

# UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE SCIENCES TECHNOLOGIE SANTE

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES

XLIM – Département MINACOM

Année 2007

Thèse n°04-2007

## Thèse en Co-tutelle

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE WESTERN AUSTRALIA

**Discipline : Electronique des Hautes Fréquences et**

**Optoélectronique**

**Spécialité : "Communications Optiques et Microondes"**

*Jean-Michel LE FLOCH*

Le 2 Février 2007

Modélisation de nouveaux résonateurs diélectriques à  
forts coefficients de qualité pour des applications de  
métrologie

*Thèse dirigée par Dominique CROS et Michael TOBAR*

Jury :

**Jerzy KRUPKA**

Professeur à l'Université de Varsovie (IMO), Pologne

Rapporteur

**Vincent GIORDANO**

Directeur de Recherches CNRS, FEMTO-ST, Besançon

Rapporteur

**Michel CHAUBET**

Ingénieur CNES, Toulouse

Examineur

**Giorgio SANTARELLI**

Ingénieur de Recherches CNRS, SYRTE,

Observatoire de Paris

Examineur

**Michael TOBAR**

Professeur à l'Université d'Australie Occidentale (UWA)

Examineur

**Dominique CROS**

Professeur à l'Université de Limoges

XLIM-UMR 6172

Examineur

**J-Christophe NALLATAMBY**

Maître de Conférences, Université de Limoges, XLIM

Invité



# SOMMAIRE

<b>Introduction Générale.....</b>	<b>3</b>
-----------------------------------	----------

## CHAPITRE I

### *Présentation de la méthode des lignes*

<b>I Introduction .....</b>	<b>9</b>
<b>II Présentation de la méthode.....</b>	<b>10</b>
II.1 Formulation électromagnétique.....	10
II.2 Discrétisation.....	14
II.2.1 Conditions aux limites.....	14
II.2.2 Principe de discrétisation .....	15
II.2.3 Discrétisation uniforme et calcul des dérivées.....	16
II.2.4 Discrétisation non-uniforme et calcul des dérivées.....	18
II.2.5 Discontinuités diélectriques .....	20
II.3 Equations sous forme matricielle .....	20
II.4 Résolution dans le cas général .....	21
II.4.1 Changement de base.....	22
II.4.2 Solution générale.....	23
II.4.3 Continuité à l'interface.....	24
II.4.4 Relation aux interfaces .....	25
II.4.5 Raccordement des couches.....	26
II.4.5.1 Formules de transfert dans une couche .....	26
II.4.5.2 Conditions aux limites sur les couches aux extrémités.....	26
II.4.5.3 Système caractéristique: Transfert entre deux couches successives .....	27
<b>III Cas particuliers des modes TE et TM sans variation azimutale.....</b>	<b>29</b>
III.1 Mode $TE_{0,m,l}$ .....	29
III.2 Mode $TM_{0,m,l}$ .....	31
<b>IV Conclusion.....</b>	<b>32</b>
<b>V Bibliographie.....</b>	<b>33</b>

## CHAPITRE II

### *Les Résonateurs Diélectriques*

<b>I</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>37</b>
<b>II</b>	<b>Résonateurs à Modes de Galerie.....</b>	<b>40</b>
II.1	Cristal de forme cylindrique.....	40
II.2	Résonateur de forme sphérique.....	41
II.3	Les différents types de modes .....	41
<b>III</b>	<b>Les résonateurs à Effet Bragg .....</b>	<b>45</b>
III.1	Application à une structure cylindrique .....	45
III.2	Pour une structure sphérique .....	46
<b>IV</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>48</b>
<b>V</b>	<b>Bibliographie.....</b>	<b>49</b>

## CHAPITRE III

### *Résonateur Sphérique à Effet Bragg*

<b>I</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>55</b>
<b>II</b>	<b>Résonateur à effet Bragg à un réflecteur sphérique. ....</b>	<b>57</b>
II.1	Calcul des dimensions du résonateur .....	58
II.2	Facteur de qualité .....	61
II.2.1	Approche de l'analyse.....	61
II.2.2	Résultats théoriques.....	63
<b>III</b>	<b>Résonateur sphérique à Effet Bragg multicouche.....</b>	<b>66</b>
<b>IV</b>	<b>Mesures .....</b>	<b>68</b>
IV.1	Détermination de la résistance de surface de la cavité métallique .....	68
IV.2	Détermination de la tangente de pertes du matériau diélectrique... ..	71
IV.3	Résultats de la mesure .....	72
<b>V</b>	<b>Dépendance de la structure en fonction de la température.....</b>	<b>74</b>
V.1	Stabilité en température .....	74
V.2	Mesures .....	77
<b>VI</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>80</b>
<b>VII</b>	<b>Bibliographie.....</b>	<b>81</b>

# CHAPITRE IV

## *Résonateur Cylindrique à Effet Bragg*

<b>I</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>85</b>
<b>II</b>	<b>Modèle avec un seul réflecteur .....</b>	<b>86</b>
II.1	Suivant la propagation radiale.....	88
II.2	Suivant la propagation axiale .....	89
II.3	Combinaison des résultats.....	89
<b>III</b>	<b>Structure multicouche .....</b>	<b>91</b>
III.1	Suivant la direction radiale.....	91
III.2	Suivant la direction axiale .....	91
III.3	Recombinaison des résultats .....	92
III.4	Simulation de structures multicouches.....	92
<b>IV</b>	<b>Extension du modèle simplifié .....</b>	<b>95</b>
IV.1	Structure à une couche .....	95
IV.1.1	Propagation radiale.....	95
IV.1.1.1	Mode fondamental de la structure $TE_{0,1,p}^{1,q}$ .....	96
IV.1.1.2	Mode de la structure $TE_{0,2,p}^{2,q}$ .....	96
IV.1.2	Propagation dans la direction axiale.....	97
IV.1.2.1	Mode fondamental de la structure $TE_{0,n,1}^{s,1}$ .....	97
IV.1.2.2	Généralisation pour les modes $TE_{0,n,p}^{s,q}$ .....	98
IV.1.3	Recombinaison pour les modes $TE_{0,n,p}^{s,q}$ .....	98
IV.1.4	Vérification du modèle simplifié.....	99
IV.2	Structure multicouche .....	101
IV.2.1	Direction radiale.....	101
IV.2.2	Direction axiale .....	102
IV.2.3	Définition générale du rapport de forme .....	103
IV.2.4	Comparaison entre la conception de Flory et Ko et celle du modèle simplifié.	
	103	
<b>V</b>	<b>Etudes expérimentales .....</b>	<b>106</b>
<b>VI</b>	<b>Compromis entre la permittivité et la tangente de pertes .....</b>	<b>109</b>
<b>VII</b>	<b>Discussions et perspectives .....</b>	<b>114</b>
<b>VIII</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>117</b>

<b>IX Bibliographie.....</b>	<b>118</b>
------------------------------	------------

## **CHAPITRE V**

### *Résonateur Sphérique à Modes de Galerie*

<b>I Introduction .....</b>	<b>123</b>
<b>II Etude des modes de Galerie sphériques .....</b>	<b>126</b>
<b>III Etude de la sphère avec deux différents matériaux .....</b>	<b>130</b>
III.1 La sphère diélectrique en Quartz synthétique isotrope (SiO <sub>2</sub> ) .....	130
III.2 La sphère diélectrique en Saphir synthétique anisotrope (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) .....	132
III.3 Comparaison entre les deux différents résonateurs diélectriques .....	135
<b>IV Mesures .....</b>	<b>136</b>
<b>V Améliorations et Optimisations de la conception .....</b>	<b>140</b>
<b>VI Conclusion.....</b>	<b>142</b>
<b>VII Bibliographie.....</b>	<b>143</b>

## **CHAPITRE VI**

### *Oscillateur bi-mode à température ambiante*

<b>I Introduction .....</b>	<b>149</b>
<b>II Présentation de l'oscillateur .....</b>	<b>151</b>
II.1 Paramètres affectant la stabilité de l'oscillateur .....	151
II.2 Etude du résonateur diélectrique .....	152
II.3 Electronique de commande .....	154
II.3.1 Etude du discriminateur de Pound .....	155
II.4 Système de contrôle en température.....	156
II.5 Optimisation de la fréquence de battement par rapport à la température.....	156
<b>III Mesure et étude de la stabilité.....</b>	<b>158</b>
III.1 Couplage des modes.....	158
III.2 Mesure du plancher de bruit.....	159
III.3 Stabilité en fréquence .....	160
<b>IV Conclusion.....</b>	<b>165</b>
<b>V Bibliographie.....</b>	<b>166</b>
<b>Conclusion Générale .....</b>	<b>171</b>

## ANNEXES

<b>Annexe I</b> .....	<b>175</b>
<b>Annexe II</b> .....	<b>177</b>
<b>Annexe III</b> .....	<b>183</b>
<b>Annexe IV</b> .....	<b>187</b>
<b>Annexe V</b> .....	<b>191</b>
<b>Annexe VI</b> .....	<b>191</b>

### *Logiciel d'acquisition de données*

<b>I Introduction</b> .....	<b>197</b>
<b>II Présentation générale du logiciel</b> .....	<b>198</b>
<b>III Types de mesures</b> .....	<b>202</b>
III.1 Mesure effectuée à partir du multimètre (HP34401A).....	202
III.2 Mesure effectuée à partir des compteurs (Agilent 53131-53132A) et (XL-Microwave 3260) .....	204
III.3 Mesure effectuée à partir du contrôleur en température (LakeShore 332-340) .....	206
III.4 Mesure effectuée à partir de l'analyseur FFT (Agilent 89410A).....	207
III.5 Réglage du générateur de signaux (Agilent 33250A) .....	211
III.6 Réglage du détecteur synchrone (Standford Research System SR 830).....	211
<b>IV Fonction de poursuite et de mesure des modes</b> .....	<b>212</b>
IV.1 Au niveau de l'Analyseur .....	212
IV.2 Au niveau du traitement du cercle polaire .....	214
<b>V Conclusion</b> .....	<b>218</b>
<b>VI Bibliographie</b> .....	<b>219</b>

### Travaux Publiés

<b>I Revues</b> .....	<b>223</b>
<b>II Communications dans des Congrès</b> .....	<b>224</b>
II.1 Communications dans des Congrès Internationaux .....	224
II.2 Communication dans un Congrès National.....	225



# **INTRODUCTION**

## **GENERALE**



## Introduction Générale

Dans les systèmes de télécommunications, l'utilisation de dispositifs microondes à résonateurs diélectriques est devenue très courante. En effet, les résonateurs diélectriques possèdent l'avantage d'être peu encombrants, stables en température, et d'avoir un fort coefficient de qualité à vide.

Grâce au développement de nouveaux matériaux diélectriques très faibles pertes et présentant de très bonnes caractéristiques électriques et thermiques, l'utilisation des résonateurs diélectriques dans les systèmes hyperfréquences connaît un développement remarquable. Un grand nombre d'applications a alors vu leurs performances s'améliorer considérablement comme les filtres, les oscillateurs....

Actuellement, l'activité de recherche sur le thème des résonateurs diélectriques s'inscrit donc selon plusieurs voies :

- sur le matériau utilisé pour réaliser le résonateur où les principales motivations concernent la tangente de pertes et la dérive thermique de la permittivité. Ce secteur concerne essentiellement les laboratoires d'élaboration de matériau qui mettent à profit les nouvelles technologies pour mettre au point de nouveaux types de produits.
  - sur la topologie du résonateur et du mode de résonance associé. Les premières études, réalisées il y a quelques dizaines d'années, ont débuté sur des résonateurs cylindriques excités sur des modes conventionnels de type TE, TM. Plus récemment, les chercheurs se sont intéressés à des modes supérieurs connus sous la dénomination de « modes de galeries ». Sur ces derniers, il existe encore des thèmes de recherche, notamment sur la stabilisation en température des fréquences de résonance aux températures cryogéniques. Actuellement les efforts de recherche portent sur la conception de nouvelles topologies afin d'améliorer les performances des structures résonantes.
-

- sur les dispositifs micro-ondes utilisant ces composants. Les premiers dispositifs à résonateurs diélectriques utilisaient ces derniers comme un simple circuit résonant. Sont apparues ensuite les structures bi-modes où un seul résonateur fonctionnait à deux fréquences. Ce principe a tout d'abord été appliqué aux dispositifs de filtrage, et actuellement des activités de recherche tentent d'adapter ce principe aux oscillateurs.

Le travail de recherche effectué lors de cette thèse porte sur les deux derniers points, les topologies de résonateur et les dispositifs micro-ondes utilisant ces composants. Ces études ont été réalisées dans le cadre d'une co-tutelle de thèse entre l'Université de Limoges, au sein du laboratoire XLIM, et l'Université d'Australie Occidentale, dans le laboratoire FSM (Frequency Standard and Metrology group). Ces travaux se sont déroulés selon deux périodes égales de 18 mois dans chacun des laboratoires. D'une manière générale, la partie théorique a concerné les activités réalisées en France alors que la partie expérimentale s'est déroulée en Australie.

Ce travail a permis de couvrir un large domaine d'étude autour des résonateurs diélectriques à fort coefficient de qualité, mettant ainsi en œuvre différents modes d'excitation dont les objectifs sont différents. La collaboration de ces deux laboratoires avec l'institut de Microélectronique et Optoélectronique de Varsovie, dirigé par Mr Jerzy Krupka, a permis de comparer et d'approfondir certaines études.

Les différents travaux réalisés pendant ces trois années, sont répartis dans sept différents chapitres dont l'enchaînement est le suivant :

Tout d'abord, le premier chapitre présente le développement de logiciels de simulations électromagnétiques afin de pouvoir avoir un outil portatif dont la mise en œuvre et l'accès à certains paramètres se font plus aisément. C'est un logiciel basé sur la méthode des lignes sur lequel nous pourrions nous reposer pour simuler nos différentes structures cylindriques. Cependant, dans certains cas, nous utiliserons le logiciel des éléments finis disponible au sein d'XLIM pour simuler des structures non prises en compte par le logiciel de la méthode des lignes.

Nous présenterons dans un deuxième chapitre les différents types de résonateurs diélectriques ainsi que leurs applications. Cette présentation sert à introduire les différents modes étudiés par la suite de ce travail de thèse. Nous aborderons les modes transverses

---

électriques pour les résonateurs à effet Bragg, les modes quasi-transverse électrique (WGE) et magnétique (WGH), aussi appelés modes de galerie, pour l'étude des propriétés des matériaux et l'étude d'oscillateur bi-mode. Ces dispositifs fonctionnent soit à température cryogénique, pour effectuer un test de Michelson-Morley, soit à température ambiante, pour réaliser un oscillateur à faible bruit de phase.

Le troisième chapitre présentera l'analyse de l'effet Bragg pour une topologie de résonateur sphérique à température ambiante. Une première partie présentera l'aspect théorique puis l'étude d'un modèle simplifié d'analyse. Finalement, nous concluons sur différentes réalisations dans différents matériaux diélectriques pour vérifier la théorie et le modèle de conception d'un tel résonateur.

Nous enchaînerons alors sur un quatrième chapitre avec une autre topologie de résonateur diélectrique à effet Bragg mais cette fois-ci cylindrique. Nous ferons donc la présentation d'un premier modèle simplifié de conception puis une extension au modèle pour aboutir finalement à la réalisation de trois différents résonateurs mettant en œuvre trois différents types de modes. Nous présenterons ensuite la réalisation d'un résonateur diélectrique à effet Bragg avec deux réflecteurs axiaux et radiaux.

Le cinquième chapitre présentera l'étude et les résultats de mesure d'un résonateur diélectrique sphérique à mode de galerie. Ce travail a été mené dans le but de caractériser le potentiel d'un tel résonateur afin de l'utiliser dans une expérience de physique fondamentale, l'expérience de Michelson-Morley, pour faire un test sur la relativité d'Einstein.

Finalement, nous étudierons pour ce dernier et sixième chapitre, la stabilité en fréquence d'un oscillateur bi-mode à température ambiante à base d'un résonateur en saphir à modes de galerie. Nous présenterons alors les résultats obtenus avec cet oscillateur à faible bruit de phase et fonctionnant à température ambiante.



# **CHAPITRE I**

## **Présentation de la méthode des lignes**



# I Introduction

Certaines applications hyperfréquences nécessitent lors de leur mise au point, l'utilisation de logiciels de simulation rigoureux, comme les éléments finis [1-2], les différences finies [3-4], les "modes matching" [5-8], ainsi que pour notre cas, la méthode des lignes [9-10].

La méthode des lignes est une technique générale mathématique pour l'analyse numérique de résolution d'équations différentielles. Cette méthode itérative a été mise au point pour l'analyse électromagnétique, par le professeur Pregla [11-13], et utilisée dans un précédent travail de thèse présenté par Olivier Piquet [14]. Elle permet d'obtenir rapidement une solution du problème étudié pour différentes topologies. Cependant, elle reste limitée sur le type de structure sur laquelle elle est établie. Par exemple, dans le cas de l'étude de structure résonante, si elle est développée sur un mode Transverse Electrique pur (TE), elle ne pourra pas être utilisée par un autre mode, tel que le mode Transverse Magnétique pur (TM). De même que pour une géométrie prédéfinie de calcul telle qu'une forme cylindrique, on ne pourra pas utiliser le programme pour étudier une forme sphérique sans réécrire le logiciel. Cependant la méthode des lignes, nous permet d'obtenir plus rapidement certaines données, comme la décomposition modale. Cela serait plus long et fastidieux à obtenir avec des logiciels d'analyse 3D.

Dans ce chapitre, nous utiliserons cette méthode pour l'analyse de résonateur. Nous développerons tout d'abord la méthode de résolution d'une manière générale, pour ensuite l'appliquer aux différents modes étudiés durant ce travail de thèse.

Nous consacrerons une importante partie de l'étude sur les modes transverses électriques (TE) sans variation azimutale, afin de poser les bases de calculs sur la méthode. Nous l'appliquerons ensuite aux modes transverses magnétiques (TM) et aux modes de galerie (WGE, WGH). Cela donnera ainsi les bases sur lesquelles les travaux de la thèse se sont reposés comme par exemple, l'étude de l'effet Bragg dans une structure cylindrique présentée dans le chapitre IV.

---

## II Présentation de la méthode

La méthode des lignes (MDL) est une méthode semi-analytique à formulation rigoureuse. Elle fut initialement développée par des mathématiciens pour la résolution semi analytique des équations aux dérivées partielles [16], puis ensuite utilisée à des problèmes électromagnétiques par le professeur Pregla [11-13] pour l'analyse de circuits microondes. La méthode des lignes permet de réaliser des analyses dans les différents domaines électroniques, optiques et thermiques.

La présentation suivante de la méthode des lignes se rapporte dans un premier temps au précédent travail de thèse de O. Piquet [14] afin de donner les bases de la méthode pour l'application de celle-ci. Cette méthode de calcul est détaillée dans la thèse de O. Piquet [14] mais nous reprendrons ces explications afin de faciliter la compréhension du lecteur. La partie spécifique développée dans le cadre de cette thèse sera présentée à la suite pour les modes TE, TM sans variation azimutale.

Cette méthode présente certaines similitudes avec les techniques des différences finies et celle du raccordement modal.

Le principal domaine d'application de cette méthode a, pour l'instant, concerné l'étude des circuits planaires ou quasi-planaires [16] mais, nous allons voir qu'elle peut être aussi utilisée pour l'analyse de structures volumiques en prenant en compte des couches de très faible épaisseur. Certaines applications ont déjà permis l'étude de diodes résonantes [13] ou d'antennes conçues à base de résonateurs diélectriques [18].

Dans le cadre de notre étude, nous présentons la méthode des lignes dans un système de coordonnées cylindriques pour l'analyse de structures résonantes complexes composées de matériaux diélectriques anisotropes.

### II.1 Formulation électromagnétique

Le domaine d'étude est représenté par une succession de couches diélectriques, dont la permittivité peut varier latéralement comme indiqué sur la Figure 1 mais doit rester constante suivant la direction axiale  $z$ .

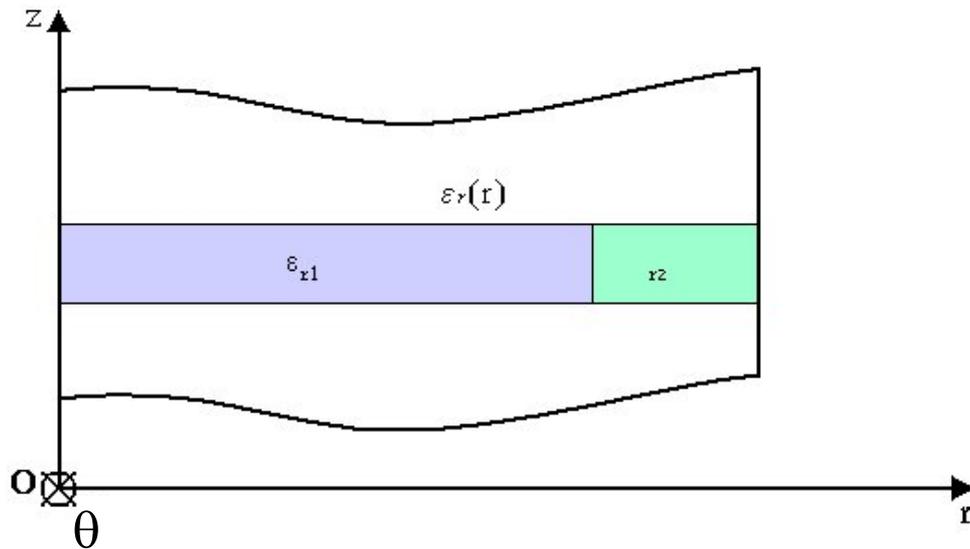


Figure 1 : Couche diélectrique de la structure à étudier

Les limites supérieures, inférieures et radiales du domaine peuvent être constituées de court-circuit électrique ou magnétique.

Comme nous ne tenons pas compte des densités de charges dans les différents milieux, les phénomènes électromagnétiques sont régis par les équations de Maxwell simplifiées. En régime harmonique, ces équations s'écrivent de la manière suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{rot} \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \\ \text{div}(\varepsilon\vec{E}) = 0 \\ \vec{rot} \vec{H} = j\omega\varepsilon\vec{E} \\ \text{div}(\mu\vec{H}) = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (1a) \\ (1b) \\ (1c) \\ (1d) \end{array}$$

Comme  $\text{div}(\mu\vec{H})=0$  et  $\text{div}(\vec{rot})=0$ , et si nous considérons  $\mu$  comme une constante dans la couche étudiée (dans la suite de cette étude, nous définirons  $\mu_r$  égal à 1), alors nous pouvons en déduire que le champ magnétique  $\vec{H}$  dérive d'un potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  tel que:

$$\vec{H} = \vec{rot} \vec{A} \quad (2)$$

Nous pouvons ainsi déterminer une relation, à partir de l'équation (1c), entre le champ électrique en fonction du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  :

$$\vec{E} = -\frac{1}{j\omega\epsilon} \left( \text{rot rot } \vec{A} \right) \quad (3)$$

L'équation (1a) devient :

$$\text{rot} \left( \vec{E} + j\omega\mu\vec{A} \right) = \vec{0} \quad (4)$$

Il existe donc un potentiel scalaire électrique  $\phi$  vérifiant la relation:

$$\vec{E} + j\omega\mu\vec{A} = \text{grad } \phi \quad (5)$$

L'équation générale du problème s'obtient en utilisant les équations (2) et (5) dans l'équation (1c). Nous obtenons alors:

$$\text{rot rot } \vec{A} = j\omega\epsilon \left( \text{grad } \phi - j\omega\mu\vec{A} \right) \quad (6)$$

Si nous considérons que la permittivité est constante suivant z dans la couche étudiée, alors le potentiel  $\vec{A}$  peut s'écrire en fonction de deux potentiels scalaires  $\Pi_r$  et  $\Pi_\theta$  tel que :

$$\vec{A} = \Pi_r \cdot \vec{e}_r + \Pi_\theta \cdot \vec{e}_\theta \quad (7)$$

En outre, la propagation de l'onde selon  $\theta$  peut être définie par  $e^{jn\theta}$  où n représente le nombre de variations azimutales.

Par conséquent, les dérivées partielles selon  $\theta$  sont décrites ainsi :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \tilde{\Pi}_\theta \right) = jn\tilde{\Pi}_\theta \quad (8a) \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \tilde{\Pi}_\theta \right) = -n^2\tilde{\Pi}_\theta \quad (8b)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \tilde{\Pi}_r \right) = jn\tilde{\Pi}_r \quad (8c) \quad \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \tilde{\Pi}_r \right) = -n^2\tilde{\Pi}_r \quad (8d)$$

En développant l'équation (6) à l'aide de la relation (7), et en projetant sur les trois axes, nous obtenons trois équations selon les directions  $r$ ,  $\theta$  et  $z$ . La troisième équation suivant  $z$  permet de déterminer le potentiel scalaire  $\phi$ . En remplaçant ce potentiel dans les deux premières équations, nous obtenons deux relations sur les potentiels  $\Pi_r$  et  $\Pi_\theta$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_r) + \varepsilon_r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r \varepsilon_z} \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_r) \right) + \left( k_o^2 \varepsilon_r - \frac{n^2}{r^2} \right) \Pi_r - j \frac{n}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) + \varepsilon_r \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{jn}{\varepsilon_z r} \Pi_\theta \right) = 0 \quad (9a) \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_\theta) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) \right) + \left( k_o^2 \varepsilon_r - \frac{n^2 \varepsilon_r}{r^2 \varepsilon_z} \right) \Pi_\theta - jn \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\Pi_r}{r} \right) + jn \frac{\varepsilon_r}{r^2 \varepsilon_z} \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_r) = 0 \quad (9b) \end{array} \right.$$

Dans le cadre de notre étude, nous avons considéré un milieu possédant une permittivité tensorielle et complexe de la forme suivante :

$$\varepsilon = \varepsilon_o \begin{bmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

La résolution du problème consiste donc à déterminer les potentiels  $\Pi_r$  et  $\Pi_\theta$  qui satisfont les deux relations pour chaque couche du domaine d'étude.

Le principe consiste à remplacer les dérivées partielles suivant  $r$  par un opérateur matriciel basé sur le principe des différences finies. Il est donc nécessaire d'effectuer une discrétisation de la structure suivant la direction radiale. La résolution suivant  $z$  pourra alors se faire de manière analytique en considérant les conditions aux limites du dispositif.

Les composantes du champ électromagnétique pourront alors être établies d'après les équations 2, 3 et 7, (le calcul détaillé est placé en Annexe 1 (A-I)) soit:

$$\vec{H} = \begin{array}{l} -\frac{\partial}{\partial z}(\Pi_\theta) \end{array} \quad (11a)$$

$$\vec{H} = \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \end{array} \quad (11b)$$

$$\vec{H} = \begin{array}{l} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) - jn \Pi_r \right) \end{array} \quad (11c)$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{cases} jn \left( \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r\Pi_\theta) - jn(\Pi_r) \right) \right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\Pi_r) & (12a) \\ - \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r\Pi_\theta) - jn(\Pi_r) \right) \right) & (12b) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \left( \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) \right) \right) + jn \left( \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_\theta) \right) & (12c) \end{cases}$$

## II.2 Discrétisation

### II.2.1 Conditions aux limites

Dans la direction radiale, aux limites de la structure, les conditions aux limites de type court circuit électrique (cce) ou magnétique (ccm) doivent être appliquées.

Si la paroi est un mur électrique, alors par définition:

$$\vec{n} \wedge \vec{E} = \vec{0} \quad \vec{n} \cdot \vec{H} = 0 \quad \text{où } \vec{n} \text{ est dirigé suivant } r.$$

D'où

$$E_z = E_\theta = 0 \quad \text{et} \quad H_r = 0$$

Ce qui se traduit par:

$$\Pi_\theta = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial r} \Pi_r = 0 \quad \text{sur les parois latérales}$$

De la même manière, pour un mur magnétique, nous obtenons:

$$\vec{n} \wedge \vec{H} = \vec{0} \quad \vec{n} \cdot \vec{E} = 0 \quad \text{où } \vec{n} \text{ est dirigé suivant } r.$$

D'où

$$H_z = H_\theta = 0 \quad \text{et} \quad E_r = 0$$

Ce qui se traduit par:

$$\Pi_r = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial r} \Pi_\theta = 0 \quad \text{sur les parois latérales}$$

Nous considérons donc, que suivant les conditions aux limites dans la direction radiale, nous imposerons à la frontière une valeur nulle pour le potentiel  $\Pi_r$  ou le potentiel  $\Pi_\theta$ . Cela se traduit donc par une discrétisation différente suivant les deux cas.

