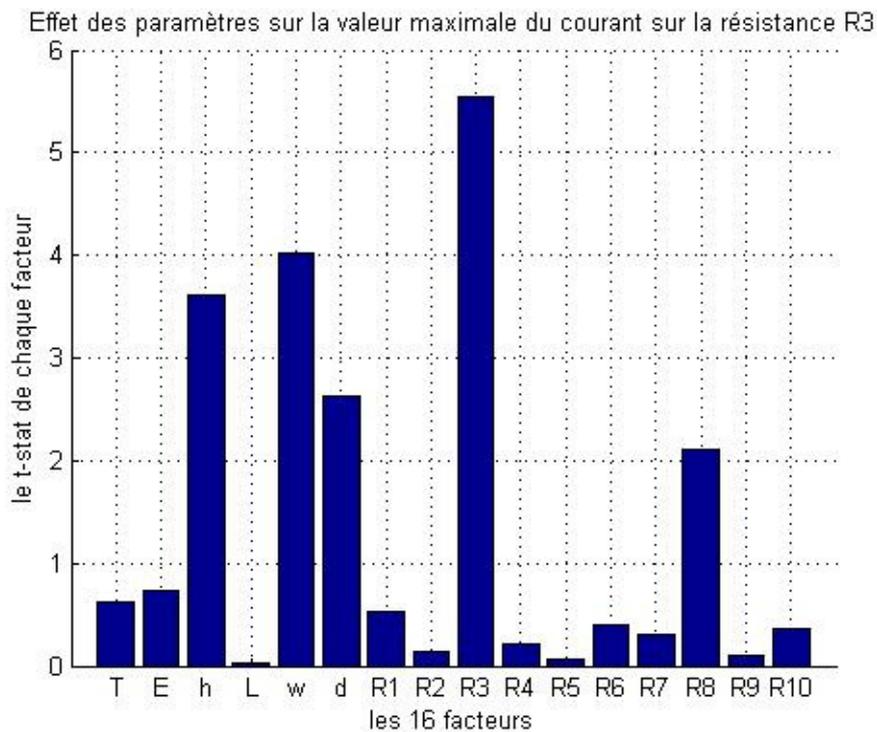


Fig. 124 : Effet des facteurs sur le courant max de la sortie  $R_3$

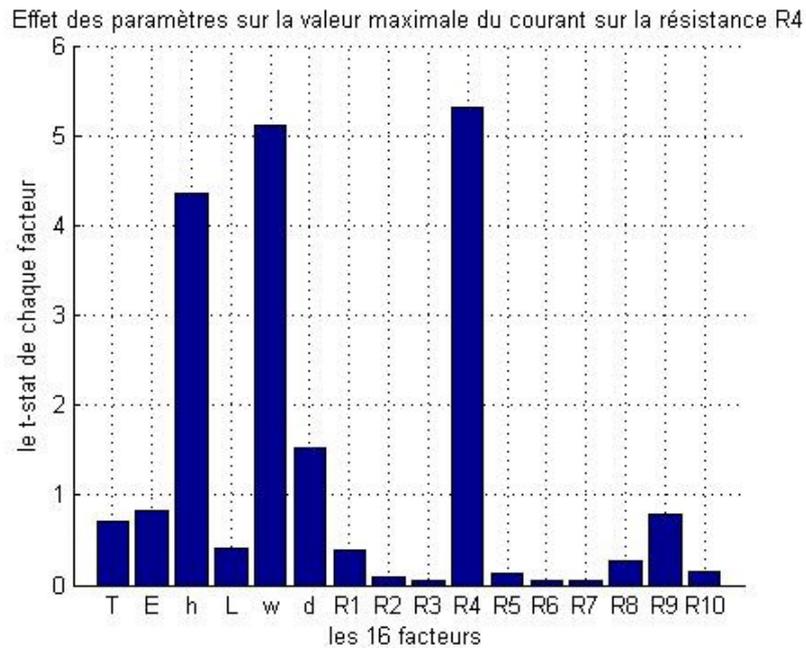


Fig. 125 : Effet des facteurs sur le courant max de la sortie R4

Ces deux figures confirment les effets majeurs de  $w$ ,  $h$ ,  $R3$  et  $R4$  sur les courants  $I3$  et  $I4$  respectivement. Sur la figure (Fig. 124), nous remarquons l'effet de la résistance  $R8$  localisée à l'autre extrémité de la troisième piste. La même remarque s'applique sur la résistance  $R9$  de la quatrième piste (Fig. 125). De plus, la distance entre les pistes est importante et peut influencer les valeurs maximales des courants.

#### 4.5.1. Validation des résultats

L'analyse de la variance ANOVA avec tous les tests statistiques associés pour l'étude paramétrique de la susceptibilité de la carte n'est pas très souvent rencontrée pour l'analyse des réponses issues des simulations. De plus, les problèmes causés par la multicolinéarité, la taille de l'échantillon sous test et les réponses déterministes peuvent perturber l'estimation des coefficients d'un modèle de régression.

Pour valider les résultats de la table uniforme (les 102 simulations), nous utilisons deux autres techniques :

- Si les 102 simulations ne sont pas suffisantes pour déterminer les facteurs significatifs, nous augmentons le nombre d'échantillons en effectuant un tirage par la méthode de Monte-Carlo.
- Pour éviter l'incertitude qui pourrait exister dans l'analyse de la variance ANOVA et dans la prédiction des réponses déterministes, nous validerons les résultats par la méthode de l'analyse conditionnelle.

### 4.5.1.1. Analyse de variance conditionnelle

L'analyse de la variance ANOVA est largement utilisée dans les expériences dont les réponses possèdent une erreur expérimentale. Comme la réponse est déterministe, nous allons utiliser le rapport (SSA/SST) estimé pour chaque facteur principal (cf. chapitre3).

Ce rapport des sommes carrées est calculé pour les effets sur chaque réponse. La figure (Fig. 126) montre les effets des facteurs sur la réponse I1 collectée sur R1.

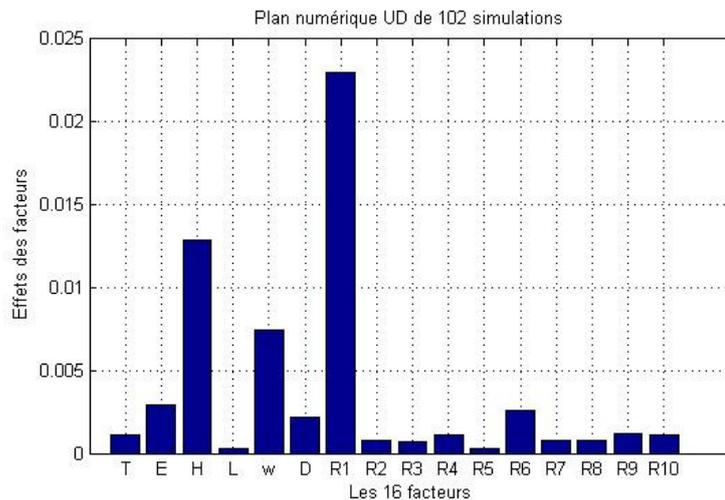


Fig. 126 : Effets des facteurs principaux sur le courant collecté sur la résistance R1

Le diagramme montre les effets importants de w, h et R1. Ces trois facteurs possèdent les coefficients les plus élevés. De plus, cette conclusion est semblable à la conclusion tirée de la figure (Fig. 118) où nous avons comparé les variables de Student (tstat en valeur absolue). Nous remarquons aussi, que dans le cas des résistances restantes, R6 a un effet du deuxième ordre car R6 se trouve à l'extrémité opposée de R1.

Pour la deuxième piste, les effets sur la réponse I2 collectée sur R2 sont présentés sur la figure suivante :

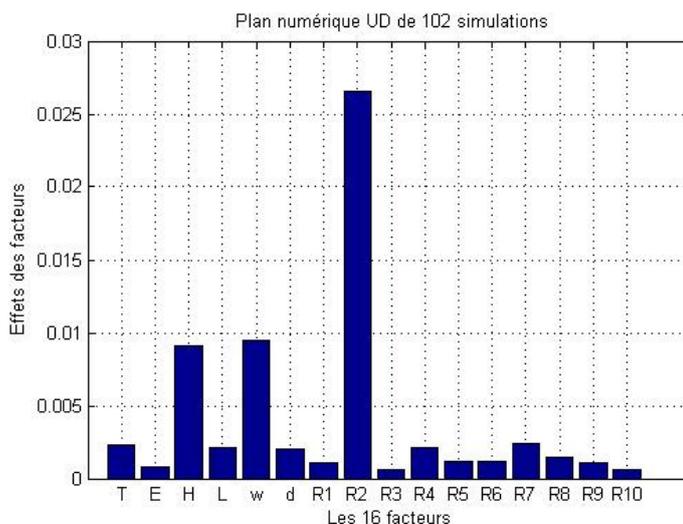


Fig. 127 : Effets des facteurs principaux sur le courant collecté sur la résistance R2

La figure (Fig. 127) confirme la prépondérance des effets de w, h et R2 sur le courant I2 de la deuxième piste. La charge R2 a un poids important et similaire à celui vu précédemment dans la figure (Fig. 122).

La même conclusion est appliquée sur les résultats des figures (Fig.128) et (Fig.129) qui représentent les effets respectivement sur les courants I3 et I4.

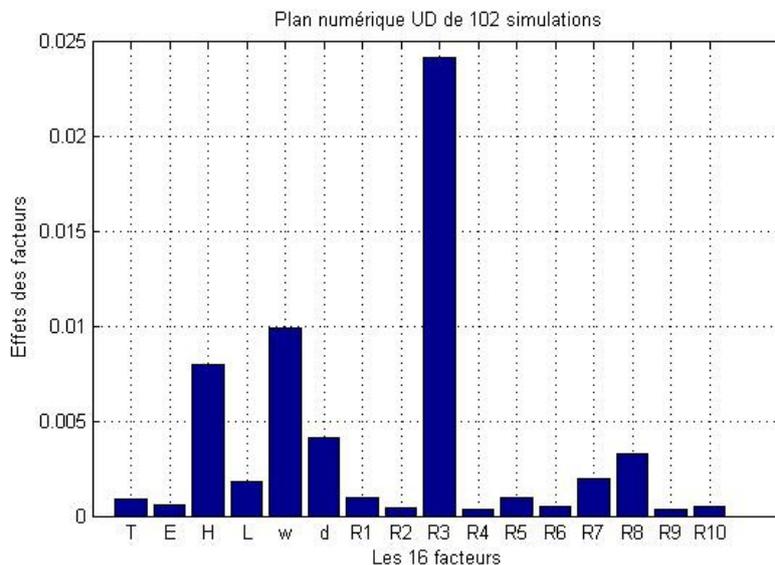


Fig.128 : Effets des facteurs principaux sur le courant collecté sur la résistance R3

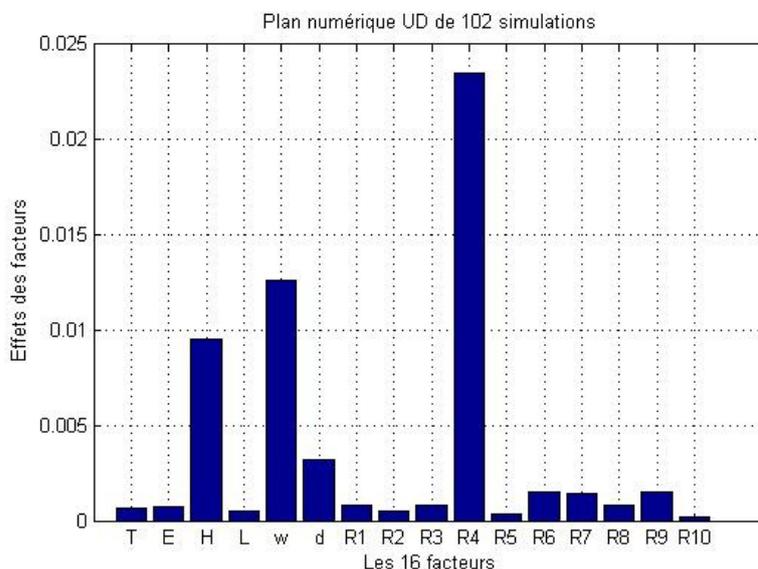


Fig.129 : Effets des facteurs principaux sur le courant collecté sur la résistance R4

#### 4.5.1.2. Tirage par Monte Carlo

Le nombre de variables d'une carte à 5 pistes est 16. De plus, le nombre d'inconnues va augmenter si le modèle polynomial est étendu vers des interactions du premier ordre et des termes

quadratiques. Les analyses par le plan uniforme (102 simulations) ont donné des résultats pertinents concernant les effets principaux. Afin de vérifier si nous n'avons pas eu une perte d'information sur l'étude des effets principaux, nous allons utiliser la méthode de tirage aléatoire de Monte-Carlo. Cette méthode est particulièrement utile pour l'étude de grand nombre de combinaisons et de degrés de liberté. De plus, Monte-Carlo a une très bonne réputation dans l'utilisation des cas où les réponses sont déterministes.

Il n'existe pas vraiment une seule méthode de Monte Carlo. Mais au contraire une large classe d'approches pour l'application de cette méthode peu être rencontrée. En général, son utilisation s'effectue de la manière suivante:

- Définir le domaine expérimental des variables d'entrées.
- Générer les niveaux des paramètres d'entrée d'une façon aléatoire suivant une loi uniforme (cf. annexe B).

Nous générons des combinaisons pour les 6 niveaux des 16 facteurs suivant une loi uniforme. Ensuite, nous effectuons 1000 simulations par la MTL afin d'extraire des informations supplémentaires. Les méthodes d'analyses de données utilisées sont les mêmes que pour le plan uniforme.

