

UNIVERSITÉ DE LIMOGES
ÉCOLE DOCTORALE Science – Technologie – Santé
FACULTÉ des Sciences
Laboratoire XLIM UMR CNRS 6172, Département – DMI

Thèse N° []

Thèse
pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LIMOGES

Discipline / Spécialité : Automatique et Génie Informatique

présentée et soutenue par

David KWAPISZ

Le 7 novembre 2008

**Reconstruction du torseur des efforts transmis par le
roulement de roue à partir de mesures de déformation**

Thèse dirigée par Dominique Meizel et Joanny Stéphant

JURY :

Président

M. Michel Théra Professeur Université de Limoges, Limoges

Rapporteurs

M. Ali Charara Professeur UTC, Compiègne

M. Gérard L. Gissingier Professeur Université de Haute Alsace, Mulhouse

Directeurs de thèse

M. Dominique Meizel Professeur ENSIL, Limoges

M. Joanny Stéphant Maître de conférence ENSIL, Limoges

Examineur

M. Alain Oustaloup Professeur ENSEIRB, Bordeaux

Invités

M. Christophe Duret Chef de l'îlot Mechatronics SNR Roulements, Annecy

M. Frédéric Guerre-Chaley Chef du projet Mesure d'Efforts SNR Roulements, Annecy

Table des matières

Remerciement	7
Notations	9
Introduction générale	11
1 Généralités sur les roulements	13
1.1 Introduction	15
1.2 Architecture du roulement	16
1.2.1 Les différents éléments du roulement	16
1.2.2 Paramètres géométriques	16
1.2.3 Exemples de roulement à billes	17
1.3 Physique du roulement	18
1.3.1 Cinématique du roulement	18
1.3.2 Liaison réalisée par une bille entre les deux bagues	19
1.3.3 Liaison réalisée par le roulement	22
1.3.4 Zone de charge	25
1.3.5 Défauts géométriques	25
1.4 Le roulement de roue	27
1.4.1 Présentation générale	27
1.4.2 Liaison réalisée par le roulement de roue	28
1.4.3 Chargement du roulement de roue	29
1.4.4 Précharge	31
1.5 Conclusion du chapitre	33
2 Problématique de la mesure d'effort	35
2.1 Introduction du chapitre	37
2.2 Généralités sur les systèmes de mesures	37
2.2.1 Présentation générale	37
2.2.2 Grandeurs d'influence	38
2.2.3 Particularité de la mesure multi-axes	38
2.2.4 Conception du système de mesure	39
2.2.5 Conclusion	40
2.3 Le roulement de roue capteur d'effort	40
2.3.1 Mesure des efforts transmis par la liaison pneumatique/chaussée	40
2.3.2 Mesure des efforts transmis par le roulement	42
2.3.3 Conditionnement des signaux	47
2.3.4 Conclusion	51
2.4 Démarche expérimentale mise en œuvre	52
2.4.1 Problématique générale	52
2.4.2 Analyse spectrale du signal	53

2.4.3	Caractéristiques des essais permettant l'étude du comportement du roulement avec l'effort	54
2.4.4	Problématique des dérives de signaux liées à la température	55
2.4.5	Synthèse de la démarche expérimentale	58
2.5	Conclusion du chapitre	60
3	Modélisation harmonique du signal de jauge	63
3.1	Introduction	64
3.2	Descriptions physiques des signaux de jauge	65
3.2.1	Description temporelle des signaux de jauges	65
3.2.2	Description fréquentielle des signaux de jauges	66
3.3	Modélisation du signal des billes	72
3.3.1	Problématique	72
3.3.2	Influence d'une rangée sur l'autre	73
3.3.3	Calibrage du modèle harmonique	74
3.3.4	Visualisation des résultats	75
3.3.5	Conclusion	76
3.4	Représentativité du modèle harmonique	77
3.4.1	Démarche d'analyse	77
3.4.2	Energies moyennes des signaux	77
3.4.3	Caractéristiques des phénomènes non modélisés	79
3.4.4	Caractéristiques du signal des billes	81
3.4.5	Conclusion	83
3.5	Conclusion du chapitre	83
4	Analyse expérimentale du lien entre les paramètres harmoniques et l'effort	85
4.1	Introduction	87
4.2	Influence du torseur sur la forme du signal des billes	88
4.2.1	Problématique	88
4.2.2	Choix d'une référence de phase	89
4.2.3	Analyse en composantes principales (ACP)	90
4.2.4	Calcul des coefficients de rang 2 et 3 à partir du coefficient de rang 1	92
4.2.5	Résultats	93
4.2.6	Conclusion	93
4.3	Démarche générale de calibrage du lien entre les paramètres du modèle harmonique et l'effort	94
4.3.1	Problématique	94
4.3.2	Variation de la phase de la première harmonique avec l'effort	96
4.3.3	Processus de calibrage	98
4.3.4	Initialisation du processus d'optimisation	100
4.3.5	Etape du processus d'optimisation permettant le calcul des positions initiales des billes	101
4.3.6	Conclusion	102
4.4	Relations polynomiales entre les paramètres harmoniques et le torseur	102
4.4.1	Généralité	102
4.4.2	Structure linéaire	105
4.4.3	Structure polynomiale de second ordre	108
4.4.4	Structure polynomiale de troisième ordre	110
4.4.5	Conclusion sur les modèles polynomiaux	110
4.5	Conclusion du chapitre	111

5	Analyse théorique du lien entre les paramètres harmoniques et l'effort	113
5.1	Introduction	114
5.2	Représentation harmonique de la zone de charge	116
5.2.1	Objectifs de la représentation harmonique	116
5.2.2	Présentation du modèle de zone de charge	117
5.2.3	Calcul des harmoniques de zones de charge	119
5.2.4	Analyse de la répartition des harmoniques de zone de charge	120
5.3	Modélisation de la déformation mesurée par les jauges	123
5.3.1	Problématique	123
5.3.2	Principe de modélisation	123
5.3.3	Représentation harmonique de la déformation	125
5.3.4	Conclusion	128
5.4	Calibrage des paramètres du modèle	128
5.4.1	Estimation des compliances	128
5.4.2	Résultats de calibrage pour une précharge fixée à la valeur nominale	130
5.5	Conclusion du chapitre	132
6	Reconstruction du torseur d'effort	135
6.1	Introduction	137
6.2	Estimation des efforts utilisant un seul vecteur de mesure	137
6.2.1	Démarche générale	137
6.2.2	Estimation des positions des billes à partir du déplacement de la bague intérieure et des mesures de déformation	140
6.2.3	Estimation du déplacement D_i	143
6.2.4	Conclusion	144
6.3	Performances de l'algorithme d'optimisation	145
6.3.1	Introduction	145
6.3.2	Convergence de l'algorithme traitée sur un exemple	146
6.3.3	Analyse de la convergence de l'algorithme	150
6.3.4	Analyse temporelle et fréquentielle des erreurs d'estimation	152
6.3.5	Conclusion	155
6.4	Estimation des efforts utilisant plusieurs vecteurs de mesures successifs	155
6.4.1	Objectifs	155
6.4.2	Initialisation récursive	156
6.4.3	Conclusion	160
6.5	Application du filtre de Kalman	160
6.5.1	Introduction	160
6.5.2	Représentation d'état du système	161
6.5.3	Mise en œuvre du filtre de Kalman	163
6.5.4	Résultats	165
6.5.5	Conclusion sur l'utilisation du filtre de Kalman	169
6.6	Conclusion du chapitre	170
	Conclusion générale	171
	Bibliographie	176
A	Dispositif expérimental	177
A.1	Description générale	177
A.2	Montage du roulement sur le banc	178
A.3	Application des efforts au roulement	180
A.3.1	Principe d'application d'une force par un vérin	180
A.3.2	Principe d'application d'un torseur par les vérins	181
A.4	Cellule d'effort 6-axes	183

A.4.1	Plage de mesure	183
A.4.2	Précision	184
A.4.3	Adéquation entre l'effort de consigne et l'effort mesuré	184
B	Raideur du contact bille/bague	185
B.1	Introduction à la théorie de Hertz	185
B.2	Calcul de la raideur, problème équivalent sphère/plan	185
C	Modèle de zone de charge	189
C.1	Introduction	189
C.2	Principe de modélisation	189
C.3	Equations du modèle de zone de charge	190
C.3.1	Calcul du déplacement local \vec{U} de la bague intérieure	190
C.3.2	Calcul des paramètres du contact	190
C.3.3	Calcul de l'intensité de la force	191
C.3.4	Calcul du vecteur force	191
C.3.5	Calcul du torseur résultant au centre roulement	191
C.4	Conclusion	192
D	Identification des paramètres harmoniques	193
D.1	Problématique	193
D.2	Formulation du problème d'optimisation	193
D.3	Initialisation du problème d'optimisation	194
D.4	Conclusion	195
E	Critique des hypothèses de dépouillement des essais	197
E.1	Problématique	197
E.2	Fluctuation de la vitesse de rotation des billes	197
E.2.1	Erreur engendrée sur l'estimation des coefficients du modèle	197
E.2.2	Conclusion sur la fluctuation de vitesse	201
E.3	Fluctuation du torseur appliqué au roulement	201
	Résumé	205

Remerciement

Je tiens à remercier Christophe Duret, aujourd'hui responsable de l'îlot Mécatronique de la société SNR Roulements, pour m'avoir fait confiance tout au long du déroulement de cette thèse. Son esprit critique et ouvert, ses compétences scientifiques et techniques, ainsi que sa disponibilité et sa clairvoyance font de lui l'accompagnateur idéal pour la réalisation de travaux de recherche au sein d'une entreprise. De plus, ces qualités humaines et son bon état d'esprit, ont permis de tisser une relation d'amitié qui parachève cette collaboration.

Je tiens à remercier Dominique Meizel, directeur de la spécialité mécatronique de l'ENSIL, pour avoir accepté l'idée de se lancer dans ce projet qui parle de roulement et de jauges de contrainte, bien loin de sa spécialité : l'observation d'état. Ses qualités scientifiques et humaines ont permis de mener à bien les aspects académiques des travaux de thèse. Sa modestie et son intégrité font de lui non pas un idéal, faut quand même pas exagérer, mais un exemple à suivre. Ces trois années passées en sa compagnie ont été riche en enseignement de part et d'autre (pour ma part, je lui ai appris à dégivrer son parabrise autrement que par une méthode aléatoire!). De plus, je tiens à remercier sa femme pour m'avoir accueillie à maintes reprises dans leur foyer dans le but de partager d'agréables repas.

Je remercie aussi Joanny Stéphant, directeur adjoint de la spécialité mécatronique de l'ENSIL, pour avoir consacré du temps et de l'énergie à l'encadrement de cette thèse. Son sens méticuleux et rigoureux du travail ont été des points de repère importants pour le déroulement de cette thèse, bien que difficilement atteignables pour moi.

Je remercie René Nantua, ancien responsable du département Mechatronics de SNR Roulements, pour m'avoir accueillie dans son équipe. Je le remercie pour la confiance qu'il a su m'accorder. Son implication dans le développement de la mécatronique, au sein de SNR Roulements et plus généralement à une échelle nationale, a participé à l'émancipation de cette discipline.

Je remercie Olivier Blanchin, ancien responsable du projet mesure d'efforts au sein de SNR Roulements, pour avoir participé à l'initialisation de ce projet de thèse. Je remercie Frédéric Guerre-Chaley pour avoir pris la suite de la supervision de ce projet avec un grand intérêt et toute l'énergie qui le caractérise.

Je remercie Cyril Pourreux pour avoir apporté sa touche de réalisme à la coordination technique du projet. Bien que souvent apprécié par certains pour son tact, j'ai pour ma part particulièrement apprécié son sens de l'humour et son stoïcisme face aux contraintes que l'on peut rencontrer dans la vie professionnelle. Je tiens notamment à le remercier pour avoir relu ma thèse, et d'avoir apporté son lot de corrections, de plus qu'il a aujourd'hui la chance de reprendre la partie algorithmique du projet. Je remercie Sébastien Guillaume pour avoir élaboré la conception des roulements capteurs d'effort. Sa passion pour la mécanique automobile et sa capacité à comprendre les subtilités de la mesure d'effort sur roulement ont été un trait d'union indispensable entre la théorie et la pratique.

Je remercie Pierre Bel sans qui mes quatre années passées à SNR n'auraient pas été pareilles. Sa bonne humeur et son humour ont permis d'agrémenter les journées de travail de manière très agréable. En outre, ses compétences en acquisition de données ont été un atout pour cette thèse étant donné l'importance de la partie expérimentale. De plus, son intérêt pour le traitement du signal, particulièrement pour les signaux acoustiques..., ont suscités des échanges très enrichissants pour tout le monde.

Je remercie Catherine Dagand pour sa bonne volonté qu'elle a mis dans la gestion des aspects pratiques de la thèse comme l'organisation des voyages ou l'acquittement des tâches administratives. J'ai par ailleurs beaucoup apprécié sa présence féminine et les nombreuses discussions diverses et variées que l'on a pu

avoir.

Je remercie Sébastien Sylfest pour m'avoir accueilli dans son bureau, bien que j'y fusse avant lui, et pour avoir pris soin du banc d'essais avec lequel j'ai travaillé. Sa compagnie a rendu ces trois années très agréables. Je remercie Pascal Desbiolles dont l'énergie et la spontanéité ont permis de mettre de l'ambiance dans le département. Je n'oublis pas Alexandre Laurent, seul congénère thésard présent à SNR, pour m'avoir expliqué les subtilités de la modélisation mécaniques des roulements.

Toutes les personnes que je viens de citer représentent un des aspects les plus positif de ces trois années de thèse. En effet, je me considère comme chanceux d'avoir travaillé avec des gens aussi qualifiés et dont les personnalités diverses et variées font que je les considère comme des amis.

Pour terminer, je remercie évidemment mes parents sans qui rien de cela n'aurait été possible, c'est un fait. Je les remercie pour avoir toujours cru en moi et pour m'avoir soutenu tout au long de ma scolarité.

Notations

Caractéristiques physiques du roulement

R_p	:	Rayon primitif
D_b	:	Diamètre de bille
d	:	Distance entre rangées
α	:	Angle de contact
α_0	:	Angle de contact nominal
δ_{ch}	:	Précharge
ρ	:	indice de rangée
Z	:	Nombre de billes composant une rangée

Etat du roulement

Γ	:	Torseur d'effort transmis de la bague intérieure vers la bague extérieure
(F_x, F_y, F_z)	:	Composantes de la résultante des efforts
(M_x, M_y, M_z)	:	Composantes du moment résultant écrit au point O
D_i	:	Déplacement de la bague intérieure par rapport au repère fixe
(U_x, U_y, U_z)	:	Composantes de translation du déplacement D_i
(R_x, R_y, R_z)	:	Composantes de rotation du déplacement D_i
ϕ^ρ	:	Position angulaire des billes de la rangée ρ
$\hat{\phi}^\rho$:	Estimation de la position angulaire des billes de la rangée ρ
ϕ_0^ρ	:	Position angulaire initiale des billes de la rangée ρ
$\hat{\phi}_0^\rho$:	Estimation de la position angulaire initiale des billes de la rangée ρ
K	:	Rigidité du roulement

Contact bille/bague

δ	:	Enfoncement total
δ_i	:	Enfoncement du contact bille/bague intérieure
δ_e	:	Enfoncement du contact bille/bague extérieure
K_{hz}	:	Raideur de Hertz
\vec{U}	:	Déplacement de C_i généré par D_i
\vec{F}	:	Force de contact bille/bague extérieure
\vec{F}_z	:	Force de contact transmise par la bille z
$u^{r\rho}(\theta)$:	Composante radiale de l'effort appliqué par une bille de la rangée ρ positionnée en θ
$u^{y\rho}(\theta)$:	Composante axiale de l'effort appliqué par les billes de la rangée ρ positionnée en θ
$U_q^{r\rho}$:	Coefficient harmonique d'ordre q lié à $u^{r\rho}$
$U_q^{y\rho}$:	Coefficient harmonique d'ordre q lié à $u^{y\rho}$
$\mathbf{U}^{r\rho}$:	Vecteur contenant les coefficients $U_q^{r\rho}$
$\mathbf{U}^{y\rho}$:	Vecteur contenant les coefficients $U_q^{y\rho}$

Points géométriques du roulement

- C_b : Centre de bille
- C_i : Centre de courbure du chemin de la bague intérieure
- C_e : Centre de courbure du chemin de la bague extérieure
- C_{b0} : Centre de bille initial
- C_{i0} : Centre de courbure initial du chemin de la bague intérieure
- \mathcal{R}_0 : Repère fixe lié à la bague extérieure
- O : Centre géométrique du roulement
- O_s : Point de contact pneumatique chaussée

Signal

- y_j : Mesure de déformation, issue de la jauge n° j
- \hat{y}_j : Estimation y_j
- \tilde{y}_j : Erreur d'estimation de y_j
- \mathbf{y} : Vecteur de mesure
- \mathbf{y}^ρ : Vecteur de mesure des jauges de la rangée ρ
- Y_{jh} : Coefficient de Fourier associé à l'harmonique n° h et à la jauge n° j
- \hat{Y}_{jh} : Estimation du coefficient Y_{jh}
- $Y_{jh}^{\phi_0}$: Coefficient Y_{jh} identifié expérimentalement et déphasé de $h\phi_0^b$
- $Y_{jh}^{\phi_1}$: Coefficient $Y_{jh}^{\phi_0}$ rephasé par rapport à $Y_{j,1}^{\phi_0}$

Compliances

- $c_j^{y\rho}$: Compliance entre y_j et $u^{y\rho}$
- $c_j^{r\rho}$: Compliance entre y_j et $u^{r\rho}$
- $C_{jq}^{y\rho}$: Coefficient de Fourier d'ordre q associé à une compliance $c_j^{y\rho}$
- $C_{jq}^{r\rho}$: Coefficient de Fourier d'ordre q associé à une compliance $c_j^{r\rho}$
- $\mathbf{C}_j^{y\rho}$: Vecteur contenant les différents coefficients $C_{jq}^{y\rho}$
- $\mathbf{C}_j^{r\rho}$: Vecteur contenant les différents coefficients $C_{jq}^{r\rho}$

Introduction générale

Le palier à roulement est une des pièces mécaniques les plus courantes dans le monde. Il équipe des machines diverses, allant de la machine à laver aux turbines de réacteur d'avion, en passant par les disques durs. La technicité du roulement dépend bien entendu de l'application : les contraintes ne sont pas les mêmes pour un roulement de tambour de machine à laver ou pour un roulement de turbine aéronautique. Le marché du roulement est donc vaste et chaque roulementier se positionne stratégiquement sur l'un ou l'autre des différents segments des secteurs aéronautique, automobile ou industrie. Nous distinguons deux principaux types de roulement : les roulements standards, dont la conception est figée depuis un certain temps, et les roulements de hautes technologies dont la conception évolue sans cesse pour répondre à de nouvelles contraintes. Pour les "grands" roulementiers, la bataille économique (ou de notoriété), se tient au niveau des secteurs de hautes technologies. Parmi ces secteurs, le marché automobile est sans doute l'un des plus contraignant en termes de coût et de fiabilité. En effet, il est difficile de concevoir un roulement de roue respectant à la fois la durée de vie requise et les différentes contraintes de coût et d'intégration. Ces contraintes ont poussé les roulementiers à développer des roulements intégrant de plus en plus de fonction réalisées à l'origine par d'autres éléments. Par exemple, les roulements de roue de dernière génération sont équipés d'oreilles de fixation facilitant leur montage sur la roue et sur le porte-fusée. Le moyeu de roue fait alors partie intégrante du roulement.

SNR Roulements a poussé encore plus loin l'enrichissement des fonctions du roulement en proposant dès 1997, le roulement ASB intégrant un joint codeur magnétique. Ce joint est associé à un capteur et permet de mesurer la vitesse de rotation de la roue. Le codeur était initialement monté sur l'arbre de transmission et son intégration au roulement a permis de gagner en fiabilité, en facilité de montage et en coût. Ce roulement, aujourd'hui standard mondial, est le symbole d'une mutation mécatronique vers laquelle tendent de nombreuses entreprises historiquement mécaniques. En effet, de nombreux systèmes actuels sont multi-fonctionnels : ils réalisent des fonctions de natures différentes : mécanique, électronique ou informatique. La conception de ces systèmes ne peut se faire sans une approche mécatronique consistant à prendre en considération de manière transversale la réalisation de chaque sous-fonction. Ainsi, une équipe de recherche et de développement mécatronique est généralement composée de techniciens et d'ingénieurs issus du génie électrique, du génie mécanique et du génie informatique. C'est le cas du département mécatronique de SNR qui intègre une richesse de compétences allant de la micro-électronique à la physique quantique. En effet, les projets pris en charge par le département mécatronique ont pour objectif de développer des nouvelles technologies dans les domaines du diagnostique, de la collecte d'énergie et de la mesure magnétique. La dernière tête de lecture magnétique développée par SNR exploite le principe de magnétorésistance à effet tunnel (TMR). Ce principe physique est proche de la magnétorésistance géante (GMR), objet du prix Nobel de Physique 2007 attribué à Albert Fert et Peter Grünberg.

Le projet ASB3 portant sur le roulement capteur d'effort mobilise aujourd'hui l'ensemble du département mécatronique de SNR. La mise à disposition de ce capteur générerait une rupture dans la conception des systèmes automatiques automobiles. En effet, les efforts d'interaction pneumatique/chaussée qui permettent de faire accélérer, freiner et tourner le véhicule, sont transmis par l'intermédiaire du roulement de roue. En les mesurant au niveau du roulement, on mettrait à disposition des différents systèmes du véhicule (ABS, ESP, ...) une information précieuse et jusque-là difficilement accessible. Par exemple, des mauvaises conditions d'adhérence (chaussée mouillée ou verglacée) se traduisent par des efforts d'interaction pneumatique/chaussée présentant des caractéristiques particulières détectables par la mesure d'effort. D'autres applications automobiles existantes ou à venir seraient concernées par la mesure d'ef-

fort : maintien de trajectoire, pilotage actif des suspensions, détection de crevaison, etc. Mais la mesure d'effort est un art difficile. On pourrait croire que ce n'est pas le cas en raison des nombreuses balances domestiques équipant la plupart des ménages et donnant une estimation de la masse à une centaine de grammes près, mais les contraintes et les conditions de mesure ne sont pas les mêmes pour un véhicule automobile. En effet, il est aujourd'hui possible d'acheter des systèmes expérimentaux de mesure d'effort équipant une roue d'automobile mais il faut être prêt à payer le prix fort. Ces systèmes, coûtant le prix d'un véhicule haut de gamme, sont produits en quantité artisanale et ne rentrent pas dans la logique industrielle à grande échelle du secteur automobile.

La tâche est ardue pour tous les roulementiers lancés dans cette aventure commencée depuis peu de temps. Depuis quelques années, le département mécatronique de SNR travaille sur l'intégration de jauges de déformation sur le roulement afin d'obtenir des signaux de mesure caractéristiques de l'effort transmis par le roulement. L'électronique de conditionnement de ces signaux a elle aussi été abordée mais un des points durs clairement identifiés, reste la traduction de ces signaux en mesure d'effort. En effet, la déformation du roulement, bien qu'étant une image de l'effort transmis par le roulement, n'est pas exploitable en tant que telle. Ainsi, les signaux de mesure doivent subir un ensemble de traitements algorithmiques permettant de donner une estimation des différentes composantes d'effort. Le choix fait par SNR Roulements de réaliser une thèse sur cette thématique s'inscrit dans un besoin d'élargissement des compétences en permettant un travail collaboratif entre Xlim et SNR Roulements. Le laboratoire Xlim (unité mixte Université de Limoges/CNRS 6172) possède une antenne basée à l'ENSIL (Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Limoges) spécialisée dans la mécatronique et qui a des compétences certaines dans le domaine de l'estimation. Cette collaboration est rendue possible par l'Agence Nationale de la Recherche Technique (ANRT) qui offre aux entreprises et aux établissements de recherche, la possibilité de réaliser conjointement l'encadrement d'un jeune chercheur au travers d'une convention CIFRE. Ce mode de fonctionnement est gagnant-gagnant puisque l'entreprise bénéficie des compétences académiques du laboratoire d'accueil et offre à ce laboratoire la possibilité de travailler sur un sujet concret ayant des débouchés industriels. Le jeune chercheur bénéficie lui, à la fois d'une expérience professionnelle reconnue et d'une formation par la recherche.

Les objectifs du travail de thèse formulés par SNR sont de définir une méthodologie permettant l'exploitation des signaux de déformation dans le but de reconstruire le torseur d'effort transmis par le roulement. Ce thème n'a pas été abordé par SNR avant le début de la thèse. En revanche, les choix technologiques en termes d'instrumentation et de conditionnement électronique sont suffisamment mûrs pour être fixés.

Le chapitre 1 nous permettra de présenter les différents aspects de la mécanique du roulement nécessaires à la compréhension du principe de mesure et des différents développements des chapitres suivants. Le chapitre 2 s'intéressera plus particulièrement à la fonction de mesure que devra remplir le roulement instrumenté. Il permettra d'introduire les différentes problématiques de la mesure d'effort sur le roulement ainsi que la démarche expérimentale envisagée dans cette thèse. Le travail de modélisation commencera au chapitre 3 avec un premier niveau de modèle permettant de prendre en compte une variable influençant les signaux de déformation au premier ordre : la position des billes dans le roulement. Ce premier modèle se basera sur une décomposition en série de Fourier des signaux de jauge par rapport aux positions des billes. Par la suite, ce modèle sera nommé " modèle harmonique ". Les chapitres 4 et 5 nous permettront de modéliser le lien entre les composantes d'effort et les signaux de jauge au travers des coefficients de Fourier du modèle harmonique. Nous envisagerons deux catégories de modèle : un modèle de comportement, basés sur l'analyse de données, et un modèle de connaissance basé sur la description mécanique du roulement. Enfin, le chapitre 6 présentera une méthodologie permettant de reconstruire les composantes d'effort à partir des signaux de mesure. Cette méthode se basera sur l'utilisation des modèles développés dans les chapitres 3, 4 et 5.

Chapitre 1

Généralités sur les roulements

Résumé du chapitre

Ce chapitre est une introduction au monde du roulement. Il constitue le préambule nécessaire à la compréhension des notions de mécanique du roulement qui seront développées dans la thèse. Ce chapitre se décompose en trois parties. Premièrement, l'architecture du roulement ainsi que ses principales caractéristiques géométriques seront présentées. En second lieu, des éléments de mécanique seront développés, permettant notamment la description de la transmission des efforts dans le roulement. Enfin, nous aborderons le cas du roulement de roue. Sa conception ainsi que le type de chargement auquel il est soumis seront décrits.

Sommaire

1.1	Introduction	15
1.2	Architecture du roulement	16
1.2.1	Les différents éléments du roulement	16
1.2.2	Paramètres géométriques	16
1.2.2.1	Angle de contact	16
1.2.2.2	Rayon primitif, diamètre et nombre de billes	17
1.2.3	Exemples de roulement à billes	17
1.3	Physique du roulement	18
1.3.1	Cinématique du roulement	18
1.3.2	Liaison réalisée par une bille entre les deux bagues	19
1.3.2.1	Degré de liaison bloqué par la bille	19
1.3.2.2	Description du contact	20
1.3.2.3	Théorie de Hertz	20
1.3.2.4	Equilibre de la bille entre les deux chemins	21
1.3.2.5	Conclusion	22
1.3.3	Liaison réalisée par le roulement	22
1.3.3.1	Degré de liaison bloqué par le roulement	22
1.3.3.2	Rigidité du roulement	23
1.3.4	Zone de charge	25
1.3.5	Défauts géométriques	25
1.4	Le roulement de roue	27
1.4.1	Présentation générale	27
1.4.2	Liaison réalisée par le roulement de roue	28
1.4.3	Chargement du roulement de roue	29
1.4.3.1	Torseur provenant du sol	29
1.4.3.2	Couple moteur	30
1.4.3.3	Force de freinage	30

CHAPITRE 1. GÉNÉRALITÉS SUR LES ROULEMENTS

1.4.3.4	Torseur appliqué au roulement	30
1.4.4	Précharge	31
1.5	Conclusion du chapitre	33

1.1 Introduction

Le roulement est un système mécanique assurant la liaison entre deux éléments en rotation l'un par rapport à l'autre. Son rôle est de permettre cette rotation avec précision tout en transmettant des efforts. Cette fonction peut être réalisée par des paliers (arbre dans un alésage) mais les frottements liés au glissement d'une pièce par rapport à l'autre, génèrent un couple résistant et un échauffement qui peuvent être rédhibitoires vis-à-vis de l'application. Le problème est le même lorsque l'on cherche à déplacer une lourde charge sur le sol, le glissement de la charge génère des forces de frottement très importantes synonymes de perte d'énergie. L'idée de remplacer le glissement par du roulement remonte aux civilisations les plus anciennes. Elle consiste par exemple, à intercaler des rondins de bois entre le sol et la charge à transporter (Fig. 1.1). Le roulement des rondins de bois permet de faire avancer la charge sans (ou presque) glissement et donc, sans frottement.

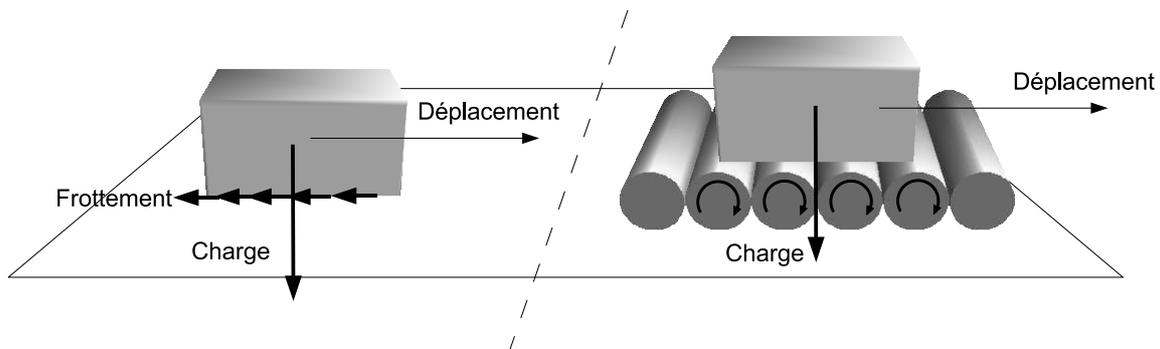


FIGURE 1.1 – Comment transporter des charges sans frottement ?

Un célèbre croquis de Léonard de Vinci et une maquette en bois datant du XV^{ème} siècle, illustrent le principe de base de la conception d'un roulement (Fig.1.2). Il s'agit d'intercaler entre les deux pièces en rotation un ensemble de corps roulants, comme des billes ou des rouleaux cylindriques, libres de rouler entre les deux pièces. Ceci permet de remplacer le glissement que l'on aurait sans les corps roulants, par du roulement.

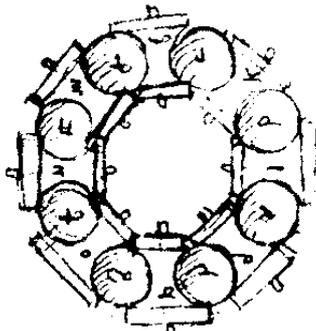


FIGURE 1.2 – Croquis de Léonard de Vinci

Le roulement n'est pas un système mécanique simple mais complexe. L'étude des interactions entre tous ses éléments constitutifs mobilise encore aujourd'hui, l'énergie de nombreux chercheurs et ingénieurs dans le monde. Les domaines de recherche associés au métier du roulement sont principalement : la mécanique newtonienne pour l'étude de la cinématique et de la transmission des efforts dans le roulement, la mécanique des milieux continus pour l'étude des déformations, des contraintes et du dimensionnement du roulement, les matériaux pour l'étude des aciers et des graisses les plus performants, la mécanique vibratoire pour l'étude des phénomènes dynamiques et enfin, la sûreté de fonctionnement pour l'étude des modes de défaillance et l'estimation de la durée de vie du roulement. Dans cette thèse et dans le

cadre de la problématique de la mesure d'effort, on s'intéressera aux aspects du roulement relatifs à la mécanique newtonienne et à la mécanique des milieux continus.

Ce chapitre se décompose en trois parties. Dans un premier temps, nous décrirons les éléments constitutifs le roulement ainsi que leurs caractéristiques géométriques. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéresserons uniquement aux roulements à billes à deux points de contact. En second lieu, la transmission des efforts dans le roulement sera décrite. Enfin, nous terminerons en présentant le roulement de roue automobile, sa conception sera décrite ainsi que son chargement par les forces émanant du contact pneumatique/chaussée.

1.2 Architecture du roulement

1.2.1 Les différents éléments du roulement

Le roulement est constitué des composants de base suivants : la bague extérieure, la bague intérieure, les billes et la cage (Fig. 1.3) [SNR Roulements, 1988][Palmgren, 1947]. Les bagues ont deux fonctions principales. Premièrement, elles réalisent le lien avec les pièces extérieures, généralement en étant emmanchée sur un arbre pour la bague intérieure et montée dans un alésage pour la bague extérieure. Leur seconde fonction est d'assurer la liaison avec les billes : les chemins usinés sur les bagues permettent le passage des billes et assurent une transmission d'effort optimale. Ces chemins sont des surfaces de révolution obtenues à partir d'arc de cercle dont la forme épouse celle des billes. Les billes, quant à elles, ont pour fonction de transmettre les efforts tout en permettant la rotation relative des deux bagues. La cage a pour rôle de maintenir une répartition angulaire constante des billes dans le roulement. En plus de ces composants de base, s'ajoute la lubrification qui a pour rôle d'éviter le grippage (blocage du mécanisme) entre les différentes pièces. L'étanchéité de l'intérieur du roulement contre les impuretés provenant de l'extérieur est assurée par des joints.

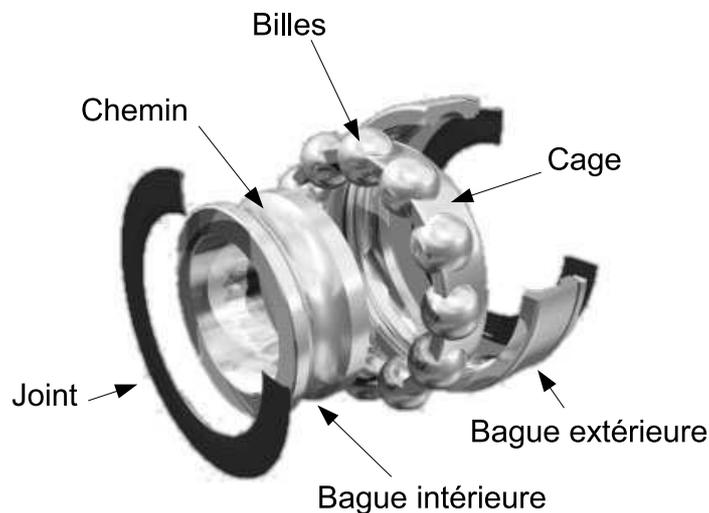


FIGURE 1.3 – Les différents éléments composant le roulement

1.2.2 Paramètres géométriques

1.2.2.1 Angle de contact

L'angle de contact est un paramètre important définissant le type de roulement et le type de charge qu'il peut supporter. Cet angle correspond à la direction de l'appui d'une bille sur une bague. Lorsque

la force centrifuge de la bille est négligeable, les lois d'équilibre de la bille font que cet angle est le même pour les contacts bille/bague extérieure et bille/bague intérieure (à π près). Pour cette raison, il suffit de le définir pour le contact bille/bague extérieure. L'angle de contact α correspond à l'angle formé entre la normale au contact \vec{n} et la radiale \vec{r} associée à la bille considérée (Fig.1.4).

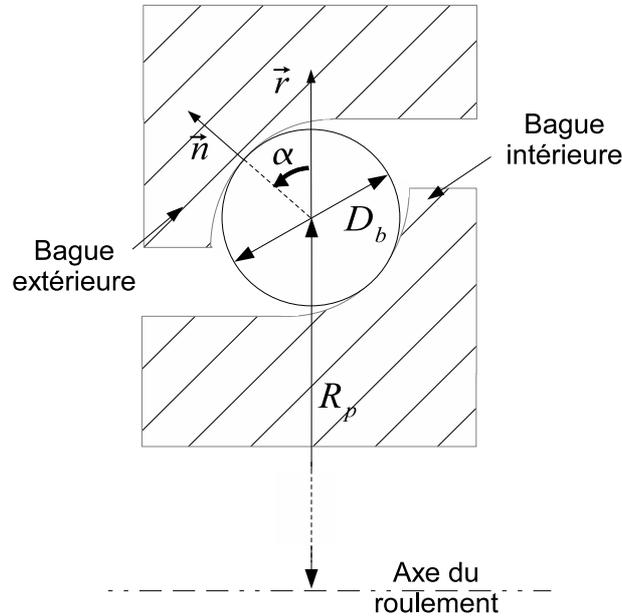


FIGURE 1.4 – Caractéristiques géométriques du roulement

L'angle de contact peut varier de quelques degrés en fonction de la charge supportée par le roulement et de la position angulaire de la bille dans le roulement. Pour cela, nous ferons la distinction entre l'angle de contact nominal α_0 (angle de conception) et l'angle de contact réel α .

1.2.2.2 Rayon primitif, diamètre et nombre de billes

Un autre paramètre important de la conception du roulement est ce que l'on appelle le rayon primitif. Celui-ci est défini comme la distance séparant le centre d'une bille de l'axe du roulement, il est noté R_p (Fig.1.4). Il dépend essentiellement de l'application et de l'encombrement autorisé. Plus les charges appliquées sont élevées, plus le diamètre primitif sera grand. La raison étant qu'un grand diamètre primitif permet de mettre plus de billes et/ou de plus grande taille et ainsi de mieux répartir la charge. Dans le cas où le roulement reprend un moment résultant, le diamètre primitif joue le rôle de bras de levier : un grand rayon permet de reprendre un moment résultant avec de petits efforts sur billes. L'encombrement et le poids du roulement sont des contraintes limitant le rayon primitif.

Le diamètre de bille D_b et le nombre de billes Z sont interdépendants. La règle étant que pour un rayon primitif et un diamètre de bille donné, on cherche à mettre le plus de billes possible. Le choix du diamètre de bille en fonction du diamètre primitif dépend du constructeur. Certains choisiront de mettre beaucoup de petites billes, d'autres choisiront de mettre peu de grosses billes.

1.2.3 Exemples de roulement à billes

Parmi les roulements à billes classiques à deux points de contact, la différenciation se fait au niveau de la valeur de l'angle de contact. Pour un angle de contact nul, nous avons affaire à ce que l'on appelle un roulement à contact radial (Fig. 1.5(a)). Pour un angle de contact proche de $\pi/2$, nous parlons de "butée à billes" (Fig. 1.5(b)). Enfin, pour une valeur d'angle de contact comprise entre 0 et $\pi/2$, nous avons la gamme des roulements à contact oblique (Fig. 1.5(c)).

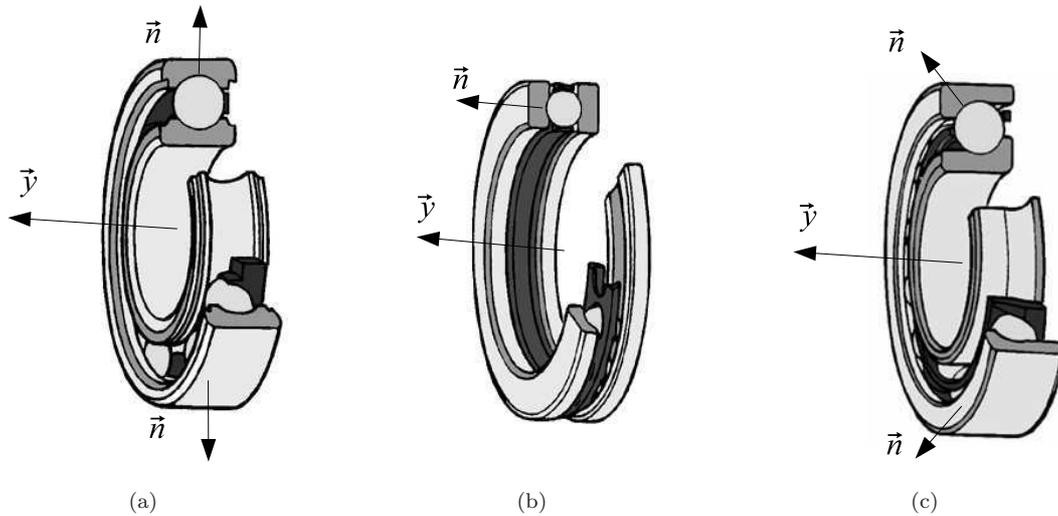


FIGURE 1.5 – Les différents type de roulement à bille à deux points de contact. La figure (a) nous montre le roulement à contact radial (angle de contact nul). La figure (b) nous montre la butée à bille (angle de contact égale à $\pi/2$). Enfin, la figure (a) nous montre le roulement à contact oblique (angle de contact compris entre 0 et $\pi/2$)

Ces différents roulements se distinguent par le type de charge qu'ils peuvent supporter. Les butées à billes permettent de reprendre des charges axiales, les roulements à contact radial peuvent reprendre des charges radiales alors que les roulements à contact oblique reprennent des charges combinées.

1.3 Physique du roulement

1.3.1 Cinématique du roulement

Nous avons vu que la présence de billes, entre les deux bagues en rotation, permettait de limiter le glissement et donc le frottement. Il est intéressant de décrire les quelques éléments de cinématique permettant de comprendre comment le glissement est remplacé par du roulement. Nous nous intéresserons tout d'abord à un roulement à contact radial dont la cinématique peut être décrite dans le plan du roulement. Cette cinématique sera définie par rapport à la bague extérieure considérée comme fixe. Un repère radial $(\vec{r}, \vec{t}, \vec{y})$ lié à la position angulaire de la bille sera utilisé pour décrire les différentes vitesses. Considérons à un instant donné, deux points A et B positionnés au niveau des contacts d'une bille, respectivement avec la bague extérieure et avec la bague intérieure (Fig. 1.6).

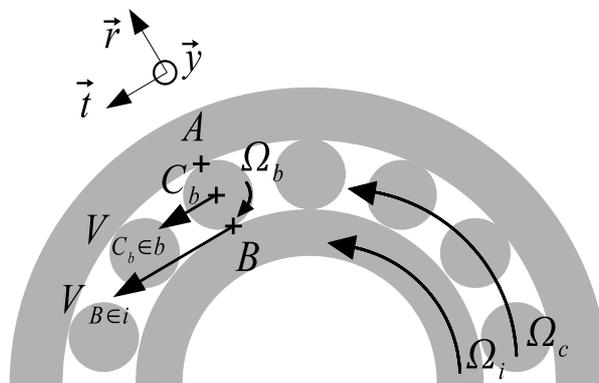


FIGURE 1.6 – Différents éléments de la cinématique du roulement

La vitesse du point A appartenant à la bague extérieure considérée fixe, est nulle. L'hypothèse de roulement sans glissement impose que la vitesse du point A appartenant à la bille soit nulle elle aussi. La bague intérieure est en rotation sur son axe. Le point B appartenant à cette bague suit une trajectoire en cercle autour de l'axe de rotation. Sa vitesse $\mathcal{V}_{B \in i}$, définie selon \vec{t} , est le produit de la vitesse de rotation de la bague intérieure et de la distance le séparant de l'axe. L'hypothèse de roulement sans glissement impose que la vitesse $\mathcal{V}_{B \in b}$ du point B appartenant à la bille soit égale à $\mathcal{V}_{B \in i}$. En conséquence, on en déduit que la bille est en rotation autour du point A selon l'axe \vec{y} et sa vitesse Ω_b est donnée par (1.1).

$$\Omega_b = \frac{V_{B \in i}}{D_b} \quad \text{avec} \quad \mathcal{V}_{B \in i} = \Omega_i \left(R_p - \frac{D_b}{2} \right) \quad (1.1)$$

Cette rotation de la bille par rapport au point A génère une vitesse tangentielle $\mathcal{V}_{C_b \in b}$ au niveau du centre bille C_b . Cette vitesse, définie selon \vec{t} est donnée par (1.2). Le point C_b n'est pas un point de calcul dépendant du temps comme A ou B mais un point matériel. Ainsi, si la vitesse de C_b est tangentielle et vérifie (1.2) à chaque instant, alors C_b est en rotation par rapport au centre du roulement. Sa vitesse de rotation Ω_c , correspondant à la vitesse de rotation de la cage, est donnée par (1.3).

$$\mathcal{V}_{C_b \in b} = \frac{D_b}{2} \Omega_b \quad (1.2)$$

$$\Omega_c = \frac{\mathcal{V}_{C_b \in b}}{R_p} \quad (1.3)$$

Au final, en regroupant les relations (1.1), (1.2) et (1.3), nous obtenons la relation entre la rotation de la bague intérieure Ω_i et la rotation de la cage Ω_c donnée par (1.4).

$$\Omega_c = \frac{\Omega_i}{2} \left(1 - \frac{D_b}{2R_p} \right) \quad (1.4)$$

Dans le cas d'un roulement à contact oblique, le rapport de vitesse entre la rotation de la bague intérieure et la cage dépend de l'angle de contact. La relation (1.4) s'écrit alors :

$$\Omega_c = \frac{\Omega_i}{2} \left(1 - \frac{D_b \cos \alpha_0}{2R_p} \right) \quad (1.5)$$

Ces différentes relations permettent de calculer le rapport de vitesse de rotation entre la cage et la bague intérieure de manière simplifiée. Le calcul précis de ce rapport nécessite d'aller plus loin dans la modélisation et ne sera pas abordé ici.

1.3.2 Liaison réalisée par une bille entre les deux bagues

1.3.2.1 Degré de liaison bloqué par la bille

Les efforts sont transmis entre les deux bagues du roulement par les billes. La nature des liaisons billes/bagues est donc un point important de la mécanique du roulement. Ces liaisons correspondent à un appui surfacique entre les billes d'une part et les chemins d'autre part. Les billes sont libres de rouler ou de glisser parallèlement aux surfaces du chemin. Le seul déplacement d'une bague par rapport à l'autre, bloqué par la bille correspond à une translation suivant la normale au contact dans le sens de l'appui (Fig. 1.7).

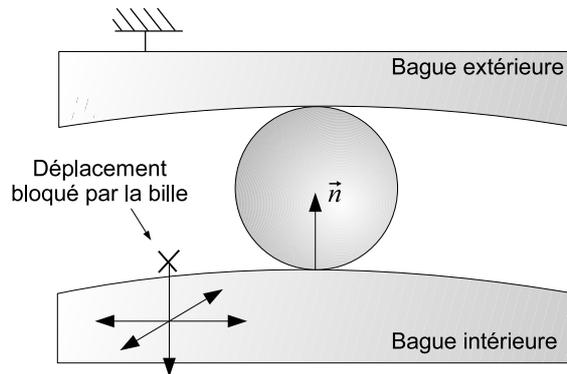


FIGURE 1.7 – Déplacement de la bague intérieure bloqué localement par la bille

1.3.2.2 Description du contact

En l'absence de frottement, le déplacement bloqué correspond à la direction et au sens de la transmission de l'effort. Celle-ci s'effectue au niveau des surfaces de contact billes/bagues, sous la forme d'une répartition de pression. Les surfaces de contact sont des ellipses dont la taille dépend de l'effort transmis : plus l'effort est important, plus l'ellipse de contact est grande. L'effort transmis par une bille peut être caractérisé par la résultante \vec{F} des pressions de contact s'exerçant sur le chemin et selon la normale au contact. La figure 1.8 récapitule les principaux éléments du contact.

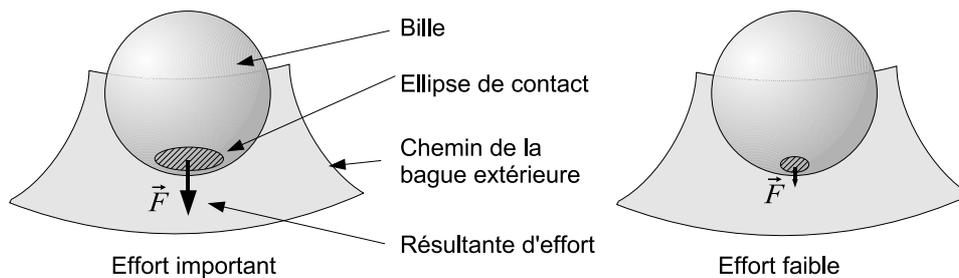


FIGURE 1.8 – Transmission de l'effort entre une bille et la bague extérieure

1.3.2.3 Théorie de Hertz

L'étude de ce type de contact peut être réalisée en utilisant la théorie de Hertz et en se ramenant au problème classique de contact bille sur plan [Hamrock et Anderson, 1983]. La théorie de Hertz permet d'étudier la répartition de pression sur la surface de contact et de calculer la taille de cette surface.

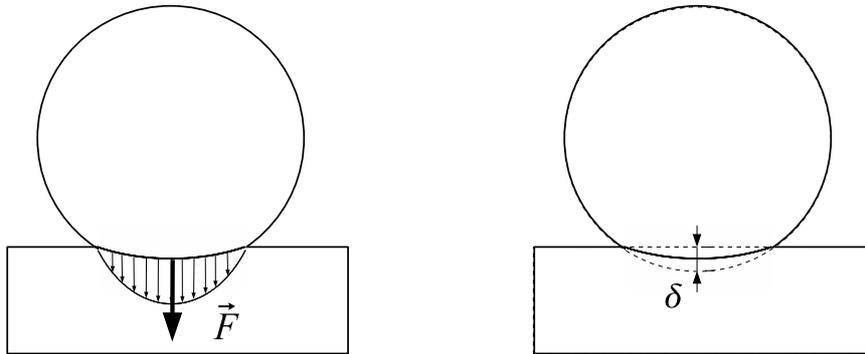


FIGURE 1.9 – *Pression et enfoncement du contact. La pression due à la résultante \vec{F} transmise par la bille génère un enfoncement δ du contact.*

Cette théorie permet au final, en introduisant la raideur de Hertz K_{Hz} , de relier l'enfoncement du contact δ , défini par la figure 1.9, avec l'intensité de la résultante d'effort F (1.6). Cet enfoncement est dû à un écrasement sous charge des deux surfaces en contact.

$$F = K_{Hz} \cdot \delta^{\frac{3}{2}} \quad (1.6)$$

Le coefficient de raideur K_{Hz} dépend des propriétés mécaniques des matériaux en jeu (module Young et coefficient de Poisson) ainsi que de la géométrie du contact (les différents rayons de courbures définissant les surfaces de contact). En général cette raideur n'est pas la même entre les contacts bille/bague extérieure et bille/bague intérieure. On distingue aussi les enfoncements relatifs aux contacts bille/bague intérieure et bille/bague extérieure, respectivement δ_i et δ_e . Pour plus de détails sur la mise en œuvre de la théorie de Hertz pour l'étude des contacts billes/bagues, se référer à l'annexe B.

1.3.2.4 Equilibre de la bille entre les deux chemins

Nous avons vu que la bille pouvait rouler selon la rotation naturelle du roulement. Les autres déplacements de la bille sont quant à eux bloqués par les chemins dans une position d'équilibre. Pour décrire simplement cet équilibre, nous allons faire quelques hypothèses. Tout d'abord, nous allons négliger le poids de la bille ainsi que ses quantités d'accélération vis-à-vis des efforts mis en jeu. La bille est donc en équilibre statique et est soumise à deux résultantes d'effort provenant des contacts bille/bague extérieure et bille/bague intérieure. Le principe fondamental de la statique nous dit alors que les deux forces de contact ont la même ligne d'action, la même intensité et sont de sens opposés [Agati *et al.*, 1986]. La figure 1.10 illustre cet équilibre avec Δ la ligne d'action des forces de contact portées par les deux normales aux contacts.

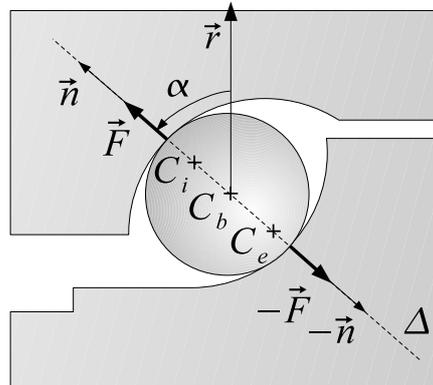


FIGURE 1.10 – *Equilibre de la bille entre les deux chemins. Les deux forces de contact entre la bille et les deux bagues sont de même ligne d'action, de même intensité et de sens opposés. Les normales au contact passent par définition par les centres de courbures des surfaces de contact. La ligne d'action Δ passe donc par les deux centres de courbure des chemins de la bague intérieure et de la bague extérieure, respectivement C_i et C_e .*

Les deux normales aux contacts passent par définition par les centres de courbures des surfaces en contact : chemin de la bague extérieure/bille dans le premier cas et chemin de la bague intérieure/bille dans le second. Ceci est intéressant car cela veut dire que la droite Δ passe par les deux centres de courbures du chemin extérieur C_e et du chemin intérieur C_i . L'angle de contact est donc défini par la position relative de ces deux points. La bille s'équilibre en se positionnant de telle sorte que son centre C_b se trouve sur Δ . L'angle de contact nominal est obtenu lors de la conception en positionnant correctement les chemins l'un par rapport à l'autre.

1.3.2.5 Conclusion

En conclusion, la liaison réalisée par une bille entre deux bagues peut être assimilée, au premier ordre, à une liaison ponctuelle dont la raideur (non-linéaire) peut être calculée par la théorie de Hertz. L'orientation de cette liaison dépend de la position relative des deux bagues définissant la valeur de l'angle de contact.

1.3.3 Liaison réalisée par le roulement

1.3.3.1 Degré de liaison bloqué par le roulement

Le roulement réalise une liaison caractérisée principalement par le fait qu'elle autorise la rotation autour de son axe. Les autres degrés de liberté peuvent être bloqués ou non selon le type de roulement considéré. La question est de savoir quel est le lien entre le type de roulement, et plus particulièrement son architecture, et la liaison réalisée. Il convient tout d'abord de rappeler que le roulement est un système multi-corps constitué de deux bagues et d'un ensemble de billes. La liaison réalisée par le roulement correspond donc à la liaison réalisée entre les deux bagues, par l'ensemble des billes. Nous avons vu précédemment que les billes pouvaient bloquer les déplacements relatifs entre les deux bagues selon les normales aux contacts et dans un seul sens. Ainsi, un déplacement est effectivement bloqué si il existe une zone du roulement où les billes empêchent ce déplacement.

Prenons quelques exemples pour illustrer ce propos, considérons les différents roulements présentés dans le paragraphe 1.2.3 :

Butée à billes : ce roulement a des contacts orientés selon l'axe du roulement, la translation selon cet axe est donc bloquée (de manière unilatérale). En revanche, les translations radiales sont libres car les contacts billes/bagues ne peuvent empêcher ces déplacements. Ce roulement supporte uniquement des

charge axiales.

Roulement à contact radial : les translations radiales sont bloquées tandis que la translation axiale est libre. Ce roulement supporte des charges radiales.

Roulement à contact oblique : Les translations radiales et axiales (selon un seul sens) sont bloquées, ce roulement peut reprendre des charges combinées.

Les degrés de liaison correspondant aux rotations (autres que la rotation naturelle) sont un peu plus compliqués à étudier. Pour savoir si une rotation est bloquée, il faut regarder si le déplacement engendré au niveau des contacts se fait selon la direction des contacts. Ainsi, les roulements à butée et à contact oblique empêchent les rotations. En revanche les roulements à contact radial ne peuvent empêcher les rotations car celles-ci génèrent des déplacements tangents aux contacts, un rotulage est donc possible.

En conclusion, on peut dire simplement qu'un roulement peut reprendre un effort et empêcher le déplacement associé si l'orientation des contacts correspond à la direction du déplacement. Dans la pratique, ces règles simples sont destinées au choix du type de roulement correspondant au cas de charge auquel le roulement sera soumis. En revanche, elles ne sont pas suffisantes pour caractériser la liaison réalisée par le roulement en terme de rigidité. En effet, les enfoncements des contacts (Fig. 1.9) autorisent de petits déplacements de la bague intérieure sous charge. Or ces petits déplacements sont à prendre en compte car une des fonctions principales du roulement est le guidage de précision.

1.3.3.2 Rigidité du roulement

Afin de caractériser la liaison réalisée par le roulement, il est nécessaire de la définir en terme de rigidité. La notion de rigidité s'exprime comme le rapport entre une composante du torseur transmis par le roulement et le déplacement relatif des deux bagues qu'il génère. Cette rigidité dépend du cas de charge car le roulement est source de nombreuses non-linéarités. On peut notamment citer la raideur des contacts billes/bagues et le fait qu'une bille soit en contact ou non. Pour expliquer la notion de rigidité, il est nécessaire de décrire l'impact d'un déplacement de la bague intérieure au niveau des contacts billes/bagues. Pour cela, nous considérons un roulement à contact oblique non chargé. La position relative des centres de courbure C_i et C_e nous donne la ligne d'action nominale Δ_0 et l'angle de contact nominal α_0 (Fig. 1.11(a)).

Le déplacement D_i de la bague intérieure provoque le déplacement \vec{U} du centre de courbure C_i . Ce déplacement a deux conséquences. Premièrement, la ligne d'action change : on passe de Δ_0 à Δ , ce qui provoque la variation de l'angle de contact de α_0 à α . En second lieu, on voit sur la figure 1.11(b) que le diamètre théorique de la bille ne tient plus entre les deux chemins. Dans la réalité, cela se traduit par les enfoncements δ_i et δ_e des contacts bille/bagues et donc par la génération de forces de contact \vec{F} s'exerçant sur la bague extérieure selon la ligne d'action Δ .

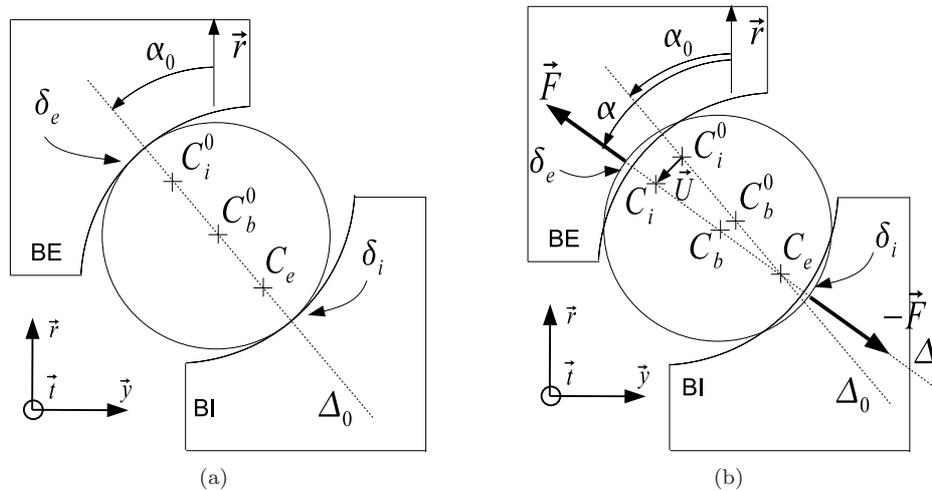


FIGURE 1.11 – Variation des paramètres de contact en fonction du déplacement de la bague intérieure. La configuration des contacts pour la bille au repos est donnée par la figure (a). L'angle de contact est égal à l'angle nominal et les enfoncements δ_e et δ_i sont nuls. Lorsque la bague intérieure se déplace (Fig. 1.11(b)), elle génère un déplacement \vec{U} du centre de courbure C_i . Ce déplacement à deux conséquences : la variation de l'angle de contact α et l'apparition des enfoncements δ_e et δ_i au niveau des contacts entre la bille et les bagues.

Chaque résultante appliquée par une bille à la bague extérieure est associée à un torseur d'effort dépendant de la direction de la force, de son intensité et de son point d'application. La somme de ces torseurs est égal au torseur transmis de la bague intérieure à la bague extérieure. La rigidité du roulement, explicitant le lien entre le déplacement de la bague intérieure et le torseur transmis, est décrit par la figure 1.12

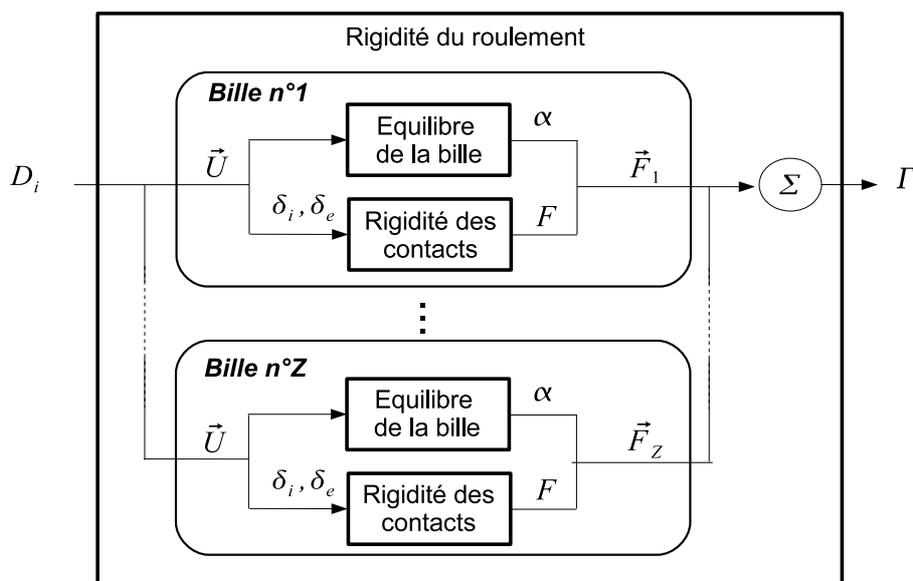


FIGURE 1.12 – Rigidité du roulement. Un déplacement de la bague intérieure génère un déplacement \vec{U}_z au niveau de la bille n^z . Les lois d'équilibre des billes et les lois de contact permettent de calculer les caractéristiques des forces de contact générées par ces déplacements. Le torseur transmis par le roulement est la somme de ces forces de contact.

La rigidité du roulement peut être représentée localement par une matrice de rigidité K dépendant du cas de charge, permettant de relier les variations des composantes du déplacement D_i aux variations des composantes du torseur Γ (1.7).

$$K = J_{\Gamma}(D_i) \quad (1.7)$$

La rigidité du roulement dépend essentiellement : du rayon primitif R_p , de l'angle de contact nominal α_0 , du nombre de billes Z ainsi que des rigidités des contacts. Cette matrice de rigidité est importante car pour les applications de guidage de précision, le déplacement engendré par la charge de fonctionnement est un paramètre de dimensionnement du roulement. Le choix des différentes caractéristiques du roulement se fait alors de manière à obtenir une rigidité suffisante.

1.3.4 Zone de charge

La charge transmise par le roulement se répartit sur les différentes billes, mais chaque bille ne voit pas la même charge selon sa position angulaire dans le roulement. Cette répartition des efforts sur les billes, fonction de leurs positions angulaires respectives, est appelée zone de charge. Elle dépend du cas de charge mais aussi des propriétés mécaniques et de la géométrie du roulement. La figure 1.13 représente les forces de contact entre les billes et la bague extérieure pour un roulement à contact oblique chargé axialement. Dans ce cas, chaque bille voit la même charge, la zone de charge est uniforme. La figure 1.14 représente la zone de charge d'un roulement à contact radial chargé radialement. Dans ce cas, les billes ne sont pas toutes chargées de la même manière. Il existe une zone de forte charge et une zone où les billes sont complètement déchargées. La zone de charge n'est pas uniforme mais orientée selon la direction de la charge.

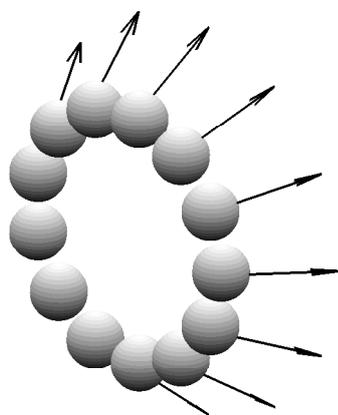


FIGURE 1.13 – Roulement à contact oblique chargé axialement

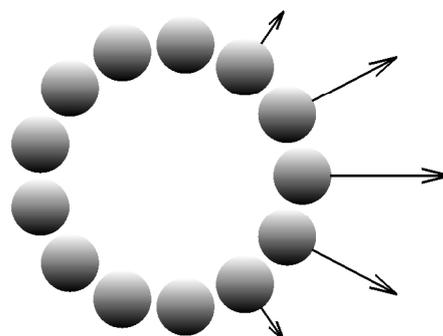


FIGURE 1.14 – Roulement à contact radial chargé radialement

1.3.5 Défauts géométriques

Les limites des moyens de fabrication font qu'il existe toujours un écart entre le roulement défini par une conception donnée et le roulement fabriqué à partir de cette conception. Ces écarts correspondent à la différence entre des grandeurs physiques nominales et les grandeurs physiques réelles de l'objet. Ces défauts peuvent avoir plus ou moins d'incidence sur la capacité du roulement à remplir sa fonction. Ils font l'objet de spécifications sous formes de plages de tolérance. Parmi tous ces défauts, les défauts géométriques nous concernent particulièrement. Ils sont susceptibles de modifier la manière dont les efforts se transmettent dans le roulement, ce qui peut être dommageable pour la mesure d'effort. Les défauts les plus gênants sont certainement les irrégularités des chemins et les dispersions de diamètre de bille. En effet, nous avons vu que l'écrasement des billes entre les chemins détermine l'intensité de la force de

contact. On comprend alors que si une bille est plus grosse que les autres, elle sera davantage comprimée ce qui engendrera une force de contact plus importante. De même, si il existe une bosse sur les chemins, les billes passant à son niveau seront plus écrasées provoquant ainsi une irrégularité dans la forme de la zone de charge.

La figure 1.15 nous montre un exemple de variations, par rapport à une côte nominale, du diamètre de chemin de la bague intérieure en fonction de l'angle. On remarque une amplitude d'environ $2\mu\text{m}$ entre la valeur minimale et la valeur maximale du rayon.

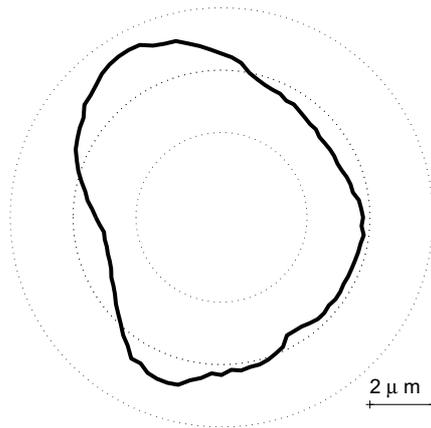


FIGURE 1.15 – Représentation des défauts de circularité du chemin de la bague intérieure. Les premier et troisième cercles représentent les tolérances sur le rayon de la bague intérieure à $\pm 2\mu\text{m}$. Le deuxième cercle représente la valeur moyenne du rayon.

La figure 1.16 illustre les irrégularités de la zone de charge provoquées par les défauts. Ces variations de forces induites par les défauts sont de faibles amplitudes par rapport aux forces de contact générées par le déplacement de la bague intérieure. Elles peuvent néanmoins être ennuyeuses pour diverses raisons, par exemple : présence de surcontraintes sur les chemins ou mise en vibration du roulement. Dans le cas, où l'on cherche à mesurer l'effort à partir de mesure de déformation, nous verrons que ces défauts peuvent être gênants.

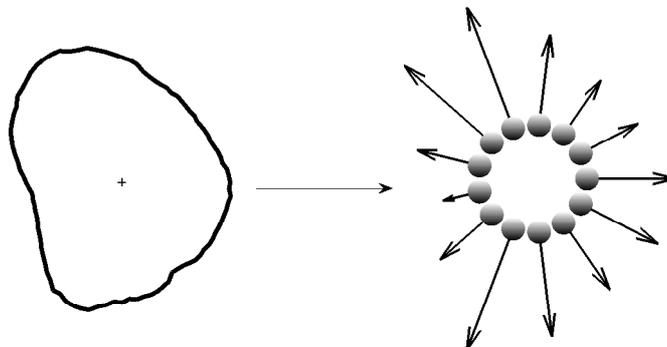


FIGURE 1.16 – Impact des défauts sur la zone de charge

1.4 Le roulement de roue

1.4.1 Présentation générale

Le roulement de roue est composé de deux rangées de corps roulants (des billes ou des cônes) à contacts obliques et opposés. A l'origine, la liaison entre la roue et le porte fusée était réalisée par deux roulements distincts à une rangée de corps roulant. Les premières évolutions apparurent dans les années 70 avec des roulements intégrant deux rangées de corps roulants. Ils sont composés d'une bague extérieure et de deux bagues intérieures. L'avantage étant la facilité de montage de l'unique bague extérieure dans l'alésage. Des évolutions récentes (années 90) tendent à faciliter encore le montage en intégrant des éléments de fixation au roulement. Sont ainsi apparus des roulements de type monoflasque, avec une bague extérieure munie d'oreilles de fixation, puis des roulements biflasques intégrant le moyeu de la roue. Les roulements monoflasque comprennent : une bague extérieure munie de deux chemins et deux bagues intérieures montées sur un arbre. Les roulements biflasques comprennent : une bague extérieure, une bague intérieure et un moyeu sur lequel est usiné le deuxième chemin intérieur. L'avantage de ce dernier est que le montage est réalisé en usine et non pas chez le garagiste comme pour les monoflasques et les générations précédentes. Ces différentes générations de roulement sont représentées sur la figure 1.17.

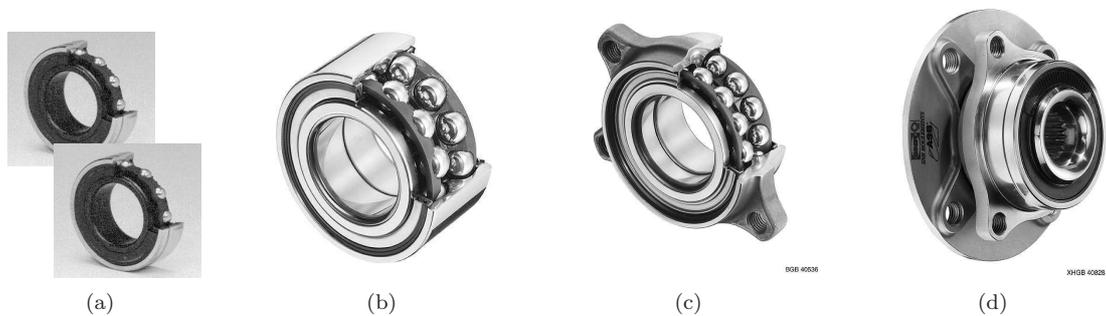


FIGURE 1.17 – Les différents types de roulement de roue. Figure (a) : liaison de roue réalisée par deux roulements distincts. Figure (b) : roulement de roue intégrant deux rangées de corps roulant. Figure (c) : roulement de roue intégrant des éléments de fixation sur la bague extérieure. Figure (d) : roulement de roue intégrant des éléments de fixation sur la bague extérieure et sur la partie tournante alors composée d'une bague intérieure et d'un moyeu.

Les différents éléments composant le roulement de roue biflasques sont donnés par la figure 1.18. Les roulements étudiés dans le cadre de cette thèse sont symétriques : les deux rangées de billes ont les mêmes angles de contact, les mêmes rayons primitifs et les mêmes diamètres de bille.

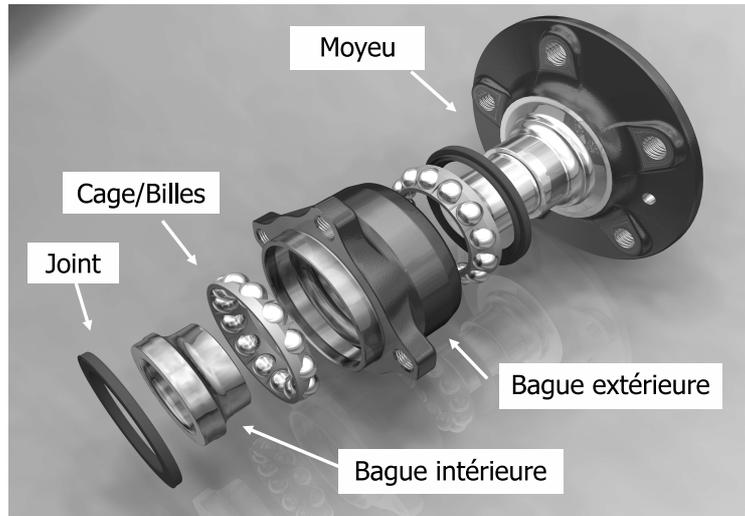


FIGURE 1.18 – Architecture du roulement de roue biflasque. Ce roulement est composé de deux rangées de corps roulant, d’une bague extérieure comportant quatre oreilles de fixation, d’une bague intérieure et d’un moyeu qui se fixe à la roue.

1.4.2 Liaison réalisée par le roulement de roue

La liaison réalisée par le roulement a un nombre de degrés de liaison maximal : seule la rotation autour de l’axe du roulement est libre. Ce roulement est donc capable de transmettre, de la partie tournante vers la bague extérieure, un torseur Γ comportant cinq composantes d’effort. Ce torseur s’écrit au centre roulement O dans le repère roulement \mathcal{R}_0 (Fig. 1.19) de la manière suivante :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} F_x & M_x \\ F_y & 0 \\ F_z & M_z \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_0, O} \quad (1.8)$$

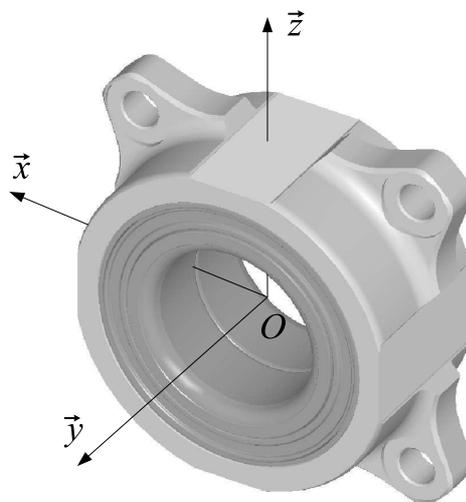


FIGURE 1.19 – Repère $\mathcal{R}_0 = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié au roulement.

1.4.3 Chargement du roulement de roue

Les accélérations, les freinages et les virages du véhicule sont le fruit d'efforts de contact pneumatique/chaussée qui sont représentés au niveau d'une roue par le torseur des efforts $\Gamma_{s \rightarrow r}$ appliqué du sol à la roue. Les roues sont reliées au véhicule par l'intermédiaire de trois liaisons pour une roue motrice et de deux pour une roue non motrice (Fig. 1.20). La première liaison est celle réalisée par le roulement qui comme nous l'avons vu permet de transmettre le torseur Γ . La roue est aussi reliée au frein par le contact entre les plaquettes et le disque (solidaire de la roue) permettant la transmission d'une force de freinage \vec{F}_f représentée par le torseur $\Gamma_{r \rightarrow f}$. Enfin, les roues motrices sont soumises au couple moteur C_m appliqué par la transmission à la roue et représenté par le torseur $\Gamma_{r \rightarrow m}$.

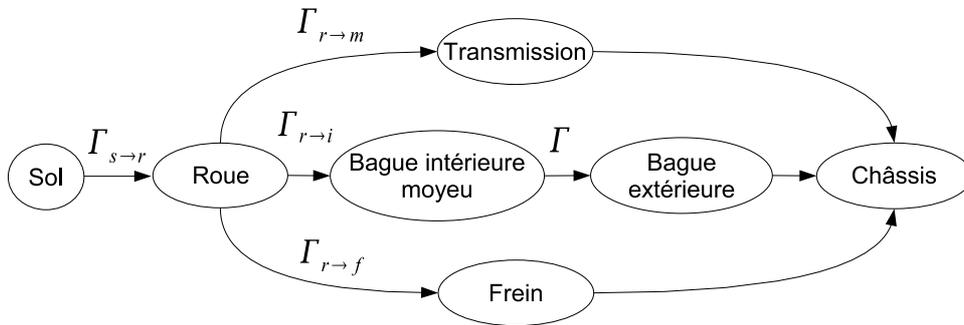


FIGURE 1.20 – Les liaisons associées à une roue motrice

1.4.3.1 Torseur provenant du sol

Le torseur provenant du sol $\Gamma_{s \rightarrow r}$ est composé principalement de quatre composantes lorsqu'il est écrit au point de contact pneumatique/chaussée O_s (défini comme étant à la verticale du centre roue) (1.9).

$$\Gamma_{s \rightarrow r} = \begin{bmatrix} F_{x,s} & 0 \\ F_{y,s} & 0 \\ F_{z,s} & M_{z,s} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_0, O_s} = \begin{bmatrix} F_{x,s} & R_s \cdot F_{y,s} + E_{xp} \cdot F_{z,s} \\ F_{y,s} & -R_s \cdot F_{x,s} \\ F_{z,s} & M_{z,s} + E_{xp} \cdot F_{x,s} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_0, O} \quad (1.9)$$

En premier lieu nous avons la force de réaction au poids du véhicule, selon la normale au contact pneumatique/chaussée, qui se traduit au niveau d'une roue par une force $F_{z,s}$. Cette force est présente même lorsque le véhicule est arrêté. Lorsque le véhicule est en marche, la différence de vitesse, au niveau du point de contact entre la roue et le sol, génère des forces de frottement qui se décomposent selon $F_{x,s}$ et $F_{y,s}$. Ce sont ces forces qui permettent au véhicule d'accélérer et de tourner. Enfin nous avons le moment d'auto-alignement $M_{z,s}$ provenant du fait que la résultante $F_{y,s}$ des forces latérales de frottement a un point d'application situé en retrait par rapport à O_s (Fig. 1.21). Le moment d'auto-alignement est ressenti par le conducteur au niveau du volant comme un couple résistant au braquage. Il permet aussi de redresser les roues lorsque le véhicule avance sans action sur le volant.

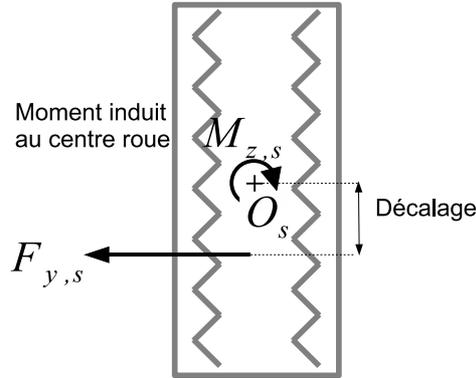


FIGURE 1.21 – Moment d'auto-alignement généré par la force latérale

Les plages d'efforts correspondant à un véhicule de tourisme de type Laguna ou 406, sont données à titre indicatif dans le tableau 1.1.

Composante	Valeur mini	Valeur maxi
$F_{x,s}$	-1000 daN	600 daN
$F_{y,s}$	-800 daN	400 daN
$F_{z,s}$	-20 daN	1500 daN
$M_{z,s}$	-100 daN.m	100 daN.m

TABLE 1.1 – Ordre de grandeur des plages d'effort de contact pneumatique/chaussée (données pour une roue motrice située à gauche du véhicule)

1.4.3.2 Couple moteur

Le couple moteur est appliqué à la roue générant une force de réaction $F_{x,s}$ au niveau du contact pneumatique/chaussée faisant avancer ou reculer (frein moteur) le véhicule.