## II.2.2 Principe de discrétisation

La méthode des lignes consiste à discrétiser le domaine d'étude par deux types de lignes dites "r" et "θ" selon la direction r, et sur lesquelles seront calculées respectivement les potentiels (Figure 2). Cette différence de nature des lignes permet de respecter, comme nous l'avons vu précédemment, les conditions aux limites du domaine d'étude. Un exemple est donné sur la figure suivante:

Sur une ligne "r", seront calculées les composantes du potentiel  $\Pi_r$  et  $\frac{\partial}{\partial r}\Pi_\theta$ . A l'inverse, sur une ligne "θ",  $\Pi_\theta$  et  $\frac{\partial}{\partial r}\Pi_r$  seront déterminés.

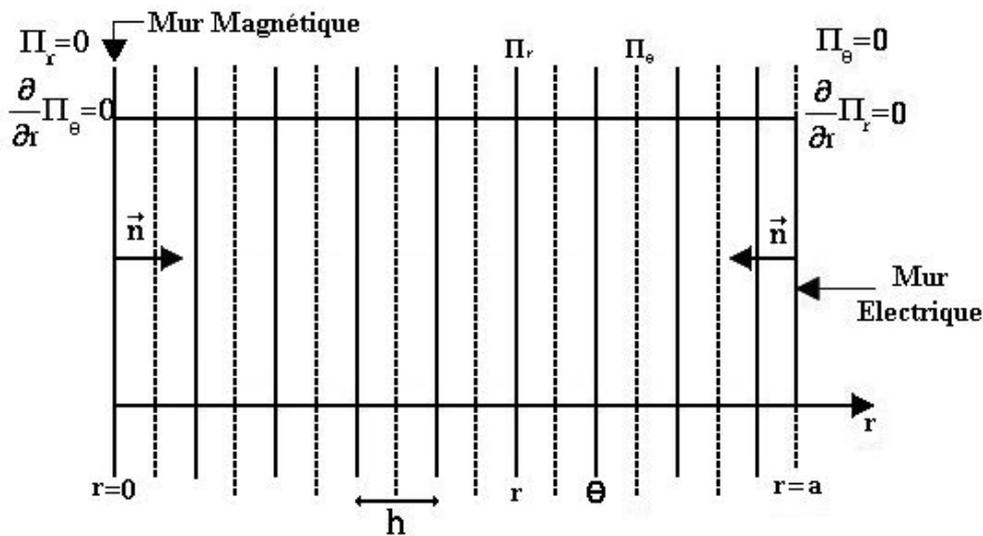


Figure 2 : Exemple de discrétisation de la structure

Le type de ligne utilisé aux frontières de la structure dépend donc de la condition aux limites imposées.

Sur l'exemple, en  $r = 0$ , pour une condition de mur magnétique, nous utilisons une ligne "r" de manière à pouvoir imposer  $\Pi_r=0$  et  $\frac{\partial}{\partial r}\Pi_\theta=0$ .

En  $r = a$ , pour un mur électrique, une ligne “ $\theta$ ” est utilisée sur laquelle  $\Pi_\theta=0$  et  $\frac{\partial}{\partial r}\Pi_r=0$ .

L'exemple présenté sur la Figure 2 correspond à une discrétisation uniforme, c'est-à-dire que la distance entre deux lignes consécutives est égale dans toute la structure.

### II.2.3 Discrétisation uniforme et calcul des dérivées

La distance entre deux lignes de même nature est constante et égale à  $\Delta r$ . Deux lignes adjacentes de famille différente sont séparées d'un demi pas de discrétisation, soit  $\frac{\Delta r}{2}$ .

Les dérivées partielles sont estimées par différences finies centrées.

A l'ordre 1, les dérivées des potentiels  $\Pi_r$  et  $\Pi_\theta$  seront estimées respectivement sur les lignes  $\theta$  et  $r$  de la manière suivante (Figure 3) :

$$\frac{\partial}{\partial r}\Pi_{r,\theta}^i = \frac{\Pi_{r,\theta}^{i+1} - \Pi_{r,\theta}^i}{\Delta r} \quad (13)$$

où  $i$  représente le numéro de la ligne pour les deux familles de potentiels.

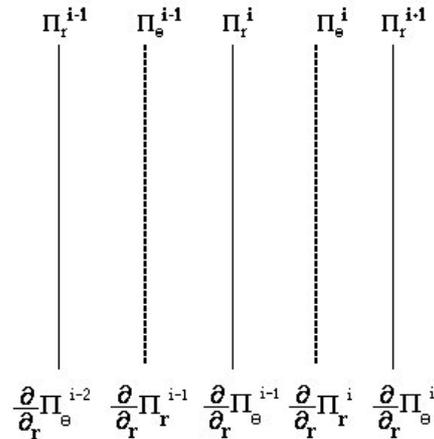


Figure 3: Calcul des dérivées pour une discrétisation uniforme

En prenant en compte les conditions aux limites, les dérivées partielles sont remplacées par la notion d'opérateurs différentiels de formes matricielles différentes selon la nature des lignes à laquelle ils se rapportent.

$$\frac{\partial}{\partial r}\Pi_r \rightarrow \frac{1}{\Delta r}[D_r](\Pi_r) \quad (14a)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\Pi_\theta \rightarrow \frac{1}{\Delta r}[D_\theta](\Pi_\theta) \quad (14b)$$

Les vecteurs colonnes  $(\Pi_r)$  et  $(\Pi_\theta)$  représentent les potentiels scalaires discrets.

$D_r$  et  $D_\theta$  sont les opérateurs différentiels. La forme de ces matrices est fonction des conditions aux limites latérales du domaine d'étude et est détaillée dans l'Annexe 2 (A-II).

Mais, compte-tenu de la discrétisation, ces opérateurs matriciels sont reliés l'un à l'autre au signe près de leur transposée :

$$[D_r] = -[D_\theta]^t \quad (15)$$

d'où avec  $[D_r] = [D]$ , nous obtenons :

$$\frac{\partial}{\partial r} \Pi_r \rightarrow \frac{1}{\Delta r} [D] (\Pi_r) \quad (16a)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \Pi_\theta \rightarrow -\frac{1}{\Delta r} [D]^t (\Pi_\theta) \quad (16b)$$

Les opérateurs différentiels à l'ordre 2 sont calculés de la même manière, à partir des dérivées premières. Les dérivées secondes des potentiels  $\Pi_r$  et  $\Pi_\theta$  seront estimées respectivement sur les lignes "r" et "θ". L'approximation par les différences finies prend la forme suivante (Figure 4) :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_{r,\theta}^i = \frac{\frac{\partial \Pi_{r,\theta}^{i+1}}{\partial r} - \frac{\partial \Pi_{r,\theta}^i}{\partial r}}{\Delta r} \quad (17)$$

Sous forme matricielle, les opérateurs dérivés du second ordre s'obtiennent à partir des opérateurs du premier ordre :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_r \rightarrow -\frac{1}{\Delta r^2} [D]^t [D] (\Pi_r) \quad (18a)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_\theta \rightarrow -\frac{1}{\Delta r^2} [D] [D]^t (\Pi_\theta) \quad (18b)$$

Le détail de la détermination des opérateurs différentiels est donné à partir d'un exemple en annexe 2 (A-II).

$$\begin{array}{ccccc}
\Pi_r^{i-1} & \Pi_\theta^{i-1} & \Pi_r^i & \Pi_\theta^i & \Pi_r^{i+1} \\
\frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_r^{i-1} & \frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_\theta^{i-1} & \frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_r^i & \frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_\theta^i & \frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_r^{i+1} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\frac{\partial}{\partial r} \Pi_\theta^{i-2} & \frac{\partial}{\partial r} \Pi_r^{i-1} & \frac{\partial}{\partial r} \Pi_\theta^{i-1} & \frac{\partial}{\partial r} \Pi_r^i & \frac{\partial}{\partial r} \Pi_\theta^i
\end{array}$$

Figure 4: Calcul des dérivées secondes pour une discrétisation uniforme

L'introduction d'une discrétisation non uniforme permet d'assouplir l'application de la méthode. En effet, cette technique nous permet de discrétiser plus finement les zones où le champ présente de fortes variations, ou celles où il est concentré.

#### II.2.4 Discrétisation non-uniforme et calcul des dérivées

Dans le cadre de ce type de discrétisation, les distances entre les lignes "r" et "θ" ne sont plus constantes (Figure 5).

Pour conserver les propriétés de symétrie des opérateurs différentiels, nous introduisons les potentiels normalisés  $(\Pi_r)_N$  et  $(\Pi_\theta)_N$  tels que:

$$(\Pi_r) = [n_r](\Pi_r)_N \quad (\Pi_\theta) = [n_\theta](\Pi_\theta)_N$$

Nous appliquons la même normalisation pour les composantes du champ discret.

$$(E_r) = [n_r](E_r)_N \quad (H_\theta) = [n_r](H_\theta)_N \quad (H_z) = [n_r](H_z)_N$$

$$(E_\theta) = [n_\theta](E_\theta)_N \quad (H_r) = [n_\theta](H_r)_N \quad (E_z) = [n_\theta](E_z)_N$$

Avec les matrices diagonales  $[n_r] = \text{diag}(\sqrt{\frac{r_i}{\Delta r}})$  et  $[n_\theta] = \text{diag}(\sqrt{\frac{\theta_i}{\Delta r}})$

- où
- $\Delta r$  représente le pas minimum du maillage équadistant
  - $r_i$  la distance entre les deux lignes  $\theta$  entourant à la ligne "r" sur laquelle est calculé  $\Pi_r$ .
  - $\theta_i$  la distance entre les deux lignes r adjacentes à la ligne "θ" sur laquelle est calculé  $\Pi_\theta$ .

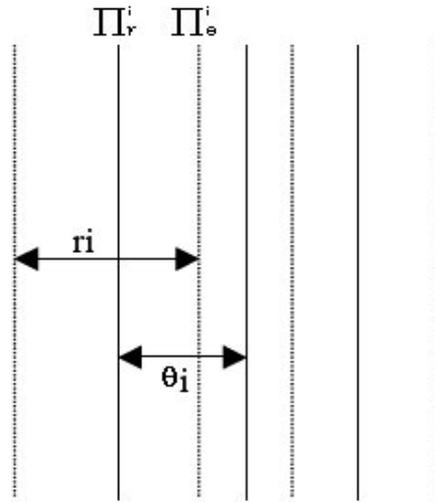


Figure 5: Discrétisation non uniforme

$$[n_\theta]^{-1} \frac{\partial}{\partial r} (\Pi_r) = \frac{1}{\Delta r} [D_N] (\Pi_r)_N \quad (19a)$$

$$[D_N] = [n_\theta] [D] [nr] \quad (19b)$$

$$[nr]^{-1} \frac{\partial}{\partial r} (\Pi_\theta) = -\frac{1}{\Delta r} [D_N]^t (\Pi_\theta)_N \quad (19c)$$

$$[D_N]^t = [nr] [D]^t [n_\theta] \quad (19d)$$

Les opérateurs différentiels à l'ordre 2 s'expriment alors :

$$[nr]^{-1} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\Pi_r) = -\frac{1}{\Delta r^2} [D_N]^t [D_N] (\Pi_r)_N \quad (20a)$$

$$[n_\theta]^{-1} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (\Pi_\theta) = -\frac{1}{\Delta r^2} [D_N] [D_N]^t (\Pi_\theta)_N \quad (20b)$$

Le calcul détaillé de ces opérateurs différentiels est donné en Annexe 2 (A-II).

Dans le cadre de l'utilisation de ce type de discrétisation, le maillage sera fin et équidistant dans les zones où le champ variera fortement et non équidistant dans les autres domaines. Les intervalles entre les lignes successives "r" et "θ" varieront selon des suites géométriques.

### II.2.5 Discontinuités diélectriques

Si la couche est inhomogène selon r, la méthode des lignes implique le positionnement des discontinuités diélectriques sur un type de ligne, "r" ou "θ", puis de définir la valeur de la permittivité sur cette ligne.

Dans le cadre de notre étude, les discontinuités diélectriques coïncideront avec des lignes "r". Une discrétisation équidistante, de part et d'autre de cette ligne, sera définie et la permittivité équivalente sur cette transition sera  $\epsilon_{eq} = \frac{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}{2}$ , correspondant à la moyenne arithmétique des permittivités adjacentes (Figure 6).

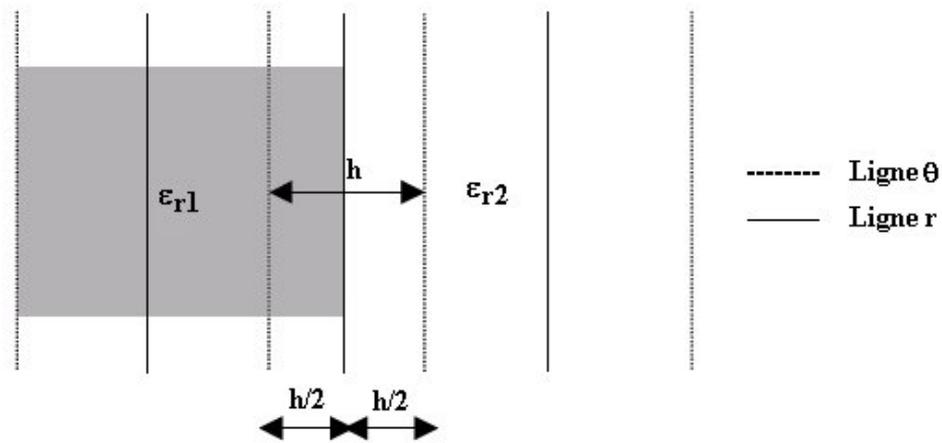


Figure 6: Discretisation d'une discontinuité diélectrique

## II.3 Equations sous forme matricielle

La discrétisation des équations d'onde (I-18) et (I-19) et l'application des opérateurs dérivés permettent la mise en forme matricielle du problème. Nous obtenons un système de deux équations différentielles couplées entre les deux potentiels scalaires  $\Pi_r$  et  $\Pi_\theta$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_r) - \frac{\epsilon_r}{\Delta_r^2} [D]^t \frac{1}{r \epsilon_z} [D] \Pi_r + (k_o^2 \epsilon_r - \frac{n^2}{r^2}) \Pi_r - \frac{n}{r^2} \frac{1}{\Delta_r} [D]^t r (-j \Pi_\theta) + \epsilon_r \frac{1}{\Delta_r} [D]^t \frac{n}{\epsilon_z r} (-j \Pi_\theta) = 0 & (21a) \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2}(-j \Pi_\theta) - \frac{1}{\Delta_r^2} [D] \frac{1}{r} [D]^t r (-j \Pi_\theta) + (k_o^2 \epsilon_r - \frac{n^2 \epsilon_r}{r^2 \epsilon_z}) (-j \Pi_\theta) - \frac{n}{\Delta_r} [D] \frac{\Pi_r}{r} + \frac{n \epsilon_r}{r^2 \epsilon_z} \frac{1}{\Delta_r} [D] \Pi_r = 0 & (21b) \end{cases}$$

De la même manière les composantes du champ électromagnétique sont données par:

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{cases} \frac{-1}{\epsilon_r} (jn) \frac{1}{r^2} \frac{1}{\Delta r} [D_N]^t r \Pi_\theta + \frac{n^2}{r^2 \epsilon_z} \Pi_r - \frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\Pi_r) & (22a) \\ -\frac{1}{\epsilon_r} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\Pi_\theta) + \frac{1}{\epsilon_r} \frac{1}{\Delta r} [D] \frac{1}{r} \frac{1}{\Delta r} [D]^t r \Pi_\theta + jn \frac{1}{\Delta r} [D] \frac{\Pi_r}{r} & (22b) \\ \frac{1}{r \epsilon_z} \frac{1}{\Delta r} [D] r \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) + \frac{jn}{r} \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_\theta) & (22c) \end{cases}$$

$$\vec{H} = \begin{cases} -\frac{\partial}{\partial z} (\Pi_\theta) & (23a) \\ \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) & (23b) \\ -\frac{1}{r} \left( \frac{1}{\Delta r} [D]^t r \Pi_\theta - jn \Pi_r \right) & (23c) \end{cases}$$

## II.4 Résolution dans le cas général

La résolution de ce système peut s'effectuer en regroupant les deux potentiels scalaires  $\Pi_r$  et  $\Pi_\theta$  par un potentiel unique  $\hat{\Pi}$  défini par:

$$\hat{\Pi} = \begin{bmatrix} \Pi_r \\ -j\Pi_\theta \end{bmatrix}$$

En introduisant cette notation dans les équations (21), nous obtenons le système d'équation différentielle suivant :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \hat{\Pi} - \hat{Q} \hat{\Pi} = 0 \quad (24)$$

avec

$$\hat{Q} = \begin{bmatrix} \hat{Q}_{11} & \hat{Q}_{12} \\ \hat{Q}_{21} & \hat{Q}_{22} \end{bmatrix}$$

et

$$\hat{Q}_{11} = \frac{\varepsilon_r}{\Delta r^2} [D_N]^t \frac{1}{r \varepsilon_z} [D_N] r - k_o^2 \varepsilon_r + \frac{n^2}{r^2} \quad (25a)$$

$$\hat{Q}_{12} = \frac{-n}{r^2} \frac{1}{\Delta r} [D_N]^t r + \varepsilon_r \frac{1}{\Delta r} [D_N]^t \frac{n}{r \varepsilon_z} \quad (25b)$$

$$\hat{Q}_{21} = \frac{-n}{\Delta r} [D_N] \frac{1}{r} + \frac{n \varepsilon_r}{r^2 \varepsilon_z} \frac{1}{\Delta r} [D_N] r \quad (25c)$$

$$\hat{Q}_{22} = \frac{1}{\Delta r^2} [D_N]^t \frac{1}{r} [D_N] r - k_o^2 \varepsilon_r + \frac{n^2 \varepsilon_r}{r^2 \varepsilon_z} \quad (25c)$$

Les détails de calcul sont donnés en annexe 3 (A-III).

#### II.4.1 Changement de base

L'équation (24) décrit un système couplé aux dérivées partielles. Ainsi, une résolution directe n'est pas possible. Pour résoudre ce problème et linéariser ce système, nous réalisons un changement de base qui permet de découpler les équations. Pour cela, nous posons :

$$\hat{\Pi} = \hat{T} \hat{\Pi}$$

où la matrice  $\hat{T}$  est composée des vecteurs propres de la matrice globale  $\hat{Q}$ .

Cette transformation permet de se placer dans un nouveau repère qui remplace la matrice  $\hat{Q}$  par la matrice des valeurs propres de  $\hat{Q}$  obtenue grâce à la relation :

$$\hat{T}^{-1} \hat{Q} \hat{T} = \hat{\Gamma}^2$$

Nous obtenons ainsi un système d'équations découplées dans le nouveau domaine :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \hat{\Pi} - \hat{\Gamma}^2 \hat{\Pi} = 0 \quad (26)$$

où  $\hat{\Gamma}^2$  est une matrice diagonale composée des valeurs propres de  $\hat{Q}$ . Chaque élément de la diagonale de  $\hat{\Gamma}^2$  est lié à la constante de propagation suivant  $z$  de chaque mode propagatif ou évanescent dans la couche étudiée.

Dans certaines applications, cela présente un intérêt de connaître cette décomposition modale, afin de mieux comprendre ou d'optimiser le dispositif.

## II.4.2 Solution générale

La solution générale de l'équation (26) est connue et peut s'écrire sous la forme :

$$\hat{\Pi} = \cosh(\hat{\Gamma} z)A + \sinh(\hat{\Gamma} z)B \quad (27)$$

Les vecteurs A et B sont définis à partir des conditions aux limites du domaine d'étude selon z, ce qui correspond aux plans P<sub>A</sub> et P<sub>B</sub> (Figure 7).

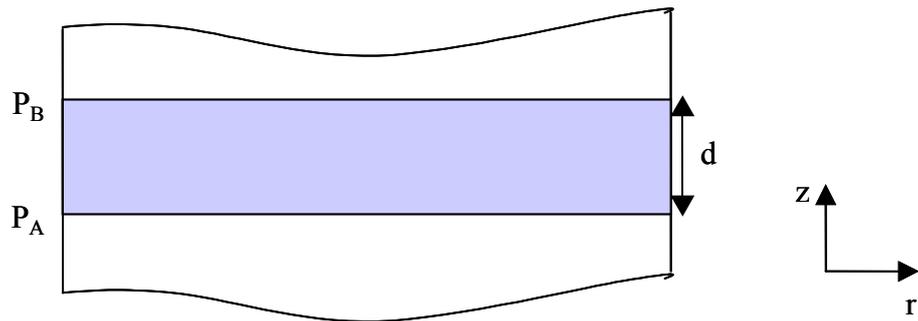


Figure 7 : Couche avec une épaisseur d entre les plans P<sub>A</sub> et P<sub>B</sub>

Pour la suite de l'analyse et afin de calculer les composantes du champ électromagnétique, il est indispensable de définir une relation entre les potentiels et leurs dérivées aux interfaces inférieures (P<sub>A</sub>) et supérieures (P<sub>B</sub>). Le détail des calculs, présenté dans l'annexe 4 (A-IV), permet d'écrire les dérivées partielles dans les plans P<sub>A</sub> et P<sub>B</sub> en fonction des potentiels sur ces deux plans :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_A \\ \hat{\Pi}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-\hat{\gamma}] & [\hat{\alpha}] \\ [-\hat{\alpha}] & [\hat{\gamma}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_A \\ \hat{\Pi}_B \end{bmatrix} \quad (28)$$

avec :

$$[\hat{\gamma}] = \hat{\Gamma} \cotanh(\hat{\Gamma} d)$$

$$[\hat{\alpha}] = \hat{\Gamma} / \sinh(\hat{\Gamma} d)$$

où d représente l'épaisseur de la couche.

### II.4.3 Continuité à l'interface

A l'interface de deux couches, nous avons la continuité des composantes tangentielles du champ électrique.

A partir des équations (22) et (23), nous posons :

$$\hat{E} = \begin{bmatrix} E_r \\ -jE_\theta \end{bmatrix}$$

Les composantes tangentielles de  $\vec{E}$  peuvent alors s'écrire :

$$\begin{bmatrix} E_r \\ -jE_\theta \end{bmatrix} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{\theta\theta} \end{bmatrix} \left[ -\hat{Q} + \begin{bmatrix} n^2[r_r]^{-2} & \frac{n}{\Delta r}[r_r]^{-2} [D_N]^t [r_\theta] \\ \frac{n}{\Delta r} [D_N] [r_r]^{-1} & \frac{1}{\Delta r^2} [D_N] [r_r]^{-1} [D_N]^t [r_\theta] \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \Pi_r \\ -j\Pi_\theta \end{bmatrix} \quad (29)$$

que nous écrivons sous la forme simplifiée  $\hat{E} = -R\hat{\Pi}$ .

$$\text{avec } R = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \begin{bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{\theta\theta} \end{bmatrix} \left[ \hat{Q} - \begin{bmatrix} n^2[r_r]^{-2} & \frac{n}{\Delta r}[r_r]^{-2} [D_N]^t [r_\theta] \\ \frac{n}{\Delta r} [D_N] [r_r]^{-1} & \frac{1}{\Delta r^2} [D_N] [r_r]^{-1} [D_N]^t [r_\theta] \end{bmatrix} \right]$$

Les composantes tangentielles du champ magnétique peuvent s'exprimer par la relation suivante :

$$\hat{H} = \frac{\partial}{\partial z} \hat{\Pi} \quad \text{avec} \quad \hat{H} = \begin{bmatrix} H_\theta \\ jH_r \end{bmatrix}$$

Dans le nouveau repère correspondant au domaine transformé, ces expressions deviennent :

$$\hat{E} = -\hat{R}\hat{\Pi} \quad \text{et} \quad \hat{H} = \frac{\partial}{\partial z} \hat{\Pi}$$

$$\text{avec} \quad \hat{R} = \hat{T}^{-1} \hat{R} \hat{T}$$

#### II.4.4 Relation aux interfaces

Nous pouvons alors décrire les composantes tangentielles du champ magnétique sur les plans  $P_A$  et  $P_B$  en fonction de celles du champ électrique :

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \hat{H}_A \\ \hat{H}_B \end{bmatrix} &= \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_A \\ \hat{\Pi}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-\hat{\gamma}] & [\hat{\alpha}] \\ [-\hat{\alpha}] & [\hat{\gamma}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_A \\ \hat{\Pi}_B \end{bmatrix} \\
 &= - \begin{bmatrix} [-\hat{\gamma}] & [\hat{\alpha}] \\ [-\hat{\alpha}] & [\hat{\gamma}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{R}^{-1} & 0 \\ 0 & \hat{R}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ \hat{E}_B \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \hat{\gamma} \hat{R}^{-1} & -\hat{\alpha} \hat{R}^{-1} \\ \hat{\gamma} \hat{R}^{-1} & -\hat{\alpha} \hat{R}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ \hat{E}_B \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{30}$$

Nous définissons ainsi la matrice admittance  $\bar{Y}$  qui permet de relier les composantes tangentielles du champ électrique à celles du champ magnétique sur les plans  $P_A$  et  $P_B$  :

$$\begin{bmatrix} \hat{H}_A \\ \hat{H}_B \end{bmatrix} = \bar{Y} \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ \hat{E}_B \end{bmatrix} \tag{31}$$

avec :

$$\bar{Y} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_1 & -\bar{Y}_2 \\ \bar{Y}_2 & -\bar{Y}_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{aligned} \bar{Y}_1 &= \hat{\gamma} \hat{R}^{-1} \\ \bar{Y}_2 &= \hat{\alpha} \hat{R}^{-1} \end{aligned}$$

Pour travailler dans le domaine original, nous réalisons la transformation inverse :

$$\begin{bmatrix} \hat{H}_A \\ \hat{H}_B \end{bmatrix} = Y \begin{bmatrix} \hat{E}_A \\ \hat{E}_B \end{bmatrix} \tag{32}$$

avec

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_2 \\ Y_2 & -Y_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{aligned} Y_1 &= \hat{T} \bar{Y}_1 \hat{T}^{-1} \\ Y_2 &= \hat{T} \bar{Y}_2 \hat{T}^{-1} \end{aligned}$$

Grâce à cette relation, les composantes tangentielles du champ électromagnétique aux interfaces sont reliées entre elles par la matrice  $Y$  que nous appellerons par la suite admittance caractéristique.

## II.4.5 Raccordement des couches

### II.4.5.1 Formules de transfert dans une couche

Pour un dispositif multicouche, nous pouvons transférer les admittances caractéristiques de chaque couche, à l'aide des conditions de continuité des champs, jusqu'à une interface prédéterminée.

Nous allons ainsi définir une formule de transfert reliant l'admittance d'un plan  $P_A$  à celle du plan  $P_B$  (et réciproquement).

Soit les matrices admittances  $Y_A$  et  $Y_B$  reliant les composantes tangentielles du champ électrique à celle du champ magnétique sur les plans  $P_A$  et  $P_B$  telles que :

$$\hat{H}_A^{(k)} = Y_A^{(k)} \hat{E}_A^{(k)} \quad \text{et} \quad \hat{H}_B^{(k)} = Y_B^{(k)} \hat{E}_B^{(k)}$$

où  $k$  représente le numéro de la couche.

En appliquant (32), il vient :

$$Y_A^{(k)} = Y_1^{(k)} - Y_2^{(k)} \left[ Y_B^{(k)} + Y_1^{(k)} \right]^{-1} Y_2^{(k)} \quad (33a)$$

$$Y_B^{(k)} = Y_2^{(k)} \left[ Y_1^{(k)} - Y_A^{(k)} \right]^{-1} Y_2^{(k)} - Y_1^{(k)} \quad (33b)$$

### II.4.5.2 Conditions aux limites sur les couches aux extrémités

Pour une première couche du dispositif ( $k=1$ ), nous pouvons déterminer  $Y_B^{(1)}$  en fonction des conditions aux limites sur la couche  $P_A$ .

-avec une condition de mur électrique (CCE) :  $\hat{E}_A=0$ , nous obtenons en appliquant la relation (32) :  $Y_B^{(1)} = -Y_1^{(1)}$

-avec une condition de mur magnétique (CCM) :  $\hat{H}_A=0$ , de la même manière que précédemment :  $Y_B^{(1)} = Y_2^{(1)} \left[ Y_1^{(1)} \right]^{-1} Y_2^{(1)} - Y_1^{(1)}$

Pour la dernière couche du dispositif ( $k=N$ ), nous pouvons écrire  $Y_A^{(N)}$  en fonction des conditions aux limites sur la couche B.