Par la méthode d'analyse de la variance ANOVA, la réponse I1 sur la résistance R1 est calculée par 1000 simulations:

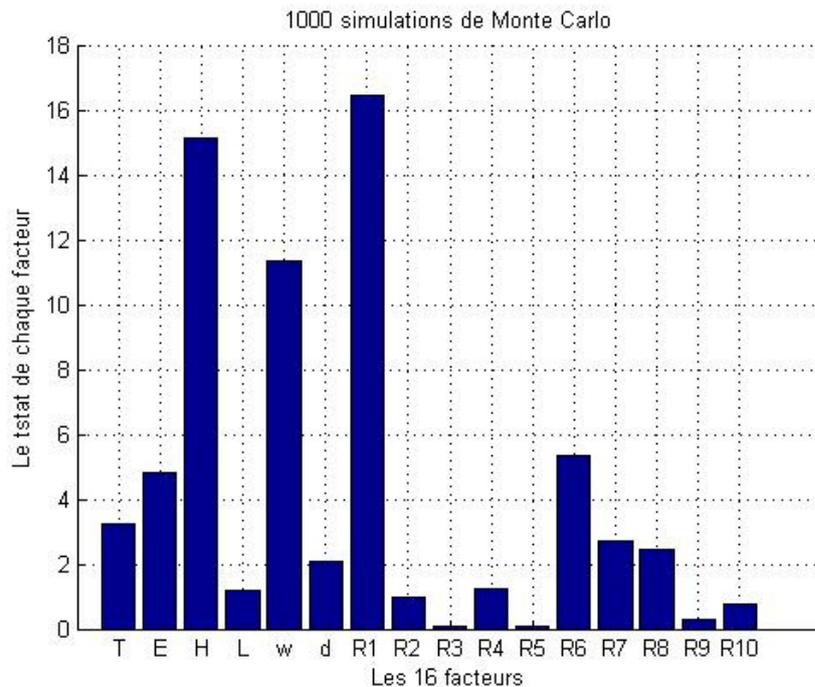


Fig. 130 : Les effets sur le courant collecté sur R1 à partir de 1000 simulations Monte Carlo

Si nous comparons ces résultats avec ceux calculés à partir du plan uniforme (102 simulations) et présentés sur la figure (Fig. 118), nous trouvons les mêmes conclusions sur les effets des facteurs principaux w, h et R1.

En revanche, pour les facteurs considérés négligeables comme les charges des autres pistes, nous remarquons de petites différences car nous prenons un nombre d'échantillons dix fois plus grand et par conséquent, nous avons plus de détails.

Ces différences ne modifient néanmoins pas les conclusions finales. Un autre résultat comme le courant collecté sur la résistance R4 est présenté sur la figure (Fig. 130).

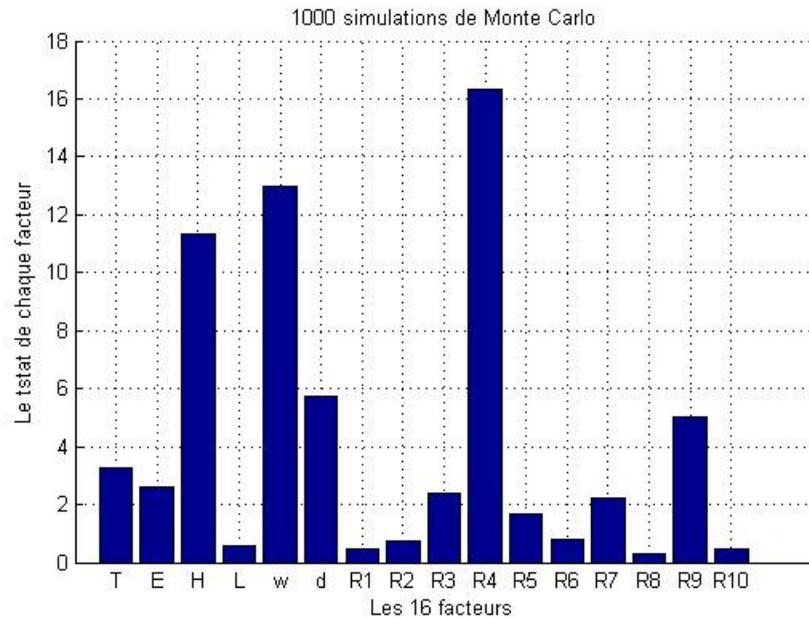


Fig. 131 : Les effets sur le courant collecté sur R4 à partir de 1000 simulations Monte Carlo

Les résultats sont aussi calculés par la méthode de l'analyse de la variance conditionnelle. Les effets des facteurs sont présentés dans les figures (Fig. 132, Fig. 133).

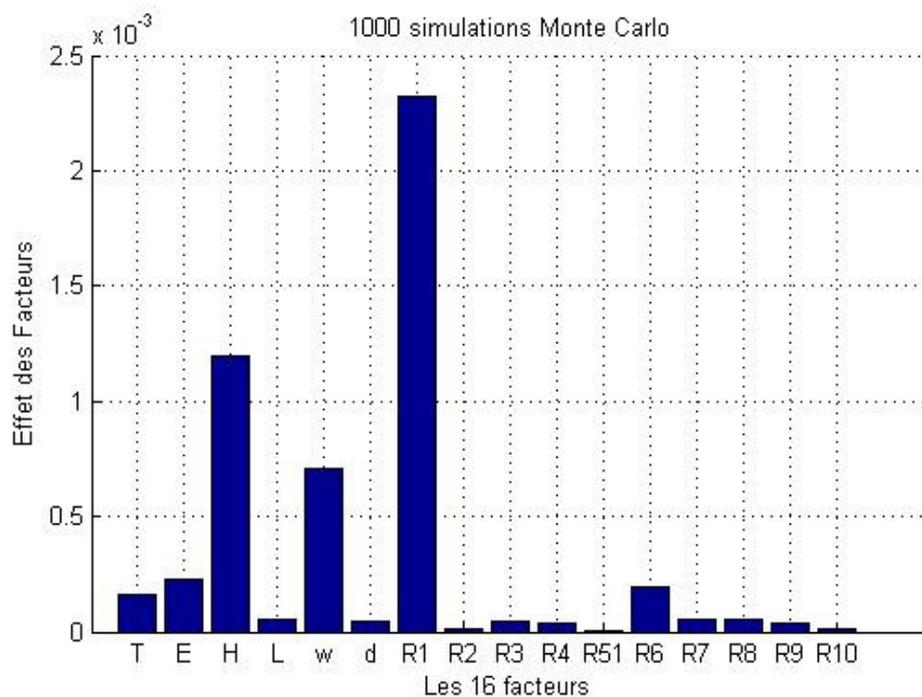


Fig. 132 : Effet des facteurs sur le courant collecté sur la résistance R1

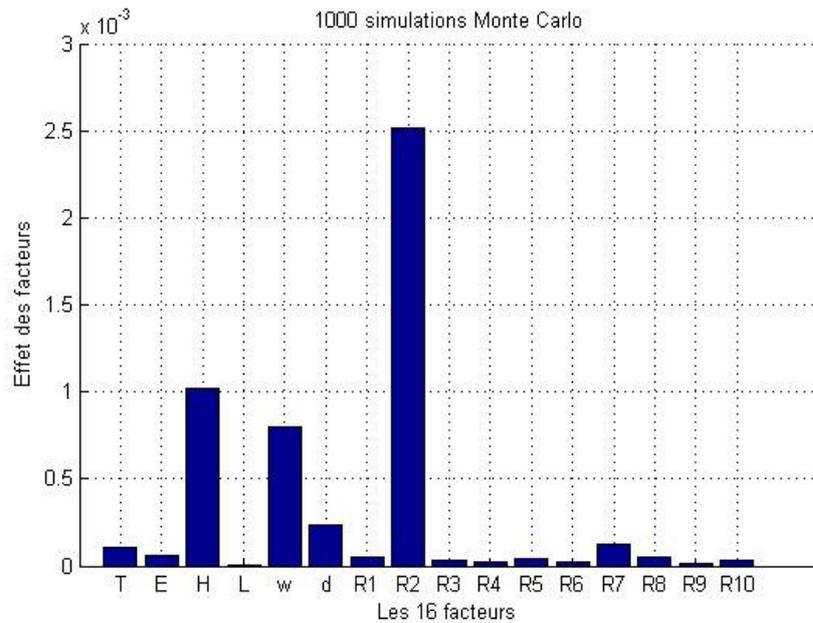


Fig. 133 : Effet des facteurs sur le courant collecté sur la résistance R2

Comme conclusion, la méthode de l'analyse de la variance conditionnelle a donné des résultats cohérents avec l'analyse de la variance ANOVA. Les effets du premier ordre sont similaires.

#### 4.5.2. Modèle prédictif

Un autre intérêt des plans d'expériences numériques consiste à établir un modèle de prédiction appelé surface de réponses. Nous utilisons cette stratégie pour modéliser le modèle du couplage champ-carte de façon simplifiée. Les interactions d'ordre élevé sont souvent négligées. Un modèle polynôme est estimé par la méthode de régression Stepwise. Nous rappelons son équation générale :

$$Y = C + \sum_i a_i x_i + \sum_i \sum_j a_{ij} .x_i .x_j + \sum_i a_{ii} x_i^2$$

Les données issues du plan uniforme de 102 simulations ont été utilisées pour établir la prédiction. Il vaut mieux commencer par un modèle simple sans interactions pour voir s'il est suffisant pour prédire la réponse. La sélection des paramètres significatifs par la procédure Stepwise a laissé trois paramètres : la hauteur h, la largeur w et la charge R1 comme les variables les plus pertinentes. La limitation à un modèle linéaire simple a montré que le modèle n'est pas suffisant pour pouvoir prédire la réponse. La table d'analyse ANOVA présentant les résultats est donnée par le Tableau 19:

Tableau 19 : Table d'analyse de la variance ANOVA

<b>R<sup>2</sup> = 0,592538239999423</b>					
	Degré de liberté	Somme des carrés	Moyenne carrée	Rapport de F	Prob (F)
Régression	5	3,69E-09	7,38E-10	27,92098627	0
Erreur	96	2,54E-09	<b>2,64E-11</b>		
Total	101	6,22E-09			

Variable	Valeur	Erreur Standard	t-stat	Prob(t)
Constant C	3,84E-06	1,37E-06	2,802133431	0,00614
<b>H</b>	<b>3,356253e-3</b>	<b>0,000491652</b>	<b>6,826480849</b>	<b>0</b>
<b>W</b>	<b>2,52711 e-3</b>	<b>0,000491805</b>	<b>5,138434902</b>	<b>0</b>
<b>R1</b>	<b>-7.031744543e-9</b>	<b>9,48E-10</b>	<b>-7,419790347</b>	<b>0</b>
R6	2,41E-09	9,49E-10	2,53536903	0,01285

La prépondérance des variables w, h et R1 est plus importante avec un t-stat élevé ou une probabilité nulle. Le coefficient de détermination est faible ( $R^2 = 59,25\%$ ). Ce qui montre que la qualité descriptive est très faible. L'équation du modèle linéaire s'écrit :

$$Y1 = 3.84e-06 + 3.356253368e-3 \cdot h + 2.527110328e-3 \cdot w - 7.031744543e-9 \cdot R1 + 2.406730035 e-9 \cdot R6$$

Nous pouvons effectuer des essais supplémentaires pour vérifier si ce modèle est suffisant ou pas. Le tableau suivant présente quelques simulations de validation à effectuer :

Tableau 20 : Essais de validations

	T	E	H	L	W	D	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10
Sim1	-20	3.8	1.5	12	1.2	1.2	10	150	8	1200	32	1000	195	83	200	100
Sim2	-16	2.1	0.4	13.4	1.35	2.35	80	512	1057	1100	200	372	1200	787	1046	1035
Sim3	-63	1.5	2.3	17	3.2	1.8	300	700	300	30	10	173	230	520	13	22

En comparant les résultats calculés avec les résultats simulés dans le Tableau 20, nous trouvons un grand écart. Suivant la table ANOVA, le RMSE est égale à +/-5.13e-6. Les écarts entre les valeurs prédites et calculées sont alors très élevés (Tableau 21). Le graphe des résidus de la régression partielle de la hauteur h montre la faiblesse du modèle linéaire (Fig. 134)

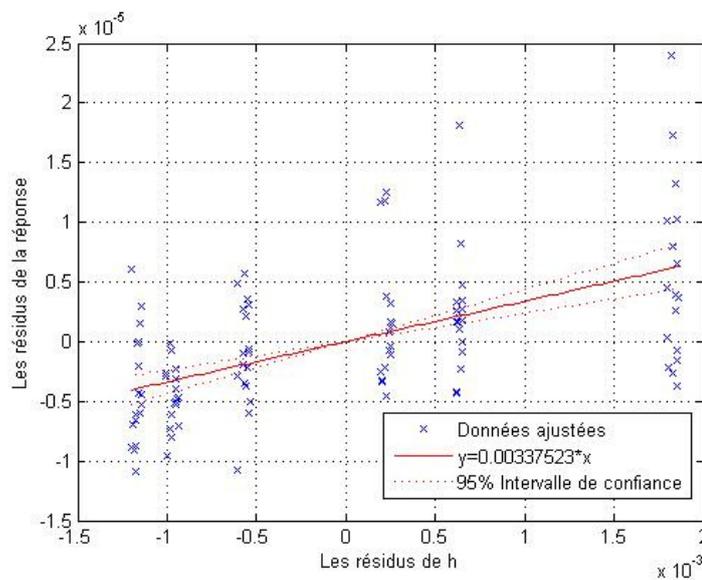


Fig. 134 : Les résidus partiels de la régression partielle de la hauteur h en ajustant w, R1 et R6

Sur ce graphe, les points sont distribués d'une façon systématique autour de la droite d'ajustement. Pas de dispersion aléatoire ce qui provoque un mauvais pouvoir prédictif.

Tableau 21 : Comparaison entre les valeurs calculées par y1 et les valeurs simulées par MTL

	Y1calculé	Y1simulé
Sim1	<b>12.95 e-6</b>	18.73 e-6
Sim2	<b>8.21 e-6</b>	8.20 e-6
Sim3	<b>17.69 e-6</b>	9.37 e-6

Il faut donc compliquer le modèle de régression. Pour cela, il sera utile d'introduire la charge comme une variable quadratique. Sa variation a un grand effet sur le coefficient de détermination R<sup>2</sup>. Le Tableau 22 de l'analyse de la variance montre les différentes caractéristiques du modèle.