1.4.3.3 Force de freinage

Lorsque le frein est actionné, le contact entre le disque de frein en rotation et les plaquettes fixes dans le repère véhicule génèrent des forces de frottement s'équilibrant par une force de réaction $F_{x,s}$ au niveau du contact pneumatique/chaussée. La résultante F_f s'applique à une distance R_f du centre roue et selon un angle α_f (Fig. 1.22). De même, la distance entre le plan de freinage et le centre du roulement est donnée par d_f . Le torseur $\Gamma_{f \rightarrow r}$ appliqué à la roue, exprimé au point de contact O_f et au centre roulement O est donné par (1.10).

$$\Gamma_{f \rightarrow r} = \begin{bmatrix} -F_f \cdot \cos \alpha_f & 0 \\ 0 & 0 \\ F_f \cdot \sin \alpha_f & 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{0,O_f}} = \begin{bmatrix} -F_f \cdot \cos \alpha_f & F_f \cdot d_f \cdot \sin \alpha_f \\ 0 & -F_f \cdot R_f \\ F_f \cdot \sin \alpha_f & F_f \cdot d_f \cdot \cos \alpha_f \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{0,O}} \quad (1.10)$$

1.4.3.4 Torseur appliqué au roulement

Dans le cas où l'on considère les forces d'inertie de la roue et du roulement négligeables vis-à-vis des autres efforts, le torseur Γ , transmis entre les deux bagues, est le même que le torseur $\Gamma_{r \rightarrow i}$, transmis par la roue à la bague intérieure. De plus, le principe fondamental de la statique nous permet d'écrire la relation (1.11).

$$\Gamma = \Gamma_{s \rightarrow r} + \Gamma_{f \rightarrow r} + \Gamma_{m \rightarrow r} \quad (1.11)$$

Ceci nous permet d'exprimer le chargement vu par le roulement en fonction des différents efforts appliqués à la roue (1.12).

$$\begin{aligned}
 F_x &= F_{x,s} - F_f \cos \alpha_f \\
 F_y &= F_{y,s} \\
 F_z &= F_{z,s} + F_f \sin \alpha_f \\
 M_x &= R_s \cdot F_{y,s} + E_{xp} \cdot F_{z,s} + F_f \cdot d_f \cdot \sin \alpha_f \\
 0 &= F_{x,s} \cdot R_s + C_m + F_f \cdot R_f \\
 M_z &= M_{z,s} + E_{xp} \cdot F_{x,s} + F_f \cdot d_f \cdot \cos \alpha_f
 \end{aligned}
 \tag{1.12}$$

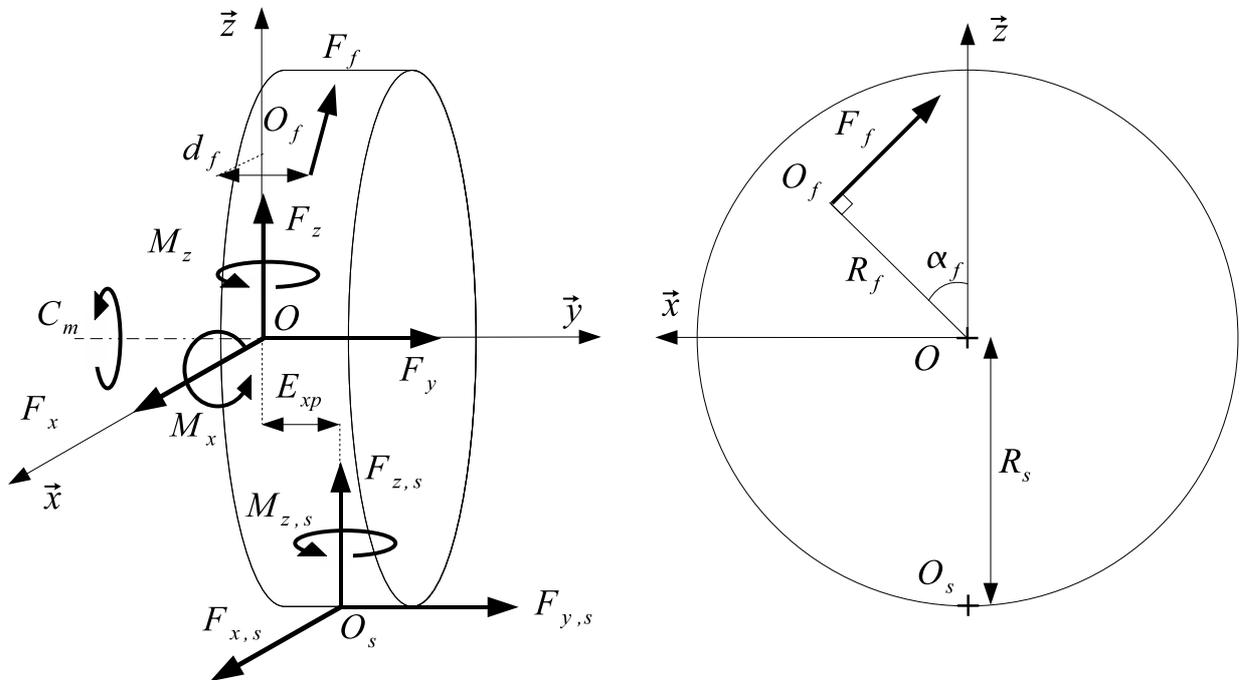


FIGURE 1.22 – Les différents efforts s’appliquant à la roue

1.4.4 Précharge

La précharge δ_{ch} est un paramètre de montage du roulement de roue. Elle correspond à un jeu négatif obtenu par la chaîne de côtes reliant les points de contact des deux rangées de billes (Fig. 1.23 et Eq. (1.13)). Dans le cas où la précharge est positive (le jeu est donc négatif), les billes sont comprimées entre les chemins ce qui génère des forces de contact même lorsque le roulement n’est soumis à aucune charge extérieure. La résultante des forces de contact exercée par une rangée de billes sur une bague est équilibrée par la résultante provenant de l’autre rangée.

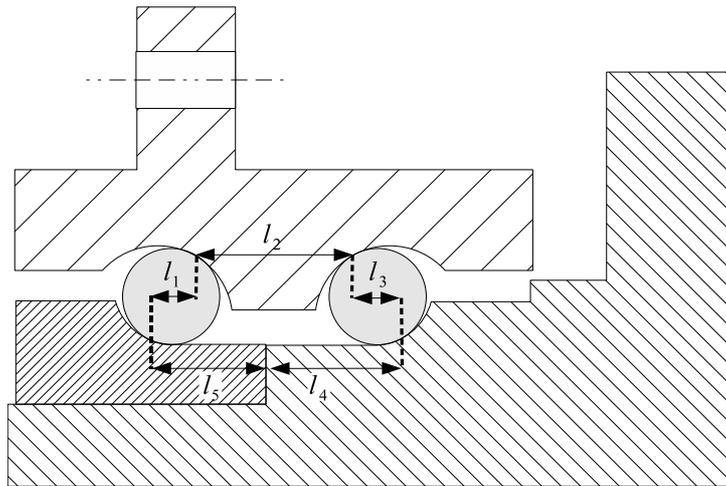


FIGURE 1.23 – Chaîne de côtes permettant le calcul de la précharge

$$\delta_{ch} = l_1 + l_2 + l_3 - l_4 - l_5 \quad (1.13)$$

Le rôle de la précharge est de rigidifier le roulement. C'est-à-dire que pour un même torseur, le déplacement de la bague intérieure d'un roulement préchargé sera plus faible que pour un roulement non préchargé. Ce qui est équivalent à dire que, pour un même déplacement de la bague intérieure, un roulement préchargé transmettra un effort plus important qu'un roulement non préchargé. Pour expliquer cela, nous allons prendre pour exemple un roulement soumis à un déplacement radial qui sera non-préchargé dans le premier cas et préchargé dans le second.

Dans le premier cas, le roulement n'est pas préchargé. Un déplacement radial est appliqué à la bague intérieure du roulement. Ce déplacement provoque un écrasement des billes situées en haut, ce qui génère des forces de contact dans cette zone (Fig. 1.24). La résultante radiale est la somme de ces forces de contact. Les billes situées en bas restent totalement déchargées.

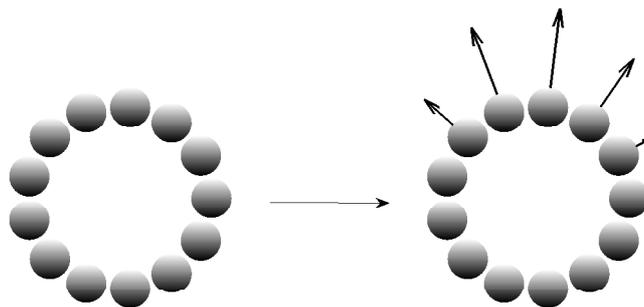


FIGURE 1.24 – Evolution de la zone de charge d'un roulement non préchargé soumis à un déplacement radial

Dans le second cas, le roulement est préchargé. De la même manière, un déplacement radial est appliqué à la bague intérieure. Les billes situées en haut se chargent mais la différence avec le roulement non préchargé est que cette fois, les billes du bas se déchargent (Fig. 1.25). Les billes du bas exerçaient des forces de contact vers le bas, en réduisant l'intensité de ces forces, cela revient à ajouter une résultante radiale vers le haut. La somme de la résultante des billes se déchargeant avec la résultante des billes se chargeant donne un effort radial plus important que celui obtenu pour un roulement non préchargé.

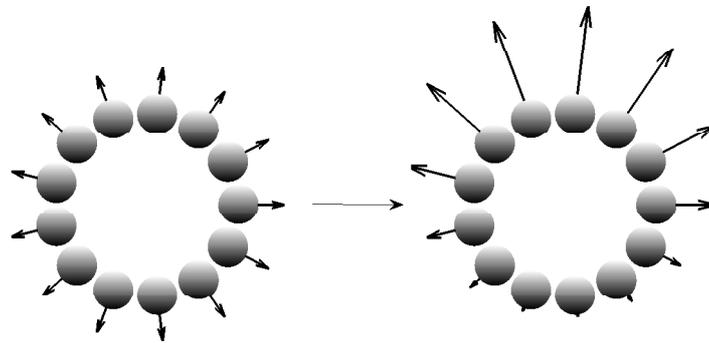


FIGURE 1.25 – Evolution de la zone de charge d'un roulement préchargé soumis à un déplacement radial

Dans le cas du roulement de roue, la précharge a pour but essentiel de limiter la légère rotation du plan de roue lorsque la roue est soumise au moment résultant d'une force latérale appliquée au pied de roue.

1.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre nous a permis tout d'abord de situer les différents éléments composant le roulement à billes. Différentes architectures ont été décrites mettant en avant le rôle de l'angle de contact dans la définition de la liaison réalisée par le roulement. Dans un second temps, nous avons décrit d'un point de vue local la transmission des efforts par les contacts billes/bagues. Les liaisons réalisées par ces contact peuvent être décrites par la loi de Hertz. Chacune de ces liaisons contribue à la liaison totale réalisée par le roulement. La compréhension de la transmission d'effort entre les bagues intérieure et extérieure fait partie de la problématique de la mesure d'effort. Les notions développées dans ce chapitre nous permettront de comprendre le principe de mesure choisi par SNR. La notion de zone de charge est essentielle et sera couramment utilisée lors des différents développements.

Chapitre 2

Problématique de la mesure d'effort

Résumé du chapitre

Ce chapitre permet de poser la problématique traitée dans cette thèse. Après avoir rappelé certains aspects des systèmes de mesures, nous présenterons la mesure d'effort sur roulement. La solution technologique choisie par SNR sera présentée. Nous verrons que cette solution n'intègre pas encore la partie algorithmique du système de mesure objet de cette thèse. Enfin, la démarche expérimentale sur laquelle se base une grande partie des résultats obtenus sera décrite.

Sommaire

2.1	Introduction du chapitre	37
2.2	Généralités sur les systèmes de mesures	37
2.2.1	Présentation générale	37
2.2.2	Grandeurs d'influence	38
2.2.3	Particularité de la mesure multi-axes	38
2.2.4	Conception du système de mesure	39
2.2.5	Conclusion	40
2.3	Le roulement de roue capteur d'effort	40
2.3.1	Mesure des efforts transmis par la liaison pneumatique/chaussée	40
2.3.1.1	Contexte	40
2.3.1.2	Lien entre le torseur pneumatique/chaussée et le torseur transmis par le roulement	41
2.3.2	Mesure des efforts transmis par le roulement	42
2.3.2.1	Etat de l'art	42
2.3.2.2	Principe de mesure choisi par SNR	42
2.3.3	Conditionnement des signaux	47
2.3.3.1	Problématique	47
2.3.3.2	Principe de conditionnement	48
2.3.3.3	Conditionnements électriques des signaux utilisés lors des expériences	50
2.3.3.4	Conclusion sur le conditionnement	51
2.3.4	Conclusion	51
2.4	Démarche expérimentale mise en œuvre	52
2.4.1	Problématique générale	52
2.4.2	Analyse spectrale du signal	53
2.4.2.1	Objectif de l'analyse spectrale des essais	53
2.4.2.2	Vitesse de rotation de la broche	54
2.4.2.3	Paramètres d'acquisition	54
2.4.3	Caractéristiques des essais permettant l'étude du comportement du roulement avec l'effort	54

CHAPITRE 2. PROBLÉMATIQUE DE LA MESURE D'EFFORT

2.4.4	Problématique des dérives de signaux liées à la température	55
2.4.4.1	Effets de la température	55
2.4.4.2	Compensation des dérives de température pour l'exploitation des expériences	56
2.4.5	Synthèse de la démarche expérimentale	58
2.5	Conclusion du chapitre	60

2.1 Introduction du chapitre

La problématique traitée dans cette thèse porte sur la mesure des efforts au niveau du roulement et plus particulièrement sur l'algorithme permettant de traduire des mesures de déformation en une estimation des composantes du torseur d'effort. Ainsi, nous présenterons dans la section 2.2 l'architecture des systèmes de mesure ainsi que les différentes problématiques associées. Le chapitre 1 nous a permis de présenter les principales notions de la mécanique du roulement. Elles nous permettront de comprendre le principe de mesure des efforts au niveau du roulement qui sera présenté dans la section 2.3. Cette section nous permettra de décrire la problématique qui est traitée dans cette thèse. Elle débouchera sur la section 2.4 qui présente la démarche expérimentale mise en œuvre.

2.2 Généralités sur les systèmes de mesures

2.2.1 Présentation générale

Un système de mesure est un ensemble de dispositifs physiques et informatiques dont le rôle est de donner une estimation de la quantité physique à laquelle il est soumis et pour laquelle il a été conçu. Ce système peut mettre cette information à la disposition soit d'un utilisateur sous la forme d'indicateur visuel (afficheur numérique par exemple), soit d'un autre système sous format numérique (communication par bus informatique par exemple). La quantité physique que l'on souhaite mesurer, appelée mesurande primaire [Asch et Desgoutte, 1982], va dans un premier temps être traduite successivement en d'autres quantités physiques, les mesurandes secondaires, jusqu'à l'obtention de tensions numérisables. Une fois numérisées, ces tensions subissent des traitements algorithmiques (filtrage, mise en forme,...) jusqu'à l'obtention d'une valeur numérique représentant, à la précision près, le mesurande primaire.

Les dispositifs physiques permettant le passage du mesurande primaire aux tensions numérisables peuvent être classés en trois catégories selon la nature de la transformation qu'ils effectuent. La première catégorie est celle des corps d'épreuves. Ils ont pour vocation de transformer le mesurande primaire en une autre quantité physique, non électrique, pour laquelle un capteur analogique associé existe. En effet, de nombreuses quantités physiques ne sont pas mesurables directement et il est nécessaire de mesurer un de leurs effets. Par exemple, une pièce mécanique se déformant sous l'influence d'une force permet de transformer un effort en une déformation pour laquelle des capteurs existent (jauges piézorésistives par exemple). Les capteurs analogiques, formant la seconde catégorie de dispositif, permettent de transformer une quantité physique non-électrique (pression, déformation, température) en une quantité électrique (tension, courant, variation de résistance). On peut par exemple citer les jauges de déformation piézorésistive, qui traduisent une déformation en une variation de résistance, et les sondes à effets Hall qui traduisent un champ magnétique en une variation de potentiel électrique. Enfin, la dernière catégorie de dispositif est celle des conditionneurs électriques qui permettent d'amplifier et de transformer les quantités électriques sortant des capteurs analogiques en tensions numérisables. Un exemple de conditionneur électrique associé aux jauges de déformations est l'association d'un pont de Wheatstone, transformant la variation de résistance de la jauge en une tension de déséquilibre du pont, et d'un amplificateur assurant la mise à l'échelle nécessaire à la numérisation de cette tension de déséquilibre. Un exemple d'architecture d'un système de mesure est donné par la figure 2.1. Selon les cas, ces chaînes de mesure peuvent être composées de plusieurs corps d'épreuves et de plusieurs capteurs.

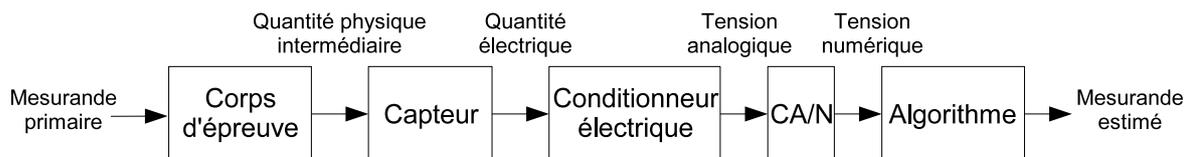


FIGURE 2.1 – Chaîne de dispositifs physiques et informatique d'un système de mesure

Les tensions en sortie de conditionneur ne sont pas nécessairement une image exploitable du mesurande

primaire. Afin de finaliser la mise en forme de la mesure, la tension numérisée doit dans la plupart des cas subir une série de traitements informatiques définie par un algorithme. Par exemple, la mise à l'échelle du signal ou la compensation de non-linéarité font partie des traitements informatiques classiquement appliqués aux tensions numérisées.

2.2.2 Grandeurs d'influence

En plus du mesurande primaire, d'autres grandeurs physiques agissent à différents niveaux de la chaîne de mesure. Ces grandeurs physiques, appelées grandeurs d'influence [Asch et Desgoutte, 1982], génèrent une perturbation du processus de mesurage en modifiant la valeur des mesurandes secondaires. Dans le cas où ces perturbations ne sont pas acceptables du point de vue des spécifications du système de mesure, la conception de ce système doit les prendre en compte afin de limiter leurs impacts sur les performances. La fonction de la chaîne de mesure, consistant à assurer la transmission de l'information, doit alors être complétée par une fonction de rejet des perturbations. Cette fonction peut être réalisée à tous les niveaux du système de mesure aussi bien physiques que informatiques. La conception de la fonction de rejet nécessite une connaissance *a priori* des perturbations générées par les grandeurs d'influences, par exemple : la fréquence du phénomène ou la corrélation éventuelle entre les différentes perturbations. Dans le cas de la mesure d'effort à base de jauges de déformation, les grandeurs d'influence de premier ordre sont les différents effets de la température. En effet, une variation de température provoque la dilatation du corps d'épreuves et donc l'apparition de déformations parasites qui sont mesurées par les jauges. Une disposition de jauge et un conditionneur électrique appropriés peuvent alors être utilisés afin de rejeter cette perturbation en utilisant par exemple une architecture de mesure basée sur un pont complet. Cette solution suppose que les déformations parasites aux niveaux des différentes jauges du pont soient les mêmes de telle sorte que la tension de déséquilibre du pont ne soit pas affectée. La figure 2.2 illustre cette fonction avec une chaîne de mesure soumise à deux grandeurs d'influence qui sont rejetées à deux niveaux distincts par le processus de mesurage.

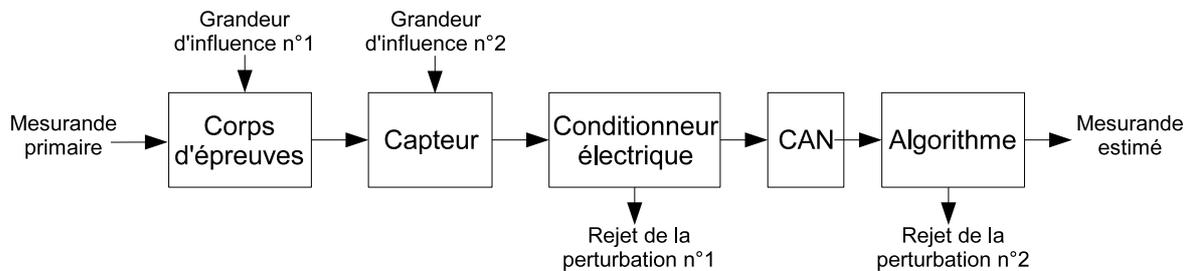


FIGURE 2.2 – Rejet, par le chaîne de mesure, des perturbations générées par les grandeurs d'influence

2.2.3 Particularité de la mesure multi-axes

Hormis le fait qu'il délivre une mesure multi-composantes, un système de mesure multi-axes se caractérise par le fait que les informations portant sur les différents mesurandes primaires sont mélangées sur une partie de la chaîne de mesure. Ce mélange vient du fait que le ou les corps d'épreuves, sont sensibles à l'ensemble des composantes du mesurande. La figure 2.3 nous montre plusieurs configurations possibles en fonction du nombre de corps d'épreuves dont est composé le premier maillon de la chaîne de mesure. Le cas où le système est composé d'autant de corps d'épreuves que de composantes, chaque composante étant appliquée à un corps d'épreuves en particulier, correspond en fait à un ensemble de système mono-axes mis en parallèle. On parle alors de mesures découplées.

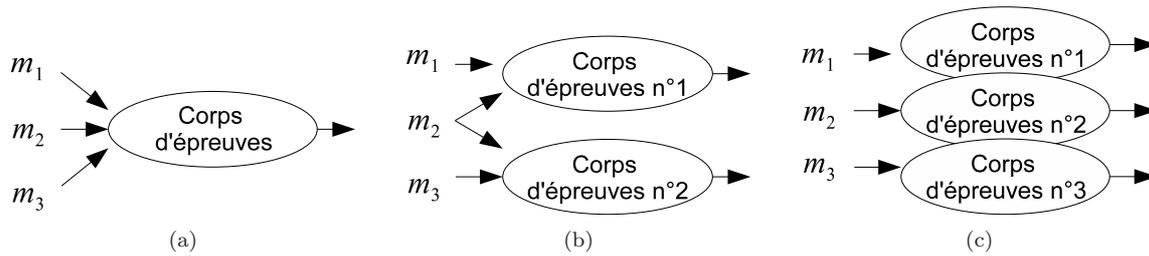


FIGURE 2.3 – Différentes configurations de mesure multi-axes, m_1 , m_2 et m_3 désignant les différentes composantes du mesurande primaire. Les configurations (a) et (b) correspondent à des systèmes couplés alors que la configuration (c) correspond à des systèmes mono-axes mis en parallèle.

L'un des enjeux de la conception d'un système de mesure multi-axes va être d'obtenir le découplage des différentes composantes du mesurande primaire. Ce découplage peut s'obtenir à plusieurs niveaux en choisissant judicieusement l'emplacement des capteurs sur le corps d'épreuve ou en réalisant un conditionnement électrique approprié. Ce découplage peut aussi s'effectuer dans la partie algorithmique du système de mesure.

2.2.4 Conception du système de mesure

Les éléments du système de mesure peuvent se ranger dans deux catégories distinctes. Premièrement, le passage du mesurande primaire aux signaux de mesure en sortie des capteurs analogiques, correspond à un ensemble de processus propres à la technologie utilisée. En effet, la transmission de l'information, portant sur le mesurande primaire, ainsi que la transmission des perturbations générées par les grandeurs d'influences, répondent à des lois physiques qu'il n'est pas possible de manipuler sans changer de technologie. Les degrés de liberté de conception correspondant à cette première partie de la chaîne de mesure sont la géométrie du corps d'épreuve et les nombres et emplacements des capteurs. En revanche, la seconde partie de la chaîne de mesure commençant aux entrées du conditionneur et se terminant par la sortie de l'algorithme correspond à un ensemble de traitements appliqués aux signaux de mesure, et totalement défini lors de la conception. Ce découpage est représenté sur la figure 2.4.

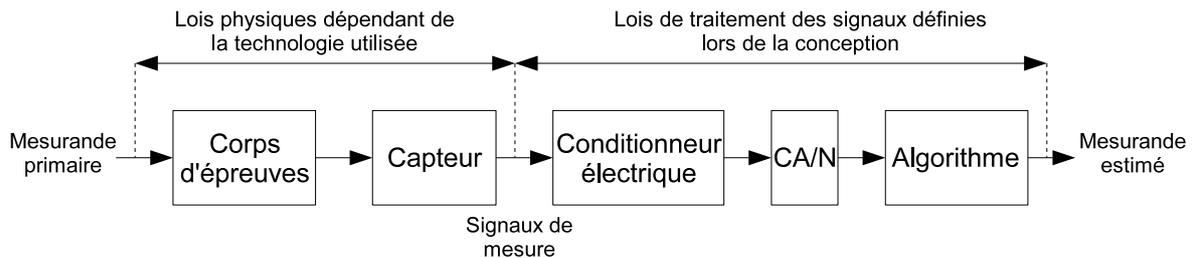


FIGURE 2.4 – Découpage de la chaîne de mesure en une partie dépendante de la technologie utilisée et une autre dépendante des lois de traitement des signaux choisies

Les signaux de mesure y dépendent du mesurande primaire m ainsi que des grandeurs d'influence G (2.1).

$$y = f(m, G) \quad (2.1)$$

Nous nous plaçons dans le cas où l'électronique du conditionneur est idéale, on suppose alors qu'il n'y a pas de grandeur d'influence venant la perturber. Dès lors, le mesurande estimé \hat{m} ne dépend que des signaux de mesure y (2.2).

$$\hat{m} = g(y) \quad (2.2)$$

L'art de la conception du système de mesure se décompose en trois tâches interdépendantes. Tout d'abord, il convient de définir le ou les corps d'épreuves transformant le mesurande en quantités mesurables. Vient ensuite la phase d'instrumentation qui consiste à définir la technologie de mesure utilisée, le nombre et l'emplacement des éléments sensibles. Enfin, la dernière étape consiste à définir les lois de manipulation des signaux, qui seront implémentées dans le conditionnement électrique et dans l'algorithme, qui permettent de reconstruire le mesurande primaire.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéresserons plus particulièrement aux lois de manipulation des signaux. Nous considérons alors que le corps d'épreuve et son instrumentation sont fixes. La conception de ces lois repose sur un travail de modélisation et sur un travail de calibrage. Le passage obligé est de définir une structure, aussi simple soit-elle, des lois de manipulation définies par la fonction g (2.2). Cette structure comprend un certain nombre de paramètres, généralement mal connus, qu'il est donc nécessaire de calibrer. Ces paramètres dépendent par exemple des sensibilités des éléments sensibles qui peuvent être différentes d'un élément à l'autre. Les critères, guidant la conception des lois de manipulation, reposent classiquement sur la minimisation des incertitudes de mesures.

2.2.5 Conclusion

En conclusion nous pouvons dire qu'un système de mesure doit remplir trois fonctions principales. La première fonction correspond à la transmission de l'information au travers des différents éléments de la chaîne de mesure. La qualité de la transmission s'évalue en terme de sensibilité de la tension numérisée vis-à-vis des composantes du mesurande primaire. La seconde fonction correspond à la mise en forme de la mesure définie par les lois de manipulation des signaux. Dans le cas de la mesure multi-axes, cette mise en forme intègre le découplage des différentes composantes du mesurande primaire. La dernière fonction est celle du rejet des perturbations générées par les grandeurs d'influence.

2.3 Le roulement de roue capteur d'effort

2.3.1 Mesure des efforts transmis par la liaison pneumatique/chaussée

2.3.1.1 Contexte

Le comportement du véhicule routier et notamment sa trajectoire sont tributaires des caractéristiques des liaisons pneumatiques/chaussée. La caractéristique emblématique de cette liaison est sans doute le concept d'adhérence qui permet de relier la vitesse de glissement de la roue aux efforts de réaction du sol. De nombreuses applications comme le contrôle de trajectoire ou l'aide au freinage d'urgence ont besoin d'une représentation de ces caractéristiques de liaison pour optimiser la réponse du véhicule. Malheureusement, la liaison pneumatique/chaussée évolue sans cesse au cours du temps. Entre autres, le pneumatique peut être usé ou sous-gonflé et la chaussée humide ou verglacée. Ceci a fait émerger le besoin de disposer d'un système embarqué sur véhicule, capable de caractériser la liaison pneumatique/chaussée de manière continue. Dans cette optique, la disponibilité d'une estimation ou d'une mesure des efforts de réaction du sol permet l'élaboration de nouvelles stratégies d'estimation des paramètres de liaison. De plus, la connaissance des efforts de réaction du sol est une source riche d'informations sur l'état du véhicule et son environnement comme : la masse du véhicule, le report de charge, la pente et le dévers de la chaussée, l'état des systèmes de suspension, de direction et de propulsion.

Deux stratégies ont été envisagées dans le but d'obtenir l'information effort. Premièrement, nous avons les capteurs logiciels [Stéphane, 2004][Baffet, 2007] dont le principe consiste à fusionner les différentes informations provenant d'une part de capteurs physiques non dédiés à la mesure d'effort (capteur de vitesse de lacet, accéléromètre latéral, capteur de vitesse de roue) et d'autre part de modèles de connaissances (modèles de véhicule, modèles de pneumatique). Les modèles de connaissance sont alors utilisés pour établir le lien entre les mesures disponibles et l'information effort. En second lieu, la mesure directe de ces efforts est envisagée. Les travaux menés conjointement dans le cadre de cette thèse par l'équipe mécatronique de SNR et l'équipe encadrante du laboratoire Xlim s'inscrivent dans cette seconde démarche. Néanmoins, on peut envisager l'utilisation conjointe de ces deux stratégies afin d'obtenir une information plus riche, plus pertinente et plus robuste.

La problématique de la mesure d'effort embarquée sur un véhicule de série peut se décomposer en quatre sous problèmes. Premièrement, le marché automobile est l'un des plus drastiques en terme de coût des pièces de première monte. Par exemple, le coût d'un capteur mesurant l'accélération latérale et la vitesse de lacet ne dépasse pas la dizaine d'euros. Cette contrainte est à elle seule un challenge puisque les capteurs d'efforts actuellement industrialisés comme les moyeux dynamométriques et les cellules 6-axes coûtent plusieurs dizaines de milliers d'euros. Le second problème auquel devra faire face le dispositif de mesure d'effort est son intégration en terme d'encombrement et de masse. La troisième problématique concerne l'implantation des éléments sensibles qui doit être la plus proche possible du contact pneumatique/chaussée et ce pour limiter au maximum le nombre de pièces intermédiaires. En effet, ces pièces intermédiaires étant dotées de masse, de raideur et d'amortissement, il existe une fonction de transfert entre le torseur mesuré et le torseur pneumatique/chaussée. Plus l'impact de cette fonction de transfert est importante, plus l'interprétation du torseur mesuré est délicate. Le problème est que les pièces les plus proches du contact pneumatique/chaussée sont en rotation par rapport au châssis ce qui génère des difficultés de connectique et de rotation du repère de mesure. Enfin, le dernier problème, et non le moindre, concerne la dérive des caractéristiques du capteur qui s'accompagne traditionnellement par une opération de recalibrage. Cette opération nécessite l'utilisation d'un capteur ou d'une situation de référence afin de recalibrer certains paramètres. Par exemple, pour l'accéléromètre latéral, on sait que quand le véhicule est à l'arrêt sur un sol plan et horizontal, sa sortie doit être nulle ce qui permet de compenser d'éventuelles dérives. Pour la mesure d'effort embarquée sur véhicule, cette opération de recalibrage, si elle est nécessaire, est un point dur. Les pistes envisagées sont le recalibrage en garage lors des opérations d'entretien ou le développement d'une fonction d'auto-calibrage restant à définir.

Aujourd'hui, seuls des moyens expérimentaux permettent la mesure d'effort sur véhicule avec notamment les moyeux dynamométriques [Gobbi et Mastinu, 2004] proposés par ailleurs par différents constructeurs (Kistler ou MTS par exemple). Par ailleurs, Zami [Zami *et al.*, 2001] propose une instrumentation de différents éléments de suspension permettant une reconstruction partielle du torseur pneumatique/chaussée. Cette solution offre l'avantage d'être intégrée à des pièces pérennes qui ne sont pas démontées aussi souvent que la roue. Les inconvénients de cette méthode sont l'utilisation de plusieurs technologies différentes (jauges de déformation et potentiomètres) et le nombre de pièces intermédiaires, entre le contact pneumatique/chaussée et les éléments sensibles.

La bague extérieure du roulement de roue est la première pièce non en rotation la plus proche du sol. C'est une pièce de précision, pérenne et compacte. Elle est le lieu privilégié pour l'intégration de la mesure d'effort.

2.3.1.2 Lien entre le torseur pneumatique/chaussée et le torseur transmis par le roulement

Bien que le roulement soit le lieu privilégié pour mesurer les efforts provenant du sol, il existe néanmoins un certain nombre de pièces intermédiaires le séparant du contact pneumatique/chaussée dont les masses et inerties ne sont pas négligeables. De plus, comme nous l'avons vu dans la section 1.4.3, le torseur vu par le roulement est la somme des torseurs provenant du sol, du système de freinage et du système de propulsion dans le cas d'une roue motrice. Ces deux points constituent une difficulté supplémentaire s'ajoutant à la problématique de la mesure du torseur d'effort transmis par le roulement. En effet, si on suppose le système roue (pneumatique, jante, disque de frein et moyeu) indéformable et que l'on applique le principe fondamental de la dynamique en conservant le bilan des efforts réalisé dans la section 1.4.3, nous pouvons écrire la relation suivante :

$$\underbrace{\Gamma_{roue \rightarrow roulement}}_{\text{Quantité mesurée}} = \underbrace{\Gamma_{sol \rightarrow roue}}_{\text{Quantité souhaitée}} + \underbrace{\Gamma_{frein \rightarrow roue} + \Gamma_{transmission \rightarrow roue} - D_{roue/\mathcal{R}}}_{\text{Quantité parasite}} \quad (2.3)$$

Avec $D_{roue/\mathcal{R}}$ le torseur dynamique de la roue par rapport au repère galiléen \mathcal{R}

Si on effectue une mesure du torseur transmis de la roue au roulement et que l'on souhaite estimer le torseur transmis par le sol, il serait nécessaire d'estimer le torseur dynamique à partir de la connaissance des différentes accélérations. Cette connaissance peut être obtenue par une instrumentation à base d'accéléromètres ou par l'utilisation d'autres types de capteurs associés à des estimateurs. Par exemple,

la mesure de l'angle au volant associée aux épures de directions permet de calculer l'angle de braquage de la roue dont on peut déduire l'accélération angulaire. En effet, lorsque la roue tourne à une certaine vitesse, l'effet gyroscopique dû à la variation de l'angle de braquage peut ainsi être compensé. La nécessité de ce calcul permettant de prendre en compte les phénomènes transitoires, dépend essentiellement du type d'application visé. Dans le cadre d'une fonction de pilotage de suspension active ayant pour but de réduire l'impact sur la caisse des chocs subit par la roue, la connaissance de ces transitoires est essentielle.

2.3.2 Mesure des efforts transmis par le roulement

2.3.2.1 Etat de l'art

Le mesurande correspondant à notre problème est le torseur des efforts transmis par le roulement. Ce mesurande nécessite d'être traduit en un mesurande secondaire communément mesurable : déformation ou déplacement par exemple. Frayer [Frayer, 1985] présente un roulement dont les chemins ont été instrumentés avec des fils ductiles insérés dans des gorges. Ces fils conservent la déformation plastique maximale qu'ils subissent lors d'un essai. Une fois le roulement démonté, l'analyse de la déformation de ces fils permet de déterminer qu'elles ont été les zones du roulement les plus chargées. Cette technique, certes originale, ne permet pas d'obtenir des signaux des déformations utilisables pour une mesure d'effort embarquée. Yakhou [Yakhou, 1999] présente une instrumentation en effort d'un roulement de boîte de vitesse dans le but de valider expérimentalement des modèles de boîte. Un film piézo-électrique est disposé entre la bague extérieure et son alésage afin de mesurer localement la pression entre bague et alésage. L'inconvénient de cette solution pour notre application est que les roulements de roues utilisés ne sont pas montés dans un alésage mais vissés par des oreilles de fixation (voir la section 1.4 du chapitre 1), ce qui ne permet pas l'utilisation de ces films. Différentes solutions ont été abordées par les différents roulementiers cherchant à intégrer une mesure d'effort dans leurs roulements. NSK propose par exemple de mesurer le déplacement relatif entre les bagues intérieure et extérieure en utilisant un principe de mesure original basé sur l'association de codeurs magnétiques intégrés à la bague intérieure et de capteurs montés sur la bague extérieure [Ono et Tanaka, 2006]. Ce déplacement associé aux lois de rigidité du roulement permet de calculer le torseur d'effort (voir la section 1.3.3.2 du chapitre 1). Holm-Hansen présente dans [Holm-Hansen et Gao, 2000] une étude éléments-finis permettant d'analyser l'impact de l'intégration d'un élément sensible sur la fonction roulement. Cette solution de mesure nécessite en effet de réaliser une encoche dans la bague extérieure qui est alors fragilisée. Takahashi présente dans [Takahashi *et al.*, 2006] un dispositif de mesure d'effort intégré au porte-fusées. L'inconvénient de cette solution est la difficulté de prise en compte des différents couplages et non-linéarités. SKF propose une instrumentation en déformation de la bague extérieure [Mol, 2005][Mol et Van Nijen, 2005]. Ces mesures associées aux lois de déformation de la bague extérieure permettent de remonter aux forces de contact appliquées à cette bague. Cette solution est la plus proche de celle choisie par SNR.

2.3.2.2 Principe de mesure choisi par SNR

La solution choisie par SNR utilise le roulement comme corps d'épreuve. Le chapitre 1 nous a permis de présenter les principales notions de la mécanique du roulement. Dans un premier temps, le torseur d'effort se décompose en un ensemble de forces de contact constituant le premier type de mesurande secondaire. Cette décomposition, représentée par les zones de charge, est propre à la nature même du roulement et peut être étudiée par les lois de contact et les lois d'équilibre des billes. Ces forces de contact s'appliquent à la bague extérieure et viennent la déformer selon une rigidité donnée. Ce sont ces déformations, constituant le second type de mesurande secondaire, qui vont être mesurées par des jauges en plusieurs points de la bague extérieure afin d'obtenir l'information sur le torseur.

Les déformations de la bague extérieure dépendent des efforts, qui lui sont appliqués, caractérisés par leurs directions, leurs intensités et leurs points d'application. Les efforts sont constitués d'une part des forces de contact billes/bague extérieure et d'autre part des forces de réaction aux liaisons situées au niveau des oreilles de fixation. Le choix de SNR porte sur une instrumentation de la bague extérieure dans le but d'obtenir une image des forces de contact billes/bague. La figure 2.5 nous montre le résultat d'un calcul éléments finis réalisé sur une géométrie de roulement à contact radial. Le niveau de déformation

d'une zone dépend de l'éloignement de cette zone par rapport au prolongement des contacts billes/bague. Plus on se rapproche du point d'application des forces de contact et plus la déformation est importante. La particularité du chargement du roulement est que les forces de contact ont des points d'application qui bougent en fonction des rotations des rangées de billes. Ainsi, si on place une jauge au droit d'une des rangées de billes, la déformation mesurée sera maximale lorsque la bille se situera sous la jauge et minimale lorsque deux billes se trouveront de part et d'autre de cette jauge. Cette déformation passe alternativement de la valeur maximale à la valeur minimale au fur et à mesure que les billes défilent sous la jauge. Ce signal alternatif dépendant de la position des billes est ce que l'on appelle, dans le jargon SNR, la déformation locale. Elle est appelée locale car cette composante alternative est fortement liée à la position des billes passant sous la jauge et à l'intensité des forces de contact transmises par ces billes. Lorsque les billes passant sous la jauge sont chargées de manière importante, la déformation locale est de grande amplitude et réciproquement, lorsque les billes passant sous la jauge sont faiblement chargées, la déformation locale est d'amplitude faible voir nulle. Par opposition à cette déformation locale, il existe la déformation globale qui est la composante moyenne ne dépendant pas de la position des billes.

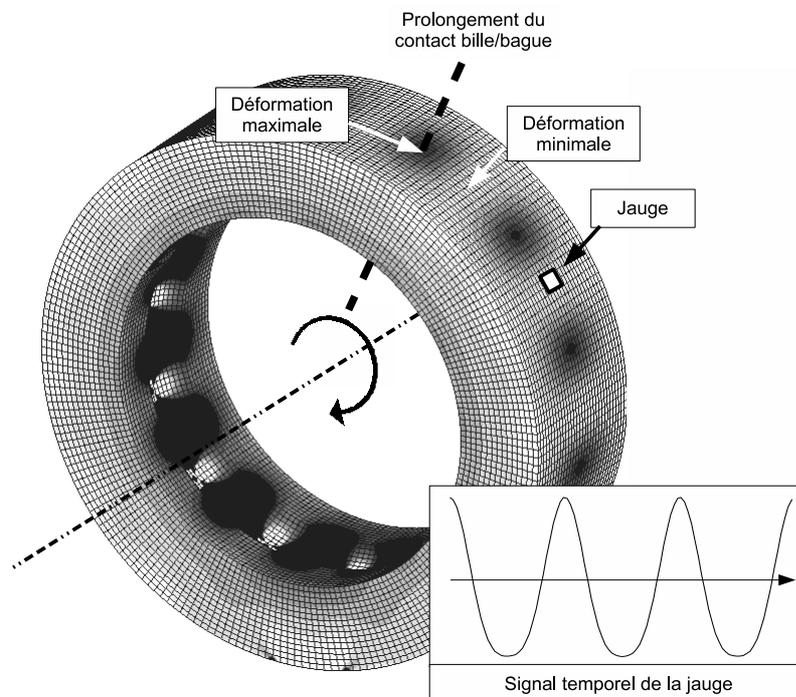


FIGURE 2.5 – Résultat d'un calcul éléments finis simulant les déformations de la bague extérieure d'un roulement à une seule rangée de billes (billes non représentées). Sur la surface de la bague, les zones de déformations maximales sont situées dans le prolongement des contacts bille/bague et les zones de déformations minimales correspondent aux zones les plus éloignées des contacts. Lorsque les billes tournent, la jauge voit un signal de déformation alternatif dépendant des positions des billes.

La principale propriété de la déformation locale est de représenter la zone de charge de la rangée instrumentée. Ainsi, si on dispose suffisamment de jauges autour du roulement, on obtient une image permettant de déterminer les formes des zones de charge associées aux deux rangées de billes. Les tableaux 2.1 et 2.2 représentent les différentes déformations de la bague extérieure associées aux différents cas de charge que peut rencontrer le roulement. Ces zones de charges peuvent être décrites grossièrement par une valeur moyenne, représentant l'effort axial, et par une composante radiale générée par les forces radiales ou les moments. La caractérisation des deux zones de charge en termes de valeur moyenne, d'orientation et d'amplitude de la composante radiale, permet de discriminer le cas de charge effectivement appliqué au roulement et *a fortiori* de le mesurer.

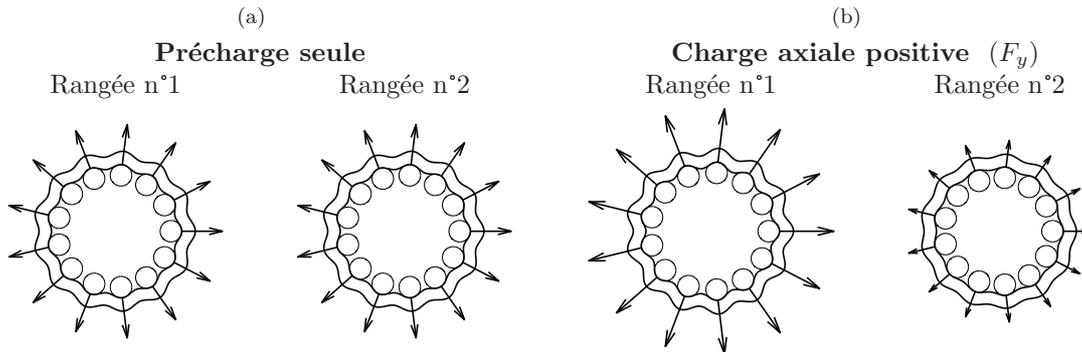


TABLE 2.1 – La figure (a) nous montre les deux zones de charge correspondant à un roulement soumis uniquement à la précharge. La répartition des efforts sur les billes est homogène et identique pour les deux rangées. La figure (b) nous montre un roulement chargé axialement. Dans ce cas, nous avons une rangée de bille qui se charge, par rapport à la valeur de précharge, et l'autre rangée qui se décharge.

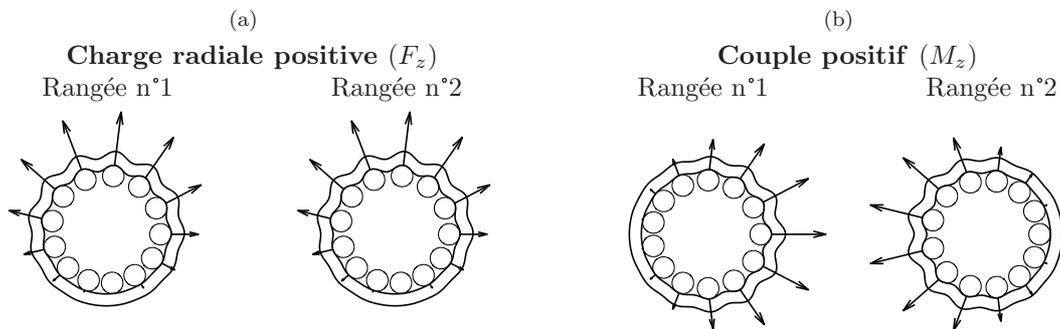


TABLE 2.2 – La figure (a) nous montre un roulement chargé par une force radiale. Les deux zones de charge présentent des composantes radiales dirigées dans le même sens. La figure (b) nous montre un roulement chargé par un couple. Les deux zones de charge présentent des composantes radiales dirigées dans des sens opposés.

Afin d'illustrer le lien entre les signaux mesurés par les jauges et la zone de charge, un roulement prototype a été instrumenté. La méthode d'instrumentation de SNR consiste à usiner des méplats sur la bague extérieure disposés à 90° . Ces méplats permettent de coller des céramiques sur lesquelles sont sérigraphiées des jauges piézorésistive. La figure 2.6 représente cette instrumentation avec 8 jauges au total.

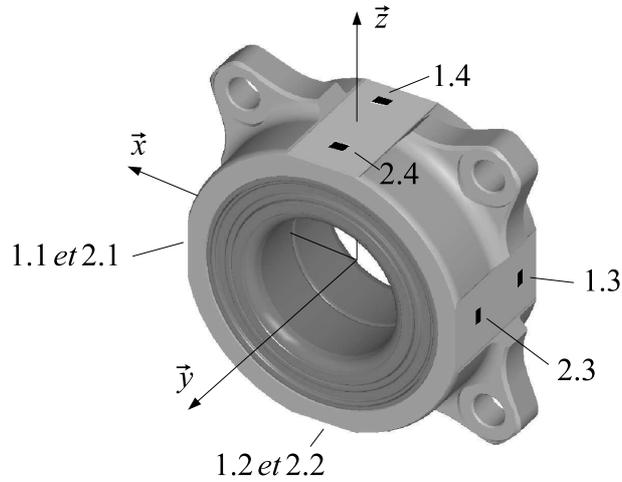


FIGURE 2.6 – Exemple d'instrumentation d'un roulement prototype. Les numérotations des jauges sont définies dans le sens trigonométrique. Les jauges n°1, 2, 3 et 4 instrumentent la première rangée alors que les jauges n°5, 6, 7 et 8 instrumentent la seconde rangée.

Les figures 2.7, 2.8, 2.9 et 2.10 représentent les signaux réels de déformations locales vues par les jauges lorsque l'on applique différents cas de charge au prototype.

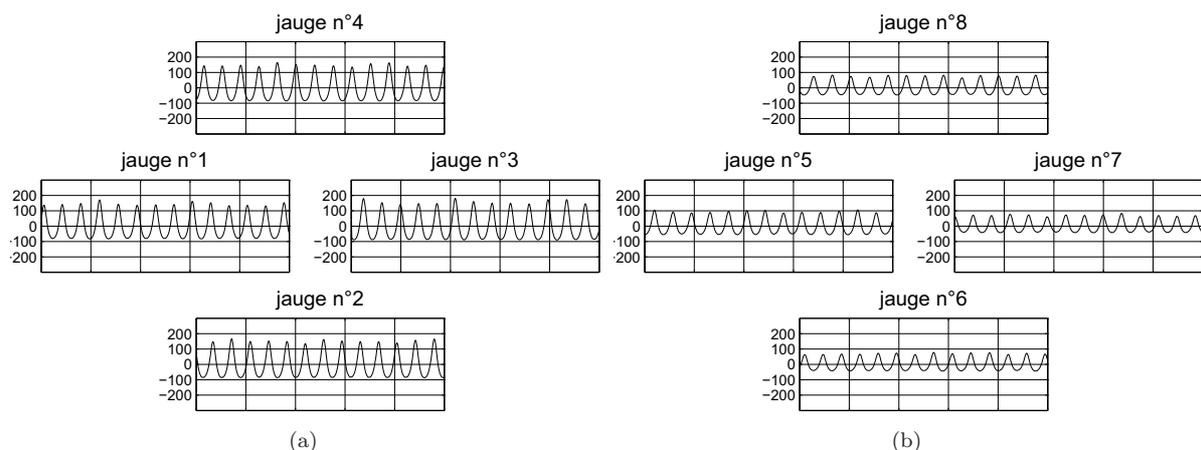


FIGURE 2.7 – Déformations locales pour un cas de charge nulle. Les amplitudes de ces déformations ne sont pas nulles car le roulement est préchargé et les forces de contact sont de ce fait d'intensités suffisantes. On note que les amplitudes ne sont pas comparables d'une jauge à l'autre en particulier entre les deux rangées. Ceci est dû à des sensibilités variables liées à la géométrie du roulement et aux jauges elles mêmes.

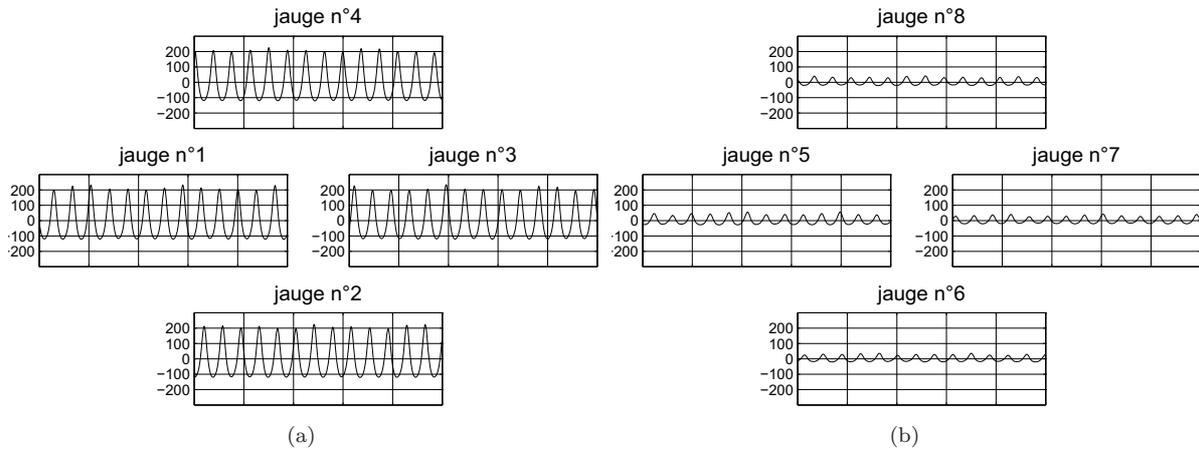


FIGURE 2.8 – Déformations locales pour un cas de charge axiale. Les jauges de la rangée n°1 voient une amplitude moins importante que pour le cas de charge nulle (Fig. 2.8(a) comparée à Fig. 2.7(a)). Cette tendance s'inverse pour les jauges de la deuxième rangée (Fig. 2.8(b) comparée à Fig. 2.7(b))

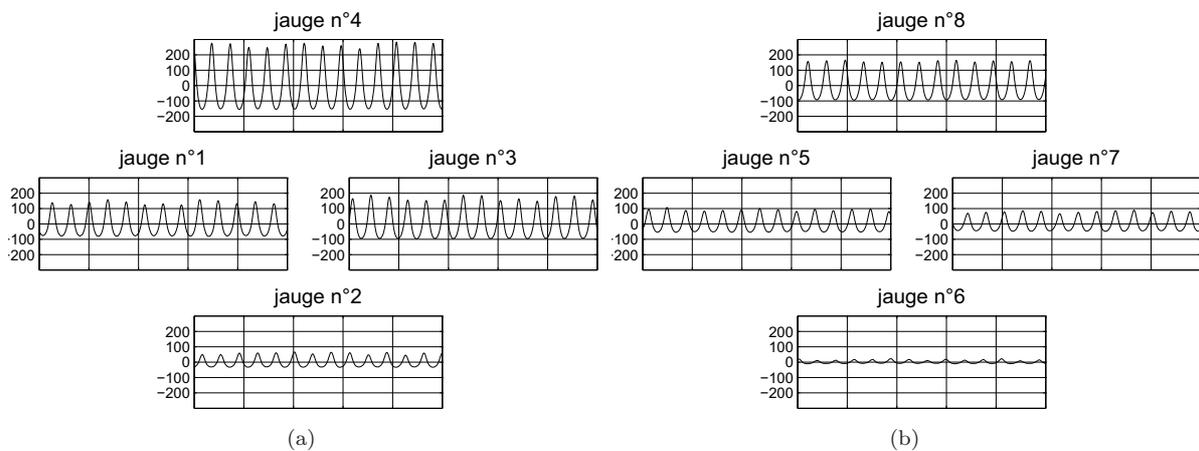


FIGURE 2.9 – Déformations locales pour un cas de charge radiale. Les jauges situées dans l'axe de la charge (n°4 et 8) voient une amplitude beaucoup plus grande que les jauges situées à l'opposé (n°2 et 6)

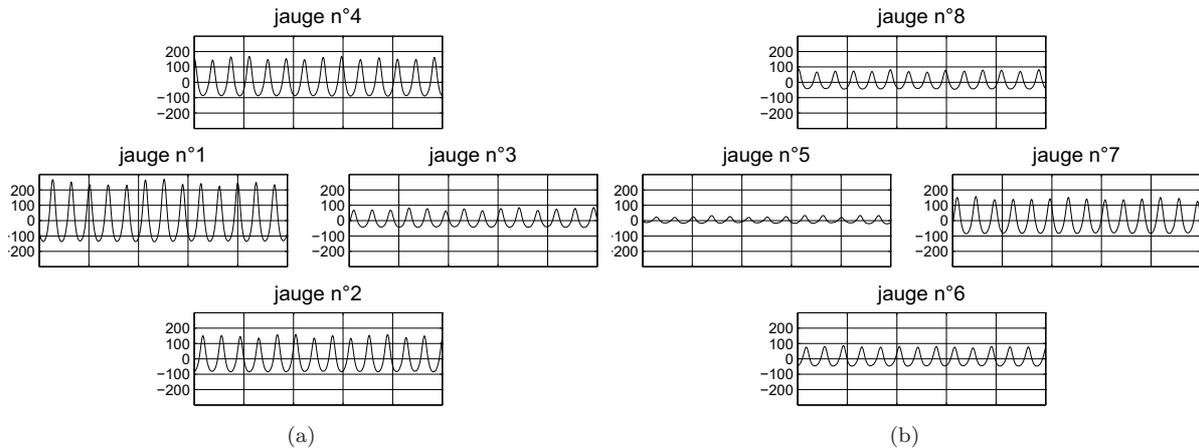


FIGURE 2.10 – Déformations locales pour un cas de charge couple. Le couple engendre deux zones de charges opposées entre les deux rangées. Les jauges n°3 et 5 voient une amplitude qui diminue contrairement aux jauges n°1 et 7 qui voient leurs amplitudes augmenter.

En conclusion, le principe de mesure choisi par SNR consiste à mesurer les déformations locales générées par le passage des billes. L'amplitude de ces déformations représente localement la zone de charge. Ainsi, en instrumentant la circonférence du roulement, on obtient une image des deux zones de charges représentant le torseur d'effort.

2.3.3 Conditionnement des signaux

2.3.3.1 Problématique

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, les positions des billes impactent au premier ordre la déformation mesurée et constituent donc une grandeur d'influence puisqu'elles ne font pas partie du mesurande primaire. En plus de ces positions, les effets de la température constituent la seconde famille des grandeurs d'influence. Parmi ces effets, nous pouvons en lister certains de manière non exhaustive : la dilatation de la bague extérieure, la variation de la précharge due aux dilatations, l'évolution de la rigidité des matériaux et enfin, la variation de la réponse de la jauge. La principale conséquence des effets de la température constatée expérimentalement est une dérive lente des signaux de jauge. Il semble que ces dérives soient dues à la dilatation de la bague extérieure ainsi qu'à une variation de la réponse de la jauge. Le schéma correspondant au formalisme de description d'un système de mesure présenté dans la section 2.2.1 est donné par la figure 2.11.

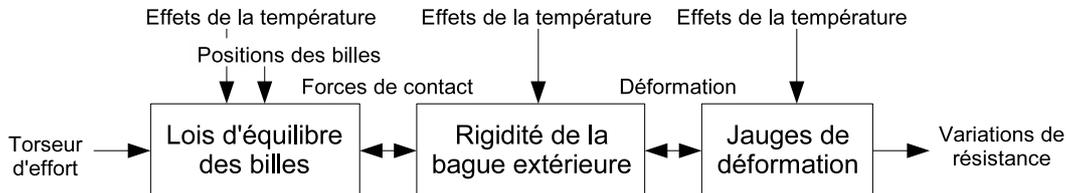


FIGURE 2.11 – Le roulement corps d'épreuve. Le torseur appliqué au roulement se décompose en un ensemble de forces de contact qui s'applique à la bague extérieure. Celle-ci se déforme sous l'influence de ces forces et les déformations sont mesurées en un certain nombre de points par des jauges qui les traduisent en variations de résistance. Les grandeurs d'influence représentées sont les positions des billes qui déterminent les points d'application des forces de contact ainsi que les effets de la température influençant la précharge du roulement, la déformation de la bague et la réponse de la jauge.

Les choix de l'instrumentation et du conditionnement des signaux ont donc été fait dans le but de

faire ressortir l'information sur le torseur en la rendant la plus indépendante possible de la position des billes et des dérives de signal dues aux effets de la température.

2.3.3.2 Principe de conditionnement

Les deux principales grandeurs d'influence identifiées sont les positions des billes ainsi que l'effet de la température sur les valeurs moyennes des signaux. Afin de rejeter ces grandeurs d'influence et de préserver l'information sur le torseur, une stratégie d'instrumentation et de conditionnement des signaux a été mise en place. L'idée consiste à considérer que sur un méplat instrumenté, les caractéristiques des déformations locales, globales et des effet de la température sont identiques. De plus, l'hypothèse posée est que la déformation locale est spatialement sinusoïdale. Afin de décrire les signaux, nous avons besoin de définir les angles de jauge θ_j et la position des billes ϕ^ρ associé à la rangée ρ sur la figure 2.12.

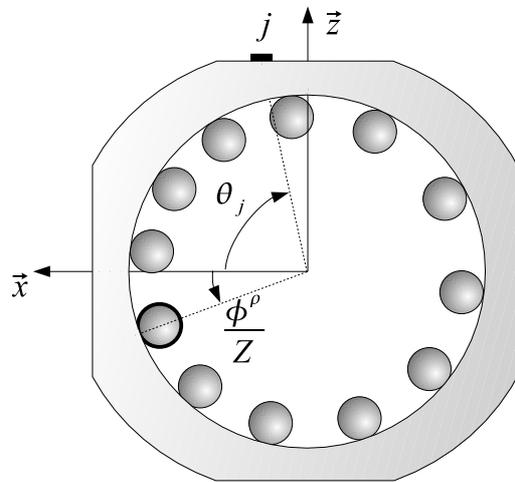


FIGURE 2.12 – Définitions des angles de jauges et de la position des billes. L'angle des jauges est défini par l'angle formé entre l'axe \vec{x} et la radiale passant par la jauge considérée. La position des billes est définie à partir de l'angle formé entre l'axe \vec{x} et la radiale passant par la première bille rencontrée dans le sens trigonométrique. **Lorsqu'une bille se déplace physiquement d'un angle θ , la position des billes ϕ^ρ varie de $Z\theta$.**

Pour un méplat, une rangée de billes et un effort donnés, le modèle de base décrivant les signaux de mesure en fonction de l'amplitude des déformations locales A_1 , des déformations globales A_0 , de la position des billes ϕ^ρ , de la position de la jauge considérée θ_j et de la dérive de signal μ est donné par (2.4). L'information permettant d'obtenir une image de la zone de charge est contenue dans le coefficient A_1 .

$$y_j = A_1 \cdot \cos(\phi^\rho - Z\theta_j) + A_0 + \mu \quad (2.4)$$

On note que le signal est maximal lorsque la bille se trouve sous la jauge ($\phi^\rho = Z\theta_j$)

Ainsi, si l'on instrumente cette zone avec deux jauges de déformation, la seule différence entre les signaux serait un déphasage de la déformation locale dû à des positions angulaires des jauges différentes. La démarche de conception du conditionnement électrique est alors de manipuler les signaux des jauges du méplat instrumenté de façon à obtenir un signal représentant l'amplitude A_1 qui soit indépendant des quantités ϕ^ρ , A_0 et μ . L'instrumentation associée consiste à disposer un certain nombre de jauges sur la zone et à reconstruire deux signaux en quadrature (sinus purs déphasés de $\pi/2$). L'amplitude est alors calculée en sommant les carrés de ces deux signaux. Pour cela, l'utilisation de la boucle de courant d'Anderson et d'amplificateurs opérationnels est nécessaire [Gyorki, 2004] (Fig. 2.13).

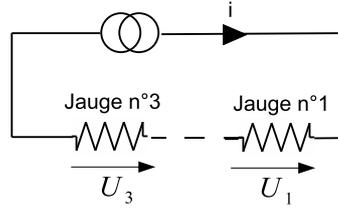


FIGURE 2.13 – Principe de la boucle de courant. Une alimentation régulée permet de faire circuler un courant i constant dans une boucle. Ce courant génère une tension proportionnelle aux bornes d'une jauge proportionnelle à sa résistance. La mesure des variations de cette tension permet d'obtenir une grandeur proportionnelle aux variations de la déformation vue par la jauge. La boucle de courant peut potentiellement contenir un nombre important de jauges.

Exemple : solution à 3 jauges Considérons l'instrumentation d'un méplat avec 3 jauges dont l'espacement angulaire a été judicieusement choisi et vaut $2\pi/3Z$ (Fig. 2.14).

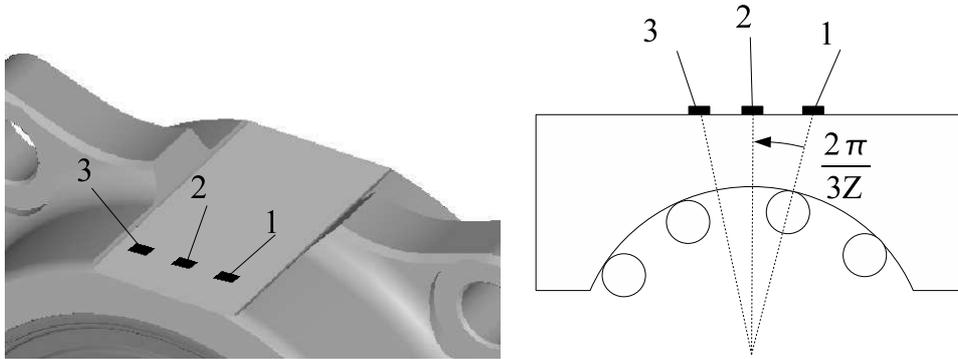


FIGURE 2.14 – Solution à 3 jauges, positionnement des jauges sur un méplat de la seconde rangée, l'écartement angulaire des jauges est de $2\pi/3Z$

Les signaux de jauge sont donc définis par l'équation (2.5).

$$\begin{aligned}
 y_1 &= A_1 \cdot \cos(\phi^\rho - Z\theta_1) + A_0 + \mu \\
 y_2 &= A_1 \cdot \cos\left(\phi^\rho - Z\theta_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + A_0 + \mu \\
 y_3 &= A_1 \cdot \cos\left(\phi^\rho - Z\theta_1 - \frac{4\pi}{3}\right) + A_0 + \mu
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Nous obtenons ainsi un échantillonnage spatial de la déformation du méplat. Etant donné que le modèle (2.4) comprend une harmonique et une valeur moyenne, la transformée de Fourier discrète spatiale des signaux y_1, y_2, y_3 permet d'obtenir la partie réelle et la partie imaginaire de l'harmonique en question, ce qui correspond à l'obtention de deux signaux en quadrature y'_1 et y'_2 (2.6). L'amplitude de la déformation locale, représentant la zone de charge au niveau du méplat, se calcule alors par (2.7).

$$\begin{aligned}
 y'_1 &= \frac{1}{3} \left(y_1 + y_2 \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + y_3 \cdot \cos \frac{4\pi}{3} \right) = A_1 \cdot \cos(\phi^\rho - Z\theta_1) \\
 y'_2 &= \frac{1}{3} \left(-y_2 \sin \frac{2\pi}{3} + y_3 \sin \frac{4\pi}{3} \right) = A_1 \cdot \sin(\phi^\rho - Z\theta_1)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

$$A_1 = \sqrt{(y'_1)^2 + (y'_2)^2} \quad (2.7)$$

La limitation de ce type de conditionnement vient de la validité du modèle (2.4). La première difficulté vient du fait que les jauges situées sur le méplat voient une épaisseur de matière différente en fonction qu'elles soient situées au centre ou sur les bords du méplat (épaisseur visible sur la figure 2.14). Or, plus l'épaisseur de matière entre les contacts billes/chemin et la jauge est grande, plus l'amplitude de la déformation mesurée est atténuée. Les amplitudes A_1 ne sont donc pas constantes sur le méplat. Le même type de phénomène s'applique à la déformation globale et les coefficients A_0 ne sont pas constants le long du méplat. Une seconde difficulté vient du fait que le signal n'est pas un sinus pur mais est composé d'harmoniques supplémentaires. Pour ces raisons, cette méthodologie d'obtention d'une grandeur représentant la zone de charge de la rangée considérée au niveau du méplat est difficile à mettre en œuvre. De plus, la reconstruction du torseur à partir des signaux représentant l'amplitude des déformations locales par méplat n'a pas encore été abordée (Fig. 2.15). L'objectif de cette thèse est de solutionner les problèmes rencontrés au niveau de la validité du modèle (2.4) et de proposer une méthode permettant de reconstruire le torseur.

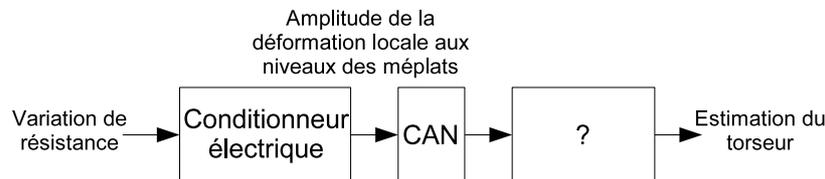


FIGURE 2.15 – *Solution SNR*. Les variations de résistances sont traduites en un ensemble d'amplitudes représentant localement la zone de charge au niveau de chaque rangée et de chaque méplat. Le passage de ces amplitudes au torseur d'effort n'est pas solutionné.

2.3.3.3 Conditionnements électriques des signaux utilisés lors des expériences

Les déformations du roulement génèrent une variation de résistance des jauges (effet piézorésistif). L'objectif du conditionnement des signaux est de traduire cette variation de résistance, qui est proportionnelle à la variation de déformation, en une tension numérisable. Nous distinguons deux types de conditionnement : le conditionnement utilisé expérimentalement et le conditionnement qui sera industrialisé.

Architecture expérimentale en quart-de-pont Les variations de résistance sont traduites en tension numérisable à partir d'un premier étage de conditionnement basé sur un pont de Wheatstone [Hoffmann, 1989]. L'architecture choisie est celle d'un quart-de-pont (Fig. 2.16). La tension de déséquilibre de ce pont est proportionnelle à la déformation vue par la jauge. Elle est amplifiée puis numérisée. Elle constitue le signal de mesure associé à la jauge considérée et est exprimé en $\mu V/V$. L'inconvénient majeur de ce type de conditionnement réside dans sa grande sensibilité aux effets de la température. L'avantage est de pouvoir disposer de mesures brutes.

Architecture envisagée pour le capteur série en demi-pont Nous avons vu que l'inconvénient majeur du conditionnement en quart-de-pont résidait dans sa sensibilité à la température. De même, le principe de conditionnement des signaux initialement prévu par SNR a été présenté dans la section 2.3.3. L'utilisation de la boucle de courant d'Anderson et d'amplificateur opérationnel permettait alors de réaliser des opérations sur les signaux aux bornes des jauges afin d'obtenir des signaux en quadrature. La même démarche est envisagée mais en réalisant des soustractions deux-à-deux des signaux issus des jauges. Les méplats du roulement prototype sont instrumentés par quatre jauges. Le modèle (2.4), même si il est imparfait, donne une bonne représentation des signaux aux bornes des jauges. Considérons les quatre signaux de jauges (qui sont distantes les unes des autres d'un angle de $\pi/2Z$) :

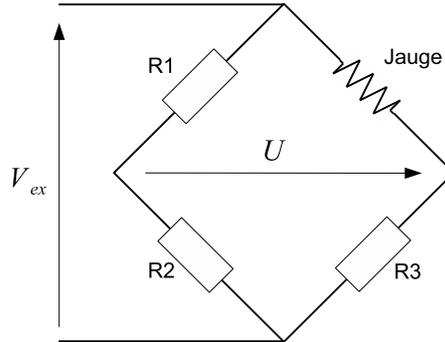


FIGURE 2.16 – Architecture quart-de-pont. La jauge de déformation est montée dans un pont de Wheatstone. Les trois autres résistances ne sont pas soumises à la déformation. Lorsque la résistance aux bornes de la jauge varie, la tension de déséquilibre V du pont varie elle aussi de manière proportionnelle. C'est cette tension que l'on va mesurer.

$$\begin{aligned}
 y_1 &\approx A_1 \cdot \cos(\phi^p - Z\theta_1) + A_0 + \mu \\
 y_2 &\approx A_1 \cdot \cos\left(\phi^p - Z\theta_1 - \frac{\pi}{2}\right) + A_0 + \mu \\
 y_3 &\approx A_1 \cdot \cos(\phi^p - Z\theta_1 - \pi) + A_0 + \mu \\
 y_4 &\approx A_1 \cdot \cos\left(\phi^p - Z\theta_1 - \frac{3\pi}{2}\right) + A_0 + \mu
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Lorsque l'on réalise les différences deux-à-deux de ces signaux, on obtient les signaux de mesure suivants :

$$\begin{aligned}
 y'_1 = y_1 - y_2 &\approx \sqrt{2}A_1 \cdot \cos\left(\phi^p - Z\theta_1 + \frac{\pi}{4}\right) \\
 y'_2 = y_2 - y_3 &\approx \sqrt{2}A_1 \cdot \cos\left(\phi^p - Z\theta_1 - \frac{\pi}{4}\right) \\
 y'_3 = y_3 - y_4 &\approx \sqrt{2}A_1 \cdot \cos\left(\phi^p - Z\theta_1 - \frac{3\pi}{4}\right)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

L'avantage de ces signaux est qu'ils sont beaucoup moins sensibles aux dérives μ et aux déformations A_0 . Le fait de réaliser les différences entre les signaux de deux jauges s'apparente à une structure en demi-pont. Par la suite, ces signaux seront qualifiés de signaux en demi-pont.

2.3.3.4 Conclusion sur le conditionnement

Dans cette thèse, nous allons considérer les deux types de signaux : les signaux quart-de-pont et les signaux demi-pont. Les signaux quart-de-pont permettent de comprendre les différentes démonstrations puisqu'ils correspondent à une déformation mesurée. Les signaux demi-pont représentent une différence de déformation et sont à ce titre à peu près proches de la physique du roulement. En revanche, ils sont peu sensibles à la température et la déformation globale A_0 . Ce sont ces signaux que l'on utilisera pour la reconstruction du torseur.

Toute la démarche de modélisation qui sera présentée dans cette thèse peut s'appliquer de la même manière aux signaux de jauge conditionnés en quart-de-pont ou aux signaux conditionnés en demi-pont. Les différents exemples et les différentes courbes seront donnés en majorité pour les signaux quart-de-pont. Les différents résultats numériques seront donnés pour les deux types de conditionnement.

2.3.4 Conclusion

La mesure d'effort sur roulement est un problème relativement nouveau intéressant plus particulièrement les industriels. Le choix technologique fait par SNR est la mesure de déformation sur la bague extérieure

du roulement. L'instrumentation est réalisée dans le but de mesurer plus particulièrement la déformation locale, image des forces de contact billes/bague extérieure. Cette déformation dépend des positions des billes sous la jauge considérée et a donc un fort caractère cyclique dû à la rotation des billes. L'amplitude de cette déformation est une image des forces de contact transmises par les billes passant sous la jauge. En mesurant ces déformations en plusieurs endroits de la bague extérieure, nous obtenons une image des deux zones de charges et des deux rangées. Ces zones de charges représentent l'effort transmis par le roulement.

Une première approche a été réalisée par SNR [Lavoye, 2005][Duret et Blanchin, 2005] dans le but d'extraire les amplitudes des signaux de jauge en les rendant indépendants des positions des billes et des dérives liées aux effets de la température. La limite de cette approche est la non validité de l'hypothèse supposant que les caractéristiques des déformations sont constantes le long d'un méplat. De plus, le lien entre l'amplitude que l'on obtiendrait, en supposant ces problèmes résolus, et les composantes du torseur n'a pas été abordé.

La démarche proposée dans cette thèse consiste à développer un modèle représentant le lien entre les composantes du torseur et les signaux de mesure. Ce modèle devra aussi intégrer la dépendance des signaux vis-à-vis des positions des billes. Ce modèle, que l'on peut qualifier de direct, sera dans un second temps inversé afin d'obtenir une estimation des composantes du torseur en fonction des signaux de mesure. Ces différents développements se baseront en grande partie sur l'utilisation de données expérimentales obtenues sur le banc d'essais **BEEF**. Cette démarche est l'objet de la section suivante.

2.4 Démarche expérimentale mise en œuvre

2.4.1 Problématique générale

Dans le cadre du développement du roulement capteur d'effort, SNR s'est doté du banc d'effort **BEEF** permettant d'appliquer au roulement trois efforts indépendants (annexe A). Ce banc permet d'appliquer des efforts statiques et de mettre la bague intérieure en rotation à vitesse constante. Le roulement prototype utilisé est instrumenté par 32 jauges réparties sur les deux rangées $\rho 1$ et $\rho 2$ (Fig. 2.17).

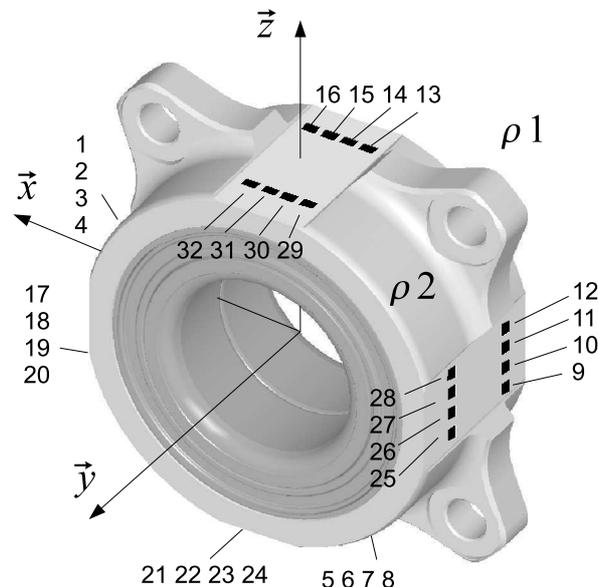


FIGURE 2.17 – Roulement prototype instrumenté. Les jauges sont numérotées dans le sens trigonométrique en commençant par la rangée $\rho 1$.

Cette thèse se base en grande partie sur l'exploitation des expériences réalisables sur ce banc. En effet, les modèles de déformation de roulement actuellement disponible ne sont ni suffisamment rapides,

en terme de temps de calcul, ni suffisamment précis pour permettre d'obtenir des données utilisables. Par opposition, l'utilisation du banc **BEEF** permet d'obtenir rapidement des données réelles sur le comportement du roulement instrumenté.

L'objectif de cette thèse est d'une part d'obtenir un modèle direct permettant de déduire les signaux de mesure des composantes du torseur et d'autre part de déterminer une méthode permettant d'inverser ce modèle. Nous avons vu dans la section 2.3.2 que les déformations dépendaient fortement des positions des billes. Nous avons donc deux familles de variables agissant sur les signaux de mesure : les composantes du torseur et les positions des billes. Le caractère cyclique des signaux vis-à-vis des billes suggère l'utilisation de l'analyse spectrale. En effet, pour peu que le roulement tourne à une vitesse constante, le passage du domaine temporel au domaine fréquentiel permet d'obtenir une représentation des signaux indépendante des positions des billes. La périodicité des signaux temporels vis-à-vis des positions de billes nous permettra de les décrire comme une série de Fourier paramétrée en ϕ^ρ (position des billes de la rangée ρ). La section 2.4.2 nous permettra de présenter la problématique de l'analyse spectrale utilisée dans le but d'obtenir une description harmonique des signaux de mesure. Puis nous présenterons dans la section 2.4.3, la démarche expérimentale permettant le développement des modèles explicitant le lien entre les différentes représentations harmoniques et l'effort. Enfin, la section 2.4.4 nous permettra de présenter la méthode utilisée pour rendre les données expérimentales indépendantes des effets de température qui constituent la principale grandeur d'influence.

2.4.2 Analyse spectrale du signal

2.4.2.1 Objectif de l'analyse spectrale des essais

Afin d'étudier les caractéristiques harmoniques des signaux par l'intermédiaire de l'analyse spectrale, il est nécessaire de se ramener, autant que faire se peut, dans un cas où les signaux sont stationnaires. Pour cela, nous effectuerons des essais à charge et vitesse constantes. Dans ce cas, les cycles de variation des signaux se traduisent par la présence de fréquences observables sur les représentations spectrales des signaux. Certaines de ces fréquences correspondent au signal du passage des billes et d'autres correspondent à des phénomènes générés par les défauts du roulement (voir la section 1.3.5 du chapitre 1). Par exemple, les défauts de circularité de la bague intérieure généreront des phénomènes aux fréquences multiple de sa vitesse de rotation. Il existe en fait trois cycles distincts, respectivement associés à la rotation de la bague intérieure et aux rotations des deux rangées de billes. Nous rappelons à cette occasion que les vitesses de rotation des deux rangées de billes peuvent être différentes en raison des variations des angles de contact.

Au cours des essais réalisés, seule la vitesse de rotation de la bague intérieure est commandable par le banc. Les rangées de billes sont entraînées par cette rotation et leurs vitesses sont de ce fait non maîtrisées. Ceci implique que les trois cycles principaux seront présents en même temps dans les signaux expérimentaux ce qui nécessite de prendre quelques précautions. En effet, il se peut que les fréquences caractéristiques de ces cycles soient très proches l'une de l'autre, notamment en ce qui concerne les fréquences des deux rangées de billes qui tournent pratiquement à la même vitesse. Il sera alors nécessaire de vérifier que la séparation fréquentielle obtenue à partir de la durée d'acquisition et du type de fenêtrage n'implique pas de superposition spectrale des différents phénomènes. L'objectif est de déduire des signaux obtenus pour un essai donné, une représentation harmonique des signaux de jauge y_j (2.10).

$$y_j = \sum_h Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^\rho} \quad (2.10)$$

Avec Y_{jh} le coefficient de Fourier associé à l'harmonique h et la jauge j

La problématique de l'analyse spectrale est d'obtenir une estimation des coefficients Y_{jh} suffisamment précise. Ces coefficients, représentant la forme des signaux, dépendent de l'effort. Nous allons donc effectuer une série d'essais pour différents efforts afin d'obtenir les différents coefficients Y_{jh} associés aux différents cas de charge.

2.4.2.2 Vitesse de rotation de la broche

La vitesse de rotation de la broche doit être choisie de manière à respecter trois contraintes :

- La fréquence de coupure des filtres anti-repliement du dispositif d'acquisition peut être réglée sur trois valeurs : 10Hz, 100Hz et 1000Hz. La fréquence fondamentale du signal du passage des billes ainsi que les harmoniques prépondérantes ne doivent pas être coupées par ces filtres.
- La vitesse de rotation ne doit pas être trop élevée pour ne pas atteindre les modes propres du banc.
- Une faible vitesse de rotation ne doit pas rendre excessive la durée d'acquisition nécessaire à l'obtention d'une bonne résolution fréquentielle (en rapport avec la valeur des fréquences fondamentales).

Une vitesse de rotation de la broche de 150tr/min offre un bon compromis. L'application numérique de la relation (1.4) du chapitre 1 nous permet de calculer théoriquement la vitesse de rotation des rangées de billes et donc la fréquence du passage des billes. Pour une vitesse de rotation de la bague intérieure de 150tr/min, nous obtenons, pour le roulement étudié, une fréquence théorique de rotation de la rangée de billes d'environ 1.02Hz ce qui correspond à une fréquence de passage des billes d'environ 13.24Hz (chaque rangée du roulement prototype comporte 13 billes). Ainsi, les sept premières harmoniques du passage des billes seront situées en dessous de la fréquence de coupure de 100Hz. Cette vitesse de rotation correspond à une vitesse de véhicule d'environ 17km/h.

2.4.2.3 Paramètres d'acquisition

La durée d'acquisition choisie est de 20s, cette fenêtre permet d'obtenir environ 260 cycles de bille et 20 cycles de cage. La fréquence d'acquisition choisie est de 500Hz, fréquence permettant de respecter le critère de Shannon et d'obtenir une représentation temporelle des signaux suffisamment riche.

2.4.3 Caractéristiques des essais permettant l'étude du comportement du roulement avec l'effort

L'analyse du caractère cyclique des signaux impose d'effectuer des essais à charge constante. Afin de caractériser le comportement du roulement avec l'effort, il est nécessaire d'effectuer ces essais pour différents cas de charge. La variation des coefficients de Fourier Y_{jh} du signal des billes obtenus par l'analyse spectrale entre ces différents essais traduira l'influence du torseur transmis par le roulement sur la forme de ce signal. Nous allons donc effectuer une série d'essais à charge constante en balayant différentes combinaisons d'effort. Le banc d'essais permet d'appliquer trois types d'effort : F_y , F_z et M_z . Les plages d'efforts correspondantes sont discrétisées suivant (2.11) et toutes les combinaisons sont testées suivant l'ordre donné par le tableau 2.3. Cet ensemble T_c d'essais sera utilisé pour le calibrage des modèles que l'on développera.

$$\begin{aligned}
 F_y &\rightarrow [-400 \quad -200 \quad 0 \quad 200 \quad 400] \text{daN} \\
 F_z &\rightarrow [-400 \quad -200 \quad 0 \quad 200 \quad 400] \text{daN} \\
 M_z &\rightarrow [-50 \quad -37.5 \quad -25 \quad -12.5 \quad 0 \quad 12.5 \quad 25 \quad 37.5 \quad 50] \text{daN.m}
 \end{aligned}
 \tag{2.11}$$

Cas de charge de calibrage		
F_y (daN)	F_z (daN)	M_z (daN.m)
0	0	0
-400	-400	-50
-200	-400	-50
...
400	-200	-50
0	0	0
-400	0	-50
...
400	400	50

TABLE 2.3 – Les différents cas de charge appliqués au roulement lors de la session d'essais. Pour les essais de calibrage, on incrémente F_y , puis F_z et enfin M_z

Ces essais de calibrage sont complétés par un ensemble T_v d'essais de validation dont les cas de charge correspondants sont tirés aléatoirement dans l'espace des efforts réalisables sur le banc (Tab. 2.4). Il permettrons de confronter les modèles à des cas de charge hors calibrage.