-avec une condition de mur électrique (CCE) :  $Y_A^{(N)}=Y_1^{(N)}$

-avec une condition de mur magnétique (CCM) :  $Y_A^{(N)}=Y_1^{(N)}-Y_2^{(N)} \left[ Y_1^{(N)} \right]^{-1} Y_2^{(N)}$

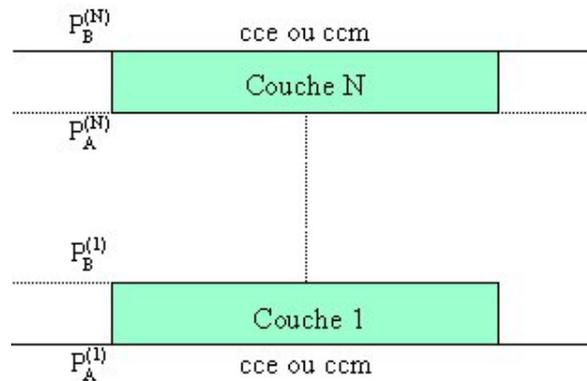


Figure 8: Condition aux limites sur les couches extrêmes

*Remarque : Les couches d'épaisseur infinie (espace ouvert) peuvent être traitées par cette méthode. La solution générale de l'équation (26) sera exprimée en fonction d'une onde sortante qui s'annule à l'infini. Le traitement des conditions aux limites sur une couche infinie sera identique à celui présenté ci-dessus.*

#### II.4.5.3 Système caractéristique: Transfert entre deux couches successives

Grâce au processus de transfert décrit précédemment et appliqué consécutivement à toutes les couches du système étudié, nous pouvons déterminer l'admittance correspondante à l'interface de raccordement entre deux couches. Ainsi, par application des conditions de continuité du champ, les matrices admittances sont transférées des interfaces inférieures et supérieures du dispositif jusqu'à une interface déterminée, de préférence où les champs sont proches de leur maximum.

Sur deux couches ( $k$ ) et ( $k+1$ ) adjacentes, nous trouvons :

$$\hat{H}_A^{(k+1)} = Y_A^{(k+1)} \hat{E}_A^{(k+1)}$$

$$\hat{H}_B^{(k)} = Y_B^{(k)} \hat{E}_B^{(k)}$$

Compte-tenu des conditions de continuité des composantes tangentielles à l'interface entre ces deux couches successives, les champs électriques et magnétiques sur le plan supérieur  $P_B$  de la couche (k) et ceux sur le plan inférieure  $P_A$  de la couche (k+1) sont respectivement égaux.

Nous obtenons alors:

$$\hat{E}_A^{(k+1)} = \hat{E}_B^{(k)} = \hat{E}_I$$

$$\hat{H}_A^{(k+1)} = \hat{H}_B^{(k)} = \hat{H}_I$$

d'où

$$[Y_A^{(k+1)} - Y_B^{(k)}] \hat{E}_I = 0$$

$$[Y_I] \hat{E}_I = 0 \tag{34}$$

L'équation (34) admet une solution non triviale lorsque  $\det(Y_I) = 0$ . Ce qui est équivalent à avoir la valeur propre minimale de  $[Y_I]$  égale à 0. Dans ce cas, les vecteurs propres correspondants définissent la répartition du champ  $\hat{E}_I$  à l'interface. Le raccordement des couches est détaillé en Annexe 5 (A-V).

### III Cas particuliers des modes TE et TM sans variation azimutale

Dans le cas où les modes sont sans variation azimutale ( $n=0$ ) les équations de propagation se simplifient et s'écrivent :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi_r - \left( \frac{\varepsilon_r}{\Delta r^2} [D_N]^t \frac{\varepsilon_z}{r} [D_N] r - k_0^2 \varepsilon_r \mu_r \right) \Pi_r = 0 \quad (35a)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi_\theta - \left( \frac{1}{\Delta r^2} [D_N] \frac{1}{r} [D_N]^t r - k_0^2 \varepsilon_r \mu_r \right) (-j \Pi_\theta) = 0 \quad (35b)$$

Ces équations ne sont plus couplées entre elles et peuvent être résolues indépendamment.

#### III.1 Mode TE<sub>0,m,1</sub>

Pour ce mode, la composante axiale du champ électrique est nulle,  $E_z=0$ . D'après l'équation (22c) cela revient à annuler le potentiel  $\Pi_r$ .

Les composantes du champ s'écrivent alors :

$$\begin{cases} E_r = 0 & (36a) \\ E_\theta = \frac{1}{j\omega \varepsilon_0} [\varepsilon_r]^t \left( -\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\Pi_\theta) - \frac{1}{\Delta r} [D_N] \frac{1}{r \Delta r} [D_N]^t r \Pi_\theta \right) & (36b) \\ E_z = 0 & (36c) \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_r = -\frac{\partial}{\partial z} \Pi_\theta & (37a) \\ H_\theta = 0 & (37b) \\ H_z = \frac{-1}{r \Delta r} \left( [D_N]^t r \Pi_\theta \right) & (37c) \end{cases}$$

Le potentiel  $\Pi_\theta$  vérifie l'équation :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi_\theta - \left( \frac{1}{\Delta r^2} [D_N] [r_r]^{-1} [D_N]^t [r_\theta] - k_0^2 [\varepsilon_\theta] \right) (-j \Pi_\theta) = 0 \quad (38)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi_\theta - Q(\Pi_\theta) = 0$$

Cette dernière équation peut être linéarisée en appliquant le même principe que pour la résolution générale soit :

$$\Pi_\theta = T \bar{\Pi}_\theta \quad \text{avec} \quad T^{-1} Q T = \Gamma^2$$

Nous obtenons ainsi un système d'équations découplées dans le nouveau domaine :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{\Pi}_\theta - \Gamma^2 \bar{\Pi}_\theta = 0$$

Pour une couche d'épaisseur  $d$ , le calcul de la dérivée selon  $z$  du potentiel  $\bar{\Pi}_\theta$  sur les plans A et B de la couche, conduit aux résultats suivants :

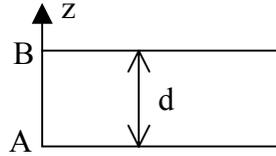


Figure 9: Description d'une couche et de ses limites

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_A \\ \hat{\Pi}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [-\hat{\gamma}] & [\hat{\alpha}] \\ [-\hat{\alpha}] & [\hat{\gamma}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_A \\ \hat{\Pi}_B \end{bmatrix} \quad (39)$$

avec :

$$[\hat{\gamma}] = \hat{\Gamma} \coth(\hat{\Gamma} d)$$

$$[\hat{\alpha}] = \hat{\Gamma} / \sinh(\hat{\Gamma} d)$$

### III.2 Mode $TM_{0,m,l}$

Pour ce mode, la composante axiale du champ électrique est nulle,  $H_z=0$ . D'après l'équation (23c) cela revient à annuler le potentiel  $\Pi_\theta$ .

Les composantes du champ s'écrivent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = \frac{-1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi_r \right) \end{array} \right. \quad (40a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_\theta = 0 \end{array} \right. \quad (41b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_z} \left( \frac{1}{r} \frac{1}{\Delta r} [D] r \frac{\partial}{\partial z} \Pi_r \right) \end{array} \right. \quad (42c)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_r = 0 \end{array} \right. \quad (43a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_\theta = \frac{\partial}{\partial z} \Pi_r \end{array} \right. \quad (43b)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_z = 0 \end{array} \right. \quad (43c)$$

Le potentiel  $\Pi_r$  vérifie l'équation:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi_r + \epsilon_r \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{\epsilon_z} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \Pi_r - k_0^2 \epsilon_r \Pi_r = 0 \quad (44)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \Pi_r - Q(\Pi_r) = 0$$

Cette dernière équation peut être linéarisée en appliquant le même principe que précédemment au II.5.1 ainsi que le raccordement des couches.

---

## IV Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la mise en place de la méthode des lignes au travers de divers exemples pour une structure cylindrique. La forme cylindrique est une des formes les plus utilisées pour la conception de résonateurs diélectriques microondes.

La présentation de la méthode des lignes dans le cas général d'un mode quasi-transverse à  $n$  variations azimutales (WGH et WGE), puis dans le cas d'un mode transverse électrique pur  $TE_{0,m,1}$ , qui est dans notre contexte de travail, intéressant pour l'étude de l'effet Bragg dans une structure cylindrique. Ensuite, l'étude pour un mode transverse magnétique pur  $TM_{0,m,1}$ , étude similaire au cas du mode  $TE_0$ . Enfin, tout cela, nous sera utile pour la caractérisation des matériaux afin de connaître les facteurs de remplissage et de géométrie de la structure.

Nous avons présenté les différences des deux logiciels de simulation disponible à XLIM, c'est-à-dire les éléments finis, fonctionnant sur station de travail et la méthode des lignes, fonctionnant sous Matlab de Mathworks, utilisable sur un ordinateur personnel.

Ces deux logiciels sont complémentaires, un plus précis que l'autre mais plus difficile à mettre en œuvre. La portabilité et la rapidité de l'outil développé sous Matlab a vu son intérêt pendant ce travail de thèse entre les deux instituts de recherches XLIM et FSM (Frequency Standard and Metrology Group). Cependant le logiciel éléments finis permet l'analyse en trois dimensions en oscillations libres ou forcées de structures beaucoup plus complexes.

Le codage de la structure cylindrique avec la méthode des lignes a été vérifiée avec le logiciel des éléments finis que nous avons à notre disposition dans l'enceinte d'XLIM, en utilisant des travaux de thèse précédents. Les résultats avec les deux différentes analyses ont concordé.

La méthode des lignes ainsi présentée, nous sera d'une grande utilité dans l'étude des résonateurs à fort coefficient de qualité durant toute la durée de la thèse.

---

## V Bibliographie

- [1] J. B. Davies, F. A. Fernandez, and G. Y. Philippou, "Finite element analysis of all modes in cavities with circular symmetry," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 30, pp. 1975-1980, 1982.
- [2] M. Aubourg and P. Guillon, "A mixed finite element formulation for microwave device problems. Application to MIS structure," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 45, pp. 371-386, 1991.
- [3] M. Jaworski and M. W. Pospieszalski, "An accurate solution of the cylindrical dielectric resonator problem," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 27, pp. 639-643, 1979.
- [4] J. Krupka, "Computations of frequencies and intrinsic Q-factors of TE<sub>0mn</sub> modes of dielectric resonators," *IEEE Trans. Microw. Theory and Tech.*, Vol. 33, pp. 274-277, 1985.
- [5] Y. Kobayashi and M. Mingishi, "Precise design of a bandpass filter using high-Q dielectric ring resonators," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 35, pp. 1156-1160, 1987.
- [6] Y. Kobayashi and T. Senju, "Resonant modes in shielded uniaxial-anisotropic dielectric rod resonators," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 41, pp. 2198-2205, 1993.
- [7] C. Wang and K. A. Zaki, "Generalized multilayer anisotropic dielectric resonators," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 48, pp. 60-66, 2000.
- [8] D. Maystre, P. Vincent, and J. C. Mage, "Theoretical and experimental study of the resonant frequency of a cylindrical dielectric resonator," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 27, pp. 844-848, 1983.
- [9] O. Piquet, D. Cros, S. Verdeyme, P. Guillon, M. E. Tobar, and W. Pascher, "Application of the method of lines for high-Q resonant structures," in *Proc. 2002 EUMC, Milan EU.*, 2002.
- [10] O. Piquet, D. Cros, S. Verdeyme, P. Guillon, and M. E. Tobar, "New design of high-Q sapphire resonator with distributed Bragg reflector," *IEEE MTT-S Digest*, pp. 1993-1996, 2002.

- 
- [11] U. Schultz, R. Pregla, "A New Technique for the Analysis of the Dispersion Characteristics of Planar Waveguide and its Application to Microstrip with Tuning Septums", *Radio Sciences*, vol 16, pp. 1173-1178, 1981
- [12] R. Pregla, W. Pascher, "The method of lines", Chapter 6 of "Numerical Techniques for Microwaves and Millimeter Wave Passive Structures", Edited by T. Itoh, J. Wiley and Sons Inc, pp. 381-446, New York.
- [13] O. Conradi, S. Helfert, R. Pregla, "Comprehensive Modeling of Vertical-Cavity Laser Diode by the Method of Lines", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, Vol. 37, n°7, pp.928-935, July 2001
- [14] "Les résonateurs diélectriques: Applications aux domaines Optiques et Microondes", *Thèse du doctorat de l'université de Limoges*, présentée en Novembre 2002 par O. Piquet.
- [15] B. P. Demidowitsch, "Numerical Method of Analysis", *VEB Wissenschaften*, Chapter 5, Berlin, 1968
- [16] "Développement et mise en oeuvre d'outils de CAO électromagnétique pour la conception de dispositifs microondes et optiques", *Thèse du doctorat de l'université de Limoges*, présentée en Juin 2000 par P. Valade.
- [17] S. Qi, K. Wu, "Leakage and resonance Characteristics of radiating Cylindrical Dielectric Structure Suitable for Use as a Feeder for High Efficient Omnidirectional/Sectorial Antenna", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 46, n°11, pp.1767-1773, 1998

**CHAPITRE II**  
**Les Résonateurs**  
**Diélectriques**



# I Introduction

De nos jours, dans le domaine des microondes, les résonateurs diélectriques prennent place dans différents systèmes, aussi bien passifs, qu'actifs, comme par exemple, les oscillateurs, les dispositifs de filtrage et les antennes [1].

Les systèmes intégrant des résonateurs diélectriques sont de plus en plus performant par le fait que le cristal résonant est de plus en plus pur. L'utilisation de nouveaux procédés de fabrication donne accès à une grande diversité de caractéristiques intrinsèques comme la permittivité, la perméabilité et la tangente de pertes suivant l'axe parallèle et l'axe perpendiculaire de la structure cristallographique du matériau.

Durant ces dernières années, le résonateur diélectrique est devenu populaire grâce à l'évolution quotidienne des équipements de télécommunication, dont le but est de réduire sans cesse la taille et le poids des systèmes, d'augmenter la fréquence du matériel hyperfréquence. Par exemple, le filtrage classique par cavité est très vite volumineux pour obtenir de très bonnes caractéristiques, aussi l'utilisation de résonateurs diélectriques a permis de réduire la taille globale du dispositif tout en gardant de bonnes caractéristiques.

Cependant, on assiste actuellement à une petite révolution technologique puisque de plus en plus, les concepteurs de circuits visent les systèmes totalement intégrés. Les résonateurs diélectriques cèdent petit à petit leurs places à de nouveaux circuits développés dans le cadre des activités portant sur les MEMS (Micro Electro Mechanical System).

Il existe cependant certaines applications où les caractéristiques des résonateurs diélectriques sont indispensables et n'ont pas encore trouvé de remplaçant. Un de ces domaines est la métrologie où les performances des systèmes sont largement prioritaire vis à vis de l'encombrement. Les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse s'inscrivent dans ce but.

En effet, lorsqu'il s'agit de réaliser des références de temps – fréquence, il est indispensable de concevoir des sources microondes à très haute pureté spectrale et de très grande stabilité. Ces caractéristiques sont étroitement liées à l'élément résonant. Dans le

domaine des microondes, la solution la plus performante consiste à utiliser un résonateur diélectrique.

Les structures utilisant des modes conventionnels de résonateurs diélectriques (modes Transverse Electrique (TE) et Transverse Magnétique (TM)), offrent une meilleure isolation en fréquence que les modes de Galerie. Cependant sous leurs formes conventionnelles, ces résonateurs présentent des facteurs de qualité limités par les pertes métalliques du blindage et du diélectrique. La solution que nous avons mise en place consiste à utiliser des inserts de diélectrique qui jouent le rôle de réflecteurs de Bragg. Ils permettent de diminuer la densité d'énergie magnétique sur les parois métalliques tout en concentrant l'énergie électrique dans l'air. Ces propriétés se répercutent très favorablement sur les facteurs de qualité des dispositifs.

Nous avons utilisé le monocristal de saphir qui est la forme cristalline de l'alumine  $\text{Al}_2\text{O}_3$  ultra pure, avec seulement 10 ppm de résidus d'ions métallique.

Les caractéristiques intrinsèques des cristaux varient en fonction de la température et de son environnement selon les axes parallèle et perpendiculaire. Typiquement, à température ambiante  $T = 300\text{K}$ , nous obtenons les valeurs suivantes :

Pour du saphir :

$$\varepsilon_r = 9,398 \quad \varepsilon_z = 11,591 \quad \tan \delta_{//} = 5,442e^{-6} \quad \tan \delta_{\perp} = 8,708e^{-6}$$

D'une manière générale, les permittivités et les perméabilités des matériaux utilisés, sont représentés par des tenseurs:

$$\left\{ T_{\varepsilon, \mu} \right\} = \left\{ \begin{array}{cc} \varepsilon_r & 0 \\ \varepsilon_{\theta} & \\ 0 & \varepsilon_z \end{array} \right\}, \left\{ \begin{array}{cc} \mu_r & 0 \\ \mu_{\theta} & \\ 0 & \mu_z \end{array} \right\}$$

Les permittivités et perméabilités suivant les orientations r et  $\theta$ , sont par géométrie, perpendiculaire à l'axe c du cristal. Nous noterons donc  $\varepsilon_r$  et  $\varepsilon_{\theta}$  par  $\varepsilon_{\perp}$ , de même  $\mu_r$  et  $\mu_{\theta}$  seront représentés par  $\mu_{\perp}$ . Les permittivités et perméabilités suivant z sont parallèles à l'axe du cristal, et seront notées  $\varepsilon_{//}$  et  $\mu_{//}$ .

Le saphir possède un module d'élasticité longitudinal ou module d'Young, très élevé (420 000 Mpa), ce qui limite la susceptibilité aux inclinaisons et aux vibrations. Ce matériau

---

est ainsi classé dans les matériaux dit rigide. Sa grande dureté, presque équivalente à celle du diamant, permet d'obtenir une structure mécanique stable. Il est aussi reconnu pour avoir une capacité thermique faible, une forte conduction thermique et un faible coefficient de dilatation. Il a été choisi aussi pour ses performances intrinsèques comme par exemple une faible tangente de pertes à température ambiante et cryogénique, ce qui permet d'atteindre de très forts coefficients de qualité. Cependant, les variations de sa permittivité en fonction de la température ne permettent pas d'atteindre de très bonnes stabilités en fréquences. Il est alors possible de combiner plusieurs types de cristaux dont les propriétés sont différentes. Par exemple, le résonateur saphir – rutile dont les dépendances en température des deux matériaux sont opposés, permet d'obtenir une compensation.

Le rubis est également intéressant pour ses caractéristiques paramagnétiques ainsi que ses performances à température cryogénique [15-21].

## II Résonateurs à Modes de Galerie.

A la fin du 19<sup>e</sup> siècle, début du 20<sup>e</sup> siècle, Lord John William Strutt Rayleigh montrait la propagation d'ondes sonores de faible niveau à l'aide de notes de musique, le long des parois de la cathédrale Saint Paul à Londres. Cela mettait ainsi en évidence, la propagation d'ondes sur des modes d'ordre élevé, que l'on appellera mode quasi transverse ou que l'on nommera simplement modes de galerie (*WG : Whispering Gallery*). Il établit le phénomène de propagation de ces modes dans sa publication "The problem of Whispering Gallery" [2].

Par la suite, il a étudié théoriquement les principes et les analyses mathématiques permettant de résoudre la résonance de la structure, ce qui est aujourd'hui, la base de la résolution théorique des modes de Galerie. Cette analyse est encore utilisée pour montrer qu'une pièce de diélectrique concentre les champs électromagnétiques dans un volume.

### II.1 Cristal de forme cylindrique.

Le résonateur à modes de galerie de forme cylindrique, est la topologie la plus répandue des résonateurs diélectriques. Il est souvent employé pour déterminer les propriétés intrinsèques d'un matériau ou pour être l'élément résonant d'un oscillateur à température cryogénique (4K, 50K, 77K) [4-13].

Dans le cas d'un cristal de saphir, les performances dépendent fortement de la température. Les résultats de ce type de résonance sont largement supérieurs à température cryogénique qu'à température ambiante. L'ordre de grandeur du facteur de qualité est aux alentours de 250 000 à  $T = 300\text{K}$  alors qu'il est de quelques millions à  $T = 77\text{K}$  et peut atteindre 1 milliard à  $T = 4,2\text{K}$ .

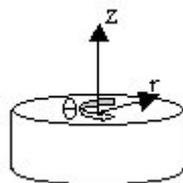


Figure 1 : Résonateur diélectrique cylindrique

## II.2 Résonateur de forme sphérique.

Le mode de galerie dans un résonateur diélectrique Sphérique est une topologie de résonateur atypique et coûteuse [14]. Elle permet de pouvoir utiliser l'orthogonalité des modes plus facilement. En théorie, la dégénérescence des modes de galerie donne plusieurs configurations de champs orthogonaux coexistant dans le résonateur pour la même fréquence de résonance. Il est aussi envisageable d'opérer avec deux excitations pour fonctionner à deux fréquences différentes [15].

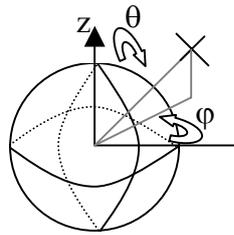


Figure 2 : Résonateur diélectrique sphérique

Cependant pour un résonateur sphérique, le facteur de qualité à vide est moins important que pour une forme cylindrique. Il présente également une mauvaise stabilité mécanique, élément très important pour se placer dans un système oscillant, et enfin ces résonateurs sont plus difficiles à coupler avec le système extérieur.

Ce type de structure a toutefois été développé pour un oscillateur bi-mode qui utilise deux différents modes électromagnétiques orthogonaux (Chapitre VI).

## II.3 Les différents types de modes

Les modes de galerie sont des modes particuliers issus des modes dits quasi transverse électrique (quasi TE) et quasi transverse magnétique (quasi TM), de la famille des modes électromagnétiques hybrides (HEM).

La dénomination de modes de galerie a pour but de simplifier la désignation des modes et donner plus rapidement une idée de la forme des champs.

Il existe deux familles de modes de Galerie. Les modes de galerie quasi transverses électriques, que l'on appelle WGE, dont le champ magnétique est principalement axial et le champ électrique principalement radial. Les modes quasi transverses magnétiques, que l'on appelle WGH, sont duaux par rapport aux précédents, c'est à dire que le champ électrique est essentiellement axial alors que le champ magnétique est principalement radial.

Dans certains ouvrages, pour classifier ces modes, il peut apparaître les dénominations E-mode pour un mode WGH et H-mode pour un mode WGE. Ce qui signifie que soit la composante  $E_z$  est utilisée pour résoudre le problème pour un mode WGH, soit la composante  $H_z$  est utilisée pour la résolution d'un mode WGE.

La dénomination standard, que nous utiliserons dans cette thèse, détermine les modes de galerie WGE et WGH de la manière suivante :

$$\text{WGE}_{n,m,l} \text{ et } \text{WGH}_{n,m,l}$$

Où

$n$  : Nombre de variations azimutales

$m$  : Nombre de variations radiales

$l$  : Nombre de variations axiales

Dans le cas où  $n = 0$ , c'est-à-dire, avec aucune variation azimutale, nous obtenons un cas de mode transverse électrique (TE) ou magnétique pur (TM).

Le mode transverse électrique pur peut se décomposer de la façon suivante, dans un repère  $\mathfrak{R} \left( 0, \vec{e}_\theta, \vec{e}_r, \vec{e}_z \right)$

$$\vec{E} = E_\theta \vec{e}_\theta$$

$$\vec{H} = H_r \vec{e}_r + H_z \vec{e}_z$$

Alors que pour le mode transverse magnétique l'on obtient:

$$\vec{H} = H_\theta \vec{e}_\theta$$

$$\vec{E} = E_r \vec{e}_r + E_z \vec{e}_z$$

Pour les modes de galerie WGE et WGH, il n'y a aucune différence puisqu'ils possèdent leurs six composantes dans le repère précédent  $\mathfrak{R}$ .

$$\vec{E} = E_\theta \vec{e}_\theta + E_r \vec{e}_r + E_z \vec{e}_z$$

$$\vec{H} = H_\theta \vec{e}_\theta + H_r \vec{e}_r + H_z \vec{e}_z$$

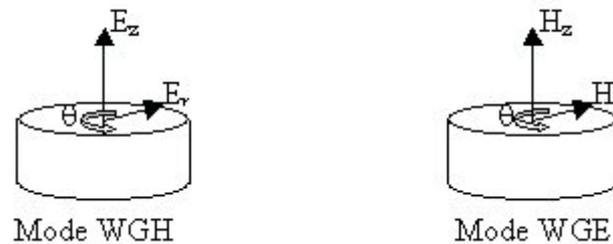


Figure 3 : Composantes principales

L'installation du mode de galerie est caractérisée par un confinement de l'énergie dans une région proche de la périphérie du résonateur, à l'interface diélectrique – air. Le champ électromagnétique oscille dans cette région, souvent dénommé caustique, dans toute la profondeur du cristal.

La définition du rayon de caustique peut être expliquée dans le domaine de l'optique par la théorie des rayons. Les rayons modaux sont totalement réfléchis à l'interface air - diélectrique et sont tangents à la caustique (figure 4). Par ce biais, les composantes électromagnétiques des modes de galerie sont quasi nulles au centre du cristal cylindrique.

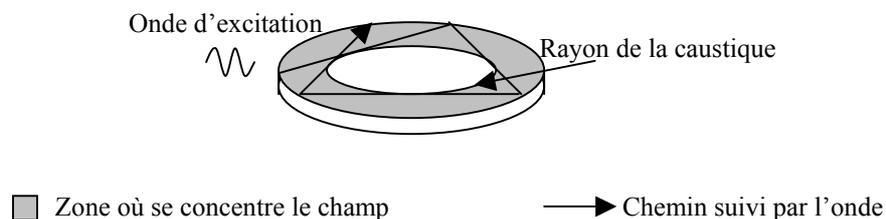


Figure 4 : Représentation de la caustique

Suivant l'axe  $z$  du résonateur correspondant à l'axe  $c$  du cristal, les modes de galerie se propagent avec une constante de propagation azimutale suivant l'angle  $\theta$ . D'où l'on en déduit que les modes de galerie ont leurs fréquences de résonances imposées par le rayon du résonateur ( $R$ ). De plus, le rayon de la caustique augmente avec le nombre de variations azimutales (figure 5).

Figure 5: Représentation d'un mode de galerie en fonction du nombre de variations azimutales  $n$ .

Il est aussi intéressant de noter qu'il existe une autre forme de notation dans la littérature pour désigner les modes de galerie par leurs symétries (S-modes) et anti-symétries (N-modes) des modes. Elle est utilisée plus particulièrement pour des matériaux fortement anisotropes. Le plan de symétrie ou d'anti-symétrie est défini par le plan  $\wp \left( \begin{matrix} \vec{e}_r \\ \vec{e}_\theta \end{matrix} \right)$  à  $z = 0$ .

Pour un mode symétrique (S-modes), le plan  $\wp$  sera vu comme un mur magnétique ou court circuit magnétique (CCM) et pour un mode anti-symétrique, le plan  $\wp$  sera vu comme un mur électrique ou court circuit électrique (CCE). Cependant cette notation est rarement utilisée.

L'excitation de ces modes de galerie, utilise le même principe que celle des modes transverses électriques ou magnétiques conventionnels purs. C'est-à-dire, soit avec une sonde coaxiale droite dite sonde électrique, soit avec une sonde en forme de boucle appelée sonde magnétique (figure 5). Pour l'excitation d'un résonateur de forme cylindrique, il existe aussi un autre degré de liberté par la position angulaire  $\theta$  de la sonde. Pour l'excitation d'un résonateur sphérique, les positions angulaires  $\theta$  et  $\varphi$ , donnent deux degrés de liberté.

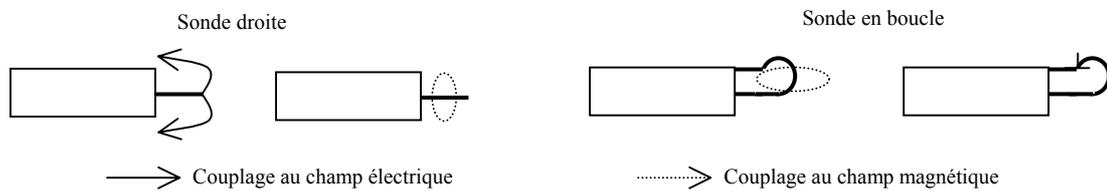


Figure 6 : Représentation des différentes sondes de couplage

### III Les résonateurs à Effet Bragg

L'effet Bragg utilisé pour les résonateurs diélectriques est dérivé de la loi sur la diffraction des rayons X par les atomes des cristaux. Cette théorie a été mise au point par l'Australien William Lawrence Bragg, en 1912.