Tableau 22 : Table d'ANOVA pour l'étude de la réponse I1 collecté sur R1

Variable	Coefficients	Erreur	t-stat	Prob(t)
Constant	6,49E-06	1,03E-06	6,303344487	0
h	2,684704821e-3	0,00067304	3,988921734	0,00014
w	3,069781356 e-3	0,000568036	5,404199772	0
R1	-6,27E-08	7,17E-09	-8,744331687	0
T*d	1,63E-05	5,75E-06	2,825977484	0,00586
E*h	-1,56965 e-4	7,76E-05	-2,021899483	0,0463
E*w	-2,32836 e-4	7,75E-05	-3,005619984	0,00347
h*w	0,596902311	0,277728599	2,149228824	0,03443
h*d	1,020963592	0,220459359	4,631073944	0,00001
h*R1	-2,44E-06	5,38E-07	-4,540545364	0,00002
L*R6	-1,67E-08	4,92E-09	-3,393689737	0,00104
W*R1	-3,02E-06	5,80E-07	-5,20525961	0
W*R6	2,93E-06	5,45E-07	5,373931484	0
d*R6	1,57E-06	4,44E-07	3,533953003	0,00066
R1*R1	4,09E-11	4,56E-12	8,974600287	0
R1*R6	-4,41E-12	1,46E-12	-3,024828699	0,00328

Le modèle s'écrit alors de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 Y1 = & 6.487234976 \text{ e-6} \\
 & +2.684704821 \text{ e-3} * \mathbf{h} + 3.069781356 \text{ e-3} * \mathbf{w} - 6.270185961 \text{ e-8} * \mathbf{R1} \\
 & +1.625856583 \text{ e-5} * \mathbf{T*d} - 1.569646991 \text{ e-4} * \mathbf{h*e} - 2.328357031 \text{ e-4} * \mathbf{w*e} \\
 & +0.5969023105 * \mathbf{w*h} + 1.020963592 * \mathbf{h*d} - 2.444614279 \text{ e-6} * \mathbf{h*R1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -1.669640677 \text{ e-}8 * L * R6 - 3.016834592 \text{ e-}6 * w * R1 \\
 & + 2.927124407 \text{ e-}6 * w * R6 + 1.568218969 \text{ e-}6 * d * R6 \\
 & + 4.090184406 \text{ e-}11 * R1 * R1 - 4.408811413 \text{ e-}12 * R1 * R6
 \end{aligned}$$

Ce modèle permet la prédiction jusqu'à  $R^2 = 88.5\%$ . Nous remarquons la présence des paramètres géométriques propres à la piste où nous calculons la réponse. Les essais de validation vont montrer la qualité descriptive de ce modèle de prédiction.

Tableau 23 : Essais de validation

	Y1 calculé	Y1 simulé
Sim1	<b>17.41 e-6</b>	18.73 e-6
Sim2	<b>8.30 e-6</b>	8.20 e-6
Sim3	<b>9.64 e-6</b>	9.37 e-6

L'écart entre une valeur calculée et une valeur simulée dans ce cas est acceptable. Par conséquent, le modèle représente les effets significatifs qui modélisent le couplage champ-carte. Il sera intéressant d'utiliser comme perspective la méthode de krigeage pour diminuer les erreurs de prédiction.

### 4.5.3. Etude paramétrique dans une ambiance réverbérante

Toutes les études menées précédemment par les plans d'expérience présentent les cas d'illumination de type onde plane. La carte PCB a été illuminée par une source gaussienne avec un angle d'incidence  $T$  variant. Cependant, l'étude paramétrique de la carte à 5 pistes peut être effectuée dans un milieu réverbérant.

En utilisant le modèle de la superposition des ondes planes (modèle de Hill), nous pouvons construire un plan uniforme permettant de modifier les variables de la carte à 5 pistes dans un milieu de type CRBM. Dans ce cas, l'angle d'incidence n'est plus un facteur et nous injectons un spectre d'ondes planes à chaque simulation. Nous avons 15 facteurs à 6 niveaux. Le diagramme d'Ishikawa présente les variables d'entrées et de sorties (Fig. 135).

Pour avoir l'ambiance réverbérante, il faut respecter les conditions de tirage aléatoire des ondes planes qui sont présentées dans le chapitre 2. Il faut que le champ incident obéisse aux lois statistiques décrivant le champ dans une CRBM. Une fois que le modèle est bien défini, nous simulons les courants induits sur la carte.

Le Tableau 24 présente un extrait des simulations du plan uniforme formé de 102 simulations. Le nombre d'ondes planes injectées par simulations est de 50. Les simulations sont effectuées par la méthode des théories des lignes MTL. L'illumination de la piste s'effectue au dessus du plan de masse.

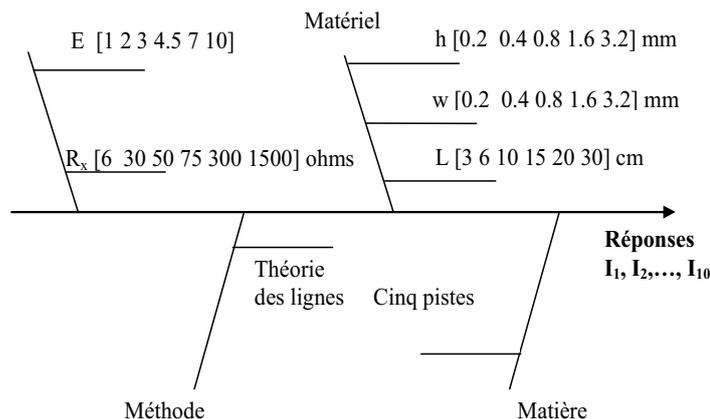


Fig. 135 : Diagramme d'Ishikawa pour la carte à 5 pistes.

Tableau 24 : Extrait du plan uniforme (102 simulations)

Sim	E	H	L	w	d	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	I1 en A
1	3	0,0002	0,1	0,0032	0,001	30	75	50	5	30	5	75	150	5	30	2.198011e-05
2	4,5	0,002	0,06	0,002	0,001	75	1500	75	5	5	150	5	50	5	150	5.507620e-05
3	3	0,0004	0,06	0,0004	0,002	150	75	30	30	1500	50	5	150	150	1500	8.501947e-06
4	4,5	0,0008	0,1	0,0002	0,002	5	50	1500	1500	75	50	75	1500	1500	1500	2.744789e-05
5	4,5	0,0004	0,1	0,0004	0,0008	1500	5	50	50	30	150	5	1500	1500	30	1.352349e-06
6	3	0,002	0,03	0,0016	0,0002	50	75	75	1500	150	5	1500	1500	50	30	7.009436e-05
7	3	0,0002	0,03	0,002	0,003	5	150	30	1500	50	50	50	50	30	150	5.636703e-05
8	1	0,0032	0,2	0,0032	0,001	75	150	5	150	30	50	30	30	50	50	1.613448e-04
9	2,2	0,0016	0,15	0,0016	0,002	150	150	150	30	1500	5	75	30	5	150	3.656296e-05
10	2,2	0,0004	0,15	0,0032	0,0008	150	75	1500	1500	75	150	50	1500	30	30	1.532043e-05
11	10	0,0004	0,03	0,002	0,0002	150	150	30	50	150	50	50	5	50	30	7.530691e-06
12	2,2	0,0008	0,03	0,0002	0,003	75	5	50	150	150	1500	75	75	5	75	2.986909e-05
13	4,5	0,0032	0,03	0,0004	0,001	50	5	5	30	75	50	150	5	30	150	5.294409e-05
14	1	0,0008	0,1	0,002	0,0002	1500	1500	150	75	50	1500	30	50	150	5	6.481679e-06
15	10	0,0008	0,15	0,0016	0,0008	1500	30	5	5	50	30	1500	75	75	30	2.519319e-06
16	3	0,0004	0,3	0,0002	0,0008	75	1500	50	75	150	30	5	5	5	75	1.075368e-05
17	1	0,0008	0,2	0,0004	0,001	150	150	30	5	75	1500	150	50	5	30	2.597014e-05
18	1	0,0032	0,1	0,0016	0,003	75	30	50	5	1500	75	150	5	75	30	1.047213e-04
19	3	0,0004	0,15	0,0008	0,0008	50	150	1500	150	5	1500	150	150	1500	150	2.210987e-05
20	3	0,0016	0,3	0,0016	0,0004	75	5	150	1500	50	1500	75	5	150	1500	5.504067e-05
21	7	0,002	0,3	0,002	0,002	5	75	50	30	50	30	150	5	50	1500	1.033932e-04
22	3	0,0032	0,2	0,0016	0,003	30	50	30	30	5	75	75	1500	1500	50	1.067856e-04
23	2,2	0,0004	0,06	0,0016	0,001	1500	50	1500	50	5	5	50	5	30	75	3.962187e-06
24	10	0,0032	0,2	0,0008	0,002	30	30	150	1500	30	30	50	75	30	150	7.958455e-05
25	4,5	0,0016	0,3	0,0008	0,003	150	1500	5	75	50	75	5	150	30	5	2.756805e-05
26	4,5	0,0004	0,06	0,0016	0,0004	5	75	5	75	30	1500	30	30	5	1500	7.089855e-05
27	4,5	0,0032	0,15	0,0004	0,002	1500	50	50	1500	75	1500	30	30	30	1500	8.410886e-06
28	1	0,0016	0,3	0,0004	0,0008	1500	75	50	150	1500	30	50	1500	150	150	5.896330e-06
29	4,5	0,0002	0,06	0,002	0,001	150	30	75	150	150	1500	1500	30	1500	50	1.191042e-05
30	10	0,002	0,3	0,0002	0,0004	150	1500	1500	50	75	150	150	75	150	50	2.031372e-05

Nous nous intéressons à partir des résultats de ce plan aux effets des paramètres sur l'amplitude maximale du courant. De plus, nous allons comparer les résultats avec ceux obtenus dans le cas d'illumination de type onde plane simple. Par la méthode des analyses de variance conditionnelle, les rapports (SSA/SST) de chacun des facteurs sont représentés sur les figures (Fig. 136, Fig. 137)

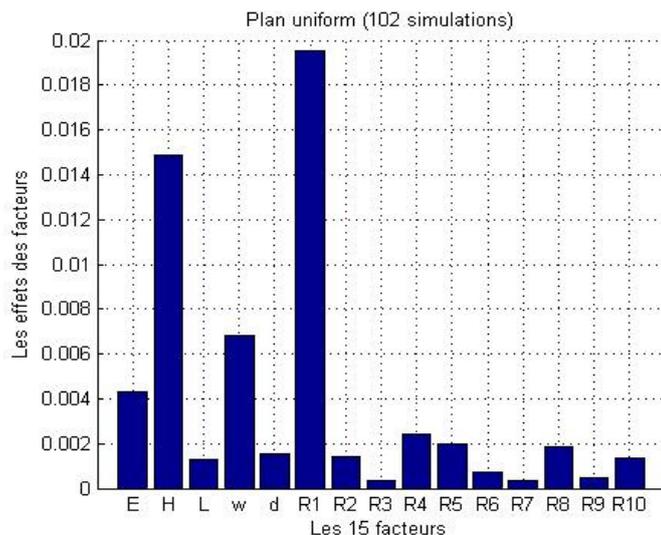


Fig. 136 : Effets des facteurs sur la réponse I1 collecté sur R1.

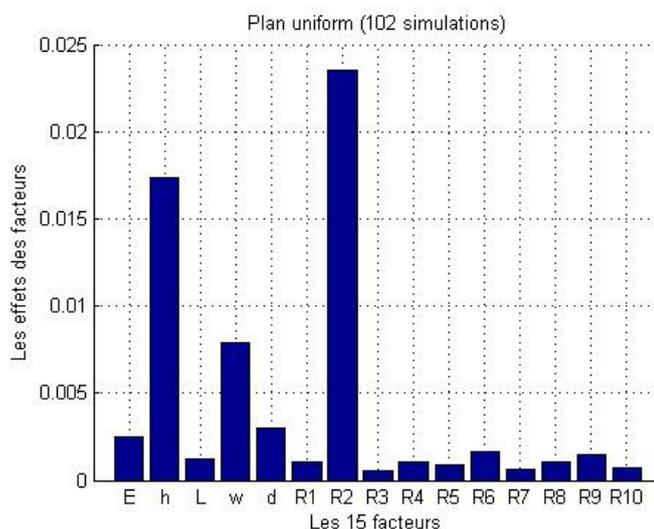


Fig. 137 : Effets des facteurs sur la réponse I2 collecté sur R2

Les figures (Fig. 136) et (Fig. 137) montrent bien que la hauteur du substrat, la largeur  $w$  et les résistances  $R1$  et  $R2$  sont les paramètres les plus influents sur les réponses  $I1$  et  $I2$  en temporel. Ces effets du premier ordre sont les mêmes dans une ambiance réverbérante et dans un milieu de type onde plane simple. Les résultats sont logiques du fait que l'angle d'incidence n'est pas un facteur influent du premier ordre sur le couplage champ piste.

La figure (Fig. 138) montre l'effet de la variation de la hauteur sur la réponse  $I1$  en temporel. Les paramètres de la carte à 5 pistes sont fixés sauf la hauteur  $h$ . La permittivité  $E=3$ , la longueur  $L=12$  cm, la largeur  $w=1$  mm, la distance de séparation des pistes  $d=0.4$  mm et les charges sont fixées à  $50 \Omega$ .