Cas de charge de validation		
F_y (daN)	F_z (daN)	M_z (daN.m)
-144	68	16
65	-12	40
...
-121	-65	-12

TABLE 2.4 – Cas de charge, tirés aléatoirement, correspondants aux essais de validation

Remarque : le banc BEEF est équipé d'une cellule d'effort 6-axes pouvant être utilisée comme référence. L'inconvénient est que son étendue de mesure est petite par rapport aux efforts significatifs qu'il est nécessaire d'appliquer au roulement. Ainsi, seuls 49 des essais de calibrage (sur 225) entrent dans cette étendue de mesure. Nous faisons donc le choix de considérer la valeur d'effort de consigne comme référence. Les erreurs statiques constatées (l'erreur moyenne sur toute la durée de l'essai), pour les essais respectant la plage de mesure, entre les efforts de consigne et les efforts mesurés par la cellule sont d'environ 4daN pour F_y , 1daN pour F_z et 0.5daN.m pour M_z . En revanche, les battements de la broche génèrent des fluctuations d'efforts au cours d'un essai qui sont en moyenne de ± 10 daN sur F_y , de ± 7 daN pour F_z et ± 1 daN.m pour M_z .

2.4.4 Problématique des dérives de signaux liées à la température

2.4.4.1 Effets de la température

La température a une influence majeure sur la déformation de la bague extérieure du roulement. En effet, l'augmentation de la température au sein de la matière est synonyme d'augmentation de l'agitation atomique. Pour les matériaux classiques, comme l'acier, cette variation provoque l'augmentation de la distance moyenne entre atomes, il y a donc dilatation.

Dans son environnement véhicule, le roulement de roue est soumis à de nombreuses sources de chaleur : énergie dissipée dans les contacts billes/bagues, énergie dissipée par le freinage sous forme de rayonnement thermique ou de conduction via le disque de frein. La température de fonctionnement standard en surface de la bague extérieure se situe au environ de 60-80°C (pour une température extérieure de 15-20°C) et peut monter au delà des 100°C pour des sollicitations extrêmes. Sachant que le coefficient de dilatation de l'acier est d'environ 11ppm/°C¹, l'ordre de grandeur des déformations dues à la température entre

1. ppm : parties par million

le moment où le roulement est froid et le moment où il est à la température de fonctionnement peut atteindre plus de 600ppm. Sur le banc d'essais, le roulement n'est pas soumis à toutes ces sources de chaleur. Néanmoins, sa température peut évoluer en fonction de la dissipation d'énergie dans les contacts billes/bagues et de la variation de la température du local abritant le banc d'essais.

La dilatation thermique des différents éléments du roulement a deux impacts principaux. Premièrement, le champ de déformation vu par les capteurs présente une composante de dilation qui s'ajoute au signal lié aux forces de contact. Sa dynamique, plutôt lente vis-à-vis des autres variables, est liée aux constantes de temps thermiques du roulement et de son environnement. Le second impact non négligeable est la variation des côtes dimensionnelles du roulement qui peut générer une variation de la précharge. Cette variation influe directement sur l'intensité des forces de contact appliquées à la bague extérieure (chapitre 1), modifiant ainsi la déformation mesurée. Cette composante vient perturber le signal périodique du passage des billes.

Afin de s'affranchir au maximum des phénomènes liés à la température, nous allons prendre quelques précautions vis-à-vis du protocole expérimental. Tout d'abord, avant d'effectuer les essais, le roulement sera mis en rotation sous charge afin de le mettre en température de fonctionnement ; le but étant d'étudier le comportement du roulement stabilisé en température et en précharge. Hélas, le local abritant le banc d'essais n'est pas thermo-régulé et les constantes de temps de l'ensemble du dispositif d'essais liées à la température peuvent être très importantes. Afin de constater les effets liés à ces phénomènes plus lents, un ensemble T_r d'essais de référence seront réalisés à charge nulle et à intervalles de temps réguliers. L'objectif est d'utiliser ces essais de référence pour compenser les dérives lentes des signaux.

2.4.4.2 Compensation des dérives de température pour l'exploitation des expériences

Lors des différentes sessions d'essais, des essais de référence sont réalisés à charge nulle pour constater les dérives long terme notamment dues aux effets de la température. Les données de ces essais permettent de constater la variation des valeurs moyennes des signaux qui sont indépendantes de l'effort. La figure 2.18 nous montre l'évolution dans le temps des valeurs moyennes des signaux, obtenues pour les essais de référence, de l'ensemble des jauges (32 courbes au total).

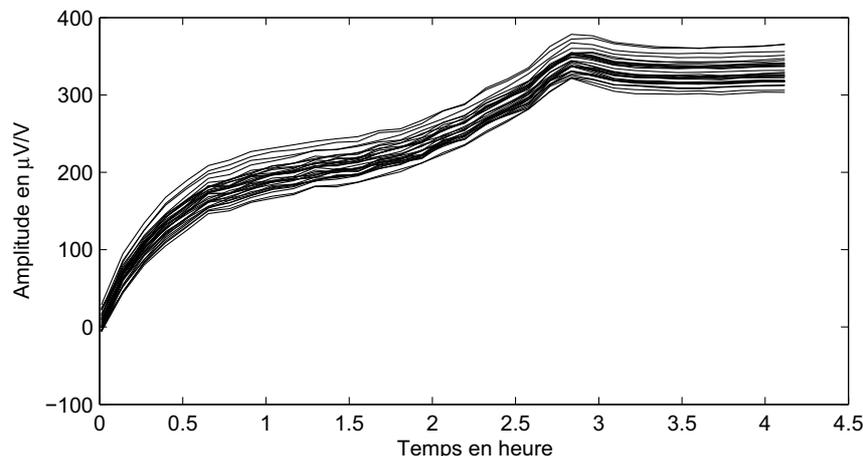


FIGURE 2.18 – Dérives temporelles des valeurs moyennes constatées pour l'ensemble des jauges conditionnées en quart-pont sur les essais de référence.

La première remarque à faire concerne l'amplitude de ces évolutions : entre 300 et 400 $\mu\text{V}/\text{V}$. Ces amplitudes sont très importantes pour des essais réalisés dans des conditions expérimentales. On peut s'attendre à voir des évolutions beaucoup plus marquées sur véhicule à cause des raisons évoquées dans la section 2.4.4.1. La seconde remarque est que ces évolutions ne semblent pas se stabiliser. Plusieurs explications sont possibles. Tout d'abord, rappelons que entre chaque essais de référence, une série de cas de charge est appliqué au roulement. La charge appliquée au roulement et donc la déperdition d'énergie

ne sont pas constantes, ce qui fait que l'on ne peut pas dire que les courbes correspondent à un régime transitoire. Une autre raison vient du fait que la pièce abritant le banc d'essais n'est pas thermo-régulée, les constantes de temps de l'ensemble du dispositif d'essais liées à la température peuvent être très importantes.

La dernière remarque, et non des moindres, est la forte corrélation entre les différentes évolutions des différentes jauges. Ces évolutions sont clairement induites par un même phénomène, au premier ordre tout du moins. La figure 2.19 nous montre la corrélation entre les dérivées de chaque jauge. La corrélation entre les différentes jauges est au pire égale à 0.997. Les corrélations maximales sont obtenues pour les jauges appartenant à la même céramique (les jauges 1,...,4 par exemples). Nous pouvons donc envisager une fonction de rejet des dérivées liées à la température en considérant le conditionnement en demi-pont présenté dans la section 2.3.3.3.

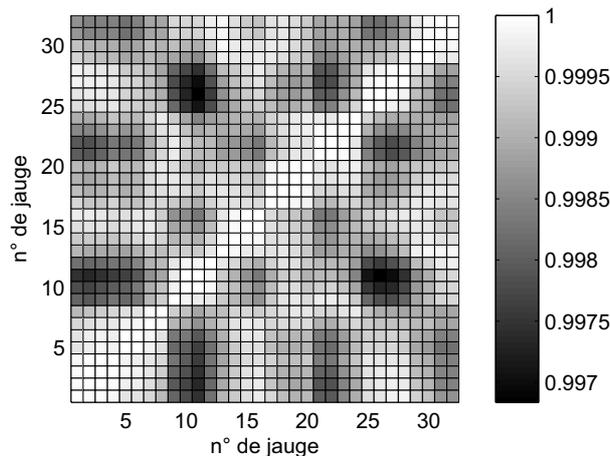


FIGURE 2.19 – Corrélation des dérivées de valeurs moyennes sur l'ensemble des jauges conditionnées en quart-de-pont. Les numéros de jauge sont décrits sur la figure 2.17.

Nous souhaitons obtenir des données expérimentales avec des valeurs moyennes corrigées. Pour cela, il suffit d'interpoler les valeurs moyennes obtenues pour les essais de référence afin d'obtenir une valeur de correction à appliquer aux essais de calibration et de validation. La figure 2.20 illustre ce principe de correction appliqué à la jauge n°1.

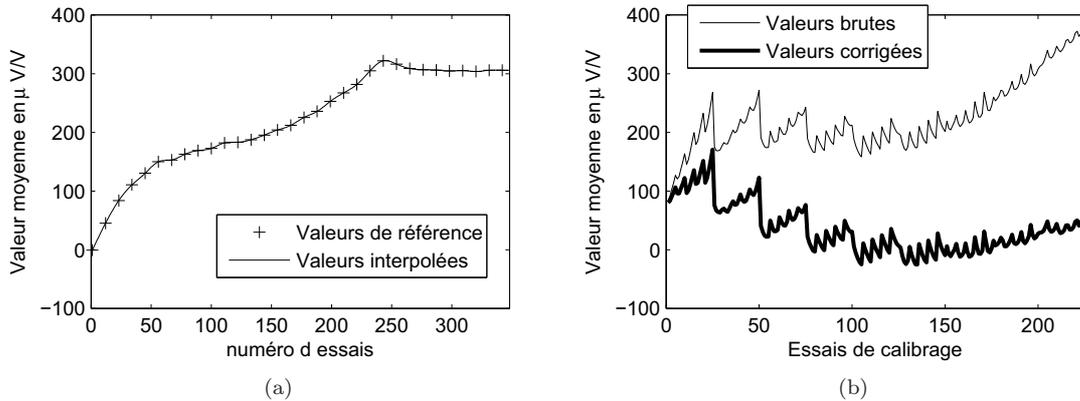


FIGURE 2.20 – La figure (a) nous montre l'interpolation des données de référence afin d'obtenir les valeurs de correction à appliquer à l'ensemble des essais. La figure (b) nous montre les valeurs moyennes obtenues pour les essais de calibrage avant et après correction des dérives. Ainsi nous obtenons des signaux ne dépendant plus que de l'effort.

Les dérives pour les signaux en demi-pont sont beaucoup plus faibles (Fig.2.21). Ceci montre que le principe de conditionnement retenu permet de rejeter la majeure partie des dérives lentes liés à la température.

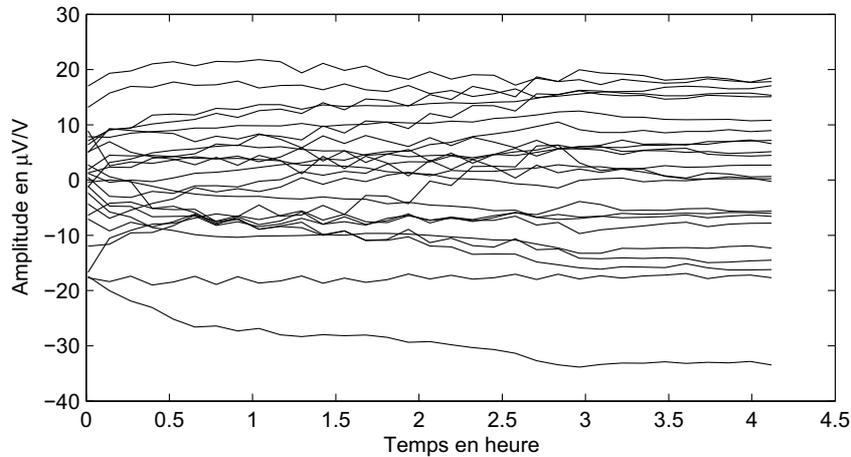


FIGURE 2.21 – Dérives temporelles des valeurs moyennes constatées pour l'ensemble des jauges conditionnées en demi-pont sur les essais de référence.

2.4.5 Synthèse de la démarche expérimentale

La démarche expérimentale consiste en premier lieu à réaliser des essais permettant d'obtenir une description des signaux indépendante des positions des billes. L'objectif est d'obtenir, pour chacun des essais réalisés, une représentation des signaux de jauges y_j sous la forme d'une série de Fourier paramétrée en ϕ^ρ (pour une jauge appartenant à la rangée ρ) :

$$y_j = \sum_h Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^\rho} \quad (2.12)$$

Avec Y_{jh} les coefficients de Fourier associé

Pour cela nous devons réaliser des essais à charge constante de telle sorte que les coefficients Y_{jh} obtenus pour un essai donné soient associés au cas de charge appliqué au roulement. La seconde phase d'analyse consiste à réaliser ce paramétrage du modèle harmonique pour un ensemble d'essais composé des essais de calibration T_c , correspondant à quadrillage systématique des effort et des essais de validation T_v dont les cas de charge sont obtenus par tirage aléatoire. Enfin, des essais de référence, correspondant à une charge nulle, sont intercalés à intervalles réguliers afin de pouvoir en déduire une compensation des dérives de signaux.

La séquence d'essais est illustrée par la figure 2.22 et donnée par le tableau (2.5).

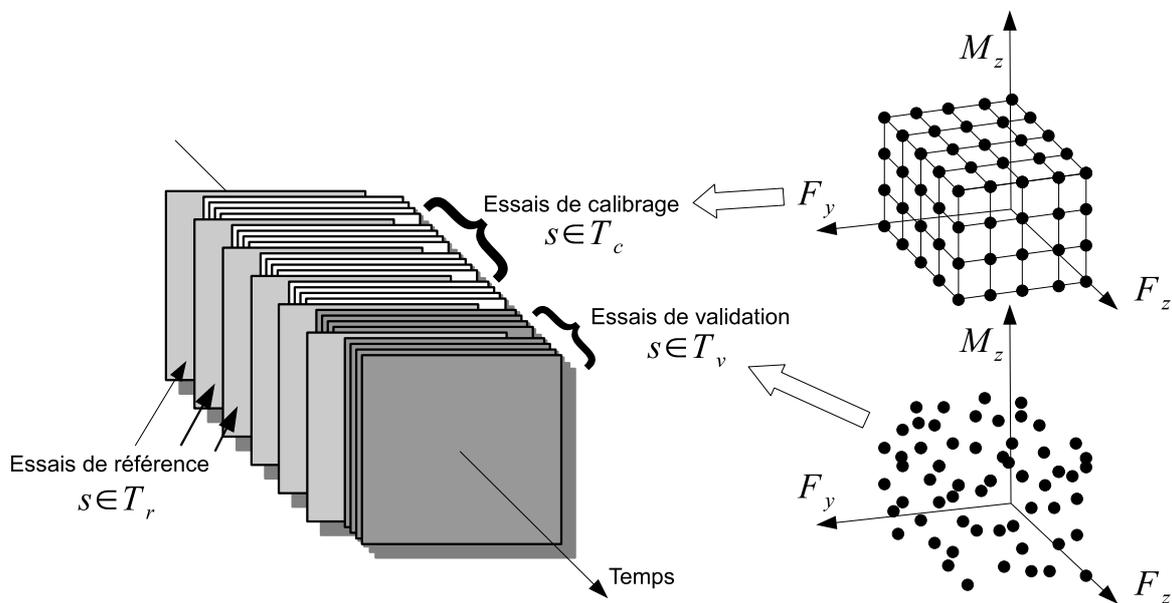


FIGURE 2.22 – Organisation de la séquence d'essais. La première partie des essais est utilisée pour calibration des différents modèles qui seront développés. Les cas de charge correspondant à ces essais de calibration sont obtenus en réalisant un quadrillage des différentes combinaisons (F_y, F_z, M_z) . La seconde partie des essais est composée d'essais de validation. Les cas de charge associés sont tirés aléatoirement. Enfin, des essais de référence (réalisé à charge nulle) sont intercalés à intervalle régulier dans la séquence d'essais.

N° d'essai	F_y (daN)	F_z (daN)	M_z (daN.m)
Cas de charge de calibrage			
1(Ref)	0	0	0
2	-400	-400	-50
3	-200	-400	-50
...
11	400	-200	-50
12(Ref)	0	0	0
13	-400	0	-50
...
248	400	400	50
Cas de charge de validation			
249	-144	68	16
...
258	-121	-65	-12

TABLE 2.5 – Les différents cas de charge appliqués au roulement lors de la session d'essais complète.

2.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre nous a permis de présenter la problématique générale de conception d'un système de mesure. En particulier dans cette thèse, nous nous intéressons à la conception des lois de manipulation des signaux, l'instrumentation du roulement étant figée. Pour rappel, le système correspondant au roulement instrumenté est donné par la figure 2.23.

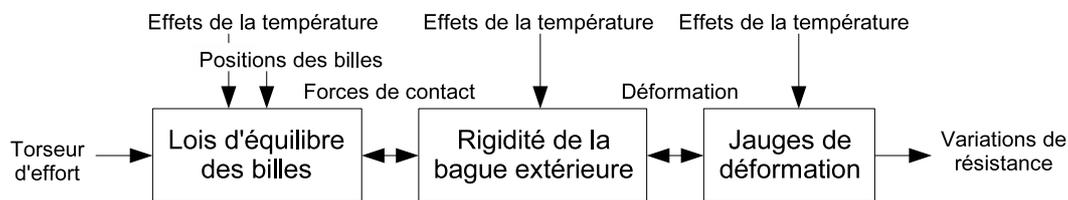


FIGURE 2.23 – Le roulement instrumenté

La démarche de conception des lois de manipulation va être de définir un modèle direct permettant de relier les composantes du torseur et les positions des billes aux signaux de mesure (les variations de résistance). Ce modèle va ensuite être inversé afin d'estimer les composantes du torseur appliqué au roulement en fonction des signaux de mesure (Fig. 2.24).

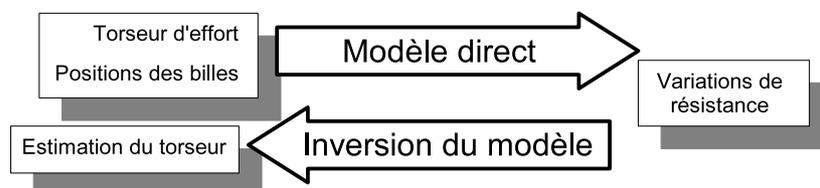


FIGURE 2.24 – Principe de conception des lois de manipulation des signaux de mesure. Une première étape consiste à modéliser le lien entre le torseur, les positions de billes et les signaux de mesure. La seconde étape consiste à inverser ce modèle afin d'estimer le torseur en fonction des signaux de mesure.

Le modèle direct doit prendre en compte les dépendances des signaux de mesure avec d'une part les composantes du torseur et d'autre part les positions des billes. La démarche de modélisation consiste à

décrire ces signaux par une série de Fourier paramétrée en fonction des positions des billes ϕ^ρ (2.13). Ainsi, le lien entre les signaux et le torseur est contenu dans les coefficients Y_{jh} et le lien avec la position des billes ϕ^ρ , pour une jauge instrumentant la rangée ρ , est contenu dans le terme $e^{ih\phi^\rho}$. Cette démarche va être effectuée parallèlement avec les signaux quart-de-pont et les signaux demi-pont.

$$y_j = \sum_h Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^\rho} \quad (2.13)$$

$$Y_{jh} = f(\Gamma) \quad (2.14)$$

Le travail de modélisation consiste alors à trouver la fonction reliant les composantes du torseur aux coefficients Y_{jh} (2.14). Pour cela, nous allons utiliser des données expérimentales. L'analyse spectrale nous permettra d'obtenir, pour chacun des essais, une estimation des coefficients Y_{jh} . Ces essais étant réalisés pour différents cas de charge, on pourra développer un modèle de calcul des coefficients Y_{jh} à partir du torseur et le calibrer à partir des données expérimentales. L'estimation du torseur sera alors développée sur la base du modèle direct.

Chapitre 3

Modélisation harmonique du signal de jauge

Résumé du chapitre

Ce chapitre a pour objectif de traiter la dépendance des signaux de jauge vis-à-vis des positions angulaires des billes ϕ^p . Après avoir décrit physiquement les phénomènes observables sur les représentations fréquentielles des signaux, nous allons modéliser ces signaux par des séries de Fourier paramétrées en ϕ^p . Les erreurs inhérentes à cette modélisation ainsi que la participation de chacune des harmoniques seront quantifiées.

Sommaire

3.1	Introduction	64
3.2	Descriptions physiques des signaux de jauge	65
3.2.1	Description temporelle des signaux de jauges	65
3.2.2	Description fréquentielle des signaux de jauges	66
3.2.2.1	Allure générale du spectre en fréquence	66
3.2.2.2	Harmoniques du signal des billes	67
3.2.2.3	Harmoniques liées aux défauts de billes	68
3.2.2.4	Harmoniques liées aux défauts de bague intérieure	70
3.2.2.5	Conclusion	71
3.3	Modélisation du signal des billes	72
3.3.1	Problématique	72
3.3.2	Influence d'une rangée sur l'autre	73
3.3.3	Calibrage du modèle harmonique	74
3.3.4	Visualisation des résultats	75
3.3.4.1	Visualisation temporelle	75
3.3.4.2	Visualisation Fréquentielle	76
3.3.5	Conclusion	76
3.4	Représentativité du modèle harmonique	77
3.4.1	Démarche d'analyse	77
3.4.2	Energies moyennes des signaux	77
3.4.3	Caractéristiques des phénomènes non modélisés	79
3.4.3.1	Choix des Caractéristiques	79
3.4.3.2	Résultats	79
3.4.4	Caractéristiques du signal des billes	81
3.4.5	Conclusion	83
3.5	Conclusion du chapitre	83

3.1 Introduction

Dans l'optique de modéliser le lien entre les signaux de jauges et les composantes du torseur d'effort, il est nécessaire d'analyser et de comprendre la nature des déformations mesurées. Cette démarche est d'autant plus importante que les mécanismes qui génèrent la déformation en surface de la bague extérieure sont complexes. En effet, les corps d'épreuve classiques sont directement soumis aux composantes d'effort que l'on souhaite mesurer. De plus, ces efforts sont généralement appliqués en des points fixes. La problématique est toute autre dans le cas où le corps d'épreuve est la bague extérieure d'un roulement. Tout d'abord, la bague n'est pas directement soumise aux composantes d'effort que l'on souhaite mesurer mais à une décomposition de celles-ci sous la forme d'un ensemble de forces de contact (voir chapitre 1). De plus, les points d'application de ces forces, les contacts billes/chemin, bougent à cause de la rotation des billes autour de l'axe du roulement. Ainsi, les déformations mesurées dépendent non seulement des composantes d'effort mais aussi des positions des billes. La dépendance des signaux de jauge vis-à-vis des positions des billes est périodique. En effet, lorsque les billes sont en rotation, elles se retrouvent périodiquement dans la même configuration angulaire : une bille est successivement remplacée par la suivante et ainsi de suite. La déformation mesurée par une jauge subit alors une variation cyclique dépendant de la position des billes passant sous elle. Ce signal alternatif est appelé "signal des billes", il est d'amplitude maximale lorsqu'une bille se trouve sous la jauge et minimale lorsque deux billes se trouvent de part et d'autre de la jauge. Dans l'hypothèse où seules les positions de billes varient, l'effort est alors considéré constant, les signaux peuvent être décrits par des séries de Fourier fonction de la position des billes ϕ^p (pour une jauge appartenant à la rangée p) :

$$y_j = \sum_{h=-\infty}^{\infty} Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^p} + b_j \quad (3.1)$$

Avec Y_{jh} les coefficients de Fourier associés et b_j le bruit du modèle harmonique

Les coefficients de Fourier correspondant à ces séries peuvent être obtenus expérimentalement à partir des signaux de jauge temporels. En faisant l'hypothèse que durant un essai, les rangées de billes tournent à vitesse constante et que le torseur appliqué est lui aussi constant, il est possible d'associer la périodicité des signaux à des fréquences caractéristiques multiples de la fréquence des billes. Les coefficients de Fourier du modèle (3.1) correspondent alors aux coefficients de Fourier, associés aux fréquences caractéristiques, obtenus en réalisant la transformée de Fourier des signaux temporels. Ces coefficients définissent la forme du signal des billes. Ils dépendent donc du torseur d'effort Γ appliqué au roulement (3.2). Ce chapitre est consacré au modèle harmonique, le lien entre le torseur Γ et les coefficients de Fourier Y_{jh} sera l'objet des chapitres 4 et 5.

$$Y_{jh} = f(\Gamma) \quad (3.2)$$

La déformation est composée d'autres phénomènes que le signal de bille. Nous avons vu dans le chapitre 1 que les différents éléments du roulement n'étaient pas exempts de défauts. La bague intérieure n'étant pas parfaitement circulaire et les billes n'étant pas toutes de même taille, les billes se retrouvent plus ou moins écrasées entre les bagues selon la position des défauts. Ceci provoque une fluctuation des forces de contact. Or ce sont les forces de contact qui génèrent les déformations et leurs fluctuations se retrouvent inévitablement dans les signaux mesurés. Ces fluctuations qui ne seront pas modélisées constitueront un premier niveau de bruit de modélisation caractérisé l'erreur b_j .

La démarche expérimentale est de réaliser une série d'essais statiques permettant l'analyse fréquentielle des signaux. Après avoir décrit, dans la section 3.2, les différents phénomènes physiques visibles dans les spectres, nous établirons le modèle harmonique dans la section 3.3. Nous utiliserons alors, dans la section 3.4, l'ensemble T_c des essais de calibrage pour caractériser les erreurs du modèles harmoniques ainsi que la part de chacune des harmoniques dans les signaux.

3.2 Descriptions physiques des signaux de jauge

3.2.1 Description temporelle des signaux de jauges

Une première analyse peut être réalisée sur les essais à charge nulle (essai n°1 par exemple). Le roulement étant préchargé, les forces de contact sont d'intensités suffisantes pour obtenir un premier aperçu du caractère cyclique du signal. La figure 3.1 nous montre l'allure du signal temporel de la jauge n°1 que l'on obtient expérimentalement.

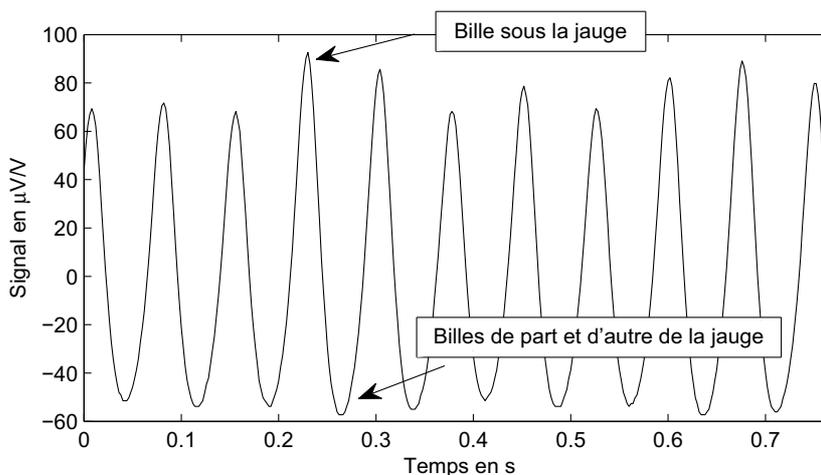


FIGURE 3.1 – Signal temporel issu de la jauge n°1 pour un essai à charge nulle. Le signal est constitué principalement d'une composante périodique. Cette périodicité est perturbée par les fluctuations des forces de contact liées aux défauts géométriques. Ceci génère une variation des valeurs maximales et minimales du signal.

Ce signal temporel est composé en grande majorité d'une composante périodique quasi-sinusoidale : le signal de passage des billes. Le moment où cette composante est maximale correspond au moment où la bille se trouve sous la jauge (Fig. 3.2) alors que le moment où cette composante est minimale correspond au moment où les billes se trouvent de part et d'autre de la jauge (Fig. 3.3).

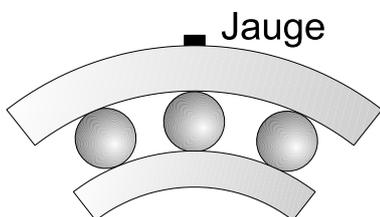


FIGURE 3.2 – Bille sous la jauge

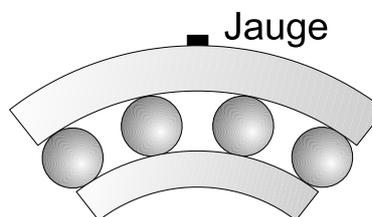


FIGURE 3.3 – Billes de part et d'autre de la jauge

Ce signal n'est pas parfaitement périodique. Des perturbations de la périodicité sont facilement visibles au niveau des valeurs maximales et minimales du signal qui varient au cours du temps. Elles sont dues aux fluctuations des forces de contact induites par les défauts géométriques du roulement. Ces perturbations peuvent être décrites comme une modulation du signal des billes. La figure 3.4 illustre le principe de modulation pour un défaut provenant de la bague intérieure.

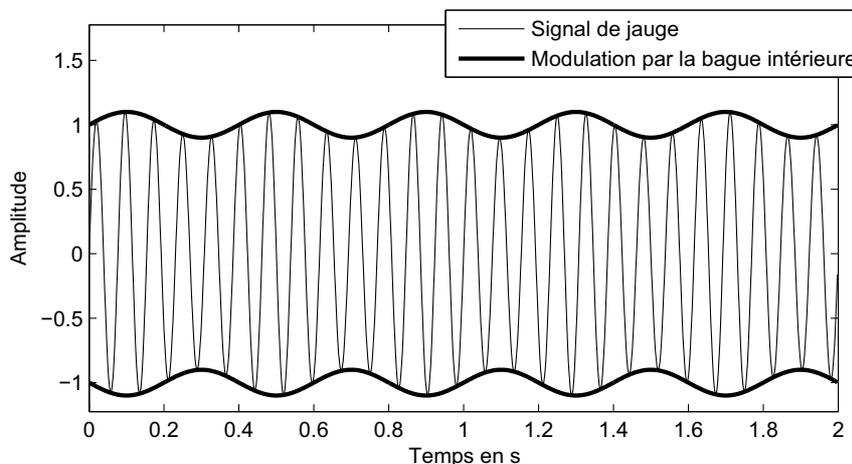


FIGURE 3.4 – Illustration de la modulation du signal des billes par un défaut de la bague intérieure. La période de cette modulation correspond à la période de rotation de la bague intérieure.

3.2.2 Description fréquentielle des signaux de jauges

3.2.2.1 Allure générale du spectre en fréquence

Lors des essais, la bague intérieure qui tourne à vitesse constante entraîne les rangées de bille en rotation à vitesse supposée constante. De plus, le torseur appliqué au roulement est lui aussi supposé constant. Ceci se traduit par l'apparition de pics, dans les spectres des signaux, localisés aux fréquences multiples de la fréquence du passage des billes. Les essais sont réalisés pour une vitesse de consigne de bague intérieure de 150tr/min. La relation (1.4) du chapitre 1 permet de calculer la vitesse Ω_c de rotation de la cage pour un angle de contact nominal α_0 égal à 32° (3.3).

$$\Omega_c = \frac{150}{2} \left(1 - \frac{\cos(32) \times 11,906}{54,5} \right) = 61,1 \text{ tr/min} \quad (3.3)$$

La fréquence de passage des billes est égale à Z fois la fréquence de rotation de la cage. Le roulement utilisé comporte 13 billes par rangée. Ainsi, pour une vitesse de bague intérieure de 150tr/min, nous obtenons une fréquence théorique de bille de 13.24Hz. La figure 3.5 nous montre le spectre du signal de la jauge n°1 obtenu à partir d'une acquisition pondérée par une fenêtre de Hann qui offre un bon compromis entre séparation fréquentielle et respect des amplitudes [Etique et Mudry, 2006]. On remarque la présence de deux pics principaux aux alentours de 13 et 27Hz. Ces pics correspondent aux première et deuxième harmoniques du signal du passage des billes, la troisième harmonique est visible aux alentours de 40Hz.

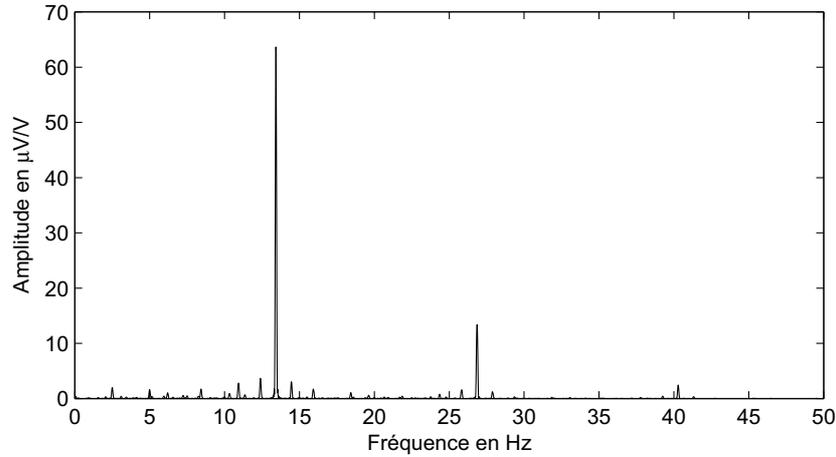


FIGURE 3.5 – Spectre du signal de jauge n°1 obtenu pour un essai à charge nulle

La figure 3.6 est un zoom de la figure 3.5 mettant en valeur les pics de faibles amplitudes. On remarque que ceux-ci sont nombreux et d'amplitudes faibles en comparaison à celle de la première harmonique du signal de billes. Ils sont plutôt situés dans les basses fréquences. On remarque que la partie du spectre comprise entre 60 et 100Hz est quasiment vide alors que la fréquence de coupure du filtre anti-repliement est de 100Hz.

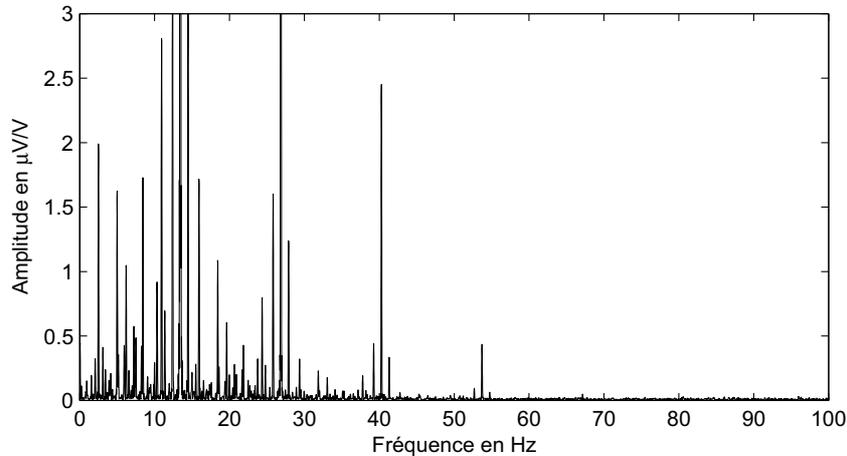


FIGURE 3.6 – Spectre du signal de jauge n°1, zoom de la figure 3.5

3.2.2.2 Harmoniques du signal des billes

Le signal des billes d'une jauge située au droit de la rangée n° ρ , notée y_j^b , est périodique par rapport à la position des billes ϕ^ρ . Cette composante de la déformation mesurée peut s'écrire sous la forme d'une série de Fourier paramétrée en ϕ^ρ (3.4).

$$y_j^b = \sum_{h=-\infty}^{\infty} Y_{jh}(\Gamma) \cdot e^{ih\phi^\rho} \quad (3.4)$$

Avec Y_{jh} les coefficients de Fourier associés dépendant du torseur Γ

Les harmoniques correspondantes, pour la jauge n°1, sont visibles sur la figure 3.7.

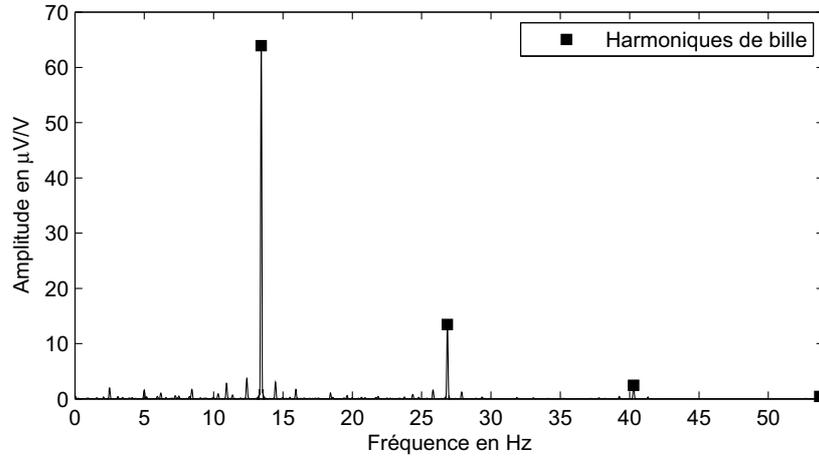


FIGURE 3.7 – Harmoniques du signal des billes de la jauge n°1 pour un essai à charge nulle

3.2.2.3 Harmoniques liées aux défauts de billes

A cause des aléas de fabrication, les billes ne sont pas toutes de même diamètre. Ainsi, chaque bille se trouve écrasée de manière différente entre les deux bagues. Les forces de contact, liées à l'écrasement des billes, sont donc différentes d'une bille à l'autre. Ces défauts génèrent une signature propre à la rangée de billes : toutes les billes ne génèrent pas la même déformation lorsqu'elles passent sous une jauge. Cette signature, notée $y^{\varepsilon b}$, est périodique du tour de rangée de bille et peut être décrite par une série de Fourier paramétrée en θ_ρ^c (angle de cage de la rangée n° ρ) avec Y_{jq}^c les coefficients de Fourier associés (3.5). Les harmoniques correspondant à cette signature sont représentées par des carrés sur les figures 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12.

$$y_j^{\varepsilon b}(\theta_\rho^c) = \sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0[Z]}}^{\infty} Y_{jq}^c e^{iq\theta_\rho^c} \quad (3.5)$$

avec Y_{jq}^c les coefficients de Fourier associés

Remarque : Les harmoniques vérifiant $q = 0[Z]$ ne font pas partie de ce signal car elles correspondent en fait au signal du passage des billes. En effet, d'après la définition de ϕ^ρ , les harmoniques de cage, liées à l'angle θ_ρ^c , d'ordre $q = [Z]$ correspondent aux harmoniques de bille d'ordre $h = q/Z$.

Le signal total y_j^c lié à la rotation de la cage est la somme du signal du passage des billes et du signal propre aux défauts de billes. On peut l'écrire comme une unique série de Fourier paramétrée en θ_ρ^c en séparant les harmoniques dont les ordres q sont multiples du nombre de billes Z des autres harmoniques.

$$y_j^c(\theta_\rho^c) = \underbrace{\sum_{\substack{q=-\infty \\ q=0[Z]}}^{\infty} Y_{jq}^b \cdot e^{iq\theta_\rho^c}}_{\text{Signal de bille}} + \underbrace{\sum_{\substack{q=-\infty \\ q \neq 0[Z]}}^{\infty} Y_{jq}^c \cdot e^{iq\theta_\rho^c}}_{\text{Défauts de bille}} \quad (3.6)$$

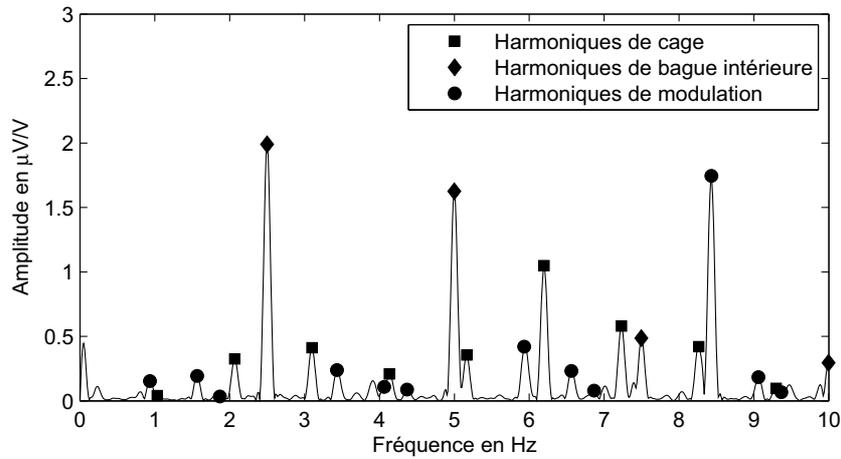


FIGURE 3.8 – Spectre du signal de la jauge n°1 entre 0Hz et 10Hz pour un essai à charge nulle

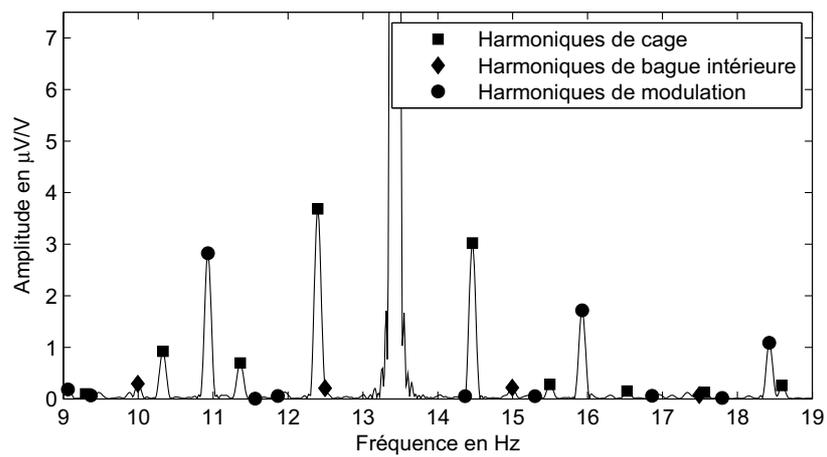


FIGURE 3.9 – Spectre du signal de la jauge n°1 entre 9Hz et 19Hz pour un essai à charge nulle

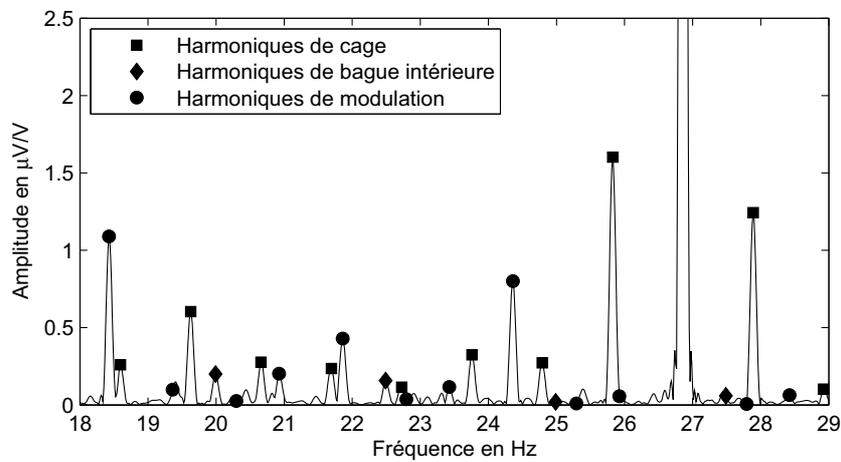


FIGURE 3.10 – Spectre du signal de la jauge n°1 entre 18Hz et 29Hz pour un essai à charge nulle

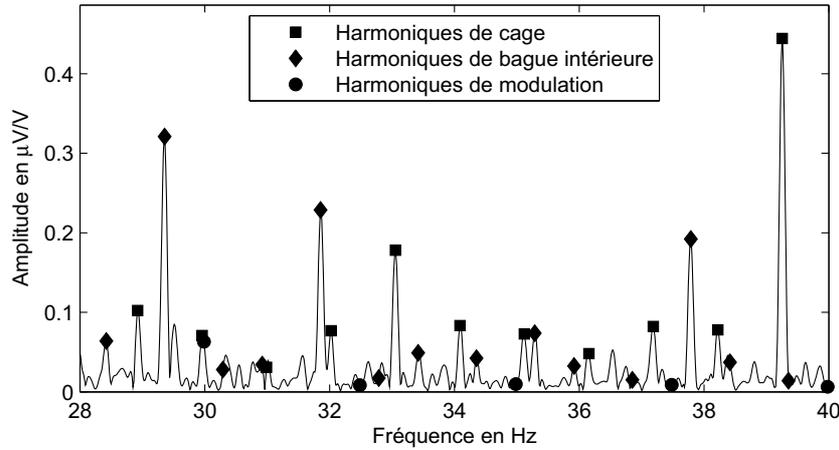


FIGURE 3.11 – Spectre du signal de la jauge n°1 entre 28Hz et 40Hz pour un essai à charge nulle

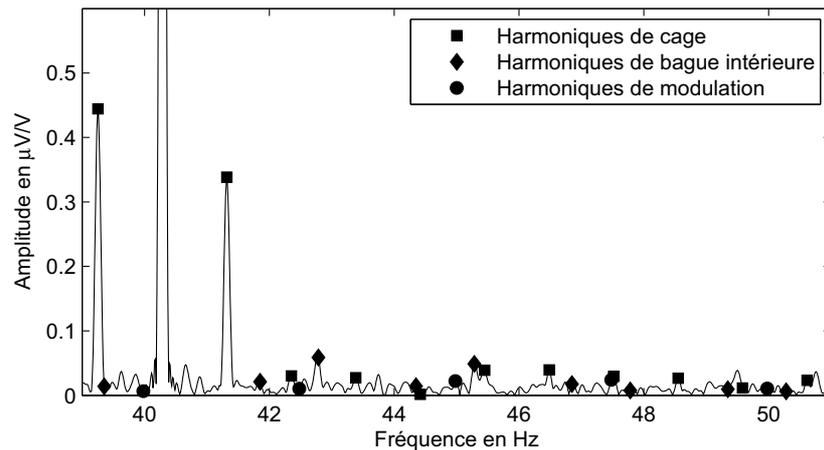


FIGURE 3.12 – Spectre du signal de la jauge n°1 entre 39Hz et 51Hz pour un essai à charge nulle

3.2.2.4 Harmoniques liées aux défauts de bague intérieure

Nous avons vu dans le chapitre 1 que les chemins pouvaient ne pas être parfaitement circulaires, en particulier les chemins de la bague intérieure. Ces irrégularités génèrent un rétrécissement ou un agrandissement de la distance inter-chemins dépendant de la position angulaire de la bague intérieure paramétrée en θ^i . La conséquence est une fluctuation des forces de contact impactant la déformation mesurée. Elle dépend à la fois de la position de la bague intérieure, définissant la position des défauts, et de la position des billes, définissant la position des forces de contact. Cette composante de déformation fonction des défauts de la bague intérieure peut s'exprimer comme une somme d'harmoniques paramétrées en ϕ^p et θ^i (3.7). On distingue les harmoniques de bague intérieure ne dépendant pas de la position des billes ($h=0$) des autres harmoniques dites de modulation. Ces harmoniques sont représentées sur les figures 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12.

$$y_j^i(\phi^p, \theta^i) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} Y_{hqj}^i \cdot e^{i(h\phi^p + q\theta^i)} \quad (3.7)$$

avec Y_{hqj}^i les coefficients de Fourier associés

Exemple : la figure 3.13 nous montre une bague intérieure ovale dont le défaut de circularité peut être représenté par une harmonique de rang 2. Le repère $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ est attaché à la bague intérieure. On peut définir le défaut d'ovalité par une variation du rayon R_i de la bague intérieure paramétrée en θ et définie dans le repère de la bague intérieure (3.8).

$$r_i(\theta) = r_{i0} + \delta_i \sin(2\theta) \quad (3.8)$$

Avec δ_i l'amplitude du défaut et r_{i0} le rayon moyen

Aux niveaux des bosses de la bague intérieure, les billes ont tendance à être plus écrasées qu'aux niveaux des creux. Les forces de contact billes/bague extérieure, dépendant de ces écrasements, varient donc en fonction de la position de la bague intérieure. Lors de la rotation de la bague intérieure, ce défaut de bague intérieure tourne et vient moduler le signal des billes aux fréquences de modulation f_m :

$$f_m = \frac{1}{2\pi} (h\dot{\phi}_\rho \pm 2\dot{\theta}^i) \quad (3.9)$$

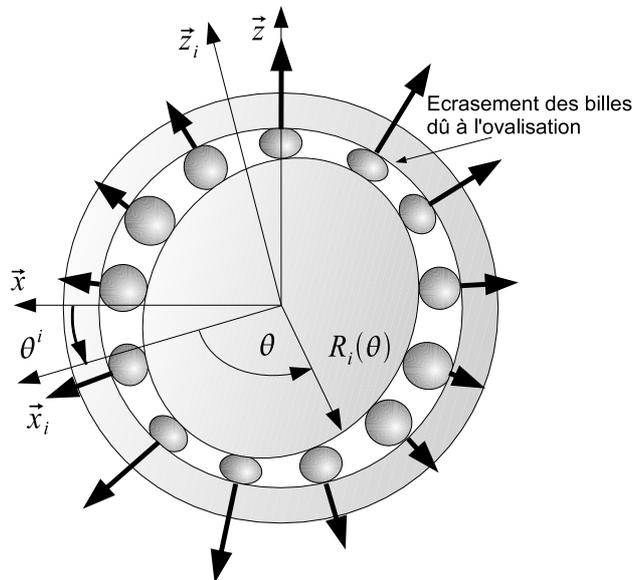


FIGURE 3.13 – Influence de l'ovalisation sur l'écrasement des billes impactant les forces de contact. Il existe deux zones diamétralement opposées où les billes sont relativement comprimées et deux zones où les billes sont relativement déchargées.

3.2.2.5 Conclusion

Les représentations spectrales nous ont montré sur un exemple la prépondérance du signal des billes qui s'exprime par un ensemble d'harmoniques dont les fréquences sont multiples de la fréquence fondamentale du passage des billes. La première harmonique de bille est la plus importante et on observe une décroissance rapide de l'amplitude des harmoniques d'ordres supérieurs telle que la quatrième soit d'amplitude négligeable. Hélas, d'autres phénomènes sont présents dans le signal. En effet, les défauts géométriques du roulement font que les billes subissent un écrasement variable dépendant de la configuration angulaire de la bague intérieure et de la cage. Cette variation d'écrasement se traduit, de part la rigidité des contacts billes/bagues, par une variation des forces de contact. Les déformations mesurées par les jauges, fonction des forces de contact, présentent alors des caractéristiques spectrales où l'on retrouve différentes combinaisons des fréquences de rotation de cage et de bague intérieure. Wensing présente dans [Wensing, 1998] un récapitulatif des principales fréquences d'excitation propres au roulement, susceptibles

d'être présentes dans les signaux de déformation. Ces fréquences sont décrites dans le tableau 3.1. Ce sont celles que l'on retrouve dans les spectres des figures 3.8, 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12.

Type	Fréquence
Harmoniques de billes	$hf^b = hZf^c$
Harmoniques de cage	qf^c avec $q \neq 0[Z]$
Harmoniques de bague intérieure	qf^i
Modulation du signal des billes par la bague intérieure	$hf^b \pm qf^i$

TABLE 3.1 – Fréquences caractéristiques susceptibles d'être présentes dans les signaux de jauge. Avec f^b la fréquence du passage des billes, f^c la fréquence de rotation de la cage (Z fois plus petite que celle des billes) et f^i la fréquence de rotation de la bague intérieure.

L'objectif est d'utiliser les signaux de jauges afin de reconstruire les composantes du torseur appliqué au roulement. Pour cela, nous allons développer un modèle permettant de relier les composantes d'effort aux signaux de jauge en prenant en compte la dépendance des signaux vis-à-vis des positions de bille ϕ^ρ . La démarche de modélisation ne prend pas en compte les différentes harmoniques liées aux défauts géométriques. Ces harmoniques constitueront une partie du bruit de modélisation et viendront, bien entendu, perturber l'estimation des composantes du torseur.

3.3 Modélisation du signal des billes

3.3.1 Problématique

Ce chapitre concerne la modélisation de la dépendance des signaux de jauge vis-à-vis des positions de billes ϕ^ρ . Nous validerons dans la section 3.3.2 l'hypothèse posée par SNR selon laquelle une jauge située au droit d'une rangée n'est pas sensible au passage des billes de l'autre rangée. En effet, le signal d'une jauge appartenant à la rangée $\rho 1$, par exemple, dépend *a priori* des deux angles de billes $\phi^{\rho 1}$ et $\phi^{\rho 2}$. Nous montrerons que nous pouvons négliger la dépendance vis-à-vis de l'angle des billes de la rangée opposée à celle instrumentée par la jauge. Nous pouvons donc écrire le signal de jauge uniquement en fonction de la position des billes propre à la rangée instrumentée. Nous avons vu dans la section 3.2 que le signal de jauge était composé d'un certain nombre d'harmoniques pouvant être classées dans les catégories suivantes : harmoniques de billes, harmoniques de cage, harmoniques de bague intérieure et harmoniques de modulation. Dans le cas où le roulement aurait une géométrie parfaite, les harmoniques de cage, de bague intérieure et de modulation, n'existeraient pas. En effet, ces harmoniques sont le résultat de différents défauts de fabrication. **La démarche de modélisation va être de considérer ces harmoniques comme du bruit afin de ne pas introduire de paramètre dans le modèle susceptible de varier d'un roulement à l'autre.** Ce bruit va dans un premier temps être caractérisé expérimentalement pour un roulement donné ayant des défauts géométriques donnés. Le modèle harmonique est donné pour la jauge n° j appartenant à la rangée n° ρ sous la forme d'une série de Fourier paramétrée en ϕ_ρ (3.10). Les coefficients de Fourier Y_{jh} , définissant la forme du signal des billes, dépendent du torseur Γ transmis par le roulement .

$$y_j(\phi^\rho, \Gamma) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} Y_{jh}(\Gamma) \cdot e^{ih\phi^\rho} + b_j \quad (3.10)$$

Avec b_j le bruit de modélisation

Nous allons présenter dans la section 3.3.3 une méthode permettant l'identification des coefficients Y_{jh} pour chacun des essais. Nous verrons alors que les coefficients $Y_{jh}^{\phi_0}$ calculés à partir des données expérimentales sont déphasés par rapport aux coefficients Y_{jh} du modèle en raison des positions initiales des billes ϕ_0^ρ aux débuts des essais. Ces positions ϕ_0^ρ sont non mesurées, elles sont inconnues. Néanmoins

nous pourrons quantifier, dans la section 3.4, l'erreur b_j pour chacun des essais et ainsi évaluer l'importance des harmoniques non-prises en compte dans le signal.

3.3.2 Influence d'une rangée sur l'autre

La déformation mesurée par une jauge dépend potentiellement de l'ensemble des forces appliquées au roulement. **L'hypothèse posée par SNR est qu'une jauge située au niveau d'une des rangées ne voit pas la déformation liée au passage des billes de l'autre rangée.** Dans le but de vérifier cette hypothèse, nous allons considérer un essai dont le cas de charge présente des caractéristiques particulières. Lors des essais, les signaux des billes des deux rangées apparaissent aux fréquences $f_{\rho 1}^b$ et $f_{\rho 2}^b$ suivant la rangée considérée. Si on regarde le signal d'une jauge appartenant à la seconde rangée, alors l'influence de la première rangée apparaîtra à la fréquence $f_{\rho 1}^b$. Certains essais présentent naturellement une différence marquée entre $f_{\rho 1}^b$ et $f_{\rho 2}^b$. Tous les cas de charge où la force axiale est importante présentent cette caractéristiques car la valeur moyenne de l'angle de contact, pilotant le rapport de vitesse entre cage et bague intérieure, dépend principalement de cette force. Ainsi, en regardant le spectre d'une jauge de la seconde rangée, nous pourrions distinguer les deux fréquences correspondant aux signaux provenant de la première et de la seconde rangée. En choisissant judicieusement le cas de charge, on peut obtenir le fait que les billes passant sous la jauge de la première rangée transmettent des forces de contact importantes et que les billes passant sous la jauge de la deuxième soient complètement déchargées. L'impact du passage des billes de la première rangée sera alors maximale pour la jauge appartenant à la seconde rangée.

Un des cas de charge répondant à ces caractéristiques est la composition d'une force axiale avec un couple. L'essai n°13 (voir tableau 2.5) vérifie ces conditions, le cas de charge est : $F_y = -400\text{daN}$, $F_z = 0\text{daN}$ et $M_z = -50\text{daN.m}$. La figure 3.14 représente ce cas de charge avec les jauges n°2 et n°18 appartenant respectivement à la première et à la seconde rangée.

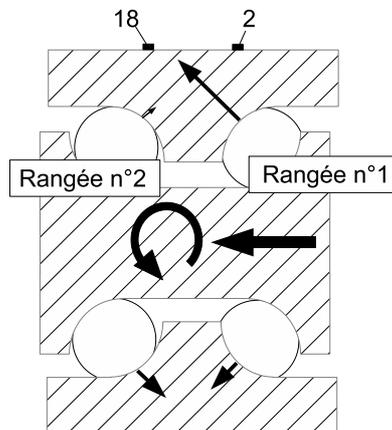


FIGURE 3.14 – Représentation du cas de charge permettant de caractériser l'influence d'une rangée sur l'autre. Les forces de contact transmises par les billes de la première rangée sont très importantes au niveau des jauges maximisant l'impact sur la jauge de la seconde rangée.

La figure 3.15 nous montre les spectres des deux jauges obtenus à partir des signaux expérimentaux. La jauge de la première rangée présente un pic important, synonyme de forces de contact importantes dans la zone de la jauge. Le pic, situé à la même fréquence, du spectre de la deuxième jauge est de très faible amplitude (rapport de 1 pour 300). Ce pic représente l'influence du passage des billes de la première rangée sur le signal de la jauge n°18 instrumentant la seconde rangée. On peut donc conclure que l'hypothèse posée par SNR est vérifiée.

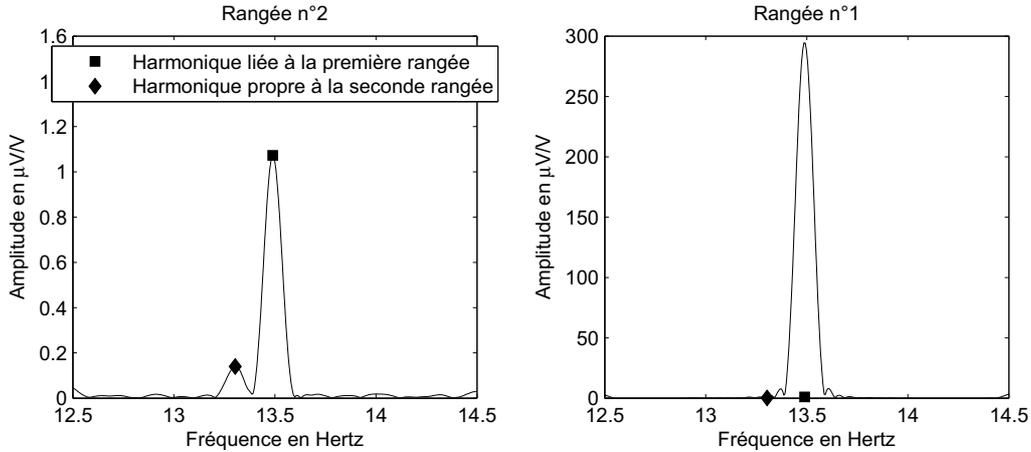


FIGURE 3.15 – Spectres de deux jauges appartenant respectivement à la seconde et à la première rangée. L'harmonique liée au passage des billes de la première rangée a une amplitude d'environ $1\mu V/V$ pour la jauge appartenant à seconde rangée contre $300\mu V/V$ pour la jauge appartenant à la première rangée. L'atténuation liée au passage d'une rangée à l'autre est donc de $1/300$.

3.3.3 Calibrage du modèle harmonique

Nous disposons d'un modèle paramétrique décrivant les signaux. Les méthodes hautes résolutions permettent d'identifier les paramètres du modèle en se basant sur des considérations spectrales [de Coulon, 1998]. Les essais sont réalisés à charge supposée constante. Ainsi, pour chaque essai, les coefficients Y_{jh} du modèle harmonique sont considérés constants. De plus, la vitesse de la bague intérieure est elle aussi supposée constante. Les cages, entraînées par la rotation de la bague intérieure, ont des vitesses elles aussi considérées constantes de telle sorte que l'on peut définir, pour chaque rangée ρ et chaque essai, la fréquence de passage des billes f_ρ^b . Les positions des billes ϕ^ρ peuvent s'écrire, pour un essai donné et aux instants d'échantillonnage nT_e , en fonction des fréquences des billes f_ρ^b :

$$\phi^\rho[n] = \phi_0^\rho + 2\pi f_\rho^b \cdot nT_e \quad (3.11)$$

Avec ϕ_0^ρ la position des billes au début de l'essai considéré

Le modèle (3.10) peut s'écrire en fonction des instants d'échantillonnage (3.12). Afin d'obtenir l'écriture standard d'une transformée de Fourier inverse, nous avons dû introduire les coefficients $Y_{jh}^{\phi_0}$ déphasés par rapport aux coefficients Y_{jh} .

$$y_j[n] = \sum_{h=-\infty}^{\infty} Y_{jh}^{\phi_0} \cdot e^{ih(2\pi f_\rho^b \cdot nT_e)} + b_j[n] \quad (3.12)$$

$$\text{Avec } Y_{jh}^{\phi_0} = Y_{jh} \cdot e^{ih\phi_0^\rho}$$

Dans un premier temps, nous allons paramétrer le modèle harmonique essai par essai. Chaque essai va faire l'objet d'une procédure d'optimisation visant à calculer les fréquences fondamentales f_ρ^b et les coefficients de Fourier $\hat{Y}_{jh}^{\phi_0}$ expliquant le mieux les données expérimentales au sens des moindres carrés [Kundu et Nandi, 2004]. La fréquence fondamentale calculée est commune à toutes les jauges instrumentant la même rangée. Elle doit donc être calculée en considérant l'ensemble des signaux correspondant. Cette optimisation se fait dans le but de minimiser un critère quadratique sur les résidus de modélisation. Pour la rangée ρ , les résidus du modèle harmonique sont donnés par (3.13) et le critère à minimiser est donné par (3.14).

$$\tilde{y}_j[n] = y_j[n] - \sum_{h=-\infty}^{\infty} \hat{Y}_{jh}^{\phi 0} \cdot e^{ih(2\pi \hat{f}_\rho^b \cdot nT_e)} \quad (3.13)$$

$$C_\rho = \frac{1}{N_\rho \cdot N_s} \sum_{j \in J_\rho} \sum_{n=1}^{N_n} \tilde{y}_j[n]^2 \quad (3.14)$$

Avec N_ρ le nombre de jauge de la rangée ρ et N_s le nombre d'échantillons par essai

L'annexe D détaille la méthode permettant de calculer, pour la rangée ρ et l'essai considéré, les paramètres \hat{f}_ρ^b et $\hat{Y}_{jh}^{\phi 0}$ solutions du problème d'optimisation défini par (3.15).

$$\left(\hat{f}_\rho^b, \hat{Y}_{jh}^{\phi 0} \right) = \arg \left\{ \min_{f_\rho^b, Y_{jh}^{\phi 0}} C_\rho \right\} \quad (3.15)$$

Les coefficients de Fourier sont en fait un résultat intermédiaire du processus d'optimisation et peuvent s'exprimer en fonction de \hat{f}_ρ^b une fois que celle-ci est calculée (3.16). Dans cette thèse, le calcul de la fréquence est réalisée en ne considérant que les harmoniques d'ordres 0 et 1.

$$\hat{Y}_{jh}^{\phi 0} = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} y_j[n] \cdot e^{-2\pi i \hat{f}_\rho^b nT_e} \quad (3.16)$$

Remarque : cette méthode d'identification des coefficients de Fourier du modèle harmonique suppose que les signaux sont stationnaires. Or il se peut que les vitesses de rotation des rangées de billes ne soient pas constantes durant l'essai. En effet, les billes sont entraînées en rotation par la rotation de la bague intérieure mais il se peut qu'il y ait à certains instants un peu de glissement provoquant le ralentissement d'une des rangées de billes. L'annexe E traite de ce problème.

3.3.4 Visualisation des résultats

3.3.4.1 Visualisation temporelle

Afin de se rendre compte de la part du signal des billes dans le signal total, nous allons tracer en fonction du temps le signal réel, le signal modélisé ainsi que le signal d'erreur. Nous avons identifié les harmoniques jusqu'à l'ordre 7. La figure 3.16 nous donne les résultats obtenus pour la jauge n°1 et l'essai n°2. L'erreur de modèle harmonique est très faible par rapport au signal et sera quantifiée dans la section 3.4.3.

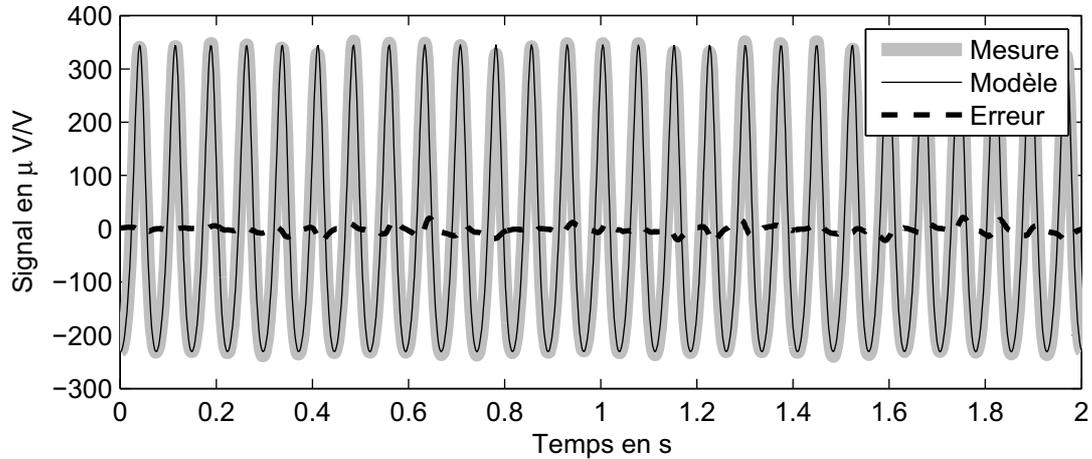


FIGURE 3.16 – Modélisation du signal en ne conservant que le signal des billes. L’erreur est très faible, le signal des billes représente la majeure partie du signal.

3.3.4.2 Visualisation Fréquentielle

La figure 3.17 représente le spectre en fréquence des erreurs de modélisation \tilde{y}_j . On retrouve tous les phénomènes non modélisés décrits dans la section 3.2. Ces phénomènes intervenant aux fréquences caractéristiques du roulement, ils sont situés plutôt dans les basses fréquences. Lorsque la vitesse de rotation de la bague intérieure augmente, ces fréquences s’étalent vers les hautes fréquences.

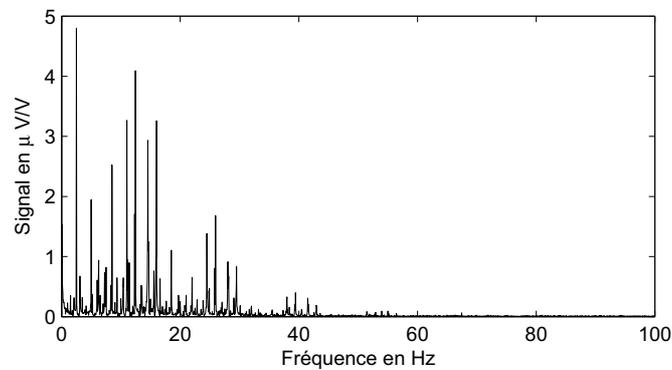


FIGURE 3.17 – Spectre fréquentiel des erreurs du modèle harmonique. Les erreurs sont largement situées dans les basses fréquences et correspondent principalement aux harmoniques de défauts du roulement qui ne sont pas prises en compte.

3.3.5 Conclusion

En conclusion, pour chaque essai s , nous estimons les deux fréquences fondamentales f_ρ^b , associées au deux rangées, et nous calculons les coefficients de Fourier $\hat{Y}_{jh}^{\phi_0^0}$ associés. Ces coefficients sont déphasés par rapport à ceux du modèle harmonique en raison des positions initiales des billes ϕ_0^p qui sont inconnues au début de chaque essai. Néanmoins, nous pourrions caractériser le modèle harmonique dans la section suivante. D’une part, nous pourrions quantifier l’erreur due au fait que l’on ne conserve que le signal de billes. Cette erreur sera alors évaluée en considérant les résidus \tilde{y}_j . Nous savons déjà que les bruits du modèle harmonique ne sont pas blancs et sont plutôt situés dans des fréquences proportionnelles à la vitesse de rotation de la bague intérieure. D’autre part, les résultats obtenus nous permettront de

quantifier l'importance de chacune des harmoniques du signal des billes, ainsi nous pourrons déterminer le nombre d'harmoniques qu'il est nécessaire de prendre en compte. Ces différentes caractéristiques seront explicitées dans la section 3.4.

3.4 Représentativité du modèle harmonique

3.4.1 Démarche d'analyse

Dans la section 3.3, nous avons mis en place la modélisation harmonique des signaux de jauges se basant sur une description en série de Fourier relative aux angles de billes ϕ^ρ . Nous pouvons ainsi évaluer l'erreur commise en ne conservant que le signal des billes. De plus, nous devons choisir le nombre d'harmoniques de ce signal que l'on souhaite prendre en compte. Pour cela, nous évaluerons la participation de chaque harmonique dans le signal en terme d'énergie.

La démarche consiste tout d'abord à définir l'énergie moyenne des signaux (section 3.4.2). Cette énergie va être définie jauge par jauge, on parlera alors de $(y_j)_{moy}^2$, et de manière plus synthétique en considérant l'ensemble des jauges d'une des rangées, on aura alors l'énergie moyenne $(y^\rho)_{moy}^2$. Ces caractéristiques nous serviront de repère pour évaluer l'importance des différents bruits, erreurs et signaux harmoniques dans le signal total. Nous verrons ensuite dans la section 3.4.3 l'importance des phénomènes non modélisés dans le signal. Pour cela, nous définirons l'énergie $(\tilde{y}_j)_{moy}^2$ des résidus du modèle harmonique pour une jauge donnée. De la même manière, on calculera une énergie moyenne $(\tilde{y}^\rho)_{moy}^2$ des erreurs pour les jauges de la rangée ρ . Ces erreurs seront exprimées relativement aux énergies totales des signaux. Enfin, nous analyserons dans la section 3.4.4 l'importance de chacune des harmoniques en considérant leurs énergies moyennes exprimées jauge par jauge par $(\tilde{y}_{jh})_{moy}^2$ et pour la rangée ρ par $(\tilde{y}_h^\rho)_{moy}^2$. Ces énergies nous permettront de déterminer quelles harmoniques peuvent être négligées.

3.4.2 Energies moyennes des signaux

Afin de pouvoir quantifier les différents bruits et erreurs de modélisation de manière relative au signal total, nous allons définir les différentes énergies moyennes des signaux. Ces énergies sont calculées à partir des essais de calibrage. La valeur moyenne des signaux (harmonique d'ordre 0) rentre en compte dans le calcul de l'énergie puisqu'elle contient aussi de l'information. Les origines des valeurs moyennes sont celles que l'on obtient pour une charge nulle (précharge uniquement). En revanche, les dérives liées aux effets de la température sont compensées et n'interviennent pas dans le calcul de l'énergie. Ainsi, pour une jauge donnée j et un essai donnée s , nous définissons l'énergie $(y_{js})_{moy}^2$ par :

$$(y_{js})_{moy}^2 = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} (y_j[n, s])^2 \quad (3.17)$$

Nous pouvons alors réaliser une moyenne $(y_j)_{moy}^2$ des $(y_{js})_{moy}^2$ pour les essais de calibrage et ainsi obtenir l'énergie moyenne $(y^\rho)_{moy}^2$ du signal de la rangée ρ :

$$(y_j)_{moy}^2 = \frac{1}{N_c} \sum_{s \in T_c} (y_{js})_{moy}^2 \quad \text{et} \quad (y^\rho)_{moy}^2 = \frac{1}{N_j^\rho} \sum_{j \in J^\rho} (y_j)_{moy}^2 \quad (3.18)$$

Nous définissons à titre indicatif les énergies maximales $(y_j)_{max}^2$:

$$(y_j)_{max}^2 = \arg \left\{ \max_{s \in T_c} ((y_{js})_{moy}^2) \right\} \quad (3.19)$$

De plus, il est intéressant de caractériser les dérives de signal μ_j obtenues à partir des essais de référence T_r . Pour cela, nous définissons leurs énergies moyennes $(\mu_j)_{moy}^2$:

$$(\mu_j)_{moy}^2 = \frac{1}{N_r} \sum_{s \in T_r} \mu_j^2[s] \quad \text{et} \quad (\mu^\rho)_{moy}^2 = \frac{1}{N_j^\rho} \sum_{j \in J^\rho} (\mu_j)_{moy}^2 \quad (3.20)$$

Ceci nous permet d'obtenir les caractéristiques énergétiques des signaux de jauge (Tab. 3.2).

j	$(y_j)_{moy}$	$(y_j)_{max}$	$(\mu_j)_{moy}$	j	$(y_j)_{moy}$	$(y_j)_{max}$	$(\mu_j)_{moy}$
1	120	305	139	9	127	324	150
2	190	451	143	10	207	490	144
3	187	426	143	11	205	481	154
4	115	282	148	12	128	322	154
5	79.9	197	141	13	89.3	218	146
6	125	286	143	14	135	312	163
7	130	310	137	15	135	307	169
8	88.1	222	151	16	87.1	214	159

TABLE 3.2 – Caractérisation des signaux des jauges de la première rangée conditionnées en quart-de-pont, exprimée en $\mu V/V$. On remarque que les énergies sont en général, plus importantes pour les jauges 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14 et 15 qui sont au centre des méplats. Ceci est dû au fait que l'épaisseur de matière entre les jauges et les billes est plus faible au centre des méplats. De plus on note que les jauges 1-4 et 9-12 ont une énergie plus importante que les jauges 5-8 et 13-16. Ceci vient du fait que le couple M_z charge les zones instrumentées par les jauges 1-4 et 9-12 et que ce sont les couples, par opposition aux forces, qui génèrent les forces de contact d'intensités maximales. De plus, les énergies liées aux dérivées des signaux sont relativement importantes par rapport aux signaux contenant l'information sur l'effort.

Ces caractéristiques nous permettrons de mettre en relief les ordres de grandeurs des bruits et des erreurs de modélisation. Les énergies moyennes des signaux des jauges des deux rangées sont données pour les signaux quart-de-pont par le tableau 3.3.

$(y^{\rho 1})_{moy}$	$(\mu^{\rho 2})_{moy}$	$(y^{\rho 2})_{moy}$	$(\mu^{\rho 2})_{moy}$
140	149	116	150

TABLE 3.3 – Caractéristiques moyennes des signaux de jauge données en $\mu V/V$ pour la première et la deuxième rangées pour les signaux quart-de-pont. On note que les énergies des dérivées sont plus importantes que celles des signaux exploitables.

On note que la seconde rangée, voit en moyenne moins de signal que la première. Les cas de charge appliqués symétriquement aux deux rangées n'expliquent pas ce résultat. Il est probablement dû à la géométrie et au montage du roulement qui eux ne sont pas symétriques. Ces énergies sont données pour les signaux demi-pont par le tableau 3.4. On note que les énergies des dérivées sont nettement atténuées par rapport aux signaux quart-de-pont. Néanmoins, l'énergie exploitable est amplifiée. L'inconvénient est que le nombre de signaux exploitables passe de 32 à 24 selon qu'ils soient exploités en quart-de-pont ou en demi-pont.

$(y^{\rho 1})_{moy}$	$(\mu^{\rho 2})_{moy}$	$(y^{\rho 2})_{moy}$	$(\mu^{\rho 2})_{moy}$
237	9.01	170	6.38

TABLE 3.4 – Caractéristiques moyennes des signaux de jauge données en $\mu V/V$ pour la première et la deuxième rangées pour les signaux demi-pont.

En conclusion, les signaux conditionnés en demi-pont ont une énergie moyenne plus grande que les signaux quart-de-pont ($237\mu V/V$ contre $140\mu V/V$ pour les jauges de la première rangée). De plus, l'énergie moyenne des dérivées des signaux est plus faible pour les signaux demi-pont que les signaux quart-de-pont ($9.01\mu V/V$ contre $149\mu V/V$ pour les jauges de la première rangée). Les signaux demi-pont présente alors un meilleurs rapport signal sur bruit en considérant le bruit lié aux dérivées. Le principe de conditionnement consistant à réaliser les soustractions des signaux de deux jauges côte-à-côte permet de rejeter les dérivées liées aux effets de la température tout en conservant le signal exploitable. Rappelons que les structures classiques de mesure en demi-pont sont basée sur des jauges voyant des déformations opposées.

Par exemple, en collant ces jauges sur les deux faces d'une poutre en flexion. Dans notre cas, ce principe fonctionne du fait que les signaux des billes vues par les deux jauges formant le pont sont déphasés. Ainsi, la soustraction permet de conserver la partie alternative du signal. Nous verrons dans la section 3.4.4 que les harmoniques d'ordres supérieurs ou égales à 1 sont conservées alors que l'harmonique d'ordre 0 (la valeur moyenne) est nettement atténuée tout comme les dérives liées à la température.

3.4.3 Caractéristiques des phénomènes non modélisés

3.4.3.1 Choix des Caractéristiques

La modèle (3.10) a été paramétré par rapport à des essais réalisés sur banc. L'hypothèse de dépouillement des essais qui a été faite est la stationnarité des signaux, ce qui correspond à l'hypothèse que les paramètres du roulement, les vitesses de rotation des cages et le torseur transmis sont constants. L'annexe E nous montre que les vitesses de rotation des billes ne sont pas tout à fait constantes durant les essais. De plus, le torseur appliqué au roulement subit lui aussi des variations dues au battement de la broche. Ces deux phénomènes vont se retrouver dans les résidus du modèle harmonique. Ainsi, les résidus calculés seront la somme des imperfections du modèle avec les imperfections de l'expérience. En les utilisant, les erreurs du modèle harmonique auront tendance à être surévaluées. Pour caractériser l'erreur du modèle harmonique, nous définissons pour un essai et une jauge donnée, l'énergie $(\tilde{y}_{js})^2_{moy}$:

$$(\tilde{y}_{js})^2_{moy} = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} \tilde{y}_j^2[n, s] \quad (3.21)$$

Cette erreur pourra être comparée à l'énergie moyenne du signal $(y_{js})^2_{moy}$ donnée par (3.17). Nous obtenons alors l'erreur relative $(\tilde{y}_{js})\%$ définie par :

$$(\tilde{y}_{js})\% = 100 \cdot \frac{(\tilde{y}_{js})^2_{moy}}{(y_{js})^2_{moy}} \quad (3.22)$$

Afin d'obtenir des valeurs plus synthétiques, nous pouvons définir la variance moyenne $(\tilde{y}_j)^2_{moy}$ des résidus et l'énergie relative $(\tilde{y}_j)\%$ des résidus par rapport à l'énergie moyenne du signal $(y_j)^2_{moy}$. De même, nous définissons pour la rangée ρ , les critères $(\tilde{y}^\rho)_{moy}$ et $(\tilde{y}^\rho)\%$

$$(\tilde{y}_j)^2_{moy} = \frac{1}{N_c} \sum_{s \in T_c} (\tilde{y}_{js})^2_{moy} \quad \text{et} \quad (\tilde{y}_j)\% = 100 \cdot \frac{(\tilde{y}_j)^2_{moy}}{(y_j)^2_{moy}} \quad (3.23)$$

$$(\tilde{y}^\rho)^2_{moy} = \frac{1}{N_\rho} \sum_{j \in J_\rho} (\tilde{y}_j)^2_{moy} \quad \text{et} \quad (\tilde{y}^\rho)\% = 100 \cdot \frac{(\tilde{y}^\rho)^2_{moy}}{(y^\rho)^2_{moy}} \quad (3.24)$$

3.4.3.2 Résultats

La figure 3.18 nous montre d'une part les résidus du modèle harmonique, calculés pour la jauge n°1 pour chacun des essais de calibrage et d'autre part l'énergie totale du signal. On peut en déduire que les erreurs, liées au modèle harmonique, dépendent du cas de charge et plus particulièrement de l'énergie du signal des billes (différence entre l'énergie totale et l'énergie des résidus).