C'est sur cette base que nous étudierons des réflecteurs dits de Bragg. Le dit réflecteur est défini par la combinaison d'une couche de diélectrique et d'une couche d'air.

Ces réflecteurs permettent de confiner l'énergie dans un volume d'air et donc de diminuer les pertes métalliques sur les parois de la couche et les pertes diélectriques dans le matériau [23-24].

Par rapport aux modes de Galerie, l'effet Bragg utilise des modes conventionnels de cavité, c'est-à-dire, les modes transverses électriques ou les modes transverses magnétiques.

Dans notre cas, nous étudierons plus en profondeur l'effet Bragg sur un mode transverse électrique à zéro variation azimutale ( $TE_{0ml}$ ).

Avec

$m$  : Le nombre de variations radiales

$l$  : Le nombre de variations axiales

La fréquence de résonance d'une structure à Effet Bragg est imposée par le volume délimité par les réflecteurs. Il est cependant possible de pouvoir additionner plusieurs réflecteurs afin d'augmenter les effets de réflexion multiple des ondes et de concentrer de ce fait plus d'énergie à l'intérieur de la zone d'espace libre. Cependant l'addition de réflecteur peut engendrer des difficultés d'assemblage ou d'excitation de modes.

#### III.1 Application à une structure cylindrique

Les réflecteurs de Bragg pour une structure cylindrique, sont de formes différentes, suivant les axes  $r$  et  $z$ . Un réflecteur radial sera défini, par un cylindre diélectrique évidé. Un réflecteur axial est défini par un disque plein de diélectrique. Cela nous donne la représentation suivante :

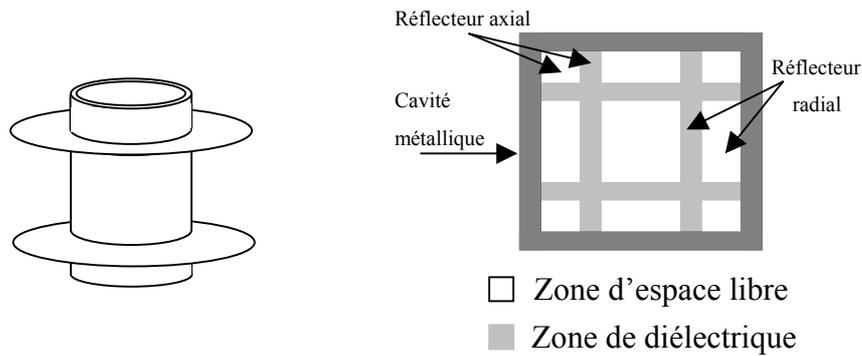


Figure 7 : Structure cylindrique à un réflecteur axial et radial

Plus l'on assemble des réflecteurs axiaux et/ou radiaux, plus les réflexions des ondes augmentent et plus la concentration de l'énergie des champs électromagnétiques au centre de la structure augmente. Le champ électromagnétique se trouve donc confiné dans la zone d'air centrale et permet ainsi d'augmenter le facteur de qualité de la structure.

Les valeurs suivantes permettent de donner une idée de l'ordre de grandeur d'une structure utilisant l'effet Bragg à température ambiante ( $T = 300\text{K}$ ). Trois réflecteurs radiaux et axiaux de saphir, conduisent à un facteur de qualité à vide de 1,3 millions à 10 GHz alors qu'une structure à un seul réflecteur axial et radial, donne un facteur de qualité à vide de 300 000 à 10 GHz.

### III.2 Pour une structure sphérique

Il n'y a cette fois-ci, qu'un seul type de réflecteur, défini par une sphère diélectrique évidée. L'étude n'a pas été menée comme précédemment dans le cas de plusieurs réflecteurs de Bragg sphériques pour un souci de fabrication et d'assemblage.

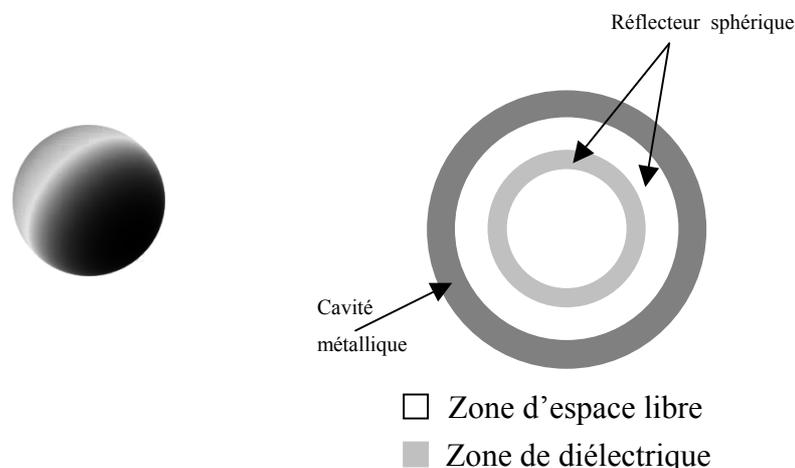


Figure 8 : Structure sphérique à un réflecteur

---

Cependant, l'idée d'examiner la sphère à multicouches de Bragg, reste un travail qui sera effectué dans un futur proche et promet de donner de meilleurs résultats que ceux de la structure à Effet de Bragg cylindrique.

A titre comparatif, à température ambiante ( $T = 300\text{K}$ ), la structure à un réflecteur sphérique réalisée en téflon ( $\epsilon_r=2,06$   $\tan \delta = 3,9*10^{-4}$ ), a donné un facteur de qualité de 25 000 à 13,86 GHz. Soit en faisant une proportion par rapport au diélectrique saphir, on obtiendrait un facteur de qualité de 260 000.

---

## IV Conclusion

Les travaux exposés dans ce chapitre sont dédiés à l'étude des performances des résonateurs de forme et de caractéristiques différentes, modes conventionnels (TE, TM).

Ces résonateurs diélectriques sont destinés à des applications diverses comme par exemple dans des oscillateurs et des dispositifs de filtrage. Mais, ils visent surtout des applications dans les systèmes de test de la physique fondamentale.

Nous avons donc décrit les différents types de résonateurs diélectriques, leurs différentes topologies (résonateur plein ou évidé) ainsi que quelques ordres de grandeur des résultats que nous pouvons obtenir. Nous avons montré aussi quelques perspectives à court et long terme de recherches d'optimisation de ces résonateurs.

Nous nous sommes plus particulièrement intéressés aux résonateurs diélectriques cylindrique et sphérique ainsi qu'à l'excitation des modes de Galerie et modes conventionnels, pour présenter les intérêts et applications pour la suite des travaux effectués au cours du travail de thèse dans les prochains chapitres.

Une partie de l'étude des résonateurs diélectriques est destinée à fonctionner à température ambiante ( $T = 300\text{K}$ ) cela concerne essentiellement les résultats à Effet Bragg et l'autre partie qui s'intéresse aux résonateurs à modes de Galerie et sera appliqué aux températures cryogéniques ( $T = 4\text{K}$ ,  $50\text{K}$  ou  $77\text{K}$ ).

---

## V Bibliographie

- [1] – "Etude d'un résonateur diélectrique cylindre antenne. Application à la caractérisation des matériaux". Thèse du doctorat de l'université de Limoges, soutenue en Janvier 1999 par S. Fargeot.
- [2] – "The problem of Whispering Gallery", Lord Rayleigh, *Scientific papers 1912 (Cambridge University, Cambridge, England), Vol. 5, pp. 617-620.*
- [3] – "Whispering Gallery Dielectric Resonator Modes for W-Band Devices", D. Cros, P. Guillon, *IEEE-MTT 1990, Vol. 38, No 11, pp. 1667-1674*
- [4] – "Ultra High Q-factor cryogenic sapphire resonator", A.Mann, A. Luiten, D. Blair, *IEE Electronics Letters 1993, 29, pp. 879-881.*
- [5] – "Temperature compensated sapphire resonator for ultra-stable oscillator capability at temperature above 77K", G.J. Dick, D.G. Santiago, R.T. Wang, *IEEE-IFCS 1994, pp.421-432*
- [6] – "Study of whispering Gallery modes in anisotropic single-crystal dielectric resonators", J. Krupka, D. Cros, M. Aubourg, P. Guillon, *IEEE-MTT 1994, Vol. 41, pp. 56-61*
- [7] – "Conception de circuits planaires à modes de galerie des résonateurs diélectriques". Thèse du doctorat de l'université de Limoges, soutenue en Juillet 1997 par F. NIGON.
- [8] – "Complex permittivity measurements of extremely low loss dielectric materials using whispering gallery modes", J. Krupka, K. Derzakowski, A. Abramowicz, M.E. Tobar, R.G. Geyer, *IEEE-MTT Int. Micr. Sym. Digest (Denver)1997*
- [9] – "High-Q sapphire-rutile frequency temperature compensated microwave dielectric resonators", M.E Tobar, J. Krupka, J.G. Hartnett, E.N. Ivanov, R.A Woode, *IEEE-UFFC 1998, Vol. 45, No 3, pp. 830-836*
- [10] – "Room Temperature Measurement of the anisotropic loss tangent of sapphire using the whispering gallery mode technique", J.G. Hartnett, M.E. Tobar, E.N. Ivanov, J. Krupka, *IEEE-UFFC 2006, Vol. 53, No 1, pp. 34-38*

- 
- [11] – "Analyse et conception de résonateurs saphir à modes de galerie pour des applications de métrologie et de filtrage microondes". Thèse du doctorat de l'université de Limoges, soutenue en Juin 2001 par G. Duchiron.
- [12] – "Les résonateurs diélectriques: Application aux domaines optique et microondes". Thèse du doctorat de l'université de Limoges, soutenue en Novembre 2002 par O. Piquet.
- [13] – "Filtre millimétriques à résonateurs diélectriques sphériques". Thèse du doctorat de l'université de Limoges, soutenue en Juillet 1987 par A. Julien.
- [14] – "Proposal for a new Michelson-Morley experiment using a single mode whispering spherical mode resonator", M.E Tobar, J.D. Anstie, J.G. Hartnett, *Physics Letters* 2002, Vol. 300, pp. 33-39
- [15] – "The theory of electric and magnetic susceptibilities", J.H.V. Vleck, *Oxford, Clarendon Press* 1932
- [16] – "Observation of  $\text{Cr}^{4+}$  in  $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ ", R.H. Hoskins and B.H. Soffer, *Physical Review* 1964, 133, A490-493
- [17] – "Electron paramagnetic resonance : an introduction to transition group ions in crystals", J.W. Orton, *Iliffe, London* 1968
- [18] – "Frequency-Temperature compensation in  $\text{Ti}^{3+}$  and  $\text{Ti}^{4+}$  doped sapphire whispering gallery mode resonators", J.G. Hartnett, M.E. Tobar, A.G. Mann, E.N. Ivanov, J. Krupka, R.G. Geyer, *IEEE-UFFC* 1999, Vol. 46, No 4
- [19] – "Complex paramagnetic susceptibility in Titanium-doped sapphire at microwave frequencies", J.G. Hartnett, M.E. Tobar, J. Krupka, *Journal of Physics D: Applied physics* 2001, 34, pp.959-967
- [20] – "Influence of paramagnetic chromium ions crystalline YAG microwave frequencies", J.G. Hartnett, A.N. Luiten, J. Krupka, M.E. Tobar, P. Bilski, *Journal of Physics D: Applied physics* 2002, 35, pp.1459-1466

---

[21] – "Proposal for a new test of the time independence of the fine structure constant  $\alpha$  using orthogonality polarized whispering gallery modes in a single sapphire", M.E. Tobar, J.G. Hartnett, *Physical Review D: Applied Physics* 2003, 67, 062001

[22] – "High Q TE stabilized sapphire microwave resonators for low noise applications", M.E. Tobar, A.J. Giles, S. Edwards, J. Searls, *IEEE-UFFC* 1994, 41, pp. 391-6

[23] – "High Performance distributed Bragg reflector microwave resonator", C.A. FLORY, R.C. TABER, *IEEE-UFFC* 1997, 44, pp. 486-495

[24] – "Microwave oscillators incorporating high performance distributed Bragg reflector microwave resonator", C.A. FLORY, H.L. KO, *IEEE-UFFC* 1998, 45, pp. 824-829



**CHAPITRE III**

**Résonateur Sphérique à**

**Effet Bragg**



# I Introduction

Dans le domaine des fréquences microondes, l'effet Bragg pour une structure sphérique n'a, jusqu'à ce jour, jamais été étudié et réalisé. C'est un nouveau concept que nous avons cherché à mettre en place pour connaître les potentialités d'une telle structure.

L'objectif de l'utilisation de l'effet Bragg est de concentrer l'énergie à l'intérieur de la structure dans une zone à faibles pertes. Ce qui, de ce fait, permet de réduire les pertes métalliques et diélectriques et par conséquent augmenter le facteur de qualité à vide . [1-7]

Nous commençons par étudier une sphère à réflecteurs de Bragg sphériques, pour se ramener à un cas simple, à une dimension. [8-9]

L'étude consiste à trouver comme pour une structure cylindrique à Effet Bragg, (chapitre IV), un système d'équations à résoudre simultanément pour définir les dimensions du résonateur sphérique supportant un mode conventionnel transverse électrique pur (TE).

Nous verrons que l'optimisation de la structure effectuée par la méthode des éléments finis (MEF), et par celle des « Mode-Matching », ont conclu à des résultats encourageant. Ils laissent présager que le facteur de qualité d'un résonateur sphérique sur le mode TE devrait être beaucoup plus important que celui obtenu avec une structure cylindrique.

Nous avons ensuite cherché à généraliser la méthode pour une structure de Bragg sphérique multicouches. Le système de Bragg sphérique à n-couches n'est resté qu'à l'état d'étude théorique. Cependant l'expérimentation ne devrait pas tarder à être effectuée.

Pour finir, nous présenterons les résultats expérimentaux que nous avons obtenus avec une structure à effet Bragg sphérique composée d'un seul réflecteur. Pour des raisons de coûts, celui-ci est réalisé en téflon afin de mettre en évidence le principe de l'effet Bragg sphérique.

Une extrapolation des résultats permettra d'évaluer ce que l'on pourrait obtenir pour une structure en saphir et de faire une comparaison avec une structure en saphir cylindrique.

---

Par la suite, nous présenterons la réalisation de deux structures à un réflecteur de Bragg sphérique utilisant du Quartz et du YAG. Nous déterminerons leur coefficient en température afin d'en déduire leur stabilité en température. Une perspective de ce travail sera alors d'envisager une association avec deux matériaux diélectriques de TCP (Temperature Coefficient of Permittivity) opposés dans le but de concevoir un résonateur diélectrique compensé en température [10-11].

## II Résonateur à effet Bragg à un réflecteur sphérique.

Dans cette étude de recherche d'un réflecteur de Bragg sphérique, nous avons travaillé sur plusieurs systèmes d'équations afin de déterminer un modèle simplifié pour obtenir rapidement les dimensions de la structure. Nous étudierons seulement le cas du mode fondamental établi dans la cavité, c'est-à-dire le mode  $TE_{10p}$ . Dans le repère  $\mathfrak{R}(\vec{0}, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_r)$ , ce mode est sans variation suivant  $\varphi$ , alors que  $p$  représente les variations du champ dans la direction radiale et 1 signifie que l'on considère une variation azimutale suivant  $\theta$ . Cette dernière condition est imposée par le fait que l'étude se fait dans une cavité sphérique métallique fermée.

Tout d'abord, nous supposons que la séparation des variables est valable dans le système de coordonnées sphériques  $\mathfrak{R}(\vec{0}, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_r)$ . Il est important de noter que les hypothèses faites précédemment pour définir les bases du modèle simplifié que nous cherchons à établir, ne permettront pas de tenir compte des effets dus aux modes s'installant dans le diélectrique du réflecteur de Bragg.

La forme générale de la composante suivant  $\varphi$  du champ électrique d'un mode  $TE_{n,m,p}$  dans un repère sphérique est de la forme suivante:

$$E_\varphi = A J_{n+\frac{1}{2}}(k_r r) P_n^m(\cos\theta \cos m\varphi) \quad (1)$$

$J_{n+\frac{1}{2}}$  : Fonction de Bessel sphérique d'ordre  $n$

Dans le cas du mode  $TE_{1,0,p}$ , cette expression se réduit à

$$E_\varphi = A J_{\frac{3}{2}}(k_r r) P_1^0(\cos\theta) \quad (2)$$

Avec:  $P_n^m$  : Fonction de Legendre

Si  $n = 0$  alors la fonction de Bessel est  $J_{\frac{1}{2}}$

## II.1 Calcul des dimensions du résonateur

Si l'on considère la direction radiale du résonateur, les variations de la composante  $E_\varphi$  du mode  $TE_{101}$ , sont régies par la fonction de Bessel d'ordre 1,  $J_{3/2}$ .

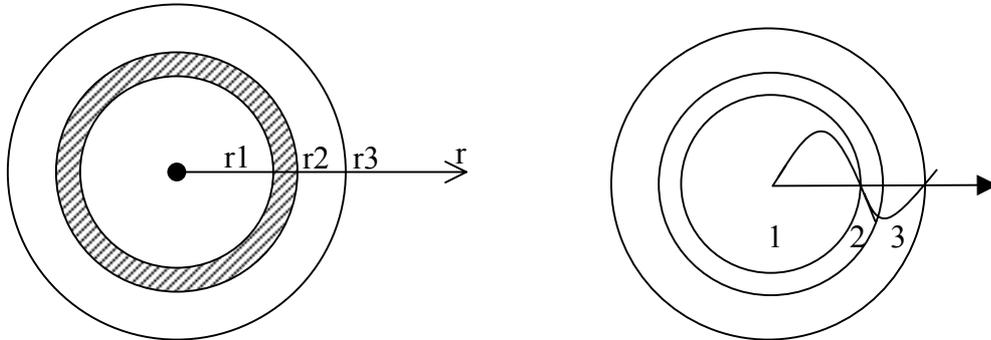


Figure 1 : Représentation d'une structure sphérique à un réflecteur de Bragg

Pour obtenir l'effet Bragg, certaines conditions sur les variations de  $E_\varphi$  suivant  $r$  doivent être respectées.

En  $r = r_1$  et  $r = r_3$  la composante  $E_\varphi$  doit satisfaire  $E_\varphi = 0$ , soit

$$J_{3/2}(k_{r1}) = J_{3/2}(k_{r3}) = 0 \quad (3)$$

De la même manière, pour qu'une demi-alternance s'installe dans le diélectrique nous devons avoir :

$$\text{En } r = r_2 : \quad E_\varphi = E_{\varphi\max} \quad \text{soit } \left. \frac{\partial J_{3/2}(k_r r)}{\partial r} \right|_{r=r_2} = 0 \quad (4)$$

La variation de la composante  $E_\varphi$  suivant  $r$  aura donc, dans le cas d'un seul réflecteur, la forme suivante:

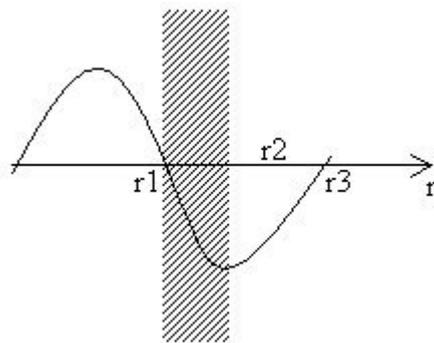


Figure 2 : Représentation de la propagation de l'onde suivant  $r$

Cela impose donc le nombre d'alternance suivant  $r$  et fixe la valeur de  $p$  (variation radiale) à 2. Le mode étudié est donc le mode  $TE_{102}$ . Enfin, avant de résoudre les expressions (3) et (4), il est utile de rappeler que la constante de propagation radiale  $k_{r_i}$ , définie dans les différents milieux  $i$ , est aussi égale à la relation suivante :

$$k_r = k_o \sqrt{\varepsilon_i} \quad (5)$$

où  $k_o$  : constante de propagation du vide

$\varepsilon_i$  : Permittivité relative du milieu  $i$ .

La résolution des équations (3) et (4) impose la forme de la composante du champ  $E_p$ , représentée sur la figure 3:

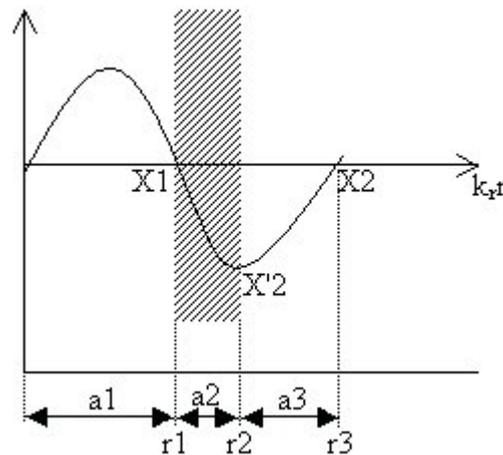


Figure 3 : Dimensions d'une structure à une couche

Où  $X_i$  et  $X'_i$  représentent respectivement les zéros de la fonction de Bessel sphérique d'ordre 1,  $J_{3/2}(k_r r)$ , et de sa dérivée  $\frac{\partial J_{3/2}(k_r r)}{\partial r}$ .

A l'interface de deux régions dont les constantes de propagation sont différentes, il doit y avoir continuité de la composante du champ.

Il est évident d'en déduire:

$$\left\{ \begin{array}{l} k_n r_1 = k_o \sqrt{\varepsilon_1} a_1 = \chi_1 \quad \text{soit} \quad a_1 = \frac{\chi_1}{\sqrt{\varepsilon_1} k_o} \quad (6a) \\ k_r a_2 = k_o \sqrt{\varepsilon_2} r_2 = \chi_2 - \chi_1 \quad \text{soit} \quad a_2 = \frac{\chi_2 - \chi_1}{\sqrt{\varepsilon_2} k_o} \quad (6b) \\ k_r a_3 = k_o \sqrt{\varepsilon_3} a_3 = \chi_2 - \chi_2' \quad \text{soit} \quad a_3 = \frac{\chi_2 - \chi_2'}{\sqrt{\varepsilon_3} k_o} \quad (6c) \end{array} \right.$$

Les différents rayons de la structure sont donc donnés par:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1 = a_1 = \frac{\chi_1}{\sqrt{\varepsilon_1} k_o} \quad (7a) \\ r_2 = a_1 + a_2 = \frac{\chi_1}{\sqrt{\varepsilon_1} k_o} + \frac{\chi_2 - \chi_1}{\sqrt{\varepsilon_2} k_o} \quad (7b) \\ r_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \frac{\chi_1}{\sqrt{\varepsilon_1} k_o} + \frac{\chi_2 - \chi_1}{\sqrt{\varepsilon_2} k_o} + \frac{\chi_2 - \chi_2'}{k_o \sqrt{\varepsilon_3}} \quad (7c) \end{array} \right.$$

Pour une fréquence  $F_o$  donnée, la valeur de  $k_o$  est fixée et les dimensions du dispositif sont déterminées.

Par exemple, si nous choisissons comme matériau du téflon pour le milieu 2, dont la permittivité  $\varepsilon_r$  à température ambiante est de l'ordre de 2,06 [14], et de l'air pour les milieux 1 et 3 ; la fréquence de travail est de 13,855 GHz. Nous obtenons alors les dimensions suivantes :

$$r_1 = 15,47 \text{ mm}$$

$$r_2 = 19,16 \text{ mm}$$

$$r_3 = 25 \text{ mm}$$

Par la suite, nous avons simulé cette structure de Bragg avec le logiciel de la méthode des éléments finis afin de vérifier la méthode d'analyse du modèle simplifié ci-dessus.

Nous obtenons alors la fréquence de résonance de 13,8565 GHz pour le mode  $TE_{102}$ , qui est très proche de la valeur fixée.

## II.2 Facteur de qualité

### II.2.1 Approche de l'analyse

Pour bien mettre en évidence le rôle de l'effet Bragg sur la valeur du facteur de qualité, il est utile de décomposer celui-ci suivant les différents types de pertes.

D'une manière générale, le facteur de qualité à vide dans le dispositif peut s'écrire :

$$Q_o = \frac{1}{\frac{1}{Q_m} + \frac{1}{Q_{diel}}} \quad (8a)$$

$$Q_o^{-1} = Q_{diel}^{-1} + Q_{met}^{-1} \quad (8b)$$

avec :  $Q_{diel}$  : facteur de qualité dû aux pertes diélectrique

$Q_{met}$  : Facteur de qualité dû aux pertes métalliques.

La définition générale du facteur de qualité peut être explicitement obtenue par:

$$Q_{diel}^{-1} = p_{e_{diel}} \tan \delta = \frac{\iiint_{\text{Volume diélectrique couche } i} \varepsilon_i |E|^2 dV}{\iiint_{\text{Volume total}} \varepsilon(v) |E|^2 dV} * \tan \delta \quad (9)$$

Où  $\tan \delta$  est la tangente de pertes du ou des matériau(x) diélectrique(s) définit par :

$$\tan \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \text{ lorsque } \varepsilon_r = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (10)$$

$p_{e_{diel}}$  est le facteur de remplissage de l'énergie électrique dans le diélectrique considéré.

$$Q_m = \frac{G}{R_s} = \omega \frac{\iiint_{\text{Volume total}} \mu_o |H|^2 dV}{\iint_{\text{Surface}} |H_r| dS} * \frac{1}{R_s} \quad (11)$$

Où  $G$  est le facteur de géométrie qui définit la densité d'énergie appliquée sur les parois métalliques, et  $R_s$  est la résistance de surface du métal.

$$R_s = \frac{1}{\sigma \delta} \quad (12)$$

avec :  $\delta$  : L'épaisseur de peau  
 $\sigma$  : La conductivité du métal

La définition de l'épaisseur de peau est la suivante:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma}} \quad (13)$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide

Le facteur de qualité à vide peut alors s'écrire:

$$Q_o^{-1} = p e_{diel} \tan \delta + R_s \frac{1}{G} \quad (14)$$

Dans le cas du résonateur sphérique à effet Bragg, cette relation peut être décomposée suivant les trois milieux diélectriques.

Soit:

$$Q_o^{-1} = p e_{diel1} \tan \delta_1 + p e_{diel2} \tan \delta_2 + p e_{diel3} \tan \delta_3 + R_s \frac{1}{G} \quad (15)$$

avec: diel<sub>1</sub> zone où  $r < r_1$

diel<sub>2</sub> zone où  $r_1 < r < r_2$

diel<sub>3</sub> zone où  $r_2 < r < r_3$

Le rôle de l'effet Bragg est de concentrer l'énergie dans le milieu diélectrique 1 et de réduire les pertes métalliques. Les critères d'appréciation de cet effet seront alors:

$$P_{e\text{diel } 1} \gg P_{e\text{diel } 2} + P_{e\text{diel } 3}$$

G très élevé

Le cas idéal correspond à:

G tendant vers l'infini

$$P_{e\text{diel } 1} = 1 \text{ (soit } P_{e\text{diel } 2} + P_{e\text{diel } 3} = 0)$$

Et l'on obtient alors  $Q_0 = \frac{1}{\tan \delta_1}$ , soit pour de l'air dans le milieu 1,  $Q_0$  infini.

## II.2.2 Résultats théoriques

Pour l'exemple du résonateur de Bragg sphérique avec un réflecteur en téflon donné dans le paragraphe 1, nous obtenons les caractéristiques suivantes grâce au logiciel des éléments finis:

$$\begin{cases} P_{e\text{diel } 1} = 0,6942 \\ P_{e\text{diel } 2} = 0,1684 \\ P_{e\text{diel } 3} = 0,1374 \\ G = 2531 \end{cases}$$

On constate tout d'abord que le critère d'appréciation de l'Effet Bragg est moyennement respecté puisque  $P_{e\text{diel } 1}$  est élevé mais reste très inférieur à 1. Cela est dû à la faible valeur de la permittivité du téflon qui ne permet pas d'obtenir une réflexion totale sur le réflecteur.

La représentation du champ électrique dans la structure (figure 4) sert cependant à bien vérifier le confinement de l'énergie dans la partie centrale de la cavité.