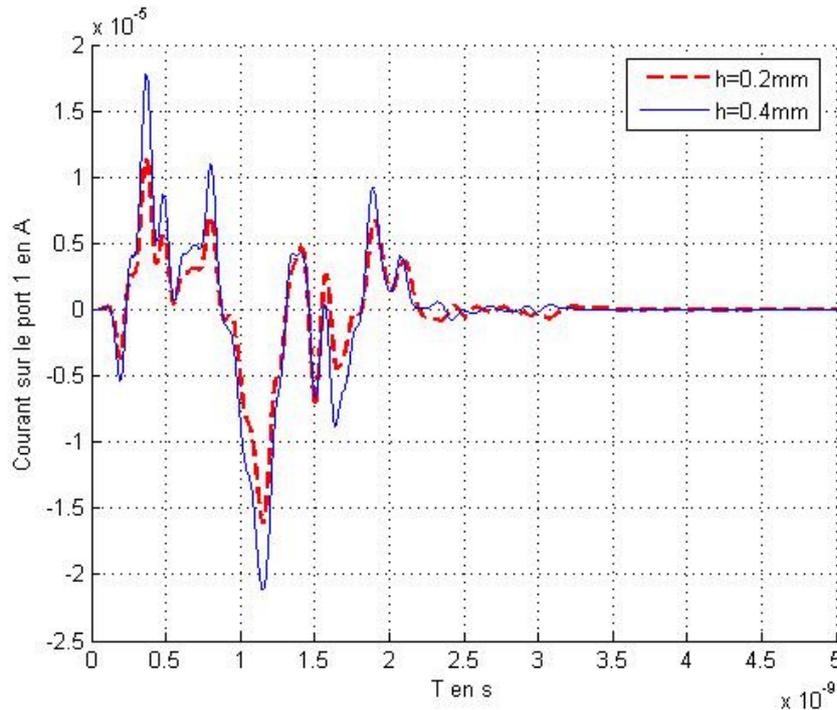


Fig. 138 Effet de la variation de la hauteur dans un milieu réverbérant

Le niveau de l'amplitude croît avec l'augmentation de la hauteur. La comparaison entre le couplage par une seule onde plane et par un spectre d'ondes planes montre le fait qu'on a plus d'énergie couplée dans l'ambiance réverbérante. La carte à 5 pistes sous test est placée est illuminée par des ondes planes sur une surface de points d'observations, l'amplitude de champ incident est identique et elle est égale à 1V/m. Le champ total moyen calculé dans tous les points de la surface obéit à la loi suivante :

$$E_{\text{moyen}} = 1\text{V/m} * \sqrt{N} \tag{Eq. 135}$$

Où N est le nombre des simulations. Ce champ est dépendant du nombre d'ondes planes injectées. Par conséquent, la densité spectrale de puissance est aussi fonction du nombre d'ondes planes :

$$\text{DSP}_{\text{moyenne}} = \frac{1(\text{V/m})^2}{377} * N \tag{Eq. 136}$$

Nous montrons l'influence de cette énergie sur l'allure du courant calculé sur une des 10 résistances. Nous prenons la permittivité  $\epsilon=3$ , les charges  $R_x=50 \Omega$ , la hauteur  $h=1.6 \text{ mm}$ , la largeur  $w = 1 \text{ mm}$ , la distance de séparation  $d=0.4 \text{ mm}$ . La fréquence maximale est 10 GHz. Cette carte est illuminée par une onde plane dont  $T=\theta=18.17^\circ$ ,  $\phi=83.20^\circ$ ,  $\gamma=218.46^\circ$ ,  $E_0=1$  et le déphasage est de  $174.95^\circ$ . Ensuite, nous simulons la même configuration en mettant  $N=100$  ondes planes et en respectant la condition qui assure que le champ incident obéit à la loi du  $\chi^2$  (homogénéité et isotropie). La figure (Fig. 139) montre la comparaison entre ces deux cas.

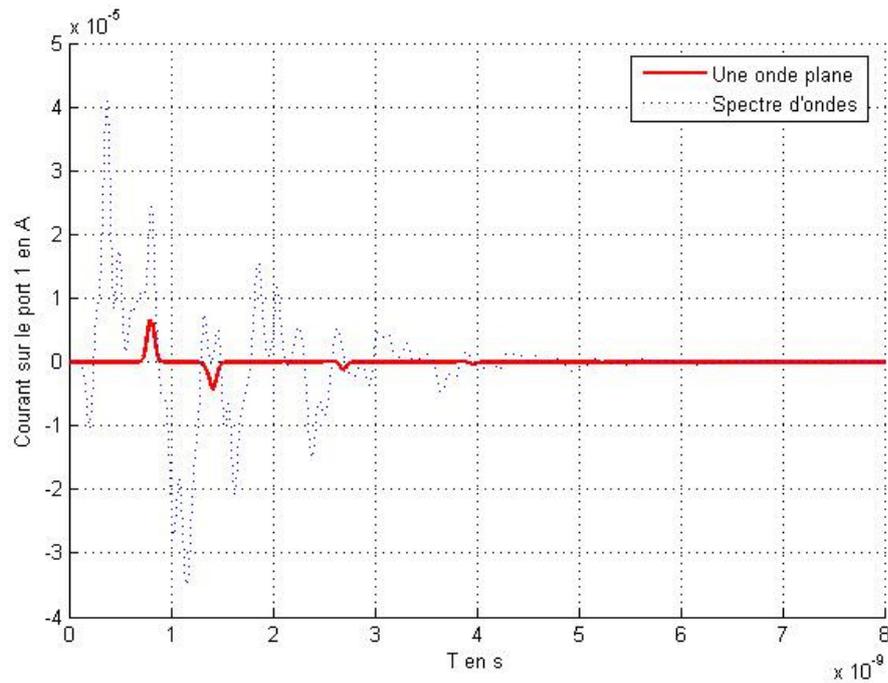


Fig. 139 : Comparaison du courant du port1 en temporel entre onde plane et spectre d'ondes planes

Nous remarquons que la courbe d'une onde plane est à une amplitude maximale du courant très faible par rapport à celle trouvée pour le spectre de 100 ondes planes. La forme fréquentielle du signal (Fig. 140) montre que le niveau de la courbe réverbérante est plus élevé que celui d'une seule onde plane.

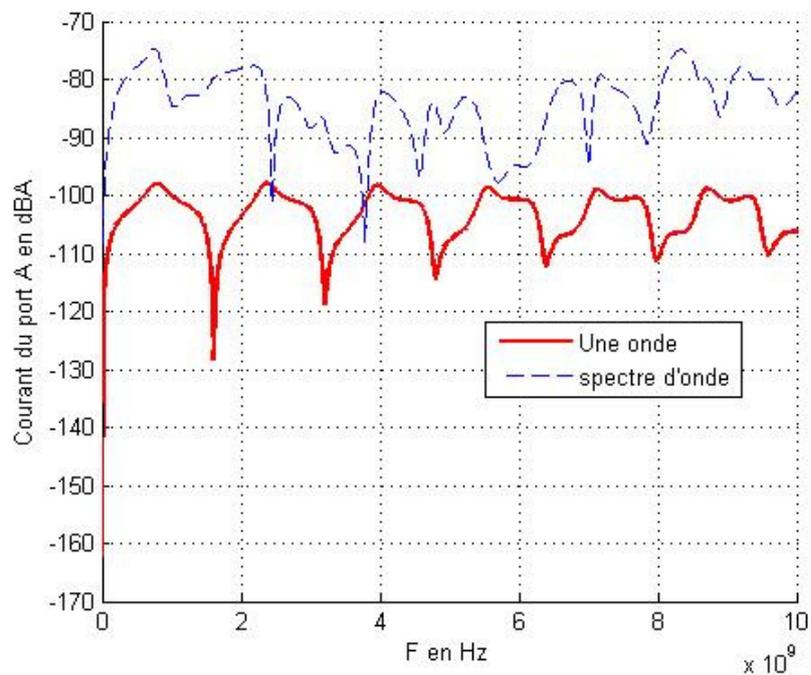


Fig. 140 : Comparaison du courant du port1 en temporel entre onde plane et spectre d'ondes planes

## 4.6. Changement d'observables physiques

### 4.6.1. Effets des facteurs sur la tension crête en temporel

Après avoir étudié les effets sur le courant crête en temporel, il est intéressant de changer les observables physiques afin de voir les changements sur les effets des facteurs. Pour cela, nous reprenons la même carte à 5 pistes et nous regardons les effets des facteurs sur la tension crête en temporel. La tension relevée aux bornes de la charge est liée à l'amplitude absolue maximale du courant par la loi d'ohms. En utilisant les réponses issues du plan uniforme composé de 102 simulations, nous montrons les effets à l'aide de l'analyse de la variance conditionnelle. Les figures (Fig. 141, Fig. 142) montrent les effets sur la tension maximale aux bornes des résistances R1 et R2.

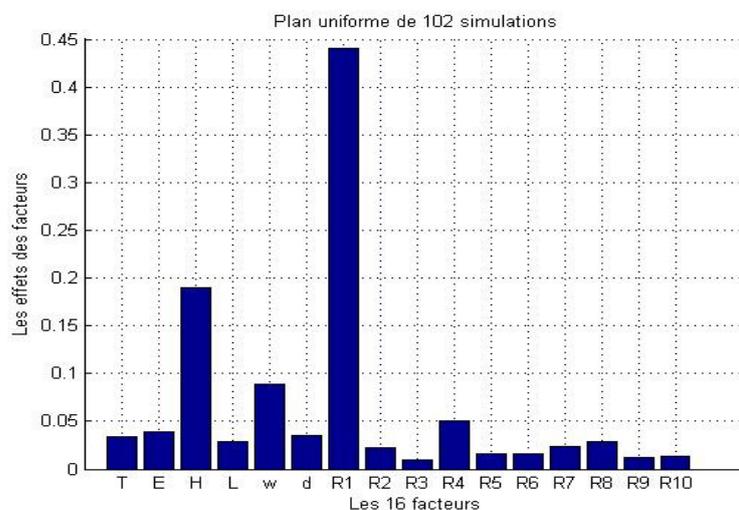


Fig. 141 : Effet des facteurs sur la tension maximale relevée sur R1

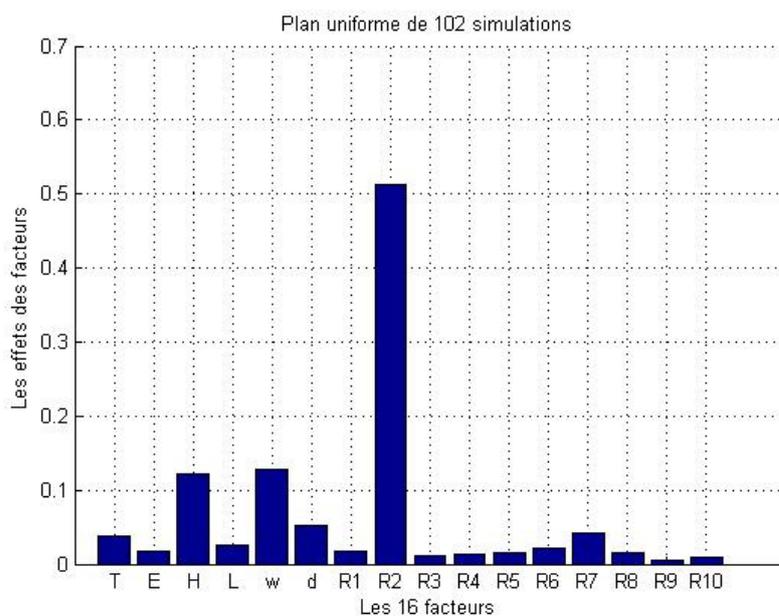


Fig. 142 : Effet des facteurs sur la tension maximale relevée sur R2

Nous remarquons que la hauteur du substrat  $h$ , la largeur du conducteur  $w$  et la charge où on relève la tension sont les paramètres les plus prépondérants. Ils sont donc classés en premier ordre. Vu le nombre élevé des paramètres, nous essayons de valider les résultats avec un autre tirage. En réalisant 1000 simulations Monte Carlo, les effets des paramètres sur la tension maximale absolue sont montrés par les histogrammes suivants (Fig. 143, Fig. 144) :

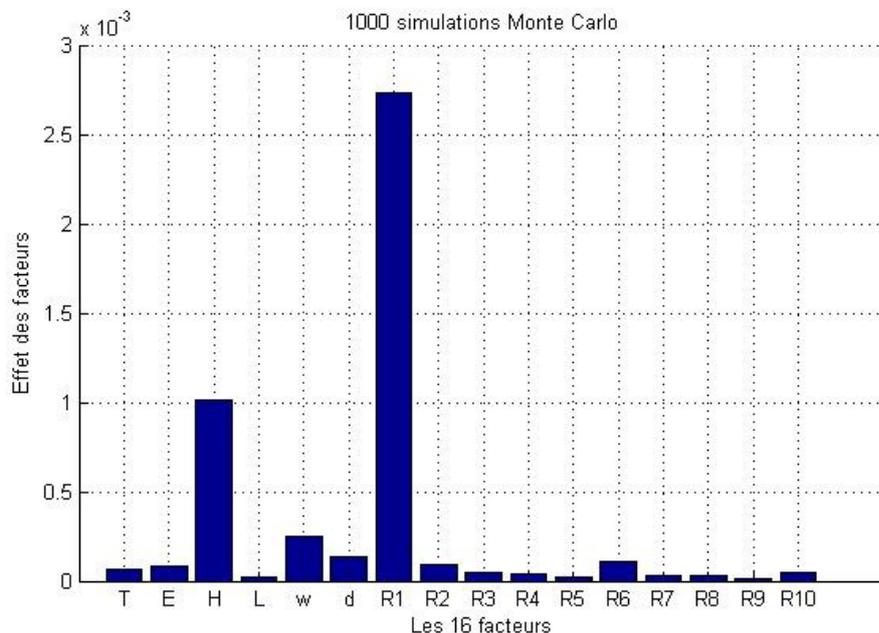


Fig. 143 : Effet des facteurs sur la tension maximale absolue sur R1 à partir de 1000 simulations Monte carlo

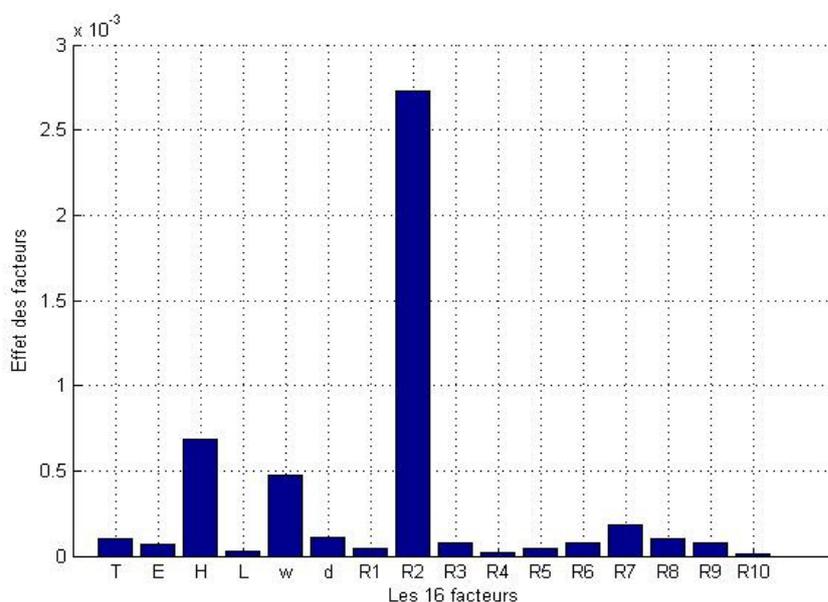


Fig. 144 : Effet des facteurs sur la tension maximale absolue sur R2 à partir de 1000 simulations Monte carlo

Le tirage de 1000 simulations donne plus d'information par rapport au plan uniforme formé de 102 simulations. Nous obtenons les mêmes conclusions sur les effets du premier ordre.