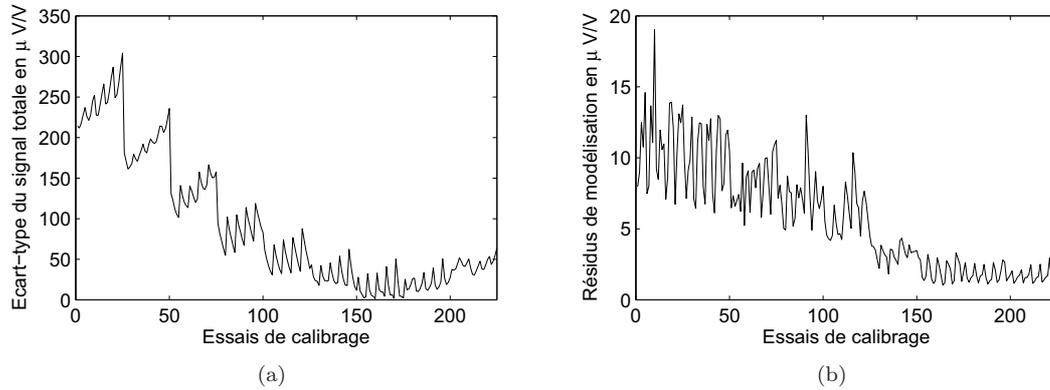


FIGURE 3.18 – La figure (a) nous montre l'écart-type des signaux issus de la jauge n°1 pour les essais de calibrage. L'aspect en dents de scie vient de l'incrémentation régulière des efforts : F_y , puis F_z et enfin M_z . On note que les paliers les plus importants correspondent à une variation de M_z (essais n°25, 50, 75,...). L'écart-type des résidus du modèle harmonique exprimé pour la jauge n°1 est donné par la figure (b). Il est d'amplitude maximale pour les premiers essais qui sont les plus sollicitants pour la jauge n°1.

La figure 3.19 nous donne l'erreur relative $(\tilde{y}_j)\%$ en fonction des essais de calibrage. Cette erreur est inférieure à 1% pour les premiers essais où il y a suffisamment de signal (voir les premiers essais sur la figure 3.18(a)).

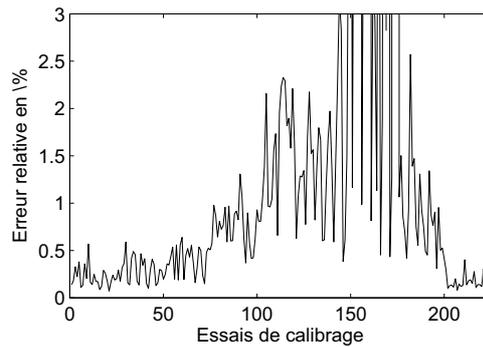


FIGURE 3.19 – Erreur relative de la modélisation harmonique pour la jauge n°1 en fonction des essais de calibrage.

Le tableau 3.5 synthétise les erreurs liées au modèle harmonique pour l'ensemble des jauges de la première rangée.

j	$(\tilde{y}_j)_{moy}$ en $\mu V/V$	$(\tilde{y}_j)\%$ en %	j	$(\tilde{y}_j)_{moy}$ en $\mu V/V$	$(\tilde{y}_j)\%$ en %
1	6.84	0.323	9	6.93	0.296
2	11.1	0.338	10	11.6	0.315
3	10.8	0.333	11	11.5	0.318
4	6.43	0.31	12	7.07	0.304
5	5.86	0.538	13	6.17	0.478
6	9.78	0.615	14	10.2	0.571
7	10.1	0.604	15	10.4	0.593
8	6.27	0.506	16	6.41	0.541

TABLE 3.5 – Caractérisation des résidus en terme d'écart-type (première rangée). Bien que toutes les jauges ne voient pas la même énergie moyenne du signal total (Tab.3.2), les résidus du modèle harmonique sont tout à fait comparables. Ces résidus ne semblent pas proportionnels au signal total.

j	$(\tilde{y}_j)_{moy}$ en $\mu V/V$	$(\tilde{y}_j)\%$ en %	j	$(\tilde{y}_j)_{moy}$ en $\mu V/V$	$(\tilde{y}_j)\%$ en %
1	15.1	0.35	7	15.5	0.332
2	18.5	0.366	8	19.3	0.352
3	14.7	0.343	9	15.7	0.335
4	12.6	0.622	10	13.3	0.571
5	15.4	0.614	11	16.3	0.59
6	13	0.595	12	13.4	0.593

TABLE 3.6 – Caractérisation des résidus en termes de d'écart-type pour les signaux conditionnés en demi-pont (première rangée).

Les erreurs absolues et relatives du modèle harmonique sont données pour les deux rangées par le tableau (3.7) pour les signaux quart-de-pont et (3.8) pour les signaux demi-pont. Elles sont relativement faibles. En conclusion, la modélisation harmonique du signal des billes est une bonne représentation des signaux réels.

$(\tilde{y}^{\rho 1})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 1})\%$	$(\tilde{y}^{\rho 2})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 2})\%$
8.7	0.384	5.87	0.257

TABLE 3.7 – Erreurs absolues (exprimées en $\mu V/V$) et relatives (exprimées en %) du modèle harmonique comprenant 7 harmoniques pour les signaux quart-de-pont.

$(\tilde{y}^{\rho 1})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 1})\%$	$(\tilde{y}^{\rho 2})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 2})\%$
15	0.402	8.05	0.224

TABLE 3.8 – Erreurs absolues (exprimées en $\mu V/V$) et relatives (exprimées en %) du modèle harmonique comprenant 7 harmoniques pour les signaux demi-pont

En conclusion le modèle harmonique représente très bien les données expérimentales pour les jauges conditionnées en quart-de-pont ou en demi-pont puisque les erreurs moyennes ne dépassent pas 0.5% du signal total. Ces résultats sont valables pour le roulement testé mais surtout pour la gamme d'effort explorée par les essais de calibrage. En effet, plus la précharge et les efforts transmis dans le roulement sont importants, plus le signal des billes sera prépondérant par rapport aux autres signaux dont la plupart sont liés aux défauts géométriques.

3.4.4 Caractéristiques du signal des billes

Nous avons montré dans la section 3.4.3 que le modèle harmonique représentait de manière très satisfaisante les données expérimentales, l'erreur moyenne étant d'environ 0.4% pour la première rangée

conditionnée en quart-de-pont. Il est maintenant nécessaire de déterminer le nombre d'harmoniques du signal de billes que l'on souhaite conserver. En effet, d'après les premières analyses fréquentielles de la section 3.2, il semble que seule les premières harmoniques soient significatives. Nous allons calculer l'énergie moyenne $(y_{jh})_{moy}^2$ de chaque harmonique afin de quantifier leurs participations au signal :

$$\begin{aligned} \text{Si } h = 0, \text{ alors } (y_{jh})_{moy}^2 &= \frac{1}{N_c} \sum_{s \in T_c} \|Y_{jh}[s]\|^2 \\ \text{Sinon } (y_{jh})_{moy}^2 &= \frac{2}{N_c} \sum_{s \in T_c} \|Y_{jh}[s]\|^2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

Cette énergie englobe les deux harmoniques d'ordre h et $-h$. Les résultats sont donnés par le tableau 3.9. On note que la première harmonique est prépondérante dans le signal suivi de l'harmonique d'ordre 0. Les harmoniques suivantes ont une énergie qui décroît rapidement.

h	0	1	2	3	4	5	6	7	(\tilde{y})
$(y_{1,h})_{moy}$	50	107	22.8	4.21	0.741	0.118	0.0274	0.0222	6.8
$(y_{2,h})_{moy}$	85.8	163	46.5	11.5	2.69	0.564	0.107	0.0343	10.7
$(y_{3,h})_{moy}$	83.2	160	45.4	11.2	2.58	0.553	0.114	0.039	10.4
$(y_{4,h})_{moy}$	46	103	22	3.97	0.682	0.11	0.0284	0.0235	6.39
$(y_{5,h})_{moy}$	41.3	66.6	14	2.55	0.446	0.0761	0.0217	0.0166	5.84
$(y_{6,h})_{moy}$	63	103	28.8	7.05	1.62	0.336	0.0666	0.0269	9.64
$(y_{7,h})_{moy}$	66.7	106	30	7.32	1.66	0.345	0.0635	0.0235	9.93
$(y_{8,h})_{moy}$	48	71.9	15	2.65	0.441	0.0721	0.0228	0.0183	6.25

TABLE 3.9 – Energies moyennes de chaque harmonique données pour les 8 premières jauges de la première rangée conditionnées en quart-de-pont et exprimées en $\mu V/V$.

Nous pouvons calculer l'énergie moyenne $(y_h^\rho)_{moy}^2$ de chacune des harmoniques de manière absolues et de manière relatives à l'énergie total $(y^\rho)_{moy}^2$ des signaux de la rangée considérée :

$$(y_h^\rho)_{moy}^2 = \frac{1}{N_\rho} \sum_{j \in J^\rho} (y_{jh})_{moy}^2 \quad \text{et} \quad (y_h^\rho)\% = 100 \cdot \frac{(y_h^\rho)_{moy}^2}{(y^\rho)_{moy}^2} \quad (3.26)$$

Les tableaux 3.10 et 3.11 synthétisent les énergies relatives aux différentes harmoniques pour les deux rangées, la dernière colonne rappelle les résidus du modèle harmonique. On note que l'harmonique d'ordre 0 est très atténuée par le passage d'un conditionnement quart-de-pont à demi-pont. En revanche, les harmoniques d'ordres supérieurs ont tendance à être amplifiés. Pour les signaux conditionnés en demi-pont, la première harmonique représente à elle seule plus de 90% du signal. Concernant les valeurs relatives, leur somme doit être approximativement égale à 100%. Néanmoins il se peut que ce ne soit pas le cas lorsque les échantillons temporels des signaux n'offrent pas une bonne séparation fréquentielle des phénomènes. A partir de l'ordre 4, les énergies sont bien inférieures aux erreurs liées aux phénomènes non modélisés. On peut donc conserver uniquement les trois premières harmoniques sans générer d'erreurs supplémentaires trop importantes.

h	0	1	2	3	4	5	6	7	(\tilde{y})
$(y_h^{\rho 1})_{moy}^2$	66.3	119	31.3	7.33	1.64	0.343	0.070	0.029	8.70
$(y_h^{\rho 2})_{moy}^2$	73.5	86.4	21.7	4.99	1.12	0.233	0.048	0.022	5.86
$(y_h^{\rho 1})\%$	22.3	72.0	4.97	0.273	0.014	0.001	0.000	0.000	0.384
$(y_h^{\rho 2})\%$	40.3	55.7	3.51	0.186	0.009	0.000	0.000	0.000	0.257

TABLE 3.10 – Energie expliquée par chacune des harmoniques pour les signaux quart-de-pont. A partir de l'ordre 4, les énergies sont 30 fois inférieures aux erreurs dues aux phénomènes non modélisés représentés par la dernière colonne.

h	0	1	2	3	4	5	6	7	(\tilde{y})
$(y_h^{\rho 1})^2_{moy}$	31.9	227	55.5	5.44	3.23	0.609	0.086	0.053	15
$(y_h^{\rho 2})^2_{moy}$	23.4	164	36.8	3.39	2.23	0.403	0.058	0.039	8.05
$(y_h^{\rho 1})\%$	1.81	92.2	5.50	0.053	0.019	0.001	0.000	0.000	0.402
$(y_h^{\rho 2})\%$	1.90	93.1	4.68	0.040	0.017	0.001	0.000	0.000	0.224

TABLE 3.11 – *Energie expliquée par chacune des harmoniques pour les signaux demi-pont.*

Les équivalents des tableaux 3.7 et 3.8, qui ont été obtenus pour sept harmoniques prises en compte, sont donnés pour trois harmoniques prises en compte par les tableaux 3.12 et 3.13. L'erreur supplémentaire est très faible.

$(\tilde{y}^{\rho 1})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 1})\%$	$(\tilde{y}^{\rho 2})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 2})\%$
8.86	0.399	5.98	0.266

TABLE 3.12 – *Erreurs absolues (exprimées en $\mu V/V$) et relatives (exprimées en %) du modèle harmonique comprenant 3 harmoniques pour les signaux quart-de-pont.*

$(\tilde{y}^{\rho 1})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 1})\%$	$(\tilde{y}^{\rho 2})_{moy}$	$(\tilde{y}^{\rho 2})\%$
15.4	0.421	8.36	0.242

TABLE 3.13 – *Erreurs absolues (exprimées en $\mu V/V$) et relatives (exprimées en %) du modèle harmonique comprenant 3 harmoniques pour les signaux demi-pont.*

3.4.5 Conclusion

Dans cette section nous avons montré successivement l'erreur générée par le fait de négliger les phénomènes autres que le signal des billes et par le fait de négliger les harmoniques d'ordre supérieur à trois. Pour les signaux quart-de-pont, elle est de $8.70\mu V/V$ pour la première rangée et passe à $8.86\mu V/V$ si l'on ne conserve que les trois premières harmoniques. Elle est de $5.86\mu V/V$ pour la seconde rangée et passe à $5.98\mu V/V$ si l'on ne conserve que les trois premières harmoniques. Ces erreurs sont relativement faibles et représentent 0.4% du signal total pour la première rangée et 0.27% du signal total pour la seconde rangée. Cette conclusion est la même pour les signaux conditionnés en demi-pont. La différence entre les signaux quart-de-pont et demi-pont concerne la répartition de l'énergie entre les différentes harmoniques. Ainsi les signaux quart-de-pont présentent une harmonique d'ordre 0 importante qui est grandement atténuée par le passage en demi-pont. Les autres harmoniques ont tendance à être amplifiées.

3.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre nous a permis de caractériser l'aspect périodique des signaux de jauge par rapport aux positions des billes ϕ^ρ . Dans la section 3.2, nous avons décrit les signaux des jauges d'un point de vue physique. Une analyse fréquentielle nous a permis de mettre en avant le signal des billes et un ensemble d'autres phénomènes liés aux défauts géométrique du roulement. La majeure partie du signal (signal de billes et signal lié aux défauts) est donc constituée de signaux mécaniques situés dans ces fréquences proportionnelles à la fréquence de rotation de la bague intérieure. On note que ces fréquences sont proportionnelles à la vitesse de rotation de la bague intérieure.

La section 3.3 nous a permis de mettre en place la démarche de modélisation harmonique en explicitant le modèle ainsi que le calibrage des coefficients de Fourier associés. En effet, les essais réalisés à vitesse et charge constante nous permettent de réaliser un traitement fréquentiel et de calculer les coefficients de Fourier du modèle harmonique. Les coefficients $Y_{jh}^{\phi 0}$ identifiés expérimentalement sont malheureusement déphasés par rapport aux coefficients Y_{jh} du modèle harmonique en raison des positions initiales des billes ϕ_0^ρ inconnues aux débuts de chaque essai.

$$Y_{jh}^{\phi_0} = Y_{jh} \cdot e^{i\phi_0^p} \quad (3.27)$$

La section 3.4 nous a permis de caractériser les erreurs du modèle harmonique et les énergies portées par chacune des harmoniques. Les erreurs de modélisation obtenues à partir d'un modèle harmonique comportant uniquement les trois première harmoniques sont respectivement de 0.4% et de 0.27% du signal total pour les jauges de la première et de la seconde rangée conditionnées en quart-de-pont. Des résultats similaires sont obtenus pour les signaux demi-pont. Ainsi, le nombre harmoniques du modèle est fixé à trois plus l'harmonique d'ordre 0 :

$$y_j = \sum_{h=-3}^3 Y_{jh} e^{ih\phi^p} \quad (3.28)$$

L'objectif initial est d'obtenir un modèle permettant de relier les composantes du torseur aux signaux de jauge. Dans ce chapitre, nous avons traité la dépendance des signaux vis-à-vis des positions angulaires des billes ϕ^p . Il reste maintenant à établir le lien entre les signaux et le torseur d'effort qui s'exprime au travers des coefficients de Fourier Y_{jh} du modèle. Les chapitres 4 et 5 vont être consacrés à cette problématique.

Chapitre 4

Analyse expérimentale du lien entre les paramètres harmoniques et l'effort

Résumé du chapitre

Ce chapitre s'inscrit dans la démarche de modélisation du lien entre les composantes du torseurs et les signaux de jauge. En particulier, nous nous intéressons au lien entre l'effort et les coefficients de Fourier du modèle harmonique. Dans un premier temps, nous montrerons que les paramètres harmoniques sont interdépendants. On pourra alors déduire certains paramètres à partir des autres, réduisant ainsi le nombre de degrés de liberté nécessaires à la description des signaux de jauge. Dans un second temps, nous définirons la procédure générale de calibrage des modèles reliant les composantes d'effort aux coefficients harmoniques. Enfin, nous appliquerons cette procédure à des structures de modèles polynomiaux.

Sommaire

4.1	Introduction	87
4.2	Influence du torseur sur la forme du signal des billes	88
4.2.1	Problématique	88
4.2.2	Choix d'une référence de phase	89
4.2.3	Analyse en composantes principales (ACP)	90
4.2.3.1	Principe	90
4.2.3.2	Mise en œuvre de la technique	90
4.2.3.3	Résultats de l'analyse en composantes principales	92
4.2.3.4	Relation entre l'harmonique de rang 0 et celle de rang 1	92
4.2.4	Calcul des coefficients de rang 2 et 3 à partir du coefficient de rang 1	92
4.2.5	Résultats	93
4.2.6	Conclusion	93
4.3	Démarche générale de calibrage du lien entre les paramètres du modèle harmonique et l'effort	94
4.3.1	Problématique	94
4.3.2	Variation de la phase de la première harmonique avec l'effort	96
4.3.3	Processus de calibrage	98
4.3.4	Initialisation du processus d'optimisation	100
4.3.4.1	Principe de l'initialisation	100
4.3.4.2	Calcul du déphasage de référence	100
4.3.5	Etape du processus d'optimisation permettant le calcul des positions initiales des billes	101
4.3.6	Conclusion	102

4.4	Relations polynomiales entre les paramètres harmoniques et le torseur . .	102
4.4.1	Généralité	102
4.4.1.1	Structure générale	102
4.4.1.2	Prise en compte du déchargement des billes	102
4.4.1.3	Calibrage des coefficients	103
4.4.1.4	Critères d'évaluation des modèles	104
4.4.2	Structure linéaire	105
4.4.2.1	Mise en œuvre	105
4.4.2.2	Visualisation des résultats	106
4.4.2.3	Résultats	108
4.4.3	Structure polynomiale de second ordre	108
4.4.3.1	Mise en œuvre	108
4.4.3.2	Visualisation des résultats	108
4.4.3.3	Résultats	109
4.4.4	Structure polynomiale de troisième ordre	110
4.4.4.1	Mise en œuvre	110
4.4.4.2	Résultats	110
4.4.5	Conclusion sur les modèles polynomiaux	110
4.5	Conclusion du chapitre	111

4.1 Introduction

Le chapitre 3 nous a permis de décrire les signaux de jauges avec un premier niveau de modélisation prenant en compte la dépendance des signaux vis-à-vis des positions angulaires des billes ϕ^p . Ce modèle harmonique est basé sur une description en série de Fourier, relativement aux angles ϕ^p , des signaux de jauge (4.1). L'objectif du travail de modélisation est de décrire le lien entre les signaux de jauge et le torseur d'effort. Les coefficients de Fourier Y_{jh} du modèle sont les paramètres de forme des signaux et dépendent du torseur d'effort. Dans ce chapitre, nous allons modéliser le lien entre les signaux et l'effort au travers de ces coefficients.

$$y_j = \sum_{h=-3}^3 Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^p} \quad (4.1)$$

Les modélisations mises en œuvre dans ce chapitre se basent en grande partie sur l'exploitation de données expérimentales obtenues sur le banc d'essais **BEEF** qui est présenté dans l'annexe A. Ce banc permet de réaliser des séquences d'essais statiques à charge et vitesse constantes. La séquence d'essais utilisée est composée de trois types d'essais. Nous avons d'une part les essais de calibrage utilisés pour le paramétrage des modèles que nous allons mettre en place. Les cas de charge correspondants sont obtenus par un quadrillage systématique de l'espace des efforts réalisable sur le banc (F_y, F_z, M_z) . D'autre part, nous avons les essais de validation dont les cas de charge correspondants sont tirés aléatoirement dans l'espace des efforts. Enfin nous avons des essais de référence utilisés pour compenser les dérives lentes dues à la température (se référer à la section 2.4.4 du chapitre 2 pour plus de détails). Pour chaque essai, les coefficients de Fourier $Y_{jh}^{\phi_0}$ propres à chacune de jauges et chacune des harmoniques sont identifiés par la méthode décrite dans la section 3.3.3 du chapitre 3. L'inconvénient de cette identification est que les coefficients $Y_{jh}^{\phi_0}$ sont déphasés par rapport aux coefficients Y_{jh} du modèle harmonique en raison des positions initiales des billes ϕ_0^p inconnues.

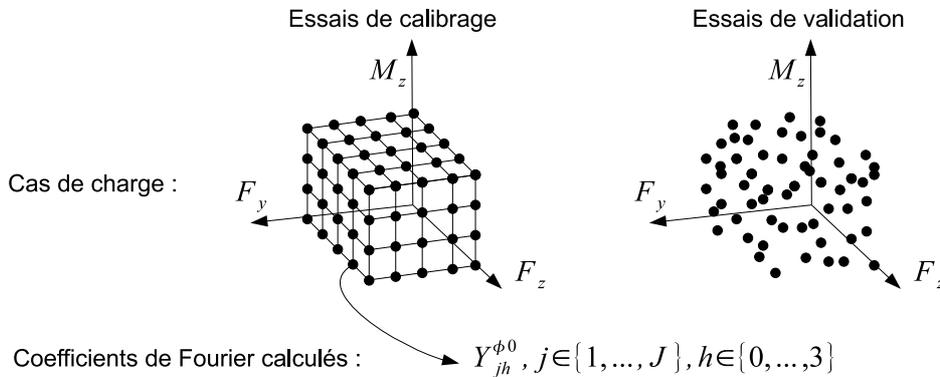


FIGURE 4.1 – Récolte des données expérimentales. Pour chaque essai, les coefficients de Fourier $Y_{jh}^{\phi_0}$ sont identifiés pour toutes les harmoniques du modèle et pour toutes les jauges.

L'objectif de ce chapitre est de proposer une première approche de modélisation basée sur l'analyse des données expérimentales. Dans la section 4.2, nous allons montrer que pour une jauge donnée, les coefficients de Fourier $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ sont proportionnels au coefficient $Y_{j,1}$. Ils peuvent donc être calculés à partir de $Y_{j,1}$ (4.2). Ceci traduit le fait que la forme de la partie périodique du signal de bille ne dépend pas de l'effort, seule son amplitude varie. En revanche, nous verrons que la valeur moyenne $Y_{j,0}$ ne peut pas être reliée linéairement à $Y_{j,1}$ et doit donc être calculée à part.

$$(\hat{Y}_{j,2}, \hat{Y}_{j,3}) = f(Y_{j,1}) \quad (4.2)$$

La seconde partie de ce chapitre porte sur la modélisation du lien entre le torseur et les harmoniques $Y_{j,0}$ et $Y_{j,1}$. Les modélisations que l'on mettra en place comporteront un jeu $P_{j,1}$ de paramètres définissant

la réponse du modèle (4.3). Ces paramètres doivent être calibrés à partir des données expérimentales en tenant compte du problème de déphasage entre les données expérimentales $Y_{jh}^{\phi 0}$ et les sorties \hat{Y}_{jh} du modèle. La section 4.3 nous permettra de mettre en place le processus, générique à tous les modèles, de calibrage des paramètres P_{jh} .

$$\hat{Y}_{jh} = f(\Gamma, P_{jh}) \quad (4.3)$$

Enfin, dans la section 4.4, nous appliquerons ce processus à des modèles de comportement se basant sur des polynômes de régression. Nous exprimerons ainsi les coefficients \hat{Y}_{jh} comme des combinaisons linéaires des différents monômes associés aux composantes du torseur d'effort Γ .

4.2 Influence du torseur sur la forme du signal des billes

4.2.1 Problématique

Les coefficients de Fourier sont les paramètres de forme du signal des billes. Cette forme a une amplitude qui dépend du cas de charge (voir la section 2.3.2.2 du chapitre 2). Néanmoins, on ne peut pas conclure quant à l'influence du cas de charge sur les autres caractéristiques de la forme du signal des billes. Afin d'obtenir un modèle de représentation du signal des billes, il convient de déterminer le nombre de paramètres, au sens de degrés de liberté, nécessaires à la bonne description de sa forme. Nous avons vu dans la conclusion du chapitre 3 que le nombre d'harmoniques suffisant à la description du signal de bille était de trois ce qui correspond, en comptant la valeur moyenne, à sept paramètres réels au total. Ce nombre peut potentiellement être réduit si il existe des corrélations entre les coefficients $Y_{j,1}$, $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$. Le coefficient $Y_{j,0}$ ne rentre pas en compte car contrairement aux autres coefficients, qui sont intimement liés aux forces de contact de la rangée considérée, $Y_{j,0}$ est le fruit de l'ensemble des forces appliquées à la bague extérieure. Les causes générant les coefficients $Y_{j,1}$, $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ d'une part et le coefficient $Y_{j,0}$ d'autre part sont donc différentes. Nous ne pourrions que constater qu'il n'existe pas de corrélation suffisante entre ce coefficient et les autres.

L'objet de cette section est l'étude des corrélations entre les différents paramètres et la quantification de l'erreur engendrée par une réduction du nombre de paramètres indépendants. Nous pourrions déduire de cette étude une relation explicite permettant de calculer certains paramètres harmoniques à partir de la connaissance des autres. Les données expérimentales utilisées pour cette analyse sont composées de l'ensemble T_c des essais de calibrage et de l'ensemble T_v des essais de validation. La démarche est synthétisée par la figure 4.2.

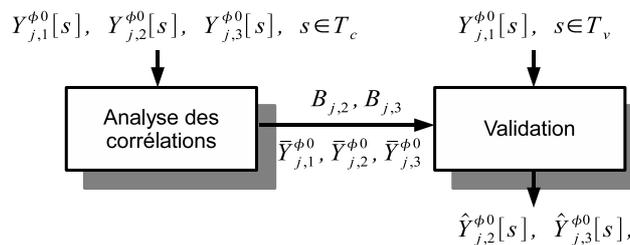


FIGURE 4.2 – Démarche d'analyse de la forme du signal pour un jauge j donnée. Une première étape consiste à analyser les corrélations entre les différents coefficients de Fourier pour l'ensemble des essais de calibrage T_c . Ceci permet de calculer des coefficients de proportionnalité B_{jh} et les valeurs moyennes \bar{Y}_{jh} permettant de calculer les coefficients des harmoniques de rang 2 et 3 à partir de l'harmonique de rang 1. Une estimation des coefficients $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ est alors réalisée pour les essais de validation afin de vérifier la qualité de l'estimation.

L'étude des corrélations est réalisée sur la base de l'analyse en composantes principales [Govaert, 2001]. Cette technique se base sur la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance associée aux données. Mais avant d'appliquer cette technique, il est impératif que les coefficients $Y_{jh}^{\phi 0}$ obtenus

expérimentalement subissent un traitement permettant de les rendre indépendants des positions initiales des billes ϕ_0^ρ . Ces déphasages entraînent une disparité dans les données masquant toutes les corrélations. Pour ce traitement, nous avons besoin d'une référence de phase, objet de la section suivante.

4.2.2 Choix d'une référence de phase

Les coefficients $Y_{jh}^{\phi_0}$ identifiés expérimentalement sont déphasés par rapport aux coefficients Y_{jh} du modèle (4.1) en raison des positions initiales des billes ϕ_0^ρ au début de chaque essai qui sont inconnues. Pour un essai donné et pour une jauge donnée de la rangée ρ , nous avons (4.4).

$$\begin{aligned} Y_{j,1}^{\phi_0} &= Y_{j,1} \cdot e^{i\phi_0^\rho} \\ Y_{j,2}^{\phi_0} &= Y_{j,2} \cdot e^{2i\phi_0^\rho} \\ Y_{j,3}^{\phi_0} &= Y_{j,3} \cdot e^{3i\phi_0^\rho} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Nous allons utiliser la phase de la première harmonique comme référence et exprimer les phases des autres harmoniques comme un déphasage par rapport à la première. Le coefficient de la première harmonique peut s'écrire en séparant l'amplitude et la phase :

$$Y_{j,1}^{\phi_0} = A_{j,1} \cdot e^{i\varphi_{j,1}^{\phi_0}} \quad (4.5)$$

La phase $\varphi_{j,1}^{\phi_0}$ est la somme de deux quantités de natures différentes. Nous avons tout d'abord la position initiale des billes ϕ_0^ρ au début de l'essai considéré et une seconde quantité, $\varphi_{j,1}$, qui dépend potentiellement du torseur. L'ensemble des phases des coefficients $Y_{jh}^{\phi_0}$ peut donc se décomposer, en introduisant les phases φ_{jh} des coefficients Y_{jh} , de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \varphi_{j,1}^{\phi_0} &= \phi_0^{\rho_0} + \varphi_{j,1} \\ \varphi_{j,2}^{\phi_0} &= 2\phi_0^{\rho_0} + \varphi_{j,2} \\ \varphi_{j,3}^{\phi_0} &= 3\phi_0^{\rho_0} + \varphi_{j,3} \end{aligned} \quad (4.6)$$

En soustrayant la phase $\varphi_{j,1}^{\phi_0}$ calculée à partir de la première harmonique (4.5) aux phases des autres coefficients, nous obtenons un ensemble de coefficients $Y_{jh}^{\varphi_1}$ indépendants des positions ϕ_0^ρ inconnues (4.7).

$$\begin{aligned} Y_{j,1}^{\varphi_1} &= Y_{j,1}^{\phi_0} \cdot e^{-i\varphi_{j,1}^{\phi_0}} & \arg(Y_{j,1}^{\varphi_1}) &= 0 \\ Y_{j,2}^{\varphi_1} &= Y_{j,2}^{\phi_0} \cdot e^{-2i\varphi_{j,1}^{\phi_0}} & \arg(Y_{j,2}^{\varphi_1}) &= \varphi_{j,2} - 2\varphi_{j,1} \\ Y_{j,3}^{\varphi_1} &= Y_{j,3}^{\phi_0} \cdot e^{-3i\varphi_{j,1}^{\phi_0}} & \arg(Y_{j,3}^{\varphi_1}) &= \varphi_{j,3} - 3\varphi_{j,1} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Le principe d'obtention de ces coefficients est donné par la figure 4.3.

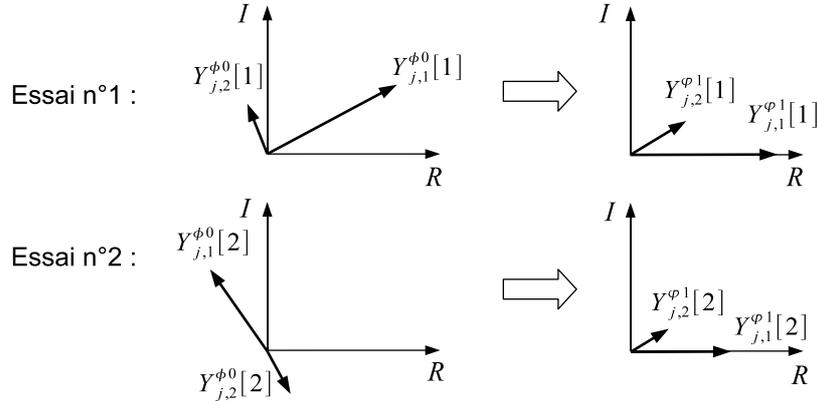


FIGURE 4.3 – Principe de traitement des coefficients $Y_{jh}^{\phi_0}$ pour l'analyse des corrélations. Le repère correspond aux axes des réels et des imaginaires. On ramène la première harmonique sur l'axe des réels afin de pouvoir comparer les essais entre eux. Les rotations appliquées aux autres harmoniques sont h fois plus grandes que celle réalisée pour la première harmonique (de la même manière que l'aiguille des minutes tourne douze fois plus vite que celle des heures). Cette opération représentée pour les essais n°1 et n°2 est réalisée pour tous les essais.

Nous avons maintenant à notre disposition une base de donnée expérimentale, composée des différents coefficients $Y_{jh}^{\phi_1}$, ne dépendant plus des positions initiales des billes. Nous allons pouvoir réaliser une analyse en composantes principales sur cette base afin de déterminer les corrélations entre les différents coefficients.

4.2.3 Analyse en composantes principales (ACP)

4.2.3.1 Principe

L'analyse de données offre différents outils permettant de mettre en évidence des relations linéaires entre différentes variables [Govaert, 2001]. Parmi ces techniques, l'analyse en composantes principales permet d'exprimer un ensemble de données expérimentales dans une base orthogonale particulière. Les vecteurs formant cette base représentent en effet les axes principaux d'inertie du nuage de points dont les coordonnées correspondent aux différentes variables. Chaque vecteur est associé à une valeur propre représentant l'inertie, ou la quantité d'information, portée par l'axe correspondant. La démarche consiste alors à classer les vecteurs propres par valeurs propres décroissantes. Dans ce cas, les premiers vecteurs de cette base représentent les axes principaux d'inertie portant le plus d'information. Les derniers vecteurs de la base, quant à eux, contiennent moins d'inertie que les premiers. Leur contribution à la description des données expérimentales est faible et peut être, selon les cas, négligée.

4.2.3.2 Mise en œuvre de la technique

Tout d'abord, il est nécessaire de définir un vecteur Λ représentant, pour chaque essais, les variables dont on souhaite analyser les corrélations. Pour cela, nous séparons les parties réelles et imaginaires des coefficients. On note que le coefficient $Y_{j,1}^{\phi_1}$ est réel et positif à cause de l'opération réalisée par (4.7). Le vecteur Λ , correspondant à l'essai s , est donné par (4.8).

$$\Lambda[s] = \begin{bmatrix} Y_{j,1}^{\phi_1}[s] & \Re(Y_{j,2}^{\phi_1}[s]) & \Im(Y_{j,2}^{\phi_1}[s]) & \Re(Y_{j,3}^{\phi_1}[s]) & \Im(Y_{j,3}^{\phi_1}[s]) \end{bmatrix}^t \quad (4.8)$$

La première étape consiste à mettre les données expérimentales sous forme matricielle. Nous rangeons ainsi l'ensemble des vecteurs Λ dans une matrice de données \mathcal{D} (4.9).

$$\mathcal{D} = \begin{bmatrix} \cdots & \Lambda[s] & \cdots \end{bmatrix}_{s \in T_c} \quad (4.9)$$

Avant de réaliser la décomposition, il est nécessaire d'enlever la valeur moyenne de chacun des axes afin d'obtenir un nuage de point \mathcal{D}_0 centré sur 0. En prenant N_c le nombre d'essais de la base T_c , nous avons :

$$\mathcal{D}_0 = \mathcal{D} - \bar{\Lambda} \cdot \mathbf{1}_{1 \times N_c}, \text{ avec } \bar{\Lambda} = \frac{1}{N_c} \sum_{s \in T_c} \Lambda[s] \quad (4.10)$$

La seconde étape consiste à calculer la matrice de covariance Q , qui correspond à la matrice d'inertie normalisée par le nombre de points, représentant les données expérimentales contenues dans \mathcal{D}_0 .

$$Q = \frac{1}{N_c} \cdot \mathcal{D}_0 \cdot \mathcal{D}_0^t \quad (4.11)$$

La matrice Q , représentant les corrélations des données expérimentales, peut alors s'exprimer sous la forme d'un produit de deux matrices U et V (4.12) telles que V soit orthogonale et U soit diagonal (4.13) et contienne les valeurs propres λ . La matrice V contient les vecteurs (V_1, \dots, V_5) formant la base orthonormée représentant les axes principaux d'inertie (4.14).

$$\mathcal{D}_0 = VUV^t \quad (4.12)$$

$$U = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \vdots & \lambda_5 \end{bmatrix} \text{ avec } \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_5 \quad (4.13)$$

$$V = [V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_4 \quad V_5] \quad (4.14)$$

Un exemple d'ACP est réalisé en ne regardant que les corrélations entre $Y_{j,1}^{\varphi 1}$ et $\mathcal{R}(Y_{j,2}^{\varphi 1})$. Les résultats obtenus sont donnés par la figure 4.4.

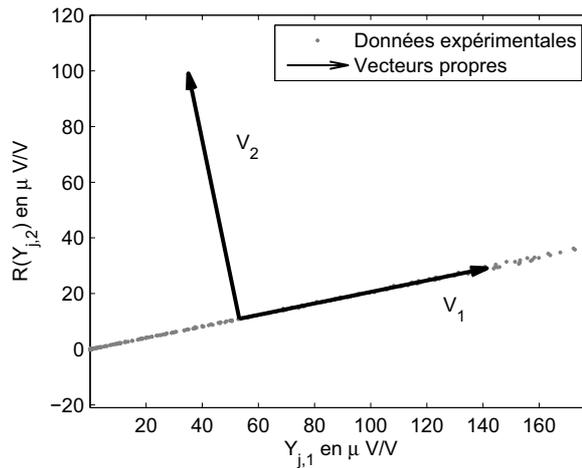


FIGURE 4.4 – Exemple d'ACP en regardant uniquement les corrélations entre $Y_{j,1}^{\varphi 1}$ et $\mathcal{R}(Y_{j,2}^{\varphi 1})$. Les deux vecteurs représentant les axes d'inerties sont représentés par des flèches. La valeur propre associée au premier vecteur V_1 vaut environ $(54.7\mu V/V)^2$ alors que la valeur propre associée au second vecteur V_2 vaut $(0.23\mu V/V)^2$. La conclusion est que l'on peut négliger l'information portée par le second vecteur. $\mathcal{R}(Y_{j,2}^{\varphi 1})$ peut donc être calculé à partir de $Y_{j,1}^{\varphi 1}$.

4.2.3.3 Résultats de l'analyse en composantes principales

En appliquant l'analyse en composantes principales à l'ensemble des coefficients harmoniques de la jauge n°1, conditionnée en quart-de-pont, nous obtenons les valeurs et vecteurs propres suivants :

$$\lambda = [(54.8)^2 \quad (0.352)^2 \quad (0.24)^2 \quad (0.0247)^2 \quad (0.0318)^2] \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} V_1 &= [-0.9770 \quad -0.2016 \quad 0.0573 \quad -0.0335 \quad 0.0193]^t \\ V_2 &= [-0.0062 \quad -0.2279 \quad -0.8972 \quad -0.1752 \quad -0.3353]^t \\ V_3 &= [-0.2103 \quad 0.8905 \quad -0.2266 \quad 0.2978 \quad -0.1507]^t \\ V_4 &= [0.0263 \quad -0.1851 \quad 0.2985 \quad 0.3624 \quad -0.8629]^t \\ V_5 &= [-0.0222 \quad 0.2830 \quad 0.2266 \quad -0.8650 \quad -0.3463]^t \end{aligned} \quad (4.16)$$

Chaque vecteur représente les coefficients d'une combinaison linéaire des composantes de Λ . Les valeurs propres représentent la quantité de signal qui s'exprime selon la combinaison linéaire définie par le vecteur associé. Les résultats (4.15) signifient que le premier axe d'inertie porte une information représentée par un écart-type de $54.8\mu V/V$. En exprimant les valeurs propres en pourcentage de la variance totale, nous obtenons la répartition de l'information sur chacun des axes (4.17).

$$\lambda_{\%} = [99,9939\% \quad 0,0041\% \quad 0,0019\% \quad 0,0000\% \quad 0,0000\%] \quad (4.17)$$

Le premier axe représente alors plus de 99,99% de l'information. On peut donc décrire l'ensemble des variables uniquement à partir de cet axe. L'écart-type σ de l'erreur engendrée par le fait de négliger les quatre derniers axes d'inertie et en ne conservant que le premier s'obtient en effectuant la somme des variances concernées, soit :

$$\sigma = \sqrt{0.352^2 + 0.24^2 + 0.0247^2 + 0.0318^2} = 0.428\mu V/V \quad (4.18)$$

Cette erreur engendre une erreur d'environ $0.6\mu V/V$ qui est bien inférieure aux erreurs de modélisation induites par la non-prise en compte des harmoniques de cage et de bague intérieure qui est en moyenne de $8.86\mu V/V$ pour la première rangée (voir la section 3.4 du chapitre 3). Nous pouvons donc ne conserver qu'un seul paramètre pour la description de la forme du signal. Les autres paramètres sont alors déduit du paramètre choisi.

4.2.3.4 Relation entre l'harmonique de rang 0 et celle de rang 1

Le calcul de corrélation entre les coefficients de Fourier $Y_{j,0}$ et $Y_{j,1}^{\varphi 1}$ nous donne une corrélation allant de 0.77 à 0.96 selon la jauge considérée. Ceci n'est pas suffisant pour envisager le calcul de $Y_{j,0}$ à partir de $Y_{j,1}^{\varphi 1}$.

4.2.4 Calcul des coefficients de rang 2 et 3 à partir du coefficient de rang 1

Nous avons vu que l'on pouvait réduire le nombre de paramètres nécessaires à la description du signal sans générer une erreur trop importante. Cette réduction s'exprime par le fait que l'on considère que l'ensemble des paramètres de forme $Y_{jh}^{\varphi 1}$ appartient à un axe défini par le premier vecteur V_1 de la matrice de projection V (4.14). Nous pouvons donc exprimer une relation de proportionnalité entre Λ et V_1 (4.19).

$$(\Lambda - \bar{\Lambda}) \propto V_1 \quad (4.19)$$

Nous allons utiliser cette relations pour exprimer les paramètres $\Re(Y_{j,2}^{\varphi 1})$, $\Im(Y_{j,2}^{\varphi 1})$, $\Re(Y_{j,3}^{\varphi 1})$ et $\Im(Y_{j,3}^{\varphi 1})$ en fonction de $Y_{j,1}^{\varphi 1}$. En effet, si on impose la valeur de $Y_{j,1}^{\varphi 1}$, qui est la première composante de Λ , alors la relation (4.20) nous permet de calculer l'ensemble des autres composantes de Λ .

$$\begin{aligned} [\Re(\hat{Y}_2^{\varphi 1}) \quad \Im(\hat{Y}_2^{\varphi 1}) \quad \Re(\hat{Y}_3^{\varphi 1}) \quad \Im(\hat{Y}_3^{\varphi 1})]^t &= (Y_{j,1}^{\varphi 1} - \bar{\Lambda}(1)) \cdot B_j + \bar{\Lambda}(2, \dots, 5) \\ \text{Avec } B_j &= \frac{V_1(2, \dots, 5)}{V_1(1)} \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.2.5 Résultats

Afin de caractériser la qualité de la reconstruction des coefficients $Y_{j,2}^{\varphi 1}$ et $Y_{j,3}^{\varphi 1}$ à partir de $Y_{j,1}^{\varphi 1}$, nous allons définir trois critères calculés à partir de l'erreur d'estimation donnée par (4.21).

$$\tilde{Y}_{jh} = Y_{jh}^{\varphi 1} - \hat{Y}_{jh}^{\varphi 1} \quad (4.21)$$

En premier, nous avons l'erreur moyenne quadratique (4.22). Ensuite nous avons le même critère mais normalisé par rapport à l'énergie moyenne $(y^\rho)_{moy}^2$ (définie dans la section 3.4.2 du chapitre 3) des signaux de jauges des rangées considérées (4.23). Le facteur 2 vient du fait que l'énergie générée par une harmonique d'amplitude unitaire est égale à 2. Enfin nous avons l'erreur maximale rencontrée (4.24). Ces critères sont calculés rangée par rangée pour les essais de calibrage et les essais de validation.

$$\left(\tilde{Y}_h\right)_{moy}^2 = \frac{1}{N_j \cdot N_v} \sum_j \sum_s \|\tilde{Y}_{jh}[s]\|^2 \quad (4.22)$$

$$\left(\tilde{Y}_h\right)_{\%} = 100 \cdot \frac{2\left(\tilde{Y}_h\right)_{moy}^2}{\left(y^\rho\right)_{moy}^2} \quad (4.23)$$

$$\left(\tilde{Y}_h\right)_{max} = \max_{s,j} (\|\tilde{Y}_{jh}[s]\|) \quad (4.24)$$

Les résultats obtenus sont donnés par le tableau 4.1 pour les signaux quart-de-pont et 4.2 pour les signaux demi-pont. Les erreurs sont très faibles par rapport à l'énergie totale du signal. On aurait pu s'attendre à ce que les erreurs soient plus faibles sur la troisième harmonique car elle est d'amplitude plus faible que la deuxième mais l'ACP a tendance à répartir les erreurs équitablement sur toutes les variables. L'erreur totale générée par ce calcul s'obtient en additionnant les valeurs relatives. Par exemple, pour les signaux quart-de-pont de la première rangée, l'erreur total vaut $0.0111 + 0.00288 = 0.014\%$ de l'énergie moyenne des signaux. Néanmoins, une erreur d'estimation du premier coefficients harmoniques se répercutera de manière proportionnelle sur l'estimation des harmoniques d'ordre 2 et 3 en fonction des coefficients B_j .

	Essais de calibrage			Essais de validation		
	$(\tilde{Y}_h)_{moy}$	$(\tilde{Y}_h)_{\%}$	$(\tilde{Y}_h)_{max}$	$(\tilde{Y}_h)_{moy}$	$(\tilde{Y}_h)_{\%}$	$(Y_h)_{max}$
$h = 2, \rho = 1$	1.04	0.0111	4.27	0.857	0.00747	3.61
$h = 3, \rho = 1$	0.533	0.00288	2.37	0.439	0.00196	1.96
$h = 2, \rho = 2$	0.866	0.0112	3.83	0.697	0.00726	3.05
$h = 3, \rho = 2$	0.429	0.00275	2.11	0.344	0.00177	1.6

TABLE 4.1 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibrage et de validation, signaux quart-de-pont

	Essais de calibrage			Essais de validation		
	$(\tilde{Y}_h)_{moy}$	$(\tilde{Y}_h)_{\%}$	$(\tilde{Y}_h)_{max}$	$(\tilde{Y}_h)_{moy}$	$(\tilde{Y}_h)_{\%}$	$(Y_h)_{max}$
$h = 2, \rho = 1$	1.75	0.0109	8.03	1.41	0.00715	6.92
$h = 3, \rho = 2$	0.637	0.00145	2.93	0.529	0.001	2.47
$h = 2, \rho = 1$	1.46	0.0148	6.93	1.21	0.0102	4.96
$h = 3, \rho = 2$	0.545	0.00206	2.7	0.45	0.0014	1.93

TABLE 4.2 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibrage et de validation, signaux demi-pont

4.2.6 Conclusion

Cette section nous a permis de mettre en évidence la possibilité de calculer les coefficients de Fourier associés aux harmoniques de rang deux et trois à partir de l'amplitude de la première harmonique.

L'erreur générée par cette simplification est en moyenne de $0.8\mu V/V$ pour la seconde harmonique et les jauges de la première rangée conditionnées en quart-de-pont. Elle représente moins de 0.0043% de l'énergie moyenne du signal des jauges de la première rangée. Il est cependant à noter qu'une erreur sur l'estimation du coefficient de la première harmonique entraînera une erreur proportionnelle, de facteur B_j , sur l'estimation des autres coefficients harmoniques. En revanche la corrélation entre les coefficients $Y_{j,1}$ et $Y_{j,0}$ est insuffisante pour espérer calculer $Y_{j,0}$ à partir de $Y_{j,1}$. Ces résultats nous permettent de nous concentrer sur la modélisation entre l'effort et les deux coefficients de Fourier $Y_{j,1}$ et $Y_{j,0}$.

4.3 Démarche générale de calibrage du lien entre les paramètres du modèle harmonique et l'effort

4.3.1 Problématique

Nous avons vu dans la section 4.2 que nous pouvions modéliser uniquement le lien entre l'effort et les coefficients de Fourier $Y_{j,1}$ et $Y_{j,0}$, les coefficients $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ pouvant être calculés à partir de $Y_{j,1}$. Dans cette thèse, nous envisageons deux démarches de modélisation du lien entre l'effort et les coefficients de Fourier. Tout d'abord nous avons les modèles de comportement se basant uniquement sur l'analyse de données expérimentales. Une structure du lien entre les composantes d'effort et les harmoniques est alors définie arbitrairement, linéaire ou polynomiale par exemple. Les paramètres de cette structure sont alors calibrés à partir de la base de données expérimentales. La seconde démarche de modélisation envisagée est celle des modèles de connaissance. Des lois basées sur la physique du système servent de base à la structure du lien entre les composantes d'effort et les harmoniques. Ce type de modèle contient des paramètres qui peuvent être plus ou moins connus. Dans le cas où certains des paramètres sont mal connus, ils doivent eux aussi subir un calibrage à partir de la base de données expérimentales. La démarche de calibrage des modèles de comportement et des modèles de connaissance est la même. Nous pouvons écrire l'estimation des coefficients de Fourier Y_{jh} comme une fonction du torseur Γ et des paramètres P_{jh} du modèle (4.25).

$$\hat{Y}_{jh} = f(\Gamma, P_{jh}), \quad h = \{0, 1\} \quad (4.25)$$

La démarche de calibrage consiste alors à identifier les paramètres P_{jh} faisant que le modèle représente au mieux les données expérimentales. Il s'agit donc de définir un critère de représentativité du modèle et d'établir une démarche d'optimisation des paramètres du modèle vis-à-vis de ce critère.

Pour illustrer le type de données expérimentales disponibles, regardons la figure 4.5 qui nous donne les amplitudes des premières harmoniques obtenues pour les jauges n°1 et n°9 pour les essais où M_z est fixé à 0 et où seuls F_y et F_z varient. Sur cette figure, l'amplitude semble être linéaire par rapport aux efforts F_y et F_z . En revanche, lorsque l'on regarde les mêmes figures pour $M_z = -50 daN.m$ (Fig. 4.6), le lien entre l'amplitude et les efforts F_y et F_z est nettement non linéaire. Ceci est dû aux non-linéarités de la répartition des efforts sur les billes (déchargement de billes par exemple). Les modèles reliant l'efforts aux coefficients Y_{jh} devront donc prendre en compte ce type non-linéarité.

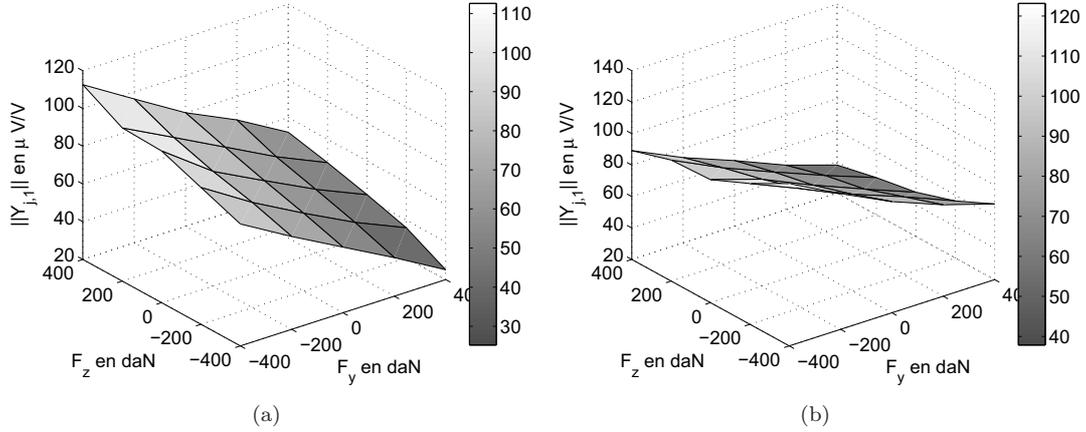


FIGURE 4.5 – Amplitude des premières harmoniques, relatives aux jauges n°1 (Fig. (a)) et 9 (Fig. (b)), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = 0$. Les amplitudes sont relativement linéaires par rapport aux efforts .

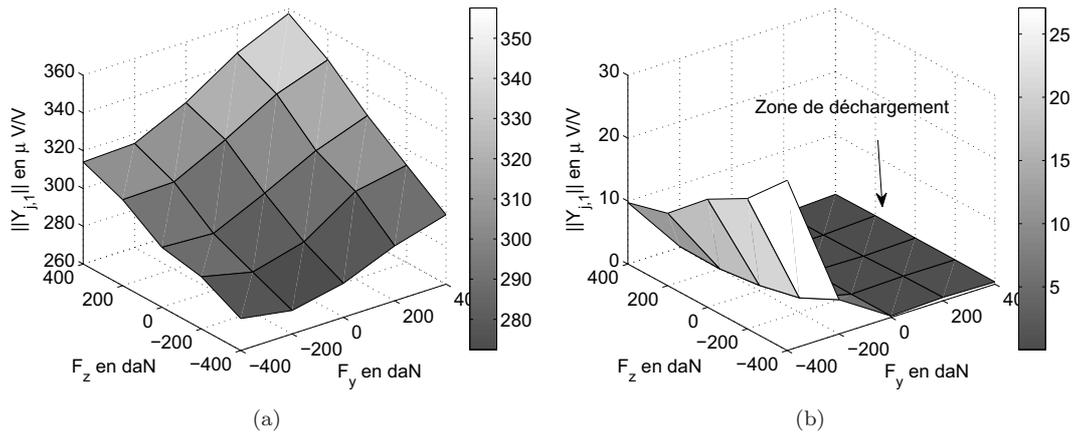


FIGURE 4.6 – Amplitude des premières harmoniques, relatives aux jauges n°1 (Fig. (a)) et 9 (Fig. (b)), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = -50 \text{ daN.m}$. Les amplitudes ne sont pas linéaires, par rapport aux efforts. On note, par exemple, une zone où les billes passant sous la jauge n°9 sont déchargées, il n'y a pratiquement plus de signal alternatif (Fig. (b)). De plus, les pentes de l'amplitude de la jauge n°1, figure (a), ne correspondent plus à celles obtenues pour $M_z = 0$ (Fig. 4.5(a)).

Le problème lié à la base de données expérimentales est que les coefficients $Y_{j,1}^{\phi_0}$ sont déphasés par rapport aux coefficients $Y_{j,1}$ du modèle harmonique en raison des positions initiales des billes ϕ_0^p inconnues (4.26).

$$Y_{j,1}^{\phi_0} = Y_{j,1} \cdot e^{i\phi_0^p} \quad (4.26)$$

Ceci va nous contraindre à calculer d'une part les paramètres du modèle et d'autres part les positions initiales des billes ϕ_0^p . En effet, en notant $\hat{\phi}_0^p$ une estimation des positions angulaires de billes, le critère de représentativité du modèle se basera sur l'analyse de l'erreur $\tilde{Y}_{j,1}$ donnée par :

$$\tilde{Y}_{j,1} = Y_{j,1}^{\phi_0} - \hat{Y}_{j,1} \cdot e^{i\hat{\phi}_0^p} \quad (4.27)$$

Une des hypothèses faite était que seule l'amplitude des coefficients $Y_{j,1}$ dépendait de l'effort. Or nous verrons dans la section 4.3.2 que ce n'est pas le cas, le modèle devra donc expliquer à la fois les variations

d'amplitude et les variations de phase. Le processus de calibrage des paramètres du modèle, prenant en compte le calcul des positions initiales des billes, sera donné par la section 4.3.3. Ce processus se base sur une optimisation d'un critère de représentativité du modèle et comme souvent avec les problèmes d'optimisation, l'initialisation joue un rôle prépondérant. Nous verrons alors dans la section 4.3.4 comment initialiser l'algorithme et en particulier les positions ϕ_0^l . Puis nous verrons dans la section 4.3.5 comment calculer, pour une sortie $\hat{Y}_{j,1}$ donnée, la position ϕ_0^l minimisant le critère choisi. En revanche, l'optimisation des paramètres du modèle dépend de sa structure et ne peut être généralisée.

4.3.2 Variation de la phase de la première harmonique avec l'effort

Le coefficient $Y_{j,1}$ est un nombre complexe qui peut se décomposer en une amplitude et une phase (4.28).

$$Y_{j,1} = A_{j,1} \cdot e^{i\varphi_{j,1}} \quad (4.28)$$

Il est clair que l'amplitude $A_{j,1}$ dépend du torseur (voir Fig. 4.5 et Fig. 4.6). En revanche, l'hypothèse faite par SNR était que la phase $\varphi_{j,1}$ était constante et ne dépendait que de la position de la jauge considérée. Afin de vérifier cette hypothèse, nous allons considérer le déphasage entre les coefficients $Y_{j,1}$ de deux jauges instrumentant la même rangée. Si l'hypothèse est vraie, alors ce déphasage devrait être constant pour tous les essais (Fig. 4.7). Si ce n'est pas le cas, cela signifie qu'au moins une des deux phases a variée avec l'effort.

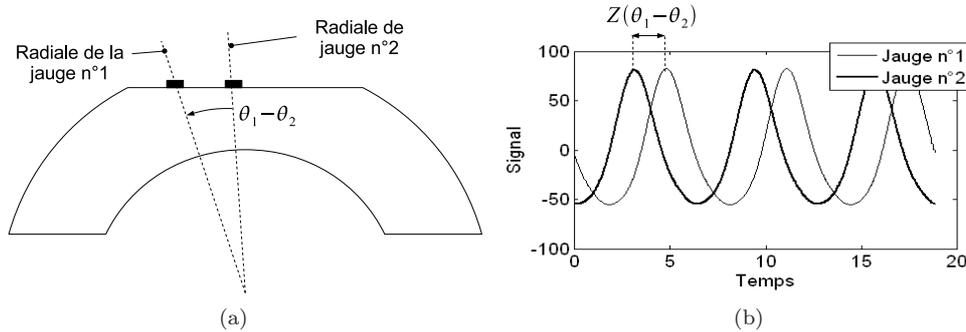


FIGURE 4.7 – La figure (a) nous montre la position angulaire relative entre deux jauges positionnées sur le roulement. L'hypothèse initialement faite par SNR était que le déphasage entre les signaux issus de ces deux jauges était probablement égale à $Z(\theta_1 - \theta_2)$ (Fig.(b)) et était surtout constant.

En calculant le déphasage entre deux jauges instrumentant la même rangée, nous allons montrer qu'il évolue en fonction du cas de charge contredisant l'hypothèse initialement faite. Soit $\Delta\varphi_{1-2}$ le déphasage entre les premières harmoniques des jauges n°1 et n°2 de la première rangée (4.29).

$$\Delta\varphi_{1-2} = \varphi_{1,1} - \varphi_{1,2} \quad (4.29)$$

Ce déphasage peut être calculé à partir des données expérimentales pour chacun des essais, il est indépendant des positions initiales des billes ϕ_0^l (4.30).

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{1-2} &= \arg(Y_{1,1}^{\phi_0^l}) - \arg(Y_{2,1}^{\phi_0^l}) \\ &= \varphi_{1,1} + \phi_0^l - \varphi_{2,1} - \phi_0^l \\ &= \varphi_{1,1} - \varphi_{2,1} \end{aligned} \quad (4.30)$$

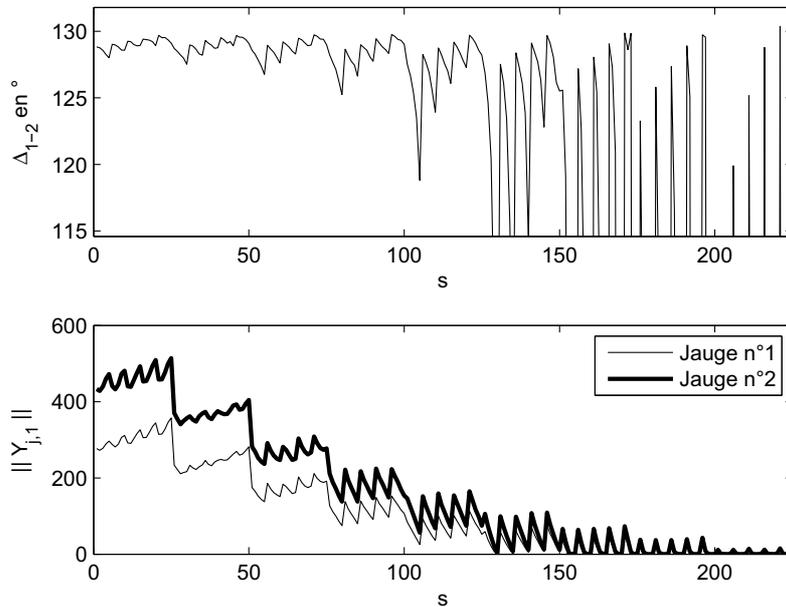


FIGURE 4.8 – Evolution du déphasage entre les premières harmoniques des jauges n°1 et 2 en fonction des essais s . Dans la première partie des essais, les deux harmoniques ont une amplitude suffisante pour que le calcul du déphasage ait un sens. On note alors que celui-ci évolue en fonction des différents essais et donc en fonction des cas de charge. Les déphasages calculés pour la seconde partie des essais n'ont pas de sens du fait de la faible amplitude des harmoniques.

Les résultats obtenus en fonction des essais nous montrent que ce déphasage évolue en fonction du cas de charge (Fig. 4.8). La phase de la première harmonique dépend donc du torseur. Plusieurs raisons peuvent expliquer cela. Des travaux réalisés en parallèle à cette thèse [Guillaume, 2008] montrent que la forme des méplats fait que la phase des signaux de jauges, par rapport à la position des billes, dépend de la valeur de l'angle de contact. Une autre piste expliquant l'évolution des phases des harmoniques concerne la cage. En effet, la cage a pour but de maintenir les billes équiréparties au sein de la rangée. Les cages utilisées sont réalisées à partir de polymère et sont relativement souples (elles peuvent être déformées par une simple pression de la main). De plus, il existe un jeu entre la bille et son logement dans la cage. Lorsque le roulement est chargé radialement, il existe une zone dans le roulement où les billes ont du mal à passer du fait du rétrécissement de la distance entre les deux bagues (Fig. 4.9). On peut dire que les billes ont du mal à rentrer dans cette zone et sont poussées lors de la sortie. Ceci implique que certaines billes ont tendance à pousser la cage et d'autres à la freiner. Le jeu et la souplesse de la cage font que la répartition angulaire des billes évolue, ce qui peut également expliquer les variations de phase.

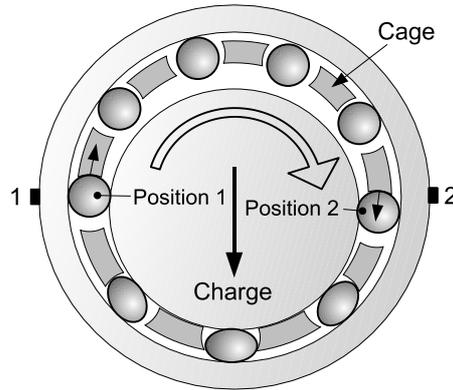


FIGURE 4.9 – Influence de la charge sur la position des billes dans leur logement. La bille située en position 1 sort du goulot d'étranglement généré par la charge. Elle a tendance à pousser la cage. La bille située en position 2 entre dans le goulot d'étranglement et a tendance à se faire pousser par la cage. Ainsi les signaux mesurés par la jauge n°1 auront tendance à être en avance et les signaux mesurés par la jauge n°2 auront tendance à être en retard. Ce phénomène dépend évidemment de l'effort.

En conclusion, les coefficients $Y_{j,1}$ varient à la fois en terme d'amplitude et en terme de phase. Le modèle, reliant ces coefficients à l'effort, doit prendre en compte ces deux aspects.

4.3.3 Processus de calibrage

Les modèles que l'on envisage, permettent de relier les coefficients $Y_{j,0}$ et $Y_{j,1}$ aux composantes du torseur Γ . Si l'on ne souhaite pas calculer les coefficients $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ à partir de $Y_{j,1}$, ils peuvent faire l'objet du même type de modélisation que pour $Y_{j,0}$ et $Y_{j,1}$. L'ensemble de ces modèles se basent sur des jeux de paramètres noté P_{jh} qu'il est nécessaire de calibrer à partir des données expérimentales. Rappelons que ces données $Y_{jh}^{\phi_0}$ sont déphasées par rapport aux coefficients Y_{jh} en raison des positions initiales des billes ϕ_0^{ρ} inconnues. Il donc nécessaire d'estimer ces positions au même titre que les paramètres P_{jh} .

$$\hat{Y}_{jh} = f(\Gamma, P_{jh}) \quad h = \{0, 1\} \quad \text{éventuellement} \quad h = \{0, 1, 2, 3\} \quad (4.31)$$

La structure des données expérimentales est matricielle. En effet, nous avons identifié les coefficients $Y_{j,1}^{\phi_0}$ pour chacune des jauges et chacun des essais. De ce fait, l'identification des positions initiales des billes ϕ_0^{ρ} se fait, pour un essai donné, en considérant tous les coefficients $Y_{j,1}^{\phi_0}$ correspondant aux jauges appartenant à la rangée ρ . De même, l'identification des paramètres $P_{j,1}$ se fait en considérant, pour une jauge donnée, tous les coefficients $Y_{j,1}^{\phi_0}$ identifiés pour les essais de calibrage (Tab. 4.3).

$Y_{1,1}^{\phi_0}[1] \approx f(\Gamma[1], P_{1,1}) \cdot e^{i\hat{\phi}_0^p[1]}$	\dots	$Y_{j,1}^{\phi_0}[1] \approx f(\Gamma[1], P_{j,1}) \cdot e^{i\hat{\phi}_0^p[1]}$	\dots	} → Identification de $\phi_0^p[1]$
$Y_{1,1}^{\phi_0}[2] \approx f(\Gamma[2], P_{1,1}) \cdot e^{i\hat{\phi}_0^p[2]}$	\dots	$Y_{j,1}^{\phi_0}[2] \approx f(\Gamma[2], P_{j,1}) \cdot e^{i\hat{\phi}_0^p[2]}$	\dots	} → Identification de $\phi_0^p[2]$
\dots	\dots	\dots	\dots	
$Y_{1,1}^{\phi_0}[S] \approx f(\Gamma[S], P_{1,1}) \cdot e^{i\hat{\phi}_0^p[S]}$	\dots	$Y_{j,1}^{\phi_0}[S] \approx f(\Gamma[S], P_{j,1}) \cdot e^{i\hat{\phi}_0^p[S]}$	\dots	} → Identification de $\phi_0^p[S]$
↓		↓		
Identification de $P_{1,1}$		Identification de $P_{j,1}$		

TABLE 4.3 – Structure matricielle des données expérimentales de la première harmonique. Chaque essai est représenté par une ligne. Les coefficients de Fourier, correspondant à un essai donné, de l'ensemble des jauges contiennent de l'information sur la position initiale des billes $\phi_0^p[s]$. Chaque jauge est représentée par une colonne. Les coefficients de Fourier, correspondant à cette jauge, de l'ensemble des essais contiennent de l'information sur les paramètres $P_{j,1}$.

L'identification des paramètres $P_{j,1}$ et des positions initiales des billes ϕ_0^p est couplée. Nous allons définir une démarche de calcul des paramètres $P_{j,1}$ et de calcul des phases initiales ϕ_0^p visant à maximiser la représentativité du modèle. Il est donc nécessaire avant toute chose de déterminer un critère de représentativité. Le critère choisi porte sur l'erreur quadratique entre les sorties du modèle, tenant compte des positions $\hat{\phi}_0^p$ estimées, et les données expérimentales. Il est donné par (4.32). Il existe un critère par rangée, les positions ϕ_0^p étant propres à chacune des rangées. Le critère est normalisé par rapport au nombre de jauges N_ρ instrumentant la rangée considérée et par rapport au nombre N_c des essais de calibrage.

$$C^p = \frac{1}{N_c \cdot N_\rho} \sum_{j \in J^p} \sum_{s \in T_c} \|\hat{Y}_{j,1}[s] e^{i\hat{\phi}_0^p[s]} - Y_{j,1}^{\phi_0}[s]\|^2 \quad (4.32)$$

Le calibrage des paramètres du modèle et des positions initiales des billes va être réalisé par un processus d'optimisation itératif comportant deux phases. Nous allons successivement calculer les positions initiales ϕ_0^p puis les paramètres $P_{j,1}$, la démarche est représentée par la figure 4.10.

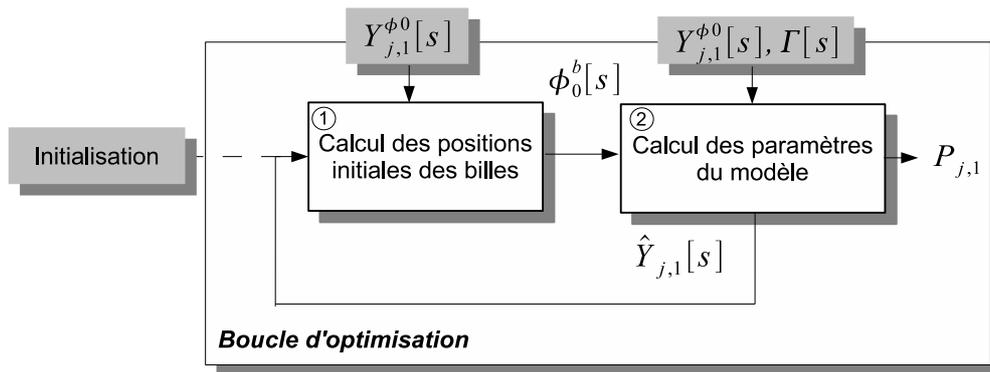


FIGURE 4.10 – Démarche de calibrage des paramètres du modèle. La première étape consiste à déterminer les phases $\hat{\phi}_0^p$ minimisant le critère C^p . Cette étape se réalise essai par essai en considérant l'ensemble des jauges. La seconde étape consiste à déterminer les paramètres $P_{j,1}$ minimisant le critère C . Cette étape se réalise jauge par jauge en considérant l'ensemble des essais de calibrage. L'initialisation de la boucle d'optimisation se fait en entrée du calcul des $\hat{\phi}_0^b$.

Dans le cas où l'on souhaiterait calculer les coefficients de Fourier $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ indépendamment de la méthode présentée dans la section 4.2, nous allons utiliser le même type de modèle que pour le calcul de

$Y_{j,1}$ mais la procédure de calibrage est simplifiée puisque les positions $\hat{\phi}_0^\rho$ auront déjà été calculées auparavant (Fig. 4.11). Le calibrage du modèle permettant de calculer $Y_{j,0}$ ne pose pas de problème puisque ces coefficients sont réels et ne dépendent pas des ϕ_0^ρ . En revanche, ils doivent subir une compensation des dérivées thermiques en utilisant les essais de référence T_r (voir section 2.4.4.2 du chapitre 2).

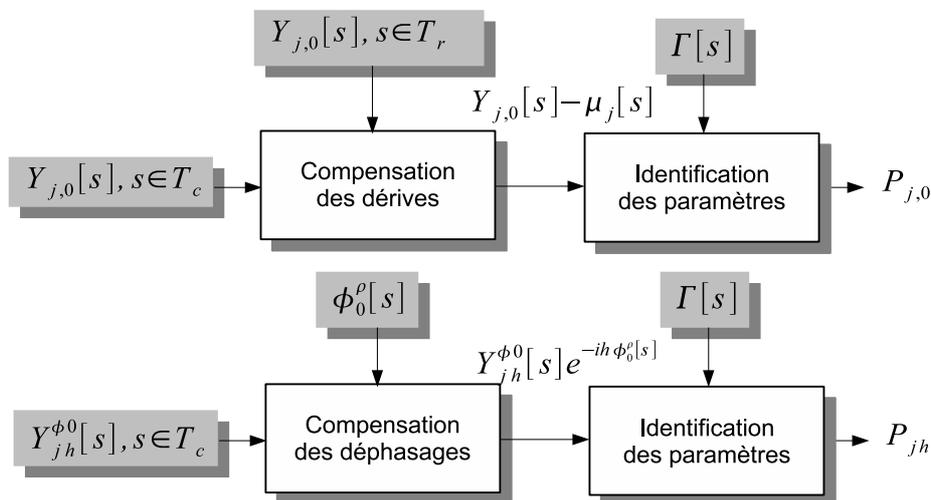


FIGURE 4.11 – Calibrage des paramètres $P_{j,0}$ et P_{jh} pour $h = \{2, 3\}$

4.3.4 Initialisation du processus d'optimisation

4.3.4.1 Principe de l'initialisation

Afin de pouvoir initialiser le processus d'optimisation (Fig. 4.10), il est nécessaire de déterminer une première estimation $\hat{Y}_{j,1}$. La condition pesant sur cette première estimation est que la première position angulaire $\hat{\phi}_0^\rho$ calculée doit être relativement juste. La solution envisagée est d'initialiser $\hat{Y}_{j,1}$ en utilisant l'amplitude de $Y_{j,1}^{\phi_0}$ et une phase de référence $\varphi_{j,1}^r$ ne dépendant pas du torseur (4.33).

$$\hat{Y}_{j,1} = \|Y_{j,1}^{\phi_0}\| \cdot e^{i\varphi_{j,1}^r} \quad (4.33)$$

Nous avons vu dans la section 4.3.2 que les phases des coefficients $Y_{j,1}$ dépendaient du torseur, mais nous supposons que l'approximation faite est valable pour l'initialisation du processus d'optimisation. La question concerne maintenant le choix et le calcul des phases de référence, objet de la section qui suit.

4.3.4.2 Calcul du déphasage de référence

La campagne d'essais comprend un ensemble T_r d'essais de référence réalisés à charge nulle. Pour ces essais, l'ensemble des billes est chargé par la précharge. Chaque jauge voit alors une amplitude suffisante pour que le calcul des phases des coefficients $Y_{j,1}^{\phi_0}$ ne soit pas trop entaché d'erreurs. Nous allons déterminer les phases de référence à partir de ces essais. Il est alors nécessaire de définir une origine des phases. Pour cela nous choisirons une jauge de référence j_r dont la première harmonique servira de référence des phases. La phase de la première harmonique d'une jauge j s'exprime alors comme un déphasage par rapport à la phase de la jauge j_r . Pour chacun des essais, nous pouvons donc calculer la phase $\varphi_{j,1}$ en soustrayant les phases obtenues expérimentalement à partir des coefficients $Y_{j,1}^{\phi_0}$ et $Y_{j_r}^{\phi_0}$ (4.34).

$$\varphi_{j,1} = \arg(Y_{j,1}^{\phi_0}) - \arg(Y_{j_r,1}^{\phi_0})[2\pi] \quad (4.34)$$

Etant donné que tous les essais, appartenant à T_r , sont réalisés à charge nulle, les déphasages calculés pour ces essais doivent être constants. Il faut néanmoins faire attention au modulo 2π qui peut varier d'un essai à l'autre. En choisissant la jauge n°1 pour référence, nous obtenons, sur l'ensemble T_r , plusieurs

évaluations de chaque $\varphi_{j,1}$. Les écarts-types correspondant à la dispersion de ces déphasages sont donnés par le tableau 4.4.

j	$\sigma(\varphi_{j,1})$ en rad	j	$\sigma(\varphi_{j,1})$ en rad
1	0	9	0.00251
2	0.0019	10	0.00349
3	0.00152	11	0.0032
4	0.00187	12	0.00335
5	0.00254	13	0.00206
6	0.00313	14	0.00238
7	0.00286	15	0.00204
8	0.00329	16	0.0023

TABLE 4.4 – Dispersion des déphasages pour les essais de référence calculés par rapport à la jauge n°1.

La dispersion des déphasages est très faible et on peut calculer la valeur moyenne de ces déphasages afin d'obtenir ce que l'on appelle les déphasages de référence $\varphi_{j,1}^r$.

$$\varphi_{j,1}^r = \frac{1}{N_r} \sum_{s \in T_r} \varphi_{j,1}[2\pi] \quad (4.35)$$

Les déphasages de référence $\varphi_{j,1}^r$ sont donnés par rapport à la jauge j_r . Si l'on souhaite obtenir le même type de représentation mais par rapport à une autre jauge, j_r' par exemple, il suffit de réaliser l'opération suivante :

$$\varphi_{j,1}^{r'} = \varphi_{j,1}^r - \varphi_{j_r',1}^r \quad (4.36)$$

Le résultat ainsi obtenu ne dépend pas de la jauge j_r choisie initialement pour référence (en raison de la linéarité du processus de calcul des $\varphi_{j,1}^r$ (4.35)). Ainsi le choix de la jauge de référence, qui déterminera l'origine des phases, peut se faire de manière arbitraire. Par la suite, et pour les deux rangées de billes, nous choisirons les premières jauges de chaque rangée comme références des phases (les jauges 1 et 17).

4.3.5 Etape du processus d'optimisation permettant le calcul des positions initiales des billes

Le calcul de la phase initiale ϕ_0^ρ minimisant le critère C^ρ donné par (4.32) ne dépend pas de la structure du modèle (4.25) mais uniquement de ses sortie $\hat{Y}_{j,1}$. Ainsi, pour chaque structure de modèle envisagée, l'étape visant à déterminer les positions initiales des billes est la même. La phase ϕ_0^ρ , correspondant à un essai donné et minimisant le critère C^ρ pour les coefficients $\hat{Y}_{j,1}$ et $Y_{j,1}^{\phi_0}$ donnés, vérifie (4.37).

$$\frac{\partial C^\rho(\hat{Y}_{j,1}, Y_{j,1}^{\phi_0}, \hat{\phi}_0^\rho)}{\partial \hat{\phi}_0^\rho} = 0 \quad (4.37)$$

D'après l'expression du critère C^ρ donnée par (4.32), la condition (4.37) s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\phi}_0^\rho} \sum_j \left(\hat{Y}_{j,1} e^{i\hat{\phi}_0^\rho} - Y_{j,1}^{\phi_0} \right) \left(\bar{\hat{Y}}_{j,1} e^{-i\hat{\phi}_0^\rho} - \bar{Y}_{j,1}^{\phi_0} \right) = 0 \quad (4.38)$$

Soit

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\phi}_0^\rho} \sum_j \left(-Y_{j,1}^{\phi_0} \cdot \bar{\hat{Y}}_{j,1} e^{-i\hat{\phi}_0^\rho} - \hat{Y}_{j,1} \cdot \bar{Y}_{j,1}^{\phi_0} e^{i\hat{\phi}_0^\rho} + Y_{j,1}^{\phi_0} \bar{Y}_{j,1}^{\phi_0} + \hat{Y}_{j,1} \bar{\hat{Y}}_{j,1} \right) = 0 \quad (4.39)$$

En calculant la dérivée partielle et en factorisant par $e^{i\hat{\phi}_0^\rho}$ et $e^{-i\hat{\phi}_0^\rho}$, nous obtenons :

$$\left(\sum_j Y_{j,1}^{\phi_0} \cdot \bar{\hat{Y}}_{j,1} \right) e^{-i\hat{\phi}_0^\rho} - \left(\sum_j \hat{Y}_{j,1} \cdot \bar{Y}_{j,1}^{\phi_0} \right) e^{i\hat{\phi}_0^\rho} = 0 \quad (4.40)$$

La résolution s'obtient en séparant les parties réelles et imaginaires des coefficients $\hat{Y}_{j,1}$ et $Y_{j,1}^{\phi_0}$ et nous obtenons :

$$\hat{\phi}_0^\rho = \tan^{-1} \left(\frac{\sum_j \Re(\hat{Y}_{j,1}) \cdot \Im(Y_{j,1}^{\phi_0}) - \Im(\hat{Y}_{j,1}) \cdot \Re(Y_{j,1}^{\phi_0})}{\sum_j \Re(\hat{Y}_{j,1}) \cdot \Re(Y_{j,1}^{\phi_0}) + \Im(\hat{Y}_{j,1}) \cdot \Im(Y_{j,1}^{\phi_0})} \right) [\pi] \quad (4.41)$$

On note qu'il existe deux solutions ϕ^ρ , définies à π près, vérifiant la condition (4.37). Une seule correspond à la valeur minimale du critère. Il suffit donc de calculer le critère pour ces deux solutions et de choisir celle qui donne la valeur minimale.

4.3.6 Conclusion

Cette section nous a permis de mettre en place la démarche générale de calibrage des modèles reliant les coefficients de Fourier Y_{jh} et les composantes d'efforts. En particulier, le processus de calibrage est centré sur la problématique des positions initiales ϕ_0^ρ qui sont inconnues pour chacun des essais et que l'on doit calculer au même titre que les paramètres P_{jh} . Le processus de calibrage comprend une phase d'initialisation des coefficients \hat{Y}_{jh} qui est traitée en utilisant des phases de référence $\varphi_{j,1}^r$. De plus, l'étape du processus de calibrage consistant à calculer, pour des coefficients $\hat{Y}_{j,1}$ et $Y_{j,1}^{\phi_0}$ donnés, les positions ϕ_0^ρ minimisant le critère C est traitée et une solution analytique au problème a été présentée. Dans le cas où l'on ne souhaite pas calculer les coefficients $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ à partir de $Y_{j,1}$, les paramètres $P_{j,2}$ et $P_{j,3}$ peuvent être calculés en utilisant les positions ϕ_0^ρ issues du calibrage de $P_{j,1}$. Le calibrage des paramètres P_{jh} est propre à la structure du modèle correspondant, il sera décrit en même temps que les modèles.