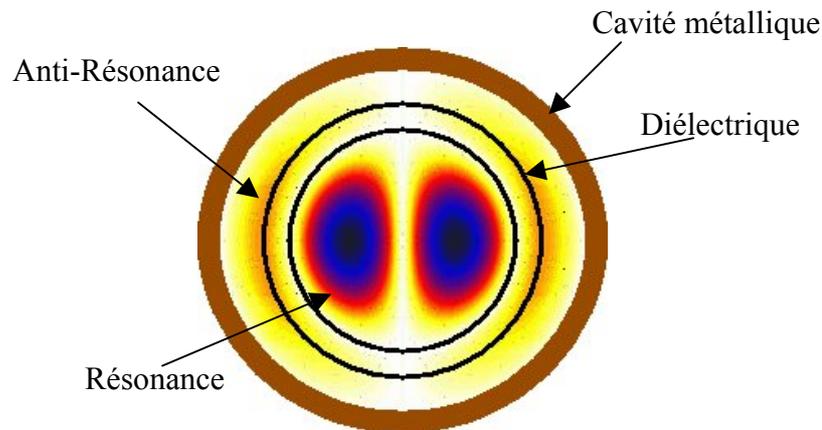


Figure 4 : Module de l'intensité de la composante du champ électrique  $E_{\phi}$

Le facteur de qualité, obtenu avec une tangente de pertes du téflon de  $3,9 \cdot 10^{-4}$  pour 13,8 GHz et une résistance de surface du métal de l'ordre de  $30 \text{ m}\Omega$ , est égale à 12 900.

A ce stade, il est intéressant de comparer ce résultat à ceux obtenus sur une cavité sphérique vide à une fréquence de 13,85 GHz, excité sur les modes  $TE_{101}$  et  $TE_{102}$ .

Pour cela, nous avons calculé pour chaque valeur de  $\epsilon_r$ , la valeur maximale de la tangente de pertes pour laquelle l'effet Bragg produit un effet positif sur le facteur de qualité par rapport à une cavité vide sur les modes  $TE_{101}$  et  $TE_{102}$ . Sur la figure 5, nous avons explicitement placé les points représentatifs de quelques échantillons de matériaux connus.

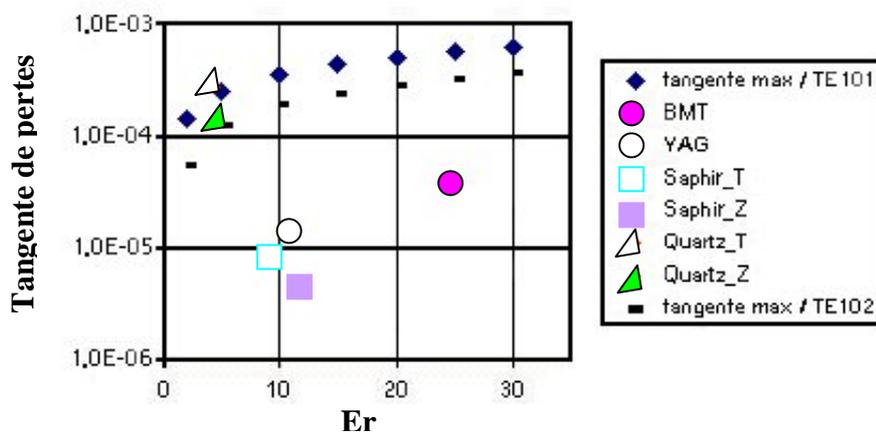


Figure 5: Limite sur la tangente de pertes à 13,85GHz pour obtenir un effet Bragg positif.

---

On constate que pour des valeurs de permittivités faibles, il est nécessaire d'avoir de très faibles tangentes de pertes, par exemple, le quartz est à la limite d'être intéressant pour l'utilisation dans une structure à effet Bragg à un réflecteur. Les autres matériaux sont, par contre, bien placés par rapport à cette limite.

### III Résonateur sphérique à Effet Bragg multicouche

La généralisation de l'Effet Bragg sphérique à n-réfecteur de Bragg peut être modélisée de la façon suivante:

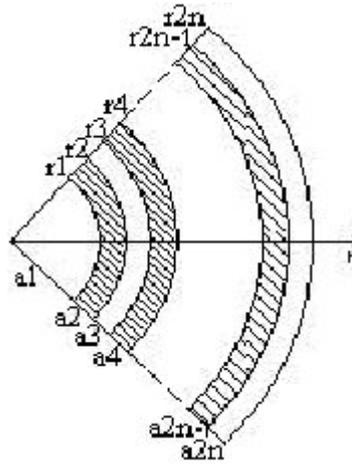


Figure 6: Représentation d'une portion de sphère à n réflecteurs.

Comme pour le calcul à un seul réflecteur, nous devons, pour expliquer l'Effet Bragg, avoir une alternance entière de la fonction de Bessel  $J_{n+1/2}(k_c r)$  dans la première zone, puis une demi - alternance dans les zones suivantes (figure 7).

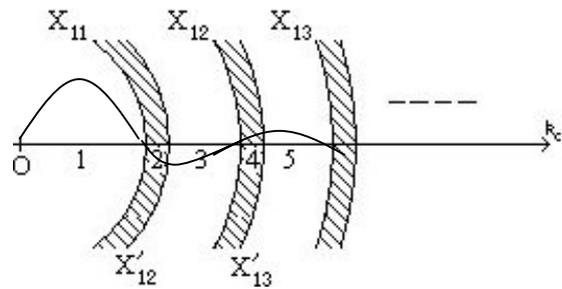


Figure 7: Représentation de la propagation de l'onde suivant r pour n-réflecteurs

Cela conduit donc à :

$$a_1 = \frac{\chi_{11}}{k_o \sqrt{\epsilon_{r_1}}} \quad (16a)$$

$$a_2 = \frac{\chi'_{12} - \chi_{11}}{k_o \sqrt{\epsilon_{r_2}}} \quad (16b)$$

$$a_3 = \frac{\chi_{12} - \chi'_{12}}{k_o \sqrt{\epsilon_{r_3}}} \quad (16c)$$

Nous pouvons ainsi calculer rapidement les dimensions de la structure pour une fréquence fixée.

## IV Mesures

A partir des simulations effectuées, nous avons réalisé un résonateur sphérique de Bragg avec un seul réflecteur en téflon afin de démontrer le principe du modèle simplifié. Le matériau choisi n'est pas un matériau de haute qualité, dans la mesure où la tangente de pertes et la permittivité pour un effet Bragg ne sont pas adaptées ; cela a été démontré et représenté sur la figure 5. Mais cela permet de construire à faible coût la structure.

La sphère en téflon a été réalisée à l'Université d'Australie Occidentale (UWA). La tolérance de l'usinage est de 0,05mm sur les dimensions précédemment calculées dans le paragraphe I.

Afin de pouvoir comparer les mesures aux calculs, il nous faut déterminer les pertes métalliques de la cavité et la tangente de pertes du diélectrique (ici, du téflon). Pour cette dernière, nous utiliserons une méthode de caractérisation basée sur les fréquences de résonance d'un résonateur excité sur ses modes de Galerie. Pour les pertes métalliques nous utiliserons les caractéristiques des fréquences de résonance de la cavité métallique sphérique vide.

### IV.1 Détermination de la résistance de surface de la cavité métallique

Nous disposons d'une cavité métallique sphérique de 5cm de diamètre. Il nous faut trouver un mode dont la fréquence de résonance est proche du mode de l'étude de la structure afin d'obtenir la résistance de surface correspondante de la cavité à la fréquence de travail de la structure.

Nous devons donc utiliser un mode de cavité, dont la fréquence de résonance soit proche de 13,855 GHz (valeur imposée), ou 13,8565 GHz (valeur simulée).

L'équation permettant de calculer la fréquence de résonance d'une cavité sphérique vide d'un mode  $TE_{nmp}$  est la suivante:

$$F_o = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_r}} \frac{\chi_{np}}{R} \quad (17)$$

où

- $c$  : célérité de la lumière dans le vide
- $X_{np}$  : racine  $p^{\text{ième}}$  de la fonction de Bessel sphérique d'ordre  $n$  ( $J_{n+1/2}$ ).
- $R$  : rayon de la cavité
- $\epsilon_r$  : Permittivité du matériau (ici  $\epsilon_r = 1$ )
- $m$  : dégénérescence ( $n$ 'intervient pas dans l'équation)

Le mode le plus proche de la fréquence de résonance de notre structure est le mode  $TE_{311}$  à  $F_0 = 13,33367$  GHz. Il est donc nécessaire de simuler la cavité vide avec le logiciel de la méthode des éléments finis afin d'obtenir le facteur de géométrie  $G$  de la cavité métallique sphérique [16].

Nous obtenons alors le facteur géométrique  $G$  suivant:

$$G = 1316,28$$

Lors de la mesure, afin que le facteur de qualité en charge soit équivalent au facteur de qualité à vide, nous avons très fortement découplé le mode aux accès de la cavité.

De cette manière, on peut écrire:

$$\frac{1}{Ql} = \frac{1}{Q_{ext}} + \frac{1}{Q_m} \quad \text{avec} \quad Q_{ext} \gg Q_m$$

soit

$$\frac{1}{Ql} = \frac{1}{Q_m}$$

Le dispositif couplé par des sondes coaxiales a permis d'obtenir sur l'analyseur de réseau vectoriel en mode de transmission, le paramètre  $[S_{21}]$  suivant (figure 8):

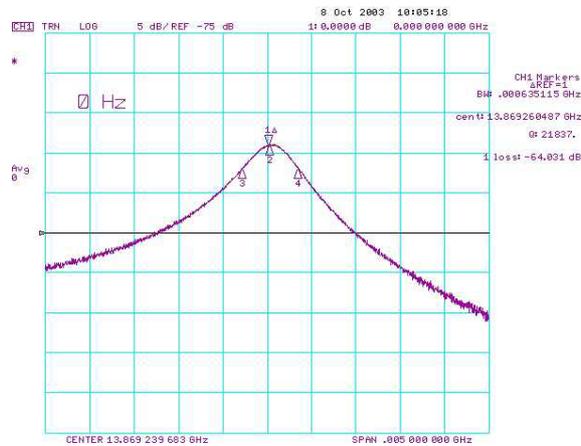


Figure 8 : Affichage du résultat obtenu à l'analyseur

Ce qui conduit au facteur de qualité à vide:

$$Q_0 = \frac{F_0}{\Delta F|_{3dB}} = 22\,000$$

Nous avons vu dans le paragraphe II, équation (11), la relation entre le facteur de qualité métallique (car seul les parois de la cavité vide sont sources de pertes), et la résistance de surface:

$$Q_0 = Q_m = \frac{G}{R_s} \quad \text{d'où} \quad R_s = \frac{G}{Q_0} = 0,0308\Omega \quad \text{soit } R_s = 30,8\text{m}\Omega$$

La résistance de surface étant proportionnelle à la racine carrée de la fréquence, il est alors simple de calculer cette impédance de surface à la fréquence désirée.

Cela nous emmène alors à l'expression suivante :

$$R_{s2} = R_{s1} * \sqrt{\frac{F_{o2}}{F_{o1}}}$$

Avec  $F_{o1} = 13,33367$  GHz,  $R_{s1} = 30,8$  mΩ et  $F_{o2} = 13,8565$  GHz, nous obtenons  $R_{s2} = 31,3941$  mΩ.

## IV.2 Détermination de la tangente de pertes du matériau diélectrique :

Il est très important de savoir mesurer les propriétés d'un matériau dont on a seulement un échantillon.

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer cette caractérisation et dans cette application, nous utiliserons la méthode des modes de Galerie. Pour cela, nous utiliserons une partie du cylindre de diélectrique utilisé pour réaliser la sphère en téflon.

Les dimensions de la structure étudiée sont les suivantes :

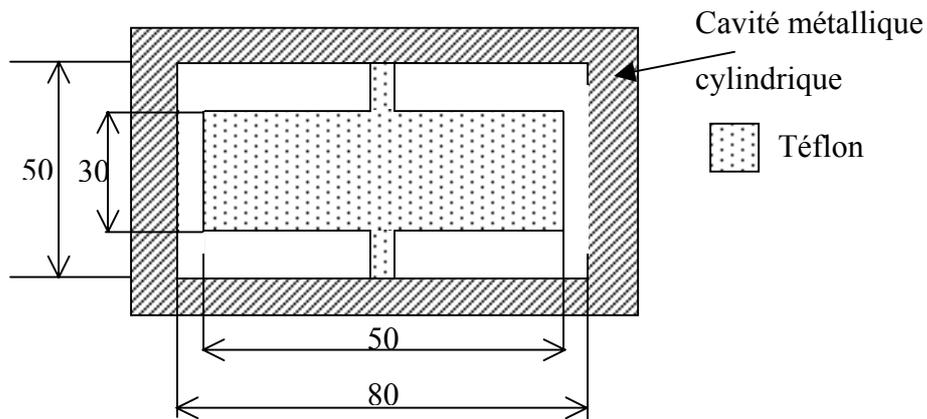


Figure 9 : Dimensions du dispositif de caractérisation

Grâce aux outils de simulations, il est très facile de rechercher la valeur de la permittivité pour que les fréquences de résonances théoriques et expérimentales coïncident. Dans notre cas, nous avons obtenu  $\epsilon_r = 2,06$ . L'expression du facteur de qualité à vide de ce dispositif peut s'écrire:

$$Q_o^{-1} = p e_{diel} \tan \delta + R_s \frac{1}{G}$$

$p e_{diel}$  et  $G$ , comme nous l'avons vu, peuvent être déterminés simplement à partir du logiciel de simulation. Il reste cependant deux inconnues,  $\tan \delta$  et  $R_s$ , pour une seule équation. Une mesure supplémentaire est donc nécessaire et nous avons choisi la mesure du facteur de qualité de la cavité vide.

Comme précédemment, à partir des logiciels de simulation il est alors possible de déterminer  $R_s$ . La première mesure de la cavité chargée permet ainsi de déterminer la valeur de la tangente de pertes du téflon.

Nous avons obtenu:

$$\tan \delta = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ à } 13,85 \text{ GHz}$$

Cependant le téflon étant un matériau dont les propriétés dérivent très peu en fonction de la fréquence, nous pourrions conserver ces valeurs pour nos applications.

### IV.3 Résultats de la mesure :

Maintenant que nous avons déterminé les différents paramètres de la structure à mesurer, il ne reste plus qu'à effectuer la mesure sur le dispositif final incluant la sphère diélectrique. Les données mesurées précédemment permettront de comparer les résultats théoriques et expérimentaux. Cependant, le seul problème est le maintien de la sphère au milieu de la cavité. Pour cela, nous avons utilisé du polystyrène en poussière, afin de positionner la sphère au centre de la cavité. Ce matériau est transparent à la fréquence de résonance.

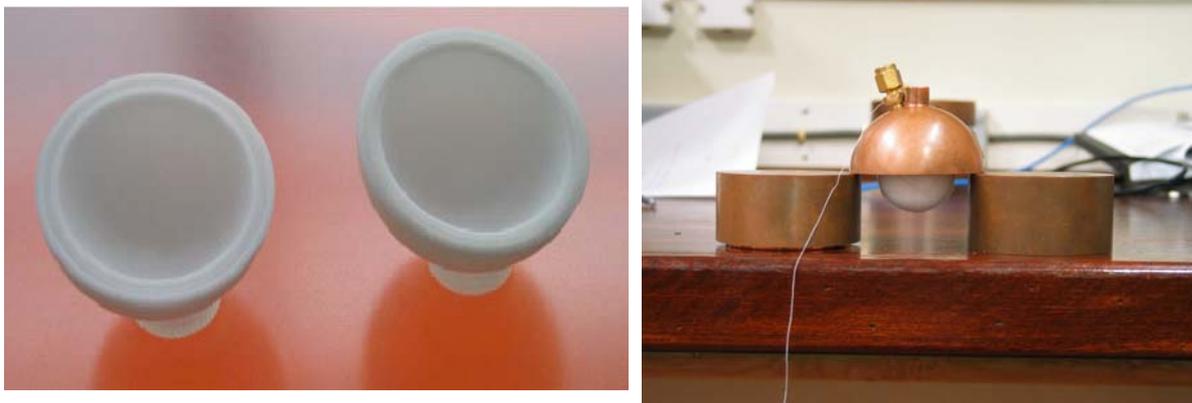


Figure 10 : Demi-sphères en téflon et structure lors de l'assemblage.

Nous avons effectué la première mesure du résonateur de Bragg sphérique en transmission afin d'obtenir la valeur du facteur de qualité à vide  $Q_0$ .

Nous obtenons un coefficient de qualité à vide de 22 000. Soit un résultat qui est 3,5 fois supérieur à limite de la tangente de pertes du matériau diélectrique.

Nous avons effectué des simulations supplémentaires avec le logiciel de la méthode des Éléments Finis à XLIM en faisant varier l'épaisseur du diélectrique de la sphère autour de la dimension définie par le modèle simplifié proposé au paragraphe II. Ces résultats sont présentés sur les figures 11 et 12.

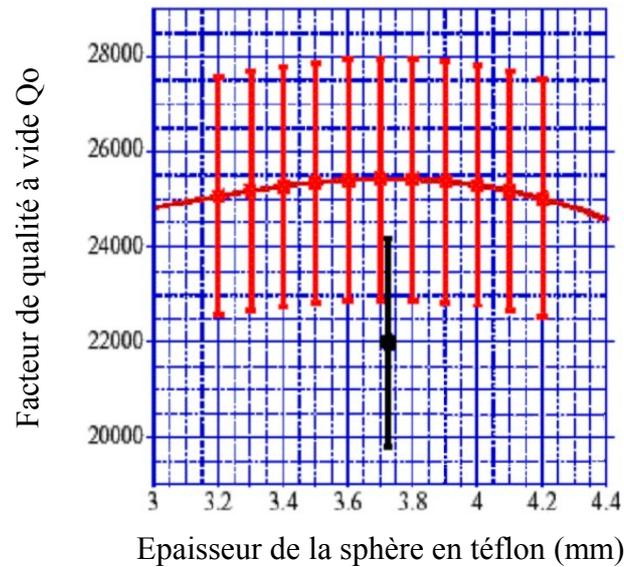


Figure 11 : Evolution du facteur de qualité en fonction de l'épaisseur du diélectrique

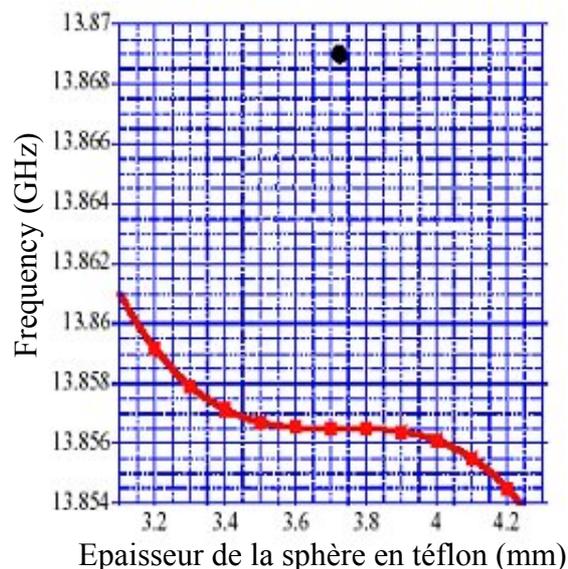


Figure 12 : Evolution de la fréquence en fonction de l'épaisseur du diélectrique

Nous pouvons vérifier que le facteur de qualité est optimisé pour cette épaisseur de 3,72 mm de diélectrique (téflon) mais les résultats de mesure sont proches de ceux donnés par la théorie (figure 11). Nous observons également un petit décalage en fréquence de 13MHz entre les fréquences théoriques et expérimentales (figure 12).

Dans un futur proche, une structure à  $n$  réflecteurs devrait être mise au point. Nous utiliserons la poussière de polystyrène pour maintenir les sphères qui seront assemblées comme des "poupées russes". De plus, dans le but d'optimiser le dispositif, il sera intéressant d'étudier s'il n'existe pas un rapport de combinaison linéaire des différents modes lors des réflexions multiples.

## V Dépendance de la structure en fonction de la température

En pratique, il est très important de concevoir des résonateurs stables en température afin, par exemple, d'intégrer le résonateur diélectrique dans un oscillateur [5, 10 - 11].

Une variation de température entraîne généralement un déplacement de la fréquence de résonance du mode excité dans le résonateur.

C'est la raison pour laquelle nous cherchons à déterminer le coefficient en température de la structure. Les paramètres majeurs de la caractérisation thermique d'une structure sont le coefficient en température du diélectrique et le facteur d'expansion thermique des parois de la cavité métallique [17-18].

### V.1 Stabilité en température :

Pour une structure à un seul réflecteur de Bragg sphérique, nous considérons les variations de permittivité et de dimensions, comme variation thermique effective induisant une variation sur la fréquence du mode. Nous appellerons le coefficient d'expansion thermique du métal  $\alpha_m$  et le coefficient thermique dû au diélectrique  $\alpha_{diel}$ .

La relation simple des variations relatives de la fréquence de résonance est la suivante:

$$\frac{\partial f}{f \partial T} = \frac{\partial f}{f \partial \epsilon_{diel}} \frac{\partial \epsilon_{diel}}{\partial T} + \frac{\partial f}{f \partial n} \frac{\partial n}{\partial T} + \frac{\partial f}{f \partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial T} + \frac{\partial f}{f \partial r_3} \frac{\partial r_3}{\partial T} \quad (18)$$

Afin de mettre  $\alpha_m$  et  $\alpha_d$  en évidence, nous effectuons quelques manipulations algébriques qui conduisent au résultat suivant:

$$\frac{\partial f}{f \partial T} = \frac{\partial f}{\partial \epsilon_{diel}} \frac{\epsilon_{diel}}{f} \frac{\partial \epsilon_{diel}}{\epsilon_{diel} \partial T} + \frac{\partial f}{\partial n} \frac{n}{f} \frac{\partial n}{n \partial T} + \frac{\partial f}{\partial r_2} \frac{r_2}{f} \frac{\partial r_2}{r_2 \partial T} + \frac{\partial f}{\partial r_3} \frac{r_3}{f} \frac{\partial r_3}{r_3 \partial T} \quad (19)$$

Nous simplifierons l'écriture de la façon suivante:

$$\tau_f = K_{f\epsilon} \tau_{diel} + K_{fd} \alpha_d + K_{fm} \alpha_m \quad (20)$$

avec  $\tau_f$  : coefficient de stabilité en température

$$\tau_f = \frac{\partial f}{f \partial T}$$

$K_{f\varepsilon}$  : coefficient en température de la variation de la fréquence de résonance par rapport à la permittivité.

$$K_{f\varepsilon} = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon^{diel}} \frac{\varepsilon^{diel}}{f}$$

$\tau_{diel}$  : Coefficient en température de la permittivité. Ce paramètre peut être déterminé avec la documentation technique du matériau.

$K_{fd}$  : Coefficient en température de la variation de la fréquence de résonance par rapport aux dimensions du diélectrique.

Si l'on considère que le coefficient expansion en température du matériau diélectrique est le même pour les faces intérieures et extérieures de la sphère, alors

$$\frac{\partial n}{n \partial T} = \frac{\partial r}{r \partial T}$$

Ce qui nous permet de mettre en facteur les variations de longueur en fonction de la température, comme suit:

$$K_{fd} = \frac{\partial f}{\partial n} \frac{n}{f} + \frac{\partial f}{\partial r} \frac{r}{f}$$

$\alpha_d$  : Coefficient d'expansion diélectrique en fonction de la température

$$\alpha_d = \frac{\partial r}{r \partial T}$$

$K_{fm}$  : Coefficient en température de la variation de la fréquence de résonance par rapport aux dimensions de la cavité métallique

$$K_{fm} = \frac{\partial f}{\partial r_3} \frac{r_3}{f}$$

$\alpha_m$  : Coefficient d'expansion métallique en fonction de la température

$$\alpha_m = \frac{\partial R}{R \partial T}$$

Les résultats donnés dans le tableau en figure 13, sont un récapitulatif des paramètres obtenus dans des travaux effectués [1].

Matériau	$\epsilon_r$	$Q_{df}$ (GHz)	$\tau$ (ppm/°C)	$\alpha_d$ (ppm/°C)	Référence
<b>Quartz</b>	$\epsilon_{\perp} = 4,44$	$Q_{\perp} = 5 \times 10^4$	+7,9	+13,7	[18]
	$\epsilon_{\parallel} = 4,64$	$Q_{\parallel} = 10^5$	29	+7,5	
<b>Saphir</b>	$\epsilon_{\perp} = 9,40$	$1,6 \times 10^6$	92	+5,1	[18]
	$\epsilon_{\perp} = 11,59$	$2,9 \times 10^6$	136	+5,8	
<b>YAG</b>	10,6	$8,7 \times 10^5$	108	+6,9	[18]
$Ba(Mg_{\frac{1}{3}}Ta_{\frac{2}{3}})O_3$	25	$3,5 \times 10^5$	-25,4	+10,7	MURATA (Japan)

Figure 13 : Résultats de mesure des propriétés de matériaux diélectriques faibles pertes

Afin de concevoir plusieurs résonateurs de Bragg avec différents matériaux diélectriques, nous utilisons la théorie du modèle simplifié présenté dans les précédents paragraphes. De plus, une approche plus rigoureuse utilisant les équations de Maxwell a été menée en parallèle par Jerzy KRUPKA. Nous pouvons alors comparer les faibles différences relatives des dimensions obtenues par les calculs exacts et approchés.

Les résultats suivants sont pour une structure résonante à 25 GHz sur le mode  $TE_{102}$ :

Matériau	Modèle simplifié (mm)			Etude théorique (mm)		
	r1	r2	r3	r1	r2	r3
<b>Quartz</b>	8,5758	9,967	13,2038	8,58	10,02	13,12
<b>Sapphire</b>	8,5758	9,5319	12,7687	8,58	9,56	12,67
<b>YAG</b>	8,5758	9,4762	12,713	8,581	9,485	12,85
<b>BMT</b>	8,5758	9,1621	12,3989	8,58	9,18	12,3

Figure 14 : Comparaison des dimensions avec les deux méthodes de résolution

Pour chacune des structures, afin de prédire l'ordre de grandeur du  $\tau_f$ , nous faisons varier séparément les paramètres de la structure en utilisant toujours le logiciel de simulation de mode "matching". Les simulations sont effectuées à partir des dimensions du modèle théorique et autour de la fréquence de résonance de 25 GHz de chaque structure réalisée avec différents matériaux.

Matériau	Kf $\epsilon$	KfD	Kfm	$\tau_f$ (ppm/°C)
<b>BMT</b>	-0,0330	-0,9493	-0,0498	-9,4
<b>YAG</b>	-0,0473	-0,8838	-0,1155	-13,8
<b>Quartz</b>	-0,0639	-0,7297	-0,2699	-15,8
<b>Vide</b>	0	0	-1	-17,7

Figure 15 : Résultats des coefficients en température  $\tau_f$  pour chaque résonateur

## V.2 Mesures :

Après avoir calculé et simulé les structures de Bragg, les sphères correspondantes ont été réalisées pour les matériaux YAG et Quartz avec les dimensions du modèle théorique.

Afin d'améliorer les conditions de mesures, nous utilisons une cavité métallique argentée pour diminuer la résistance de surface ( $R_s$ ).



Figure 16 : Demi-sphère de Quartz et présentation des sondes utilisées pour les mesures

Pour pouvoir calculer les dimensions des sphères diélectriques, nous utiliserons les mêmes équations utilisées jusqu'à maintenant, mais nous fixerons le rayon extérieur de la sphère ( $r_3$ ) au lieu d'imposer la fréquence  $F_0$ . La valeur de  $r_3$  est de 12,02 mm.

Pour établir le coefficient en température d'une structure, il suffit de se servir d'un contrôleur en température, fonctionnant avec un système Peltier. C'est la méthode la plus efficace pour asservir la structure en température. Ensuite, il suffit de suivre la fréquence du mode sur l'analyseur de réseau vectoriel. Cependant, il faut effectuer les mesures avec des variations de températures dans le même sens, c'est-à-dire croissantes ou décroissantes. Autrement, un phénomène d'hystérésis peut se produire et de ce fait les résultats seraient erronés.

Le tableau suivant, récapitule les résultats des différentes structures, ainsi que le coefficient en température pour chacune.