### 4.6.2. Effets des facteurs sur la puissance crête en temporel

Il est intéressant de regarder si nous obtenons les mêmes effets des facteurs sur la puissance maximale instantanée. Il faut noter que la puissance est calculée à partir des amplitudes maximales du courant en temporel. Il ne représente pas l'énergie moyenne. Elle s'écrit donc sous la forme suivante :

$$P_{\max} = R \times I_{\max}^2 \tag{Eq. 137}$$

De manière similaire au calcul des effets des tensions, l'analyse de la variance conditionnelle montre les effets des 16 facteurs sur la puissance maximale instantanée (Fig. 145, Fig. 146) :

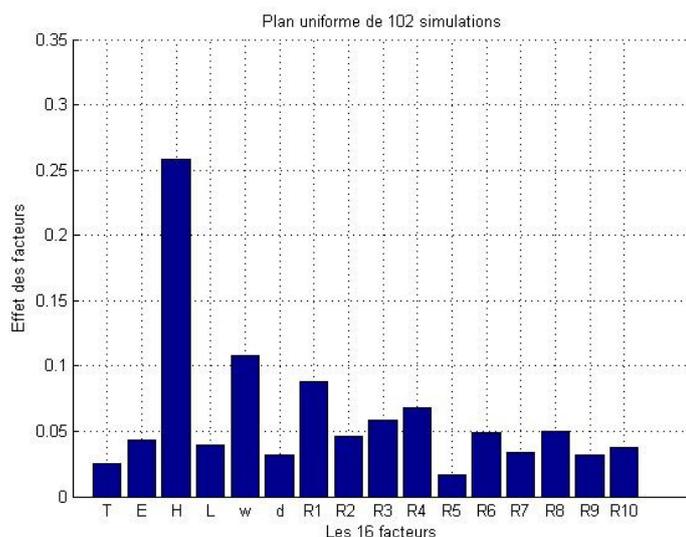


Fig. 145 : Effet des facteurs sur la puissance maximale instantanée relevée sur R1

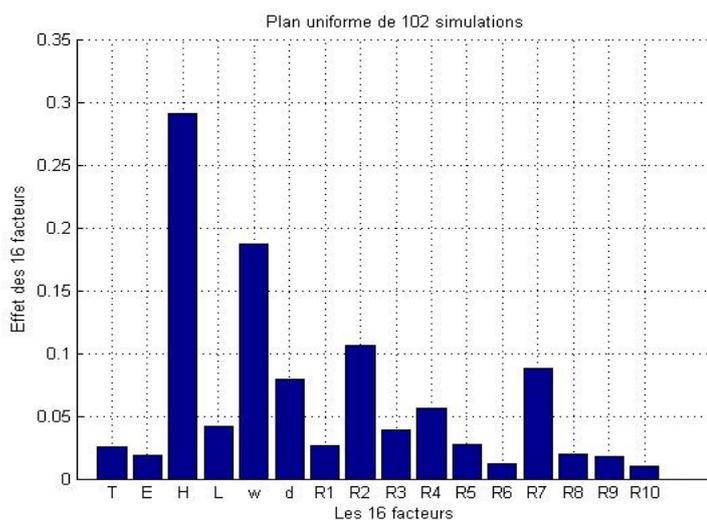


Fig. 146 : Effet des facteurs sur la puissance maximale instantanée relevée sur R2

Il apparaît que la hauteur du substrat h et la largeur du conducteur w sont plus influentes que la charge où nous calculons la puissance maximale instantanée. Cependant, ces trois facteurs

sont classés en premier ordre. La vérification des résultats par les 1000 simulations de Monte Carlo est montrée sur les figures suivantes (Fig. 147, Fig. 148):

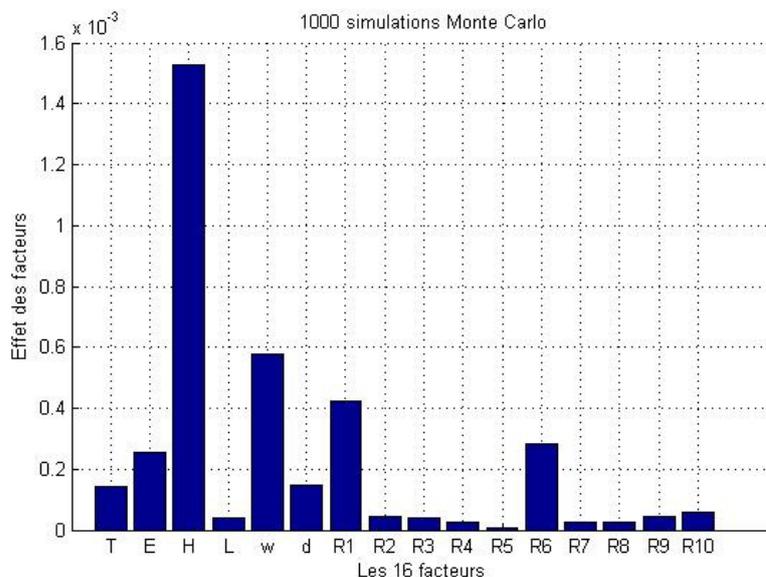


Fig. 147 : Effet des facteurs sur la puissance maximale instantanée de R1 à partir de 1000 simulations Monte carlo

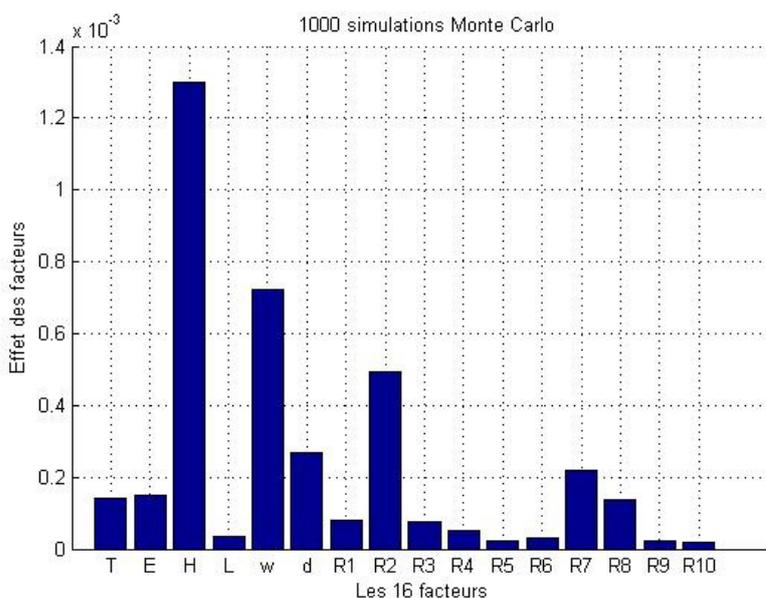


Fig. 148 : Effet des facteurs sur la puissance maximale instantanée de R2 à partir de 1000 simulations Monte carlo

Nous obtenons les mêmes conclusions en réalisant 1000 simulations de Monte Carlo. La différence par rapport aux résultats des effets sur les courants et les tensions crêtes peut être expliquée par le fait que la puissance maximale instantanée est indépendante des charges selon la formule suivante :

$$P_{\max} = V_{\max} \times I_{\max} \tag{Eq. 138}$$

De plus, l'échantillon de 1000 simulations de Monte Carlo montre plus d'informations sur les effets du second ordre. En particulier, sur les charges d'extrémités qui apparaissaient plus influentes dans le plan uniforme.

## 4.7. Conclusion

Une étude paramétrique sur la susceptibilité globale de la carte PCB a été effectuée dans ce chapitre. L'utilisation de la méthodologie des plans d'expériences est une nouveauté dans le domaine de la susceptibilité des cartes PCB. L'illustration de la méthode est présentée par l'étude paramétrique d'un cas simple. Les graphes des effets moyens ont montré, grâce à l'orthogonalité, les effets de chaque facteur sur la réponse. L'étude d'une simple piste adaptée par un plan classique de Reschtchaffner a montré que la largeur du conducteur et la hauteur du substrat sont les facteurs les plus significatifs. Ils influent beaucoup sur le courant maximal calculé sur la charge d'extrémité. Une validation de ces résultats par un plan complet a donné les mêmes conclusions. Le passage aux plans numériques est dû au fait que l'augmentation du nombre de facteurs et de leurs niveaux augmente largement le nombre de simulations dans les plans classiques. Pour cela, les plans numériques uniformes ont été employés pour sélectionner les facteurs significatifs et établir un modèle de prédiction par la régression Stepwise.

Un plan numérique uniforme (Uniform Design UD) de 55 simulations a été construit pour la ligne adaptée. Par la régression Stepwise, nous avons établi un modèle polynomial avec interaction d'ordre 1. Ce modèle est validé par des essais supplémentaires ainsi que par les résidus partiels pour montrer son pouvoir prédictif. Nous avons bien remarqué l'effet très significatif de la hauteur et de la largeur dans le modèle. La qualité de la prédiction est acceptée. En effet, la différence entre les valeurs prédites et les valeurs simulées reste faible.

Le modèle polynomial avec des interactions du premier ordre a modélisé une ligne adaptée en une équation représentant les termes significatifs. Les charges d'extrémités ont un effet très important sur la réponse. Un plan complet effectué sur une ligne a montré l'importance des charges surtout celles où nous collectons le courant. Ensuite, nous avons traité un cas plus complexe et plus général : une variation de 16 paramètres d'une carte à 5 pistes. Un plan UD de 102 simulations était suffisant pour montrer par l'analyse de données, l'influence des trois paramètres ( $w$ ,  $h$  et la charge d'extrémité) pertinents de premier ordre. Ceci résume les deux étapes traitées (ligne adaptée, effet des charges). L'étude de la carte à 5 pistes en temporel pourra être réduite à l'étude d'une seule piste. Une validation par la méthode de Monte Carlo a confirmé nos résultats.

Les lignes coudées ne présentent pas un effet sur notre observable de sortie. Le coude n'est pas mis en jeu. Enfin, une étude paramétrique de la carte à 5 pistes a été menée dans un milieu réverbérant. Un plan uniforme de 102 simulations utilise le modèle de Hill pour étudier le couplage champ-carte. Les résultats de l'analyse de données ont abouti aux mêmes conclusions que celles obtenues par l'étude dans un milieu de type onde plane.

La régression stepwise peut poser des problèmes d'estimation des coefficients en utilisant l'analyse de la variance. La méthode de Krigeage peut être utilisée comme un code correcteur de la prédiction. Le changement des observables physiques a permis d'obtenir des conclusions intéressantes sur les tensions maximales absolues et la puissance maximale instantanée. En utilisant le plan uniforme de 102 simulations, la hauteur du substrat, la largeur du conducteur et la charge sont les paramètres les plus influents sur la tension maximale. La même conclusion est tirée concernant les effets sur la puissance instantanée. Cependant la charge est moins significative que la hauteur et la largeur.



## CONCLUSION

L'étude de la susceptibilité des systèmes électroniques embarqués constitue un intérêt défensif pour les applications militaires et civiles. Le projet VULCAIM du département OSA du laboratoire XLIM en collaboration avec le centre d'études de Gramat (CEG) traite de la problématique des perturbations électromagnétiques et de leurs effets sur les systèmes électroniques embarqués, du boîtier jusqu'aux composants.

Ce travail de thèse a présenté les outils numériques nécessaires et a proposé une méthodologie paramétrique afin d'étudier et d'analyser les effets du couplage du champ électromagnétique sur les pistes d'un circuit imprimé. L'illumination est présentée par un modèle d'onde plane. Ce modèle est également utilisé par les différences finies (FDTD) et la théorie des lignes (MTL). Dans un premier temps, nous avons abordé une généralité sur la CEM des cartes en montrant l'effet de la géométrie d'une carte. Puis nous avons étudié les principes de la conception sur la susceptibilité et la vulnérabilité.

À ce titre, la validation du modèle de couplage champ-carte (Formalisme de Taylor) par des mesures en chambre anéchoïque permet d'utiliser les avantages de la MTL dans l'étude paramétrique de la carte illuminée par une onde plane. Il est apparu que les impédances terminales ont un effet majeur sur les résonances des tensions induites. Nous avons obtenu un très bon accord entre les simulations par MTL et les mesures. Cependant, la carte n'est pas toujours illuminée par une seule onde plane. Nous avons approfondi la recherche afin de trouver un modèle de champ aléatoire représentant l'ambiance réverbérante. Le modèle de Hill présente l'avantage de simuler une ambiance réverbérante transposable dans le domaine temporel. Ce cas d'étude correspond à une carte incluse dans un boîtier en présence d'ondes stationnaires. Les conditions de tirage des ondes planes (incidence et polarisation) sont identiques entre les deux domaines : temporel et fréquentiel. Quant au déphasage, il est équivalent à un retard en temporel.