4.4 Relations polynomiales entre les paramètres harmoniques et le torseur

4.4.1 Généralité

4.4.1.1 Structure générale

On souhaite établir une relation entre les coefficients Y_{jh} du modèle harmonique et les composantes du torseur Γ . La première démarche que l'on envisage est celle des modèles de comportement de type polynomiaux par opposition au modèle de connaissance qui sera présenté dans le chapitre 5. Les coefficients Y_{jh} sont alors calculés à partir d'une relation linéaire entre un vecteur P_{jh} contenant les coefficients de la relation et un vecteur V_Γ contenant les différents monômes relatifs au torseur. Un exemple de vecteur V_Γ est donné par (4.42) en ne considérant que les monômes de premier degré.

$$V_\Gamma = [1 \quad F_y \quad F_z \quad M_z]^t \quad (4.42)$$

La relation entre les coefficients calculés \hat{Y}_{jh} et le vecteur V_Γ s'écrit alors :

$$\hat{Y}_{jh} = P_{jh} \cdot V_\Gamma \quad (4.43)$$

Cette structure est applicable à de nombreux problèmes de modélisation. Dans notre cas nous souhaitons tout de même introduire un minimum de connaissance physique. En effet, nous savons que si les billes passant sous une jauge sont déchargées, alors la partie alternative du signal de la jauge est nulle. Ceci se traduit par un coefficient $Y_{j,1}$ qui doit être nul lui aussi. La prise en compte de cas particulier est l'objet de la section suivante.

4.4.1.2 Prise en compte du déchargement des billes

On souhaite prendre en compte une non-linéarité importante concernant le déchargement des billes. En effet, selon les cas de charge, il se peut que les billes passant sous la jauge considérée soient déchargées (Fig. 4.6). Dans ce cas, la partie alternative du signal des billes vu par la jauge doit être d'amplitude

nulle. Typiquement, la relation (4.43) peut donner comme résultat un coefficient qui, ramené par rapport à la phase de référence $\varphi_{j,1}^r$, a une partie réelle négative (4.44).

$$\Re(\hat{Y}_{j,1} \cdot e^{-i\varphi_{j,1}^r}) < 0 \quad (4.44)$$

Ceci revient à dire que la déformation estimée a un signe inversé par rapport au cas de charge nulle (dont est issue la phase de référence), ce qui n'est pas physiquement explicable (Fig. 4.12).

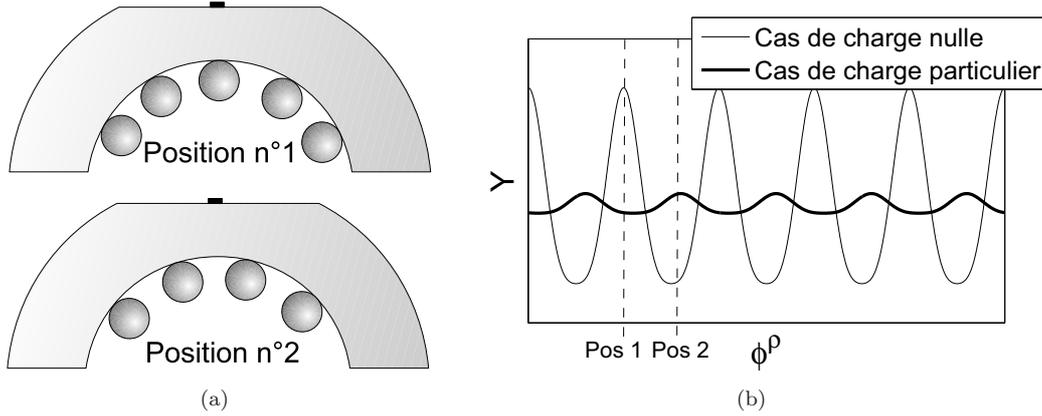


FIGURE 4.12 – Illustration des contradictions physiques que peuvent exprimer les modèles polynomiaux. La figure (a) nous montre deux positions des billes sous une jauge. La figure (b) nous montre les signaux obtenus à partir d'un modèle polynomial pour un cas de charge nulle et un autre cas de charge particulier. Pour le cas de charge nulle (uniquement la précharge), la position 1 correspond à la déformation maximale et au moment où une bille se trouve juste en dessous de la jauge. Pour le cas de charge particulier, les billes sous la jauge sont déchargées. Il se peut néanmoins que le modèle calcule un coefficient $Y_{j,1}$ non nul et ayant une phase contradictoire avec la réalité. En effet, la position 2 calculée par le modèle correspond au moment où la déformation est maximale. Ceci n'est pas possible car la position 2 correspond à un moment où il n'y a pas de bille sous la jauge (Fig. (a)).

Dans ce cas, on considère que les billes sont déchargées et on corrige la relation (4.43) en prenant en compte la non-linéarité (4.45).

$$\begin{aligned} \text{si } \Re(P_{j,1} \cdot V_{\Gamma} \cdot e^{-i\varphi_j^r}) > 0, \text{ alors } Y_{j,1} &= P_{j,1} \cdot V_{\Gamma} \\ \text{sinon } Y_{j,1} &= 0 \end{aligned} \quad (4.45)$$

4.4.1.3 Calibrage des coefficients

La matrice de calibrage M_c contient les différents vecteurs V_{Γ} correspondant aux essais de calibrage (4.46). Etant donné que le déchargement des billes est pris en compte par (4.45), il est nécessaire d'enlever les essais où l'amplitude de la première harmonique de la jauge considérée est inférieure à un seuil ε . Ceci nous permet de prendre en compte uniquement les essais pour lesquels les billes passant sous la jauge considérée sont chargées. Nous fixons ce seuil à $1\mu V/V$.

$$M_c = [V_{\Gamma}[1] \quad \dots \quad V_{\Gamma}[s] \quad \dots \quad V_{\Gamma}[S]]_{s \in T_c / \|Y_{j,1}^{\phi_0}\| > \varepsilon} \quad (4.46)$$

Afin de limiter les problèmes liés à l'inversion numérique de la matrice de calibrage, nous devons la normaliser par rapport aux lignes en considérant une matrice diagonal de pondération W_{norm} :

$$W_{norm}(i, i) = \left(\sqrt{\sum_s (M_c(i, s))^2} \right)^{-1} \quad (4.47)$$

$$M_{norm} = W_{norm} \cdot M_c \quad (4.48)$$

Les coefficients de régression linéaire $P_{j,1}$ s'obtiennent inversant M_c au sens des moindres carrés et en la multipliant par le vecteur contenant les données expérimentales corrigées par les $\hat{\phi}_0^\rho$ (4.49).

$$P_{j,1} = (M_{norm}^t \cdot M_{norm})^{-1} M_{norm}^t \cdot \begin{bmatrix} Y_{j,1}^{\phi_0}[1] \cdot e^{-i\hat{\phi}_0^\rho[1]} \\ \dots \\ Y_{j,1}^{\phi_0}[s] \cdot e^{-i\hat{\phi}_0^\rho[s]} \\ \dots \end{bmatrix}_{s \in T_c / \|Y_{j,1}^{\phi_0}\| > \varepsilon} \quad (4.49)$$

Remarque : afin d'évaluer la sensibilité de l'estimation des paramètres du modèle aux erreurs expérimentales (estimation des Y_{jh} et de la matrice M_c), il est nécessaire de prendre en compte le conditionnement de la matrice de calibrage [Kern, 2002]. Ce conditionnement doit être calculé à partir de la matrice normalisée M_{norm} .

4.4.1.4 Critères d'évaluation des modèles

Afin de pouvoir quantifier les erreurs de reconstruction des coefficients de Fourier, nous allons définir un ensemble de critères. Tout d'abord, nous allons calculer l'erreur \tilde{Y}_{jh} d'estimation des coefficients $Y_{jh}^{\phi_0}$.

$$\tilde{Y}_{jh} = Y_{jh}^{\phi_0} - \hat{Y}_{jh} \cdot e^{i\hat{\phi}_0^\rho} \quad (4.50)$$

Nous allons extraire de ces erreurs, deux valeurs caractéristiques pour chacune de jauges et pour chacun des N_v essais de validation. Nous avons tout d'abord l'erreur quadratique moyenne définie pour les harmoniques 1, 2 et 3 par (4.51) et pour l'harmonique 0 par (4.52)

$$\left(\tilde{Y}_{jh}\right)_{moy}^2 = \frac{1}{N_v} \sum_s \|\tilde{Y}_{jh}[s]\|^2 \quad (4.51)$$

$$\left(\tilde{Y}_{j,0}\right)_{moy}^2 = \frac{1}{N_v} \sum_s (\tilde{Y}_{j,0}[s])^2 \quad (4.52)$$

Ces erreurs peuvent être exprimées relativement à l'énergie moyenne du signal $(y_j)_{moy}^2$ (définie dans la section 3.4.2 du chapitre 3) de sorte à représenter l'énergie du signal d'erreur généré par les erreurs de calcul de ces harmoniques. Ainsi, nous avons :

$$\begin{aligned} \text{Si } h = 0, \text{ alors : } \left(\tilde{Y}_{jh}\right)_{\%} &= 100 \cdot \frac{\left(\tilde{Y}_{jh}\right)_{moy}^2}{(y_j)_{moy}^2} \\ \text{Sinon : } \left(\tilde{Y}_{jh}\right)_{\%} &= 100 \cdot \frac{2 \cdot \left(\tilde{Y}_{jh}\right)_{moy}^2}{(y_j)_{moy}^2} \end{aligned} \quad (4.53)$$

Enfin, nous extrayons les valeurs maximales d'erreurs constatées sur les essais de validation. La définition de cette erreur est donnée pour toutes les harmoniques par :

$$\left(\tilde{Y}_{jh}\right)_{max} = \max_s (\|\tilde{Y}_{jh}[s]\|) \quad (4.54)$$

Afin de synthétiser encore plus ces résultats, nous pouvons effectuer les moyennes par rapport aux N_j jauges appartenant à une rangée donnée (4.55), (4.56) et (4.57).

$$\left(\tilde{Y}_h\right)_{moy}^2 = \frac{1}{N_j \cdot N_v} \sum_j \sum_s \|\tilde{Y}_{jh}[s]\|^2 \quad (4.55)$$

$$\begin{aligned} \text{Si } h = 0, \text{ alors : } \left(\tilde{Y}_h \right)_{\%} &= 100 \cdot \frac{\left(\tilde{Y}_h \right)_{moy}^2}{\left(y^\rho \right)_{moy}^2} \\ \text{Sinon : } \left(\tilde{Y}_h \right)_{\%} &= 100 \cdot \frac{2 \cdot \left(\tilde{Y}_h \right)_{moy}}{\left(y^\rho \right)_{moy}} \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\left(\tilde{Y}_h \right)_{max} = \max_{s,j} (\| \tilde{Y}_{jh}[s] \|) \quad (4.57)$$

4.4.2 Structure linéaire

4.4.2.1 Mise en œuvre

On définit le vecteur V_Γ de la manière suivante :

$$V_\Gamma = [1 \quad F_y \quad F_z \quad M_z]^T \quad (4.58)$$

Le conditionnement de la matrice de calibrage normalisée est de 1.07, ce qui est une très bonne valeur étant donné qu'elle ne peut pas être inférieure à 1. La figure 4.13 nous montre la convergence du critère d'optimisation C^ρ calculés pour les deux rangées de billes. La première remarque est que la convergence est peu marquée. Le critère varie peu en fonction des itérations. Ceci est dû à la bonne initialisation du processus. En effet, si nous avons initialisé la première estimation de $Y_{j,1}$ suivant (4.59), nous aurions obtenus la convergence donnée par la figure 4.14. Par chance, les deux processus convergent vers la même valeur du critère. Ceci n'est pas toujours le cas en fonction des modèles utilisés et l'on peut conclure que le processus est correctement initialisé.

$$\hat{Y}_{j,1} = Y_{j,h}^{\phi 0} \quad (4.59)$$

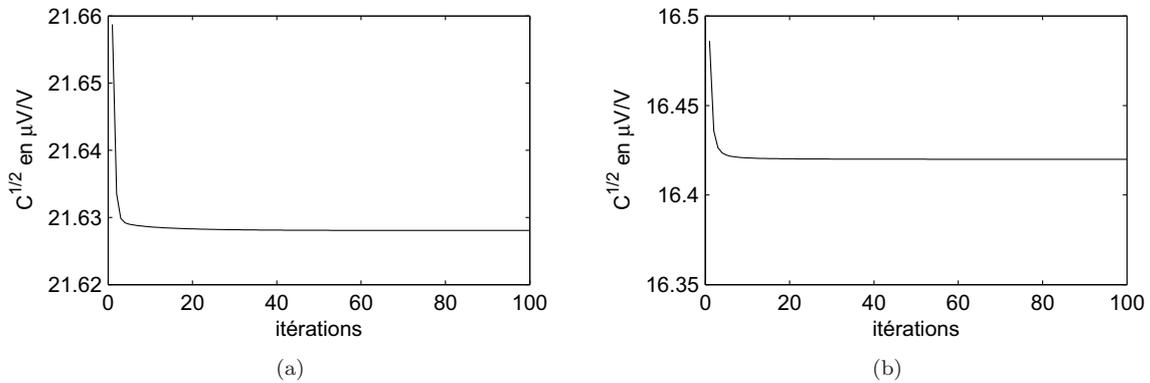


FIGURE 4.13 – Convergence des critères $C^{\rho 1}$ Fig. (a) et $C^{\rho 2}$ Fig. (b)

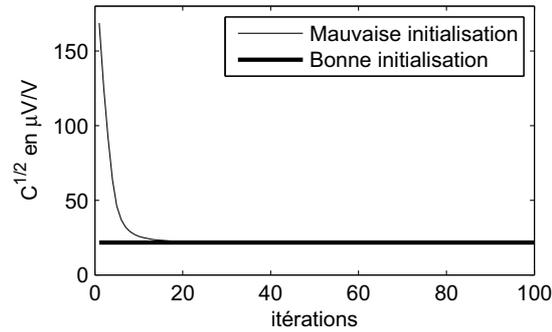


FIGURE 4.14 – Comparaison entre les convergences de l'optimisation avec la bonne et la mauvaise initialisation. On note que les deux convergent vers la même valeur. Cependant, et selon les modèles utilisés, la présence de minimums locaux fait que ce n'est pas toujours le cas.

4.4.2.2 Visualisation des résultats

Les estimations $\hat{Y}_{j,1}$ nous permettent de tracer les amplitudes $\|\hat{Y}_{j,1}\|$ en fonction de F_y et F_z pour M_z donné de la même manière que pour les figures 4.5 et 4.6. Nous obtenons alors les figures 4.15, 4.16, 4.17 et 4.18.

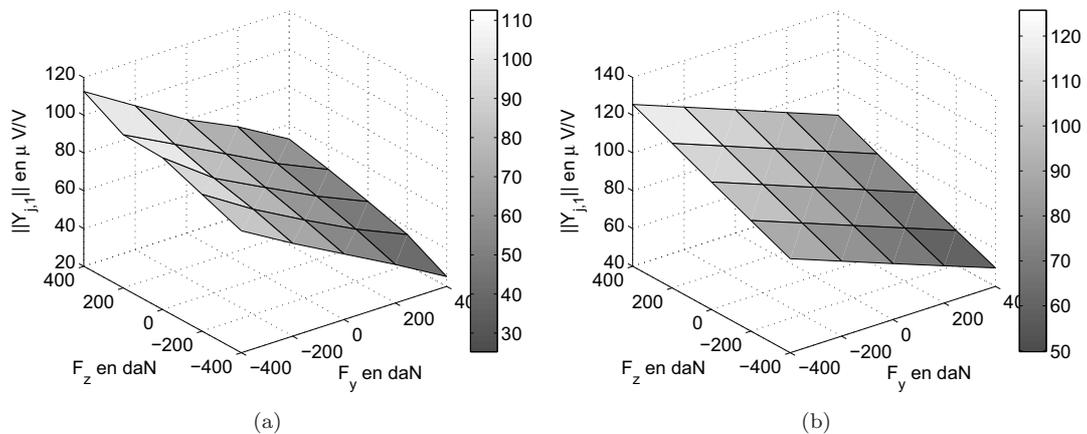


FIGURE 4.15 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°1, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = 0$. Les amplitudes sont relativement bien calculées.

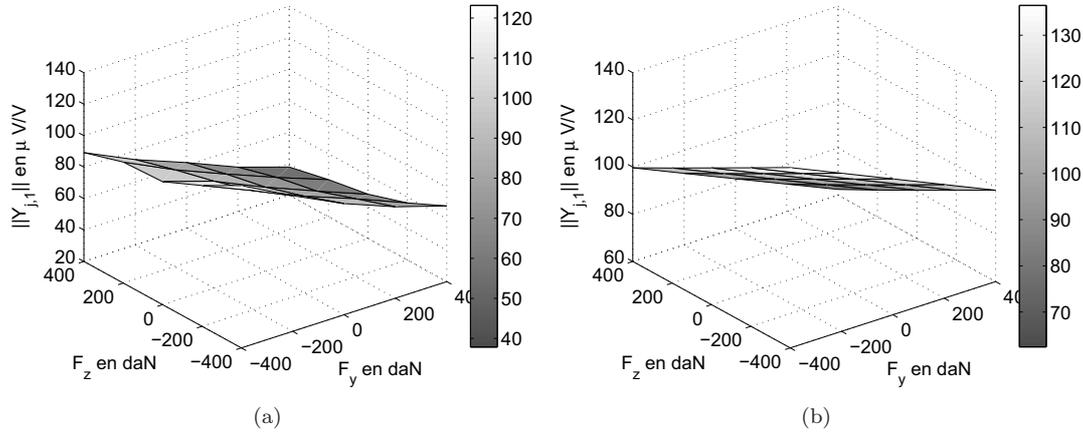


FIGURE 4.16 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°9, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = 0$. Les amplitudes sont relativement bien calculées.

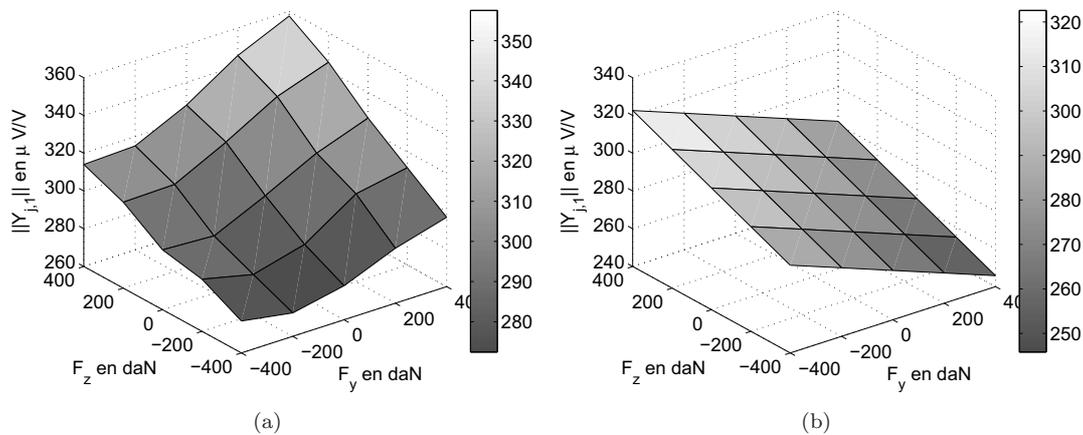


FIGURE 4.17 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°1, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = -50 \text{ daN.m}$. Dans ce cas là, les amplitudes sont mal représentées. Les sensibilités par rapport à F_y et F_z nsont mauvaises.

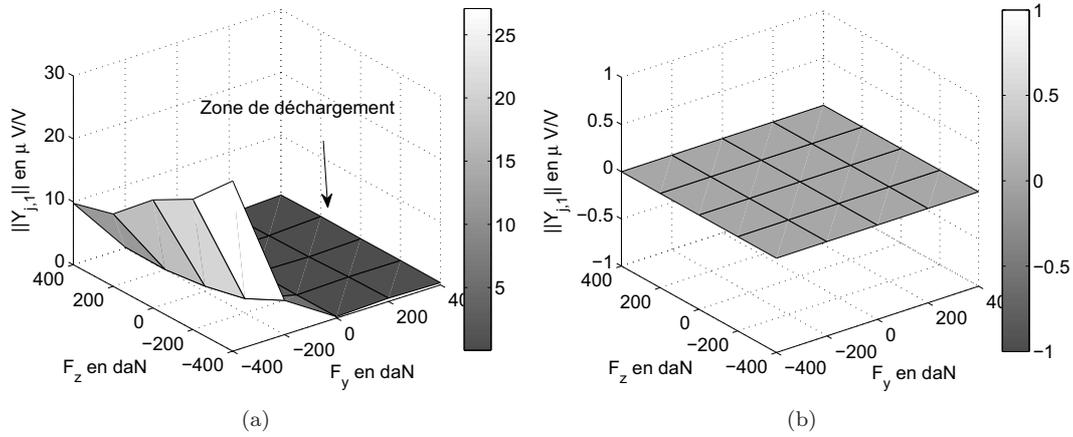


FIGURE 4.18 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°1, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = -50\text{daN.m}$. Dans ce cas là, les amplitudes ne sont pas bien représentées. Le modèle calcule une partie réelle de $P_{1,1}V_\Gamma \cdot e^{-i\varphi_{1,1}^r}$ négative et considère donc que $Y_{1,1}$ vaut 0 alors que ce n'est pas le cas.

4.4.2.3 Résultats

Les résultats obtenus pour une structure linéaire du lien entre les composantes d'effort et les coefficients de Fourier $Y_{j,1}$ et $Y_{j,0}$ sont donnés pour les deux rangées par le tableaux 4.5. Les erreurs sont trop importantes pour espérer obtenir une bonne reconstruction du torseur à partir de ce modèle.

	Essais de calibrage			Essais de validation		
	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$
$h = 1, \rho = 1$	21.6	4.74	117	19.3	3.78	66.2
$h = 1, \rho = 2$	16.4	4.01	84.7	13.6	2.3	73.6
$h = 0, \rho = 1$	30.4	4.69	118	24.9	3.15	66.3
$h = 0, \rho = 2$	39.2	11.4	120	32.3	7.78	90.6

TABLE 4.5 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibrage et de validation. Signaux conditionnés en quart-de-pont.

4.4.3 Structure polynomiale de second ordre

4.4.3.1 Mise en œuvre

On définit le vecteur V_Γ de la manière suivante :

$$V_\Gamma = [1 \quad F_y \quad F_z \quad M_z \quad F_y^2 \quad F_z^2 \quad M_z^2 \quad F_y \cdot F_z \quad F_y \cdot M_z \quad F_z \cdot M_z]^T \quad (4.60)$$

Le conditionnement de la matrice de calibrage normalisée est de 3.8 ce qui est une valeur tout à fait acceptable.

4.4.3.2 Visualisation des résultats

Les figures 4.19 et 4.20. Cette fois ci, les sorties du modèle représentent correctement les données expérimentales.

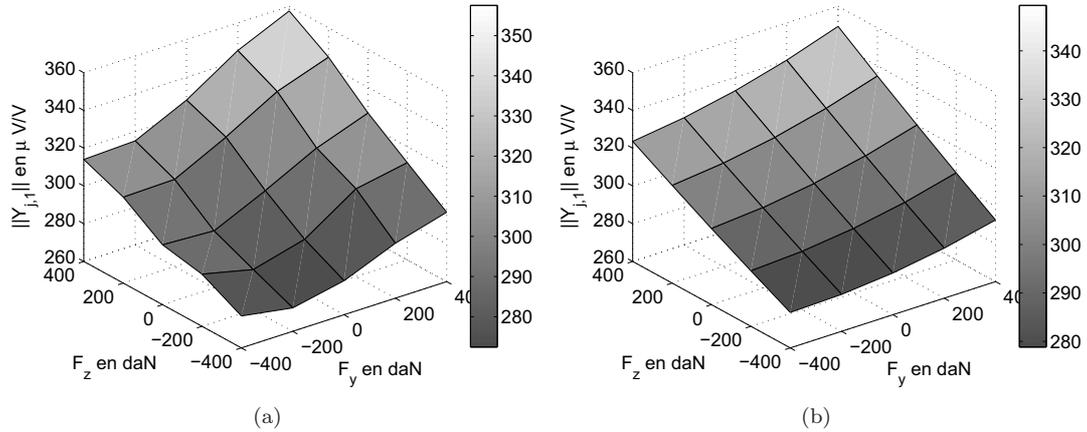


FIGURE 4.19 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°1, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = -50\text{daN.m}$. Dans ce cas là, les amplitudes et surtout les tendances en fonction de F_y et F_z sont respectées.

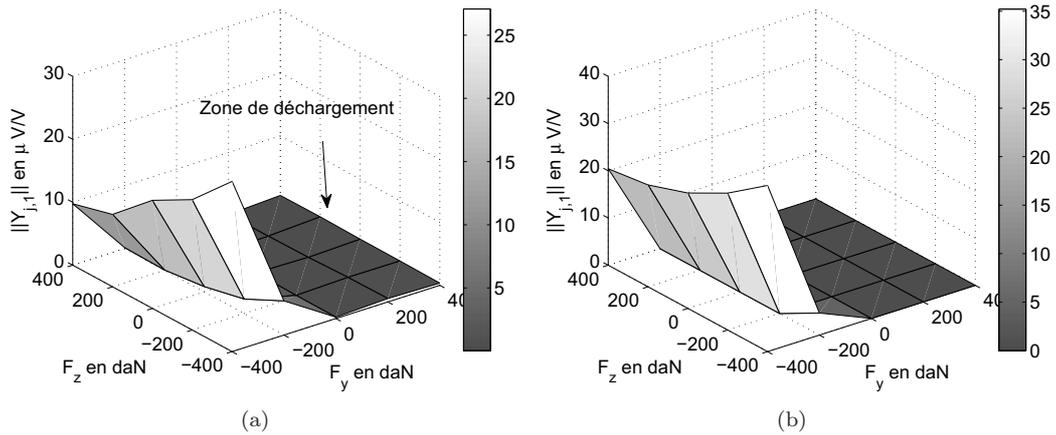


FIGURE 4.20 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°1, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = -50\text{daN.m}$. Dans ce cas là, la zone de déchargement apparaît correctement.

4.4.3.3 Résultats

Les résultats obtenus pour un structure linéaire du lien entre les composantes d'effort et les coefficients de Fourier $Y_{j,1}$ et $Y_{j,0}$ sont donnés pour les deux rangées par le tableaux 4.6. Cette fois-ci, les erreurs sont acceptables

	Essais de calibration			Essais de validation		
	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$
$h = 1, \rho = 1$	8.26	0.69	29.9	7.79	0.62	27.6
$h = 1, \rho = 2$	6.33	0.60	27.7	6.26	0.58	21.2
$h = 0, \rho = 1$	9.12	0.42	41	9.53	0.46	51
$h = 0, \rho = 2$	8.61	0.55	34.4	10.5	0.82	47.6

TABLE 4.6 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibration et de validation. Signaux conditionnés en quart-de-pont.

4.4.4 Structure polynomiale de troisième ordre

4.4.4.1 Mise en œuvre

On définit le vecteur V_Γ de la manière suivante :

$$V_\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & F_y & F_z & M_z & F_y^2 & F_z^2 & M_z^2 & F_y \cdot F_z & F_y \cdot M_z \dots \\ F_z \cdot M_z & F_y^3 & F_z^3 & M_z^3 & F_y^2 \cdot F_z & F_y \cdot F_z^2 & F_y^2 \cdot M_z & F_y \cdot M_z^2 & F_z^2 \cdot M_z & F_z \cdot M_z^2 \end{bmatrix}^T \quad (4.61)$$

Le conditionnement de la matrice de calibrage normalisée est de 7.4 ce qui est une valeur tout à fait acceptable.

4.4.4.2 Résultats

Les résultats sont donnés par 4.7 pour les signaux quart-de-pont et par 4.8 pour les signaux demi-pont. Les erreurs moyennes sont inférieures aux structures linéaires et polynomiales de deuxième ordre.

	Essais de calibrage			Essais de validation		
	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$
$h = 1, \rho = 1$	4.04	0.16	21.6	4.42	0.20	18.8
$h = 1, \rho = 2$	3.26	0.16	15.3	3.95	0.23	12.4
$h = 0, \rho = 1$	5.12	0.13	25	8.55	0.37	51.9
$h = 0, \rho = 2$	5.95	0.26	24.1	8.8	0.56	47.4

TABLE 4.7 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibrage et de validation. Signaux conditionnés en quart-de-pont.

	Essais de calibrage			Essais de validation		
	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$
$h = 1, \rho = 1$	7.08	0.18	26.2	8.22	0.24	33.6
$h = 1, \rho = 2$	5.59	0.22	33.1	7.05	0.34	21.2
$h = 0, \rho = 1$	3.62	0.023	25.6	2.94	0.015	15.3
$h = 0, \rho = 2$	4.01	0.0566	19.8	3.12	0.0344	15.7

TABLE 4.8 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibrage et de validation. Signaux conditionnés en demi-pont.

4.4.5 Conclusion sur les modèles polynomiaux

Le lien entre les paramètres harmoniques et les composantes d'efforts est complexe. Plusieurs non-linéarités doivent être prises en compte afin d'obtenir un calcul suffisamment juste des coefficients de Fourier. Nous avons tout d'abord pris en compte le déchargement des billes pour tous les modèles polynomiaux envisagés. Dans le cas du modèle prenant en compte uniquement les monômes de premier degré, des non-linéarités subsistent et l'estimation des coefficients $Y_{j,1}$ de Fourier n'est pas très bonne. Pour les signaux quart-de-pont, l'erreur quadratique moyenne par rapport aux essais de validation et aux jauges, est alors de $(19.26\mu V/V)^2$ pour la première rangée et de $(13.56\mu V/V)^2$ pour la seconde. Pour rappel, l'énergie moyenne du signal, pour les essais de validation, vaut $(140.3\mu V/V)^2$ pour la première rangée et $(115.7\mu V/V)^2$ pour la seconde. Les erreurs maximales constatées étant de $66.2\mu V/V$ pour la première rangée et de $73.6\mu V/V$ pour la seconde. Dans le cas où l'on souhaite calculer les coefficients $Y_{j,2}$ et $Y_{j,3}$ à partir de $Y_{j,1}$, les erreurs constatées se répercuteront sur ces coefficients. En revanche, en utilisant des polynômes d'ordre 3, les résultats sont nettement meilleurs. L'erreur commise sur l'estimation des coefficients $Y_{j,1}$ est en moyenne de $4.42\mu V/V$ pour la première rangée ce qui représente 0.2% du signal total. L'erreur maximale n'est plus que de $18.8\mu V/V$.

4.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre nous a permis de mettre en évidence trois résultats fondamentaux. Tout d'abord, la première section a montré que pour les essais réalisés, la forme du signal pouvait être décrite à partir d'un seul paramètre. En effet, une relation linéaire permet de calculer les autres coefficients de Fourier à partir de l'amplitude de la première harmonique. Ce calcul se fait en considérant que la première harmonique sert de la référence des phases.

$$(Y_{j,2}^{\varphi 1}, Y_{j,3}^{\varphi 1}) = f(Y_{j,1}^{\varphi 1}) \quad (4.62)$$

L'erreur commise par cette simplification a une énergie d'environ $(0.8\mu V/V)^2$ pour les jauges de la première rangée conditionnées en quart-de-pont et la première harmonique. Pour rappel, l'énergie moyenne du signal est de $(140\mu V/V)^2$.

En second lieu, nous avons explicité une démarche de calibrage d'un modèle permettant de relier les composantes du torseur aux coefficients de Fourier des signaux en tenant compte des positions initiales des billes inconnues. Cette démarche est valable pour tous les types de modèles envisagés.

Enfin, nous avons appliqué cette démarche de calibrage à des modèles de type polynomiaux.

$$(Y_{j,1}, Y_{j,2}) = f_{poly}(\Gamma) \quad (4.63)$$

Les résultats obtenus sont encourageants. L'erreur d'estimation de la première harmonique pour les jauges conditionnées en quart-de-pont est d'environ $4\mu V/V$ ce qui représente 0.1% de l'énergie totale. Elle est de $5.12\mu V/V$ pour la valeur moyenne $Y_{j,0}$. En revanche, nous pouvons faire deux critiques sur ce type de méthode. Tout d'abord, ces modèles ne sont valables que pour la gamme d'effort contenue par les données expérimentales de calibrage. Ceci implique qu'il est hasardeux d'extrapoler les résultats pour des efforts plus importants. De plus, parmi les cinq composantes qui sont potentiellement appliquées au roulement, seules trois ont été testées. Le lien entre les signaux et les composantes non testées sur le banc est actuellement inconnu. La seconde remarque concerne le manque de lois physiques dans ce type de modèle. Il est difficile de relier les coefficients de régression obtenus à des paramètres physiques du roulement. Dans l'optique de la fabrication en grande série du roulement capteur d'effort, il est nécessaire d'établir des relations entre les paramètres du modèle et les paramètres de fabrication soumis à des plages de tolérance.

Chapitre 5

Analyse théorique du lien entre les paramètres harmoniques et l'effort

Résumé du chapitre

Ce chapitre s'inscrit dans la démarche de modélisation du lien entre les composantes du torseurs et les signaux de jauge. En particulier, nous nous intéresserons aux liens entre l'effort et les coefficients de Fourier du modèle harmonique. La démarche mise en œuvre se base sur des considérations physiques. Ainsi nous allons montrer que l'on peut calculer les coefficients de Fourier à partir d'une représentation harmonique de la zone de charge et la loi de Hooke. La relation linéaire ainsi obtenue s'exprime par des coefficients harmoniques de compliance. Le calibrage de ce modèle et les résultats obtenus seront présentés.

Sommaire

5.1	Introduction	114
5.2	Représentation harmonique de la zone de charge	116
5.2.1	Objectifs de la représentation harmonique	116
5.2.2	Présentation du modèle de zone de charge	117
5.2.2.1	Présentation générale	117
5.2.2.2	Calcul de la zone de charge en fonction du torseur	118
5.2.2.3	Exemple de calcul de zone de charge	118
5.2.3	Calcul des harmoniques de zones de charge	119
5.2.4	Analyse de la répartition des harmoniques de zone de charge	120
5.2.4.1	Démarche de calcul	120
5.2.4.2	Choix des caractéristiques de répartition	121
5.3	Modélisation de la déformation mesurée par les jauges	123
5.3.1	Problématique	123
5.3.2	Principe de modélisation	123
5.3.3	Représentation harmonique de la déformation	125
5.3.3.1	Première partie de la démonstration	125
5.3.3.2	Seconde partie de la démonstration	127
5.3.4	Conclusion	128
5.4	Calibrage des paramètres du modèle	128
5.4.1	Estimation des compliances	128
5.4.1.1	Calcul des compliances associées aux harmoniques d'ordres supérieurs à 0	129
5.4.1.2	Calcul des compliances associées à l'harmonique d'ordre égal à 0	130
5.4.2	Résultats de calibrage pour une précharge fixée à la valeur nominale	130
5.5	Conclusion du chapitre	132

5.1 Introduction

Le chapitre 3 nous a permis de décrire les signaux de jauges avec un premier niveau de modélisation prenant en compte la dépendance des signaux vis-à-vis des positions angulaires des billes ϕ^p . Ce modèle harmonique est basé sur une description en série de Fourier, relativement aux angles ϕ^p , composée des harmoniques 0, 1, 2 et 3 (5.1).

$$y_j = \sum_{h=-3}^3 Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^p} \quad (5.1)$$

L'objectif du travail de modélisation est de décrire le lien entre les signaux de jauge et le torseur d'effort. Ce lien se traduit par une dépendance des coefficients Y_{jh} vis-à-vis des composantes du torseur d'effort Γ . Dans le chapitre 4 et plus particulièrement dans la section 4.4, nous avons utilisé différents modèles de comportement. Les modèles ainsi mis en œuvre se basent sur une description polynomiale du lien entre les composantes du torseur et les coefficients de Fourier Y_{jh} . Les résultats obtenus en utilisant des polynômes de degré trois sont très satisfaisants en terme de représentativité des données expérimentales. Cependant, ce type de méthode a deux inconvénients majeurs. La première limite est le domaine de validité du calibrage du modèle qui se restreint à la plage d'effort explorée et au roulement testé. De plus, ce type de modèle n'apporte pas d'élément de compréhension sur le fonctionnement du système de mesure. Ces deux raisons font naître le besoin de développer un modèle intégrant des lois physiques décrivant le comportement du roulement instrumenté. Idéalement, les paramètres du modèle physique représenteraient des grandeurs physiques dont les valeurs pourraient être calculées par d'autres moyens que l'expérience. Par exemple, la sensibilité des jauges pourrait être calculée théoriquement à partir de la connaissance du matériau piézo-résistif.

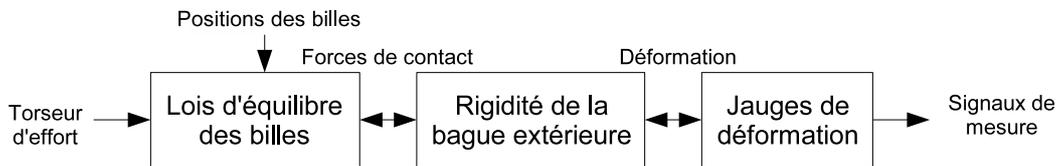


FIGURE 5.1 – *Partie physique du système de mesure. Les doubles flèches signifient une action réciproque entre les sous-systèmes. Par exemple, la rigidité de la bague extérieure influence la répartition des efforts sur les billes.*

Les différents sous-systèmes décrivant le lien entre les composantes du torseur et les signaux de mesures, correspondant à des variations de résistance, sont donnés par la figure 5.1. La première brique, concernant l'équilibre des billes, est un problème classique et beaucoup de travaux existent sur le sujet. On peut notamment citer [Harris, 2001] qui présente le calcul de la répartition des efforts sur les billes pour un roulement à une rangée de billes chargée par une force axiale, une force radiale et un moment. Le modèle qui sera utilisé dans cette thèse se base sur les travaux [de Mul, 1989] qui présentent un modèle applicable à un roulement à deux rangées de billes pouvant être chargé par cinq composantes d'effort. La principale hypothèse posée est que la souplesse des bagues et des billes sont négligeables devant celle des contacts billes/bagues caractérisée par la théorie de Hertz; on considère donc que la déformation de la bague extérieure n'influence pas la répartition des efforts sur les billes. Dans [de Mul, 1989], les forces de frottement sont négligées. Nous allons également négliger les quantités d'accélération des billes. L'inconvénient des équations de ce modèle est qu'elles décrivent une relation explicite permettant de calculer les forces de contact non pas à partir de l'effort Γ mais à partir du déplacement D_i de la bague intérieure. La démarche décrite dans [de Mul, 1989], permettant de calculer les forces de contact en fonction du torseur, consiste alors à utiliser la méthode de Newton-Raphson [Schatzman, 1998] pour inverser la relation explicite entre le déplacement D_i et le torseur Γ . Les forces de contact sont un résultat intermédiaire de ce calcul.

La deuxième brique concerne le passage entre les efforts appliqués à la bague extérieure et les déformations mesurées. Ce problème est régulièrement abordé chez les fabricants de roulements pour les

problèmes de dimensionnement. L'objectif est alors d'obtenir une image, même biaisée, des contraintes dans le roulement afin de détecter les zones les plus sollicitées qu'il est nécessaire de renforcer. Les calculs se font alors à base d'éléments-finis afin de bien représenter la géométrie parfois complexe du roulement. D'autres approches existent, elles se basent sur une description simplifiée de la géométrie de la bague extérieure et permettent une résolution analytique du problème. Par exemple, on peut modéliser la bague extérieure par un anneau dont la largeur et l'épaisseur seraient petites devant son rayon. La théorie des poutres permet alors d'obtenir une représentation simplifiée de la déformation de la bague extérieure. Pour ces deux types de méthodes, on considère que la déformation de la bague extérieure n'influence pas les forces de contacts. Or si on ne souhaite pas faire l'hypothèse des bagues infiniment rigides pour le calcul des forces de contact, on se dirigera vers les méthodes dites d'approche mutuelle. Ces méthodes cherchent à faire correspondre les forces générées par les déplacements et la rigidité linéaire de la bague extérieure avec les enfoncements et la rigidité non-linéaire des contacts. Il est alors nécessaire d'utiliser des méthodes numériques pour résoudre ce problème qui est illustré par la figure 5.2.

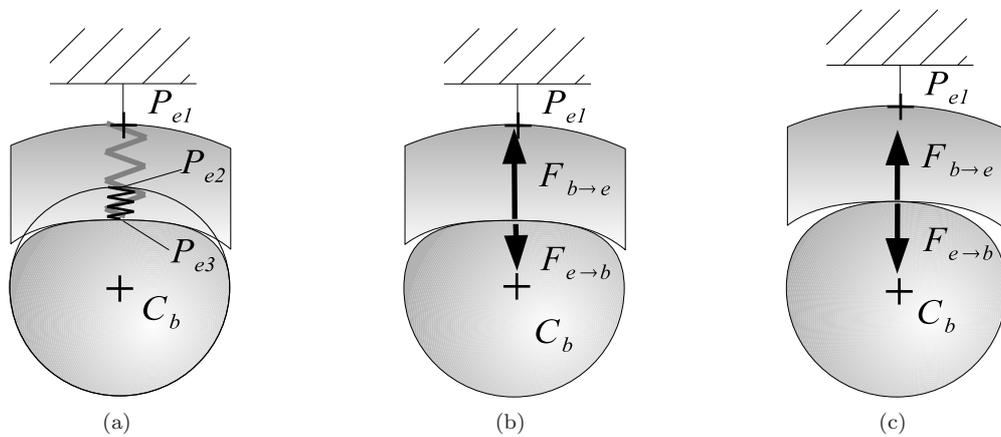


FIGURE 5.2 – Illustration du principe de l'approche mutuelle. La figure (a) nous montre une configuration du contact bille/bague. Les points P_{e1} et P_{e3} appartiennent tous deux à la bague extérieure. P_{e1} est un point encastré. Le point P_{e2} est la position théorique du bord supérieur de la bille si le contact n'était pas écrasé. Sous charge, ce bord est défini par le point P_{e3} . La distance entre les points P_{e1} et P_{e3} n'est pas la distance au repos ce qui génère une force $F_{e \rightarrow b}$ en vertu de la raideur de la bague extérieure (Fig. (b)). De plus, le contact est écrasé, la distance entre P_{e2} et P_{e3} n'est pas nulle, ce qui génère une force $F_{b \rightarrow e}$ en vertu de la raideur du contact. Cette solution n'est pas valable car le principe d'action/réaction nous dit que la force $F_{b \rightarrow e}$ doit être égale à $-F_{e \rightarrow b}$. La résolution du problème d'approche mutuelle permet de calculer la position du centre de la bille telle que $F_{b \rightarrow e} = -F_{e \rightarrow b}$ (Fig. (c))

Une étape supplémentaire peut être franchie par la prise en compte de la dynamique du système. En effet, pour une vitesse d'excitation suffisamment grande, les quantités d'accéléérations au sein de la matière ne peuvent plus être négligées et il est alors nécessaire d'en tenir compte. Les travaux les plus aboutis sur le sujet sont donnés par [Wensing, 1998].

Dans cette thèse, une méthode originale va être présentée permettant de relier les forces de contact aux déformations mesurées par les jauges. La démarche va être de décrire ce lien en considérant d'une part la représentation harmonique de la zone de charge et d'autre part la représentation harmonique des signaux de jauge. Les lois de l'élasticité permettent d'établir, en faisant quelques hypothèses, une relation linéaire entre ces deux représentations harmoniques.

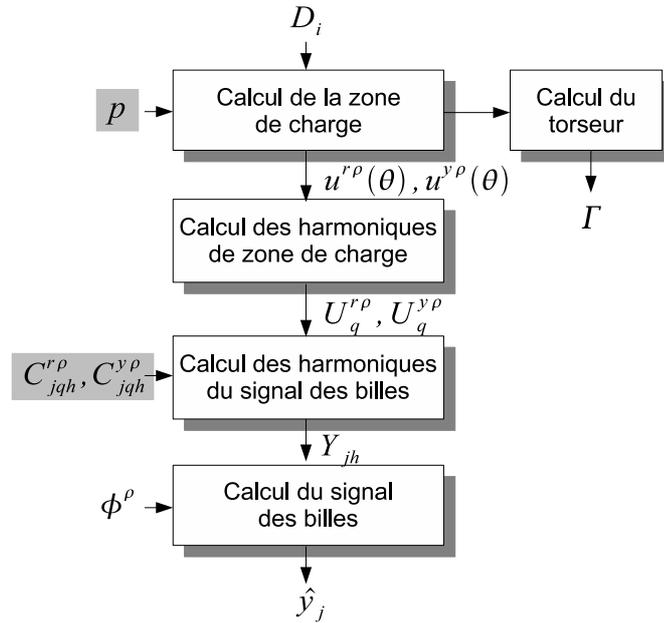


FIGURE 5.3 – Architecture de la modélisation envisagée. L'entrée est le déplacement D_i de la bague intérieure. Un modèle de zone de charge permet de calculer les composantes axiales et radiales, respectivement $u^{r\rho}$ et $u^{y\rho}$, des forces de contact. Ce calcul dépend des paramètres physiques p du roulement. Un module permet de calculer les coefficients de Fourier $U_q^{r\rho}$ et $U_q^{y\rho}$ associés aux composantes d'effort de contact $u^{r\rho}$ et $u^{y\rho}$. La loi de Hooke permet alors de calculer les coefficients de Fourier Y_{jh} du modèle harmonique en fonction des compliances $C_{jqh}^{r\rho}$ et $C_{jqh}^{y\rho}$. Il suffit alors de calculer la série de Fourier en fonction de l'angle des billes ϕ^ρ pour calculer le signal de jauge \hat{y}_j . Le torseur Γ s'obtient à partir du modèle de zone de charge.

L'architecture envisagée de modélisation est donnée par la figure 5.3. L'entrée de ce modèle est le déplacement de la bague intérieure en raison des équations du modèle de zone de charge qui sont exprimées explicitement en fonction des composantes de déplacement. Un premier module intégrant le modèle de zone de charge présenté dans [de Mul, 1989] permet de calculer les composantes axiale $u^{y\rho}$ et radiale $u^{r\rho}$ des zones de charges pour les deux rangées de billes. Ces composantes permettent d'une part de calculer le torseur Γ généré par le déplacement D_i et d'autre part de calculer la représentation harmonique de la zone de charge. Le nombre d'harmoniques nécessaire à la bonne description des zones de charge sera déterminé dans la section 5.2. Ces harmoniques de zone de charge peuvent être reliées, par les lois de l'élasticité linéaire, aux harmoniques Y_{jh} du signal de jauge. Cette relation, qui fera intervenir les coefficients de compliance $C_{jqh}^{r\rho}$ et $C_{jqh}^{y\rho}$, sera établie dans la section 5.3. Pour obtenir le signal de jauge modélisé \hat{y}_j , il suffit alors de calculer la série de Fourier paramétrée en ϕ^ρ . Les paramètres inconnus de ce modèle sont les compliances $C_{jqh}^{r\rho}$ et $C_{jqh}^{y\rho}$. Leur calibrage sera présenté dans la section 5.4. Les paramètres p du roulement sont des paramètres de conception connus à la tolérance près.

5.2 Représentation harmonique de la zone de charge

5.2.1 Objectifs de la représentation harmonique

Le modèle de zone de charge permet de calculer, pour un déplacement D_i donné, la composante radiale et axiale de la force transmise par une bille positionnée dans une position θ . Une présentation de ce modèle sera faite dans la section 5.2.2. Il est en général utilisé pour calculer les composantes axiale et radiale de la zone de charge discrète dont les points de calcul correspondent aux positions des billes. Mais il permet en fait de calculer ces composantes de manière continue en fonction de θ . La figure 5.4 illustre la différence entre la représentation discrète et continue de la composante axiale de la zone de charge.

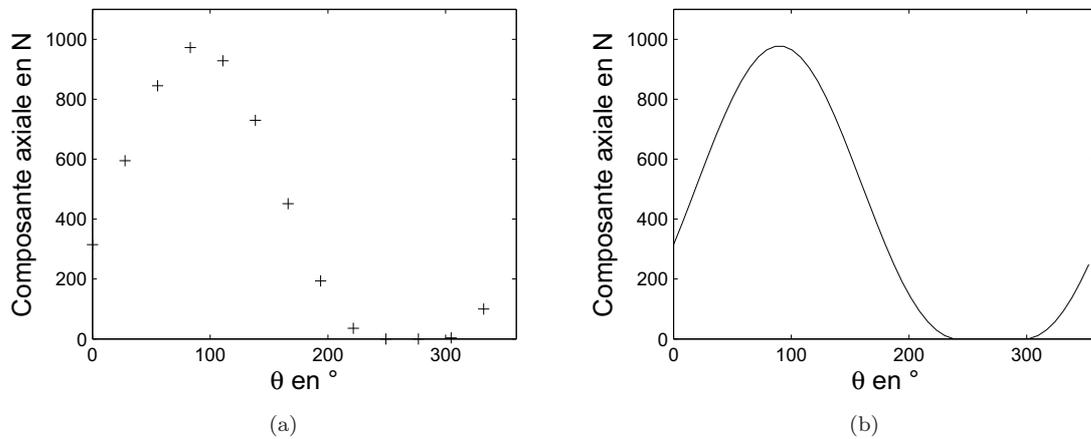


FIGURE 5.4 – Représentation discrète et continue de la zone de charge. La figure (a) nous montre les composantes axiales transmises par les 13 billes de la première rangée pour un déplacement D_i donné. Le modèle de zone de charge nous permet de calculer, pour le même déplacement D_i , la composante axiale transmise par une bille positionnée en θ quelconque. La figure (b) nous montre la représentation continue ainsi obtenue.

Dans l'optique d'obtenir une relation entre la déformation et les forces de contact, nous allons représenter la zone de charge avec peu de paramètres. La solution envisagée est de la représenter par une série de Fourier spatiale (paramétrée en θ). Cette décomposition en série de Fourier des composantes radiale et axiale de la zone de charge est l'objet de cette section.

La section 5.2.3 nous permettra de présenter la méthode de calcul des harmoniques de la zone de charge. Puis dans la section 5.2.4, nous verrons que chacune des harmoniques n'a pas la même importance dans la description de la zone de charge. Cette section nous permettra de déterminer le nombre d'harmoniques qu'il est nécessaire de prendre en compte.

5.2.2 Présentation du modèle de zone de charge

5.2.2.1 Présentation générale

Nous avons abordé dans le chapitre 1 et plus particulièrement dans les sections 1.3.2 et 1.3.3.2 les notions d'équilibre des billes. Le modèle utilisé se base sur [de Mul, 1989] et est plus largement décrit dans l'annexe C. La particularité de ce modèle est que les forces de contact transmises par les billes sont calculées explicitement non pas à partir des composantes du torseur Γ mais à partir des composantes du déplacement D_i . La démarche mise en œuvre est la même que celle décrite par la figure 1.12 du chapitre 1. Les équations de base de ce modèle nous permettent de calculer l'angle de contact α et l'intensité de la force de contact F pour un déplacement D_i donné et une bille, appartenant à la rangée ρ , positionnée en θ (5.2).

$$\alpha = f_{\alpha}^{ZdC}(D_i, \theta, \rho, p) \text{ et } F = f_F^{ZdC}(D_i, \theta, \rho, p) \quad (5.2)$$

Avec p les paramètres physiques du roulement

Les paramètres nécessaires et suffisants de ce modèle sont :

- Les positions axiale et radiale des centres de courbure de la bague intérieure
- Les positions axiale et radiale des centres de courbure de la bague extérieure
- Le diamètre des billes
- La précharge δ_{ch} du roulement
- La raideur de Hertz des contacts billes/bague intérieure et billes/bague extérieure calculée à partir des différents rayon de courbure et des propriétés mécanique de l'acier utilisé.

Les sorties de ce modèle peuvent être les composantes radiale u^r et axiale u^y des forces de contact (5.3) ou directement le vecteur force \vec{F} (5.4).

$$u^r = f_r^{ZdC}(D_i, \theta, \rho, p) \quad \text{et} \quad u^y = f_y^{ZdC}(D_i, \theta, \rho, p) \quad (5.3)$$

$$\vec{F}^\rho = f_{\vec{F}}^{ZdC}(D_i, \theta, \rho, p) \quad (5.4)$$

5.2.2.2 Calcul de la zone de charge en fonction du torseur

L'inconvénient du modèle de zone de charge est que l'entrée est le déplacement D_i et non le torseur Γ . Le torseur Γ est en fait explicité par les équations du modèle puisqu'il suffit de réaliser la somme, pour toutes les billes, des torseurs associés aux forces de contact \vec{F} . Il est alors nécessaire de connaître toutes les positions angulaires $\theta_z^{\rho 1}$ des billes de la rangée $\rho 1$ et les positions angulaires $\theta_z^{\rho 2}$ des billes de la rangée $\rho 2$ (5.5). Nous obtenons ainsi la rigidité du roulement reliant le déplacement D_i de la bague intérieure au torseur d'effort Γ .

$$\Gamma = f_\Gamma^{ZdC}(D_i, \theta_z^{\rho 1} z \in \{1, \dots, Z\}, \theta_z^{\rho 2} \in \{1, \dots, Z\}, p) \quad (5.5)$$

Nous pouvons néanmoins considérer que si les billes sont équiréparties dans le roulement alors la rigidité du roulement ne dépend pas de leurs positions. Ainsi, nous avons :

$$\Gamma = f_\Gamma^{ZdC}(D_i, p) \quad (5.6)$$

Nous souhaitons calculer les zones de charges correspondant à un torseur Γ donné. Le modèle explicite nous permet pour un déplacement D_i donné, de calculer les zones de charge et donc le torseur correspondant. La démarche présentée dans [de Mul, 1989] consiste à utiliser la méthode de Newton-Raphson pour calculer le déplacement \hat{D}_i correspondant à un torseur $\hat{\Gamma}$ égal à Γ (Fig. 5.5). Cette procédure correspond à la fonction $f_{\hat{D}_i}^{ZdC}$ (5.7).

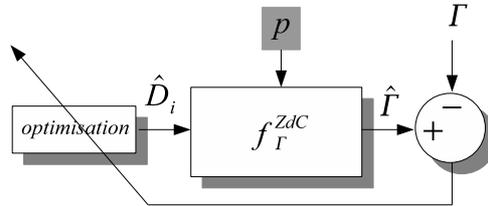


FIGURE 5.5 – Démarche de calcul du déplacement D_i correspondant à un torseur Γ donné.

$$D_i = f_{\hat{D}_i}^{ZdC}(\Gamma, p) \quad (5.7)$$

5.2.2.3 Exemple de calcul de zone de charge

Prenons par exemple le torseur Γ défini par les composantes d'effort suivantes :

$$\Gamma = \begin{bmatrix} F_x = 20\text{N} & M_x = -12\text{N.m} \\ F_y = 300\text{N} & M_y = 0\text{N.m} \\ F_z = -700\text{N} & M_z = 20\text{N.m} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Pour une faible précharge de $10\mu\text{m}$, nous calculons le déplacement D_i correspondant :

$$D_i = \begin{bmatrix} U_x = -0.159\mu\text{m} & R_x = -102 \cdot 10^{-6}\text{rad} \\ U_y = 3.29\mu\text{m} & R_y = 0\text{rad} \\ U_z = -4.07\mu\text{m} & R_z = 92.5 \cdot 10^{-6}\text{rad} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Ces déplacements calculés montrent qu'il existe un fort couplage entre les différentes composantes. On aurait pu s'attendre par exemple à ce que la rotation R_z soit plus importante que R_x étant donné que M_z est plus important que M_x . Réalisons maintenant le même calcul pour une précharge normale de $50\mu m$. Nous obtenons les résultats suivants :

$$D_i = \begin{bmatrix} U_x = 0.35\mu m & R_x = -22.3 \cdot 10^{-6} rad \\ U_y = 0.59\mu m & R_y = 0 rad \\ U_z = -1.28\mu m & R_z = 36.2 \cdot 10^{-6} rad \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Cette fois-ci, les relations entre composantes d'effort et de déplacement sont plus directes. La précharge a donc une influence prépondérante sur la rigidité du roulement. Les forces de contact ainsi que les angles de contact calculés pour une position de billes telle que la première bille soit positionnée en $\theta = 0$ sont donnés par la figure 5.6 pour la précharge de $10\mu m$ et par la figure 5.7 pour la précharge de $50\mu m$.

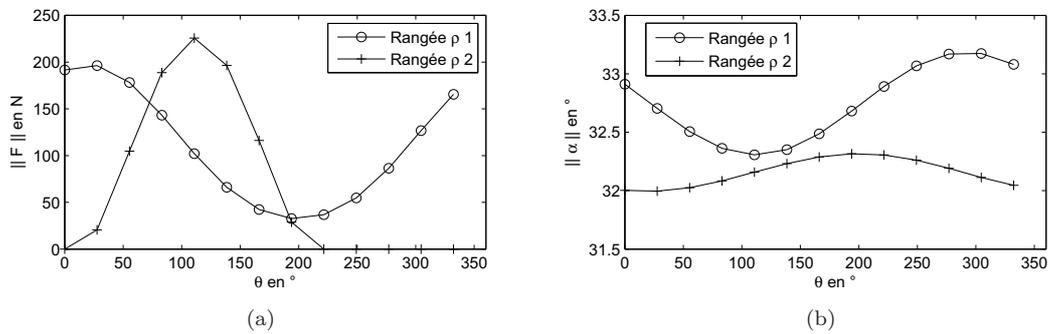


FIGURE 5.6 – Intensités des forces de contact (a) et angles de contact (b) calculés pour une précharge de $10\mu m$ et pour le cas de charge (5.8).

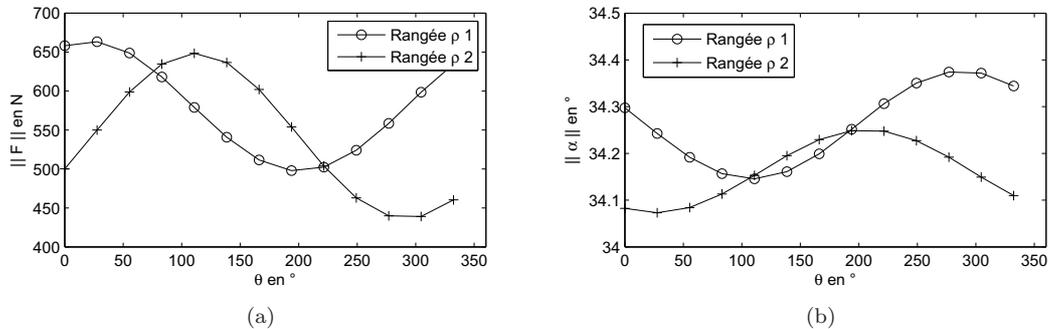


FIGURE 5.7 – Intensités des forces de contact (a) et angles de contact (b) calculés pour une précharge de $50\mu m$ et pour le cas de charge (5.8).

5.2.3 Calcul des harmoniques de zones de charge

Nous avons présenté succinctement le modèle de zone de charge dans la section précédente. Nous allons utiliser ce modèle pour obtenir une représentation harmonique des deux zones de charge correspondant aux deux rangées de billes. Pour un torseur Γ donné, le modèle (5.7) nous permet de calculer par résolution numérique le déplacement D_i associé. Le modèle (5.3) nous permet alors de déterminer les composantes radiale $u^{r\rho}$ et axiale $u^{y\rho}$ en fonction de θ pour la rangée ρ considérée. Les coefficients de Fourier $U_q^{r\rho}$ et $U_q^{y\rho}$ décrivant les composantes radiale et axiale sont donnés par (5.11).

$$U_q^{r\rho} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^{r\rho}(\theta) e^{-iq\theta} d\theta \quad \text{et} \quad U_q^{y\rho} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^{y\rho}(\theta) e^{-iq\theta} d\theta \quad (5.11)$$

Pour l'exemple de la figure 5.4(b), nous obtenons les harmoniques dont les amplitudes sont représentées par la figure 5.8.

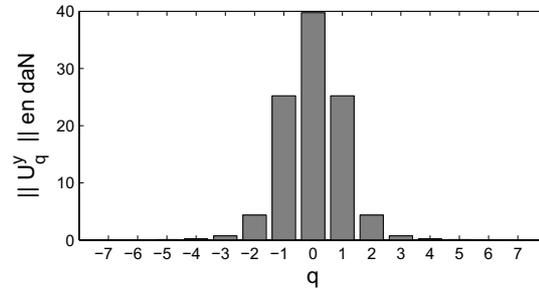


FIGURE 5.8 – Amplitude des différentes harmoniques représentant la composante axiale de la zone de charge de la première rangée. Les premières harmoniques, q proche de 0, sont prépondérantes.

Cette répartition suggère que l'on peut représenter les composantes de la zone de charge en conservant peu d'harmoniques. Un exemple est donné avec la figure 5.9 où l'on montre une représentation de la zone de charge en conservant les harmoniques d'ordre compris entre -3 et 3 .

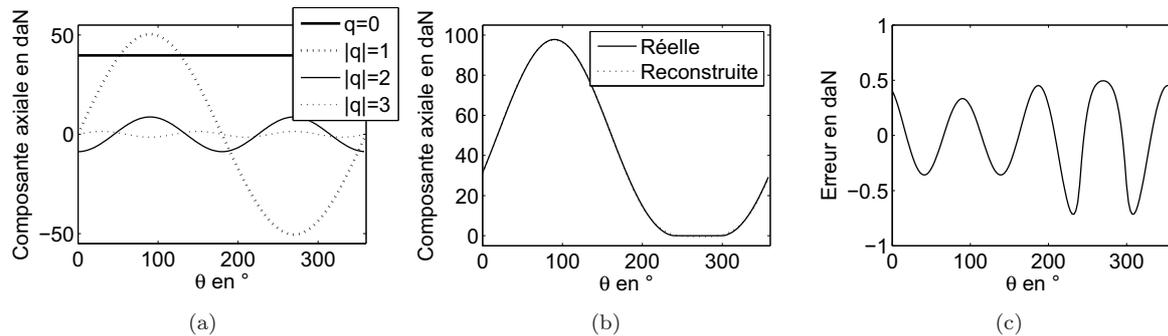


FIGURE 5.9 – Représentation modale de la zone de charge. La figure (a) nous montre les principales harmoniques de la composante axiale représentée par la figure 5.4(b). La figure (b) nous montre une comparaison entre la composante axiale réelle et la composante axiale reconstruite en ne conservant que les trois premières harmoniques. L'erreur commise, figure (c), est très faible.

5.2.4 Analyse de la répartition des harmoniques de zone de charge

5.2.4.1 Démarche de calcul

La section 5.2.3 nous a permis de décrire la décomposition des composantes de zone de charge en harmoniques. Nous avons vu que pour l'exemple donné, les harmoniques d'ordre inférieur ou égal à trois suffisaient pour décrire correctement la composante axiale de la zone de charge. Afin d'étendre ce résultat à tous les cas de charge applicables sur le banc d'essais, nous allons effectuer le calcul (5.11) pour chacun des cas de charge de l'ensemble de calibrage T_c (voir la section 2.4.3 du chapitre 2). La démarche correspondante est explicitée par le tableau 5.1.

$\forall s \in T_c$, calcul du déplacement D_i correspondant à $\Gamma[s]$	avec Eq.(5.7)
\downarrow Calcul des composantes continues $u^{r\rho}[s]$ et $u^{y\rho}[s]$	avec Eq.(5.3)
\downarrow Calcul des coefficients harmonique de zone de charge $U_q^{r\rho}[s]$ et $U_q^{y\rho}[s]$	avec Eq.(5.11)

TABLE 5.1 – Démarche de calcul des harmoniques de zone de charge pour les essais de calibration

Une fois les harmoniques de zone de charge calculées pour chacun des essais, nous allons pouvoir utiliser ces résultats pour déterminer quelles harmoniques peuvent être négligées.

5.2.4.2 Choix des caractéristiques de répartition

L'objectif est de déterminer un critère permettant de quantifier l'erreur commise en ne conservant que quelques harmoniques pour la description de la zone de charge. La décomposition de Fourier possède certaines propriétés intéressantes comme l'égalité de Parseval qui dit que l'énergie du signal s'obtient en sommant les contributions des différentes harmoniques (5.12).

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (u^{y\rho}(\theta))^2 d\theta = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \|U_q^{y\rho}\|^2 \quad (5.12)$$

Nous cherchons à caractériser l'énergie moyenne $(\tilde{u}^{y\rho})_{moy}^2$ de l'erreur générée par la troncature du nombre d'harmoniques prises en compte. Cette énergie est donnée par (5.13).

$$(\tilde{u}^{y\rho})_{moy}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (u^{y\rho}(\theta) - \hat{u}^{y\rho}(\theta))^2 d\theta \quad (5.13)$$

Nous pouvons calculer l'énergie $(\tilde{u}^{y\rho})_{moy}^2$ en fonction de l'énergie contenue dans les harmoniques non prises en compte dans le modèle (5.14).

$$(\tilde{u}^{y\rho})_{moy}^2 = \sum_{q=-\infty}^{-Q-1} \|U_q^{y\rho}\|^2 + \sum_{q=Q+1}^{\infty} \|U_q^{y\rho}\|^2 \quad (5.14)$$

Avec Q l'ordre maximum des harmoniques prises en compte

Les caractéristiques retenues pour analyser l'importance d'une harmonique q dans la description de la zone de charge sont donc :

Son énergie moyenne :

$$(U_q^{y\rho})_{moy}^2 = \frac{1}{N_c} \sum_{s \in T_c} \|U_q^{y\rho}[s]\|^2$$

Son énergie moyenne par rapport à l'énergie totale :

$$(U_q^{y\rho})_{\%} = 100 \cdot \frac{(U_q^{y\rho})_{moy}^2}{(U^{y\rho})_{moy}^2} \text{ avec } (U^{y\rho})_{moy}^2 = \sum_q (U_q^{y\rho})_{moy}^2$$

Son énergie maximale :

$$(U_q^{y\rho})_{max}^2 = \max_{s \in T_c} \|U_q^{y\rho}[s]\|^2$$

Ces caractéristiques sont calculées pour les essais de calibrage car ces essais correspondent à un quadrillage systématique de l'espace des efforts réalisables sur le banc **BEEF**. Nous avons vu que la précharge jouait un rôle important dans le calcul des zones de charge. Nous allons quantifier l'importance

CHAPITRE 5. ANALYSE THÉORIQUE DU LIEN ENTRE LES PARAMÈTRES HARMONIQUES
ET L'EFFORT

des harmoniques de zone de charge pour trois précharges différentes : $5\mu m$, $50\mu m$ et $100\mu m$. Les résultats sont donnés par les tableaux 5.2, 5.3 et 5.4.

$ q $	$(U_q^{y\rho})_{moy}$ en daN	$(U_q^{y\rho})\%$	$(U_q^{y\rho})_{max}$ en daN
0	39.54	45.36	73.34
1	39.11	44.39	68.33
2	17.85	9.24	33.16
3	5.66	0.93	13.09
4	0.98	0.03	2.67
5	1.18	0.04	2.77
6	0.53	0.01	1.06
7	0.37	0.00	1.02

TABLE 5.2 – Importance des harmoniques de la composante axiale pour 5 microns de précharge

$ q $	$(U_q^{y\rho})_{moy}$ en daN	$(U_q^{y\rho})\%$	$(U_q^{y\rho})_{max}$ en daN
0	48.21	57.58	81.83
1	39.79	39.22	65.62
2	11.27	3.15	26.54
3	0.95	0.02	3.35
4	0.92	0.02	2.77
5	0.28	0.00	0.84
6	0.27	0.00	0.97
7	0.14	0.00	0.44

TABLE 5.3 – Importance des harmoniques de la composante axiale pour 50 microns de précharge

$ q $	$(U_q^{y\rho})_{moy}$ en daN	$(U_q^{y\rho})\%$	$(U_q^{y\rho})_{max}$ en daN
0	101.77	85.99	121.50
1	40.98	13.94	64.45
2	3.00	0.07	6.24
3	0.11	0.00	0.33
4	0.01	0.00	0.05
5	0.00	0.00	0.01
6	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00

TABLE 5.4 – Importance des harmoniques de la composante axiale pour 100 microns de précharge

En conclusion, la composition harmonique de la zone de charge est liée à la valeur de précharge pour les cas de charge testés. Une grande valeur de précharge empêche le déchargement des billes et donc l'apparition des harmoniques d'ordres supérieurs à 1. Pour $100\mu m$ de précharge et pour les cas de charge testés sur banc, les harmoniques n°0 et n°1 suffisent à décrire la zone de charge. En revanche, pour $5\mu m$ de précharge, il est nécessaire de prendre en compte les harmoniques n°2 et n°3. Ceci est très important car ce sont les harmoniques de zone de charge que l'on prendra en compte qui vont définir le nombre de paramètres de compliance à calibrer pour pouvoir calculer la réponse d'une jauge. Ainsi, si on a une grande précharge, on aura peu de paramètre de raideur à prendre en compte. Par la suite, nous choisirons de considérer les harmoniques d'ordre 0, 1, 2 et 3.

5.3 Modélisation de la déformation mesurée par les jauges

5.3.1 Problématique

Nous souhaitons établir une relation entre les efforts appliqués à la bague extérieure du roulement et les déformations mesurées par les jauges. Le roulement est composé d'un matériau isotrope, élastique et homogène. Dans le cas des faibles déformations, nous pouvons considérer que le lien entre les déformations mesurées et un effort d'entrée (par opposition aux efforts de réaction) appliqué en un point donné est linéaire. La difficulté avec le chargement vu par le roulement est que les points d'application des forces de contact bougent. Nous ne pouvons donc pas définir directement une relation entre ces forces de contact et la déformation. Afin de surmonter cette difficulté, nous allons définir la charge appliquée par les billes sur la bague extérieure comme un champ de forces appliqué au niveau des cercles définissant les centres de courbure des deux rangées de billes. Dans ce cas et si les hypothèses de l'élasticité linéaire sont vérifiées alors nous pouvons faire l'hypothèse de linéarité entre les déformations mesurées et le champ de force. Ce principe de modélisation sera exposé dans la section 5.3.2. Une seconde étape va consister en un changement de représentation des déformations et du champ de force afin d'établir une relation linéaire entre les signaux de jauge et les zones de charge. Cette relation sera établie dans la section 5.3.3.

5.3.2 Principe de modélisation

La bague extérieure est soumise à deux catégories d'efforts (Fig. 5.10). Premièrement, nous avons les efforts d'entrée qui sont transmis par les contacts bille/bague extérieure. Puis, nous avons les efforts de réaction de liaison au niveau des oreilles de fixation. Ces efforts sont fonction des efforts de contact bille/bague extérieure et de la rigidité de l'ensemble étant donné que la bague extérieure est fixée de manière hyperstatique par les oreilles.

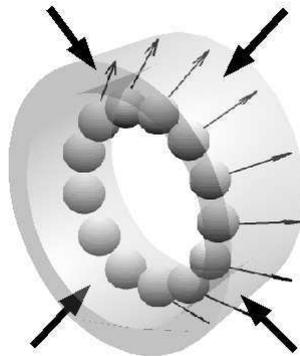


FIGURE 5.10 – *Efforts appliqués sur la bague extérieure. Ces efforts sont composés des efforts de contact billes/bague (1 seule rangée de billes est représentée) et des efforts de réaction au niveau des quatre oreilles de fixation.*

Les lois de la mécanique des milieux continus permettent de relier linéairement, sous certaines hypothèses, les efforts d'entrée avec les déformations d'un solide. Les hypothèses nécessaires sont que les déformations et les déplacements sont petits et que le matériau est élastique, isotrope et homogène. De plus, l'application des efforts doit se faire en des points précis et les raideurs de réaction aux liaisons doivent être linéaires. Par exemple, il ne doit pas y avoir de décollement des surfaces de contact entre les oreilles et le porte fusée. Dans ce cas, la loi de Hooke permet de relier linéairement une déformation y avec une force d'entrée F appliquée en un point donné (5.15).

$$\frac{\partial y}{\partial F} = c \quad (5.15)$$

Avec c un coefficient de compliance (inverse d'une rigidité)

Dans notre cas, il serait intéressant de se ramener à une équation de ce type. Le problème est que les surfaces d'application des efforts de contact billes/bague extérieure bougent avec les rotations des billes et avec les variations des angles de contact. Pour résoudre ce problème, nous allons supposer que les efforts de contact billes/bague extérieure peuvent être représentés par des forces appliquées au niveau des centres de courbure du chemin de la bague extérieure (Fig. 5.11). En effet, la ligne d'action de la force passe par définition par le centre de courbure. Ainsi le point d'application choisi ne dépend pas de l'angle de contact.

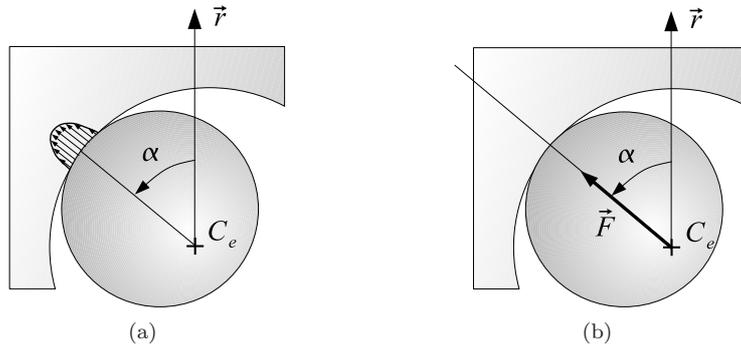


FIGURE 5.11 – Application des efforts sur la bague extérieure. La figure (a) nous montre l'application réelle des efforts par les billes sur la bague extérieure. Ces efforts correspondent à un champ de pression qui peut notamment être décrit par la théorie de Hertz. La position de ce champ n'est pas fixe car elle dépend de l'angle de contact α . La figure (b) nous montre la modélisation retenue. Les efforts sont modélisés par des forces \vec{F} appliquées au niveau des centres de courbure C_e qui sont fixes.

Un deuxième aspect du problème lié aux points d'application des forces de contact vient du fait que ces points bougent avec les rotations des billes. Pour traiter ce problème, nous allons définir le chargement dû aux forces de contact comme un champ de force $\{\vec{F}^\rho\}$ associé à la rangée ρ et paramétré en θ . Si θ est égal à θ_z^ρ (position de la bille n°z), alors ce champ de force vaut \vec{F}_z^ρ . Sinon, il vaut $\vec{0}$. Les forces \vec{F}_z^ρ s'obtiennent à partir du modèle de zone de charge défini par (5.4). Nous pouvons donc définir le champ de force $\{\vec{F}^\rho\}$ comme un échantillonnage de la fonction $f_{\vec{F}}^{ZdC}$ par les différentes positions de billes θ_z (5.16). La somme des Dirac δ dans (5.16) correspond à un peigne de Dirac équiréparti sur θ dont la position à l'origine est ajustée par la position des billes ϕ^ρ . Une interprétation graphique de cet échantillonnage est donnée par la figure 5.12.

$$\vec{F}^\rho(\theta, \phi_b^\rho) = f_{\vec{F}}^{ZdC}(\theta, \rho) \cdot \sum_{z=0}^{Z-1} \delta\left(\theta - z \frac{2\pi}{Z} - \frac{\phi^\rho}{Z}\right) \quad (5.16)$$

Avec δ la distribution de Dirac selon la variable θ

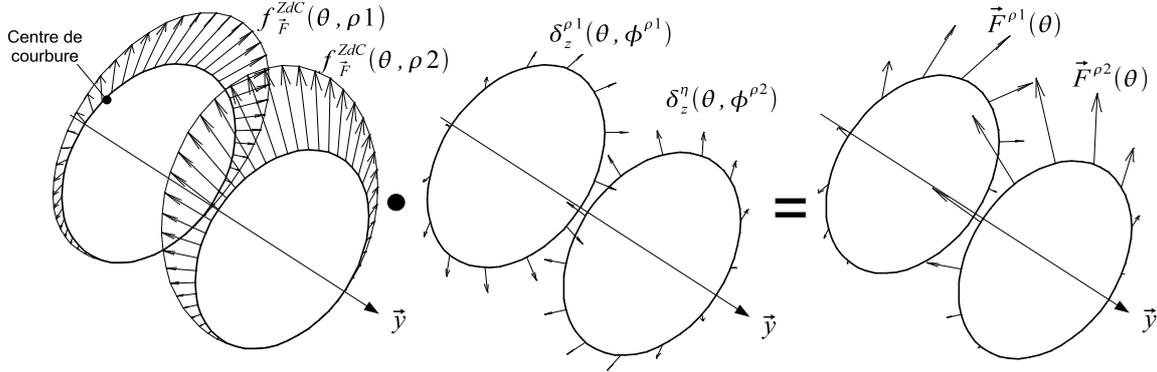


FIGURE 5.12 – Les forces appliquées par les billes sur la bague extérieure sont modélisées par un champ de force appliqué sur les deux cercles contenant les centres de courbure des deux chemins de la bague extérieure. Ce champ de force est égal à l'échantillonnage de la fonction $f_{\vec{F}}^{ZdC}$, décrivant de manière continue la zone de charge, par un peigne de Dirac dont la phase dépend des angles $\phi^{\rho 1}$ et $\phi^{\rho 2}$.

La relation linéaire définie par (5.15) peut alors s'appliquer au champ de force $\{\vec{F}^{\rho}\}$, ce qui nous permet d'écrire une relation fonction de θ , entre la déformation mesurée y_j et la valeur des composantes radiale $F^{y\rho}$ et axiale $F^{r\rho}$ du champ de force (5.17).

$$\frac{\partial y_j}{\partial F^{y\rho}(\theta)} = c_j^{y\rho}(\theta) \quad \text{et} \quad \frac{\partial y_j}{\partial F^{r\rho}(\theta)} = c_j^{r\rho}(\theta) \quad (5.17)$$

Avec $c_j^{y\rho}$ et $c_j^{r\rho}$ des fonctions de compliance paramétrées en θ

Ainsi, nous pouvons intégrer les relations (5.17) afin d'obtenir les contributions, de la rangée ρ , axiale $y_j^{y\rho}$ et radiale $y_j^{r\rho}$ à la déformation mesurée y_j (5.18).

$$y_j^{y\rho}(\phi^\rho) = \int_0^{2\pi} F^{y\rho}(\theta, \phi^\rho) \cdot c_j^{y\rho}(\theta) d\theta \quad \text{et} \quad y_j^{r\rho}(\phi^\rho) = \int_0^{2\pi} F^{r\rho}(\theta, \phi^\rho) \cdot c_j^{r\rho}(\theta) d\theta \quad (5.18)$$

La déformation totale s'obtient en effectuant la somme des contributions des deux rangées (5.19).

$$y_j = y_j^{r\rho 1} + y_j^{y\rho 1} + y_j^{r\rho 2} + y_j^{y\rho 2} \quad (5.19)$$

L'objectif est maintenant de faire le lien entre l'expression (5.19), complétée par (5.18), et le modèle harmonique (3.10) défini dans la section 3.3 du chapitre 3. Pour cela, nous allons utiliser la représentation harmonique de la zone de charge évoquée dans la section 5.2.

5.3.3 Représentation harmonique de la déformation

5.3.3.1 Première partie de la démonstration

Nous allons établir le lien entre les expressions harmoniques des zones de charge $U_q^{r\rho}$ et $U_q^{y\rho}$ et les coefficients Y_{jh} du modèle harmonique. Pour cela, reprenons l'expression (5.18). Les termes sous l'intégrale, que l'on nommera $w_j^{r\rho}$ et $w_j^{y\rho}$, peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$w_j^{r\rho}(\theta) = f_{Fr}^{ZdC}(\theta, \rho) \cdot c_j^{r\rho}(\theta) \cdot \sum_{z=0}^{Z-1} \delta\left(\theta - z\frac{2\pi}{Z} - \frac{\phi^\rho}{Z}\right) \quad (5.20)$$

$$w_j^{y\rho}(\theta) = f_{Fy}^{ZdC}(\theta, \rho) \cdot c_j^{y\rho}(\theta) \cdot \sum_{z=0}^{Z-1} \delta\left(\theta - z\frac{2\pi}{Z} - \frac{\phi^\rho}{Z}\right) \quad (5.21)$$

Nous pouvons calculer les représentations de Fourier $W_{jq}^{r\rho}$ et $W_{jq}^{y\rho}$ propres aux fonctions $w_j^{r\rho}$ et $w_j^{y\rho}$. Pour cela, nous devons introduire le produit de convolution $*$ associé à la variable q (5.22).

$$U(q) * G(q) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} U(\tau) \cdot G(q - \tau) \quad (5.22)$$

Les termes de Fourier $W_{jq}^{r\rho}$ et $W_{jq}^{y\rho}$ sont alors déduits de (5.20) et de (5.21) en introduisant les coefficients de Fourier $U_q^{r\rho}$ et $C_{jq}^{r\rho}$.

$$W_{jq}^{r\rho} = U_q^{r\rho} * C_{jq}^{r\rho} * \sum_{z=0}^{Z-1} e^{-iq \left(z \frac{2\pi}{Z} + \frac{\phi^\rho}{Z} \right)} \quad (5.23)$$

$$W_{jq}^{y\rho} = U_q^{y\rho} * C_{jq}^{y\rho} * \sum_{z=0}^{Z-1} e^{-iq \left(z \frac{2\pi}{Z} + \frac{\phi^\rho}{Z} \right)} \quad (5.24)$$

Nous avons vu que dans la section 5.2 que l'on pouvait considérer que les termes de Fourier $U_q^{r\rho}$ pouvaient être négligés pour $|q| > Q$ ($Q = 3$). Dans ce cas, et en calculant le premier produit de convolution, les expressions (5.23) et (5.24) peuvent se réécrire de la manière suivante :

$$W_{jq}^{r\rho} = \left[\sum_{\tau=-Q}^Q U_\tau^{r\rho} \cdot C_{j,q-\tau}^{r\rho} \right] * \sum_{z=0}^{Z-1} e^{-iq \left(z \frac{2\pi}{Z} + \frac{\phi^\rho}{Z} \right)} \quad (5.25)$$

$$W_{jq}^{y\rho} = \left[\sum_{\tau=-Q}^Q U_\tau^{y\rho} \cdot C_{j,q-\tau}^{y\rho} \right] * \sum_{z=0}^{Z-1} e^{-iq \left(z \frac{2\pi}{Z} + \frac{\phi^\rho}{Z} \right)} \quad (5.26)$$

En calculant le dernier produit de convolution, nous obtenons :

$$W_{jq}^{r\rho} = \sum_{\tau'=-\infty}^{\infty} \left(\left[\sum_{\tau=-Q}^Q U_\tau^{r\rho} \cdot C_{j,q-\tau-\tau'}^{r\rho} \right] \cdot \underbrace{\sum_{z=0}^{Z-1} e^{-i\tau' \left(z \frac{2\pi}{Z} + \frac{\phi^\rho}{Z} \right)}}_{\text{Terme A}} \right) \quad (5.27)$$

$$W_{jq}^{y\rho} = \sum_{\tau'=-\infty}^{\infty} \left(\left[\sum_{\tau=-Q}^Q U_\tau^{y\rho} \cdot C_{j,q-\tau-\tau'}^{y\rho} \right] \cdot \underbrace{\sum_{z=0}^{Z-1} e^{-i\tau' \left(z \frac{2\pi}{Z} + \frac{\phi^\rho}{Z} \right)}}_{\text{Terme A}} \right) \quad (5.28)$$

Les termes A des équations (5.27) et (5.28) sont nuls sauf pour τ' vérifiant $\tau' = -hZ, h \in \mathbb{Z}$. Dans ce cas, ils valent $Ze^{ih\phi^\rho}$. En remplaçant τ' par $-hZ$, nous obtenons :

$$W_{jq}^{r\rho} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \left(\left[\sum_{\tau=-Q}^Q U_\tau^{r\rho} \cdot C_{j,q-\tau+Zh}^{r\rho} \right] \cdot Ze^{ih\phi^\rho} \right) \quad (5.29)$$

$$W_{jq}^{y\rho} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \left(\left[\sum_{\tau=-Q}^Q U_\tau^{y\rho} \cdot C_{j,q-\tau+Zh}^{y\rho} \right] \cdot Ze^{ih\phi^\rho} \right) \quad (5.30)$$

Ceci est intéressant car nous voyons apparaître les termes $e^{ih\phi^\rho}$ propres au modèle harmonique.