Matériau	r1(mm)	r2(mm)	Fo (GHz)	Qo simulé	Fo (GHz)	Qo	$\tau_f$ (ppm/°C)
			simulée	avec $\tan\delta$	mesurée	mesuré	
<b>Cavité vide</b>	.....	.....	30,687	27 710	30,684	28 500	-22
<b>YAG</b>	8,1	9,02	26,366	115 240 ( $QdF=6 \times 10^5$ )	26,263	104 000	-12,8
<b>Quartz</b>	7,74	9,03	27,613	70 825	27,611	64 000	-18,2
<b>monocristal</b>				( $\tan \delta = 5,16 \times 10^{-5}$ )			

Figure 17 : Résultats de mesure pour chaque structure sphérique de Bragg

Le résultat obtenu pour une cavité en matériau YAG est équivalent à 4,6 fois la limite diélectrique du matériau par rapport à sa tangente de pertes. Le facteur obtenu pour un résonateur en utilisant du monocristal de Quartz est de 3,3 fois la limite du matériau diélectrique.

Comme nous pouvons le voir sur ce dernier tableau en figure 17, les coefficients en température des structures réalisées avec différents matériaux sont très proches de ceux simulés (figure 15) et ce malgré le changement de dimensions imposé par la cavité.



## VI Conclusion

La comparaison qui a été précédemment présentée entre les calculs à partir d'un modèle simplifié et de la théorie rigoureuse d'une structure à un seul réflecteur de Bragg ainsi que les mesures effectuées, montre clairement le succès de ce modèle approximatif pour concevoir un résonateur sphérique de Bragg.

Les principales limitations du facteur de qualité sont le positionnement de la sphère au centre de la cavité sphérique et les matériaux que nous avons utilisés pour les mesures. L'utilisation d'un matériau avec une tangente de pertes de très bonne qualité permettrait d'accroître énormément le facteur de qualité. Dans l'effet Bragg, une grande partie du champ électrique est concentrée à l'intérieur de l'espace libre défini par la sphère de diélectrique. Une faible proportion est cependant présente dans le réflecteur diélectrique et donc l'effet réducteur majeur des performances du facteur de qualité est la tangente de pertes du diélectrique.

Une extrapolation au matériau saphir des résultats de mesures obtenus avec le téflon laissent envisager un facteur de qualité proche de 300 000 à 13,86GHz à température ambiante.

Nous avons alors prouvé qu'un résonateur à réflecteur de Bragg sphérique, peut donner un fort coefficient de qualité à vide en utilisant la structure à un seul réflecteur de Bragg à température ambiante, c'est-à-dire du même ordre de grandeur qu'un mode de galerie à température ambiante avec du saphir [19 – 20].

Pour les modes  $TE_{01p}$  lorsque  $p$  augmente, c'est-à-dire avec plusieurs réflecteurs, le champ électrique est alors de plus en plus concentré au centre la sphère dans la zone d'air. Cela permet d'augmenter la valeur du facteur de qualité à vide.

Nous prévoyons avec ce type de structure à  $n$  réflecteurs, d'obtenir un facteur de qualité de l'ordre du million autour d'une dizaine de GHz.

---

## VII Bibliographie

- [1] C. J. Maggiore, A. M. Clogston, G. Spalek, W. C. Sailor, and F. M. Mueller, "Low-loss microwave cavity using layered dielectric materials," *Appl. Phys. Lett.*, Vol. 64, pp. 1451-1453, 1994.
- [2] R. Comte, S. Gendraud, and P. Guillon, "New concept for low loss microwave devices," *Elec. Lett.*, Vol. 30, pp. 419-420, 1994.
- [3] C. A. Flory and R. C. Taber, "High performance distributed Bragg reflector microwave resonator," *IEEE Trans. on Ultrason. Ferroelec. and Freq. Contr.*, Vol. 44, pp. 486-495, 1997.
- [4] C. A. Flory and H. L. Ko, "Microwave oscillators incorporating high performance distributed Bragg reflector resonators," *IEEE Trans. Ultra. Ferroelec. Freq. Contr.*, Vol. 45, pp. 824-829, 1998.
- [5] J. G. Hartnett, M. E. Tobar, D. Cros, J. Krupka, and P. Guillon, "High-Q factor Bragg reflection sapphire-loaded cavity TE<sub>01</sub><sup>TM</sup> Mode resonators," *IEEE Trans. on UFFC*, Vol. 49, pp. 1628-1634, 2002.
- [6] O. Piquet, A. Laporte, D. Cros, S. verdeyme, and M. E. Tobar, "High-Q sapphire resonator with distributed Bragg reflector resonator.," *Elctron. Lett. 2003*, 2003.
- [7] M.T. Sebastian and N. Mc N Alford, "List of microwave dielectric resonator materials and their properties", <http://www.lsbu.ac.uk/dielectric-materials/>
- [8] A. Julien, and P. Guillon, "Electromagnetic analysis of spherical dielectric shielded resonators", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol.MTT-34, pp.723-729, June 1986
- [9] M. Gastine, L. Courtois, and J.L. Dormann, "Electromagnetic resonances of free dielectric spheres", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, Vol. 15, pp.694-700, December 1967.
- [10] M. E. Tobar, D. Cros, P. Blondy, and E. N. Ivanov, "Compact high-Q TE<sub>01</sub><sup>TM</sup> sapphire rutile microwave Bragg resonator," *IEEE Trans. Ultrason. Ferro. Freq. Contr.*, Vol. 48, pp. 812-820, 2001.

- 
- [11] M. E. Tobar, C. R. Locke, E. N. Ivanov, J. G. Hartnett, O. Piquet, and D. Cros, "High-Q factor frequency-temperature compensated sapphire Bragg distributed resonator," *Elect. Lett.*, Vol. 39, pp. 293-295, 2003.
- [12] D. Kajfez. „Incremental frequency rule for computing the Q-factor of a shielded TE<sub>0mp</sub> dielectric resonator", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 32, pp. 941-943, August 1984
- [13] Y. Kobayashi, Y. Aoki, and Y. Kabe, "Influence of conductor shields on the Q-factors of a TE<sub>0</sub> dielectric resonator", *IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig.*, pp.281-284, St. Louis, 1985
- [14] B. Riddle, J. Baker-Jarvis, and J. Krupka, "Complex permittivity measurement of common plastics over variable temperatures," *IEEE Trans. MTT*, Vol. 51, pp. 727-733, 2003.
- [15] M. Aubourg and P. Guillon, "A mixed finite element formulation for microwave device problems. Application to MIS structure," *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 45, pp. 371-386, 1991.
- [16] M. E. Tobar, J. D. Anstie, and J. G. Hartnett, "High-Q whispering modes in empty spherical cavity resonators," *IEEE Trans. UFFC*, Vol. 50, pp. 1407-1413, 2003.
- [17] J.Krupka, K. Derzakowski, B. Riddle and J. Baker-Jarvis, "A dielectric resonator for measurements of complex permittivity of low loss dielectric materials as a function of temperature", *Measurements Science and Technology*, Vol.9, pp.1751-1756, Oct.1998
- [18] J.Krupka, K. Derzakowski, M.E. Tobar, J.G. Hartnett and R.G. Geyer, "Complex permittivity of some ultra low loss dielectric crystals at cryogenic temperature", *Measurements Science and Technology*, Vol.10, pp.387-392, Oct.1999
- [19] M. E. Tobar and A. G. Mann, "Resonant Frequencies of High Order Modes in Cylindrical Anisotropic dielectric Resonators," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 39, pp. 2077-2083, 1991.
- [20] J. Krupka, K. Derzakowski, A. Abramowicz, M. E. Tobar, and R. Geyer, "Whispering gallery modes for complex permittivity measurements of ultra-low loss dielectric materials," *IEEE Trans. on Microw. Theory Tech.*, Vol. 47, pp. 752-759, 1999.

**CHAPITRE IV**

**Résonateur Cylindrique à**

**Effet Bragg**



# I Introduction

Dans ce chapitre, nous allons décrire un modèle de conception permettant d'optimiser une structure cylindrique à Effet Bragg, en résolvant un système d'équations analytiques.

Jusqu'à présent seules des méthodes itératives arrivaient à donner des dimensions, en utilisant divers outils d'analyse numérique, comme la technique des Modes Matching, Méthode Variationnelle de Weinstein, de Rayleigh Ritz, de la Méthode des Eléments Finis (MEF) et la Méthode des Lignes (MoL) [1-10]. Dans notre cas nous utiliserons la dernière méthode pour effectuer nos simulations permettant de valider notre approche analytique.

L'Effet Bragg précédemment évoqué, permet d'éloigner le champ magnétique des parois, et de diminuer ainsi les pertes dues aux murs métalliques de la cavité. L'effet Bragg sert aussi à concentrer le champ à l'intérieur d'une zone à faibles pertes grâce à des réflecteurs de Bragg. Cela permet alors de diminuer les pertes diélectriques.

Par rapport à l'étude des résonateurs sphériques, des effets de combinaison linéaire des modes entre les interfaces d'un réflecteur de Bragg apparaissent, ce qui nous oblige à modifier le modèle classique précédent en un modèle dérivé "non-Maxwellien", ne respectant ainsi plus les équations propres de Maxwell dans les deux directions.

Nous commencerons par expliquer dans une première partie une structure cylindrique à un seul réflecteur de Bragg. Puis nous généraliserons dans un premier temps la structure à n-réflecteurs sans imposer aucune dimension, puis dans un second temps, nous imposerons l'épaisseur du diélectrique dans les deux directions. En effet, le fabricant de matériaux propose très souvent des dimensions fixes du matériau diélectrique. Nous mettrons alors en place, une étude permettant d'optimiser le dispositif avec des épaisseurs de réflecteurs donnés.

Enfin, dans la dernière partie, nous étudierons l'influence de la valeur de la permittivité des réflecteurs et nous mettrons en évidence le compromis entre ce paramètre et la valeur de la tangente de pertes.

## II Modèle avec un seul réflecteur :

La structure globale à analyser est représentée sur la figure 1. Par la suite, grâce aux symétries, nous n'utiliserons qu'un quart de la structure pour l'ensemble des calculs.

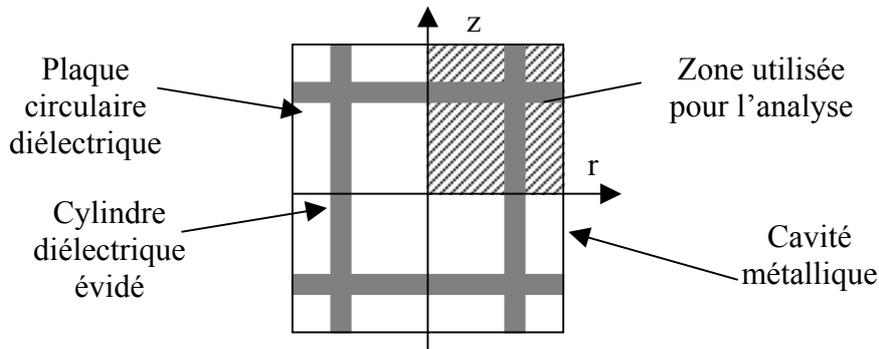
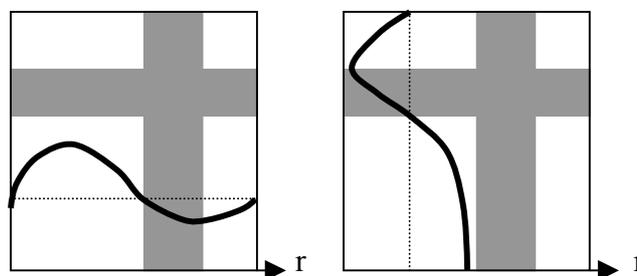


Figure 1 : Structure globale à un réflecteur Bragg axial et radial

Afin de pouvoir concevoir un résonateur à un réflecteur de Bragg cylindrique nous avons fait quelques hypothèses qui sont les suivantes.

Nous supposons que dans le repère de coordonnées cylindriques  $\mathfrak{R}(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ , la séparation des variables est possible. Nous étudierons le cas d'un dispositif supportant des modes propagatifs de type  $TE_{0n}$ . Le fait de s'intéresser à ces modes implique que nous ne prenons pas en compte les modes supérieurs dans le diélectrique pour l'établissement de notre méthode de conception. Pour ces modes  $TE_{0n}$ , seule la composante azimutale du champ électrique existe. Cette composante, suivant la direction radiale, suit une fonction de Bessel d'ordre 1,  $J_1(k_c r)$  et présente une variation sinusoïdale,  $\cos(k_z z)$ , suivant l'axe  $z$  (figure 2).



(2a) : Variation radiale

(2b) : Variation axiale

Figure 2 : Forme des ondes de propagation dans les deux directions, radiale et axiale pour le quart de la structure

La séparation des variables étant supposée valable, nous détaillerons chaque direction de propagation indépendamment l'une de l'autre.

Afin de rendre plus simple, les explications des conditions de continuité selon les directions radiale et axiale, nous déterminons des numéros pour repérer chaque région de la structure, de la façon suivante (figure 3):

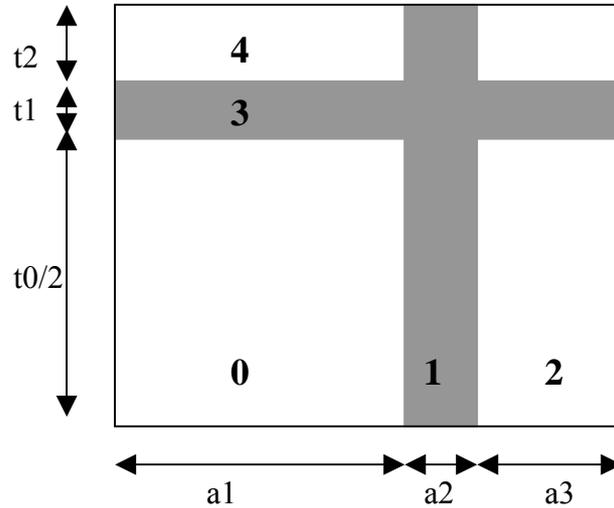


Figure 3 : Découpage de la structure

Nous appellerons  $k_{ri}$  et  $k_{zi}$ , les constantes de propagation radiale respectivement et axiale de la région  $i$ .

Dans le milieu 0, les constantes de propagation radiale et axiale sont reliées par l'équation classique donnée par :

$$k_{r0}^2 = k_0^2 - k_{z0}^2$$

$$\text{avec : } k_{z0} = \frac{2\pi}{\lambda_g} = \frac{2\pi f \sqrt{\epsilon_{eff}}}{C} = k_0 \sqrt{\epsilon_{eff}}$$

$$\text{d'où l'on peut écrire : } k_0 = \gamma k_{z0} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{eff}}}$$

$$\text{soit : } k_{r0} = k_0 \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}}$$

## II.1 Suivant la propagation radiale:

Dans les milieux 0, 1 et 2 les conditions de continuité imposent que les constantes de propagation suivant l'axe z soient égales.

Soit :

$$k_{z1}=k_{z0} \quad \Rightarrow \quad k_{r1}^2=\varepsilon_r k_0^2-k_{z0}^2 \quad \Rightarrow \quad k_{r1}^2=k_0^2(\varepsilon_r-\frac{1}{\gamma^2})$$

$$k_{z2}=k_{z0} \quad \Rightarrow \quad k_{r2}^2=k_0^2-k_{z0}^2 \quad \Rightarrow \quad k_{r2}^2=k_0^2(1-\frac{1}{\gamma^2})$$

Pour que l'effet Bragg se produise suivant la direction radiale, il faut que la forme du champ, qui suit une fonction de Bessel d'ordre 1, respecte une forme particulière. Dans la zone 0, où se produit la résonance, nous devons retrouver une alternance entière du champ. Dans chacune des zones 1 et 2, qui jouent le rôle de réflecteur, le champ doit présenter seulement une demi - alternance (figure 4).

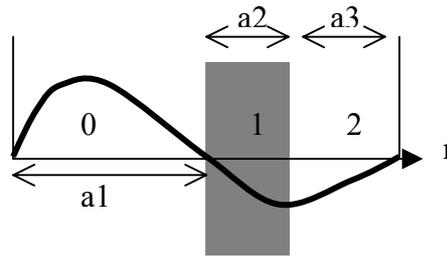


Figure 4 : Allure du champ suivant la direction radiale

Comme le champ, selon cette direction, suit une fonction de Bessel d'ordre 1, nous obtenons :

$$k_{r0}a_1=\chi_{11} \quad \Rightarrow \quad a_1=\frac{\chi_{11}}{k_{r0}} = \frac{\chi_{11}}{\sqrt{k_0^2-k_{z0}^2}} = \frac{\gamma\chi_{11}}{k_0\sqrt{\gamma^2-1}}$$

$$k_{r1}a_2=\chi_{12}-\chi_{11} \quad \Rightarrow \quad a_2=\frac{\chi_{12}-\chi_{11}}{k_{r1}} = \frac{\chi_{12}-\chi_{11}}{\sqrt{\varepsilon_r k_0^2-k_{z0}^2}} = \frac{\gamma(\chi_{12}-\chi_{11})}{k_0\sqrt{\varepsilon_r\gamma^2-1}}$$

$$k_{r2}a_3=\chi_{12}-\chi_{12} \quad \Rightarrow \quad a_3=\frac{\chi_{12}-\chi_{12}}{k_{r2}} = \frac{\chi_{12}-\chi_{12}}{\sqrt{k_0^2-k_{z0}^2}} = \frac{\gamma(\chi_{12}-\chi_{12})}{k_0\sqrt{\gamma^2-1}}$$

avec  $\chi_{i,j}$  zéros de la fonction de Bessel  $J_1(x)$  et  $\chi'_{i,j}$  zéros de la dérivée de la fonction de Bessel  $J_1$

## II.2 Suivant la propagation axiale:

Dans les milieux 0, 3 et 4 les conditions de continuité imposent que les constantes de propagation radiale soient égales.

Soit :

$$k_{r3}=k_{r0} \Rightarrow \sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - k_{z3}^2} = \sqrt{k_0^2 - k_{z0}^2} \Rightarrow k_{z3}^2 = \varepsilon_r k_0^2 \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_r} + \frac{1}{\gamma^2}\right) \approx \varepsilon_r k_0^2$$

$$k_{r4}=k_{r3} \Rightarrow \sqrt{k_0^2 - k_{z4}^2} = \sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - k_{z3}^2} \Rightarrow k_{z4}^2 = k_0^2$$

Suivant la direction axiale, le champ suit une forme sinusoïdale. L'effet Bragg se produira lorsque une demi - alternance du champ sera présente dans chaque milieu 0, 3 et 4 (figure 5).

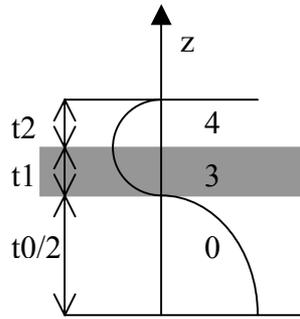


Figure 5 : Allure du champ suivant la direction axiale

Cela conduit aux relations :

$$k_{z0} \frac{t_0}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{t_0}{2} = \frac{\gamma\pi}{2k_0} \quad k_{z3} t_1 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{\pi}{2k_0 \sqrt{\varepsilon_r}} \quad k_{z4} t_2 = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_2 = \frac{\pi}{2k_0}$$

## II.3 Combinaison des résultats

Les paramètres  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  et  $\gamma$ , sont les sept inconnues du système et nous avons seulement six équations. Le système est donc impossible à résoudre, c'est la raison pour laquelle, nous ajoutons une équation supplémentaire, qui est le rapport de forme (AR: Aspect Ratio). C'est une expression permettant de calculer le paramètre  $\gamma$ , valeur qui change avec le rapport de forme de la structure et qui permet de dimensionner cette dernière. La formule du rapport de forme est la suivante:

$$AR = \frac{\text{Hauteur de la cavité}}{\text{Diamètre de la cavité}} = \frac{L}{2R} \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} L: \text{Hauteur de la cavité} \\ R: \text{Rayon de la cavité} \end{array}$$

D'après les expressions établies précédemment, nous obtenons :

$$AR = \frac{L/2}{R} = \frac{\pi}{2\gamma} \left( \frac{\gamma + \frac{1}{\sqrt{\epsilon_1}} + 1}{\left( \frac{\chi_{11} + \chi_{12} - \chi_{i2}}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} + \frac{\chi_{i2} - \chi_{11}}{\sqrt{\epsilon_1 \gamma^2 - 1}} \right)} \right)$$

### III Structure multicouche

Afin de généraliser l'effet Bragg cylindrique à une structure multicouche, nous utilisons la même technique que précédemment. Nous faisons l'hypothèse que la séparation des variables dans le système de coordonnées cylindriques est valide.

#### III.1 Suivant la direction radiale

Un réflecteur est constitué par une lame diélectrique suivie d'une lame d'air. Pour le  $i^{\text{ème}}$  réflecteur, nous noterons  $a_{2i}$  l'épaisseur de la lame diélectrique et  $a_{3i}$  l'épaisseur d'air. Pour obtenir l'effet Bragg dans la direction radiale, la forme du champ d'une structure à  $n$  réflecteurs doit correspondre à celle de la figure 6:

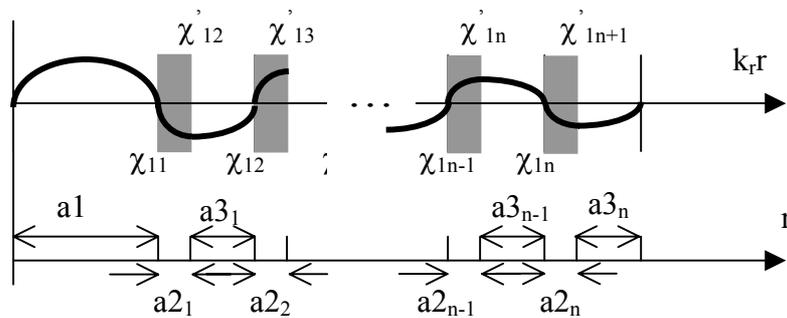


Figure 6: Structure à  $n$  réflecteurs radiaux

Le rayon  $a_1$  est donné par la même relation que dans le cas d'un seul réflecteur, soit :

$$a_1 = \frac{\gamma \chi_{11}}{k_0 \sqrt{\gamma^2 - 1}}$$

Les rayons  $a_{2i}$  et  $a_{3i}$  du  $i^{\text{ème}}$  réflecteur s'obtiennent par :

$$a_{2_i} = \frac{\gamma(\chi_{1i+1} - \chi_{1i})}{k_0 \sqrt{\epsilon_r \gamma^2 - 1}} \quad a_{3_i} = \frac{\gamma(\chi_{1i+1} - \chi_{1i})}{k_0 \sqrt{\gamma^2 - 1}}$$

#### III.2 Suivant la direction axiale

La procédure est semblable à celle utilisée dans la direction radiale. Le  $i^{\text{ème}}$  réflecteur sera composé d'une lame diélectrique d'épaisseur  $t_{1i}$ , et d'une lame d'air d'épaisseur  $t_{2i}$ . La forme du champ pour obtenir l'effet Bragg devra être celle représentée sur la figure 7

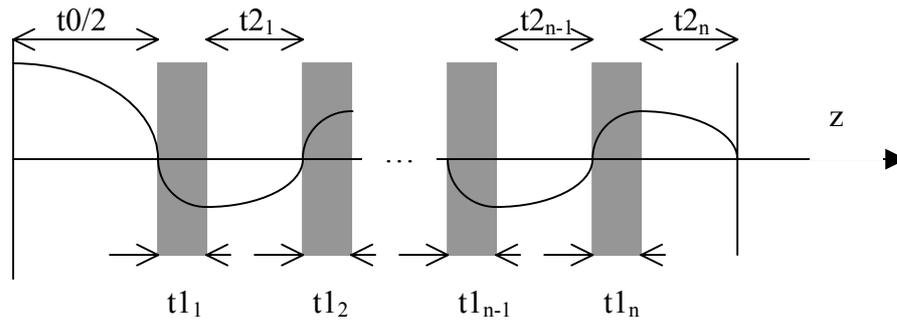


Figure 7: Structure à n réflecteurs axiaux

Les différentes épaisseurs sont données par des relations identiques à celles d'un seul réflecteur :

$$\frac{t_0}{2} = \frac{\gamma\pi}{2k_0} \qquad t_{1i} = \frac{\pi}{2k_0\sqrt{\varepsilon_r}} \qquad t_{2i} = \frac{\pi}{2k_0}$$

### III.3 Recombinaison des résultats

Comme pour la structure à un seul réflecteur, nous introduisons le paramètre de rapport de forme AR, défini par :

$$AR = \frac{L}{R} = \frac{\frac{t_0}{2} + \sum_{i=1}^n t_{1i} + t_{2i}}{a_1 + \sum_{i=1}^n a_{2i} + a_{3i}} = \frac{\frac{\pi\sqrt{\gamma^2-1}}{2} \left( 1 + n \left( \frac{1}{\gamma\sqrt{\varepsilon_r}} + \frac{1}{\gamma} \right) \right)}{\chi_{11} + \sum_{i=1}^n \left[ (\chi_{1i+1} - \chi_{1i+1}) + \frac{\sqrt{\gamma^2-1}}{\sqrt{\varepsilon_r} \gamma^2-1} (\chi_{1i+1} - \chi_{1i}) \right]}$$

Où n est le nombre de réflecteur.

### III.4 Simulation de structures multicouches

Nous avons donc testé différentes topologies de structures Bragg afin de comparer avec celle de Flory et Taber [11] qui comporte 3 réflecteurs radiaux et axiaux. Comme nous pouvons voir sur la figure 8, nous avons calculé le facteur de qualité à vide en fonction du rapport de forme (AR) pour trois sortes de résonateurs, dont le nombre de réflecteurs axiaux et radiaux est identique et varie entre 1 et 3.

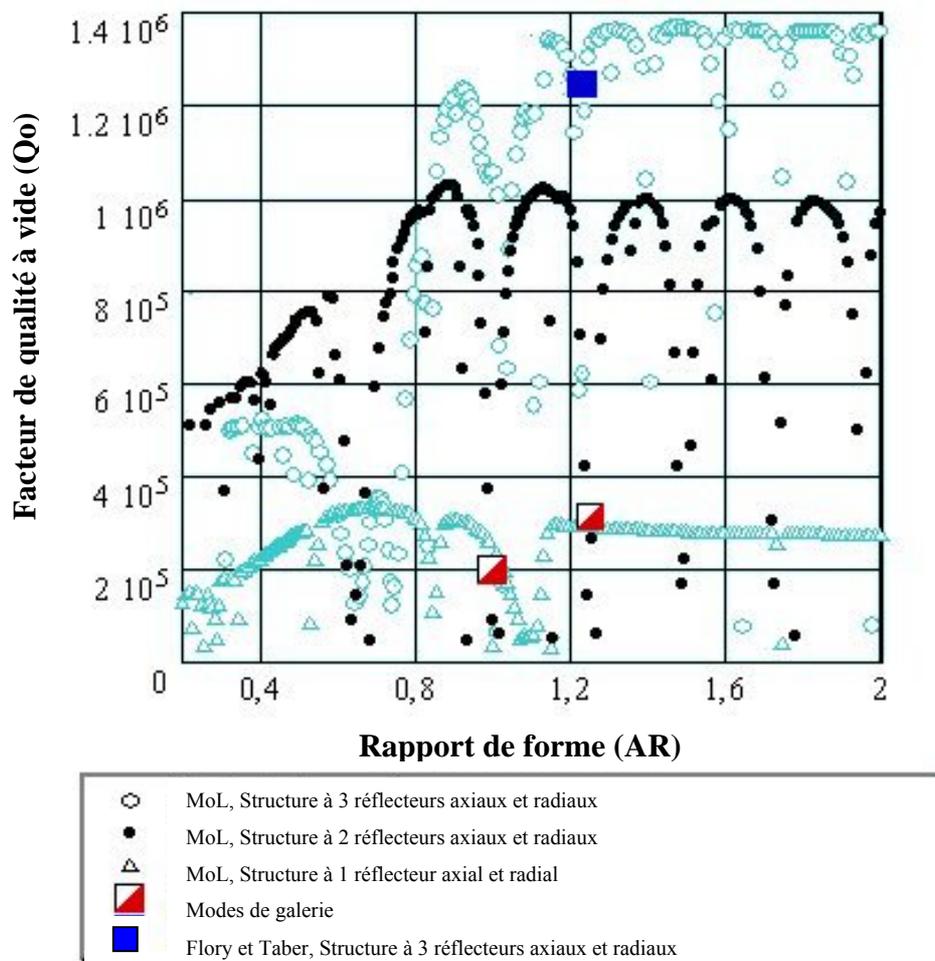


Figure 8: Evolution du facteur de qualité en fonction du nombre de couche

Il est intéressant de remarquer que nous pouvons atteindre un facteur de qualité à vide de plus d'un million pour une structure à trois réflecteurs radiaux et axiaux. Nous pouvons également noter qu'une structure de Bragg à un réflecteur peut être aussi performante qu'un résonateur excité sur un mode de Galerie à température ambiante.