Afin de vérifier l'homogénéité et l'isotropie du champ, nous avons présenté des histogrammes de densités de probabilités de l'amplitude du champ. Ces modules de l'amplitude convergent vers les lois statistiques de la CRBM. Nous avons utilisé deux stratégies statistiques: effectuer plusieurs simulations en relevant les amplitudes en un seul point d'observation ou effectuer une seule simulation en relevant une surface de points d'observations. Ces deux stratégies permettent l'observation de la convergence des parties réelles et imaginaires de l'amplitude du champ vers la loi normale. Elles montrent également la convergence du module carré des composantes  $E_x$ ,  $E_y$  et  $E_z$  et du champ total vers les lois de  $\chi^2$  d'ordre 2 et 6 respectivement.

Après avoir validé le modèle de Hill temporel en simulation, nous l'avons appliqué pour étudier le comportement du couplage en faisant varier les impédances terminales des pistes. Nous avons réalisé 60 simulations via la FDTD et la MTL en utilisant 100 ondes planes aléatoires. Nous avons pris deux types de carte ayant des dimensions différentes. Pour plusieurs valeurs d'impédances terminales (charges réelles), nous avons constaté un très bon accord entre les simulations FDTD et les mesures. Nous avons remarqué quelques différences par rapport aux simulations MTL : la présence d'un plan de masse fini dans les simulations FDTD et dans les mesures permet d'avoir des courants en mode commun. Ceci explique la présence des résonances en basse fréquence. De plus, les tensions moyennes simulées par la MTL ont un niveau d'amplitude plus élevé. Nous avons expliqué cette légère différence par le fait que la carte est illuminée dans un seul hémisphère (côté conducteur).

L'effet des courants en mode commun apparaît également dans l'utilisation de l'adaptateur d'impédance afin d'assurer la jonction entre les charges de  $50\Omega$  (charge interne du câble coaxial) et la charge de  $1.9\text{ k}\Omega$ . Les simulations de la carte sans adaptateur via la MTL ont montré les mêmes résonances en fréquentiel mais la différence d'amplitude est très grande (+30dB). Cependant, les

simulations avec adaptateur via la FDTD ont donné les mêmes niveaux de tensions moyennes mais avec des résonances décalées. Ainsi, nous avons constaté la présence de résonances inattendues liées aux courants de mode commun.

L'efficacité du modèle de Hill dans le domaine temporel se manifeste au niveau du gain en temps de calcul. À ce titre, nous avons optimisé le nombre d'ondes planes dans chaque simulation numérique (équivalente à une position de brasseur). Nous avons remarqué que le couplage par 10 ondes planes dans 60 simulations a donné un très bon accord avec les mesures. Le test de Khi2 a montré que 30 simulations sont suffisantes pour que le champ soit statistiquement homogène.

Du point de vue mesure en CRBM, nous avons montré le fonctionnement de la chambre entre 200 MHz et 3 GHz. D'après les écarts types calculés selon la norme 61000-4-21, la chambre est bien calibrée à partir de la fréquence de 450 MHz. De plus, les mesures des tensions par un câble coaxial et par une fibre optique (chaîne mélopée) donnent un bon accord (différences de +2 dB).

Après avoir représenté les moyens utilisés pour étudier la susceptibilité des cartes, nous avons remarqué la présence de plusieurs paramètres qui peuvent jouer un rôle primordial sur plusieurs observables physiques. D'où la nécessité de mener des études paramétriques globales de la susceptibilité des cartes afin de prendre en considération les effets des paramètres prépondérants.

Dans le chapitre 3, nous avons présenté la théorie de la méthode des plans d'expérience qui permet d'étudier l'effet d'un grand nombre de paramètres avec un nombre réduit de simulations. Les plans classiques les plus utilisés ont été abordés avec la notion d'orthogonalité. Cette notion permet de visualiser graphiquement les effets moyens des facteurs. En raison d'un grand nombre de paramètres liés à l'évolution des conceptions, les plans classiques deviennent limités. L'étude se dirige vers l'utilisation des plans numériques. Ces plans sont dédiés aux réponses déterministes issues des simulations. Ensuite, nous avons présenté les méthodes de l'analyse statistique de données, plus particulièrement, l'analyse de la variance ANOVA, l'analyse de la variance conditionnelle et la régression Stepwise pour établir des modèles polynomiaux de prédiction.

Nous avons appliqué cette méthodologie sur la susceptibilité des cartes. L'illustration de la méthode pour le cas d'une ligne adaptée a montré que la largeur d'une ligne et la hauteur d'un substrat sont les paramètres prépondérants sur l'amplitude maximale absolue du courant. Un plan de Rechtschaffner a démontré les effets des facteurs en utilisant 16 simulations. Un plan factoriel complet a validé ces résultats en réalisant 3125 simulations.

En utilisant les plans numériques uniformes composés de 55 simulations, le modèle polynomial de prédiction d'une ligne adaptée est satisfaisant. Les validations par des essais supplémentaires ont montré que les valeurs calculées par l'équation polynomiale et les valeurs simulées sont très proches. Cependant, l'optimisation de la prédiction n'est pas l'objectif de cette thèse.

Ensuite, nous avons étudié un cas plus complexe. Nous avons choisi une carte à 5 pistes composée de 16 paramètres. Un plan uniforme UD de 102 simulations a évalué les effets de ces 16 paramètres sur l'amplitude maximale du courant. Les histogrammes ont démontré à l'aide de l'analyse de la variance ANOVA que la largeur du conducteur, la hauteur du substrat et la charge où on relève le courant, sont les facteurs les plus significatifs. Ils peuvent être classés en premier ordre. Nous avons aussi proposé des méthodes alternatives pour la validation des résultats : l'analyse de la variance conditionnelle et la méthode de Monte Carlo. Ces deux approches ont validé les résultats obtenus par les plans numériques. Le modèle de prédiction de la carte à 5 pistes est attractif. Nous avons obtenu un modèle polynomial du second ordre avec interactions contenant les paramètres les plus significatifs. La régression Stepwise peut poser des problèmes de colinéarité quand on a un

grand nombre de paramètres. Par conséquent, l'estimation des coefficients de régression peut être biaisée.

Pour conclure ce travail, nous avons obtenu les mêmes effets des facteurs sur le courant crête dans un milieu réverbérant.

L'approche proposée pour l'étude de la susceptibilité de la carte ouvre la voie vers plusieurs perspectives qui consistent à :

- Utiliser le modèle de Hill pour des architectures des cartes plus avancées (plusieurs couches, coudes, vias...).
- Trouver d'autres techniques d'accès (en CRBM) de la susceptibilité selon l'architecture de la carte.
- Mener des investigations pour expliquer les mécanismes de couplage en mode commun sur des cas particuliers tel que le pont diviseur.
- Faire plusieurs plans d'expériences numériques pour traiter d'autres facteurs qui influencent le couplage champ-carte.
- Choisir d'autres observables physiques pour améliorer la compréhension des phénomènes.
- Utiliser le Krigeage comme méthode de prédiction afin d'éviter le problème des mauvaises estimations en régression.
- Faire des plans d'expériences afin d'optimiser les observables étudiés.



**Bibliographie**

- [1] K. Li, M. Ali Tassoudji et Al, "FDTD analysis of electromagnetic radiation from modules-on-backplane configurations", IEEE Trans. On EMC, vol. 37, n°3, pp.326-332, august 1995.
- [2] C.Schuster and W. Fichtner, "Parasitic modes on printed circuit boards and their effects on EMC and signal integrity", IEEE Tans. On EMC, vol. 43, n°4, pp.416-425, November 2001.
- [3] P.B. Johns and R. L. Beurle, "Numerical solution of two dimensional scattering problems using TLM", Proc. IEE, vol. 118, pp.1203-1208, 1971
- [4] P.B. Johns, "A symmetrical condensed node for the TLM method", IEEE Trans. MTT, vol. 35, pp.370-377, 1987.
- [5] C.R. Paul, " A comparaison of the contributions of common-mode and differential-mode currents un aradiated emission cables", IEEE Trans. On EMC, vol. 31, pp. 189-193, May 1989.
- [6] R.L. Khan and G.I. Costache, "Considerations on modelling crosstalk on printed circuit boards", IEEE Int. EMC Symp., Atlanta, pp.279-281, 1987
- [7] C.R. Paul,"Analysis of multiconductor transmission lines", édition Wiley, 1994.
- [8] C.D. Taylor, R.S Satterwhite and C.W. Harisson, "The response of a terminated two-wire transmission line excited by a nonuniform electromagnetic field", IEEE Trans. AP, vol.13, n°6, pp987-989, November 1996.
- [9] A.K. Agrawal, "Transcient response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field", IEEE Trans. EMC, vol. 22, n°2, May 1980.
- [10] F.Rachidi,"Formulation of the field to transmission line coupling equations in terms of magnetic excitation ", IEEE Trans. EMC, vol.n° 35, n°3, August 1993.
- [11] M. Leone, H. L.Singer, "On the Coupling of an External Electromagnetic Field to a printed Circuit Board Trace". IEEE Trans. EMC, November 1999, pp.418-424.
- [12] P. Bernardi, R. Cicchetti, "Response of a planar microstrip line excited by an external electromagnetic field", IEEE Trans. EMC, vol. EMC-32, no. 2, pp. 98-105, May 1990.
- [13] Thèse de DOCTORAT de l'Université des sciences technologies de Lille 1 par Sébastien Bazzoli, Caractérisation et Simulation de la Susceptibilité des Circuits intégrés face aux Risques d'Induction engendrées par des Micro ondes de Forte Puissance.
- [14] Thèse de DOCTORAT de l'Université PARIS 6 par Fabrice MARTY, Caractérisation expérimentale et probabiliste du couplage d'une onde électromagnétique hyperfréquence à des circuits.
- [15] V. Rannou, F. Brouaye, M. Hélier, W. Tabbara, "Coupling of the field radiated by a mobile phone to a transmission line: a simple statistical and probabilistic approach", 14h International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, Proceedings pp. 109-112, February 20-22,2001, Zurich, Switzerland.
- [16] D. A. Hill, "Plane wave integral representation for fields in reverberation chambers," IEEE Trans. EMC, vol. 40, no. 3, pp. 209-217, Aug. 1998.

- [17] J. F. Dawson, L. Arnaut, M O Hatfield, N Eulig, "Reverberation (Mode-Stirred) Chambers for Electromagnetic Compatibility", University of York, UK; National Physical Laboratory, UK; M O Hatfield, Naval Surface Warfare Center, USA; Institut für EMV, Braunschweig, Germany.
- [18] F. Moglie, A. P. Pastore, " FDTD Analysis of Plane Wave Superposition to Simulate Susceptibility Tests in Reverberation Chambers". IEEE TRANSACTIONS ON ELECTROMAGNETIC COMPATIBILITY, VOL. 48, NO. 1, FEBRUARY 2006
- [19] L. Musso, V. Berat, F. Canavero, and B. Demoulin, "A plane wave monte carlo simulation method for reverberation chambers," in EMC Europe 2002, Int. Symp. Electromagn. Compat., vol. 1, Sorrento, Italy, Sep. 2002, pp. 45–50.
- [20] D. Bellan and S. Pignari, "A Probabilistic model for a three-conductor transmission line driven by a random planewave field," 4th European Symposium on Electromag.Compat., EMC Europe 2000, Brugge, Belgium, Sept. 11-15, 2000, pp.109-114.
- [21] J. G. Kostas and Boverie, "Statistical model for a Modestirred chamber," IEEE Trans. Electromagn. Compat., vol. EMC-33, pp. 366-370, NOV. 1991.
- [22] B. R. Archambeault, "PCB design for real world EMI control" IBM corporation, Research Triangle Park, NC.
- [23] Garg, Ramesh, and I.J. Bahl, "Microstrip discontinuities," International journal of electronics, vol. 45, No. 1, 1978, pp. 81-87.
- [24] C.D. Taylor, D.V.Giri, "High power microwave systems and effects" electromagnetic library, 1994.
- [25] J. Benford, John Swegle, " An introduction to high power microwave" Microwave journal, pp 105-116, February 1992.
- [26] [http://www.telecom.gouv.fr/telecom/car\\_uwb.html](http://www.telecom.gouv.fr/telecom/car_uwb.html)
- [27] S. Villegier, « Développement de modèles théoriques pour l'étude de la susceptibilité de cartes de circuit imprimé dans leur boîtier face à des parasites transitoires », Thèse de Doctorat de l'Université de Limoges, 6 Décembre 2000.
- [28] Incorporation of Terminal constraints in the FDTD analysis of Transmission Lines, Clayton R. Paul Analysis of multiconductor Transmission Lines.
- [29] Baum, T.K.Liu, F.M.Tesche, and S.K.chang, Numerical results for mutliconductor Transmission-line Networks, Interaction Note 322, Air Force weapons Laboratory, Albuquerque, NM, september 1977.
- [30] A. Taflove and S. C. Hagness, Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method, 2nd ed. Norwood, MA: Artech House, 2000.
- [31] K.Demarest, R. Plumb, Z.Huang, FDTD Modeling of scatterers in stratified Media, IEEE Transaction on Antennas and Propagation vol 43 N°10 october 1995 p1164-1168.
- [32] C.R. Paul, « A comparison of the contributions of common-mode and differential-mode currents in aradiated emissions cables », IEEE Trans. on EMC, vol. 31, pp.189-193, May 1989.
- [33] R. Holland, J. William. « Total-field versus scattered-field finite-difference » IEEE, Trans. Nuclear sciences, Vol.30, p 4583-4587, 1983.