5.3.3.2 Seconde partie de la démonstration

En utilisant la représentation en série de Fourier W_j^ρ de la fonction w_j^ρ , nous pouvons écrire les relations (5.18) sous la forme donnée par (5.31).

$$y_j^{r\rho} = \int_0^{2\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} W_{jq}^{r\rho} \cdot e^{iq\theta} d\theta \quad \text{et} \quad y_j^{y\rho} = \int_0^{2\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} W_{jq}^{y\rho} \cdot e^{iq\theta} d\theta \quad (5.31)$$

Nous pouvons réécrire ces relations en permutant les sommes :

$$y_j^{r\rho} = \sum_{-\infty}^{\infty} W_{jq}^{r\rho} \cdot \int_0^{2\pi} e^{iq\theta} d\theta \quad \text{et} \quad y_j^{y\rho} = \sum_{-\infty}^{\infty} W_{jq}^{y\rho} \cdot \int_0^{2\pi} e^{iq\theta} d\theta \quad (5.32)$$

Les termes de l'intégrale s'annulent pour tout q sauf pour $q = 0$. Dans ce cas, ils valent 2π . Nous avons donc :

$$y_j^{r\rho} = 2\pi W_{j,0}^{r\rho} \quad \text{et} \quad y_j^{y\rho} = 2\pi W_{j,0}^{y\rho} \quad (5.33)$$

En introduisant les résultats (5.29) et (5.30) calculés pour $q = 0$ et en remplaçant la variable muette τ par q , nous obtenons :

$$y_j^{r\rho} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \left(\underbrace{2\pi \left[\sum_{q=-Q}^Q U_q^{r\rho} \cdot C_{j,-q+Zh}^{r\rho} \right]}_{\text{Terme } B} \cdot Z \cdot e^{ih\phi^\rho} \right) \quad (5.34)$$

$$y_j^{y\rho} = \sum_{h=-\infty}^{\infty} \left(\underbrace{2\pi \left[\sum_{q=-Q}^Q U_q^{y\rho} \cdot C_{j,-q+Zh}^{y\rho} \right]}_{\text{Terme } B} \cdot Z \cdot e^{ih\phi^\rho} \right) \quad (5.35)$$

Les termes B sont les contributions au coefficient Y_{jh} . En additionnant les différentes contributions, nous obtenons les coefficients Y_{jh} en fonction des coefficients de Fourier U^ρ relatifs aux zones de charge et des coefficients de Fourier C_j^ρ relatifs aux compliances. Nous avons vu dans la section 3.3.2, que nous pouvons négliger l'influence de la rangée à laquelle n'appartient pas la jauge considérée pour les harmoniques du signal des billes d'ordres non nuls. En revanche, nous ne pouvons pas nous prononcer quant à l'influence des deux rangées sur l'harmonique d'ordre 0 du signal des billes. Ainsi, pour une jauge appartenant à la rangée ρ , nous obtenons (5.36) pour les harmoniques du signal des billes d'ordres supérieurs à 0. Nous obtenons (5.37) pour les harmoniques d'ordres 0.

$$\frac{Y_{jh}}{2\pi Z} = \underbrace{\sum_{q=-Q}^Q U_q^{r\rho} \cdot C_{j,-q+Zh}^{r\rho}}_{\text{Contribution radiale}} + \underbrace{\sum_{q=-Q}^Q U_q^{y\rho} \cdot C_{j,-q+Zh}^{y\rho}}_{\text{Contribution axiale}} \quad (5.36)$$

$$\frac{Y_{j,0}}{2\pi Z} = \underbrace{\sum_{\tau=-Q}^Q U_q^{r\rho 1} \cdot C_{j,-q}^{r\rho 1}}_{\text{Contribution radiale}} + \underbrace{\sum_{q=-Q}^Q U_q^{y\rho 1} \cdot C_{j,-q}^{y\rho 1}}_{\text{Contribution axiale}} + \underbrace{\sum_{\tau=-Q}^Q U_q^{r\rho 2} \cdot C_{j,-q}^{r\rho 2}}_{\text{Contribution radiale}} + \underbrace{\sum_{q=-Q}^Q U_q^{y\rho 2} \cdot C_{j,-q}^{y\rho 2}}_{\text{Contribution axiale}} \quad (5.37)$$

Contribution de la première rangée Contribution de la seconde rangée

Ces expressions peuvent s'exprimer sous forme matricielle. Nous obtenons alors :

$$Y_{jh} = 2\pi Z \left[U_{-Q}^{r\rho} \dots U_Q^{r\rho} \right] \begin{bmatrix} C_{j,Q+Zh}^{r\rho} \\ \vdots \\ C_{j,-Q+Zh}^{r\rho} \end{bmatrix} + 2\pi Z \left[U_{-Q}^{y\rho} \dots U_Q^{y\rho} \right] \begin{bmatrix} C_{Q+Zh}^{j,y\rho} \\ \vdots \\ C_{j,-Q+Zh}^{y\rho} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

Soit :

$$Y_{jh} = \mathbf{U}^{r\rho} \mathbf{C}_{jh}^{r\rho} + \mathbf{U}^{y\rho} \mathbf{C}_{jh}^{y\rho} \quad (5.39)$$

Le calcul du coefficient $Y_{j,0}$ est donné par :

$$Y_{j,0} = 2\pi Z \left[U_{-Q}^{r\rho 1} \dots U_Q^{r\rho 1} \right] \begin{bmatrix} C_Q^{j,r\rho 1} \\ \vdots \\ C_{-Q}^{r\rho 1} \end{bmatrix} + 2\pi Z \left[U_{-Q}^{y\rho 1} \dots U_Q^{y\rho 1} \right] \begin{bmatrix} C_Q^{j,y\rho 1} \\ \vdots \\ C_{-Q}^{j,y\rho 1} \end{bmatrix} \dots \quad (5.40)$$

$$+ 2\pi Z \left[U_{-Q}^{r\rho 2} \dots U_Q^{r\rho 2} \right] \begin{bmatrix} C_Q^{j,r\rho 2} \\ \vdots \\ C_{-Q}^{j,r\rho 2} \end{bmatrix} + 2\pi Z \left[U_{-Q}^{y\rho 2} \dots U_Q^{y\rho 2} \right] \begin{bmatrix} C_Q^{j,y\rho 2} \\ \vdots \\ C_{-Q}^{j,y\rho 2} \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

Soit :

$$Y_{j,0} = \mathbf{U}^{r\rho 1} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 1} + \mathbf{U}^{y\rho 1} \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 1} + \mathbf{U}^{r\rho 2} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 2} + \mathbf{U}^{y\rho 2} \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 2} \quad (5.42)$$

Nous pouvons donc déterminer les coefficients Y_{jh} à partir des composantes harmoniques $U_q^{r\rho}$ et $U_q^{y\rho}$ des zones de charge et des coefficients harmoniques des compliances $C_{jq}^{r\rho}$ et $C_{jq}^{y\rho}$.

5.3.4 Conclusion

Dans cette section, nous avons établi une relation linéaire entre les coefficients harmoniques des composantes de la zone de charge et les coefficients harmoniques des signaux de jauges. Les paramètres de cette relation, les coefficients harmoniques de la compliance, sont inconnus et doivent être calibrés. Le calibrage de ces compliances est l'objet de la section suivante.

5.4 Calibrage des paramètres du modèle

5.4.1 Estimation des compliances

Les paramètres du modèle que l'on souhaite calibrer sont les coefficients de Fourier de compliances. La problématique est la même que celle exposée dans la section 4.3 du chapitre 4. On doit en effet, à la fois calibrer les compliances et les positions initiales des billes ϕ_0^ρ . La démarche de calibrage, formulée sous la forme d'un problème d'optimisation, est donnée par la figure 5.13.

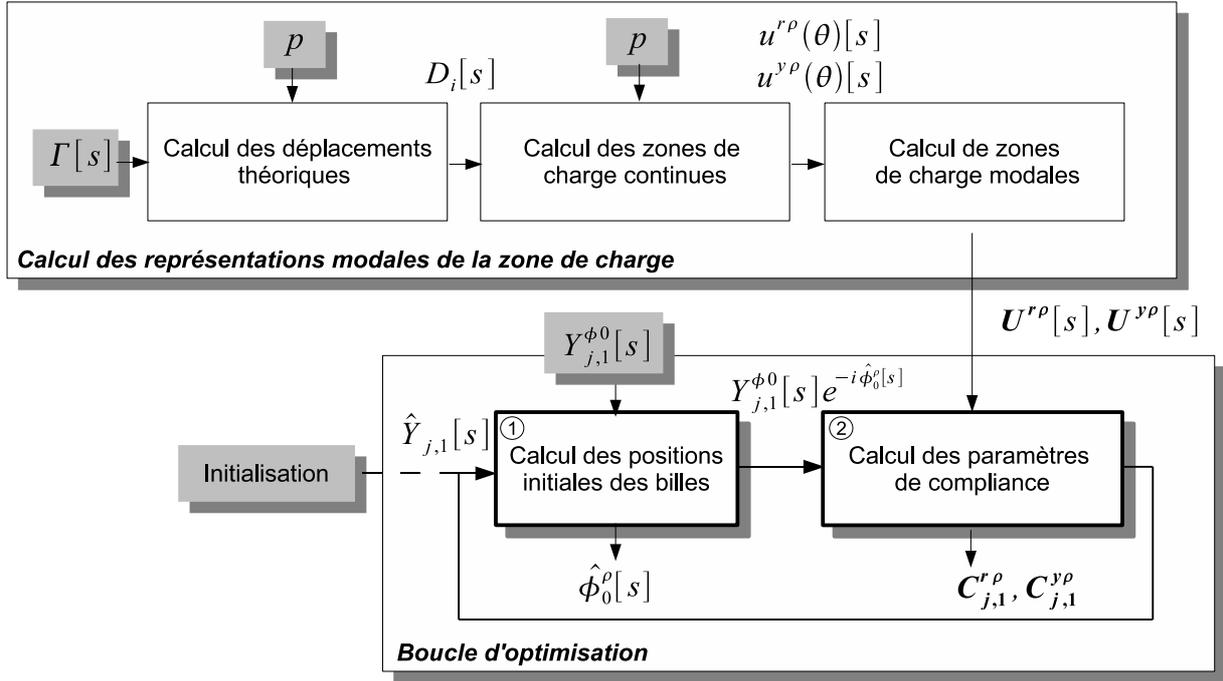


FIGURE 5.13 – Calibrage des compliances associées à la première harmonique. Le processus est décomposé en deux parties. La première consiste à calculer les représentations modales des composantes radiale et axiale des zone de charge pour chacun des essais ($U^{r\rho}[s]$ et $U^{y\rho}[s]$). La seconde est constituée de la boucle d'optimisation calculant alternativement les positions initiales des billes et les compliances modales.

5.4.1.1 Calcul des compliances associées aux harmoniques d'ordres supérieurs à 0

On se place au niveau de l'étape n°2 de la démarche donnée par la figure 5.13. On cherche les compliances minimisant un critère quadratique portant sur l'estimation des harmoniques $Y_{j,1}$. Les estimations \hat{Y}_{jh} sont obtenues comme suit :

$$\begin{bmatrix} \hat{Y}_{jh}[1] \\ \vdots \\ \hat{Y}_{jh}[s] \\ \vdots \\ \hat{Y}_{jh}[S] \end{bmatrix}_{s \in T_c} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{r\rho}[1] & \mathbf{U}^{y\rho}[1] \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho}[s] & \mathbf{U}^{y\rho}[s] \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho}[S] & \mathbf{U}^{y\rho}[S] \end{bmatrix}_{s \in T_c} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{j,1}^{r\rho} \\ \mathbf{C}_{j,1}^{y\rho} \end{bmatrix} \quad (5.43)$$

Ainsi, l'estimation des coefficients de compliance $\mathbf{C}_{j,1}^{r\rho}$ et $\mathbf{C}_{j,1}^{y\rho}$ se fait en utilisant l'inverse au sens des moindres carrés et les données expérimentales $Y_{jh}^{\phi_0}[s]$ dont la phase a été corrigé par $\hat{\phi}^\rho$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{j,1}^{r\rho} \\ \mathbf{C}_{j,1}^{y\rho} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{r\rho}[1] & \mathbf{U}^{y\rho}[1] \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho}[s] & \mathbf{U}^{y\rho}[s] \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho}[S] & \mathbf{U}^{y\rho}[S] \end{bmatrix}_{s \in T_c}^\dagger \cdot \begin{bmatrix} Y_{jh}^{\phi_0}[1] \cdot e^{-i\hat{\phi}_0^\rho[1]} \\ \vdots \\ Y_{jh}^{\phi_0}[s] \cdot e^{-i\hat{\phi}_0^\rho[s]} \\ \vdots \\ Y_{jh}^{\phi_0}[S] \cdot e^{-i\hat{\phi}_0^\rho[S]} \end{bmatrix}_{s \in T_c} \quad (5.44)$$

Ce calcul est implémenté dans la boucle d'optimisation.

Remarque n°1 : le conditionnement de la matrice de calibrage, lorsqu'elle est normalisée, est de 461. Pour rappel, il était de 7.4 pour le modèle polynomial d'ordre 3. Cette valeur est très élevée et les paramètres identifiés seront très sensibles aux différents bruits. Elle s'explique par le fait que les composantes axiale et radiale sont très corrélées (l'angle de contact varie peu). En conservant uniquement la composante axiale, le conditionnement de la matrice de calibrage vaut 2.42.

Remarque n°2 : lorsqu'il n'y a pas de force de contact, les coefficients $Y_{j,1}$ doivent être nuls car il n'y a pas de signal des billes. Pour cette raison on ne cherche pas à identifier le terme constant de la relation linéaire.

5.4.1.2 Calcul des compliances associées à l'harmonique d'ordre égal à 0

L'estimation des valeurs moyennes $\hat{Y}_{j,0}$ est donnée en fonction des coefficients harmoniques des zones de charge et des coefficients harmoniques des compliances par :

$$\begin{bmatrix} \hat{Y}_{j,0}[1] \\ \vdots \\ \hat{Y}_{j,0}[s] \\ \vdots \\ \hat{Y}_{j,0}[S] \end{bmatrix}_{s \in T_c} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{r\rho 1}[1] & \mathbf{U}^{y\rho 1}[1] & \mathbf{U}^{r\rho 2}[1] & \mathbf{U}^{y\rho 2}[1] & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho 1}[s] & \mathbf{U}^{y\rho 1}[s] & \mathbf{U}^{r\rho 2}[s] & \mathbf{U}^{y\rho 2}[s] & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho 1}[S] & \mathbf{U}^{y\rho 1}[S] & \mathbf{U}^{r\rho 2}[S] & \mathbf{U}^{y\rho 2}[S] & 1 \end{bmatrix}_{s \in T_c} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 1} \\ \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 1} \\ \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 2} \\ \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 2} \\ \mathbf{C}_j^{ste} \end{bmatrix} \quad (5.45)$$

Ainsi, l'estimation des coefficients de compliance $\mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 1}$, $\mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 1}$, $\mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 2}$ et $\mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 2}$ se fait en utilisant l'inverse au sens des moindres carrés et les données expérimentales $Y_{j,0}[s]$.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 1} \\ \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 1} \\ \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 2} \\ \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 2} \\ \mathbf{C}_j^{ste} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}^{r\rho 1}[1] & \mathbf{U}^{y\rho 1}[1] & \mathbf{U}^{r\rho 2}[1] & \mathbf{U}^{y\rho 2}[1] & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho 1}[s] & \mathbf{U}^{y\rho 1}[s] & \mathbf{U}^{r\rho 2}[s] & \mathbf{U}^{y\rho 2}[s] & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{U}^{r\rho 1}[S] & \mathbf{U}^{y\rho 1}[S] & \mathbf{U}^{r\rho 2}[S] & \mathbf{U}^{y\rho 2}[S] & 1 \end{bmatrix}_{s \in T_c}^\dagger \cdot \begin{bmatrix} Y_{j,0}[1] \\ \vdots \\ Y_{j,0}[s] \\ \vdots \\ Y_{j,0}[S] \end{bmatrix}_{s \in T_c} \quad (5.46)$$

Remarque n°1 : le conditionnement de la matrice de calibrage, lorsqu'elle est normalisée, est de 4831. Ce conditionnement est très mauvais et il faut prendre des précautions particulière avec l'utilisation des coefficients ainsi identifiés.

Remarque n°2 : on note la présence de la constante \mathbf{C}_j^{ste} dans le vecteur permettant le calcul des coefficients $Y_{j,0}$. En effet, lorsqu'il n'y a pas d'effort, le coefficient $Y_{j,0}$ n'est pas nécessairement nul.

5.4.2 Résultats de calibrage pour une précharge fixée à la valeur nominale

La précharge est un paramètre important dont dépendent directement les différentes zones de charge. Le modèle présenté dans ce chapitre se base sur une description physique du lien entre le torseur et les déformations. Ainsi, la précharge est un paramètre qui influence la représentativité du modèle. Sa valeur est inconnue mais comprise dans une plage de tolérance. La valeur nominale est de $50\mu m$ mais est obtenue avec une incertitude $\pm 20\mu m$. La démarche de calibrage a été réalisée avec une précharge de $50\mu m$ qui correspond à la précharge visée lors de l'assemblage du roulement. La convergence du critère est donnée par la figure 5.14. Nous pouvons faire la même remarque que lors du calibrage des modèles polynomiaux : la convergence est peu marquée, le critère évolue peu. Ceci est dû à la bonne initialisation du processus d'optimisation.

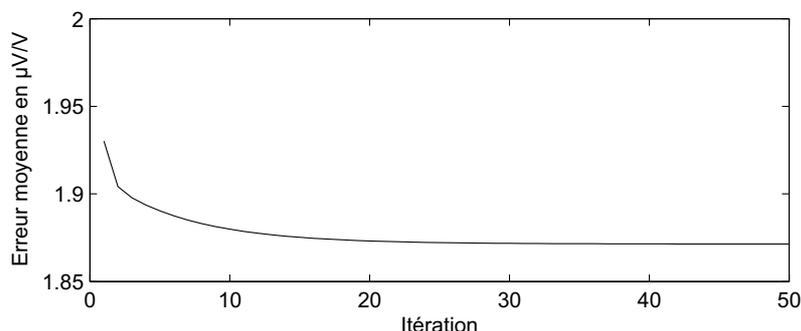


FIGURE 5.14 – Convergence du critère sur l'estimation des paramètres $Y_{j,1}$ pour les jauges de la première rangée.

Les critères de représentativité, définis dans la section 4.4.1.4 du chapitre 4, du modèle physique sont donnés par le tableau 5.5 pour les signaux quart-de-pont et par le tableau 5.6 pour les signaux demi-pont. D'une manière générale, les résultats obtenus pour le modèle physique sont meilleurs pour la rangée $\rho 1$. La tendance s'inverse pour la rangée $\rho 2$ qui est mieux représentée par le modèle polynômial.

	Essais de calibrage			Essais de validation		
	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$
$h = 1, \rho = 1$	1.87	0.0356	7.46	2.11	0.0454	6.67
$h = 1, \rho = 2$	2.31	0.0799	10.1	2.37	0.0837	8.11
$h = 0, \rho = 1$	4	0.0814	18.7	9.49	0.457	50.2
$h = 0, \rho = 2$	8.84	0.583	32.4	10.5	0.819	42.6

TABLE 5.5 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibrage et de validation obtenues avec le modèle de connaissance. Signaux quart-de-pont.

	Essais de calibrage			Essais de validation		
	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$	$(Y_h)_{moy}$	$(Y_h)\%$	$(Y_h)_{max}$
$h = 1, \rho = 1$	3.3	0.0389	12.2	3.84	0.0528	11.5
$h = 1, \rho = 2$	4.19	0.121	17.5	4.37	0.132	14.2
$h = 0, \rho = 1$	1.88	0.0063	9.93	1.95	0.00682	8.5
$h = 0, \rho = 2$	3.2	0.0354	14.8	2.77	0.0266	10.9

TABLE 5.6 – Erreurs de modélisation pour les essais de calibrage et de validation obtenues avec le modèle de connaissance. Signaux demi-pont.

Les figures 5.15 et 5.16 représentent les amplitudes de la première harmonique obtenues expérimentalement et calculées par le modèle.

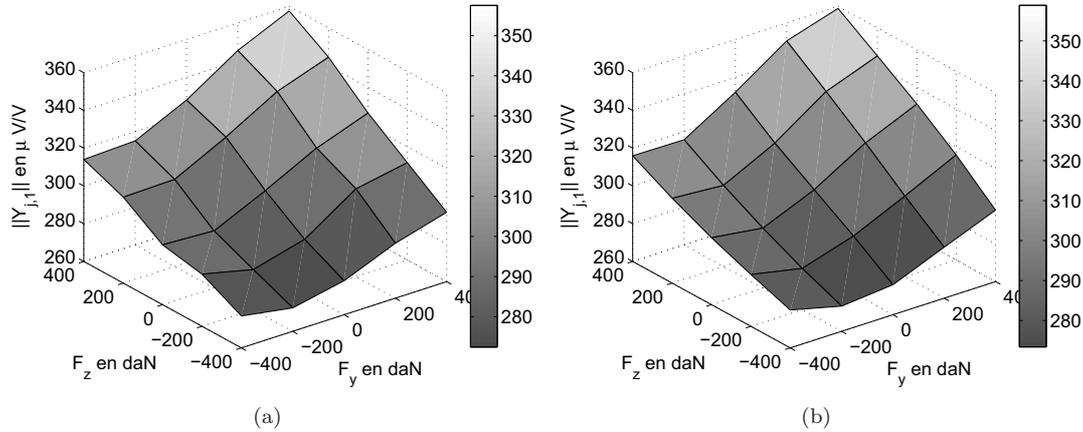


FIGURE 5.15 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°1 conditionnée en quart-de-pont, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = -50\text{daN.m}$. Dans ce cas là, les amplitudes sont bien représentées.

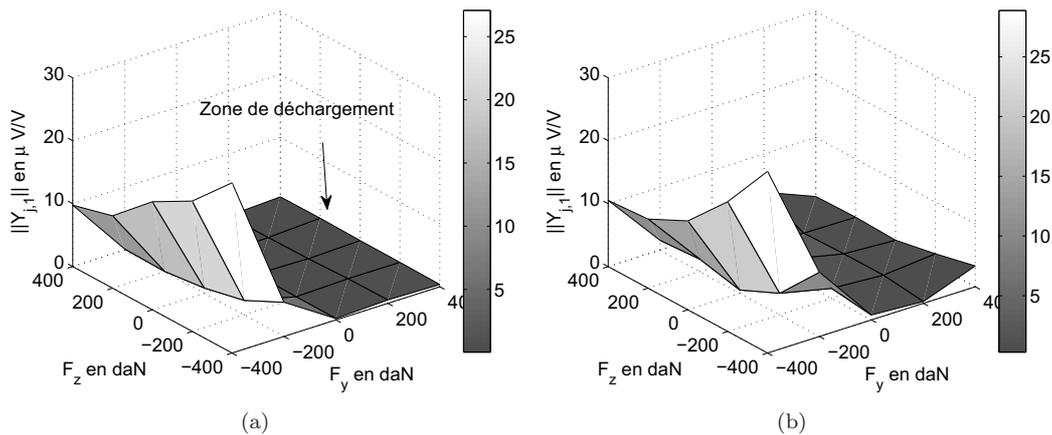


FIGURE 5.16 – Amplitudes des premières harmoniques, relatives à la jauge n°9 conditionnée en quart-de-pont, obtenues expérimentalement (a) et calculées par le modèle (b), en fonction de F_y et F_z pour $M_z = -50\text{daN.m}$. Dans ce cas là, les amplitudes sont bien représentées. On remarque cependant que pour la zone déchargée, l'amplitude calculée par le modèle n'est pas toujours nulle. Ceci est dû à la représentation harmonique de la zone de charge. Afin de résoudre ce problème, il aurait été nécessaire de prendre plus d'harmoniques de zone de charge.

5.5 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, un modèle se basant sur des lois physiques a été développé. Ce modèle permet de relier les coefficients Y_{jh} du modèle harmonique aux composantes du torseur Γ appliqué au roulement. Afin d'obtenir une expression explicite du modèle, nous devons travailler avec les composantes du déplacement D_i qui sont équivalentes aux composantes du torseur d'effort dans la mesure où on connaît la loi de rigidité du roulement. Le modèle physique se décompose en quatre modules. Le premier module permet de calculer, pour un déplacement D_i donné, les zones de charges des deux rangées du roulement. Ce calcul est basé sur un modèle classique présent dans la littérature [de Mul, 1989] et fait intervenir les lois de contact de Hertz et les lois d'équilibre des billes. Il permet de déterminer les composantes axiale $u^{y\rho}$ et radiale $u^{r\rho}$ de la force transmise par une bille positionnée angulairement en θ . Les sorties de ce modèle

sont alors utilisées par un deuxième module permettant de calculer une représentation harmonique de la zone de charge. Les composantes axiale et radiale sont alors exprimées sous la forme d'une série de Fourier paramétrée en θ . Les coefficients associés sont $U_q^{y\rho}$ et $U_q^{r\rho}$. La section 5.2 nous a permis de montrer que trois harmoniques suffisaient à décrire correctement les différentes zones de charge correspondant aux différents cas de charge. Le troisième module de ce modèle est basé sur la loi de Hooke et permet de réaliser le lien entre les coefficients $U_q^{y\rho}$ et $U_q^{r\rho}$ et les coefficients de Fourier Y_{jh} du modèle harmonique. En effet, la section 5.3 nous a permis d'établir une relation linéaire entre ces coefficients en faisant intervenir les coefficients de Fourier \mathbf{C}_{jh} représentant des compliances :

$$\begin{aligned} Y_{jh} &= \mathbf{U}^{r\rho} \mathbf{C}_{jh}^{r\rho} + \mathbf{U}^{y\rho} \mathbf{C}_{jh}^{y\rho} \\ Y_{j,0} &= \mathbf{U}^{r\rho 1} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 1} + \mathbf{U}^{y\rho 1} \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 1} + \mathbf{U}^{r\rho 2} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho 2} + \mathbf{U}^{y\rho 2} \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho 2} \end{aligned} \quad (5.47)$$

Ce modèle a été calibré en utilisant la même procédure que celle présentée dans la section 4.3 du chapitre 4. Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus pour un modèle polynomiale d'ordre 3. La différence entre le modèle physique présenté dans ce chapitre et les modèles de comportement présentés dans le chapitre 4 se résume en trois points. Premièrement, le domaine de validité d'un modèle de connaissance est lié au domaine de validité des hypothèses faites. Dans notre cas, les principales hypothèses sont que les bagues et les billes sont rigides devant les contacts billes/bagues et que les forces s'appliquent aux niveaux des centres de courbures des chemins de la bague extérieure. La deuxième hypothèse est sans doute la plus problématique car les forces ne s'appliquent pas physiquement sur les centres de courbure. Leurs points d'application changent en fonction de la valeur de l'angle de contact. Même si ces hypothèses ne sont pas vérifiées, le calibrage des paramètres du modèle a tendance à "gommer" leurs imperfections pour la plage d'effort de calibrage. Les capacités d'extrapolation du modèle dépendent donc de l'impact du non-respect des hypothèses. En considérant les hypothèses justes, le modèle permet de représenter le lien entre les signaux de jauges et les trois composantes du torseur pour un domaine d'effort plus grand que celui testé sur banc. De plus, si on considère que toutes les compliances harmoniques ont été excitées sur le banc, alors le modèle permet de prendre en compte la totalité des cinq composantes d'effort. Pour les modèles de comportement, le domaine de validité est celui de l'expérience. La seconde différence est que les paramètres du modèle sont physiquement interprétables. Le premier jeu de paramètres utilisé pour le calcul des zones de charge correspond aux paramètres de conception du roulement. Ils n'ont pas été calibrés. Le second jeu de paramètres est constitué de l'ensemble des coefficients harmoniques représentant les compliances. Ce sont eux qui ont été calibrés sur banc. On pourrait imaginer qu'ils puissent être calculés à partir d'un maillage élément-finis ce qui est un réel avantage dans l'optique de réaliser des conceptions rapides de roulement capteur d'effort. Enfin, la structure du modèle permet de comprendre le fonctionnement du système de mesure. Là aussi, l'avantage concerne les évolutions de la conception du roulement capteur d'effort. L'influence des paramètres du roulement sur la fonction de mesure peut être évaluée. De plus, une telle structure peut être enrichie par de nouvelles connaissances sur les différents éléments du système.

$$y_j = f(D_i, \phi^\rho) \quad \text{et} \quad \Gamma = f(D_i) \quad (5.48)$$

Nous avons maintenant à notre disposition un modèle nous permettant de relier explicitement les signaux de déformation y_j au déplacement D_i et aux angles de billes ϕ^ρ (5.48). Ce modèle direct va être utilisé pour la mesure d'effort.

Chapitre 6

Reconstruction du torseur d'effort

Résumé du chapitre

Ce chapitre est l'aboutissement des travaux de thèse. Il présente l'utilisation du modèle développé dans les chapitres précédents dans le but d'estimer les composantes d'effort à partir des signaux de jauge. Deux méthodologies sont présentées, la première méthode d'estimation se base sur la résolution d'un problème d'optimisation portant sur l'innovation de mesure et la seconde sur le l'utilisation du filtre de Kalman.

Sommaire

6.1	Introduction	137
6.2	Estimation des efforts utilisant un seul vecteur de mesure	137
6.2.1	Démarche générale	137
6.2.2	Estimation des positions des billes à partir du déplacement de la bague intérieure et des mesures de déformation	140
6.2.2.1	Solution proposée	140
6.2.2.2	Sensibilité de l'estimation $\hat{\phi}^p$ aux erreurs sur \hat{D}_i	141
6.2.2.3	Conclusion sur le calcul des positions des billes	142
6.2.3	Estimation du déplacement D_i	143
6.2.3.1	Solution proposée	143
6.2.3.2	Sensibilité de l'estimation \hat{D}_i aux erreurs sur $\hat{\phi}^p$	143
6.2.3.3	Conclusion sur le calcul du déplacement	144
6.2.4	Conclusion	144
6.3	Performances de l'algorithme d'optimisation	145
6.3.1	Introduction	145
6.3.2	Convergence de l'algorithme traitée sur un exemple	146
6.3.3	Analyse de la convergence de l'algorithme	150
6.3.3.1	Algorithme initialisé aléatoirement	150
6.3.3.2	Algorithme initialisé avec un déplacement D_i nul	151
6.3.4	Analyse temporelle et fréquentielle des erreurs d'estimation	152
6.3.4.1	Objectifs	152
6.3.4.2	Analyse temporelle	152
6.3.4.3	Analyse fréquentielle	154
6.3.5	Conclusion	155
6.4	Estimation des efforts utilisant plusieurs vecteurs de mesures successifs	155
6.4.1	Objectifs	155
6.4.2	Initialisation récursive	156
6.4.2.1	Présentation générale	156
6.4.2.2	Comportement de l'algorithme sur des essais dynamiques	156
6.4.3	Conclusion	160

6.5	Application du filtre de Kalman	160
6.5.1	Introduction	160
6.5.2	Représentation d'état du système	161
6.5.2.1	Rappel sur la représentation d'état	161
6.5.2.2	Choix des variables d'états et des dynamiques associées	161
6.5.2.3	Modèle d'observation	163
6.5.3	Mise en œuvre du filtre de Kalman	163
6.5.3.1	Observabilité du système	163
6.5.3.2	Les équations du filtre de Kalman appliquées à la mesure d'effort	164
6.5.3.3	Réglages des paramètres du filtre	165
6.5.4	Résultats	165
6.5.4.1	Résultats pour les essais dynamiques en effort	165
6.5.4.2	Résultats pour un essai dynamique en vitesse	168
6.5.5	Conclusion sur l'utilisation du filtre de Kalman	169
6.6	Conclusion du chapitre	170

6.1 Introduction

L'objectif de cette thèse est de déterminer un algorithme permettant de reconstruire les composantes du torseur à partir de mesure de déformation. La démarche mise en œuvre se décompose en deux phases : élaboration d'un modèle direct puis inversion de ce modèle. Les chapitres précédents nous ont permis d'élaborer le modèle direct. Le chapitre 3 nous a permis d'obtenir un premier niveau de modélisation permettant de traduire la dépendance entre le signal de mesure y_j , issus de la jauge n° j appartenant à la rangée ρ , et la position des bille ϕ^ρ . Ce modèle est basé sur une représentation en série de Fourier avec Y_{jh} les coefficients associés (6.1).

$$y_j = \sum_{h=-3}^3 Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^\rho} \quad (6.1)$$

Le chapitre 5, quant à lui, nous a permis de définir un second niveau de modélisation permettant de calculer les coefficients de Fourier Y_{jh} du modèle (6.1) à partir des coefficients de Fourier \mathbf{U} décrivant des zones de charge et des coefficients de Fourier \mathbf{C}_{jh} décrivant les compliances (6.2).

$$\begin{aligned} Y_{jh} &= \mathbf{U}^{r\rho} \mathbf{C}_{jh}^{r\rho} + \mathbf{U}^{y\rho} \mathbf{C}_{jh}^{y\rho} \\ Y_{j,0} &= \mathbf{U}^{r\rho^1} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho^1} + \mathbf{U}^{y\rho^1} \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho^1} + \mathbf{U}^{r\rho^2} \mathbf{C}_{j,0}^{r\rho^2} + \mathbf{U}^{y\rho^2} \mathbf{C}_{j,0}^{y\rho^2} \end{aligned} \quad (6.2)$$

Les composantes \mathbf{U} sont calculables à partir du déplacement D_i de la bague intérieure et des paramètres p du roulement. On rappelle que le déplacement est une quantité équivalente au torseur Γ dans la mesure où l'on est capable de calculer la rigidité K du roulement, ce qui est le cas. L'avantage de l'utilisation du déplacement D_i , par rapport à l'utilisation de l'effort Γ , est que le modèle obtenu est explicite. Nous avons donc à notre disposition un modèle reliant analytiquement le déplacement de la bague intérieure D_i et les positions ϕ^ρ des deux rangées de billes, au vecteur de mesure $\hat{\mathbf{y}} = (\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_J)^t$:

$$\hat{\mathbf{y}} = f(D_i, \phi^{\rho^1}, \phi^{\rho^2}) \quad (6.3)$$

L'objectif de ce chapitre est de définir une méthode permettant, à partir d'un vecteur de mesure réel \mathbf{y} , de donner une estimation des composantes du déplacement D_i . Cette estimation, associée aux lois de rigidité du roulement, permet de donner une estimation des composantes de l'effort Γ . La démarche de résolution de ce problème va être de considérer dans un premier temps qu'un seul vecteur de mesure obtenu à un instant d'échantillonnage donné, suffit à l'estimation des composantes du déplacement D_i :

$$\hat{D}_i[t] = f(\mathbf{y}[t]) \quad (6.4)$$

Cette démarche permet d'obtenir une solution ne dégradant pas la bande passante du capteur. Dans un premier temps, nous expliciterons une première méthode basée sur l'utilisation d'une seule mesure. La section 6.2 nous permettra de présenter la démarche de résolution de ce problème et l'algorithme choisi. Puis dans la section 6.3, nous présenterons les performances de cet algorithme en le testant sur les différents essais de validation T_v . Enfin nous verrons dans les sections 6.4 et 6.5 l'utilisation de plusieurs vecteurs de mesure successifs avec notamment l'application du filtre de Kalman.

Remarque : ce chapitre est consacré à la reconstruction du torseur à partir des signaux des jauges conditionnés en demi-pont.

6.2 Estimation des efforts utilisant un seul vecteur de mesure

6.2.1 Démarche générale

Nous avons développé un modèle direct permettant de relier les différents mesurandes (les composantes du déplacement D_i) et les différentes grandeurs d'influence (position des billes ϕ^{ρ^1} et ϕ^{ρ^2}) à une estimation $\hat{\mathbf{y}}$ des signaux de mesure. Ce modèle est basé sur des considérations mécaniques statiques. Ses sorties $\hat{\mathbf{y}}$ ne dépendent ni de la dynamique des mesurandes, ni de celle des grandeurs d'influence. Ainsi, un vecteur de mesure \mathbf{y} réel obtenu à l'instant d'échantillonnage t contient *a priori* l'information nécessaire et suffisante à l'obtention d'une estimation des entrées du système au même instant :

$$\left(\hat{D}_i[t], \hat{\phi}^{\rho 1}[t], \hat{\phi}^{\rho 2}[t]\right) = f(\mathbf{y}[t]) \quad (6.5)$$

La démarche mise en œuvre dans cette section est de considérer que les estimations $(\hat{D}_i, \hat{\phi}^{\rho 1}, \hat{\phi}^{\rho 2})$ sont les solutions d'un problème d'optimisation (6.6) défini par la minimisation d'un critère quadratique (6.7) sur l'erreur entre le vecteur de mesure réel \mathbf{y} et le vecteur de mesure $\hat{\mathbf{y}}$ estimé par le modèle.

$$\hat{\Gamma} = K(\hat{D}_i) \quad \text{avec} \quad (\hat{D}_i, \hat{\phi}^{\rho 1}, \hat{\phi}^{\rho 2}) = \arg \left\{ \min_{(D_i, \phi^{\rho 1}, \phi^{\rho 2})} C(D_i, \phi^{\rho 1}, \phi^{\rho 2}, \mathbf{y}[t]) \right\} \quad (6.6)$$

$$C = \frac{1}{N_j} (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}[t])^t (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}[t]) \quad \text{avec} \quad \hat{\mathbf{y}} = f(\hat{D}_i, \hat{\phi}^{\rho 1}, \hat{\phi}^{\rho 2}) \quad (6.7)$$

Ce choix de critère n'est pas anodin car les critères quadratiques sont très sensibles aux mesures aberrantes [Walter et Kieffer, 2008]. Néanmoins, les différentes erreurs maximales calculées à partir des différents modèles sont tout à fait explicables par une représentation gaussienne. Dans ce cas, les avantages qu'offre ce type de critère pour la résolution du problème d'optimisation justifient ce choix. Nous avons vu que dans la mesure où les lois de rigidité K du roulement étaient connues, le torseur d'effort Γ était une variable équivalente au déplacement de la bague intérieure D_i . Ceci est important car le modèle est explicite par rapport à D_i et implicite par rapport à Γ . En travaillant avec le déplacement D_i , plutôt qu'avec Γ , on est capable de calculer analytiquement toutes les dérivées partielles de \mathbf{y} par rapport aux entrées du modèle. Ce qui est un avantage pour la minimisation d'un critère quadratique.

En raison de la non-linéarité du modèle, nous allons utiliser une méthode de résolution itérative. Nous allons définir une suite d'indice k , d'estimations successives sensée converger vers la solution recherchée :

$$(\hat{D}_i, \hat{\phi}^{\rho})_{k+1} = f \left((\hat{D}_i, \hat{\phi}^{\rho})_k, \mathbf{y} \right) \quad (6.8)$$

Le problème d'optimisation 6.6 comporte deux familles de variables : les composantes du déplacement D_i d'une part et les positions des billes ϕ^{ρ} d'autre part. Considérons le modèle direct :

$$y_j = \sum_{h=-3}^3 Y_{jh}(D_i) \cdot e^{ih\phi^{\rho}} \quad (6.9)$$

Les positions des billes ont une influence prépondérante sur les signaux de jauges. Nous justifierons cette remarque dans la section 6.2.2.2. Ceci va nous obliger à utiliser deux méthodes différentes pour le calcul de \hat{D}_i et le calcul des $\hat{\phi}^{\rho}$. Chaque itération du processus d'optimisation va donc comporter deux phases : calcul des positions $\hat{\phi}^{\rho}$ puis calcul de \hat{D}_i (Fig. 6.1).

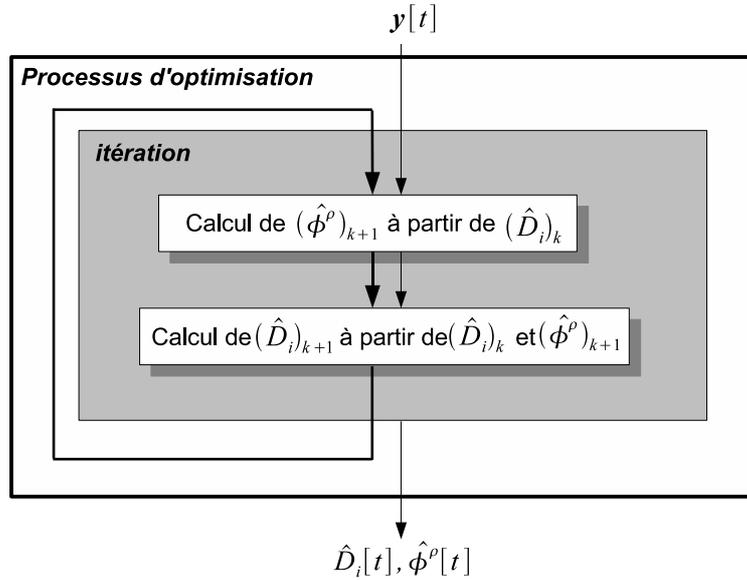


FIGURE 6.1 – Représentation d’une itération du processus d’optimisation composée de deux étapes distinctes : calcul de $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ puis calcul de $(\hat{D}_i)_{k+1}$. On note que le calcul de $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ ne dépend que de $(\hat{D}_i)_k$ alors que le calcul de $(\hat{D}_i)_{k+1}$ dépend de $(\hat{D}_i)_k$ et de $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$

Le processus de convergence consiste à se déplacer sur la surface représentant la fonction de coût, alternativement selon ϕ^ρ puis selon les composantes de D_i (Fig. 6.2).

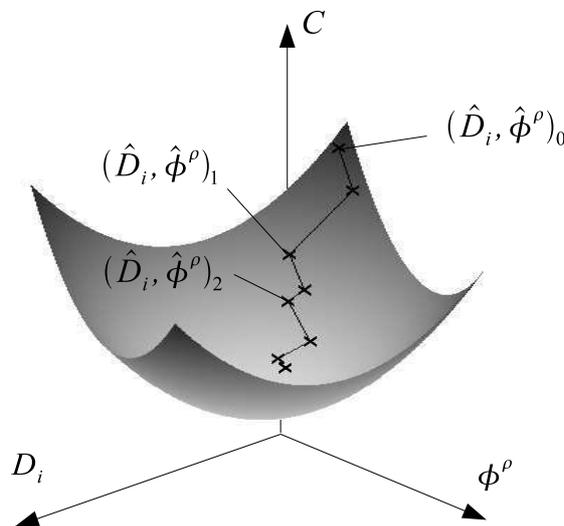


FIGURE 6.2 – Illustration du processus d’optimisation. Le processus permet de se déplacer dans l’espace de variables alternativement selon ϕ^ρ et selon D_i .

Dans cette section, nous allons décrire les différentes étapes du processus d’optimisation permettant de calculer les solutions \hat{D}_i , $\hat{\phi}^{\rho 1}$ et $\hat{\phi}^{\rho 2}$ expliquant le mieux le vecteur de mesure y au sens de la minimisation d’un critère quadratique portant sur l’innovation de mesure. La section 6.2.2 nous permettra de présenter la méthode de calcul de l’estimation $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ à partir de y et de $(\hat{D}_i)_k$. Puis dans la section 6.2.3, nous présenterons le calcul de l’estimation $(\hat{D}_i)_{k+1}$ à partir de y , de $(\hat{D}_i)_k$ et de $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$.

6.2.2 Estimation des positions des billes à partir du déplacement de la bague intérieure et des mesures de déformation

6.2.2.1 Solution proposée

Nous recherchons la solution $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ du problème d'optimisation (6.6) pour $(\hat{D}_i)_k$ fixé. Cette estimation ne concerne que les jauges de la rangée ρ car les signaux de l'autre rangée ne dépendent pas de ϕ^ρ . Pour résoudre ce problème, nous considérons le modèle harmonique dont les coefficients $\hat{\mathbf{Y}}_h^\rho$ sont calculés à partir de $(\hat{D}_i)_k$:

$$\hat{\mathbf{Y}}_h^\rho = f\left((\hat{D}_i)_k\right) \quad (6.10)$$

Le critère du problème d'optimisation C , donné par (6.7), peut se décomposer en deux critères $C^{\rho 1}$ et $C^{\rho 2}$ en séparant les jauges appartenant respectivement à la rangée $\rho 1$ et $\rho 2$. Ces sous-critères peuvent s'exprimer en fonction des coefficients $\hat{\mathbf{Y}}_h^\rho$ et des mesures \mathbf{y}^ρ obtenues à l'instant d'échantillonnage t :

$$C^\rho = \frac{1}{N_j^\rho} \left(\sum_{h=-3}^3 \hat{\mathbf{Y}}_h^\rho \cdot e^{ih\phi^\rho} - \mathbf{y}^\rho[t] \right)^t \left(\sum_{h=-3}^3 \hat{\mathbf{Y}}_h^\rho \cdot e^{ih\phi^\rho} - \mathbf{y}^\rho[t] \right) \quad (6.11)$$

Nous cherchons la position des billes $\hat{\phi}^\rho$ pour laquelle le critère est minimal. Une des conditions d'optimalité est que la dérivée du critère C^ρ par rapport à ϕ^ρ s'annule pour $\hat{\phi}^\rho$:

$$\frac{\partial C^\rho(\hat{\phi}^\rho)}{\partial \phi^\rho} = 0 \quad (6.12)$$

Nous allons utiliser cette condition pour calculer $\hat{\phi}^\rho$. Elle nous permet d'écrire :

$$\left(\sum_{h=-3}^3 h \cdot \hat{\mathbf{Y}}_h^\rho \cdot e^{ih\hat{\phi}^\rho} \right)^t \left(\sum_{h=-3}^3 \hat{\mathbf{Y}}_h^\rho \cdot e^{ih\hat{\phi}^\rho} - \mathbf{y}^\rho[t] \right) = 0 \quad (6.13)$$

Nous effectuons le changement de variable $x = e^{i\hat{\phi}^\rho}$ afin de se ramener à un problème polynomial. L'équation (6.13) s'écrit alors en la multipliant par x^6 :

$$x^6 \cdot \left(\sum_{h=-3}^3 h \cdot \hat{\mathbf{Y}}_h^\rho \cdot x^h \right)^t \left(\sum_{h=-3}^3 \hat{\mathbf{Y}}_h^\rho \cdot x^h - \mathbf{y}^\rho[t] \right) = 0 \quad (6.14)$$

Nous obtenons ainsi une équation polynomiale en x . La solution recherchée se trouve parmi les racines du polynôme. Etant donné le changement de variable $x = e^{i\hat{\phi}^\rho}$, nous recherchons les racines x_r vérifiant :

$$\|x_r\| = 1 \quad (6.15)$$

Il suffit alors de classer ces solutions en calculant le critère C pour chacune des racines et de sélectionner celle donnant le critère le plus petit.

Remarque : le calcul des racines d'un polynôme est itératif. Nous présentons ici une analyse de faisabilité de l'algorithme de reconstruction où nous ne nous préoccupons pas de la rapidité de convergence. Dans une réalisation "temps réel" contrainte par le temps, il faut tenir compte du nombre fini d'itération nécessaire. Cette étude reste à faire et n'est pas présentée dans le mémoire.

Exemple : Nous fixons le déplacement D_i à zéro et nous considérons un vecteur de mesure \mathbf{y}^ρ correspondant lui aussi à un cas de charge nul. Nous allons évaluer le critère $C^{\rho 1}$ pour $\phi^{\rho 1}$ variant de 0 à 2π . La figure 6.3 nous montre l'évolution du critère $C^{\rho 1}$ en fonction de $\phi^{\rho 1}$. Ce critère représente l'erreur moyenne entre les sorties du modèle et les mesures réelles. On note alors que la position $\phi^{\rho 1}$ a une influence importante sur ces erreurs. Le calcul des racines du polynôme (6.14) nous permet d'obtenir deux solutions candidates vérifiant $\|x_r\| = 1$. Ces deux solutions correspondent au maximum et au minimum du critère $C^{\rho 1}$. Il se peut que dans certains cas, il y ait plusieurs minimas locaux et plusieurs maximas locaux. Dans ce cas, le nombre de solution vérifiant $\|x_r\| = 1$ peut être de quatre ou plus. Parmi ces solutions candidates, on choisit celle qui donne le critère le plus petit.

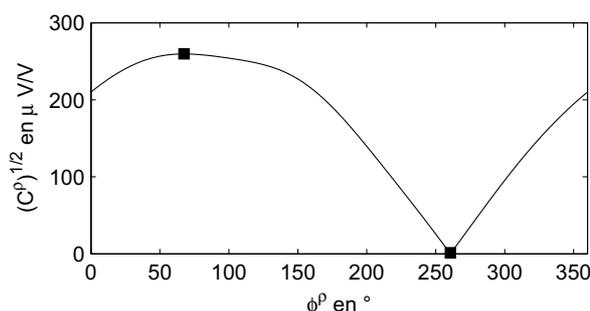


FIGURE 6.3 – Variation du critère C^ρ en fonction de la position ϕ^ρ . Les solutions candidates sont données par les racines du polynôme et valent respectivement 260.63° et 67.43° .

6.2.2.2 Sensibilité de l'estimation $\hat{\phi}^\rho$ aux erreurs sur \hat{D}_i

Dans la section précédente, nous avons présenté la méthode de calcul des positions des billes $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$. Ce calcul se base sur les coefficients de Fourier $\hat{\mathbf{Y}}_h$ calculés à partir de $(\hat{D}_i)_k$. Si on commet une erreur sur $(\hat{D}_i)_k$, alors elle se répercutera sur l'estimation $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$. Afin d'estimer la sensibilité du calcul de $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ aux erreurs sur $(\hat{D}_i)_k$ nous allons utiliser la méthode de Monte-Carlo. Cette méthode consiste à analyser la réponse d'un processus en générant une série d'entrées aléatoires et en regardant les sorties correspondantes. L'entrée du processus de calcul de $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ est le déplacement $(\hat{D}_i)_k$, le vecteur de mesure \mathbf{y}^ρ est fixe. Nous allons générer une séquence aléatoire de $(\hat{D}_i)_k$ et calculer une estimation $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ pour chacun des tirages. Ce tirage se fera à partir de Γ et le déplacement $(D_i)_k$ correspondant sera déduit des lois de rigidité (Fig. 6.4).

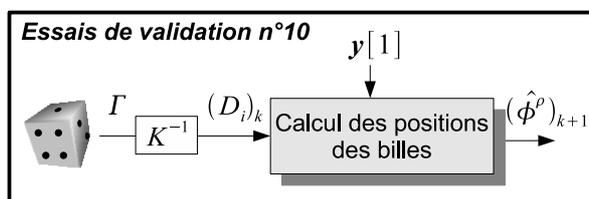


FIGURE 6.4 – Analyse de la sensibilité de l'estimation des $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ effectuée pour le premier vecteur de mesure de l'essai n°10.

Le vecteur de mesure réel \mathbf{y}^ρ est le même pour tous les calculs de $(\hat{\phi}^\rho)_k$ qui doivent alors donner des résultats proches. Le tirage aléatoire de Γ , de probabilité uniforme, est paramétré par un intervalle I_Γ correspondant à la pleine échelle des essais réalisés sur le banc d'essais (6.16) (unités : daN et daN.m). Cet intervalle est modulé par un facteur β compris entre 0 et 1.

$$I_{\Gamma} = \beta \begin{bmatrix} F_x : & [-400 & 400] \\ F_y : & [-400 & 400] \\ F_z : & [-400 & 400] \\ M_x : & [-50 & 50] \\ M_y : & [0 & 0] \\ M_z : & [-50 & 50] \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Chaque valeur de β , variant de 0 à 1, est testée avec 300 tirages aléatoires de Γ . La dispersion des calculs de $(\hat{\phi}^{\rho})_{k+1}$ est donnée par la figure 6.5. On peut dire que le calcul de $(\hat{\phi}^{\rho})_{k+1}$ est peu sensible aux erreurs sur le déplacement $(\hat{D}_i)_k$. Pour les valeurs maximales d'erreur sur $(\hat{D}_i)_k$ ($\beta = 1$), on note quelques estimations $(\hat{\phi}^{\rho})_{k+1}$ aberrantes mais une dispersion moyenne de 60° . En revanche, lorsque l'erreur sur le torseur est inférieure à 10% de la pleine échelle ($\beta = 0.1$), la variation du calcul de $(\hat{\phi}^{\rho})_{k+1}$ n'est plus que de 2.7° . On peut alors dire que l'estimation de $\hat{\phi}^{\rho}$ est peu sensible aux erreurs sur le déplacement \hat{D}_i estimé.

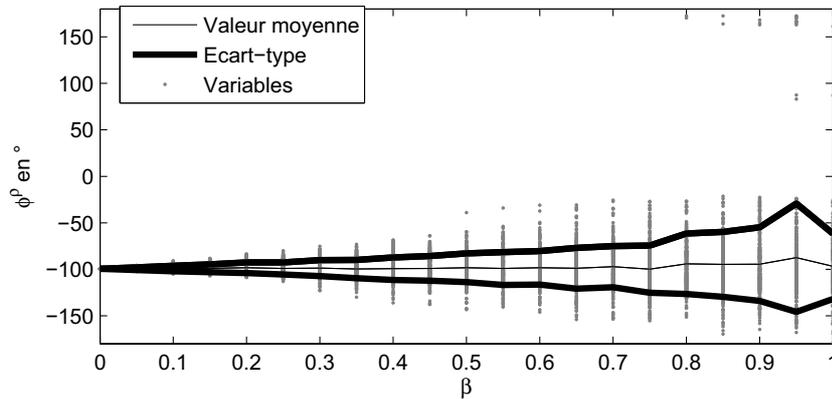


FIGURE 6.5 – *Ecart-type de l'estimation $(\hat{\phi}^{\rho})_{k+1}$ en fonction de β représentant l'erreur sur $(\hat{D}_i)_k$. Les valeurs proches de 150° pour β valant 0.9 sont à moduler par 360 pour les ramener vers les autres estimations.*

6.2.2.3 Conclusion sur le calcul des positions des billes

Le calcul des estimations $(\hat{\phi}^{\rho})_{k+1}$ est direct au sens où il permet de calculer la solution annulant le gradient du critère pour D_i fixé à $(D_i)_k$. Il ne dépend pas de l'estimation $(\hat{\phi}^{\rho})_k$ réalisée à l'itération précédente. De plus il est peu sensible aux erreurs sur l'estimation $(\hat{D}_i)_k$. Le synoptique de ce calcul est donné par la figure 6.6.

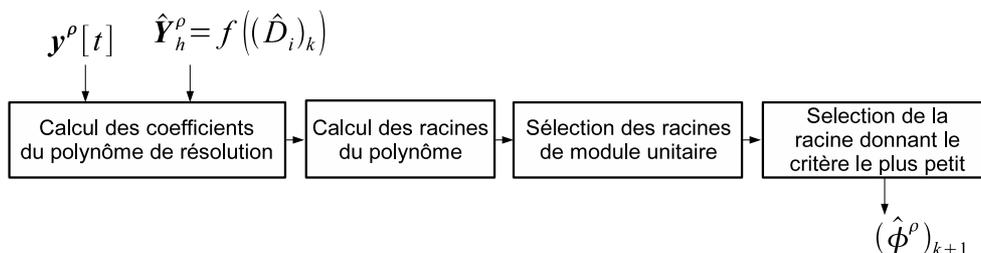


FIGURE 6.6 – *Synoptique du calcul des positions $(\hat{\phi}^{\rho})_{k+1}$ pour un vecteur $\mathbf{y}[t]$ donné et des coefficients \mathbf{Y}_h^{ρ} calculés à partir de $(D_i)_k$.*

6.2.3 Estimation du déplacement D_i

6.2.3.1 Solution proposée

Nous recherchons la solution $(\hat{D}_i)_{k+1}$ du problème d'optimisation (6.6) pour les positions $(\phi^\rho)_{k+1}$ fixées. Pour ce calcul, nous allons linéariser le problème d'optimisation autour du point de linéarisation $((D_i)_k, (\phi^{\rho 1})_{k+1}, (\phi^{\rho 2})_{k+1})$ et rechercher la solution au sens des moindres carrés. Le modèle physique permettant de calculer les coefficients \mathbf{Y}_h à partir de D_i est exprimé par des équations explicites et dérivables. Nous pouvons donc calculer analytiquement la matrice jacobienne $J_{D_i}^{\mathbf{Y}_h}$, écrite au point de linéarisation, correspondant aux dérivées partielles des \mathbf{Y}_h par rapport aux composantes de D_i . Ainsi, en utilisant le modèle harmonique, nous pouvons calculer la matrice jacobienne $J_{D_i}^{\mathbf{Y}}$ correspondant aux sensibilités des signaux de mesure par rapport aux composantes de D_i .

$$J_{D_i}^{\mathbf{Y}} \left((\hat{D}_i)_k, (\phi^{\rho 1})_{k+1}, (\phi^{\rho 2})_{k+1} \right) = \begin{bmatrix} \sum_{h=-3}^3 J_{D_i}^{\mathbf{Y}_h^{\rho 1}} \left((\hat{D}_i)_k \right) \cdot e^{ih(\hat{\phi}^{\rho 1})_{k+1}} \\ \sum_{h=-3}^3 J_{D_i}^{\mathbf{Y}_h^{\rho 2}} \left((\hat{D}_i)_k \right) \cdot e^{ih(\hat{\phi}^{\rho 2})_{k+1}} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

La solution $(\hat{D}_i)_{k+1}$ du problème d'optimisation (6.6) est calculée à partir du problème linéarisé. La solution de ce problème linéarisé est donnée analytiquement par la pseudo-inverse de Moore-Penrose appelée plus couramment "inverse au sens des moindres carrés". Cette solution annule le gradient du critère écrit au point de linéarisation. Ainsi nous avons :

$$(\hat{D}_i)_{k+1} = (\hat{D}_i)_k + \left((J_{D_i}^{\mathbf{Y}})^t (J_{D_i}^{\mathbf{Y}}) \right)^{-1} (J_{D_i}^{\mathbf{Y}})^t \cdot (\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (6.18)$$

6.2.3.2 Sensibilité de l'estimation \hat{D}_i aux erreurs sur $\hat{\phi}^\rho$

Le calcul de $(\hat{D}_i)_{k+1}$ nécessite le calcul d'une matrice jacobienne écrite au point de linéarisation $((D_i)_k, (\phi^{\rho 1})_{k+1}, (\phi^{\rho 2})_{k+1})$. Ainsi, les erreurs d'estimation du point de linéarisation se répercutent sur l'estimation $(\hat{D}_i)_{k+1}$. En particulier, le calcul de la matrice jacobienne est très sensible aux erreurs sur les positions des billes $\hat{\phi}^\rho$. Par exemple, la figure 6.7 nous montre l'évolution de la sensibilité de la jauge n°1 à la composante de déplacement U_y en fonction de la valeur de $\phi^{\rho 1}$.

Remarque : la sensibilité d'une jauge, par rapport à une des composantes de déplacement, dépend de la position des billes. Ainsi, pour certaines positions de bille, cette sensibilité s'annule et la jauge n'apporte plus d'information sur la composante de déplacement considérée. C'est pourquoi il est nécessaire d'instrumenter un méplat avec plusieurs jauges afin qu'il y en ait toujours une qui soit sensible au déplacement.

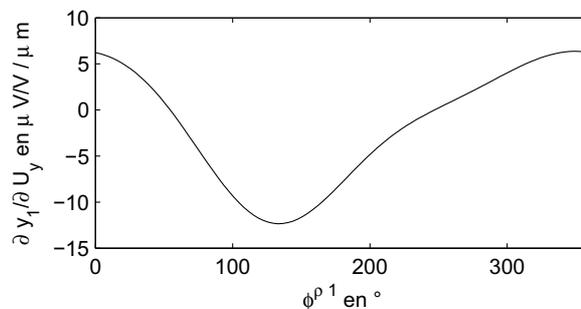


FIGURE 6.7 – Sensibilité du signal de la jauge n°1 à la composante de déplacement U_y pour un déplacement D_i nul. Cette sensibilité dépend de l'angle $\phi^{\rho 1}$ et va jusqu'à changer de signe.

Afin d'analyser la sensibilité du calcul de $(\hat{D}_i)_{k+1}$, nous allons appliquer la méthode de Monte-Carlo en fixant $(\hat{D}_i)_k$ à 0 et en tirant aléatoirement $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ (Fig. 6.8). Nous fixons ce tirage avec une loi de probabilité uniforme définie sur un intervalle I_ϕ paramétré par β et centré sur la valeur optimale $(\phi^\rho)^*$ calculée par ailleurs :

$$I_\phi = \beta \cdot [-\pi \quad \pi] + (\phi^\rho)^* \tag{6.19}$$

Les résultats en terme de dispersion sur la composante F_y de $\Gamma = K((\hat{D}_i)_{k+1})$ sont donnés par la figure 6.9. On note que lorsque l'erreur sur $\hat{\phi}^\rho$ appartient à un intervalle représentant 10% de 2π ($\beta=0.1$), alors l'erreur sur F_y atteint 80daN, soit 10% de la pleine échelle de F_y . Le calcul de $(\hat{D}_i)_k$ est donc très sensible aux erreurs sur $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$.

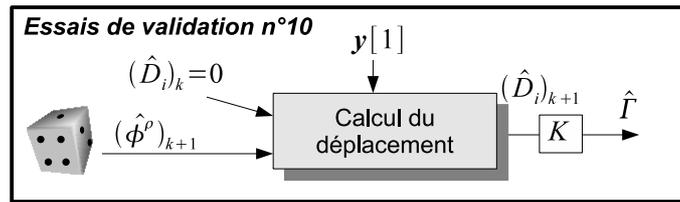


FIGURE 6.8 – Analyse de la sensibilité de l'estimation du déplacement D_i aux estimations $\hat{\phi}^\rho$ effectuées pour le premier vecteur de mesure de l'essai n°10.

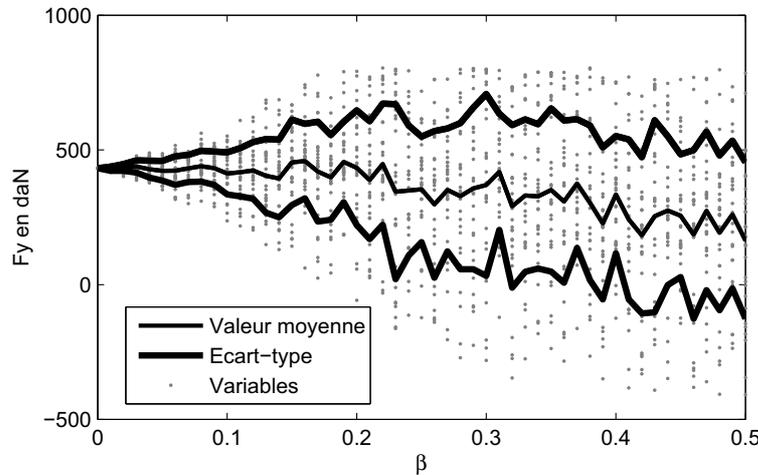


FIGURE 6.9 – Ecart-type de l'estimation F_y en fonction de l'erreur sur $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ paramétrée en β .

6.2.3.3 Conclusion sur le calcul du déplacement

En conclusion, les positions des billes ont une influence de premier ordre sur le calcul des matrices jacobiniennes. Dans la mesure où le processus d'optimisation utilise ces matrices, il est nécessaire qu'elles soient bien estimées. Sans ça, le processus a de fortes chances de ne pas converger vers la solution.

6.2.4 Conclusion

Le principe d'optimisation choisi consiste à rechercher, pour un vecteur de mesure \mathbf{y} donné, les solution \hat{D}_i , $\hat{\phi}^{\rho 1}$ et $\hat{\phi}^{\rho 2}$ annulant le gradient d'un critère quadratique sur l'innovation de mesure. Ce type de problème peut être traité par la méthode itérative de Newton-Raphson dont une itération consiste à linéariser le problème, en calculant une sensibilité locale, puis à calculer la solution au sens des moindres

carrés. La structure harmonique du modèle direct rend difficilement applicable ce type de méthode sans une attention particulière à l'initialisation du problème. En effet, les fonctions harmoniques génèrent, au niveau de la valeur du critère, un ensemble de points critiques qui peuvent "attirer" la convergence. Une mauvaise initialisation peut empêcher la convergence de l'algorithme vers la bonne solution. Afin de résoudre ce problème, nous avons scindé le problème en deux en découplant les calculs de $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ puis de $(\hat{D}_i)_{k+1}$ au sein de l'itération k . Le calcul des estimations $(\hat{\phi}^\rho)_{k+1}$ est réalisé en recherchant les racines d'un polynôme caractéristique obtenu à partir des coefficients \hat{Y}_h fonction de $(\hat{D}_i)_k$. Ce calcul est peu sensible aux erreurs d'estimation de $(\hat{D}_i)_k$. Les estimations $(\hat{D}_i)_{k+1}$ sont calculées quant à elles, en linéarisant le problème autour du point $((\hat{D}_i)_k, (\hat{\phi}^\rho)_{k+1})$ et en calculant la solution au sens des moindres carrés. Dans la section 6.3 nous allons appliquer cet algorithme à un ensemble de données issues des essais de validation. Ainsi, nous pourrions analyser la convergence de l'algorithme et constater l'erreur entre l'estimation $\hat{\Gamma} = K((\hat{D}_i)_{Nk})$ et la valeur de consigne Γ_c appliquée au banc **BEEF** et utilisée comme référence.

6.3 Performances de l'algorithme d'optimisation

6.3.1 Introduction

Nous avons présenté dans la section 6.2 le processus itératif permettant la résolution du problème d'optimisation donné par (6.6). L'objectif est de calculer les positions $\hat{\phi}^\rho$ et le déplacement \hat{D}_i expliquant le mieux un vecteur de mesure réel \mathbf{y} obtenu à un instant donné. Le torseur $\hat{\Gamma}$ est alors évalué en considérant la loi de rigidité K le reliant au déplacement \hat{D}_i . Ainsi, l'erreur de mesure commise sur $\hat{\Gamma}$ dépend du bon déroulement du processus d'optimisation qui est itératif. Afin de vérifier la bonne convergence du processus, nous allons regarder la valeur du critère C et l'écart $\tilde{\Gamma}$ entre le torseur $\hat{\Gamma}$ de consigne Γ_c . Si le processus converge correctement, alors la valeur du critère C et l'erreur d'estimation $\tilde{\Gamma}$ doivent être petites. Les contraintes de temps de calcul font que le nombre d'itérations nécessaire doit être petit.

Etant donnée la non-linéarité du modèle direct, il est difficile d'obtenir la preuve que l'algorithme converge dans tous les cas. Néanmoins, on peut obtenir un premier aperçu des performances de l'algorithme en appliquant la méthode de Monte-Carlo. La démarche consiste à générer des entrées aléatoires et à analyser le comportement de l'algorithme vis-à-vis de ces entrées. Les entrées du processus d'estimation sont le vecteur de mesure \mathbf{y} correspondant à l'instant d'échantillonnage t et le déplacement initial $(\hat{D}_i)_0$. Nous souhaitons analyser la convergence de l'algorithme ainsi que la précision obtenue sur l'estimation de Γ . Nous avons à disposition une série T_v d'essais de validation dont les cas de charge correspondants ont été tirés aléatoirement dans l'espace des efforts réalisables sur banc. L'algorithme permet d'obtenir une estimation du torseur pour un seul vecteur de mesure \mathbf{y} obtenu à l'instant d'échantillonnage t . Nous allons le tester sur des mesures réelles en utilisant chacun des essais de validation et choisissant aléatoirement 50 instants d'échantillonnage t . L'initialisation de l'algorithme, qui concerne le choix de $(\hat{D}_i)_0$, sera dans un premier temps réalisée aléatoirement (Fig. 6.10) puis en fixant le déplacement D_i à zéro (Fig.6.11).

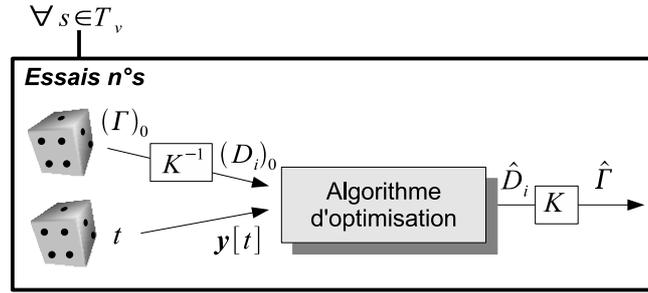


FIGURE 6.10 – Application de la méthode de Monte-Carlo. Pour les essais s appartenant aux essais de validation, on réalise une série de tirage aléatoire des instants t , qui sont associés à un vecteur de mesure \mathbf{y} , et des torseurs initiaux $(\Gamma)_0$ qui permettent de calculer la valeur $(D_i)_0$ d'initialisation de l'algorithme. Le torseur $\hat{\Gamma}$ est alors calculé en considérant le déplacement \hat{D}_i solution du problème d'optimisation.

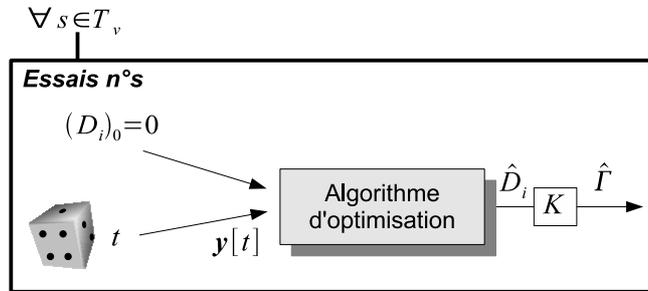


FIGURE 6.11 – Application de la méthode de Monte-Carlo le choix des instants de mesure t est tiré au hasard mais l'algorithme est dans tous les cas initialisé à 0.

Après avoir décrit dans la section 6.3.2 un premier exemple de convergence, les résultats de ces différents Monte-Carlo seront donnés dans la section 6.3.3. Nous verrons alors que lorsque l'algorithme est initialisé à un déplacement nul, alors il converge pour tous les tests réalisés vers une valeur $\hat{\Gamma}$ proche de l'effort de consigne Γ_c . Nous trouverons que sept itérations suffisent.

6.3.2 Convergence de l'algorithme traitée sur un exemple

Le processus d'optimisation a pour objectif de minimiser un critère quadratique sur l'innovation (écart entre la mesure réelle et la mesure estimée par le modèle). Les critères définissant un minimum local sont que le gradient du critère vis-à-vis des variables soit nul et que la matrice hessienne, du critère vis-à-vis des variables, soit définie positive (toutes ses valeurs propres sont positives). Le gradient Δ est donné par (6.20). Afin de simplifier l'analyse de la convergence, nous allons garder uniquement la valeur du critère et la norme du gradient qui doivent tous deux être petits.

$$\nabla(X) = \left[\begin{array}{cccc} \frac{\partial C}{\partial U_x} & \frac{\partial C}{\partial U_y} & \cdots & \frac{\partial C}{\partial \phi^2} \end{array} \right] \quad (6.20)$$

Considérons un l'essai n°10 des essais de validation. Le cas de charge de consigne Γ_c appliqué au roulement est donné par :

$$\Gamma_c = \left[0 \quad 370 \text{ daN} \quad 198 \text{ daN} \quad 0 \quad 0 \quad 8 \text{ daN.m} \right]^t \quad (6.21)$$

L'algorithme est initialisé par un déplacement nul :

$$(\hat{D}_i)_0 = \left[0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \right]^t \quad (6.22)$$

Nous allons calculer les sorties $\hat{\mathbf{y}}$ du modèle correspondant à ce déplacement et à des positions $(\phi^\rho)_0$ nulles elles aussi. Dans cet exemple nous considérons le vecteur de mesure réel \mathbf{y} correspondant au premier instant d'échantillonnage. La figure 6.12 nous montre une comparaison entre les mesures réelles et les sorties du modèle.

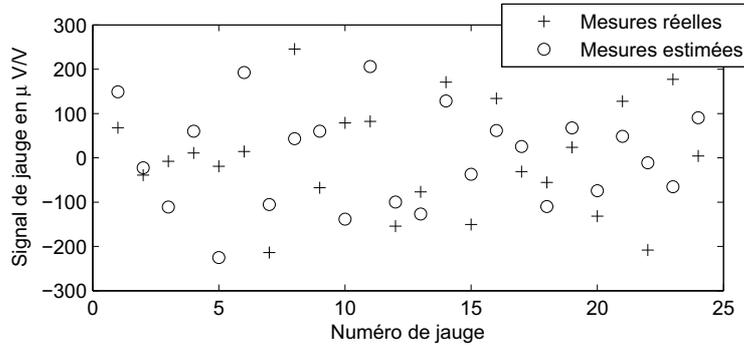


FIGURE 6.12 – Mesures réelles et sorties du modèle pour $(\phi^\rho)_0$ et $(\hat{D}_i)_0$

L'erreur entre les deux est très importante. Le critère vaut alors :

$$\sqrt{C} = 124.7\mu V/V \tag{6.23}$$

L'erreur moyenne entre les sorties du modèle et les mesures est de $124.7\mu V/V$. Elle correspond à l'erreur d'initialisation. Le processus d'optimisation a pour but de la faire chuter jusqu'à un seuil acceptable. La première étape va être de calculer une première estimation $(\hat{\phi}^\rho)_1$ des positions des billes. La nouvelle sortie $\hat{\mathbf{y}}((\hat{D}_i)_0, (\hat{\phi}^\rho)_1)$ du modèle est donnée par la figure 6.13 et le critère normalisé vaut alors $58.7\mu V/V$. L'innovation de mesure a significativement diminué.

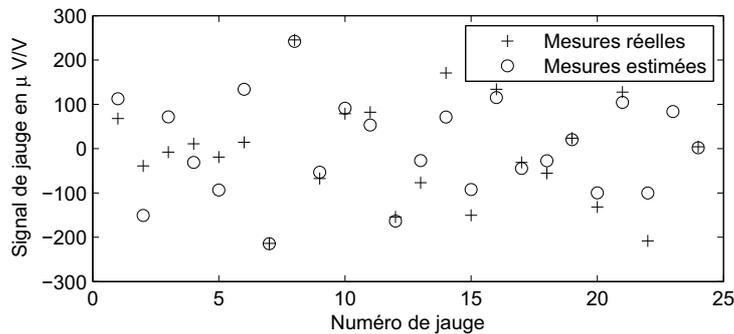


FIGURE 6.13 – Mesures réelles et sorties du modèle pour $(\phi^\rho)_1$ et $(\hat{D}_i)_0$

La seconde étape du processus consiste à calculer une nouvelle estimation $(\hat{D}_i)_1$ (voir section 6.2.3). La nouvelle sortie $\hat{\mathbf{y}}((\hat{D}_i)_1, (\hat{\phi}^\rho)_1)$ du modèle est donnée par la figure 6.14 et le critère normalisé vaut alors $17.27\mu V/V$. L'innovation de mesure a significativement diminué.

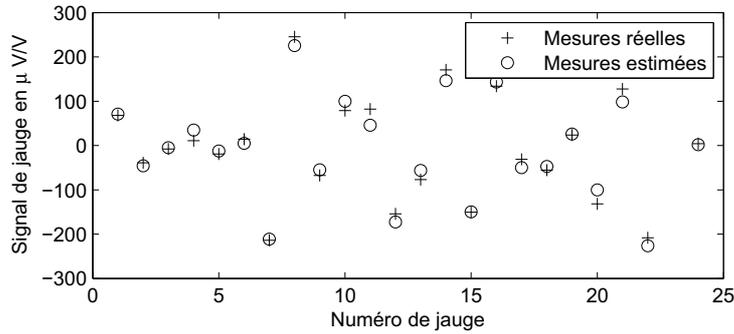
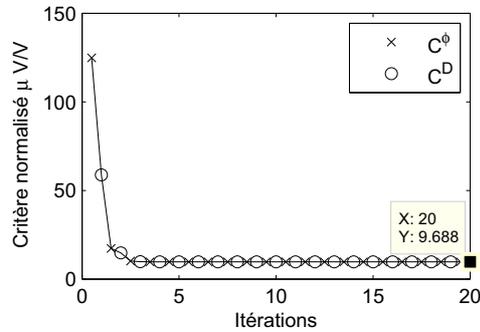
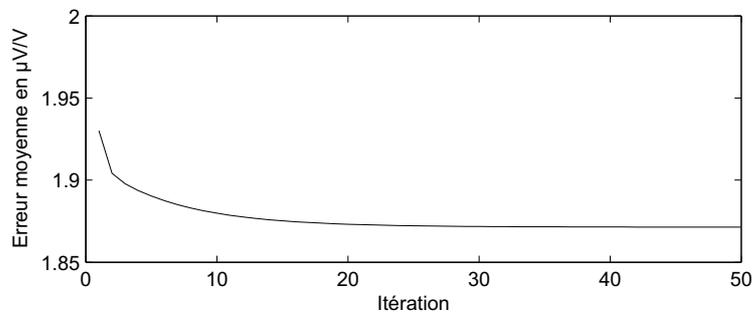


FIGURE 6.14 – Mesures réelles et sorties du modèle pour $(\phi^p)_2$ et $(\hat{D}_i)_1$

La figure 6.15 nous montre l'évolution du critère en fonction des différentes corrections apportées à \hat{D}_i et $\hat{\phi}^p$. On voit que le critère se stabilise en quelques itérations autour de $9.7\mu V/V$. Les mesures estimées au bout de 20 itérations sont données par la figure 6.16. A chaque itération, une estimation des composantes du torseur est réalisée. Les résultats sont donnés par le tableau 6.1 dans le cas où l'algorithme est initialisé à une valeur de déplacement nul et par le tableau 6.2 dans le cas où il est initialisé à un déplacement quelconque. On note que pour les deux initialisations différentes, l'algorithme converge vers la même solution en moins de 7 itérations.



(a)



(b)

FIGURE 6.15 – Evolution du critère en fonction des itérations. La figure (b) est un zoom de la figure (a). On différencie les critères C^ϕ après correction de $\hat{\phi}^p$ et C^D après correction de \hat{D}_i .