Un autre paramètre peut également être intéressant pour un concepteur de dispositif. Il s'agit de l'encombrement occupé par le dispositif. Sur la figure 9, nous avons tracé les variations du volume des différents dispositifs et comparé avec la structure de Flory et Taber [11] (FT) et la solution à mode de galerie (WG).

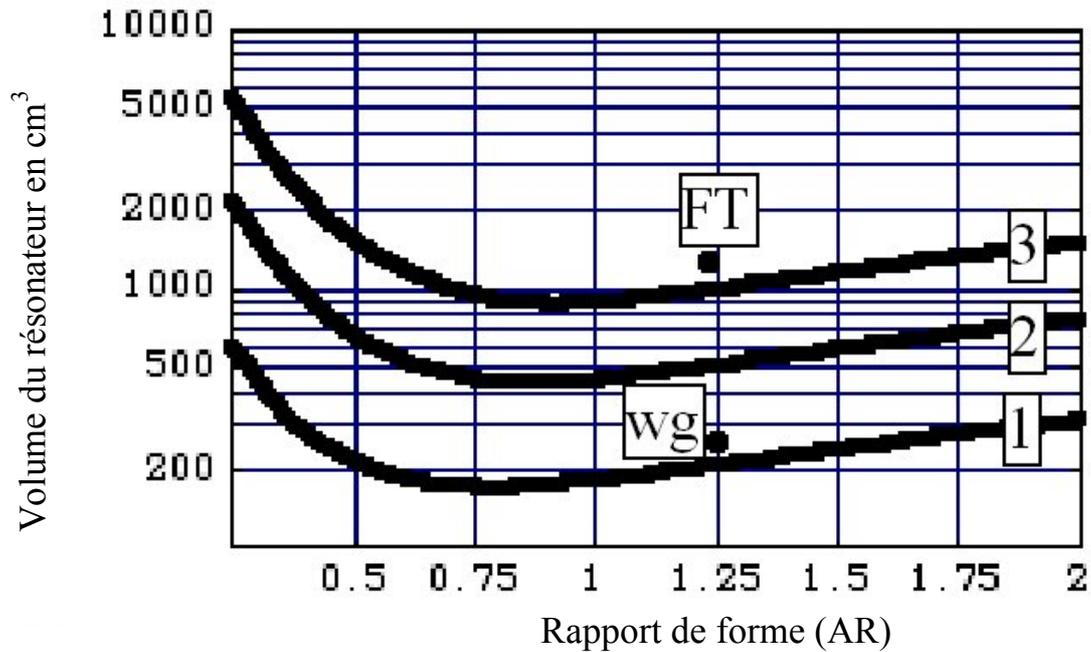


Figure 9: Evolution du volume de chaque structure suivant le rapport de forme (AR)

On peut constater que la structure de Flory et Taber [11], n'est pas optimale sur le facteur de qualité (figure 8) et sur l'encombrement (figure 9). On notera également que d'un point de vue encombrement, la structure à un réflecteur radial et axial est plus intéressante que la solution à mode de galerie.

Afin de pouvoir comparer les dimensions entre le modèle simplifié et le modèle de Flory, nous avons utilisé le même rapport de forme de 1,2313. Nous obtenons pour une fréquence de résonance de 10 GHz, une permittivité  $\epsilon_r$  de 9,394, un facteur  $\gamma$  de 2,0929. Le tableau 1 répertorie les dimensions de la même structure de Bragg à 3 réflecteurs radiaux et axiaux à partir des deux modèles (celui de Flory et Taber (FT) et du modèle simplifié (SM)).

Modèle (mm)	a11	a21	a31	a22	a32	a23	a33	to/2	t11	t21	t12	t22	t13	t23
FT	21,1	2,48	8,92	2,48	8,72	2,48	8,72	15	2,55	14,95	2,55	15,05	2,55	14,95
SM	20,81	2,36	9,15	2,39	8,89	2,41	8,79	15,69	2,44	7,49	2,44	7,49	2,44	7,49

Tableau 1: Dimensions d'un résonateur à 3 réflecteurs de Bragg radiaux et axiaux

## IV Extension du modèle simplifié.

L'idée de la seconde généralisation du modèle est d'être compatible aux épaisseurs de diélectrique proposées par les fabricants de matériaux. Nous sommes partis de la conception précédente, décrite dans le paragraphe II et III, avec des paramètres supplémentaires, incluant l'épaisseur de diélectrique. Dans cette extension de calcul, nous changeons le mode de notation en rajoutant deux caractères supplémentaires, qui sont "s" et "q", afin de spécifier le nombre de mode, respectivement radiaux et axiaux, dans les réflecteurs de Bragg. La dénomination du mode devient  $TE_{m,n,p}^{q,s}$ , avec m, le nombre de variations azimuthales, n, le nombre de modes selon la direction r, et p le nombre de mode suivant la direction z dans la partie centrale du résonateur.

### IV.1 Structure à une couche

Nous présentons tout d'abord cette étude dans le cas d'un seul réflecteur radial et axial.

#### IV.1.1 Propagation radiale

Dans la direction radiale r, nous faisons toujours l'hypothèse que la forme de la propagation est une fonction de Bessel qui s'annule à l'entrée et à la sortie d'un réflecteur de Bragg, constitué d'une couche diélectrique et d'une couche d'air.

Pour que l'énergie du mode soit concentrée dans la partie centrale de la cavité, le rayon de celle-ci doit correspondre à un nombre entier "n" de demi - alternance de la fonction de Bessel.

Pour avoir un effet Bragg dans le réflecteur, l'épaisseur de celui-ci doit être égal à un nombre impair "(2s-1)" d'alternance de la fonction de Bessel.

Afin de pouvoir choisir l'épaisseur de diélectrique, nous introduisons un paramètre  $\rho$  qui correspond à un facteur de proportionnalité entre la couche diélectrique et la couche d'air du réflecteur.

IV.1.1.1 Mode fondamental de la structure  $TE_{0,1,p}^{1,q}$

Pour ce mode (figure 10), il existe une alternance dans le résonateur ( $n=1$ ) et une alternance dans le réflecteur ( $2s-1=1$ ).

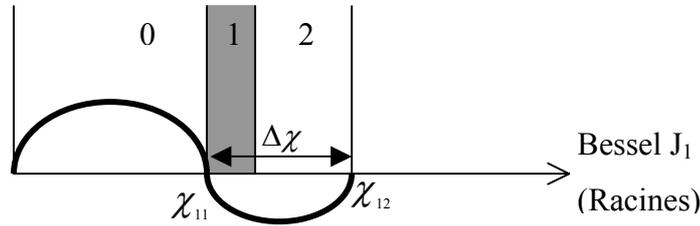


Figure 10 : Quart de la structure suivant  $r$ , définition des racines de la fonction de Bessel

Pour cette structure nous obtenons les équations ci-dessous :

$$\begin{cases} k_{r0} a_1 = \chi_{11} \\ k_{r1} a_2 = \rho \Delta\chi = \rho(\chi_{12} - \chi_{11}) \\ k_{r2} a_3 = (1-\rho)\Delta\chi = (1-\rho)(\chi_{12} - \chi_{11}) \end{cases}$$

IV.1.1.2 Mode de la structure  $TE_{0,2,p}^{2,q}$

Dans ce cas le mode présente deux alternances dans le résonateur ( $n=2$ ) et trois dans le réflecteur ( $2s-1=3$ ) (figure 11)

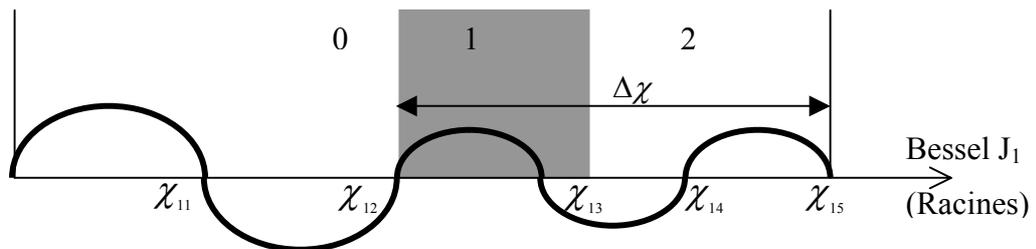


Figure 11 : Quart de la structure suivant  $r$ , définition des racines de la fonction de Bessel

Les équations permettant de calculer les rayons sont données par :

$$\begin{cases} k_{r0} a_1 = \chi_{12} \\ k_{r1} a_2 = \rho \Delta\chi = \rho(\chi_{15} - \chi_{12}) \\ k_{r2} a_3 = (1-\rho)\Delta\chi = (1-\rho)(\chi_{15} - \chi_{12}) \end{cases}$$

### IV.1.1.3. Généralisation pour les modes $TE_{0,n,p}^{s,q}$

D'après les résultats précédents, le calcul des rayons peut être généralisé pour les modes  $TE_{0,n,p}^{s,q}$  qui possèdent n variations radiales dans la partie centrale et 2s-1 alternances dans le réflecteur.

$$\begin{cases} k_{r0} a_1 = \chi_{1n} \\ k_{r1} a_2 = \rho \Delta \chi = \rho (\chi_{1,n+2s-1} - \chi_{1n}) \\ k_{r2} a_3 = (1-\rho) \Delta \chi = (1-\rho) (\chi_{1,n+2s-1} - \chi_{1n}) \end{cases}$$

## IV.1.2 Propagation dans la direction axiale

Dans la direction axiale z, le calcul est similaire à celui de la direction radiale. Nous considérons que la forme du champ est une fonction en cosinus qui s'annule à l'entrée et à la sortie d'un réflecteur de Bragg, constitué d'une couche de diélectrique et d'une couche d'air.

Pour que l'énergie du mode soit concentrée dans la partie centrale de la cavité, la hauteur de celle-ci doit correspondre à un nombre entier "p" de demi - alternance de la fonction cosinus.

Pour avoir un effet Bragg dans le réflecteur, l'épaisseur de celui-ci doit être égale à un nombre impair "(2q-1)" d'alternances de la fonction cosinus.

Enfin, afin de pouvoir choisir l'épaisseur de diélectrique, nous introduisons un paramètre  $\alpha$  qui correspond à un facteur de proportionnalité entre la couche diélectrique et la couche d'air.

### IV.1.2.1 Mode fondamental de la structure $TE_{0,n,1}^{s,1}$

La valeur de p égale à 1 implique une alternance dans le résonateur alors que q égal à 1 signifie 2q-1=1 alternances dans le réflecteur (figure 12).

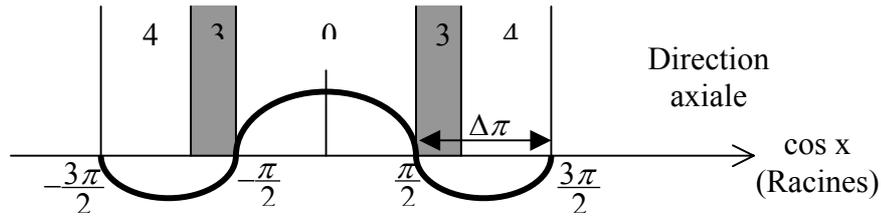


Figure 12 : Quart de la structure suivant r, définition des racines de la fonction de Bessel

Les différentes épaisseurs du résonateur sont donc données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{z0} \frac{t_0}{2} = \frac{\pi}{2} \\ k_{z3} t_1 = \alpha \pi \\ k_{z4} t_2 = (1-\alpha)\pi \end{array} \right.$$

#### IV.1.2.2 Généralisation pour les modes $TE_{0,n,p}^{s,q}$

Le calcul des épaisseurs peut également être généralisé pour les modes  $TE_{0,n,p}^{s,q}$  avec un seul réflecteur axial. Le mode aura donc p alternances dans le résonateur et  $2q-1$  alternances dans le réflecteur. Soit :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{z0} \frac{t_0}{2} = p \frac{\pi}{2} \\ k_{z3} t_1 = \alpha (2q-1)\pi \\ k_{z4} t_2 = (1-\alpha)(2q-1)\pi \end{array} \right.$$

#### IV.1.3 Recombinaison pour les modes $TE_{0,n,p}^{s,q}$

Nous avons établi les différentes épaisseurs des réflecteurs en fonction des constants de propagation axiales  $k_{zi}$  et les différents rayons en fonction des constantes de propagation radiales  $k_{ri}$ . En utilisant les résultats du paragraphe II, nous pouvons déterminer toute les constantes de propagation en fonction du vecteur d'onde  $k_0$  et calculer les épaisseurs et les rayons de chaque couche du réflecteur :

Suivant la direction axiale :

$$k_{z0}=k_0 \frac{1}{\gamma} \Rightarrow \frac{t_0}{2} = \frac{\gamma p \pi}{2k_0} \qquad k_{z3}=k_0 \sqrt{\varepsilon_r} \Rightarrow t_1 = \frac{\alpha(2q-1)\pi}{k_0 \sqrt{\varepsilon_r}}$$

$$k_{z4}=k_0 \Rightarrow t_2 = \frac{(1-\alpha)(2q-1)\pi}{k_0}$$

Suivant la direction radiale :

$$k_{r0}=k_0 \sqrt{\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}} \Rightarrow a_0 = \frac{\chi_{1,n}}{k_0} \sqrt{\frac{\gamma^2}{\gamma^2-1}} \qquad k_{r1}=k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon_r \gamma^2-1}{\gamma^2}} \Rightarrow a_1 = \rho \frac{\chi_{1,n+2s-1} - \chi_{1,n}}{k_0} \sqrt{\frac{\gamma^2}{\varepsilon_r \gamma^2-1}}$$

$$k_{r2}=k_0 \sqrt{\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}} \Rightarrow a_2 = (1-\rho) \frac{\chi_{1,n+2s-1} - \chi_{1,n}}{k_0} \sqrt{\frac{\gamma^2}{\gamma^2-1}}$$

A partir de ces résultats, nous pouvons établir l'équation générale du rapport de forme:

$$AR = \frac{\frac{t_0}{2} + t_1 + t_2}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{p \pi \sqrt{\gamma^2-1}}{2 \chi_{1,n}} \left( \frac{1 + \frac{2(2q-1)}{p} \left( 1 - \alpha + \frac{\alpha}{\sqrt{\varepsilon_r}} \right)}{1 + \frac{1}{\chi_{1,n}} \left( (1-\rho) (\chi_{1,n+2s-1} - \chi_{1,n}) \right) + \rho \sqrt{\frac{\gamma^2-1}{\varepsilon_r \gamma^2-1}} (\chi_{1,n+2s-1} - \chi_{1,n})} \right)$$

#### IV.1.4 Vérification du modèle simplifié

Nous avons donc décidé de vérifier les équations avec un substrat de MGO de 0,5mm d'épaisseur et de permittivité  $\varepsilon_r = 9,6$ . La structure est calculée pour fonctionner sur le mode fondamental  $TE_{0,1,1}^{1,1}$  à une fréquence de résonance de 10GHz avec uniquement un réflecteur axial (figure 13).

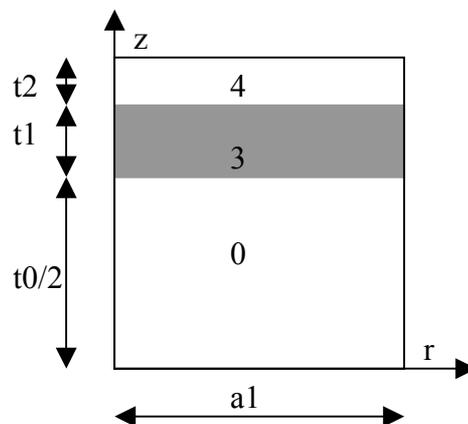


Figure 13 : Structure étudiée pour la validation du modèle

Nous choisissons, dans cet exemple, le cas particulier où l'épaisseur et le rayon de la couche centrale sont égaux. Soit d'après les équations (17) et (18) et avec  $n=1$  et  $p=1$ :

$$t_0 = a_1 \Rightarrow \gamma = \sqrt{\frac{\chi_{11}^2}{\pi^2} + 1} \Rightarrow t_0 = a_1 = \frac{\sqrt{\chi_{11}^2 + \pi^2}}{k_0}$$

Cette égalité permet de calculer ces paramètres et donne une valeur de 23,659 mm pour  $t_0$  et  $a_1$ .

La valeur de  $t_1$  est fixée par l'épaisseur de 0,5 mm du substrat MGO. A l'aide de la méthode des lignes, nous calculons les fréquences de résonance et la proportion d'énergie électrique dans la zone centrale du résonateur pour différents modes en fonction de l'épaisseur d'air notée  $t_2$ . Ces résultats sont présentés sur la figure 14.

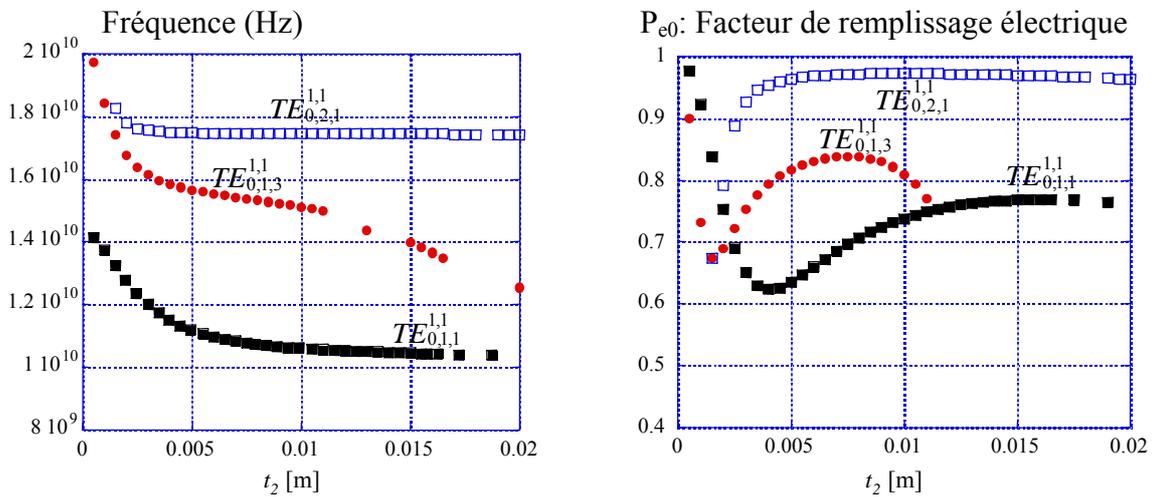


Figure 14 : Résultats de simulation

L'effet Bragg apparaît lorsque le facteur de remplissage est maximal ce qui nous permet de relever la valeur de  $t_2$  qui conduit à ce résultat. Cette valeur est comparée avec celle trouvée d'après le modèle simplifié dans le tableau 2:

Mode	$f_{SM}$ [GHz]	$f_{MoL}$ [GHz]	$t_{2,SM}$ [mm]	$P_{e0}$ @ $t_{2,SM}$	$t_{2,MoL}$ [mm]	$P_{e0}$ @ $t_{2,MoL}$	$\alpha$ @ $t_{2,SM}$
$TE_{0,1,1}^{1,1}$	10,00	10,43	13,44	0,764	16,09	0,769	0,103
$TE_{0,1,3}^{1,1}$	14,67	15,38	8,67	0,834	7,52	0,839	0,152
$TE_{0,2,1}^{1,1}$	17,36	17,44	7,09	0,971	10,10	0,972	0,179

Tableau 2 : Comparaison des résultats entre le modèle simplifié (SM) et a simulation avec la méthode des lignes (MoL)

Les résultats montrent une assez bonne concordance entre les valeurs obtenues d'après la méthode des lignes et le modèle simplifié. Il existe cependant un écart sur les valeurs de  $t_2$  mais qui ont peu de conséquence sur le facteur de remplissage  $Pe_0$ . Cette étude permet donc de valider l'approche du modèle simplifié qui permet d'obtenir de bons résultats, très rapidement, sans avoir à faire d'itération sur les dimensions de la structure.

## IV.2 Structure multicouche:

Nous allons dans ce paragraphe décrire la généralisation du calcul des structures à effet Bragg dans le cas de plusieurs modes et pour un nombre quelconque de réflecteurs dans les directions radiales et axiales.

### IV.2.1 Direction radiale

Pour décrire le calcul, nous noterons pour le  $i^{\text{ème}}$  réflecteur,  $a_{2i}$  l'épaisseur de diélectrique de permittivité  $\epsilon_{ri}$ ,  $a_{3i}$  l'épaisseur d'air,  $k_{r1i}$  et  $k_{r2i}$  les constantes de propagation radiale respectivement dans le diélectrique et dans l'air,  $\rho_i$  la proportion de diélectrique dans le réflecteur et  $s_i$  le numéro du mode dans le réflecteur qui impose  $2s_i - 1$  alternances.

L'allure du champ dans la partie centrale de la cavité et dans le  $i^{\text{ème}}$  réflecteur peut être décrit selon la figure 15:

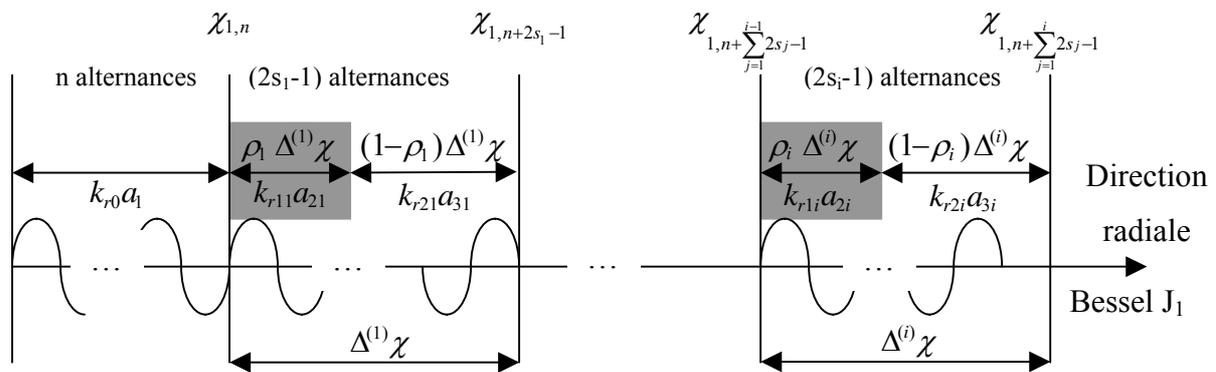


Figure 15 : Allure du champ dans la direction radiale

Les rayons de chaque élément de la structure sont déterminés par les relations :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\gamma \chi_{1,n}}{k_0 \sqrt{\gamma^2 - 1}} \\ a_{2i} = \frac{\gamma \rho_i \Delta^{(i)} \chi}{k_0 \sqrt{\epsilon_{ri} \gamma^2 - 1}} \\ a_{3i} = \frac{\gamma (1 - \rho_i) \Delta^{(i)} \chi}{k_0 \sqrt{\gamma^2 - 1}} \end{cases}$$

#### IV.2.2 Direction axiale

Dans la direction axiale, nous noterons pour le  $k^{\text{ème}}$  réflecteur,  $t_{3k}$  l'épaisseur de diélectrique de permittivité  $\epsilon_{rk}$ ,  $t_{4k}$  l'épaisseur d'air,  $k_{z3k}$  et  $k_{z4k}$  les constantes de propagation axiale respectivement dans le diélectrique et dans l'air,  $\alpha_k$  la proportion de diélectrique dans le réflecteur et  $q_k$  le numéro du mode dans le réflecteur qui impose  $2q_k - 1$  alternances.

L'allure du champ dans la partie centrale de la cavité et dans le  $k^{\text{ème}}$  réflecteur peut être décrit selon la figure 16 :

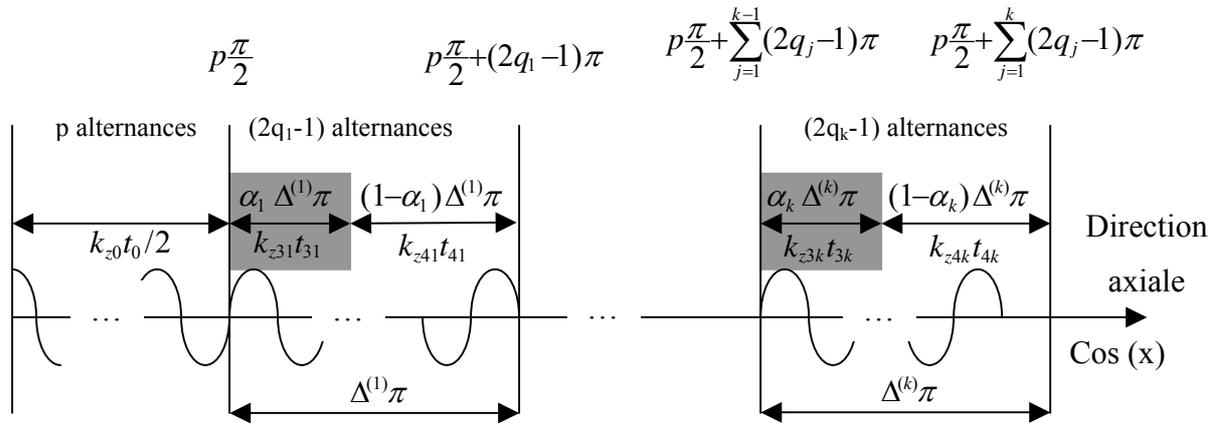


Figure 16 : Allure du champ dans la direction axiale

D'après la figure 16, nous pouvons déterminer les différentes épaisseurs de la structure :

$$\begin{cases} \frac{t_0}{2} = \frac{\gamma p \pi}{2 k_0} \\ t_{3k} = \frac{\alpha_k \Delta^{(k)} \pi}{k_0 \sqrt{\epsilon_{rk}}} \\ t_{4k} = \frac{(1 - \alpha_k) \Delta^{(k)} \pi}{k_0} \end{cases}$$

### IV.2.3 Définition générale du rapport de forme

Nous pouvons alors déterminer l'équation générale du rapport de forme (AR) pour une structure comportant  $n_a$  réflecteurs axiaux et  $n_r$  réflecteurs radiaux:

$$AR = \sqrt{\gamma^2 - 1} \frac{\frac{p\pi}{2} + \sum_{k=1}^{n_a} \left[ \Delta^{(k)} \pi \left( 1 - \alpha_k + \frac{\alpha_k}{\sqrt{\epsilon_{rk}}} \right) \right]}{\chi_{1,n} + \sum_{i=1}^{n_r} \left[ \Delta^{(i)} \chi \left( 1 - \rho_i + \rho_i \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\epsilon_{ri} \gamma^2 - 1}} \right) \right]}$$

### IV.2.4 Comparaison entre la conception de Flory et Ko et celle du modèle simplifié.

Afin de montrer l'efficacité du modèle simplifié, nous avons comparé la méthode décrite ci-dessus, avec celle la structure proposée par Flory et Ko [12] (figure 17).

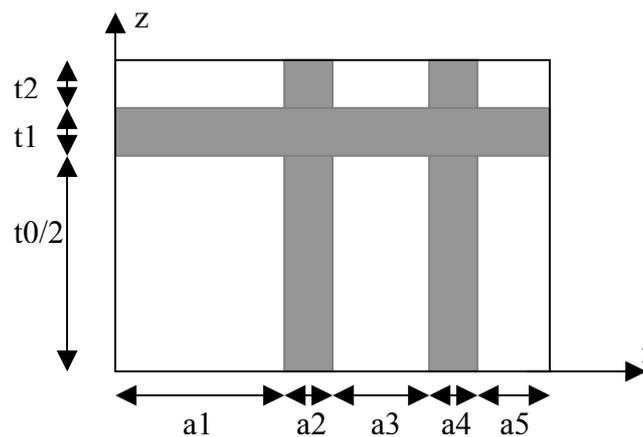


Figure 17 : Structure proposée par Flory et Ko

Nous avons utilisé les mêmes épaisseurs de diélectrique ( $a_2$ ,  $a_4$  et  $t_1$ ) ainsi que la même résistance de surface et tangente de pertes pour implémenter nos équations du modèle. Comme le rayon  $a_1$  et l'épaisseur  $t_0$  fixe la fréquence de résonance, nous avons obtenu les mêmes valeurs que la structure de référence. A l'aide du modèle simplifié nous avons donc calculé uniquement les dimensions de  $a_3$ ,  $a_5$  et  $t_2$ , que nous comparons à la structure de Flory. Les résultats sont donnés dans le tableau 3.