- [34] J.P. Bérenger, « A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves ». *J. of Computational Physics*, Vol. 114, p 185-200, 1994.
- [35] S. Karam, « Application de la méthodologie des plans d'expériences et des analyses de données à l'optimisation des processus de dépôt », thèse à l'université de Limoges 2004.
- [36] J. Demonsant, « Comprendre et mener des plans d'expériences », Ed, AFNOR, 1996
- [37] F. LOUVET, « Les plans d'expériences une approche pragmatique et illustrée », Expérimentique 2005.
- [38] R. Iman, J.C. Helton, « An investigation of Uncertainty and Sensitivity Analysis Techniques for Computer models », *Risk Analysis*, 8, 71-90.
- [39] R.A. Fisher, « The design of Experiments », Oliver and Boyd, Ed. Edimbourg 5ème edition, 1949.
- [40] R. L Plackett, J.P. Burman, « The design of optimum multifactorial experiments », *Biometrika* n° 3, 1946
- [41] G.E.P. Box, W.G.Hunter, J.S. Hunter, « Statistics for Experiments, An introduction to design, Data analysis, and Model Building », Wiley, Ed. New York, 1978.
- [42] G.Sado, M. C. Sado, « Les plans d'expériences, de l'expérimentation à l'assurance qualité », Collection AFNOR, 1991.
- [43] P. Schimmerling, J.C. Sisson, A. Zaidi, « Pratique des plans d'expériences, Technique et documentation », 1998.
- [44] Kai-Tai Fang, Dennis K. J. Lin, « Uniform Experimental Designs and Their Applications in Industry ».
- [45] Astrid Jourdan, « Planification d'expériences Numériques », Département de Mathématiques E.I.S.T.I, Pau.
- [46] T.Lundstedt, E. Seifert, L.Abramo, B. Thelin, A. Nystrom, J.Pettersen, R. Bergman, « Experimental design and optimisation », *Chemometrics and intelligent laboratory systems* 42, 1998.
- [47] J. Dreesbeke, J. Fine, Saporta G., « Plans d'expériences, application à l'entreprise » Technip. Paris.
- [48] [http://www.math.hkbu.edu.hk/Uniform Design/](http://www.math.hkbu.edu.hk/Uniform%20Design/)
- [49] Jack P.C. Kleijnen, Wim C.M. Van Beers, « Kriging Interpolation in simulation », *Proceedings of the 2004 Winter Simulation Conference*.
- [50] Leslie M. Moore, Bonnie K. Ray, « Statistical Methods For sensitivity And Performance Analysis In Computer Experiments », *Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference*.
- [51] [http://www.cem.inrets.fr/index\\_crbrm.htm](http://www.cem.inrets.fr/index_crbrm.htm)
- [52] R.L.Rechtschaffner, « saturated fractions of  $2^n$  and  $3^n$  factorial designs », *Technometrics* 9, (1967) (4), pp. 569-575 ».

**Communications de l'auteur:**

- [53] H.Tarhini, M. El Haffar, G. Andrieu, C. Guiffaut, A.Reineix, J.C. Joly and B. Pecqueux "Susceptibility of Printed Circuit Board in a complex electromagnetic environment", EMC Europe, September 2008, Hamburg, Germany.
- [54] H. Tarhini, C. Guiffaut, S. Karam, A. Reineix, J. C. Joly et B. Pecqueux " Etude paramétrique de la susceptibilité des cartes électroniques par les plans d'expériences numériques", congrès CEM paris, Mai 2008.

## Annexe A

### 4.7.1. Les notations statistiques

Une variable aléatoire  $X$  est une fonction définie sur l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire, telle qu'il soit possible de déterminer la probabilité pour qu'elle prenne une valeur donnée ou qu'elle prenne une valeur dans un intervalle donné.

La fonction de répartition d'une variable  $X$  est la probabilité que la variable  $X$  soit inférieure à une valeur  $x$ . Elle peut donc être écrite de la manière suivante :

$$F(x) = P(-\infty \leq X < x)$$

La définition mathématique d'une fonction de probabilité discrète  $P(x)$  est la probabilité que la variable  $x$  soit égale à une certaine valeur :

$$P[X = x] = P(x)$$

Une fonction de probabilité continue est définie pour un nombre infini de points dans un intervalle continu. La probabilité à un point  $x$  est donc zéro. Ces probabilités sont mesurées dans un intervalle et non pas sur des points simples. La fonction de répartition est dérivable, et sa dérivée est la densité de probabilité (PDF).  $X$  désignant une variable aléatoire continue sur  $\mathbb{R}$ , lorsque  $a$  et  $b$  désignent deux valeurs de  $X$  infiniment proches de  $x$  et  $x + dx$ , on est en droit d'estimer que sur cet intervalle infiniment petit  $dx$ , la distribution de probabilité est uniforme :

La densité de probabilité  $f(x)$  peut être caractérisée par les propriétés suivantes :

$$P(x \leq X < x + dx) = f(x).dx$$

$$P(X < x) = \int_{-\infty}^{+x} f(u)du$$

$$F(+\infty) - F(-\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x).d(x) = 1$$

la densité de probabilité est souvent exprimée en fonction d'une intégrale entre deux points :

$$\int_a^b f(x)d(x) = P(a \leq x < b) = F(b) - F(a)$$

### 4.7.2. Moyenne

La moyenne est l'espérance mathématique d'une distribution associée à une variable aléatoire. Elle s'écrit sous la forme suivante :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t.f(t)dt$$

Dans le cas où nous avons un nombre fini de  $N$  éléments  $X_i$ , la moyenne peut être estimée de la manière suivante :

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N X_i$$

### 4.7.3. Variance et écart type

La variance d'une variable aléatoire continue est, là encore, l'espérance de la moyenne des carrés de ses écarts par rapport à sa moyenne :

$$V(X) = E[X - E(X)]^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} [t - E(X)]^2 \cdot f(t) dt$$

La variance exprime aussi la distance qui sépare les valeurs de leurs moyennes. Elle peut dire si les valeurs sont serrées ou dispersées. L'estimation de la variance s'écrit de la manière suivante :

$$V(X) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$$

Dans les études statistiques, l'écart type  $\sigma$  est le terme le plus utilisé. Il est la racine carrée de la variance :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$$

### 4.7.4. Construction d'un histogramme statistique

Les histogrammes permettent de comparer un échantillon de données à une loi statistique. C'est un moyen utile pour présenter les données sous forme d'intervalles de valeurs. La construction de cet histogramme s'effectue en plusieurs étapes :

- Répartir les résultats de tous les échantillons dans un intervalle de valeurs.
- Subdiviser cet intervalle en un nombre maximum des classes de valeurs.
- Compter les effectifs ou le nombre de valeurs comprises dans cette classe.
- Centrer les valeurs par rapport à l'écart type pour revenir à la dimension des densités de probabilité des lois statistiques.
- Dessiner l'histogramme en divisant les effectifs par le nombre total d'échantillons multiplié par le pas (largeur) de chaque classe.

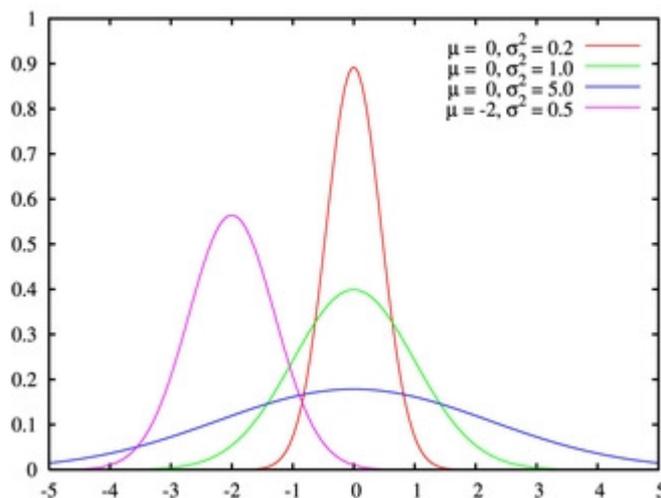
## Annexe B

### 4.7.5. La loi normale

La loi normale est appelée aussi loi de Gauss. Cette loi est utilisée dans le cas des phénomènes quantitatifs aléatoires et continus soumis à de multiples causes agissant additivement et indépendamment l'une de l'autre. Les valeurs de l'échantillon dans une loi normale s'étalent autour de leur moyenne.

Si  $X$  est la variable aléatoire soumise à une telle loi, on recherche la probabilité que  $X$  prenne ses valeurs dans un intervalle donné. La densité de la loi normale de moyenne  $\mu$  (espérance mathématique) et d'écart type  $\sigma$  est :

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$



Sur ce graphique, nous montrons la loi normale pour différents couples de valeurs de la moyenne  $\mu$  et de l'écart type  $\sigma$ .

Centrer une variable aléatoire  $X$ , c'est faire le changement de variable  $X' = X - \mu$  où  $\mu$  est la moyenne, nous avons donc l'Espérance  $E(X')=0$ . Réduire  $X$ , c'est faire le changement de variable  $X' = X / \sigma$  où  $\sigma$  désigne l'écart type de  $X$ ; on a alors  $\sigma(X) = 1$ . Quand nous traçons un histogramme des effectifs des valeurs, le retour à une loi normale centrée réduite se fait en écrivant la variable  $X$  de la manière suivante :

$$X' = (X - m) / \sigma$$

### 4.7.6. La loi de Chi2 ( $\chi^2$ )

Chi2 désigne une des lois de probabilité les plus fondamentales. Un exemple typique de variable suivant une loi du Chi2 est  $n$  fois la variance d'un échantillon de  $n$  points tirés d'une loi normale standard  $N(0, 1)$ . Autrement dit, cette loi est une distribution de la somme des carrés de  $n$

variables aléatoires. Ces variables sont indépendantes entre elles, centrées et réduite par rapport à la moyenne et l'écart type.

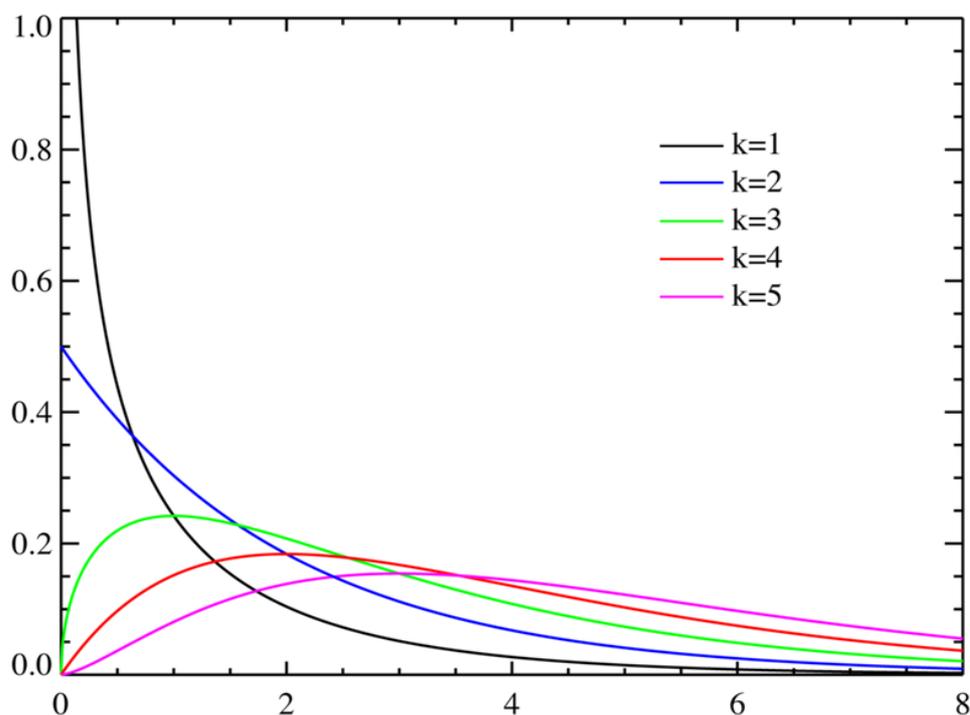
La somme des variables aléatoires centrées réduites  $z_i=(x_i-\mu_i)/\sigma_i$  est exprimée par la formule suivante :

$$z = \sum_{i=1}^{i=k} z_i^2$$

N est le degré de liberté de la loi de Chi2. Nous pouvons définir la densité de probabilité de la loi de chi2 comme :

$$P(z) = \frac{1}{2^{k/2} \Gamma(\frac{k}{2})} e^{-z/2} z^{(k-2)/2}$$

La figure suivante montre la densité de probabilité de Chi2 (PDF) pour plusieurs valeurs de k représentant l'ordre de la loi.



$\Gamma$  est la fonction factorielle (Gamma) définie avec une variable de type entier. Elle est définie de la manière suivante :

$$\Gamma_n = (n - 1)!$$

La loi gamma peut être généralisée et écrite sous forme d'une intégrale comme le montre la formule suivante :

$$\Gamma(z) = \int_{t=0}^{t=\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \text{ avec } \Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

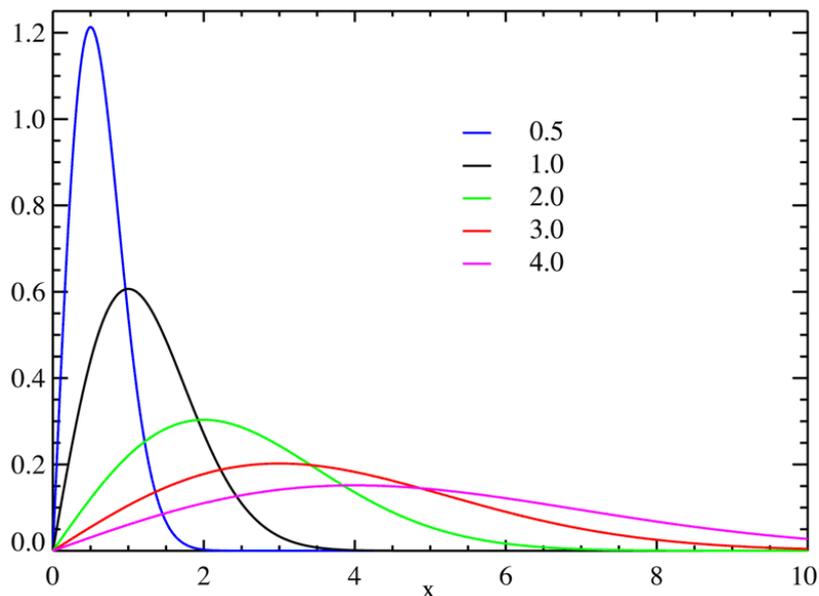
#### 4.7.7. Loi de Rayleigh

La distribution de Rayleigh est une distribution de probabilité continue. C'est une loi qui décrit la distribution de probabilité d'un vecteur à deux composantes dont chacune d'elle suit une loi normale. C'est-à-dire qu'elles sont indépendantes entre elles, non corrélées et ayant des variances égales. Même quand on a une composante complexe, le module formé de la partie réelle et imaginaire est distribué selon la loi de Rayleigh.