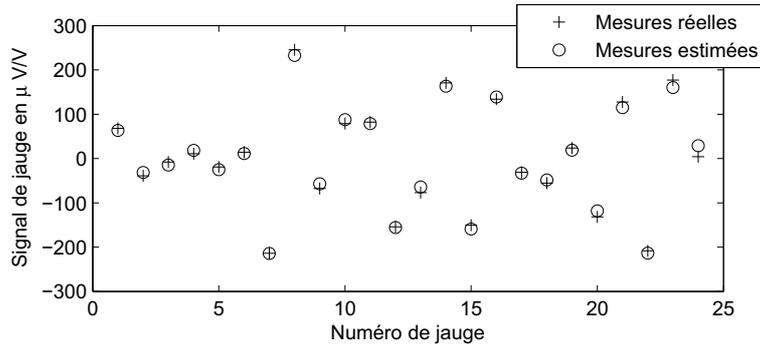


FIGURE 6.16 – Mesures réelles et sorties du modèle pour $(\phi^\rho)_{20}$ et $(\hat{D}_i)_{20}$

k	F_x	F_y	F_z	M_x	M_z	$\hat{\phi}^{\rho 1}$	$\hat{\phi}^{\rho 2}$	\sqrt{C}	$\ \Delta_C\ $
0	0	0	0	0	0	0	0	124.8	-
1	-30.5	359	231	0.988	7.73	-56.2	-54.6	17.3	74.3
2	1.06	388	239	-0.242	7.84	-51.3	-51.1	10.2	35.9
3	4.09	395	239	-0.191	7.85	-53.6	-50.6	9.71	16.5
4	4.57	396	239	-0.176	7.86	-54	-50.4	9.69	6.74
5	4.65	396	239	-0.174	7.85	-54	-50.4	9.69	2.78
6	4.66	396	239	-0.173	7.85	-54.1	-50.4	9.69	1.16
7	4.66	396	239	-0.173	7.85	-54.1	-50.4	9.69	0.487
Référence	0	370	198	0	8	-	-	-	-

TABLE 6.1 – Résultats itératifs sur les estimations des composantes d'effort, des positions des billes ainsi que de la valeur du critère et de la norme de son gradient (Unités : daN, daN.m, ° et $\mu V/V$). L'algorithme est initialisé à 0. Les erreurs commises sont de 26daN sur F_y , de 41daN sur F_z et de 0.15daN.m sur M_z .

k	F_x	F_y	F_z	M_x	M_z	$\hat{\phi}^{\rho 1}$	$\hat{\phi}^{\rho 2}$	\sqrt{C}	$\ \Delta_C\ $
0	300	400	-200	20	-20	0	0	210.1	-
1	2.38	-146	118	-7.77	6.43	-27	-70.6	81.1	185
2	-3.52	397	341	1.77	7.18	-47.3	-48	19.6	69.2
3	5.33	396	250	-0.13	7.83	-53.2	-48.1	10.7	55
4	4.74	396	240	-0.171	7.85	-54	-50.2	9.69	15.2
5	4.67	396	239	-0.173	7.85	-54	-50.4	9.69	4.51
6	4.66	396	239	-0.173	7.85	-54.1	-50.4	9.69	1.35
7	4.66	396	239	-0.173	7.85	-54.1	-50.4	9.69	0.408
Référence	0	370	198	0	8	-	-	-	-

TABLE 6.2 – Résultats itératifs sur les estimations des composantes d'effort, des positions des billes ainsi que de la valeur du critère et de la norme de son gradient (Unités : daN, daN.m, ° et $\mu V/V$) pour une initialisation quelconque.

En conclusion, la convergence de l'algorithme a été illustrée sur un exemple. Celle-ci est rapide et quelques itérations suffisent. Dans la section suivante, nous allons tester cette convergence pour chacun des 100 essais de validation. Ainsi, pour chaque essai, 50 vecteurs de mesures seront tirés aléatoirement permettant de tester l'algorithme sur un certain nombre de cas.

6.3.3 Analyse de la convergence de l'algorithme

6.3.3.1 Algorithme initialisé aléatoirement

Afin d'analyser la convergence, nous allons utiliser deux critères. Tout d'abord, la valeur du critère C est un très bon indicateur de convergence. Ce critère correspond à l'erreur moyenne quadratique entre les sorties $\hat{\mathbf{y}}$ du modèle direct et les mesures réelles \mathbf{y} . Il doit être du même ordre de grandeur que l'erreur moyenne quadratique du modèle (environ une dizaine de $\mu V/V$). Le second critère concerne bien évidemment l'estimation $\hat{\Gamma}$ du torseur d'effort. L'algorithme est testé sur chacun des 100 essais de validation, chaque essai étant testé sur 50 vecteurs de mesures réelles tirés aléatoirement (5000 tests au total). Ainsi, pour chacun des essais de validation et chacun des tirages aléatoires, nous calculons la valeur du critère obtenu au bout de N_k itérations ($N_k = 7$). La figure 6.17 nous montre les valeurs moyennes et maximales du critère pour chacun des essais de validation.

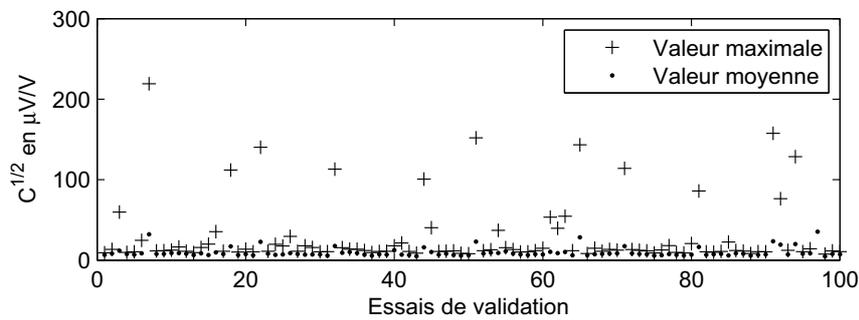


FIGURE 6.17 – Valeurs moyennes et maximales du critère constatées sur 50 vecteurs de mesures associés à chacun des 100 essais de validation. Les valeurs supérieures à $50\mu V/V$ sont aberrantes.

Rappelons que la racine carrée du critère représente l'erreur moyenne entre les mesure réelles \mathbf{y} et les mesures $\hat{\mathbf{y}}$ estimées par le modèle. Les valeurs maximales, de plusieurs dizaines voire centaines de $\mu V/V$, sont aberrantes. Elles ne sont pas explicables par les erreurs de modélisation propres au modèle direct. L'algorithme n'a pas correctement convergé. La figure 6.18 nous montre les erreurs constatées entre la composante F_y des estimations $\hat{\Gamma}$ du torseur d'effort et des torseur de consigne Γ_s utilisé comme référence. Les valeurs maximales sont inacceptables puisqu'elles dépassent la pleine échelle.

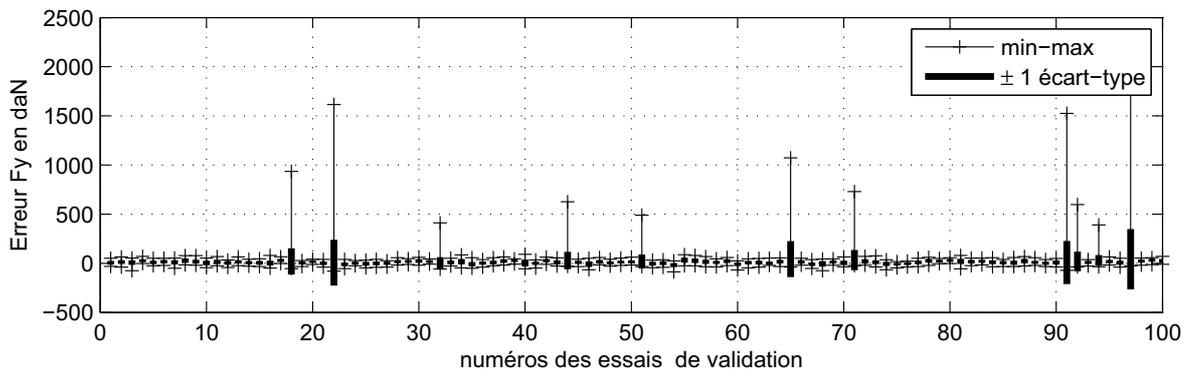


FIGURE 6.18 – Valeurs moyennes et maximales de l'erreur d'estimation de F_y constatées sur 50 vecteurs de mesures associés à chacun des 100 essais de validation.

Des erreurs importantes d'estimation de F_y apparaissent aux niveaux des mêmes essais que ceux pour lesquels on a constaté des problèmes de convergence (critère élevé). La particularité de ces essais posant problème, est qu'ils correspondent à des cas de charge de forte intensité (tous les moments M_z

sont supérieurs à 30daN.m pour ces essais). En effet, le déchargement des billes, source de non-linéarité, peut faire apparaître des points critiques dans le problème d'optimisation. L'initialisation a donc un rôle important. Nous verrons dans la section suivante que l'algorithme converge à tous les coups lorsque qu'il est initialisé avec un déplacement D_i nul. Néanmoins, il est intéressant de constater que les estimations \hat{D}_i correspondant à des valeurs de critère plausibles ($\sqrt{C} < 50\mu V/V$) sont de très bonne qualité (Fig.6.19). Ainsi, même si l'algorithme ne converge pas vers la bonne valeur d'effort, la valeur du critère permet de diagnostiquer le mauvais fonctionnement de la convergence.

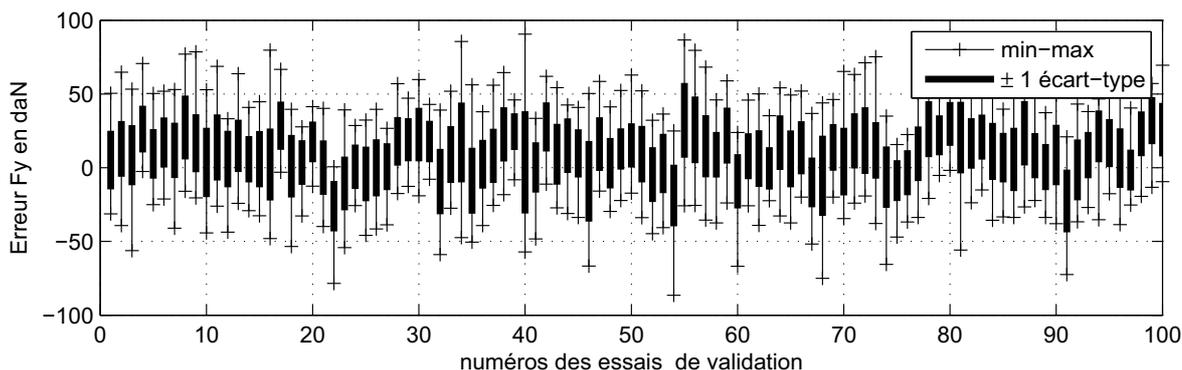


FIGURE 6.19 – Valeurs moyennes et maximales des erreurs d'estimation de F_y constatées sur 50 vecteurs de mesures associés à chacun des 100 essais de validation. Seuls les cas pour lesquels le critère est inférieur à $50\mu V/V$ sont pris en compte pour le calcul de ces valeurs.

6.3.3.2 Algorithme initialisé avec un déplacement D_i nul

Nous allons maintenant réaliser la même méthode de Monte-Carlo que précédemment mais en initialisant l'algorithme avec un déplacement nul. Cette fois-ci, tous les critères obtenus en fin de convergence sont du même ordre de grandeur (Fig. 6.20) avec une moyenne située entre 5 et $10\mu V/V$. La figure 6.21 nous montre les valeurs moyennes et maximales des erreurs d'estimations de F_y . Dans ce cas, on peut dire que l'algorithme a, à chaque fois, convergé vers une bonne estimation des entrées du système. Les performances obtenues, en terme d'erreurs d'estimation, sont données par le tableau 6.3. Elles sont très bonnes puisque l'erreur moyenne constatée sur les composantes d'efforts testées sur le banc sont de : 12.6daN, 11.6daN et 0.6daN.m pour F_y , F_z et M_z .

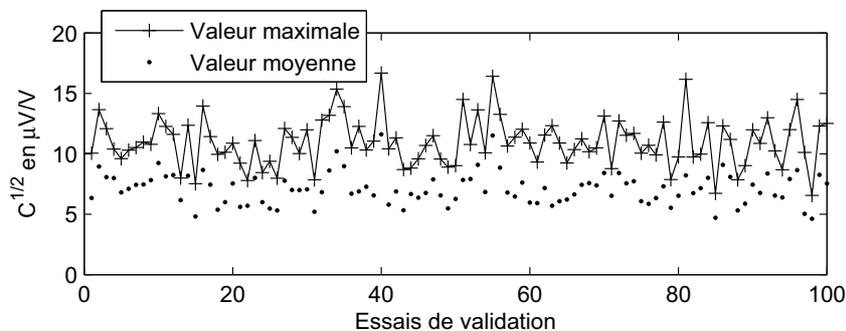


FIGURE 6.20 – Valeurs moyennes et maximales du critère constatées sur 50 vecteurs de mesures associés à chacun des 100 essais de validation lorsque l'algorithme est initialisé à un déplacement D_i nul. Tous les essais ont convergé vers une valeur acceptable du critère.

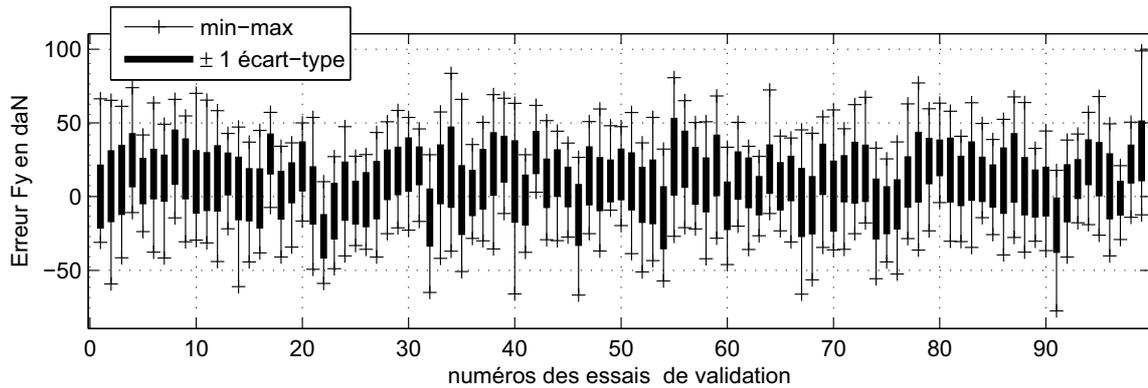


FIGURE 6.21 – Valeurs moyennes et maximales de l'erreur d'estimation de F_y constatées sur 50 vecteurs de mesures associés à chacun des 100 essais de validation lorsque l'algorithme est initialisé à un déplacement D_i nul.

	F_y	F_z	M_z
Ecart-types (daN, daN.m)	24	22	1.17
Erreurs maximales constatées (daN, daN.m)	98.8	109	3.79
Pleine échelle (daN, daN.m)	± 400	± 400	± 50
Ecart-types (% Pleine échelle)	3	2.75	1.17

TABLE 6.3 – Erreurs d'estimation des composantes du torseur

6.3.4 Analyse temporelle et fréquentielle des erreurs d'estimation

6.3.4.1 Objectifs

Nous avons présenté une méthode permettant de donner une estimation du déplacement D_i et donc du torseur Γ pour un vecteur de mesures donné à un instant d'échantillonnage. Cette méthode peut bien sûr être appliquée à plusieurs vecteurs de mesures successifs. On pourra ainsi observer les réponses temporelle et fréquentielle de l'algorithme. Pour cela, nous choisissons un essai tel que le cas de charge soit dans la plage de mesure de la cellule 6-axes équipant le banc **BEEF** (annexe A). Ainsi, nous pourrions comparer le torseur d'effort estimé par l'algorithme et celui mesuré par la cellule 6-axes. Nous choisissons le cas de charge suivant : $F_y = -200\text{daN}$, $F_z = 200\text{daN}$ et $M_z = -25\text{daN.m}$. Pour chaque vecteur de mesures, l'algorithme est initialisé à 0 et 7 itérations sont réalisées.

6.3.4.2 Analyse temporelle

La figure 6.22 nous montre la mesure de l'effort F_y réalisée par la cellule 6-axes de référence ainsi que l'estimation réalisée par l'algorithme à partir des mesures de déformation du roulement. Tout d'abord, nous remarquons que l'effort mesuré par la cellule 6-axes n'est pas constant. Ceci est dû au battement de la broche (faux-rond) qui génère une fluctuation de l'effort. Cette fluctuation a d'ailleurs une période d'environ 0.4 seconde correspondant à la période de rotation de la broche (vitesse de consigne de 150tr/min). L'estimation réalisée par l'algorithme est elle aussi perturbée par un signal dont la fréquence fondamentale correspond à celle de la broche, mais les deux phénomènes ne se superposent pas. Les erreurs entre l'estimation et la mesure de référence oscillent entre $\pm 40\text{daN}$.

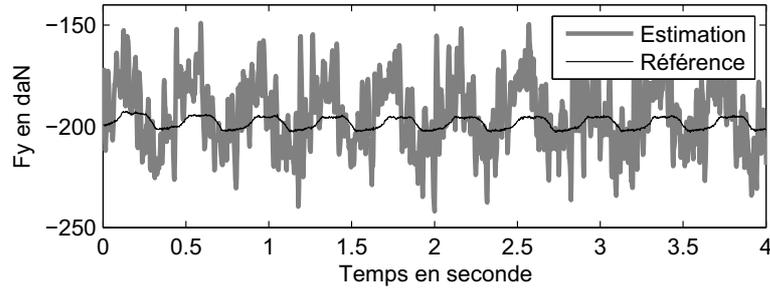


FIGURE 6.22 – Estimation temporelle de la composante F_y

La figure 6.23 nous montre l'estimation et la mesure réalisée de la composante F_z . Nous observons les mêmes perturbations liées à la rotation de la broche que pour la composante F_y mais avec une amplitude plus grande. Cette fois l'estimation et la mesure issue de la cellule 6-axes se superposent. L'estimation réalisée permet donc de mesurer ces petites fluctuations d'effort de ± 20 daN.

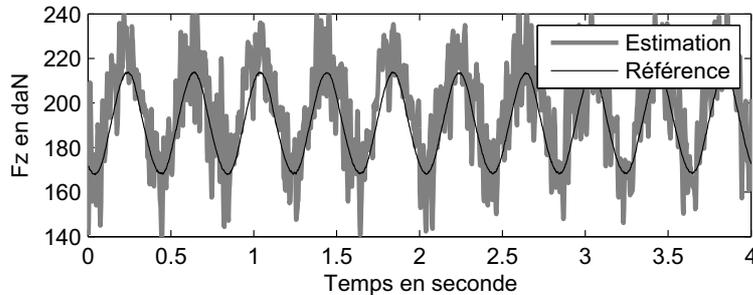


FIGURE 6.23 – Estimation temporelle de la composante F_z

La figure 6.24 nous montre l'estimation et la mesure réalisée de la composante M_z . De la même manière que pour les autres composantes, l'effort n'est pas constant et est perturbé par la rotation de la broche. Malgré un décalage de la valeur moyenne, on retrouve dans l'estimation la faible variation de la composante M_z de ± 1 daN.m.

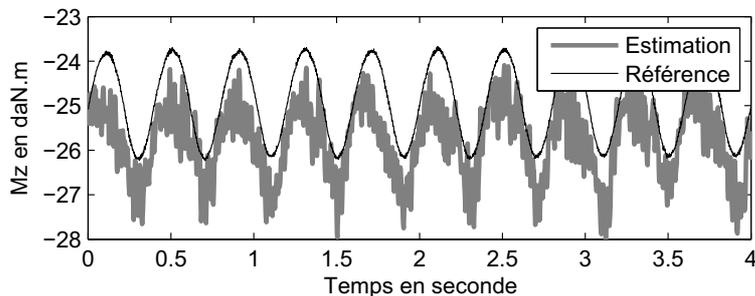


FIGURE 6.24 – Estimation temporelle de la composante M_z

Les estimations des positions des billes sont réalisées à chaque instant. Leurs vitesses de rotation peuvent alors être estimées directement par différentiation numérique (6.24). Le résultat est donné pour la première rangée par (6.25), il montre que le calcul des phases successives est cohérent.

$$\hat{\phi}_n^{\rho 1} = \frac{\hat{\phi}_{n+1}^{\rho 1} - \hat{\phi}_n^{\rho 1}}{T_e} \quad (6.24)$$

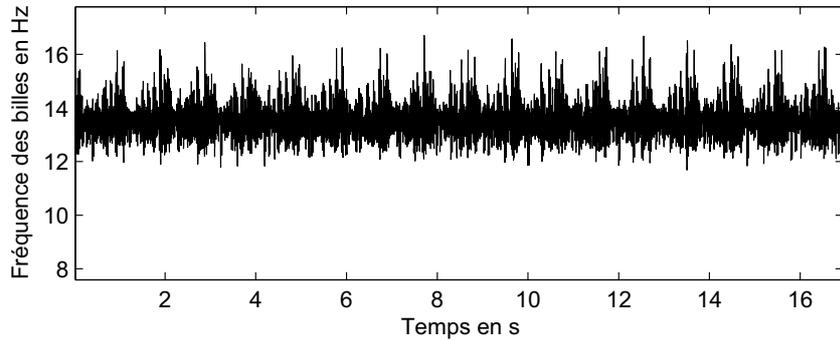


FIGURE 6.25 – Estimation de la vitesse des billes de la première rangée.

En conclusion, les petites variations de l'effort sont visibles dans l'estimation malgré le bruit d'estimation (Tab.6.3). La perturbation de l'estimation de la composante F_y par la fréquence de rotation de la broche, alors que l'effort mesuré est quasi-constant, souligne le fait qu'il existe des couplages entre les différentes estimations.

6.3.4.3 Analyse fréquentielle

Nous avons vu dans la section précédente les allures temporelles des estimations des différentes composantes d'effort. Il est intéressant d'analyser les erreurs d'estimation d'un point de vue fréquentiel. La figure 6.26 nous montre le spectre des erreurs d'estimation de la composante F_y . On remarque la présence de pics correspondant à des fréquences multiples de la vitesse de rotation de la bague intérieure (2.5Hz, 5Hz, 7.5Hz et 10Hz). Une partie de ces harmoniques correspond à des fluctuations réelles de l'effort qui sont mal estimées et une autre à des perturbations des signaux de jauges par les défauts de la bague intérieure (voir la section 3.2.2 du chapitre 3). En effet, la figure 6.27 nous montre le spectre de la composante F_y mesurée par la cellule 6-axes. L'harmonique de fréquence 5Hz est très faible par rapport à celle observable sur les résidus d'estimation.

Les autres pics observables sur le spectre d'erreur de l'estimation F_y apparaissent à des fréquences caractéristiques des défauts géométrique du roulement et aux fréquences du signal des billes (13.4Hz et 26.8Hz par exemple).

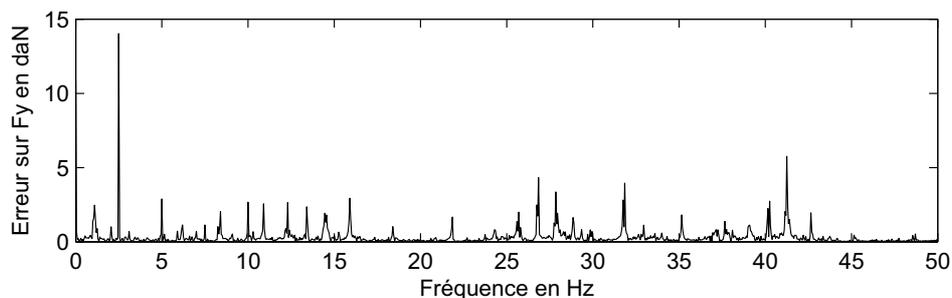
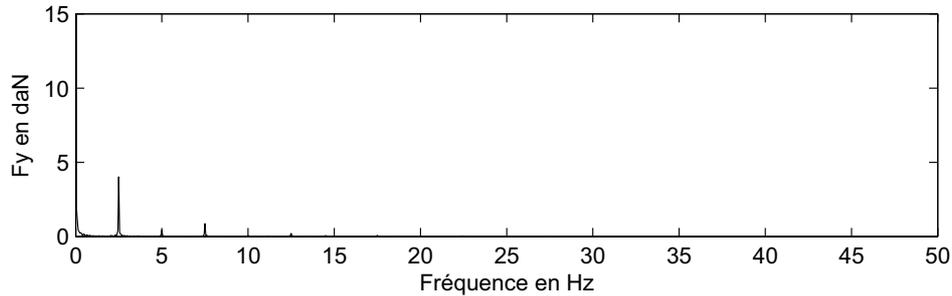


FIGURE 6.26 – Spectre fréquentiel des erreurs d'estimation de la composante F_y .


 FIGURE 6.27 – Spectre fréquentiel de la composante F_y mesurée par la cellule de référence.

En conclusion nous pouvons dire que les erreurs d'estimations, générées par les erreurs du modèle direct, apparaissent aux différentes fréquences caractéristiques du roulement qui dépendent de la fréquence de rotation de la bague intérieure.

6.3.5 Conclusion

Le principe d'estimation du torseur $\hat{\Gamma}$ à partir d'un vecteur de mesure \mathbf{y} obtenu à l'instant t se décompose en deux problèmes. Le premier problème concerne la modélisation directe du lien entre le déplacement D_i , équivalent au torseur Γ , et les signaux de mesure. Les chapitres 3, 4 et 5 nous ont permis de mettre en place les différents éléments de ce modèle. Le second problème, consistant à inverser le modèle direct, est traité dans ce chapitre. Cette inversion est réalisée en considérant la solution $(\hat{D}_i, \hat{\phi}^\rho)$ expliquant le mieux le vecteur de mesure \mathbf{y} au sens des moindres carrés. L'estimation du torseur est alors réalisée en utilisant les lois de rigidité du roulement. Le calcul de la solution moindres carrés est réalisé par un processus itératif dont le nombre d'itérations a été fixé à 7. Les écarts entre l'estimation du torseur donnée par l'algorithme et le torseur de consigne utilisé comme référence sont très faibles. Les erreurs moyennes constatées sur F_y , F_z et M_z sont respectivement de 24daN, 22daN et 1.17daN.m. Elles apparaissent aux fréquences caractéristiques du roulement. Afin d'améliorer la précision et de réduire le nombre d'itérations réalisées pour un vecteur de mesures nous pouvons envisager l'utilisation de plusieurs vecteurs de mesures successifs, objet de la section suivante.

6.4 Estimation des efforts utilisant plusieurs vecteurs de mesures successifs

6.4.1 Objectifs

Les deux premières sections de ce chapitre nous ont permis de présenter une méthode de reconstruction des composantes du torseur à partir d'un seul vecteur de mesure. Cette méthode repose sur la minimisation d'un critère quadratique sur l'innovation entre le vecteur de mesures réel et le vecteur de mesure estimé par le modèle. Deux raisons font qu'il est intéressant d'envisager un algorithme donnant une estimation du torseur à partir de plusieurs vecteurs de mesures.

Premièrement, l'algorithme d'estimation doit *in fine* être implémenté dans un calculateur embarqué. Pour des raisons de coût, ce calculateur n'aura pas nécessairement une puissance de calcul élevée. Or le processus d'optimisation présenté dans les deux sections précédentes est itératif et sa rapidité de convergence vers une solution acceptable dépend de sa bonne initialisation. La section 6.4.2 présente la solution retenue pour limiter le nombre d'itération nécessaire. Elle consiste à initialiser le processus d'optimisation du critère entre les mesures estimées $\hat{\mathbf{y}}_n$ et les mesures réelles \mathbf{y}_n par l'estimation \hat{D}_i du déplacement réalisée à partir de la mesure \mathbf{y}_{n-1} à l'instant précédent. Cette solution permet un gain significatif en terme de nombre d'itérations réalisées sur un vecteur de mesure donné.

La seconde raison poussant l'utilisation de plusieurs mesures successives est la possibilité de faire quelques hypothèses sur la dynamique des différentes variables afin d'améliorer la précision de leurs

estimations. Les techniques de filtrage classiques seront abordées dans cette section mais l'utilisation du filtre de Kalman sera abordée dans la section 6.5.

6.4.2 Initialisation récursive

6.4.2.1 Présentation générale

Nous avons vu dans la section 6.3.3.2 que l'algorithme convergeait correctement dans le cas où le déplacement D_i était initialisé à 0. Ceci permet d'obtenir pour chaque vecteur de mesure \mathbf{y} , une estimation du déplacement D_i et des positions des billes ϕ^ρ . Afin de faciliter la convergence, il est intéressant d'initialiser l'algorithme avec l'estimation précédente de D_i . En effet, entre deux instants d'échantillonnage, on peut considérer que le déplacement n'a pas beaucoup évolué (pour une fréquence d'échantillonnage de 500Hz) et que cette initialisation a un sens. En supposant que l'estimation à l'instant précédent soit relativement juste, cette démarche permet de minimiser le risque de divergence de l'algorithme étant donné que celui ci aura été initialisé proche de la nouvelle solution. De plus, en utilisant cette technique, nous pouvons réduire le nombre N_k d'itérations réalisées pour un vecteur de mesure \mathbf{y} donné. Cette démarche est représentée par la figure 6.28. On note que les positions $\hat{\phi}^\rho$ estimées à l'instant t_n n'interviennent pas dans l'initialisation de l'instant t_{n+1} . Ceci est dû au fait que le calcul des estimées $\hat{\phi}^\rho$ ne dépendent que de l'estimée \hat{D}_i et du vecteur de mesure \mathbf{y} .

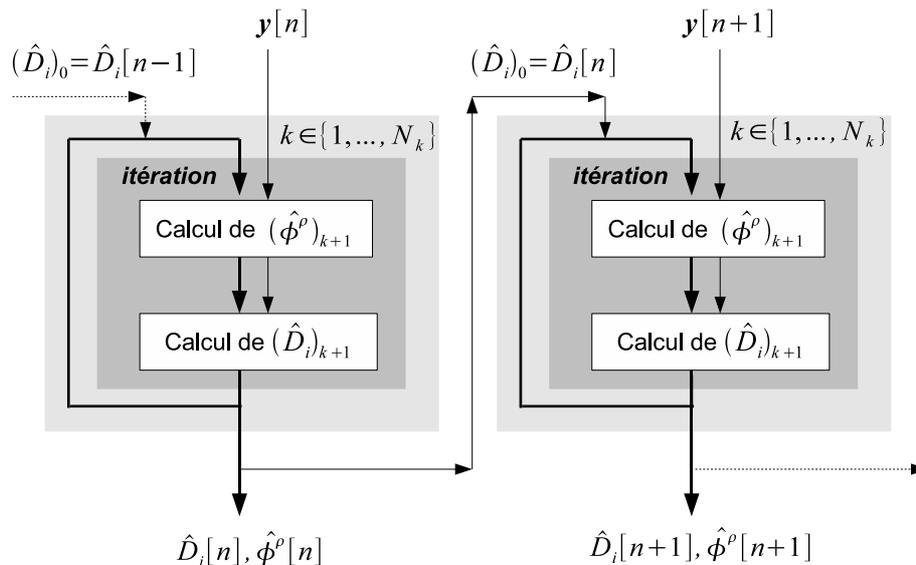


FIGURE 6.28 – Initialisation de l'algorithme avec l'estimation du déplacement D_i réalisée à l'instant précédent. Chaque vecteur de mesure \mathbf{y} obtenu à un instant donné fait l'objet d'un processus d'optimisation comportant N_k itérations et étant initialisé par l'estimation faite sur D_i à l'instant précédent.

Dans la section 6.3 nous avons présenté la convergence de l'algorithme pour un seul vecteur de mesure. Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus pour plusieurs vecteurs de mesures successifs en utilisant la méthode présentée par la figure 6.28 en faisant varier le nombre d'itération N_k . Pour cela nous allons considérer des essais dynamiques réalisés sur le banc **BEEF**.

6.4.2.2 Comportement de l'algorithme sur des essais dynamiques

Le banc d'essais **BEEF** permet d'appliquer des efforts statiques sur le roulement. Afin d'obtenir un peu de dynamique sur les efforts, nous allons exploiter les régimes transitoires liés aux changements de consigne. Pour cela, nous allons réaliser trois essais correspondant à des changements de consigne des trois composantes d'effort réalisables sur le banc (F_y, F_z, M_z) . Ces essais correspondent aux changements

de consigne suivant :

$$\begin{aligned} F_y &= [0, -400, -200, 250, 0, 400] \\ F_z &= [0, -400, -200, 250, 0, 400] \\ M_z &= [0, -50, -25, 25, 0, 400] \end{aligned} \quad (6.25)$$

L'algorithme est initialisé à chaque instant avec l'estimation de D_i réalisée à l'instant précédent et le nombre d'itérations est fixé dans un premier temps à 7 puis à 1. La figure 6.29 nous montre la comparaison entre l'estimation de F_y réalisée par l'algorithme avec 7 itérations par échantillon et la mesure réalisée par la cellule 6-axes. La figure 6.30 nous donne l'erreur entre la composante estimée et la composante mesurée. Il n'y pas de retard visible sur l'erreur d'estimation (Fig. 6.31) qui se traduirait par des pics d'erreurs visibles sur la figure 6.30. L'écart-type de l'erreur est de 24daN ce qui correspond à l'erreur moyenne donnée par le tableau 6.3. La figure 6.32 nous montre la différence entre l'estimation réalisée avec 7 itérations par échantillon et celle réalisée avec 1 itération par échantillon. Celle-ci est petite par rapport aux écarts constatés avec la référence, son écart-type ne dépasse par 0.5daN. On peut donc conclure que pour la dynamique réalisable sur le banc, le fait d'utiliser une initialisation récursive et une seule itération par échantillon donne les mêmes résultats que d'utiliser 7 itérations par échantillon.

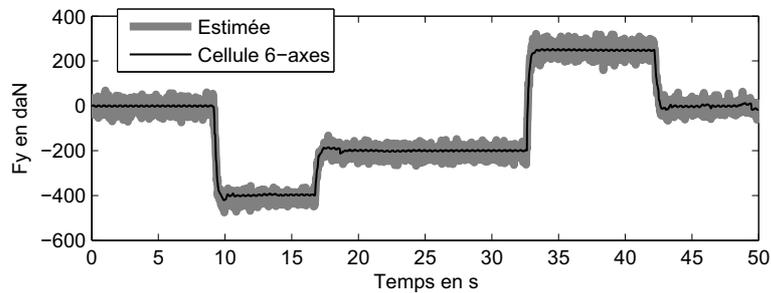


FIGURE 6.29 – Estimation de F_y réalisée avec 7 itérations par échantillon.

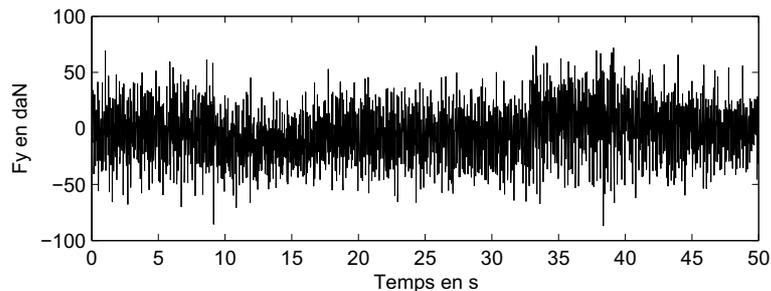


FIGURE 6.30 – Erreur de l'estimation réalisée avec 7 itérations par échantillon

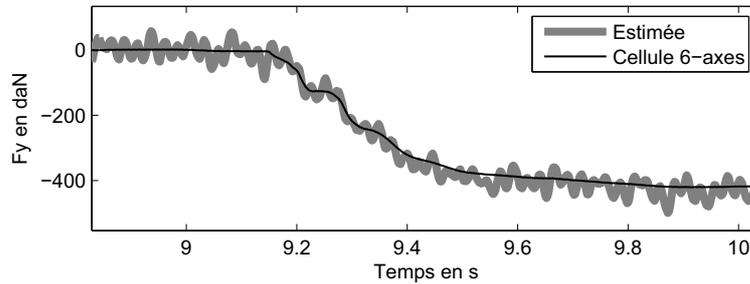


FIGURE 6.31 – Estimation de F_y réalisée avec 7 itérations par échantillon. Agrandissement de la figure 6.29.

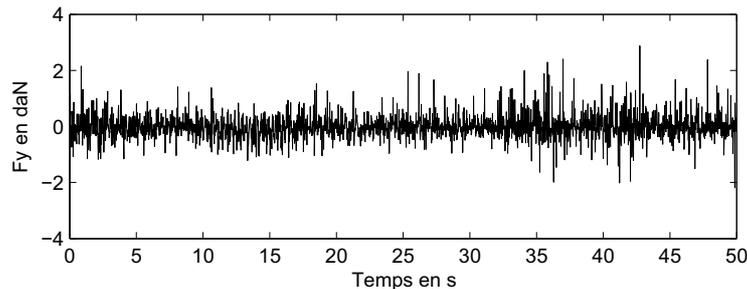


FIGURE 6.32 – Différence entre l'estimation réalisée avec 7 itérations par échantillon et 1 itération par échantillon

L'estimation obtenue par l'algorithme configuré avec une seule itération par échantillon peut être filtrée afin d'améliorer la précision. Nous avons vu dans la section 6.3.4.3 que les résidus d'estimations apparaissaient aux fréquences caractéristiques du roulement. Ces fréquences, proportionnelles à la vitesse de rotation du roulement, peuvent être élevées par rapport à la dynamique des variables d'effort. En effet, lorsque le véhicule roule à une vitesse de 50km/h, la fréquence de rotation de la bague intérieure se situe approximativement à 7-8Hz et la première harmonique des billes aux alentours de 40Hz. Selon la nature de l'information recherchée au niveau de la mesure d'effort, on peut envisager de filtrer l'estimation donnée par l'algorithme afin d'améliorer la précision. On restreindra du même coup la bande passante et on engendrera un retard dépendant du filtre utilisé. Afin d'obtenir une estimation la plus juste possible dans la bande passante souhaitée, nous choisissons un filtre de Butterworth qui offre un gain quasi-unitaire dans la bande passante. Le filtre choisi est d'ordre 8 et a une fréquence de coupure de 10Hz. Cette fréquence a été choisie afin de couper les phénomènes liés à la fréquence du passage des billes qui est supérieure à 13Hz. Les résultats sont donnés par la figure 6.33. Le filtre permet de réduire de manière significative les erreurs d'estimation (Fig. 6.34 par rapport à Fig. 6.30) mais engendre un retard (Fig. 6.35). L'écart-type de l'erreur est environ de 9daN contre 24daN pour l'estimation non-filtrée.

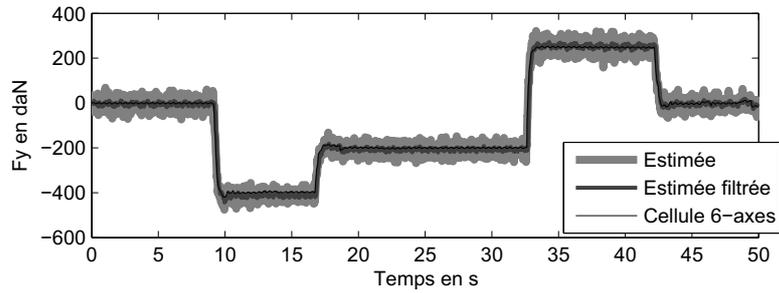


FIGURE 6.33 – Estimation réalisée avec une seule itération par échantillon, avec et sans filtre.

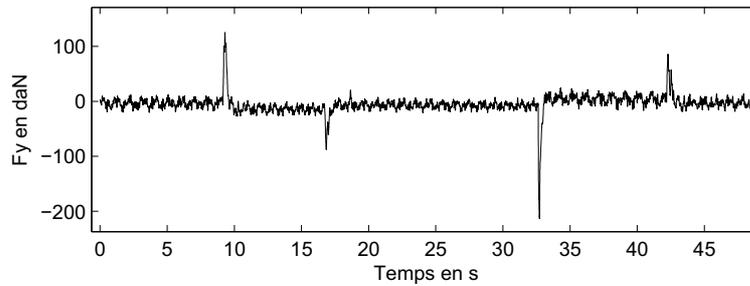


FIGURE 6.34 – Erreurs d'estimation avec filtre.

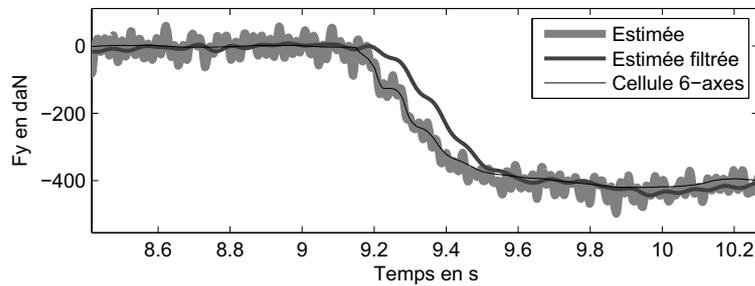


FIGURE 6.35 – Agrandissement de la figure 6.33.

Les figures 6.36 et 6.37 nous donnent les estimations réalisées pour les essais dynamiques en F_z et en M_z . Les résultats sont analogues à ceux obtenus pour F_y . Les écarts-types des erreurs obtenues avec et sans filtrage sont donnés par le tableau 6.4.

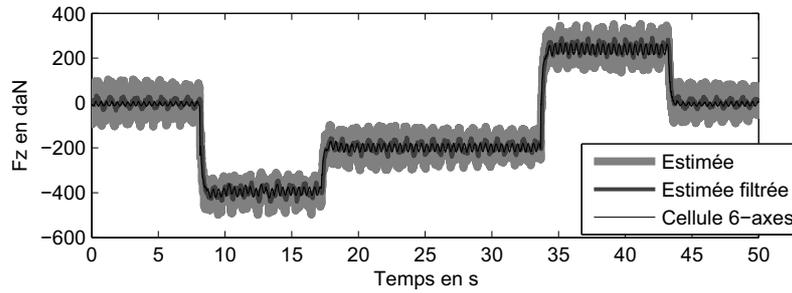


FIGURE 6.36 – Estimation de F_z réalisée avec une seule itération par échantillon, avec et sans filtre.

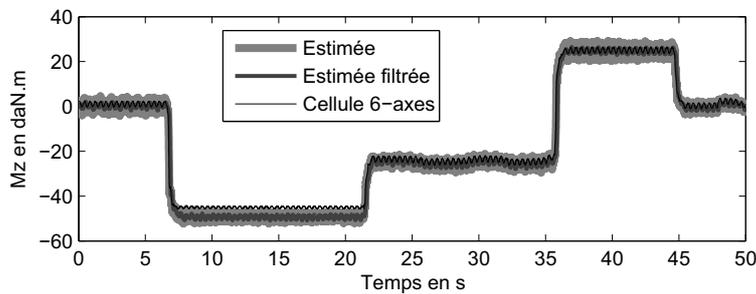


FIGURE 6.37 – Estimation de M_z réalisée avec une seule itération par échantillon, avec et sans filtre.

	F_y	F_z	M_z
Erreurs brutes	24.8daN	36.8daN	2.73daN.m
Erreurs filtrées	8.9daN	18.1 daN	1.93daN.m

TABLE 6.4 – Erreurs moyennes d'estimation des composantes d'effort sur les essais dynamiques.

6.4.3 Conclusion

Dans cette section, le processus d'optimisation présentée dans les sections 6.2 et 6.3 a été implémenté avec une initialisation récursive et une seule itération par échantillon. Pour la dynamique réalisable sur le banc, en changeant les valeurs de consigne, cette implémentation n'a pas d'impact sur les performances de l'estimation. Ce serait peut être le cas si les composantes d'efforts ont, entre deux échantillons successifs, une variation beaucoup plus importante. Les séquences d'estimations ainsi obtenues ont été filtrées afin d'obtenir une meilleur précision mais en réduisant la bande passante de l'estimation.

6.5 Application du filtre de Kalman

6.5.1 Introduction

Les chapitres précédent nous ont permis d'obtenir un modèle permettant de relier les signaux de jauges \mathbf{y} à un certain nombre de variables : les composantes du déplacement D_i et les positions des billes ϕ^p . Les sections 6.2, 6.3 et 6.4 de ce chapitre nous ont permis de présenter une méthode d'estimation des variables D_i et ϕ^p à partir des mesures \mathbf{y} , la précharge δ_{ch} et les dérives μ étant alors considérées constantes et connues. Néanmoins, nous savons que les variables δ_{ch} et μ sont susceptibles d'évoluer de manière non négligeable au cours de la vie du roulement. La particularité de ces variables est que leurs évolutions sont *a priori* lentes par rapport à celles de D_i et de ϕ^p . Ce constat nous pousse à utiliser le filtre de Kalman qui permet d'associer des équations décrivant l'évolution des différentes variables aux

équations d'observation décrivant le lien entre les variables et les mesures. Le filtre de Kalman est un estimateur récursif se basant sur le formalisme d'état et sur une description statistique des différents bruits de modèle et de mesure [Larminat, 1993]. Il se base sur la minimisation de la variance des erreurs d'estimation de l'état considéré. Dans le cas où le système est linéaire et que les bruits de mesure et de modèle sont blancs et centrés, cet estimateur est optimal. Dans le cas non-linéaire, le filtre de Kalman étendue peut être utilisé. Le principe consiste alors à linéariser les équations d'évolution et d'observation et d'appliquer le filtre de Kalman classique à ce système linéarisé. Ceci pose un problème conséquent dans notre cas où le modèle d'observation a une structure harmonique. En effet, selon la valeur des angles ϕ^p , le modèle calculé en linéarisant le système peut être totalement différent ce qui rend l'algorithme très sensible aux erreurs d'estimation. L'application du filtre de Kalman à notre problème suppose donc que les écarts entre les valeurs estimées et réelles soient faibles. Ceci pose naturellement un problème lors de l'initialisation du filtre. Par exemple, si le véhicule est à l'arrêt, on peut faire quelques hypothèses sur l'effort transmis par le roulement mais aucune sur les positions des billes. Or nous verrons que la convergence du filtre dépend de la bonne initialisation des positions des billes.

6.5.2 Représentation d'état du système

6.5.2.1 Rappel sur la représentation d'état

Un système peut être caractérisé par un certain nombre de variables décrivant les différents degrés de liberté du système ainsi que leurs dérivées successives. Ces variables d'état, représentées par le vecteur d'état \mathbf{x} , correspondent généralement aux énergies du système. Par exemple, en mécanique, les variables de positions correspondent à des énergies potentielles et les variables de vitesse à des énergies cinétiques. La représentation d'état se base sur la description des évolutions de l'état en fonction du temps et des entrées du système représentées par le vecteur \mathbf{u} . Elle intègre aussi la description du lien entre d'une part les sorties du système \mathbf{y} , généralement des mesures, et d'autre part l'état du système \mathbf{x} ainsi que les entrées \mathbf{u} . Le formalisme d'état peut être appliqué à une représentation continue des différentes variables mais étant donné que nous nous plaçons dans le cadre d'un système échantillonné, seule la représentation discrète sera explicitée. Ainsi, pour un système linéaire, les évolutions de l'état sont décrites en faisant intervenir la matrice de dynamique A et la matrice de commande B . La mesure \mathbf{y} , quant à elle, correspond à une combinaison linéaire de l'état et des entrées du système (6.26). Dans le cadre d'une représentation discrète du système, les matrices A et B dépendent de la période d'échantillonnage T_e .

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{n+1} &= A\mathbf{x}_n + B\mathbf{u}_n \\ \mathbf{y}_n &= C\mathbf{x}_n + D\mathbf{u}_n\end{aligned}\tag{6.26}$$

Cette représentation peut être appliquée aux systèmes non-linéaires différentiables (6.27). La linéarisation de ce système autour du point $(\mathbf{x}_n^0, \mathbf{u}_n^0)$ correspond alors à un changement d'origine des différentes variables. En introduisant les matrices jacobiniennes $J_{\mathbf{x}_k}^{\mathbf{x}^{n+1}}$ et $J_{\mathbf{u}_n}^{\mathbf{x}^n}$ calculées au point de linéarisation ainsi que les matrices $J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n}$ et $J_{\mathbf{u}_n}^{\mathbf{y}_n}$ associées à la mesure, nous pouvons écrire approximer le système par une forme matricielle (6.28).

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{n+1} &= f(\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_{n+1}, t_{n+1}) \\ \mathbf{y}_n &= h(\mathbf{x}_n, \mathbf{u}_{n+1}, t_{n+1})\end{aligned}\tag{6.27}$$

$$\begin{aligned}(\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_{n+1}^0) &= J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{x}^{n+1}} \cdot (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n^0) + J_{\mathbf{u}_n}^{\mathbf{x}^{n+1}} \cdot (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_n^0) \\ (\mathbf{y}_n - \mathbf{y}_n^0) &= J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n} \cdot (\mathbf{x}_n - \mathbf{x}_n^0) + J_{\mathbf{u}_n}^{\mathbf{y}_n} \cdot (\mathbf{u}_n - \mathbf{u}_n^0)\end{aligned}\tag{6.28}$$

6.5.2.2 Choix des variables d'états et des dynamiques associées

Les variables pouvant potentiellement être estimées par le filtre de Kalman sont le déplacement D_i , les positions des billes ϕ^p , la précharge δ_{ch} et les dérivées des signaux μ . Hélas, nous n'avons pas à disposition de modèle décrivant les dynamiques de ces variables. Elles vont donc être considérées comme nulles (6.29) et associées à des bruits w_D , w_δ et w_μ de variances respectives V_D , V_δ et V_μ . V_D est un vecteur contenant les différentes variances associées aux différentes composantes de D_i . Ce choix de modèle n'est anodin car il suppose que la répartition fréquentielle des variables suit une décroissance en $1/f$ (f la fréquence).

à la taille du vecteur d'état, alors le système n'est pas observable. Dans le cas où A et C ne sont pas constantes, le choix de N dépend du problème considéré. L'inversibilité de cette matrice peut être évaluée en considérant le rang de la matrice d'observabilité ou son conditionnement.

$$O_b = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{N-1} \end{bmatrix} \quad (6.36)$$

Dans notre cas où le système est non-linéaire et où la matrice C correspond à la matrice jacobienne $J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n}$, le calcul de la matrice d'observabilité est délicat. En effet, bien qu'il soit tout à fait possible d'étudier l'observabilité localement (déplacement de bague intérieure, précharge et position de billes fixés), il est préférable d'utiliser une matrice d'observabilité prenant en compte l'évolution significative de la matrice $J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n}$ en fonction des positions des billes. On rappelle en effet que la sensibilité d'une jauge à une composante de D_i dépend directement de la position de la bille se trouvant sous la jauge (voir la figure 6.7). On veillera donc à ce que les matrices jacobienes $J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n}$ utilisées pour calculer la matrice d'observabilité correspondent à plusieurs positions de billes (6.37).

$$O_b = \begin{bmatrix} J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n}(\phi_n^{\rho 1}, \phi_n^{\rho 2}) \\ J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n}(\phi_{n+1}^{\rho 1}, \phi_{n+1}^{\rho 2}) \cdot A \\ \vdots \\ J_{\mathbf{x}_n}^{\mathbf{y}_n}(\phi_{n+N-1}^{\rho 1}, \phi_{n+N-1}^{\rho 2}) \cdot A^{N-1} \end{bmatrix} \quad (6.37)$$

Ainsi, nous obtenons le constat suivant :

- Le système est observable en totalité si les billes sont en rotation et que la précharge est positive. La partie alternative du signal porte la majeure partie de l'information sur le déplacement de la bague intérieure et sur la précharge. L'estimation de ces deux grandeurs permet de calculer les valeurs moyennes des signaux liées aux forces de contact. Les parties des valeurs moyennes de ces signaux non-expliquées par les forces de contact sont considérées comme des dérives qui peuvent ainsi être estimées et compensées.
- Les dérives des signaux ne sont pas observables si les billes ne sont pas en rotation. En effet, seule la partie alternative du signal permet de discriminer les origines de la valeur moyenne. Si les billes ne tournent pas, il n'y a plus de partie alternative dans le signal et il n'est pas possible de distinguer ce qui provient de l'effort de ce qui provient des dérives.
- Le système perd totalement l'observabilité si la précharge est négative et que le déplacement est nul. Dans ce cas, il n'y a plus de zone de charge et les sensibilités des mesures aux composantes de déplacement sont nulles.
- Les positions des billes ne sont pas observables si la rangée considérée est déchargée. Dans ce cas, il n'y a plus de signal alternatif pour les jauges de la rangée ce qui correspond à une absence d'information sur la position des billes associée.

Ces différentes observations montrent qu'il existe un certain nombre de cas où le système n'est pas observable. Cette difficulté s'ajoute à la faible robustesse de l'initialisation évoquée dans l'introduction de cette section. L'implantation du filtre de Kalman est donc très délicate et nécessite la mise en place d'un certain nombre de garde-fous qui ne seront pas évoqués dans cette thèse.

6.5.3.2 Les équations du filtre de Kalman appliquées à la mesure d'effort

Tout d'abord, il est nécessaire d'introduire la matrice de covariance des erreurs d'estimation P . Le filtre de Kalman est conçu dans le but de minimiser les termes diagonaux de cette matrice correspondant aux variances des erreurs d'estimation de chacune des variables d'état. Une itération du filtre de Kalman

se décompose en deux étapes. La première étape, dite de prédiction, consiste à estimer l'état à l'instant t_{n+1} en fonction de l'estimation réalisée à l'instant précédent et des équations décrivant la dynamique de l'état (6.38). Rappelons que notre modèle d'évolution est linéaire et ne comporte pas d'entrée. Cette étape comporte aussi une mise à jour de la matrice de covariance de P faisant intervenir les incertitudes du modèle d'évolution représentées par la matrice Q (6.39).

$$\mathbf{x}_{n+1/n} = A \cdot \mathbf{x}_{n/n} \quad (6.38)$$

$$P_{n+1/n} = A \cdot P_{n/n} \cdot A^t + Q \quad (6.39)$$

La seconde étape, dite de correction, consiste dans un premier temps à calculer la covariance des erreurs d'estimation (6.40) puis à calculer le gain de Kalman associé (6.41).

$$S = J_{\mathbf{x}}^y P_{n+1/n} (J_{\mathbf{x}}^y)^t + R \quad (6.40)$$

$$K = P_{n+1/n} (J_{\mathbf{x}}^y)^t R^{-1} \quad (6.41)$$

Dans un deuxième temps, le filtre met à jour l'estimation (6.42) et la matrice de covariance des erreurs d'estimations (6.43) en prenant en compte le vecteur de mesure \mathbf{y} . L'estimée $\hat{\mathbf{y}}$ est obtenue à partir du modèle d'observation (6.34).

$$\mathbf{x}_{n+1/n+1} = \mathbf{x}_{n+1/n} + K(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (6.42)$$

$$P_{n+1/n+1} = P_{n+1/n} - K (J_{\mathbf{x}}^y)^t P_{n+1/n} \quad (6.43)$$

6.5.3.3 Réglages des paramètres du filtre

La première famille de paramètres de réglage du filtre de Kalman sont les différentes valeurs affectées aux variances des bruits portant sur la dynamique de l'état et sur le modèle d'observation. Dans le cas des systèmes linéaires, ces bruits ont une signification physique et peuvent être quantifiés par rapport à un modèle de référence. Dans bien des cas et surtout pour les systèmes non-linéaires, les différentes variances sont des paramètres de réglage utilisés pour obtenir la réponse souhaitée. D'une manière générale, les différents paramètres ont été réglés de telle sorte à obtenir une variance d'estimation après la phase de correction ($P_{n+1/n+1}$) correspondant effectivement aux erreurs d'estimations. Dans le cas contraire où une erreur d'estimation serait constamment sous évaluée, on peut dire que le filtre diverge [Gustafsson, 2000]. Un seul paramétrage a été utilisé pour tous les essais présentés.

La seconde famille des paramètres de réglage concerne les valeurs initiales des différentes variables ainsi que la matrice de covariance des erreurs d'estimation associée. Toutes les variables ont été initialisées à zéros à part à la précharge qui a été initialisée à $80\mu m$ (la valeur réelle étant plutôt proche de $50\mu m$) et les positions initiales des billes qui suivant les essais doivent être réglées soit à 0, soit à π sous peine de voir l'estimation ne pas converger vers les bonnes valeurs.

6.5.4 Résultats

6.5.4.1 Résultats pour les essais dynamiques en effort

Une fois le filtre correctement réglé, chose qui n'est pas simple, il suffit généralement de tester l'algorithme sur un essai en faisant varier les positions initiales des billes de π pour obtenir la convergence. Il semble en effet, que si l'erreur d'initialisation des positions des billes ϕ^p dépasse $\pm\pi/2$, alors l'estimation diverge. Ceci vient du fait que la sensibilité du modèle, et particulièrement de la première harmonique, change de signe en fonction de la valeur de ϕ^p (Fig. 6.7). Les cas de divergence, qui ne seront pas détaillés dans cette thèse, se traduisent le plus généralement par les comportements suivants : vitesse d'une rangée négative ou incohérente avec celle de l'autre rangée, ou précharge aberrante. En revanche, lorsque tout fonctionne, nous obtenons de très bons résultats. De plus, nous allons introduire artificiellement des dérivées de signaux afin de voir si le filtre arrive à les estimer. La figure 6.38 nous montre l'estimation de

la vitesse de la première rangée réalisée pour l'essai dynamique en F_z présenté dans la section 6.4.2.2. La vitesse estimée, initialisée à 0, se stabilise rapidement vers une valeur cohérente. Sa variance associée est elle aussi cohérente. La figure 6.39 nous montre l'estimation de la précharge, initialisée à $80\mu m$, qui converge elle aussi vers la bonne valeur, à savoir $50\mu m$. La figure 6.40 nous montre l'estimation de la composante F_z et la figure 6.41 un agrandissement montrant qu'il n'y a pas de retard visible.

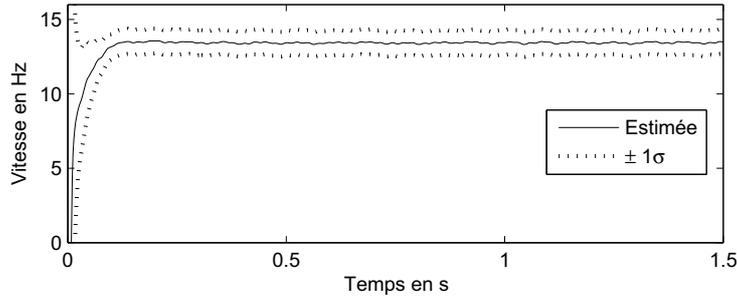


FIGURE 6.38 – Estimation de la vitesse de rotation de la première rangée de billes.

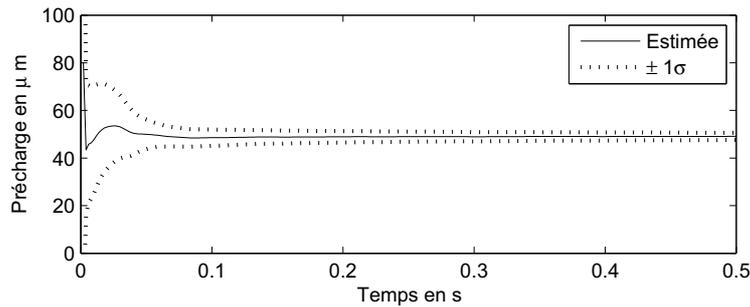


FIGURE 6.39 – Estimation de la valeur de précharge.

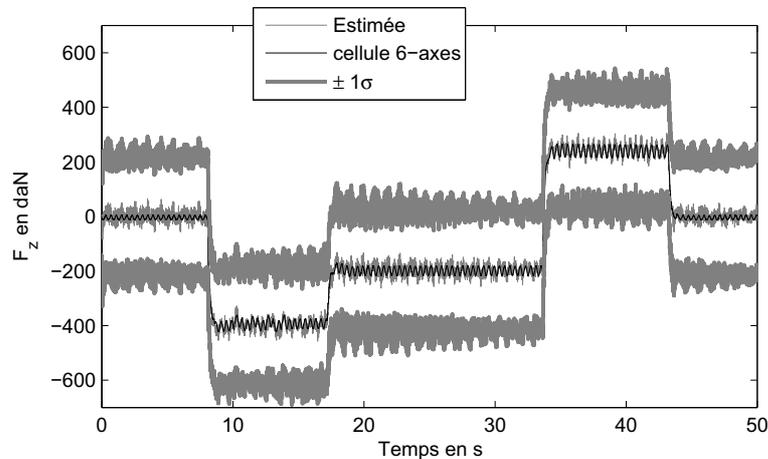


FIGURE 6.40 – Estimation de la composante F_z .

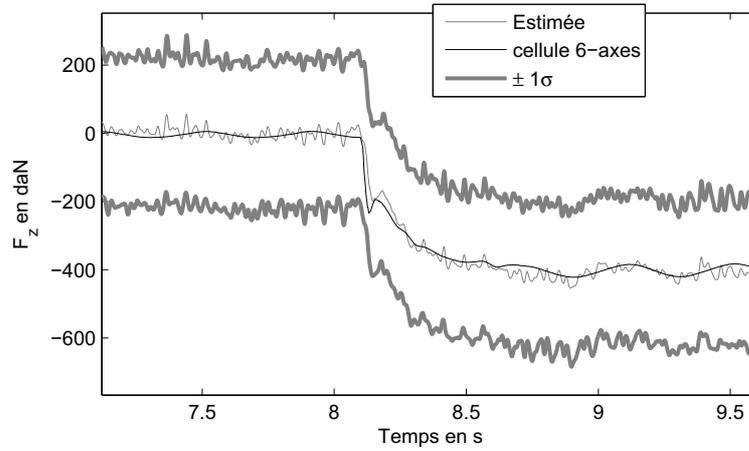


FIGURE 6.41 – Agrandissement de la figure 6.40.

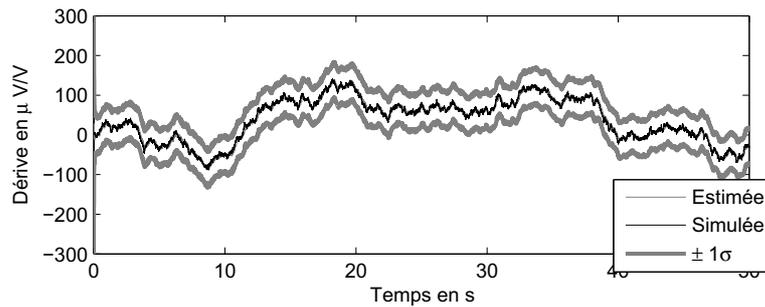


FIGURE 6.42 – Estimation de la dérive de la jauge n°1.

Les figures 6.43 et 6.44 nous montrent les estimations réalisées pour les essais dynamiques en F_y et M_z . On note une légère erreur sur l'estimation de M_z apparaissant autour des -50daN.m. C'est en fait la cellule d'effort qui commet cette erreur puisque l'effort appliqué est hors de sa plage de mesure. Les valeurs moyennes des erreurs d'estimation sont synthétisées dans le tableau 6.5.

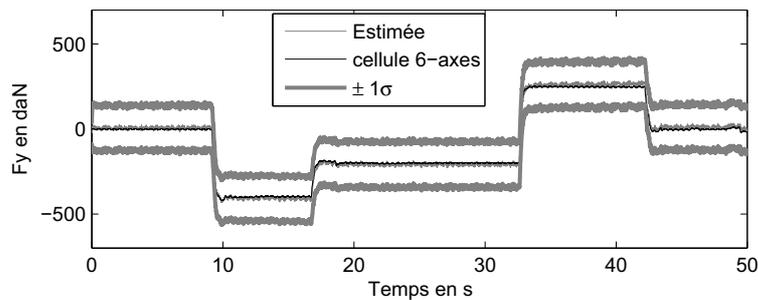


FIGURE 6.43 – Estimation de la composante F_y .

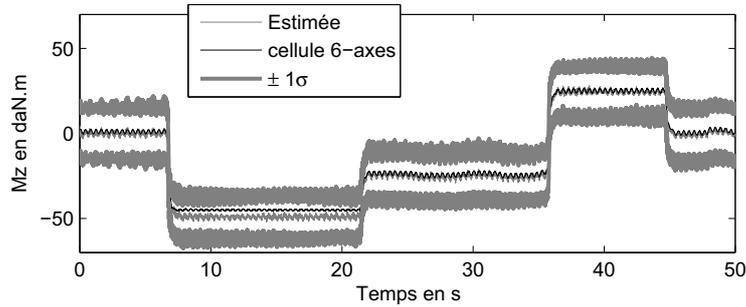


FIGURE 6.44 – Estimation de la composante F_z .

	F_y	F_z	M_z
Ecart-type	13.7daN	11.6daN	1.6daN.m

TABLE 6.5 – Erreurs moyennes d'estimation des composantes d'effort par le filtre de Kalman.

6.5.4.2 Résultats pour un essai dynamique en vitesse

Il est intéressant de vérifier le comportement du filtre lorsque la vitesse de rotation de la bague intérieure change. Pour cela, nous considérons un essai à effort constant mais à vitesse variable. La consigne de vitesse de rotation de la bague intérieure est fixée successivement à 150tr/min, puis à 50tr/min, à 0tr/min et enfin à 150tr/min. La figure 6.45 nous montre l'estimation de vitesse réalisée, elle est tout à fait cohérente avec la vitesse de consigne. La figure 6.46 nous montre l'estimation de dérive de la jauge n°1. Celle-ci est cohérente, on note que entre la trentième et la quarantième seconde, alors que la vitesse s'annule, la variance de l'estimation de dérive augmente et une légère erreur apparaît. Ceci est l'illustration de la conclusion de la section 6.5.3.1 qui indique que lorsque les billes ne tournent plus, les dérives ne sont plus observables. La conséquence est une augmentation de la variance associée. L'estimation de précharge n'est pas très bonne au début de l'essai mais converge au bout d'une seconde vers la bonne valeur (Fig. 6.47). Concernant l'estimation de la composante F_z , on note que lorsque la rotation du roulement s'arrête, celle-ci s'éloigne de la référence (Fig. 6.48). En effet, les dérives de signaux, n'étant plus estimées correctement, impactent l'estimation de l'effort.

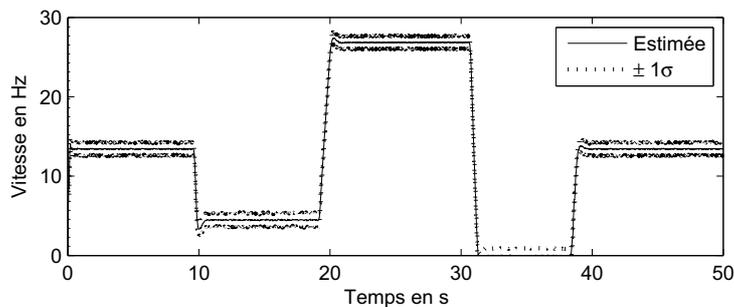


FIGURE 6.45 – Estimation de la vitesse de la rangée n°1.

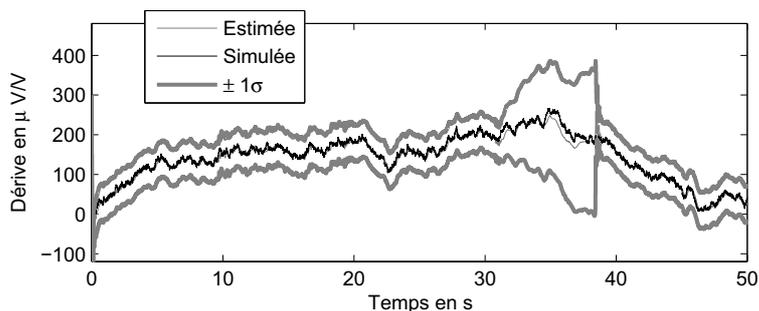


FIGURE 6.46 – Estimation de la dérive de la jauge n°1.

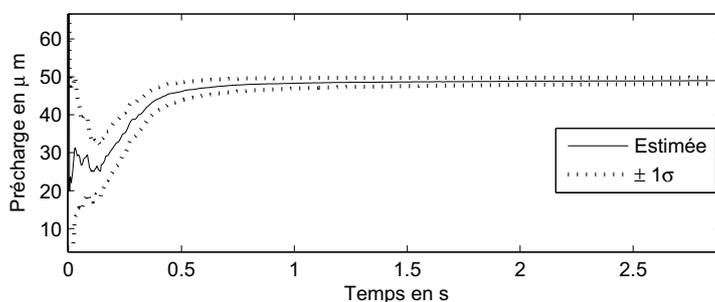


FIGURE 6.47 – Estimation de la précharge.

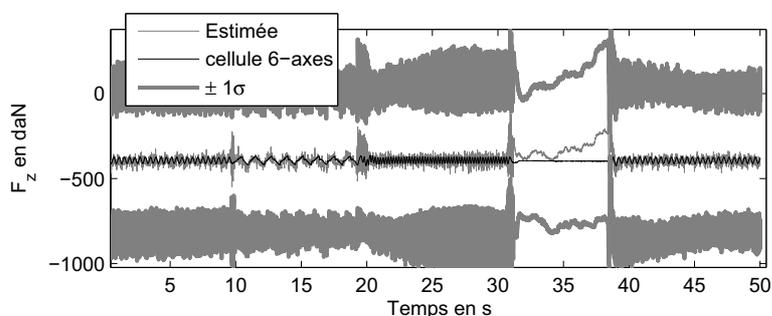


FIGURE 6.48 – Estimation de la composante F_z .

6.5.5 Conclusion sur l'utilisation du filtre de Kalman

Le filtre de Kalman offre la possibilité d'intégrer à une estimation un certain nombre d'hypothèses sur la dynamique des variables au travers des équations d'évolution. Son formalisme, basée sur la propagation et les corrections des incertitudes d'estimation au travers des différentes matrices de covariance, nécessite que le système soit localement linéaire et que les erreurs d'estimation soient petites. Ceci est d'autant plus vrai dans notre cas où la structure harmonique du modèle d'observation fait qu'une erreur importante sur les positions des billes entraîne une erreur importante sur le calcul de la sensibilité du modèle d'observation. Son implémentation nécessite donc de prendre un certain nombre de précautions consistant notamment à vérifier la cohérence des résultats obtenus. Un autre inconvénient est la taille des matrices qui doivent être manipulées numériquement. En effet, dans le cas où l'état intègre les dérivées de signal, sa taille est de 34. Les matrices de covariance associées sont alors des matrices 34×34 ce qui peut prendre beaucoup de place dans un ordinateur.

6.6 Conclusion du chapitre

Ce chapitre est l'aboutissement du travail de thèse et présente deux solutions distinctes d'exploitation du modèle direct aboutissant à l'estimation du torseur d'effort transmis par le roulement. La première solution, objet des sections 6.2 et 6.3, se base sur la minimisation d'un critère quadratique sur l'innovation de mesure. Rappelons que les entrées du modèle direct sont le déplacement de la bague intérieure, équivalent au torseur d'effort, et les positions des billes. Cette minimisation a tout d'abord été décrite par un processus itératif appliqué à un seul vecteur de mesures. Chaque itération se décomposant en deux étapes distinctes : calcul d'une estimation des positions des billes puis calcul d'une estimation des composantes du déplacement. Cette séparation des variables vient de la structure harmonique du modèle direct qui confère aux positions des billes une influence prépondérante sur les signaux de jauge. Les essais réalisés ont permis de mettre en évidence que le processus convergeait pour tous les essais à condition que le déplacement de la bague intérieure soit initialisé à 0. Ceci n'est pas le cas si le déplacement est initialisé aléatoirement. Les erreurs moyennes obtenues sur l'estimation des composantes applicables sur le banc **BEEF**, F_y , F_z et M_z sont respectivement de 24.3daN, 23.3daN et 1.2daN.m.

La seconde étape, objet de la section 6.4, a été d'utiliser plusieurs vecteurs de mesures successifs afin d'une part de réduire le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir une estimation à un instant donné et d'autre part d'améliorer la précision en filtrant les estimées.

Enfin, nous avons présenté l'application du Filtre de Kalman étendu. La mise en œuvre de ce filtre est délicate en raison de la non-linéarité du modèle d'observation qui le rend sensible aux erreurs d'estimation, notamment de celles des positions des billes. Malgré cet inconvénient qui nécessite de définir une stratégie adéquate pour rendre l'estimation de l'effort robuste, l'utilisation du filtre de Kalman permet d'améliorer la précision de l'estimation de l'effort tout en intégrant des variables supplémentaires comme la précharge ou les dérivées des signaux liées aux effets de la température.

Conclusion générale

Bilan

La mesure d'effort au niveau du roulement de roue marque une rupture technologique importante. Elle permet d'obtenir une information directe sur l'état du véhicule et sur l'interaction pneumatique/chaussée : la masse du véhicule et sa répartition, les différents reports de charge, les forces latérales et transversales. Les difficultés de conception du roulement capteur d'effort sont diverses. On peut notamment citer : le report des jauges de déformation sur le roulement, la structure et l'intégration du conditionnement électrique, la connectique et l'intégration système.

L'aspect traité dans cette thèse concerne l'interprétation des signaux de mesure obtenus aux bornes des jauges de déformation. En effet, le roulement se déforme en fonction de la charge qui lui est appliqué permettant l'obtention de mesures de déformation caractéristiques de l'effort. La question posée est de déterminer une méthode permettant de traduire ces mesures de déformations en une mesure d'effort. Pour répondre à cette problématique, il est nécessaire en premier lieu de bien comprendre la mécanique du roulement. Le chapitre 1 nous a permis de présenter les principaux aspects de la mécanique et d'appréhender la manière dont les efforts se transmettent de la bague intérieure vers la bague extérieure. Les principes permettant de comprendre comment les efforts se décomposent en un ensemble de forces de contact ont été décrits. Cette décomposition se caractérise par les deux zones de charge des deux rangées de billes, et est sans doute le concept le plus important à retenir. Ce chapitre est indispensable à la compréhension du principe de mesure des efforts qui est décrit dans le chapitre 2.

Après avoir rappelé les principes et l'architecture de base des systèmes de mesure, le chapitre 2 présente la solution technologique de mesure d'effort choisie par SNR. Cette solution se base sur l'exploitation de déformations qui représentent localement les forces de contact billes/bague extérieure. Ainsi, en mesurant ces déformations en suffisamment de points autour du roulement, on obtient une image des zones de charge exploitable pour la mesure d'effort. Les choix technologiques réalisés en amont de cette thèse, en termes d'instrumentation et d'électronique de conditionnement, ont permis la réalisation et l'utilisation de prototypes proches de la présérie. Ces choix sont suffisamment mûrs pour que la méthodologie développée dans cette thèse puisse être transposable aux futurs roulements de série. Ce chapitre débouche sur une proposition de démarche expérimentale permettant de traiter les différents aspects du problème de la reconstruction du torseur d'effort. Les choix ont été fait en fonction du banc d'essais BEEF et permettent de traiter le lien entre les signaux de mesure et les différentes variables du système : l'effort, les positions des billes et les effets de température.

Afin de pouvoir reconstruire les composantes d'effort à partir des signaux de mesure, nous avons dans un premier temps effectué un travail de modélisation permettant de déduire ces signaux de la valeur des composantes d'effort. Les signaux de mesure dépendent au premier ordre de la position des billes. Le choix de la déformation que l'on souhaite mesurer porte sur une déformation localement sensible aux forces de contact billes/bague. Ainsi, lorsque les billes passent sous la jauge, la déformation mesurée passe alternativement d'une valeur maximale à une valeur minimale. La périodicité de ces signaux a conduit à établir un premier niveau de modélisation permettant de les décrire avec une série de Fourier. L'avantage de ce modèle harmonique est que les coefficients de Fourier associés à cette décomposition contiennent l'information sur l'effort et sont indépendants de la position des billes. Ce premier modèle permet d'obtenir un découplage entre les variables d'effort et les positions des billes.

Le modèle harmonique traduit la dépendance des signaux avec les positions des billes. Le lien entre

l'effort et les signaux de mesure se fait au niveau des coefficients de Fourier du modèle harmonique. Ainsi, ces coefficients doivent pouvoir être calculés à partir des composantes d'effort. Le chapitre 4 présente une première démarche de modélisation se basant en grande partie sur l'exploitation de données expérimentales. Nous avons pu mettre en avant que les coefficients de Fourier, associés à une jauge donnée, sont reliés linéairement. Ainsi, la connaissance du coefficient de la première harmonique permet de déduire ceux des harmoniques d'ordres supérieurs. De plus, ce chapitre présente la démarche de calibrage des modèles d'effort permettant de prendre en compte le déphasage des coefficients de Fourier obtenus expérimentalement. Ce déphasage est dû aux positions des billes qui sont non-nulles et inconnues au début de chaque essai. Une application de cette méthode de calibrage est réalisée sur des modèles de comportement polynomiaux. Ces modèles donnent de très bons résultats en termes de représentativité des données expérimentales et de facilité de mise en œuvre. On peut néanmoins leur reprocher un manque de considérations physiques nécessitant des précautions particulières quant à leurs utilisations.

Le chapitre 5 se focalise sur l'obtention d'un modèle basé sur des considérations physiques permettant de relier les paramètres harmoniques aux composantes d'effort. Ainsi, la démarche mise en œuvre consiste d'une part à utiliser un modèle de zone de charge classique et relativement bien décrit dans la littérature, et d'autre part à utiliser une description originale des efforts appliqués à la bague extérieure permettant de faire le lien entre la zone de charge et les paramètres harmoniques en utilisant la loi de Hooke. Ce modèle est développé en utilisant des représentations issues de la théorie des signaux : produit de convolution et distribution de Dirac. Il comporte néanmoins une phase de calibrage et les résultats obtenus, en terme de représentativité des données expérimentales, sont similaires à ceux obtenus avec les modèles polynomiaux. Ce modèle offre un socle théorique solide mais son calibrage sur banc d'essais est délicat en raison de sa sensibilité aux imperfections de l'expérience.

Enfin, le chapitre 6 clôt ce manuscrit de thèse en proposant une méthodologie de reconstruction des composantes d'efforts à partir des signaux de mesure. Elle se base sur l'utilisation du modèle direct composé du modèle harmonique et du modèle physique décrit dans le chapitre 5. La démarche consiste à formuler un problème d'optimisation permettant à chaque instant d'échantillonnage, de minimiser les écarts quadratiques entre les sorties du modèle direct et les signaux de mesure. La procédure d'optimisation est itérative et converge en peu d'itérations vers la bonne solution (à la précision près). Cet algorithme, dans sa version la plus simple, ne dégrade pas la bande passante du système puisqu'il est capable de fournir une estimation pour un seul vecteur de mesure obtenu à un instant d'échantillonnage donné. Afin de faciliter sa mise en œuvre, il a été proposé d'utiliser plusieurs mesures successives permettant de réaliser une seule itération par instant de mesure ; le résultat de l'instant précédent permettant d'initialiser l'itération de l'instant suivant. Enfin l'application du filtre de Kalman étendu à la mesure d'effort a été présentée. Ce filtre permet de prendre en compte des hypothèses sur la dynamique des différentes variables.

Perspectives

Le roulement prototype intégrant le module algorithmique développé dans cette thèse, a été testé sur banc d'essais. Les performances obtenues sont très satisfaisantes en termes de précision, de robustesse et de vitesse de calcul. Cependant, les conditions particulières et maîtrisées qu'offre un dispositif expérimental ne sont pas comparables à celles que l'on aurait sur un véhicule de série. Les différents éléments du système de mesure, lorsqu'ils sont fabriqués en grande série, ont une certaine dispersion de fabrication et peuvent potentiellement avoir des caractéristiques qui évoluent dans le temps. La robustesse et la sensibilité de l'estimation du torseur d'effort à ces différents facteurs n'a pas été abordée. C'est un point critique car le schéma industriel doit être adapté à cette problématique. Les différentes questions sont de savoir si tous les roulements doivent être calibrés individuellement, si certains paramètres doivent être systématiquement mesurés (exemple : la précharge ou les sensibilités des jauges) ou si le roulement doit subir des recalibrages à intervalle régulier (lors des opérations de maintenance du véhicule par exemple).

Un autre aspect essentiel est l'intégration du roulement capteur d'effort dans l'architecture système du véhicule. En effet, selon son utilisation, celui-ci peut s'intégrer sans modification fondamentale des différents sous-systèmes ou au contraire en remettant en cause toute l'architecture système et les différentes stratégies de commande. Ceci dépend évidemment de différentes considérations techniques mais aussi du

positionnement des différents équipementiers et constructeurs. Par exemple, on peut opposer les systèmes ayant un haut niveau d'intégration avec des stratégies de commande imbriquées (une même loi de commande va piloter les suspensions, les braquages des roues et les systèmes de freinage) aux sous-systèmes indépendants et dédiés à des tâches spécifiques. La mise sur le marché du roulement capteur d'effort nécessite donc une réflexion approfondie sur son utilisation et son intégration système.

La conception d'un système de mesure nécessite une compréhension d'ensemble des différentes problématiques. Ceci est d'autant plus vrai que le roulement capteur d'effort est un système particulièrement complexe. En effet, le principe de mesure choisi par SNR est tout à fait innovant et se base sur la mécanique du roulement. Le développement de ce capteur nécessite d'avoir à disposition des outils de conception permettant de caractériser, même de manière simplifiée, les interactions entre les différents choix techniques (instrumentation, paramètres géométrique du roulement, conditionnement des signaux et algorithme). Le modèle développé dans cette thèse intègre déjà un module représentant la répartition des efforts dans le roulement. Le modèle servant de base à ce module est très similaire à ceux utilisés pour la conception des roulements standards. Un second module utilisé, décrivant le lien entre les forces de contact et les déformations, est aujourd'hui calibré sur banc. Il est basé sur des considérations théoriques et pourrait être a priori paramétré à partir de modèle numérique. En effet, les coefficients harmoniques de compliances peuvent être obtenus à partir d'un maillage éléments-finis. L'avantage est que l'on pourrait obtenir un premier aperçu des performances d'une conception à partir de sa représentation numérique. Les paramètres du roulement (précharge, nombre de billes, diamètre primitif,...) pourraient alors être optimisés pour la mesure d'effort.

Enfin, la mesure d'effort dans les roulements pourrait être appliquée dans de nombreux domaines, comme par exemple : l'optimisation des efforts de coupe en instrumentant un des roulements de la broche d'une machine-outil. Le problème est que l'instrumentation en jauge de déformation suppose aujourd'hui que la bague extérieure n'est pas montée dans un alésage mais est vissée par des oreilles de fixation.