La densité de probabilité s'écrit d'une manière générale de la manière suivante :

$$P(z) = \frac{1}{2^{\frac{N-2}{2}} \Gamma(\frac{N}{2})} e^{-\frac{z^2}{2}} z^{N-1}$$

N est le degré de liberté. La figure suivante montre la densité de probabilité de la loi de Rayleigh pour les différents degrés de liberté.

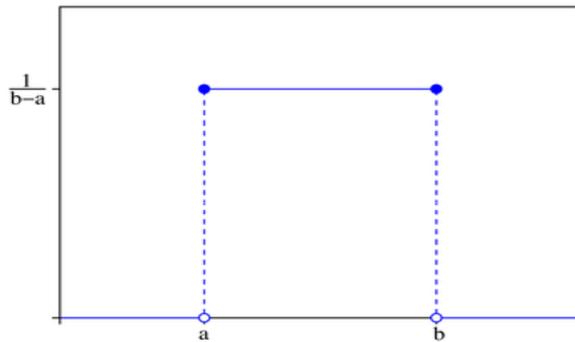


#### 4.7.8. La loi uniforme

La loi uniforme est une loi de probabilité telle que tous les intervalles de même longueur ont même probabilité. On dit qu'une variable X suit la loi uniforme sur [a, b] et admet pour densité :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

La densité de probabilité est montrée sur la figure suivante :



#### 4.7.9. Le théorème de la limite centrale

Le théorème ‘‘central limit’’ dit que toute somme de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées tend vers une certaine variable aléatoire. Dans le cas où nous avons des variables indépendantes et possèdent la même moyenne et la même variance, leur somme doit être centrée et réduite.

Soient  $n$  variables aléatoires  $x_i$  qui suivent toutes la même loi de probabilité, la somme  $S_n$  s’écrit :

$$S_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

La loi de  $S_n$  tend vers la loi normale  $N(\mu, \sigma)$  quand  $n$  tend vers l’infini. La somme centrée réduite  $Z_n$  s’écrit donc de la manière suivante :

$$Z_n = \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

Cette somme  $Z_n$  converge vers une loi normale centrée réduite  $N(\mu=0, \sigma=1)$  quand nous avons une infinité de variables aléatoires.

## Annexe C

### 4.7.10. L'intervalle de confiance

La marge d'erreur existe toujours lorsqu'on ajuste les données à un modèle ou lorsqu'on regarde si la population suit bien une loi de probabilité. La visualisation par histogramme peut éliminer cette incertitude mais il existe des lois qui sont très proches dans leurs formes. La marge d'erreur existe dans l'estimation de la moyenne et de l'écart type d'un échantillon. Pour cela, nous parlons de l'intervalle de confiance qui est supposé contenir, avec un certain degré de confiance, la valeur du paramètre à estimer. Un intervalle de confiance à 95% (ou au seuil de risque de 5 %) a 95% de chance de contenir la valeur du paramètre que l'on cherche à estimer mais cet intervalle de confiance est trompeur dans 5 % des cas.

Dans l'estimation de la moyenne, l'usage de l'intervalle de confiance est très utile. La moyenne  $\bar{X}$  d'un échantillon d'effectif  $N$  et son écart type  $\sigma$ , vont encadrer la moyenne de la population. Une variable  $t$  (variable qui suit une loi de Student) est centrée par rapport à la moyenne vraie de la population ( $\mu$ ). L'écart type de la population est notée  $S$ . Le degré de liberté est  $N-1$ .

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{N}}}$$

En général, l'encadrement de la moyenne de la population est limité entre deux bornes de la variable  $t$ . La borne  $t_{\text{inf}}$  est la borne inférieure et  $t_{\text{sup}}$  est la borne supérieure. Nous pouvons donc écrire :

$$\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{N}} t_{\text{sup}} < \mu < \bar{X} - \frac{S}{\sqrt{N}} t_{\text{inf}}$$

A titre d'exemple, si on connaît l'écart type d'une distribution, et que le nombre d'échantillons est  $n$ , l'intervalle de confiance à 95 % s'écrit donc :

$$\left[ \bar{x} - 2 \frac{\sigma(X)}{\sqrt{n}}; \bar{x} + 2 \frac{\sigma(X)}{\sqrt{n}} \right]$$

Avec  $\bar{x}$  est la moyenne de l'échantillon et  $\sigma$  l'écart type.

L'encadrement de l'écart type se fait d'une manière similaire à l'encadrement de la moyenne. Nous introduisons une variable  $s$  qui suit une loi de  $\chi^2_{N-1}$  tel que :

$$s = \frac{(N-1)S^2}{\sigma^2}$$

Si nous limitons l'intervalle par deux bornes :  $s_{\text{sup}}$  et  $s_{\text{inf}}$ , l'intervalle de confiance de l'écart type s'écrit :

$$S \sqrt{\frac{N-1}{s_{\text{sup}}}} < \sigma < S \sqrt{\frac{N-1}{s_{\text{inf}}}}$$

## Annexe D

### 4.7.11. Test de Chi2 ( $\chi^2$ )

Le test de Chi2 est utilisé pour tester si une population suit bien une loi statistique proposée. Ce test est appliqué sur des données rassemblées sous forme des classes dans des histogrammes. Ceci n'est pas une restriction de ce test car nous pouvons prendre directement le nombre des effectifs cumulés des classes et nous pouvons ensuite appliquer le test. De toute façon, le résultat du test dépend fortement de la manière dont les données sont classées dans l'histogramme.

Le test de chi2 consiste à tester les hypothèses suivantes :

$H_0$  : La population sous test suit la loi de probabilité proposée.

$H_1$  : La population sous test ne suit pas la loi de probabilité proposée.

Ce test est très sensible par rapport aux choix des classes des données. Comme l'effectif de l'échantillon n'est pas complet, les niveaux de ses classes vont être répartis d'une façon gaussienne. Dans ce cas, il faut faire un écart entre les effectifs calculés dans nos expériences et les effectifs calculés par la loi théorique. Cet écart est divisé par rapport aux effectifs théoriques et il s'écrit :

$$e_i = \frac{\theta_i - T_i}{T_i}$$

Avec :

$\theta_i$  les niveaux observés des classes de l'échantillon.

$T_i$  les niveaux théoriques de la loi de probabilité correspondant aux classes

La somme de cet écart s'écrit donc :

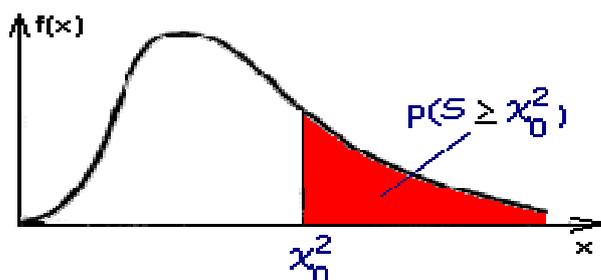
$$S = \sum (O_i - E_i)^2 / E_i$$

La deuxième étape consiste à comparer cette somme à un seuil de probabilité  $\alpha=5\%$ . Ce seuil nous permet de savoir si la somme se trouve dans une région très probable de cette loi.

Si  $S < \chi_0^2$  : l'hypothèse  $H_0$  est acceptée.

Si  $S > \chi_0^2$  : L'hypothèse  $H_1$  est acceptée ou bien  $H_0$  est rejetée

L'un des inconvénients du test de Chi2 c'est qu'il nécessite un échantillon de taille suffisante pour que l'approximation du Chi2 soit valide. La figure suivante montre par un risque  $\alpha$ , l'intervalle où nous pouvons accepter  $H_0$ .



## Annexe E

### 4.7.12. Ondes électromagnétiques

L'équation de propagation d'une onde dans un milieu peut être décrite à partir des équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell Ampère :

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} + \vec{\sigma} \left( \frac{\rho}{\epsilon} \right)$$

Dans le vide l'équation se simplifie et nous obtenons un second membre égale à zéro car il n'y a pas de charges, ni de courants.

$$\nabla^2 \vec{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

L'équation de la propagation en fonction du champ magnétique est exprimée à partir des équations de Maxwell-Gauss et de Maxwell-Ampère :

$$\nabla^2 \vec{B} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = -\mu \sigma \wedge \vec{j}$$

Dans le vide, l'expression est nulle :

$$\nabla^2 \vec{B} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

### 4.7.13. Méthode des moments (MOM) :

La méthode des moments (MOM=Method of Moments) est utilisée dans les problèmes liés au rayonnement des antennes, l'étude des cartes électroniques et à la diffraction électromagnétique par des objets. Cette méthode résout les équations intégrales ou différentielles et les réduit à un système linéaire d'équations. Les formulations intégrales utilisées par la MOM s'appliquent à l'intégrale du champ électrique (EFIE Electric Field Integral Equation), MFIE (Magnetic Field Integral Equation) et CFIE (Combined Field Integral Equation). Elle repose sur le calcul des courants équivalents sur la surface des matériaux et sur les structures filaires. En général, ces courants sont exprimés sous la forme d'une somme de fonctions de base ou fonctions test. Les coefficients associés à ces fonctions sont inconnus. Les courants inconnus sont exprimés en fonction du champ incident et des conditions aux limites sur les objets. Le domaine d'application de cette méthode est le domaine fréquentiel. Les avantages de cette méthode sont :

- Echantillonnage du domaine des sources (fictives ou réelles) seulement.
- Ouverture d'espace naturelle, pas de frontière absorbante ou condition de troncature de volumes.
- Sources généralement calculées directement.

Les inconvénients de la méthode des moments se résument en :

- Difficulté dans l'application de la fonction de Green et dans les milieux hétérogènes.
- Problème de singularité de la fonction de Green.
- Traitement analytique assez lourd.
- La matrice n'est pas creuse.

#### **4.7.14. Méthode des éléments finis (FEM) :**

La méthode des éléments finis est une formulation 3D rigoureuse comme les différences Finies (FDTD) et la TLM (Transmission Line Matrix). Elle permet de traiter des problèmes de simulations électromagnétique dans un maillage volumique complet 3D. Elle est très utilisée en domaine fréquentiel pour analyser les structures complexes à quelques fréquences. Elle est appliquée aussi dans le domaine temporel. Son principal avantage réside dans la souplesse du maillage tétraédrique qui permet de traiter des structures plus complexes de manière conforme. Cependant, les ressources informatiques doivent être très efficaces. Cette difficulté de la mise en œuvre est due à l'inversion de la matrice qui devient délicate lorsque le nombre d'inconnues augmente.

Les avantages de la FEM se résument en quelques points :

- Matrice très grande et creuse, nous ne stockons donc que les éléments non nuls de la matrice.
- Indépendant de la forme d'objet.
- Poser des conditions aux limites du problème.
- Calcul analytique des grandeurs à l'intérieur des éléments.

Les inconvénients de la méthode des éléments finis sont :

- Nécessite un solveur 3D très efficace.
- Nécessite des frontières absorbantes.

#### **4.7.15. La méthode TLM (Transmission Line Matrix) :**

C'est une méthode similaire à la FDTD. Elle est itérative et consiste à diviser l'espace en des petits éléments. Dans le domaine temporel, chaque élément est considéré comme un ensemble de lignes de transmission. En 3D, l'élément de base est le nœud condensé constitué d'un réseau à 6 bras. Nous pouvons représenter le champ électrique et le champ magnétique en calculant la tension et le courant respectivement. Par comparaison à la FDTD, la TLM est moins utilisée car elle est moins efficace en temps de calcul et en taille de mémoire ce qui constitue son principal inconvénient. Son avantage réside dans le fait qu'elle est moins dispersive que la FDTD. Elle peut intégrer des formalismes sur les fils minces, maillage, le sous maillage et les milieux dispersifs.



## **Résumé :**

Le design des circuits imprimés (*PCBs*) est devenu récemment de plus en plus complexe à cause des perturbations électromagnétiques provenant d'origine naturelle ou artificielle. Le travail présenté dans ce manuscrit propose une étude paramétrique de la susceptibilité de la carte face à des Micro-ondes de Fortes Puissances. L'objectif est de mener une étude de couplage champ - piste imprimée afin d'analyser l'effet des caractéristiques physiques les plus prépondérants.

La première partie de ce mémoire présente les méthodes numériques utilisées pour simuler le couplage champ-piste, en particulier MTLs et FDTD. Ce couplage a été validé par des mesures effectuées en chambres anéchoïque et réverbérante du laboratoire XLIM.

La deuxième partie présente une méthodologie analyse statistique basée sur les plans d'expériences. Cette méthode permet de sélectionner les paramètres les plus influents sur le couplage champ-piste avec un nombre réduit de simulations.

**Mots-clés :** *Susceptibilité, Circuits imprimés (PCBs), FDTD, MTLs, Chambre réverbérante, Plan d'expériences, Analyse de la variance, Régression.*

---

## **Abstract :**

The design of printed circuit board has recently become more complex because of natural or artificial electromagnetic perturbations. The work presented in this manuscript proposes a parametrical study of the PCB susceptibility illuminated by High Power Microwaves (HPM). The goal is to study the coupling between the electromagnetic field and the printed conductors and to evaluate the effects of the most significant physical characteristics.

The first part of this work presents the numerical methods used to simulate the field - conductor coupling, especially MTLs and FDTD. This phenomenon has been validated by measurements in anechoic and reverberation chambers of XLIM laboratory.

The second part presents an analytical statistical methodology based on the design of experiences. This method provides the selection of the most influent parameters on the field - conductor coupling with a reduced number of simulations.

**Keywords :** *Susceptibility, Printed Circuit Boards (PCBs), FDTD, MTLs, Reverberation Chamber (RC), Design of Experience, Analysis of Variance, Regression.*