Bibliographie

- [Agati et al., 1986] AGATI, P., BRÉMONT, Y. et DELVILLE, G. (1986). *Mécanique du solide, Applications industrielles*. Dunod.
- [Asch et Desgoutte, 1982] ASCH, G. et DESGOUTTE, P. (1982). *Les capteurs en instrumentation industrielle*. Dunod.
- [Baffet, 2007] BAFFET, G. (2007). *Développement et validation expérimentale d'observateurs des forces du contact pneumatique/chaussée d'une automobile*. Thèse de doctorat, UTC Compiègne.
- [de Coulon, 1998] de COULON, F. (1998). *Théorie et traitement des signaux (Traité d'Electricité volume VI)*. Dunod.
- [de Mul, 1989] de MUL, J. (1989). Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearings loaded in five degrees of freedom while neglecting friction-part i : General theory and application to ball bearings. *ASME, vol.111, p142-148*.
- [Duret et Blanchin, 2005] DURET, C. et BLANCHIN, O. (2005). Bearing deformation sensor comprising four stress gauges. patent number : FR2869981. *SNR Roulements*.
- [Etique et Mudry, 2006] ETIQUE, M. et MUDRY, F. (2006). *Traitement de signal (Signaux et Systèmes)*. Haute Ecole d'Ingénierie et de Gestion du canton de Vaud (HEIG-Vd).
- [Fraye, 1985] FRAYER, R. (1985). Measurement of bearing loads using ductile wire inserts. *SAE Earth-moving Industry Conference*.
- [Gobbi et Mastinu, 2004] GOBBI, M. et MASTINU, G. (2004). Wheels with integrated sensors for measuring tyre forces and moments. *Proceedings of AVEC'04*.
- [Govaert, 2001] GOVAERT, G. (2001). Analyse de données. Cours UTC.
- [Guillaume, 2008] GUILLAUME, S. (2008). Discussion autour de l'influence des méplats sur la phase du signal des billes.
- [Gustafsson, 2000] GUSTAFSSON, F. (2000). *Adaptive Filtering and Change Detection, Section 8.6 Computational Aspects*. Wiley.
- [Gyorki, 2004] GYORKI, J. (2004). *Signal Conditioning and PC-based Data Acquisition Handbook*. IOtech, third édition.
- [Hamrock et Anderson, 1983] HAMROCK, B. et ANDERSON, W. (1983). Rolling-element bearing. *NASA Reference Publication 1105*.
- [Harris, 2001] HARRIS, T. (2001). *Rolling Bearing Analysis*. Fourth Edition.
- [Hoffmann, 1989] HOFFMANN, K. (1989). *An Introduction to Measurements using Strain Gages*. HBM.
- [Holm-Hansen et Gao, 2000] HOLM-HANSEN, B. et GAO, R. (2000). Structural design and analysis for a sensor-integrated ball bearing. *Finite Elements in Analysis and Design, vol.34, p275-270*.
- [Kern, 2002] KERN, M. (2002). *Problèmes inverses*. cours Ecole Supérieure d'Ingénieurs Léonard de Vinci.
- [Kundu et Nandi, 2004] KUNDU, D. et NANDI, S. (2004). A note for estimating the frequency of a periodic function. *Signal Processing, vol.84, p653-661*.
- [Larminat, 1993] LARMINAT, P. d. (1993). *Automatique, commande des systèmes linéaires*. Hermes.

- [Lavoye, 2005] LAVOYE, J. (2005). Filtrage spatial, rapport de fin d'étude. *SNR Roulements*.
- [Mol, 2005] MOL, H. (2005). Method and sensor arrangement for load measurement on rolling element bearing based on model deformation. publication number : WO2005/040745. *SKF*.
- [Mol et Van Nijen, 2005] MOL, H. et VAN NIJEN, G. (2005). Method and sensor arrangement for load measurement on rolling element bearing. publication number : WO2005/008204. *SKF*.
- [Noguchi *et al.*, 2005] NOGUCHI, S., HIRUMA, K., KAWA, H. et KANADA, T. (2005). The influence of location of balls and ball diameter difference in rolling bearings on the nonrepetitive runout (nrro) of retainer revolution. *Precision Engineering*.
- [Ono et Tanaka, 2006] ONO, K. et TANAKA, I. (2006). Displacement measuring device and load measurement device for rolling bearing unit. publication number : JP2206/226999. *NSK*.
- [Palmgren, 1947] PALMGREN, A. (1947). *Les roulements à billes et à rouleaux*. SKF.
- [Schatzman, 1998] SCHATZMAN, M. (1998). *Analyse numériquem : une approche mathématique*. Dunod.
- [SNR Roulements, 1988] SNR ROULEMENTS (1988). *Les roulements*. Nathan.
- [Stéphiant, 2004] STÉPHANT, J. (2004). *Contribution à l'étude et à la validation expérimentale d'observateurs appliqués à la dynamique du véhicule*. Thèse de doctorat, UTC Compiègne.
- [Takahashi *et al.*, 2006] TAKAHASHI, T., ASAI, M. et MAKINO, H. (2006). Development of tire force and moment measuring system mounted on a wheel hub unit. *Proceedings of AVEC'06*.
- [Walter et Kieffer, 2008] WALTER, E. et KIEFFER, M. (2008). Sur quelques idées fausses ayant des conséquences en identification. *Journal européen des systèmes automatisés, vol.42, n 2-3*.
- [Wensing, 1998] WENSING, J. (1998). *On the dynamics of ball bearings, PhD*. Thèse de doctorat, University of Twente, Enschede, The Netherlands.
- [Yakhou, 1999] YAKHOU, K. (1999). *Validation expérimentale d'un modèle dynamique global de boîte de vitesses automobile*. Thèse de doctorat, INSA Lyon.
- [Zami *et al.*, 2001] ZAMI, B., BASSET, M. et GISSINGER, G. (2001). Estimation du torseur partiel de l'interface roue/sol par la suspension d'un véhicule automobile. *SIA actes du Congrè de Dynamique du Véhicule*.

Annexe A

Dispositif expérimental

A.1 Description générale

Le développement du roulement capteur d'effort nécessite l'utilisation d'un dispositif expérimental permettant de mettre le roulement en situation. Le banc d'essais **BEEF** (**B**anc d'**E**ssais **E**fforts) est au centre de ce dispositif et permet d'appliquer des efforts et de mettre en rotation la partie tournante du roulement (Fig. A.1). Le pilotage des différents actionneurs est géré par un automate comportant une interface utilisateur. Un dispositif d'acquisition **National Instrument**® réalise le conditionnement et l'acquisition des signaux.

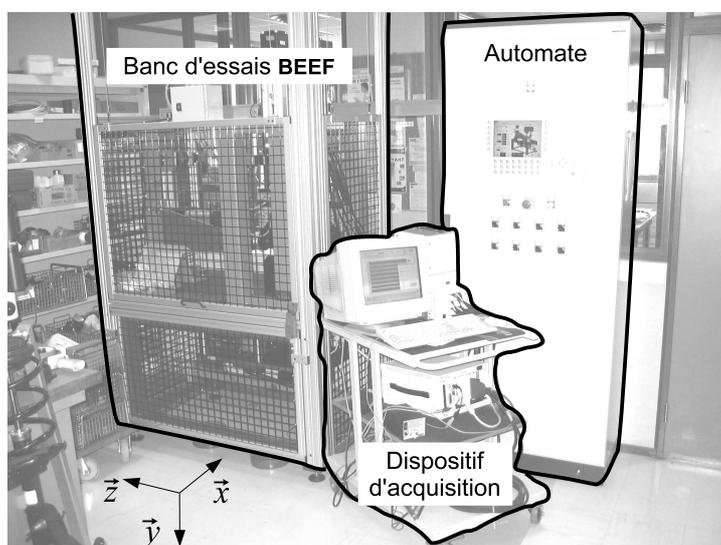


FIGURE A.1 – Vue générale du dispositif expérimental composé du banc d'essais **BEEF**, d'un automate pilotant le banc ainsi que d'un système d'acquisition réalisant le conditionnement et l'acquisition des signaux de jauges.

Le banc d'essais **BEEF** est un banc 3-axes permettant d'appliquer au roulement trois forces selon des directions et des points d'application distincts (Fig. A.2). Il a été conçu spécifiquement pour le développement du roulement capteur d'efforts. Les efforts sont appliqués à la bague extérieure du roulement par des vérins électriques (vis sans fin pilotée par un moteur électrique). La mise en rotation de la partie tournante du roulement est assurée par une broche entraînée, elle aussi, par un moteur électrique. Ce banc est différent des bancs d'endurance utilisés pour quantifier la durée de vie des roulements de roue. En effet, ces derniers sont conçus pour reproduire le cas de charge le plus sollicitant pour le roulement

en terme de tenue mécanique, qui correspond au chargement vu par le roulement lorsque le véhicule est en virage. Ces bancs ne sont équipés que de deux vérins.

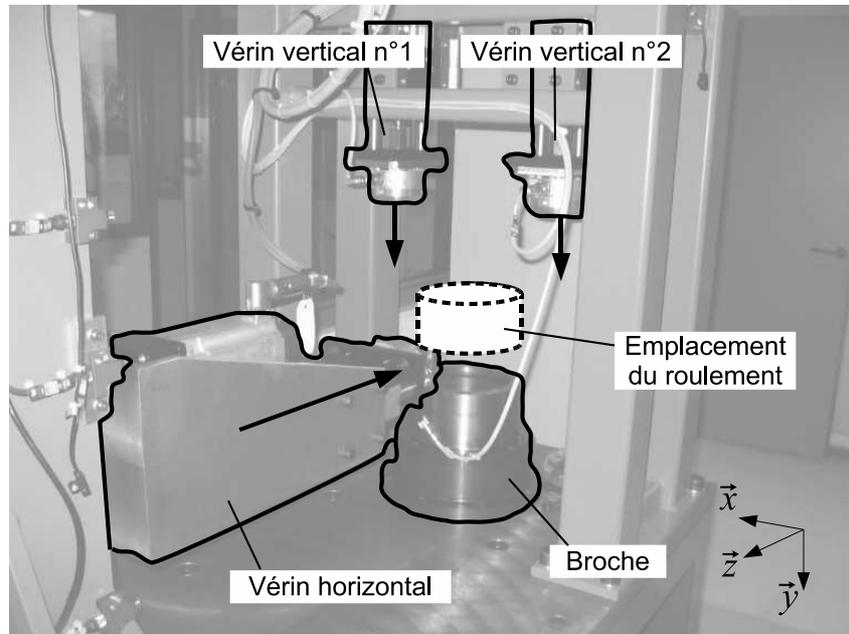


FIGURE A.2 – Vue générale du banc d'essais **BEEF**. Trois vérins (un horizontal et deux verticaux) permettent d'appliquer les efforts au roulement. Ces vérins sont fixés d'une part au châssis du banc et d'autre part à une pièce intermédiaire (non représentée) fixée à la bague extérieure du roulement. La mise en rotation de la partie tournante du roulement, l'ensemble moyeu/bague intérieure, est assurée par une broche. L'axe \vec{z} (horizontal ici) correspond à celui du véhicule (vertical).

A.2 Montage du roulement sur le banc

Le roulement doit être monté sur le banc de manière à assurer la bonne application des efforts et de permettre la rotation de sa partie tournante. De plus, une cellule d'effort 6-axes est intégrée au montage dans le but d'être utilisée comme référence. Le montage se décompose en deux groupes de pièces : les pièces fixes et les pièces tournantes. Chaque groupe constitue un ensemble solide, les liaisons entre chacune des pièces constituant un groupe sont des encastremets. Les vérins sont fixés à une première pièce interface reliée à la cellule 6-axes (Fig. A.3). Cette cellule est elle-même reliée à la bague extérieure par l'intermédiaire d'une deuxième pièce interface. La liaison entre la deuxième interface et la bague extérieure est réalisée par les oreilles de fixation présentes sur les roulements bi-flasques (Section 1.4.1). D'autre part, la partie tournante du roulement (bague intérieure + moyeu) est fixée à la broche par l'intermédiaire d'une troisième pièce interface. Cette liaison est réalisée par des vis de fixation s'insérant dans les trous présents sur le moyeu. Ainsi lorsque la broche se met en rotation, la partie tournante du roulement entre aussi en rotation et une transmission d'effort est possible entre la broche et la partie tournante.

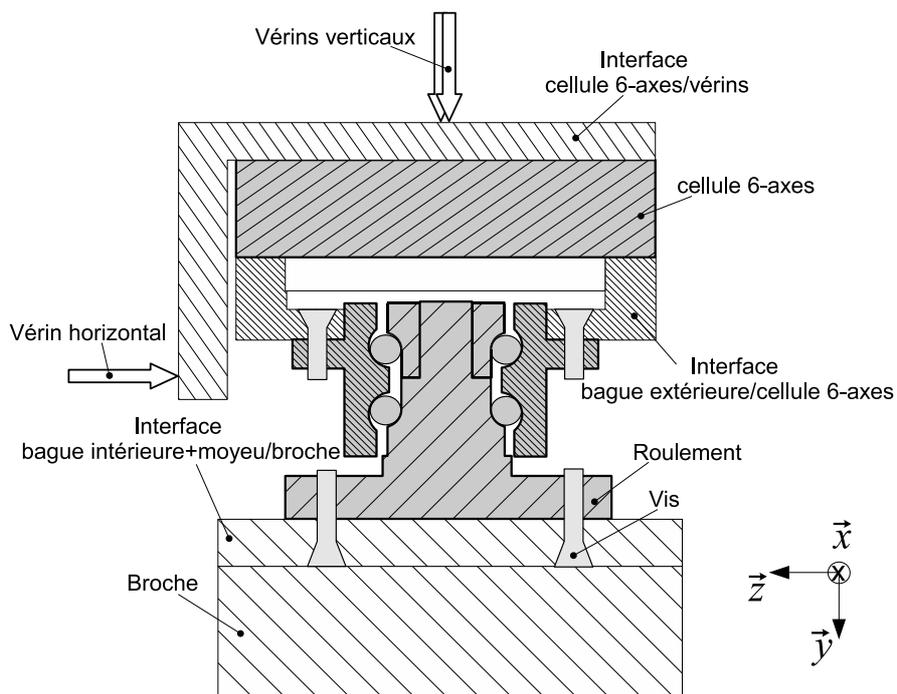


FIGURE A.3 – Montage du roulement sur le banc d'essais

Lorsque les vérins appliquent un effort à la première pièce interface, les efforts passent successivement par : la première interface, la cellule d'effort, la seconde interface, la bague extérieure, les billes, la partie tournante du roulement, la troisième interface et enfin par la broche (Fig. A.4). La totalité des efforts transmis par le roulement est vue par la cellule 6-axes (en négligeant les différentes quantités d'accéléérations).

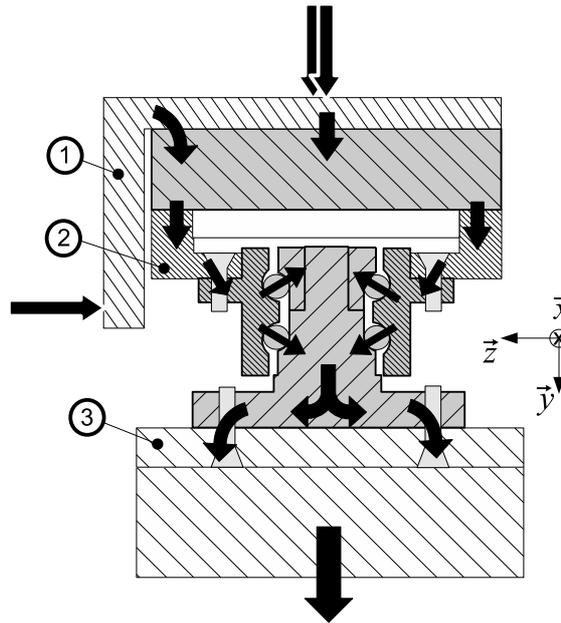


FIGURE A.4 – Transmission des efforts dans le montage roulement/banc. Les efforts sont appliqués par les vérins sur la pièce interface n°1 et sont transmis à la cellule 6-axes. Ils sont ensuite transmis à la pièce interface n°2 puis à la bague extérieure par l'intermédiaire des vis de fixation. Les efforts passent de la bague extérieure à la partie tournante du roulement par l'intermédiaire des billes et sont ensuite transmis à la pièce interface n°3 par l'intermédiaire des vis de fixation montées sur le moyeu. Enfin, les efforts sont transmis à la broche.

A.3 Application des efforts au roulement

A.3.1 Principe d'application d'une force par un vérin

Un vérin est un système mécanique composé de deux parties mobiles l'une par rapport à l'autre liées par translation. Ce déplacement peut être généré par une pression hydraulique ou une pression pneumatique lorsque le vérin se décompose sous la forme d'un piston et d'un cylindre. Les vérins utilisés sur le banc **BEEF** sont basés sur une vis sans fin associée à un moteur électrique. Ils transforment les mouvements de rotation en sortie des moteurs en mouvements de translation. Le montage des vérins n'autorise pas ces translations et les pièces du montage se déforment (Fig. A.5). Des efforts sont ainsi générés selon la rigidité du montage. Les liaisons du montage et en particulier les liaisons vérins/"interface cellule 6-axes" ont été conçues de telle sorte que le montage ne soit rigide que dans la direction du vérin considéré, elles correspondent alors à des liaisons ponctuelles. Ainsi, l'effort généré par la translation de la partie mobile de ce vérin correspond à une force s'exerçant selon sa direction et s'appliquant au niveau de la liaison ponctuelle.

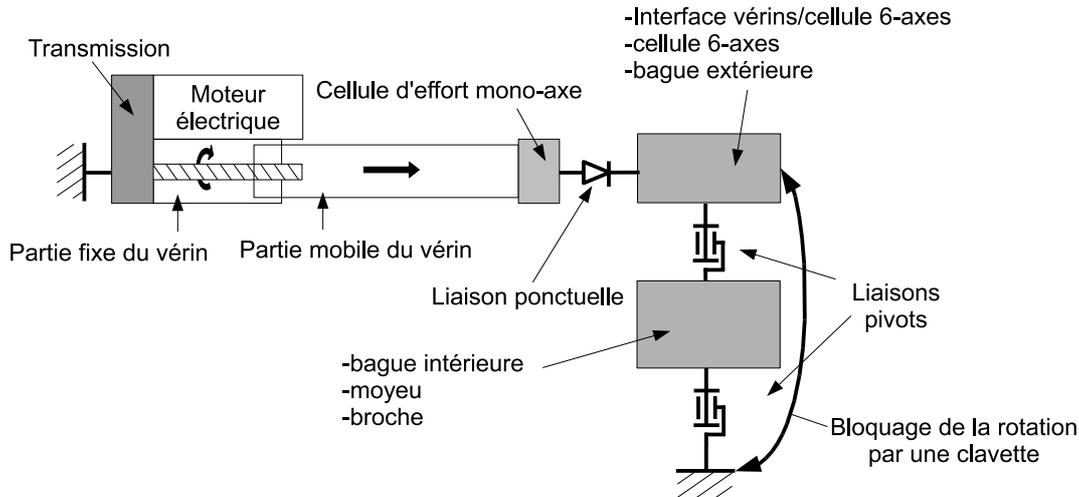


FIGURE A.5 – Dispositif d'application d'un effort par un vérin : un moteur électrique entraîne, via la transmission, la vis sans fin du vérin. La conséquence est un déplacement de la partie mobile du vérin. Les différentes liaisons du montage n'autorisent pas ce déplacement qui génère donc une force selon la direction de la liaison ponctuelle se propageant d'un bout à l'autre du montage. Cette force est par ailleurs mesurée par une cellule d'effort mono-axe. L'ensemble interface/cellule 6-axes/bague extérieure, censé être fixe, doit être bloqué en rotation par une clavette car les autres liaisons ne suffisent pas à réaliser l'encastrement.

Nous avons vu que le déplacement de la partie mobile d'un vérin génère une force selon la direction du vérin. Afin de commander l'intensité de cette force, une cellule d'effort mono-axe est montée au bout du vérin (Fig. A.5). L'automate du banc va commander le moteur électrique du vérin (pilotant le déplacement vérin) en asservissement d'effort en utilisant la mesure délivrée par la cellule mono-axe. Le régulateur utilisée est un PID mais le mode de programmation du banc ne permet pas de donner des consignes d'effort dynamiques. Seules des consignes d'effort statiques peuvent être appliquées.

A.3.2 Principe d'application d'un torseur par les vérins

Le banc d'essais est équipé de trois vérins commandables individuellement. Chaque vérin permet de transmettre au roulement, via les pièces intermédiaires, une force selon une direction et un point d'application donnés. Le vérin horizontal V_h transmet une force \vec{F}_h dont la ligne d'action passe par le centre du repère roulement et est dirigée selon l'axe \vec{z} . Le torseur correspondant à cette force s'est donné dans le repère roulement par l'équation (A.1).

$$\Gamma_{h \rightarrow e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_h & 0 \end{bmatrix}_{O, \mathcal{R}_0} \quad (\text{A.1})$$

Les vérins verticaux V_{v1} et V_{v2} transmettent des forces, respectivement \vec{F}_{v1} et \vec{F}_{v2} , selon deux axes parallèle à \vec{y} , appartenant au plan (O_r, \vec{x}, \vec{y}) et situés à égale distance de O_r . La distance entre ces deux axes est notée d_v . (Fig. A.6).

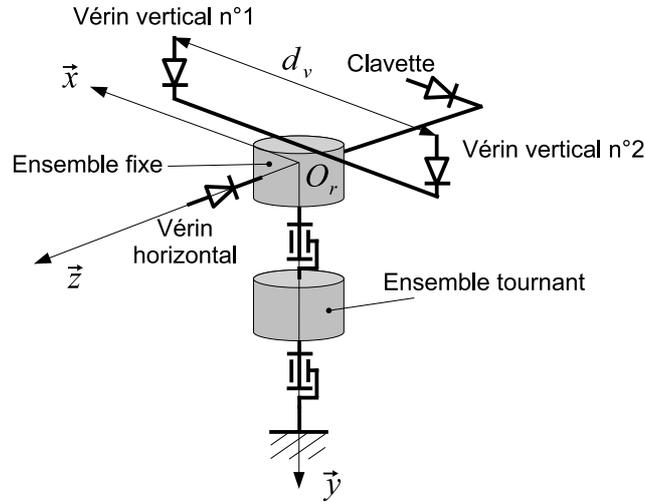


FIGURE A.6 – Application des efforts par les vérins sur le roulement. Le vérin horizontal transmet une force F_h dont la ligne d'action passe par le centre O_r du roulement selon l'axe \vec{z} . Les vérins verticaux transmettent deux forces F_{v1} et F_{v2} selon l'axe \vec{y} . Leurs points d'application appartiennent au plan (\vec{x}, \vec{y}) passant par O_r et sont situés à une distance $d_v/2$ de O_r .

Les torseurs appliqués par ces deux vérins sont données par les équations (A.2) et (A.3).

$$\Gamma_{v1 \rightarrow e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ F_{v1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} F_{v1} d_v \end{bmatrix}_{O, \mathcal{R}_0} \quad (\text{A.2})$$

$$\Gamma_{v2 \rightarrow e} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ F_{v2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} F_{v2} d_v \end{bmatrix}_{O, \mathcal{R}_0} \quad (\text{A.3})$$

Au final, le torseur total transmis par les vérins au roulement est donné par la relation (A.4).

$$\begin{aligned} \Gamma_{V \rightarrow e} &= \Gamma_{h \rightarrow e} + \Gamma_{v1 \rightarrow e} + \Gamma_{v2 \rightarrow e} \\ \Gamma_{V \rightarrow e} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ F_{v1} + F_{v2} & 0 \\ F_h & \frac{1}{2} (F_{v1} - F_{v2}) d_v \end{bmatrix}_{O, \mathcal{R}_0} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Seules les forces F_y et F_z ainsi que le moment M_z sont commandables par les vérins. Pour une combinaison donnée de ces composantes, les forces qui doivent être appliquées par les vérins sont calculées par (A.5).

$$\begin{aligned} F_h &= F_z \\ F_{v1} &= \frac{1}{2} F_y + \frac{1}{d_v} \cdot M_z \\ F_{v2} &= \frac{1}{2} F_y - \frac{1}{d_v} \cdot M_z \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

La plage d'effort utilisable des vérins est $\pm 400 \text{ daN}$ et nous avons $d_v = 320 \text{ mm}$, ainsi, les efforts maximaux applicables au roulement sont définis, selon l'équation (A.4), par le tableau A.3.2. Ces valeurs ne sont atteignables qu'en sollicitation mono-composante. La composition de deux de ces efforts entraînerait

le dépassement de la force maximale autorisée pour un vérin. Pour ces raisons, nous définissons arbitrairement de nouvelles plages d'effort où toutes les combinaisons sont possibles sans saturer les vérins (Tab. A.3.2).

F_y	F_z	M_z
± 400 daN	± 800 daN	± 128 daN.m

TABLE A.1 – Plages d'efforts applicables par le banc en sollicitation mono-composante

F_y	F_z	M_z
± 400 daN	± 400 daN	± 64 daN.m

TABLE A.2 – Plages d'efforts définies pour des sollicitations multi-composantes

A.4 Cellule d'effort 6-axes

Afin de vérifier la bonne application du torseur de consigne, une cellule 6-axes est montée en série avec le roulement. Ainsi, le torseur mesuré par cette cellule correspond au torseur, exprimé dans le référentiel cellule, appliqué au roulement. Le modèle choisi est la cellule ATI Omega 160 calibrée en IP68 (Fig. A.7).



FIGURE A.7 – Cellule d'effort 6-axes ATI Omega 160

A.4.1 Plage de mesure

La plage de mesure de la cellule 6-axes est donnée par le tableau A.3. Il est à noter que cette plage correspond aux efforts exprimés au niveau du centre de la cellule différent du centre roulement. Il faut veiller à écrire le torseur appliqué au roulement au niveau du centre de la cellule O_c pour vérifier que le torseur se trouve dans la plage de mesure. L'écrire au point O_c du torseur appliqué au roulement est donné par (A.6) avec d_c la distance séparant verticalement O_c de O . Cette distance dépend du prototype de roulement monté.

	F_x	F_y	F_z	M_x	M_y	M_z
	± 250 daN	± 625 daN	± 250 daN	± 40 daN.m	± 40 daN.m	± 40 daN.m

TABLE A.3 – Plage de mesure de la cellule 6-axes pour des sollicitations mono-composante

$$\Gamma_{V \rightarrow e} = \begin{bmatrix} 0 & F_h \cdot d_c \\ F_{v1} + F_{v2} & 0 \\ F_h & \frac{1}{2} (F_{v1} - F_{v2}) d_v \end{bmatrix}_{O_c, \mathcal{R}_0} \quad (\text{A.6})$$

La plage de mesure n'est donnée que pour les sollicitations mono-composante, pour des sollicitations composées et dans l'optique de ne pas saturer le conditionnement électronique de la cellule, le constructeur impose la condition suivante :

$$\frac{|F_x|}{425} + \frac{|F_y|}{1160} + \frac{|F_z|}{425} + \frac{|M_x|}{42} + \frac{|M_y|}{45} + \frac{|M_z|}{42} < 1 \quad (\text{Unités : daN et daN.m}) \quad (\text{A.7})$$

A.4.2 Précision

La précision garantie par le constructeur est donnée en terme d'intervalles de confiance : 95% des erreurs constatées sont d'amplitudes inférieures aux valeurs données par le tableau suivant :

	F_x	F_y	F_z	M_x	M_y	M_z
	$\pm 6,25$ daN	$\pm 4,37$ daN	$\pm 7,81$ daN	$\pm 0,60$ daN.m	$\pm 0,7$ daN.m	$\pm 0,8$ daN.m

TABLE A.4 – Amplitudes maximales des erreurs garanties dans 95% des cas

A.4.3 Adéquation entre l'effort de consigne et l'effort mesuré

L'application des efforts sur le banc repose sur le principe que les liaisons entre les vérins et la première pièce interface sont bien ponctuelles et orientées. On suppose de plus que les différents paramètres géométriques définissant le positionnement des vérins et leurs orientations sont respectés. Lorsque l'assemblage est mis sous charge, il peut bouger en se mettant en accordéon par exemple. Ces mouvements peuvent entraîner à la fois une variation des paramètres géométriques mais aussi une variation des paramètres de liaison vérins/interface (rattrapage de jeu).

Ces différents éléments font qu'il est nécessaire de vérifier la bonne adéquation entre les efforts de consigne et les efforts mesurés par la cellule d'effort. Pour cela, une série de cas de charge est appliqué au roulement. Parmi ces essais, certains respecteront la plage de mesure de la cellule et d'autres non. Les résultats sont donnés en conséquence dans deux tableaux séparés (Tab. A.5 et Tab. A.6). Dans le cas où les plages de mesure de la cellule sont respectées, l'application des efforts est satisfaisante. En revanche, il est difficile de se prononcer pour les essais réalisés hors plages de mesure car la cellule ne peut plus être utilisée comme référence. Pour ces essais hors plage, le torseur de référence sera choisi comme le torseur de consigne, nous faisons alors l'hypothèse que nous pouvons extrapoler la bonne application des efforts, de la plage mesurable par la cellule à l'ensemble de la plage réalisable par le banc.

Composante	F_x en daN	F_y en daN	F_z en daN	M_x en daN.m	M_y en daN.m	M_z en daN.m
Ecart maximums	7.96	13.6	5.06	1.01	0.27	2.01
Ecart-type	2.2	4.69	1.02	0.359	0.0949	0.454

TABLE A.5 – Ecart entre les efforts de consigne et les valeurs mesurées par la cellule 6-axes, plages de mesure de la cellule respectées

Composante	F_x en daN	F_y en daN	F_z en daN	M_x en daN.m	M_y en daN.m	M_z en daN.m
Ecart maximums	12.6	195	12	13.2	1.17	15.2
Ecart-type	4.3	64.9	3.97	2.81	0.269	4.33

TABLE A.6 – Ecart entre les efforts de consigne et les valeurs mesurées par la cellule 6-axes, plages de mesure de la cellule non-respectées

Annexe B

Raideur du contact bille/bague

B.1 Introduction à la théorie de Hertz

La théorie de Hertz permet d'étudier les contacts entre deux solides dont les surfaces au niveau du contact sont elliptiques ou assimilées comme telles. La particularité du contact elliptique réside dans le fait que la taille de la surface de contact varie en fonction de l'effort transmis entre les deux solides. Ainsi lorsque l'effort est proche de zéro, la surface de contact est quasi-ponctuelle. Plus l'effort augmente et plus la surface de contact grandit formant ce que l'on appelle l'ellipse de contact. De plus, la pression n'est pas répartie uniformément sur la surface de contact, elle est maximale au centre de l'ellipse. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons plus particulièrement au lien qui existe entre l'enfoncement δ du contact et la résultante F des efforts de pression (Fig. B.1).

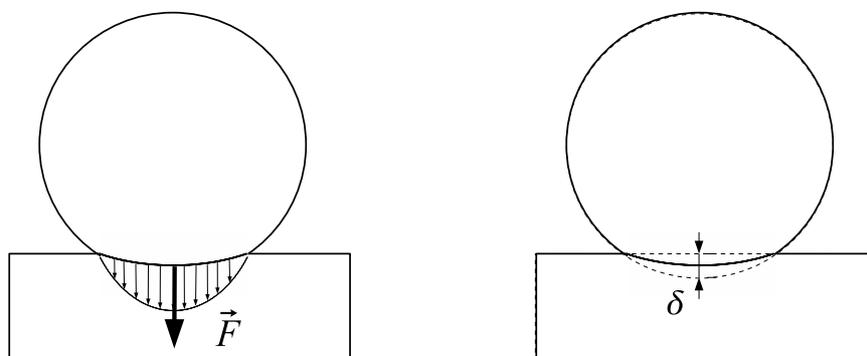


FIGURE B.1 – *Pression et enfoncement du contact. La pression due à la résultante \vec{F} transmise par la bille génère un enfoncement δ du contact.*

La théorie de Hertz permet [Hamrock et Anderson, 1983] de relier la résultante F avec l'enfoncement δ selon la loi de rigidité (B.1). La raideur de Hertz K_{hz} est le paramètre de cette lois de rigidité. Son calcul est l'objet de cette annexe.

$$F = K_{Hz}\delta^{\frac{3}{2}} \quad (\text{B.1})$$

B.2 Calcul de la raideur, problème équivalent sphère/plan

Les abaques de calcul [Hamrock et Anderson, 1983] permettant de calculer la raideur de Hertz sont données pour un problème sphère/plan. Pour ramener l'étude du contact à un problème de contact sphère/plan, il est nécessaire de calculer les rayons des courbures des deux surfaces en contact. Les rayons de courbures du contact bille/bague extérieure sont définis par rapport à la normale au contact

\vec{n} (Fig. B.2). Les rayons de courbures correspondent aux rayons du plus grand et du plus petit cercle passant localement par la surface et dont les centres sont dans le prolongement de la normale au contact \vec{n} . Dans le cas du contact bille/bague extérieure, le plus petit rayon de courbure est le rayon radial r_{er} et le plus grand est le rayon de courbure tangentielle r_{et} (Fig. B.2).

Remarque : La convention est telle qu'un rayon de courbure d'une des surfaces d'un solide est négatif lorsque le centre de courbure se trouve du côté de la matière. Par exemple, la surface de contact de la bague extérieure possède deux rayons de courbure positifs. La bille possède deux rayons de courbure négatifs.

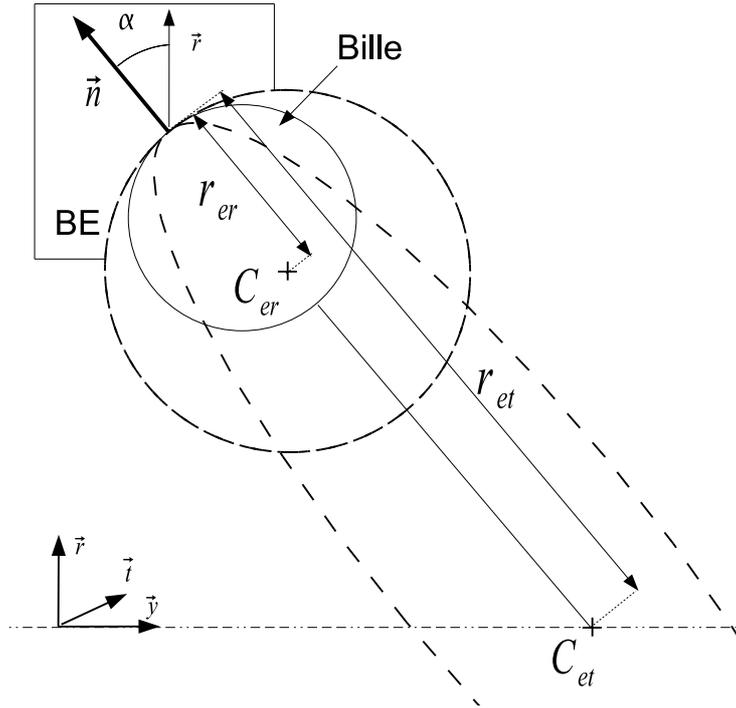


FIGURE B.2 – Rayons de courbures du chemin extérieure

Les rayons de courbures des chemins intérieur et extérieur sont définis relativement au diamètre des billes D_b par l'intermédiaire des osculations, respectivement ρ_i et ρ_e . Les valeurs de ces rayons de courbures nous sont données par le tableau B.1 .

	Rayon de courbure radial	Rayon de courbure tangentiel
bague extérieure	$r_{er} = \rho_e D_b$	$r_{et} = \frac{D_p}{2 \cos(\alpha)} + \frac{D_b}{2}$
bague intérieure	$r_{ir} = \rho_i D_b$	$r_{it} = -\frac{D_p}{2 \cos(\alpha)} + \frac{D_b}{2}$
bille	$r_{br} = -\frac{D_b}{2}$	$r_{bt} = -\frac{D_b}{2}$

TABLE B.1 – Calcul des différents rayons de courbure

Ces grandeurs permettent de se ramener à un problème de contact sphère/plan. Pour cela nous définissons différents rayons de courbure intermédiaires jusqu'à obtenir le rayon de courbure équivalent au problème sphère/plan :

Pour le contact bille/bague intérieure, on définit un rayon de contact radial R_{bir} et un rayon de contact tangentiel R_{bit} :

$$\frac{1}{R_{bir}} = \frac{1}{r_{br}} + \frac{1}{r_{ir}}$$

$$\frac{1}{R_{bit}} = \frac{1}{r_{bt}} + \frac{1}{r_{it}}$$

De la même manière, nous définissons, pour le contact bille/bague extérieur, les rayons radial et tangentiel, respectivement R_{ber} et R_{bet} :

$$\frac{1}{R_{ber}} = \frac{1}{r_{br}} + \frac{1}{r_{er}}$$

$$\frac{1}{R_{bet}} = \frac{1}{r_{bt}} + \frac{1}{r_{et}}$$

Avant de calculer la raideur des contacts, nous devons définir le module d'élasticité réduit :

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

Les raideurs de Hertz K_{be} et K_{bi} , correspondantes aux contacts bille/bague extérieure et bille/bague intérieure, nous sont données par (B.2), les coefficients k, ε et \mathfrak{F} sont obtenus à partir de la table définie dans [Hamrock et Anderson, 1983] ayant pour entrées les rapports $\varrho_e = R_{ber}/Ry_{bet}$ et $\varrho_i = R_{bir}/Ry_{bit}$.

$$K_{be} = \pi k(\varrho_e) E' \sqrt{2\varepsilon(\varrho_e) R_{be} / 9\mathfrak{F}(\varrho_e)^3}$$

$$K_{bi} = \pi k(\varrho_i) E' \sqrt{2\varepsilon(\varrho_i) R_{bi} / 9\mathfrak{F}(\varrho_i)^3} \quad (\text{B.2})$$

Dans un roulement à bille, on cherche à caractériser le lien entre le rapprochement des deux bagues, qui se traduit par un écrasement des billes, et la résultante d'effort généré. Le rapprochement total est la somme des deux enfoncements des contacts bille/bague extérieure et bille/bague intérieure. Ainsi, nous pouvons définir une raideur totale K_{zh} définissant le lien entre l'enfoncement total δ et la résultante F . Cette raideur est obtenue à partir des deux raideurs K_{be} et K_{bi} (B.3).

$$K_{zh} = \left(K_{bi}^{-\frac{2}{3}} + K_{be}^{-\frac{2}{3}} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (\text{B.3})$$

Remarque : ce calcul peut être réalisé une fois pour toutes. En effet, la raideur de contact K_{zh} varie, de manière modérée, uniquement avec l'angle de contact (Tab. B.1).

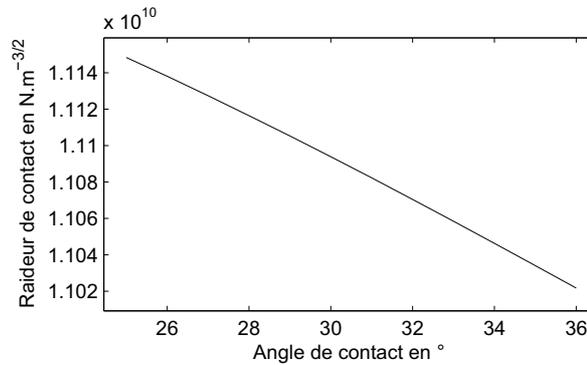


FIGURE B.3 – Variation de la raideur avec l'angle de contact

Annexe C

Modèle de zone de charge

C.1 Introduction

Le modèle de zone de charge présenté dans cette annexe se base sur les travaux de [de Mul, 1989]. Il permet de calculer la répartition des efforts sur les billes d'un roulement à deux rangées de billes chargé par cinq composantes d'effort (3 forces et 2 moments). La principale hypothèse de ce modèle est que les bagues et les billes sont infiniment plus rigides que les contacts billes/bagues. Ces mêmes contacts sont par ailleurs modélisés par la théorie de Hertz. Dans cette thèse, nous négligeons les quantités d'accélération des billes en raison de la vitesse relativement faible du roulement de roue.

C.2 Principe de modélisation

La section 1.3.3.2 du chapitre 1 nous a permis de présenter le principe de génération des efforts dans le roulement à partir du déplacement relatif entre les deux bagues. La figure C.1 rappelle la manière dont un déplacement de la bague intérieure provoque une modification de l'angle de contact et de l'enfoncement du contact. La première étape de modélisation consiste à expliciter le lien entre les différentes composantes de déplacement de la bague intérieure D_i (C.1) et le déplacement \vec{U} généré au niveau de la bille. Ce déplacement génère une variation de l'angle de contact et de l'enfoncement. Ces deux paramètres nous permettent de calculer la force de contact appliquée par la bille à la bague extérieure. L'ensemble des forces de contact représentent la zone de charge. Pour obtenir le torseur d'effort transmis de la bague intérieure à la bague extérieure, il suffit de sommer les torseurs d'effort associés à chacune des forces de contact.

$$D_i = \begin{bmatrix} U_x & \beta_x \\ U_y & 0 \\ U_z & \beta_z \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

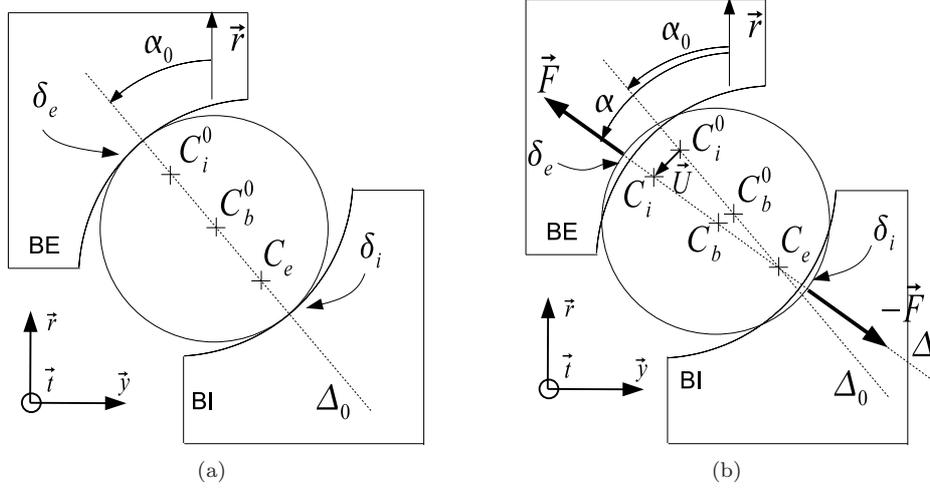


FIGURE C.1 – Variation des paramètres de contact en fonction du déplacement de la bague intérieure. La configuration des contacts pour la bille au repos est donnée par la figure (a). L'angle de contact est égal à l'angle nominal et les enfoncements δ_e et δ_i sont nuls. Lorsque la bague intérieure se déplace (Fig. 1.11(b)), elle génère un déplacement \vec{U} du centre de courbure C_i . Ce déplacement a deux conséquences : la variation de l'angle de contact α et l'apparition des enfoncements δ_e et δ_i au niveau des contacts entre la bille et les bagues.

C.3 Equations du modèle de zone de charge

C.3.1 Calcul du déplacement local \vec{U} de la bague intérieure

Nous considérons une bille positionnée en un angle θ sur le roulement. Le déplacement de la bague intérieure D_i génère localement un déplacement \vec{U} du centre de courbure C_i de la bague intérieure (Fig. C.1). Parmi les deux composantes de rotation, β_x et β_z , du déplacement D_i , seule la composante tangentielle génère un déplacement significatif modifiant l'enfoncement et l'angle de contact. Cette composante tangentielle se calcule selon (C.2).

$$\beta_t = -\beta_x \sin \theta - \beta_z \cos \theta \quad (\text{C.2})$$

Le déplacement \vec{U} se caractérise par deux composantes significatives : la composante radiale V_r et la composante axiale V_y . Ces composantes dépendent de la rotation tangentielle β_t et des trois composantes de translation du déplacement D_i : U_x , U_y et U_z . Nous définissons la position du centre de courbure C_e par sa position axiale y_e et sa position radiale r_e et la position initiale du centre de courbure C_i respectivement par y_{i0} et r_{i0} . Ces différentes positions des centres de courbure sont définies lors de la conception du roulement par la valeur de l'entraxes (distance entre les deux rangées de bille) et par le diamètre primitif. La précharge joue aussi un rôle car elle génère un déplacement axial V_{ch} du centre de courbure C_i . Ainsi pour une précharge δ_{ch} , la composante V_{ch} vaut $\pm \delta_{ch}/2$ selon la rangée concernée. Nous pouvons alors calculer les deux composantes V_r et V_y par (C.3) et (C.4).

$$V_r = U_x \cos \theta - U_z \sin \theta + r_{i0}(\cos \beta_t - 1) + y_{i0} \sin \theta \quad (\text{C.3})$$

$$V_y = U_y + V_{ch} - r_{i0} \sin \beta_t + y_{i0} \cdot (\cos \beta_t - 1) \quad (\text{C.4})$$

C.3.2 Calcul des paramètres du contact

Les paramètres du contact sont l'angle de contact α et l'enfoncement δ . Ils peuvent être calculés à partir des composantes du déplacement \vec{U} du centre de courbure de la bague intérieure (C.5) (C.6).

$$\delta = \sqrt{(y_{i0} + V_y - y_{e0})^2 + (r_{i0} + V_r - r_{e0})^2} \quad (\text{C.5})$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{y_{i0} + V_y - y_{e0}}{r_{i0} + V_r - r_{e0}} \right) \quad (\text{C.6})$$

C.3.3 Calcul de l'intensité de la force

L'intensité F de la force de contact se calcule à partir de l'enfoncement total δ et de la raideur de Hertz (C.7) (voir l'annexe B). Dans le cas où l'enfoncement est négatif, la force est nulle car il n'y a plus de contact.

$$\begin{aligned} \text{Si } \delta > 0, F &= K_{hz} \delta^{\frac{3}{2}} \\ \text{Sinon, } F &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

C.3.4 Calcul du vecteur force

Comme nous l'avons vu, la force s'exerce selon la direction définie par l'angle de contact. Dans le repère radial \mathcal{R}_r , le vecteur force est défini par la relation (C.8).

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F \cos \alpha \\ F \sin \alpha \\ 0 \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_r} \quad (\text{C.8})$$

Le point d'application de la force se situe au niveau du contact mais pour simplifier le problème on peut le considérer, de manière équivalente, comme étant le centre de courbure de la bague extérieure C_{er} qui est situé sur la ligne d'action de la force. Ainsi, le vecteur position du point d'application de la force, défini par rapport au centre du roulement et dans le repère roulement, ne dépend que de la position angulaire θ de la bille dans le roulement.

C.3.5 Calcul du torseur résultant au centre roulement

Les composantes $(F_x^b, F_y^b, F_z^b, M_x^b, M_z^b)$ du torseur généré par le contact d'une bille sur la bague extérieure, écrit dans le repère roulement au centre du roulement, sont données par (C.9) et (C.10). La somme de ces composantes correspond aux composantes du torseur d'effort transmis de la bague intérieure à la bague extérieure (C.11).

$$\begin{aligned} F_x^b &= F \cos \theta \cos \alpha \\ F_y^b &= F \sin \alpha \\ F_z^b &= -F \sin \theta \cos \alpha \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} M_x^b &= r_e \cdot F_y \sin \theta + y_e \cdot F_z \\ M_z^b &= -y_e \cdot F_x + r_e \cdot F_y \cos \theta \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$\begin{aligned} F_x &= \sum F_x^b \\ F_y &= \sum F_y^b \\ F_z &= \sum F_z^b \\ M_x &= \sum M_x^b \\ M_y &= 0 \\ M_z &= \sum M_z^b \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

C.4 Conclusion

Les équations présentées dans cette section permettent de relier explicitement les composantes du déplacement D_i aux composantes du torseur d'effort Γ transmis de la bague intérieure à la bague extérieure. Ces équations sont toutes dérivables, y compris celles qui relient l'enfoncement aux forces de contact. Il est alors aisé de calculer la matrice jacobienne reliant le déplacement D_i au torseur Γ . Ceci nous permet d'utiliser la méthode de Newton-Raphson [Schatzman, 1998] pour calculer le déplacement D_i correspondant à un torseur donné. Les zones de charges correspondent à des variables intermédiaires de calcul.

Annexe D

Identification des paramètres harmoniques

D.1 Problématique

Le modèle harmonique présenté dans le chapitre 3 et rappelé par (D.1) comporte des coefficients de Fourier qu'il est nécessaire d'identifier pour un effort donné afin de caractériser le lien entre l'effort appliqué au roulement et les signaux de jauge.

$$y_j(\phi^p, \Gamma) = \sum_{h=-\infty}^{\infty} Y_{jh}(\Gamma) \cdot e^{ih\phi^p} + b_j \quad (\text{D.1})$$

Avec b_j le bruit de modélisation

Pour un essai donné réalisé sur le banc **BEEF**, nous considérons que la vitesse de rotation des billes est constante. De plus, nous considérons que le modèle harmonique est composé d'un nombre fini H d'harmonique. Le modèle harmonique s'écrit alors en fonction de la fréquence des billes et du temps.

$$y_j[n] = \sum_{h=-H}^H Y_{jh}(\Gamma) \cdot e^{2\pi i h f_\rho^b n T_e} + b_j \quad (\text{D.2})$$

L'objectif est d'estimer les coefficients Y_{jh} , et *a fortiori* la fréquence des billes f_ρ^b de la rangée considérée, à partir des données expérimentales y_j .

D.2 Formulation du problème d'optimisation

Kundu présente dans [Kundu et Nandi, 2004] une comparaison entre deux méthodes d'identification de la fréquence fondamentale d'un signal. Ces deux méthodes se basent sur la recherche d'extrema d'une fonction de coût, la différence se situe au niveau de la définition de la fonction de coût. La première méthode, nommée QTEs et appliquée à notre problème, consiste à maximiser (D.3) la fonction de coût donnée par (D.4). Dans cette formulation, on prend en compte toutes les jauges de la rangée considérée qui voient donc la même fréquence des billes.

$$\hat{f}_\rho^b = \arg \left\{ \max_{f_\rho^b} C_\rho^{QTE}(f_\rho^b) \right\} \quad (\text{D.3})$$

$$C_{\rho}^{QTE}(f_{\rho}^b) = \sum_{j \in \rho} \sum_{h=1}^H \left\| \underbrace{\frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} y_j[n] \cdot e^{2\pi i h f_{\rho}^b n T_e}}_{\text{Terme A}} \right\|^2 \quad (\text{D.4})$$

Les termes A représentent en fait des estimations des coefficients de Fourier Y_{jh} . La méthode QTEs consiste alors à rechercher la fréquence f_{ρ}^b pour laquelle la somme des énergies localisées au niveau des différentes fréquences multiples est maximale. Cette méthode sous-entend que l'énergie explicable par le modèle est localisé aux niveaux des fréquences multiples de f_{ρ}^b . Ainsi en maximisant cette énergie, on maximise la représentativité du modèle. Or les signaux utilisés sont fenêtrés et échantillonnés. La conséquence est que la convolution de la représentation fréquentielle de la fenêtre d'acquisition avec celle du signal fait que l'énergie explicable par le modèle se répartit sur l'ensemble des fréquences, contredisant l'hypothèse faite. Cette estimateur peut donc poser des problèmes notamment dans le cas où la durée d'acquisition et la fréquence d'acquisition sont faibles. Il est alors nécessaire de définir un autre critère prenant en compte la totalité de l'énergie explicable par le modèle. Kundu présente alors dans [Kundu et Nandi, 2004] un deuxième estimateur, nommé LSE, basé sur la minimisation (D.5) d'un critère quadratique entre le modèle et les données (D.6). Cette fonction de coût a le désavantage, par rapport à celle utilisé par l'estimateur QTEs, de dépendre de variables supplémentaires : les coefficients de Fourier Y_{jh} .

$$(\hat{f}_{\rho}^b, \hat{Y}_{jh}) = \arg \left\{ \min_{f_{\rho}^b, Y_{jh}} C_{\rho}^{LSE}(f_{\rho}^b, Y_{jh}) \right\} \quad (\text{D.5})$$

$$C_{\rho}^{LSE}(f_{\rho}^b, Y_{jh}) = \sum_{j \in \rho} \sum_n^{N_n} \left(\sum_{h=-H}^H Y_{jh} \cdot e^{2\pi i h f_{\rho}^b n T_e} - y_j[n] \right)^2 \quad (\text{D.6})$$

Dans cette thèse, nous exprimons de manière explicite l'estimée \hat{Y}_{jh} en fonction de l'estimée \hat{f}_{ρ}^b (D.7). Ceci nous permet de formuler le problème d'estimation sur la base de l'estimateur LSE et en fonction d'une seule variable d'optimisation : la fréquence f_{ρ}^b .

$$\hat{Y}_{jh} = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} y_j[n] \cdot e^{-2\pi i h \hat{f}_{\rho}^b n T_e} \quad (\text{D.7})$$

Ainsi, le problème d'optimisation est donné par (D.8).

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\rho}^b &= \arg \{ \min C_{\rho}^{LSE}(f_{\rho}^b) \} \\ \text{avec } C_{\rho}^{LSE}(f_{\rho}^b, Y_{jh}) &= \sum_{j \in \rho} \sum_n^{N_n} \left(\sum_{h=-H}^H Y_{jh} \cdot e^{2\pi i h f_{\rho}^b n T_e} - y_j[n] \right)^2 \\ \text{et } \hat{Y}_{jh} &= \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} y_j[n] \cdot e^{-2\pi i h \hat{f}_{\rho}^b n T_e} \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

D.3 Initialisation du problème d'optimisation

Afin de pouvoir résoudre le problème d'optimisation (D.8) avec des algorithmes standard de recherche de maxima, nous devons initialiser correctement la procédure d'optimisation. Afin d'initialiser au mieux la fréquence des billes, nous allons utiliser la représentation fréquentielle des signaux de jauge et sélectionner la fréquence ayant l'amplitude la plus grande (voir la figure 3.7 du chapitre 3). Cette fréquence est *a priori* proche de la fréquence des billes. Les spectres obtenus par TFD classique ont l'inconvénient d'avoir une résolution fréquentielle, dépendant de la durée d'acquisition, qui peut ne pas être assez précise pour obtenir une bonne initialisation de la fréquence des billes. Une solution est d'utiliser la technique du zéros

padding consistant à augmenter artificiellement la résolution fréquentielle. La figure D.1 nous montre le spectre obtenu par TFD du signal de la jauge pour laquelle a été constaté la plus grande amplitude. L'initialisation de l'optimisation se fait pour la fréquence correspondant à l'amplitude la plus élevée (Fréquence initialisée à 13.4875Hz sur la Figure D.1).

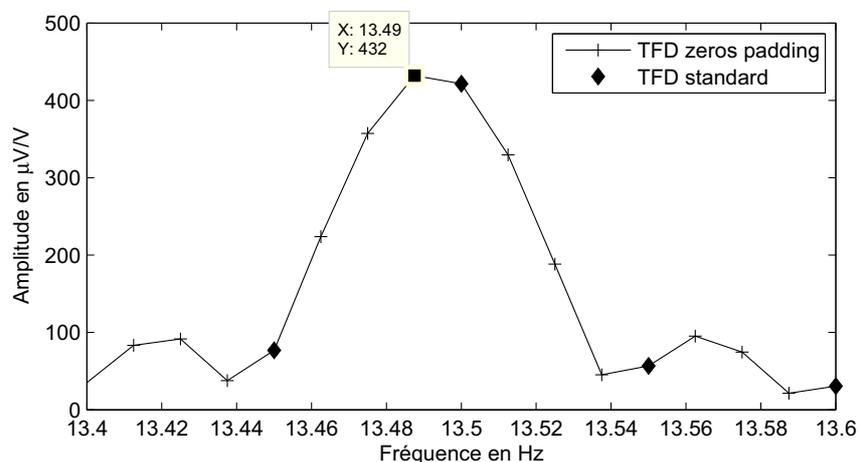


FIGURE D.1 – Initialisation de la fréquence des billes à partir du spectre en amplitude de la jauge voyant le plus de signal

D.4 Conclusion

L'identification des paramètres harmoniques pour un essai donné se fait par l'intermédiaire d'un problème d'optimisation visant à maximiser la représentativité du modèle (en minimisant les résidus de modélisation). Ce problème est exprimé de telle sorte à ne dépendre que d'une seule variable : la fréquence des billes de la rangée considérée. Les paramètres harmoniques sont des variables intermédiaires de ce problème.

Annexe E

Critique des hypothèses de dépouillement des essais

E.1 Problématique

Dans l'optique de caractériser la réponse du roulement à l'effort auquel il est soumis, des essais sont réalisés sur le banc **BEEF** présenté dans l'annexe A. Ces essais sont réalisés, autant que faire ce peut, à vitesse et charge constante afin qu'un traitement fréquentiel permette d'extraire des signaux de jauge des paramètres significatifs. Plus particulièrement, on s'intéresse dans cette thèse à l'identification des coefficients de Fourier Y constituant les paramètres du modèle harmonique décrit dans la section 3. Cette annexe présente une critique des hypothèses faites sur la constance de l'effort et des vitesses de rotation des billes .

E.2 Fluctuation de la vitesse de rotation des billes

E.2.1 Erreur engendrée sur l'estimation des coefficients du modèle

Les vitesses de rotation des cages peuvent ne pas être constantes lors d'un essai et ce même si la vitesse de rotation de la broche l'est. Les billes, et donc la cage, sont en effet entraînées en rotation par la bague intérieure de part les contacts billes/bague. Cet entraînement se fait de sorte à minimiser les pertes d'énergie, et donc le glissement, mais rien ne garantit qu'il soit constant au cours du temps. La raison est que les irrégularités des billes et des chemins ainsi que la graisse peuvent faire qu'à certains moments, une bille se bloque momentanément. Ceci entraîne des à-coups dans les rotations des rangées de bille. La conséquence est que la fréquences du passage des billes fluctue au cours du temps, contredisant l'hypothèse faite lors de l'identification décrite dans la section 3.3.3. La question est de savoir quel est l'impact sur l'estimation des coefficients de Fourier et sur les résidus du modèle.

Pour répondre à cette question, considérons l'expression (3.16) nous permettant de calculer les coefficients de Fourier $\hat{Y}_{jh}^{\phi_0}$:

$$\hat{Y}_{jh}^{\phi_0} = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} y_j[n] \cdot e^{-2\pi i \hat{f}_\rho^b n T_e} \quad (\text{E.1})$$

Le terme $2\pi i \hat{f}_\rho^b n T_e$ désigne en fait la position des billes estimée $\hat{\phi}^\rho$ à l'instant nT_e sous l'hypothèse de vitesse constante, la position initiale ϕ_0^ρ étant rejetée dans les coefficients de Fourier. Les fluctuations de vitesse de rotation engendrent une erreur $\tilde{\phi}^\rho$ entre la phase estimée $\hat{\phi}^\rho$ et la phase réelle ϕ^ρ (E.2). La valeur moyenne de cette erreur est supposée être totalement rejetée dans les coefficients de Fourier.

$$\hat{\phi}^\rho[n] = \phi^\rho[n] + \tilde{\phi}^\rho[n] \quad (\text{E.2})$$

Pour estimer l'influence de l'erreur $\tilde{\phi}^\rho$ sur le calcul des coefficients de Fourier, nous allons tout d'abord considérer un signal de bille composé d'une seule harmonique. En injectant l'expression du modèle harmonique (définie dans le chapitre 3 : (3.10)) dans (E.1) tout en remplaçant le terme $2\pi i \hat{f}_\rho^b n T_e$ par $\hat{\phi}^\rho$, nous obtenons :

$$\hat{Y}_{jh}^{\phi 0} = \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} \left(Y_{jh} \cdot e^{ih\phi^\rho[n]} + \bar{Y}_{jh} \cdot e^{-ih\phi^\rho[n]} + b_j \right) \cdot e^{-i\hat{\phi}^\rho[n]} \quad (\text{E.3})$$

En introduisant le terme $\tilde{\phi}^\rho$, nous pouvons décomposer cette expression de la manière suivante :

$$\hat{Y}_{jh}^{\phi 0} = \underbrace{\frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} Y_{jh} \cdot e^{-ih\tilde{\phi}^\rho[n]}}_{Q_1} + \underbrace{\frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} \left(\bar{Y}_{jh} \cdot e^{-ih(2\phi^\rho[n] + \tilde{\phi}^\rho[n])} + b[n] \cdot e^{-ih(\phi^\rho[n] + \tilde{\phi}^\rho[n])} \right)}_{Q_2} \quad (\text{E.4})$$

Le terme Q_2 est un résidu classique lié au fenêtrage et au bruit de modèle, il tend vers 0 avec l'augmentation de la durée d'acquisition si le bruit est séparé fréquentiellement des harmoniques dont on souhaite estimer les paramètres. Le terme Q_1 est celui qui porte l'information sur le coefficient de Fourier $Y_{jh}^{\phi 0}$, c'est lui qui est potentiellement perturbé par la fluctuation de phase $\tilde{\phi}^\rho$. Ces fluctuations sont supposées petites, dans ce cas, on peut écrire la quantité Q_1 en introduisant le développement de Taylor de l'exponentielle à l'ordre 2 :

$$Q_1 \simeq Y_{jh} \cdot \frac{1}{N_n} \sum_{n=1}^{N_n} \left(1 - ih\tilde{\phi}^\rho[n] - h^2 \left(\tilde{\phi}^\rho[n] \right)^2 \right) \quad (\text{E.5})$$

Nous avons supposé que la moyenne de $\tilde{\phi}^\rho$ était nulle sur l'échantillon considéré. Nous pouvons alors exprimer la quantité Q_1 en fonction de la variance V de $\tilde{\phi}^\rho$. On obtient alors le résultat suivant :

$$\hat{Y}_{jh}^{\phi 0} \simeq Y_{jh} \cdot \left(1 - h^2 V(\tilde{\phi}^\rho) \right) + Q_2 \quad (\text{E.6})$$

Il est à noter que les fluctuations de vitesse entraineront systématiquement une sous-évaluation de l'amplitude de Y_{jh} . Ceci s'explique par le fait que ces fluctuations génèrent un élargissement de la bande de fréquence contenant l'harmonique considérée et donc une diminution du pic central. Pour cette raison, il est nécessaire de prendre quelques précautions pour le calcul des coefficients de Fourier. Il s'agit notamment de vérifier si la vitesse de rotation des billes est suffisamment constante au cours de l'essai. La section suivante propose une méthodologie permettant de vérifier l'hypothèse de rotation constante et d'effectuer une correction le cas échéant.

E.2.1.1 Identification des fluctuations de vitesse de rotation des billes

Nous avons vu que les fluctuations de phase peuvent avoir une influence non-négligeable sur l'estimation des paramètres du modèle (E.6). Une autre conséquence importante est que lorsque l'on compare les sorties théoriques du modèle harmonique avec les signaux réels, il peut apparaître des erreurs importantes localisées à des instants où l'écart entre les positions des billes théoriques, calculées à partir d'une fréquence fixe, et les positions réelles sont importantes. Ce fait nous permet notamment d'identifier les essais où une fluctuation de vitesse se produit. La figure E.1 nous montre les résidus obtenus entre le modèle paramétré et les données expérimentales. Les erreurs les plus importantes sont dues à un déphasage local entre le signal réel et le signal modélisé.

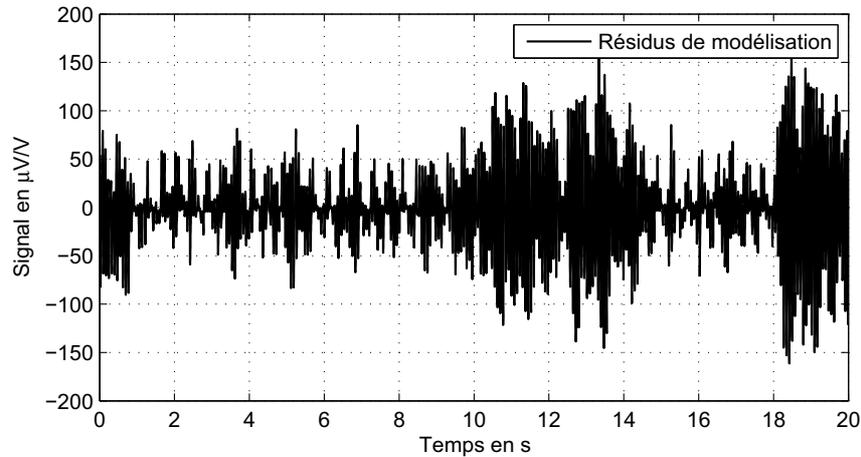


FIGURE E.1 – Vue d'ensemble des résidus de modélisation

La figure E.2 nous montre un agrandissement de la figure E.1. L'allure de l'erreur est significative d'un déphasage entre signaux réels et signaux théoriques.

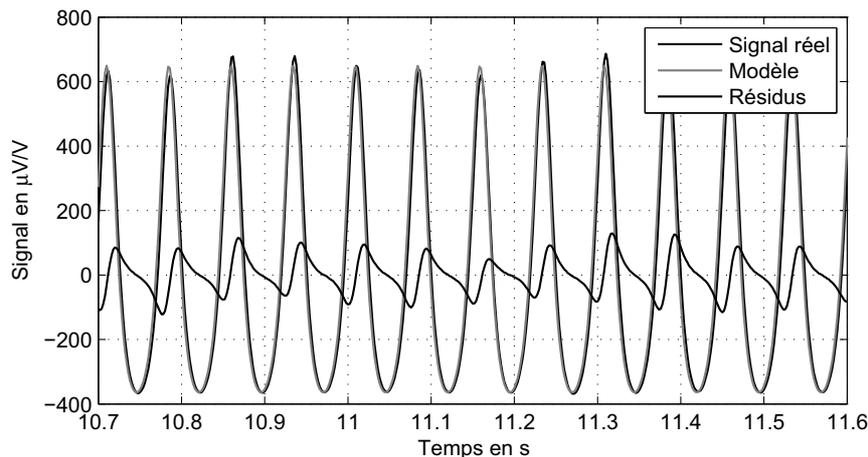


FIGURE E.2 – Déphasage localisée entre la sortie du modèle et le signal de jauge

Nous allons mettre en évidence ces phénomènes de fluctuation de vitesse de rotation des billes, et donc de fluctuation de la fréquence du signal des billes, en traitant les signaux réels de manière spécifique. La transformée de Fourier à fenêtre glissante (TFFG) permet d'obtenir les caractéristiques fréquentielles du signal estimées pour plusieurs échantillons temporels successifs. Associée à une augmentation de la résolution fréquentielle par la technique du zéro padding, elle permet d'obtenir une estimation glissante de la fréquence des billes. La largeur de la fenêtre glissante utilisée est de 1s permettant de donner une allure générale de la fluctuation de fréquence en fonction du temps (Fig.E.3), le taux de recouvrement entre deux échantillons successifs est de 90%. L'aspect lissé vient du fait que chaque fréquence est estimée pour une durée d'essais de 1s, les variations rapides de la fréquence ne sont donc pas visibles. On note que cette fréquence n'est pas constante, contredisant l'hypothèse faite. En intégrant ces variations de phases, nous pouvons estimer les écarts entre la position des billes calculées à partir d'une fréquence fixe et les positions réelles. La figure E.4 nous montre ces écarts en fonction du temps. On note que les instants où l'écart entre les positions des billes, calculées à fréquence fixe et calculées à partir de la fluctuation de fréquence, est important, correspond aux instants où l'erreur entre le signal réel et le signal estimée est lui aussi important (voir les instants $[0 - 1 s]$, $[10s - 14s]$ et $[18s - 20s]$ sur les figures E.1 et E.4).

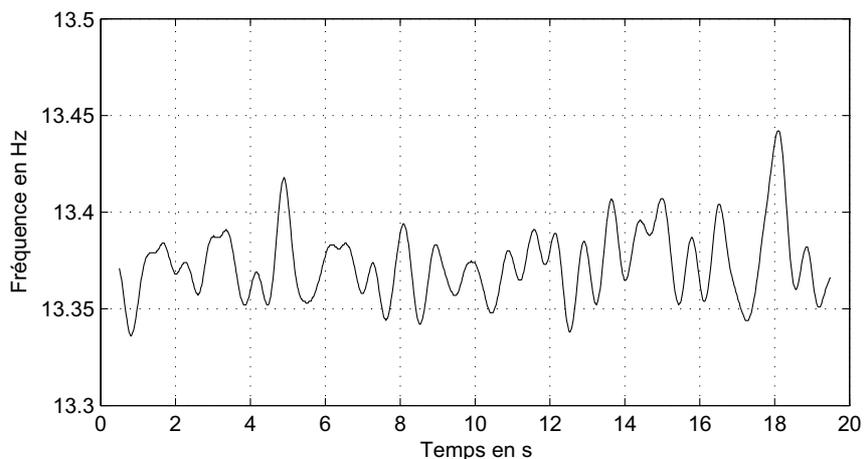


FIGURE E.3 – Fréquence du passage des bille calculée en fonction du temps

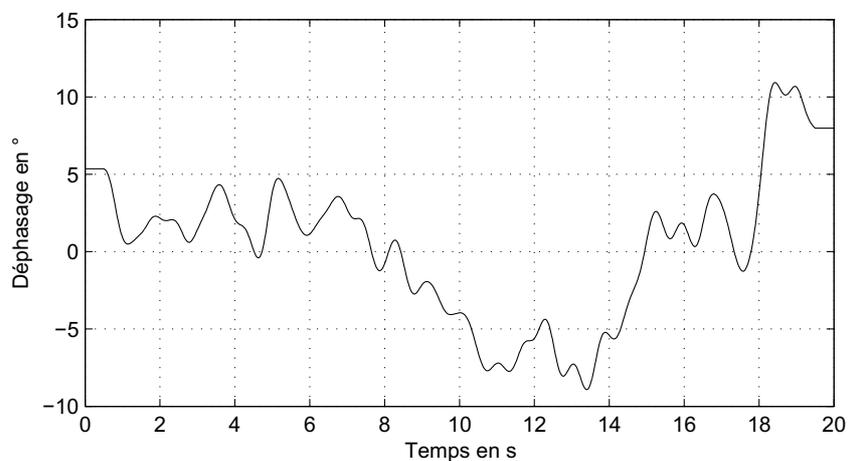


FIGURE E.4 – Déphasage induit par la fluctuation de fréquence

En injectant cette fluctuation de déphasage dans le modèle et en rejouant l'essai, nous obtenons des résidus de moindres amplitudes (Fig.E.5). La figure E.6 nous montre la même bande temporelle que la figure E.2, on remarque que le déphasage a disparu.

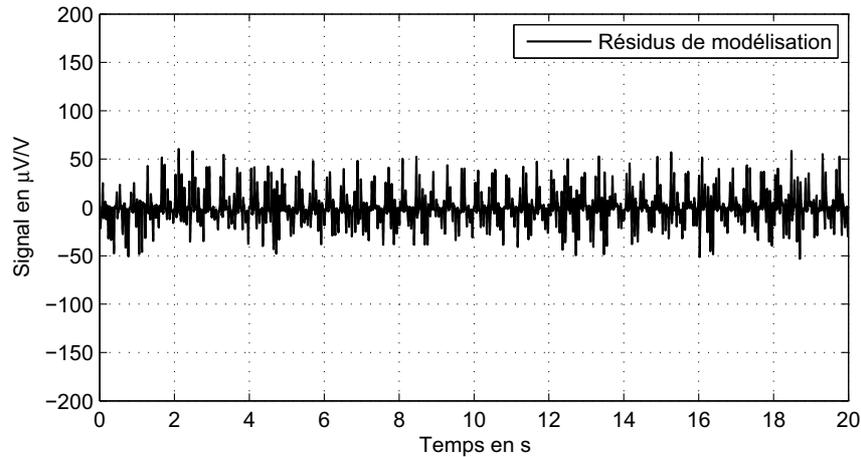


FIGURE E.5 – Vue d'ensemble des résidus de modélisation après correction des déphasages

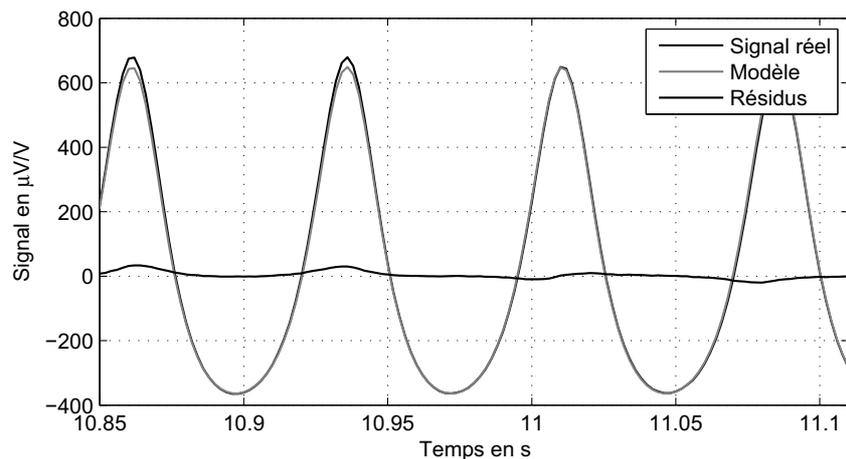


FIGURE E.6 – Même figure que E.2 après correction des déphasages

E.2.2 Conclusion sur la fluctuation de vitesse

Sur banc d'essais, la vitesse de rotation de la broche est relativement bien maîtrisée. Ainsi, les fluctuations des vitesses de rotation des rangées de billes ont peu d'impacts sur l'estimation des coefficients de Fourier du modèle harmonique. En revanche, si le dispositif expérimental est un véhicule et que l'on souhaite caractériser les différentes harmoniques, il sera nécessaire de prendre en compte les variations de vitesse du véhicule par une méthode proche de celle présentée ici.

E.3 Fluctuation du torseur appliqué au roulement

Un roulement est conçu dans le but que pour un déplacement de la bague intérieure donné (hors composante naturelle de rotation), le torseur d'effort associé soit constant vis-à-vis de la rotation de la bague intérieure autour de son axe. Ceci n'est pas tout à fait vrai dans le cas où les différents éléments présentent des défauts géométriques.

Exemple : considérons que les billes n'ont pas toutes le même diamètre et que la répartition des diamètres de bille sur la rangée est représentée par une harmonique d'ordre 1 (E.7).

$$D_{bk} = D_{b0} + \delta_b \sin\left(\frac{2\pi k}{Z}\right) \quad (\text{E.7})$$

avec δ_b l'amplitude du défaut et D_{b0} le diamètre de bille moyen

Cette répartition des diamètres engendre une répartition particulière des écrasement des billes. En effet, si la bague intérieure est fixe, on distinguera une zone de forces de contact importantes et une zone de forces de contact faibles voir nulles, qui seront toutes deux diamétralement opposées. La conséquence est que la résultante des forces n'est pas nulle (Fig. E.7). En revanche, si la bague intérieure est libre, elle pourra se déplacer de telle sorte que la résultante des forces de contact soit nulle E.7. Une étude de l'influence de ce type de défauts sur le désalignement de la bague intérieure est donnée par [Noguchi *et al.*, 2005] qui montre que ce phénomène décroît avec le nombre de bille que comporte le roulement.

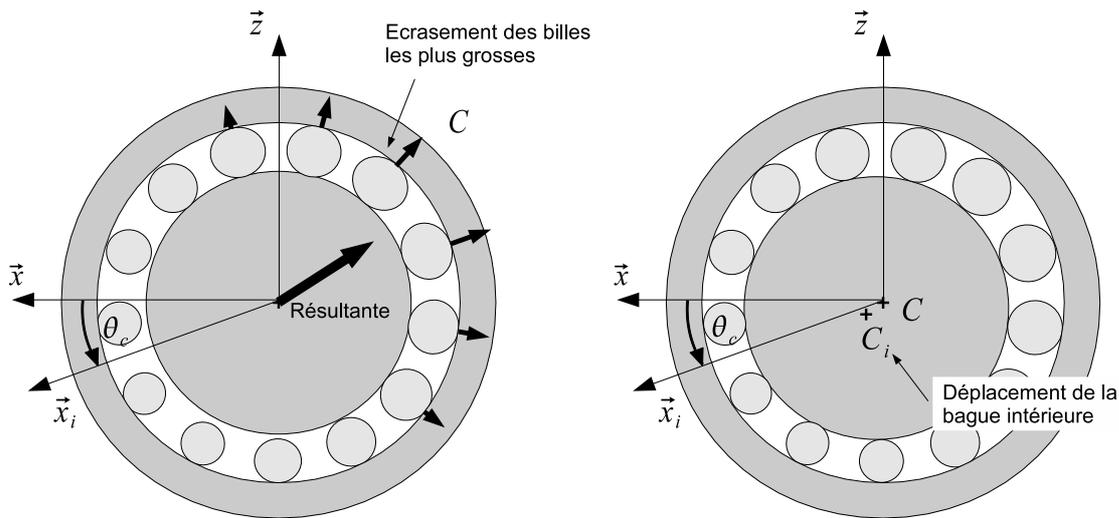


FIGURE E.7 – Résultante induite par les défauts de billes
 FIGURE E.8 – Déplacement induit par les défauts de billes

Ce type de défauts génère soit une variation périodique du torseur transmis par le roulement dans le cas où la bague intérieure est considérée comme fixe, soit un déplacement périodique de la bague intérieure lorsque celle-ci est libre. Dans le cas du banc **BEEF** où la bague intérieure peut être considérée comme fixe, ces variations peuvent apparaître dans l'effort et peuvent donc être mesurées par la cellule 6-axes et ce aux fréquences caractéristiques du roulement. La figure E.9 nous montre le spectre de la composante F_z mesurée par la cellule d'effort. On retrouve une fréquence proche des fréquences des deux rangées de bille à 1.03Hz (la fréquence du passage des billes est de 13.4Hz et la rangée est composée de 13 billes). Cette fluctuation de l'effort est liée aux dispersions du diamètre des billes décrites par les figures E.8 et E.7. Les deux premières harmoniques de bague intérieure, liées à son excentration et à son défaut d'ovalité, sont nettement visibles dans le signal aux fréquences 2.5Hz et 5Hz.

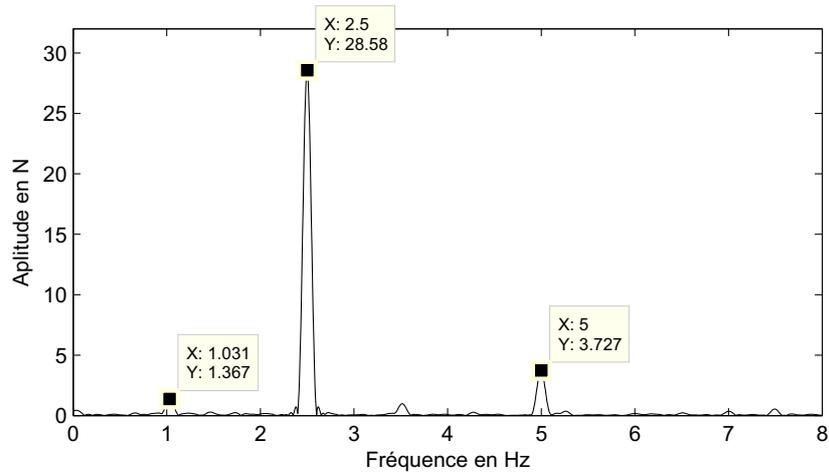


FIGURE E.9 – Fluctuation de l'effort F_z transmis

L'hypothèse de dépouillement des essais est de considérer le cas de charge appliqué au roulement constant au cours d'un essai. Force est de constater que ce n'est pas le cas. Il est donc nécessaire de quantifier les fluctuations des composantes du torseur réellement appliquées au roulement. Ces fluctuations sont caractérisées en écart-type moyen et en écart-type maximum rencontré sur un essai particulier. Le tableau E.1 récapitule les caractéristiques de ces fluctuations de l'effort.

Composante	écart-type moyen	écart-type maxi
F_x en daN	0.51	0.88
F_y en daN	3.4	12.8
F_z en daN	4.3	10.3
M_y en $daN.m$	0.27	0.44
M_z en $daN.m$	0.70	1.1

TABLE E.1 – Fluctuation des composantes d'effort appliqué au roulement

Ces différentes fluctuations sont faibles vis-à-vis des efforts appliqués au roulement. On considère donc qu'elles n'influencent pas l'estimation des coefficients de Fourier du modèle harmonique.

Résumé

La connaissance des efforts d'interaction pneumatique/chaussée est une information précieuse pour les systèmes d'assistance à la conduite d'un véhicule automobile. La mesure de ces efforts est rendu possible par une instrumentation en jauges de déformation du roulement de roue qui transmet la majorité de ces efforts. L'objectif de cette thèse est le développement d'un algorithme permettant de traduire les mesures de déformation réalisées sur la partie fixe du roulement en une mesure des efforts qu'il transmet. Après avoir présenté la mécanique du roulement de roue et le principe de mesure d'efforts par jauges de déformation, ce manuscrit traite de manière importante de la modélisation physique du lien existant entre l'effort et les déformations mesurées. Les modèles développés sont généralisables à tous types de roulement à billes et ont été calibrés sur un banc d'essais. Enfin, l'utilisation de ces modèles pour la reconstruction de l'effort est présentée.

Mots clés : Roulement, Mesure d'effort, Automatique, Jauges de contrainte

Abstract

The knowledge of the grip forces at the interface between tyre and road is of prior importance for driving assistance systems. The fix parts of the wheel bearings transmit the main part of those forces ; its instrumentation by strain gauges makes it possible to measure the forces. The main goal of this PHD is the design of algorithms that translate the raw signals provides by the gauges into a load measurement. This thesis first states the mechanical properties of the bearing and the measurement principle by using strain gauges. It has been calibrated by using a test bench. It yields a physical model of the link between the load components and the strains given by the gauges. The generality of this physical modeling makes it relevant for several kinds of balls bearings. Finally, load calculation is successfully performed from experimental data.

Keys words : Bearing - Load measurement - Automatic - Strain gauges