Modèle (mm)	a1	a2	a3	a4	a5	t0/2	t1	t2	fcalc (GHz)	$\alpha$	$\rho_1$	$\rho_2$
<b>FT</b>	22,6	2,75	9,5	2,75	9,35	19	2,84	19,01	8,993	—	—	—
<b>SM</b>	22,6	2,75	9,4	2,75	9,31	19	2,84	8	9	0,5226	0,494	0,498

Tableau 3: Comparaison entre la structure Flory et notre modèle simplifié.

On constate sur ces résultats que la valeur des rayons (a3 et a5) sont équivalents pour les deux approches. Par contre pour l'épaisseur t2 les résultats sont très éloignés. Cette différence provient de la valeur de la constante de propagation axiale dans le milieu 4 correspondant à l'épaisseur t2. Dans le modèle Flory [11 –12], il est supposé que seul le mode principal se propage dans les différents milieux. Dans ces conditions la constante de propagation du milieu 4 est la même que celle du milieu 0 et égale à  $k_{z0}$ . Dans l'approche du modèle simplifié nous supposons que la présence d'autres modes dans le milieu 4 induit une différence sur les constantes de propagation des milieux 0 et 4. Ce phénomène est pris en compte à l'aide du facteur  $\gamma$  dans nos équations et justifie le qualificatif "non-Maxwellien" du modèle.

Nous pouvons donc expliquer la différence sur la valeur de t2 par les équations suivantes :

$$\text{Modèle Flory : } k_{z4} = k_{z0} = \frac{k_0}{\gamma} \Rightarrow t_2 = \frac{\gamma\pi}{2k_0} \text{ avec } \gamma > 1$$

$$\text{Modèle simplifié : } k_{z4} = \gamma k_{z0} = k_0 \Rightarrow t_2 = \frac{\pi}{2k_0}$$

Comme dans les deux approches, la seule différence provient de l'épaisseur t2 de la couche 4, nous avons calculé, grâce à la méthode des lignes, les caractéristiques de la structure en faisant varier cette épaisseur t2. Les résultats, pour la fréquence de résonance et pour le facteur de remplissage de l'énergie électrique dans la partie centrale du résonateur, sont décrits sur la figure 18. La structure optimale est donnée lorsque le facteur de remplissage passe par un maximum, ce qui traduit un fort confinement de l'énergie dans la partie centrale du résonateur.

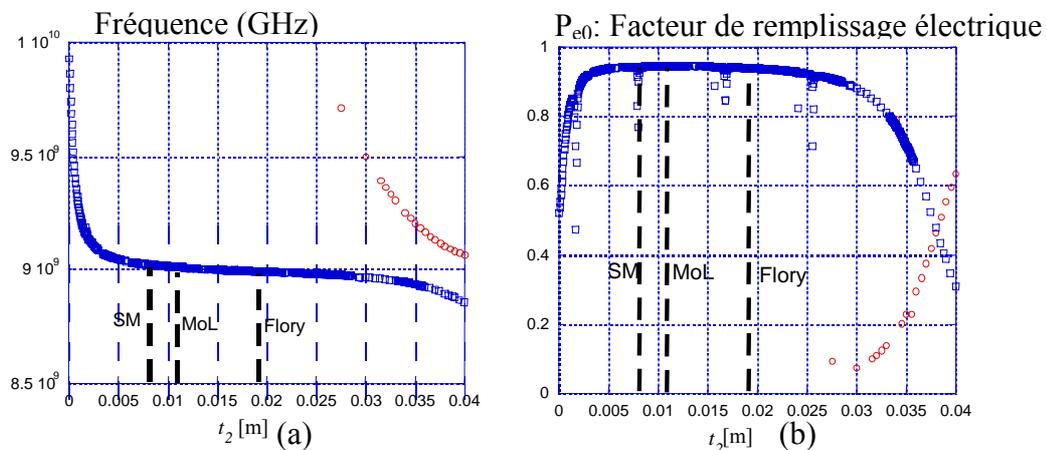


Figure 18: (a) Fréquence de résonance, (b) facteur de remplissage électrique de la région centrale, Pe0

Comme nous pouvons le voir, la solution du modèle simplifié est proche de la solution optimale comparée à la solution de Flory. D'autre part, on peut noter que la structure calculée d'après le modèle simplifié présente un volume beaucoup plus réduit.

## V Etudes expérimentales

Nous avons construit une structure à un réflecteur axial et radial à partir d'échantillons saphir que nous disposions. Les dimensions de ces échantillons ne sont pas optimisées pour cette application et nous avons donc appliqué le principe décrit dans le paragraphe IV pour dimensionner les dispositifs. Nous avons considéré trois structures pour les modes  $TE_{0,1,1}^{1,1}$ ,  $TE_{0,1,2}^{1,1}$  et  $TE_{0,1,2}^{1,2}$  dont la cartographie du champ électrique est donnée sur la figure 19.

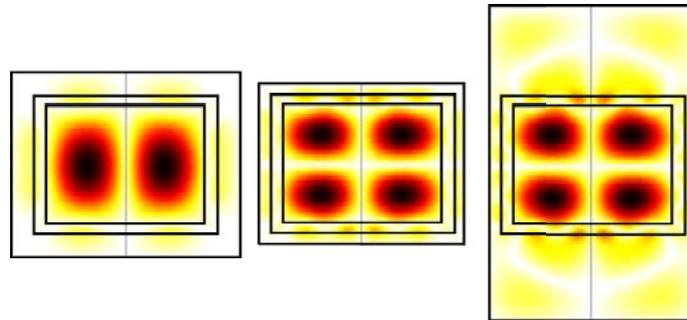


Figure 19: Densité du champ électrique calculée par la méthode des lignes pour les trois différents modes de Bragg suivant:  $TE_{0,1,1}^{1,1}$ ,  $TE_{0,1,2}^{1,1}$  et  $TE_{0,1,2}^{1,2}$ .

Pour ces différentes structures et d'après le modèle simplifié, nous avons calculé les différentes proportions d'épaisseur  $\rho$  et  $\alpha$  dans le réflecteur de Bragg comme le montre le tableau ci-dessous:

Mode	$\alpha$	$\rho$	$t_2$ [mm]	$a_3$ [mm]	$f_{SM}$ [GHz]
$TE_{0,1,1}^{1,1}$	0,557	0,651	6,7	6,1	9,9
$TE_{0,1,2}^{1,1}$	0,722	0,829	3,2	3,0	1,8
$TE_{0,1,2}^{1,2}$	0,240	0,829	26,6	3,0	12,8

Tableau 4: Différents calculs de mode utilisant le modèle simplifié.

Nous avons mesuré ces différents modes, avec l'analyseur de réseau en mode de transmission, afin d'avoir plus de précision dans la mesure. Afin d'améliorer le facteur de qualité dans des cavités, celles-ci ont été argentées. Cependant nous avons noté que cela avait peu d'influence puisque l'effet Bragg limite fortement les pertes métalliques. Enfin lors de la mesure, nous avons utilisé un support en téflon pour maintenir les échantillons de saphir.

Un exemple de mesure pour le mode  $TE_{0,1,1}^{1,1}$  est donné sur la figure 20, pour une bande de fréquence étroite (figure 20(a)) et pour une mesure plus large bande (500 MHz) (figure 20(b)).

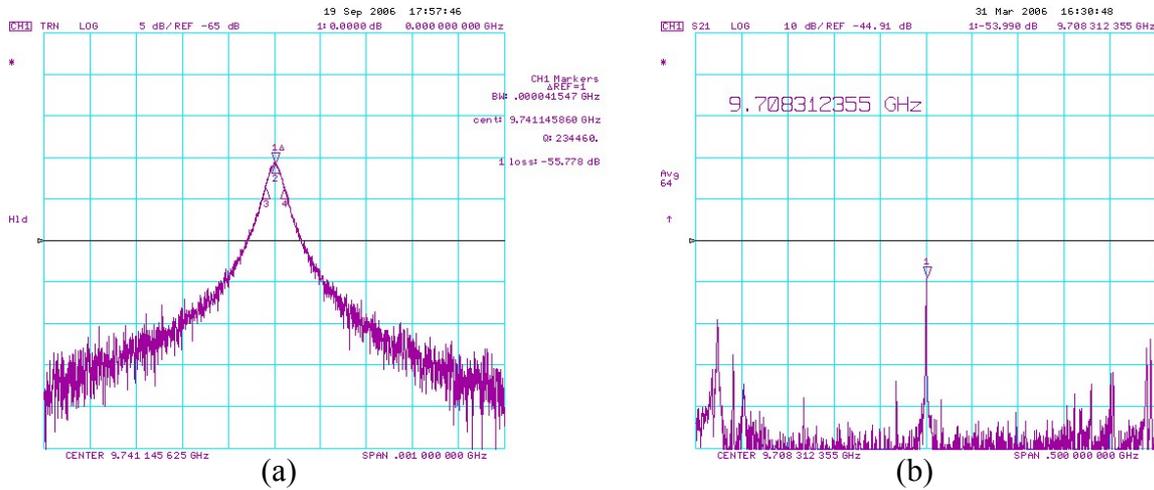


Figure 20: Mesure en transmission du mode  $TE_{0,1,1}^{1,1}$

Dans le tableau 5, les résultats de mesure sont comparés à l'étude théorique pour les trois modes:

Mode	$f_{MOL}$ [GHz]	$f_{EXP}$ [GHz]	$Q_{0\ MOL}$	$Q_{0\ EXP}$	$Pe_{sapph}$	$Pe_{teflon}$	G [ $\Omega$ ]
$TE_{0,1,1}^{1,1}$	9,7268 (9,9165)	—	229 100	—	0,167	—	9 353
$TE_{0,1,1}^{1,1} *$	9,7266	9,7411	228 500	234 400	0,167	$6,18 \times 10^{-5}$	9 347
$TE_{0,1,2}^{1,1}$	12,4397 (12,925)	—	123 500	—	0,226	—	5 413
$TE_{0,1,2}^{1,1} *$	12,4386	12,4562	122 400	128 300	0,225	$3,78 \times 10^{-4}$	5 391
$TE_{0,1,2}^{1,2}$	12,2149 (12,925)	—	96 900	—	0,390	—	4 969
$TE_{0,1,2}^{1,2} *$	12,2090	12,4021	94 200	94 000	0,386	$2,17 \times 10^{-3}$	4 969

Tableau 5: Comparaison des résultats théoriques et mesurés. Le signe "\*" signifie l'utilisation de support en téflon. Le signe "(") représente la fréquence du modèle simplifié.

Comme nous pouvons le voir, le mode fondamental dont la fréquence de résonance est proche de 9,7GHz, possède un facteur de qualité à vide égale à 230 000 à température ambiante. C'est un résultat qui est 2 fois supérieur à la limite de la tangente de pertes du matériau diélectrique. Le spectre autour de ce mode, est relativement dégagé par rapport à un

---

résonateur à mode de galerie. Ce qui permet d'utiliser ce mode pour concevoir un filtre ou un oscillateur.

La différence sur les valeurs du facteur de qualité est principalement due à l'approximation de la valeur de la tangente de pertes faite par rapport aux échantillons de saphir dont nous disposons. Cependant nous obtenons globalement une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et théoriques. De plus, les valeurs mesurées des facteurs de qualité sont élevées.

## VI Compromis entre la permittivité et la tangente de pertes.

Lors des simulations effectuées pour une structure de Bragg à un seul réflecteur axial et radial, pour différents types de matériaux, nous avons remarqué un phénomène compensatoire entre la valeur de la permittivité et la tangente de pertes du matériau, pour obtenir un résultat équivalent sur le facteur de qualité. C'est-à-dire que pour un matériau diélectrique à forte permittivité, la valeur de la tangente de pertes ne doit pas nécessairement être très faible.

Par exemple, pour obtenir le résultat d'une structure à un réflecteur en saphir ( $\epsilon_r=9,394$  et  $\tan\delta=5,9e^{-6}$ ) dans les deux directions et à une fréquence de travail de 10 GHz, nous pouvons utiliser un matériau dont la permittivité est de 94, et la tangente de pertes de  $9e^{-5}$ . Pour comparer au saphir, la permittivité est 10 fois plus grande et la tangente de pertes est 15 fois plus élevée.

Ce type de propriété par rapport à une structure de Bragg a été remarqué en parallèle avec une structure de Bragg sphérique.

Nous avons donc essayé de quantifier cet effet en prenant comme référence une structure en saphir, à un réflecteur radial et axial, fonctionnant à 10 GHz et de facteur de qualité à vide de 260 000.

Nous étudions tout d'abord la courbe du facteur de remplissage de l'énergie électrique dans le diélectrique en fonction de la permittivité. C'est un des paramètres qui détermine le facteur de qualité diélectrique. Nous cherchons alors à régresser la courbe afin de donner une courbe de dépendance entre le facteur de remplissage et la permittivité (figure 21).

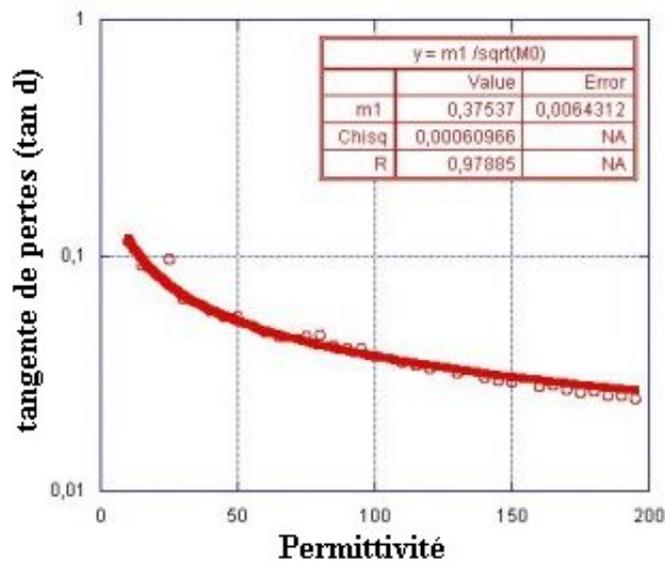


Figure 21 : Dépendance du facteur de remplissage en fonction de la permittivité

Nous pouvons alors voir que la dépendance du facteur de remplissage suit une loi en racine carrée de la permittivité. L'équation du facteur de qualité diélectrique peut être définie à partir de la régression précédente, sous la forme :

$$Q_d^{-1} = p_e \tan \delta = \frac{0.37537}{\sqrt{\epsilon_r}} \tan \delta$$

Lorsque la valeur de la permittivité est faible, la concentration du champ électrique dans la couche de diélectrique du réflecteur est beaucoup plus importante, et donc la structure est beaucoup plus sensible à la valeur de la tangente de pertes du matériau diélectrique. Ce qui signifie que pour une faible valeur de permittivité, le facteur de qualité limitant est le facteur de qualité diélectrique.

Il est important de noter que cette compensation de permittivité et de tangente de pertes, peut être variable par rapport au rapport de forme (AR) de la structure de Bragg. Nous avons remarqué que les résultats pour un rapport de forme supérieur ou égal à 1 convergent vers les mêmes résultats. Cependant la différence entre les rapports de forme inférieur et égal à 1 pour la tangente de pertes, n'est pas très significative (voir figure 22). Nous avons, toutefois choisi un rapport de forme égal à 1 pour cette étude.

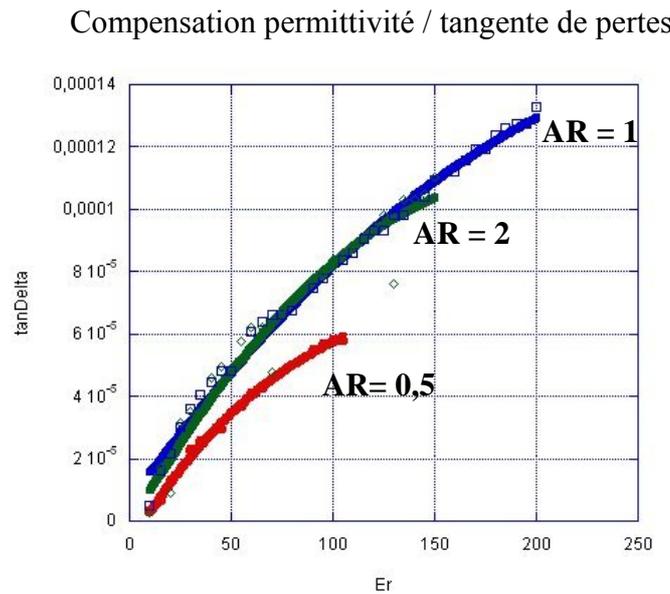


Figure 22 : Evolution de la compensation par rapport au rapport de forme (AR) à 10 GHz

Cependant cette compensation peut avoir une limite due à la diminution de l'épaisseur de diélectrique avec une permittivité croissante, ce qui rend plus difficile l'assemblage de la structure, ainsi que le maintien des formes (cylindre et plateaux parfaits).

Nous étudions ensuite l'effet de la permittivité sur le facteur de Géométrie (G) du résonateur de Bragg, dans les mêmes conditions que précédemment.

Nous obtenons alors les résultats suivants, en utilisant le logiciel de la méthode des lignes (figure 23).

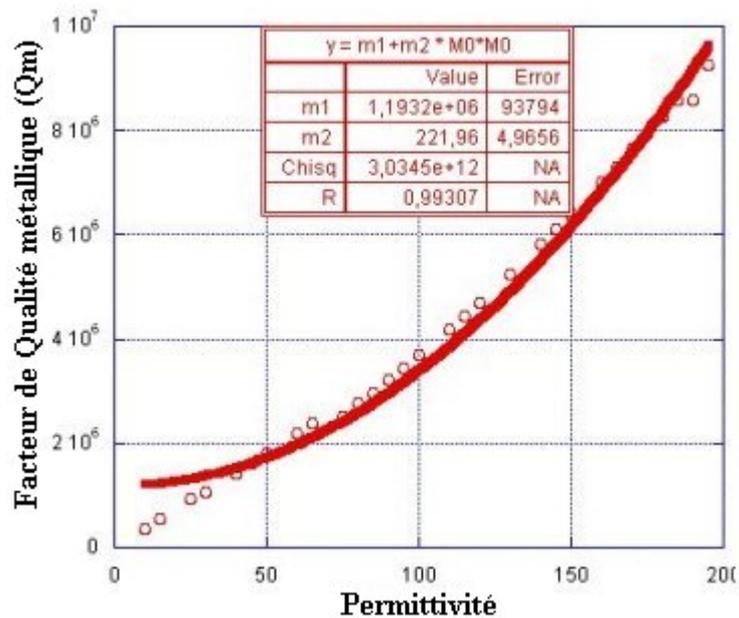


Figure 23 : Evolution du facteur de qualité métallique en fonction de la permittivité

La régression quadratique des données n'est pas très adéquate pour de faibles valeurs de permittivités. Cependant l'effet du facteur de géométrie est seulement dominant pour de fortes valeurs de permittivités.

Nous obtenons alors une relation pour le facteur de qualité métallique qui est la suivante :

$$Q_m = \frac{G}{R_s} = 1.193e6 + 222 \varepsilon_r^2$$

En combinant les différents résultats, nous pouvons déduire une formule "théorique" du facteur de qualité à vide de la structure à un réflecteur de Bragg afin de prévoir l'effet de la tangente de pertes et de la permittivité.

Nous avons déterminé que pour de faibles valeurs de permittivité, l'élément limitatif principal est le facteur de qualité diélectrique, soit la tangente de pertes et que pour de fortes valeurs de permittivité, l'élément prédominant est le facteur de qualité métallique, défini principalement par le facteur de Géométrie (G).

Afin de donner une dimension réelle à cette nouvelle propriété de compensation, dédiée à la structure à effet Bragg, nous avons évalué différents matériaux [18] qui sont reportés sur la figure 24.

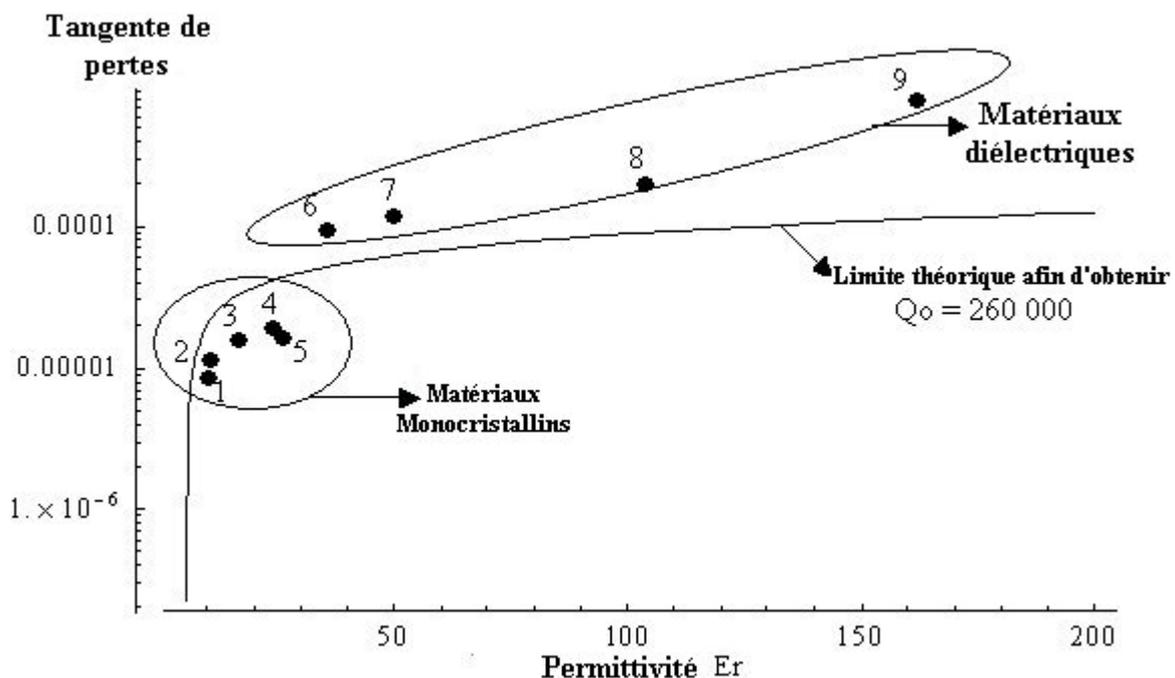


Figure 24 : Comparatif entre matériaux pour obtenir un résultat équivalent saphir à 10GHz

1 à 5 : Matériaux mono cristallins:

1 : AL <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (saphir)	$\epsilon_{r,\perp}=9,935$	$\tan \delta=8,54710^{-6}$
2 : YAG	$\epsilon_{r,\perp}=10,6$	$\tan \delta=1,15310^{-5}$
3 : SrLaAlO <sub>4</sub>	$\epsilon_{r,\perp}=16,85$	$\tan \delta=1,59210^{-5}$
4 : LaAlO <sub>3</sub> (110top)	$\epsilon_{r,\perp}=24$	$\tan \delta=1,96510^{-5}$
5 : LaGaO <sub>3</sub>	$\epsilon_{r,\perp}=26$	$\tan \delta=1,66710^{-5}$

6 à 9 : Matériaux diélectriques:

6 : 0,5LaAlO <sub>3</sub> -0,5SrTiO <sub>3</sub>	$\epsilon_{r,\perp}=35,9$	$\tan \delta=9,19110^{-5}$
7 : Pb <sub>0,7</sub> Ca <sub>0,3</sub> La <sub>0,5</sub> (Mg <sub>1/2</sub> Nb <sub>1/2</sub> )O <sub>3</sub>	$\epsilon_{r,\perp}=50$	$\tan \delta=1,16210^{-4}$
8 : TiO <sub>2</sub> +0,05 mol%Fe	$\epsilon_{r,\perp}=104$	$\tan \delta=1,98810^{-4}$
9 : CaTiO <sub>3</sub>	$\epsilon_{r,\perp}=162$	$\tan \delta=7,71610^{-4}$

(Valeurs données pour un résonateur à 10 GHz)

Les matériaux dont la valeur de la tangente de pertes se trouve sous la courbe théorique, sont des matériaux qui peuvent être choisis pour obtenir le même résultat qu'une structure en saphir. C'est le cas pour la plupart des matériaux mono-cristallin. Les matériaux diélectriques choisis parmi les meilleurs pour réaliser le résonateur, sont proches de la courbe théorique mais ne peuvent pas obtenir un facteur de qualité à vide identique au résonateur fait à partir de saphir.

## VII Discussions et perspectives

Dans toutes les études que nous avons présenté sur l'effet Bragg, nous avons toujours utilisé les modes de types TE sans variation azimutale. Il semblait en effet que le champ électrique devait être tangentiel aux différents réflecteurs pour que l'effet Bragg se produise.

Cependant au cours de nos différentes études expérimentales, nous avons observé un mode à 2 variations azimutales qui semble être sensible à la présence des réflecteurs. Les caractéristiques de ce mode sont une fréquence de résonance de 13,39 GHz avec un facteur de qualité mesuré  $Q_L = 190\,000$ , ce qui est 10 fois supérieur à la limite de la tangente de pertes du matériau diélectrique.

La réponse en transmission de ce mode est donnée sur la figure 25.

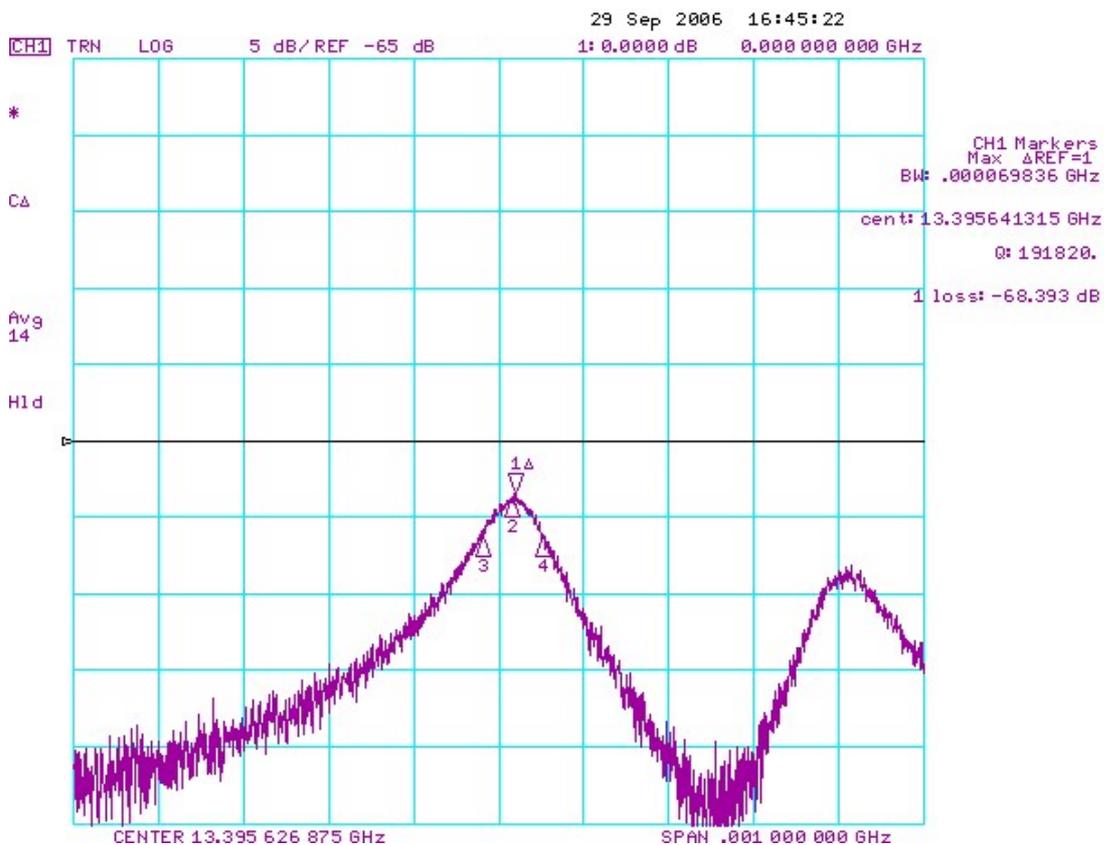


Figure 25 : Paramètre de transmission du mode à 2 variations azimutales

Nous avons donc recherché avec le logiciel de la méthode des lignes la forme de ce mode particulier possédant un fort coefficient de qualité. Les résultats sont donnés sur le tableau 6.

m	Fr (GHz)	Qo	G	pe diélectrique
2	13,3958	2,02E+05	13188	0,094092

Tableau 6 : Identification du mode

L'allure du champ électromagnétique de ce mode, calculée avec le logiciel de la méthode des lignes est donnée sur la figure 26:

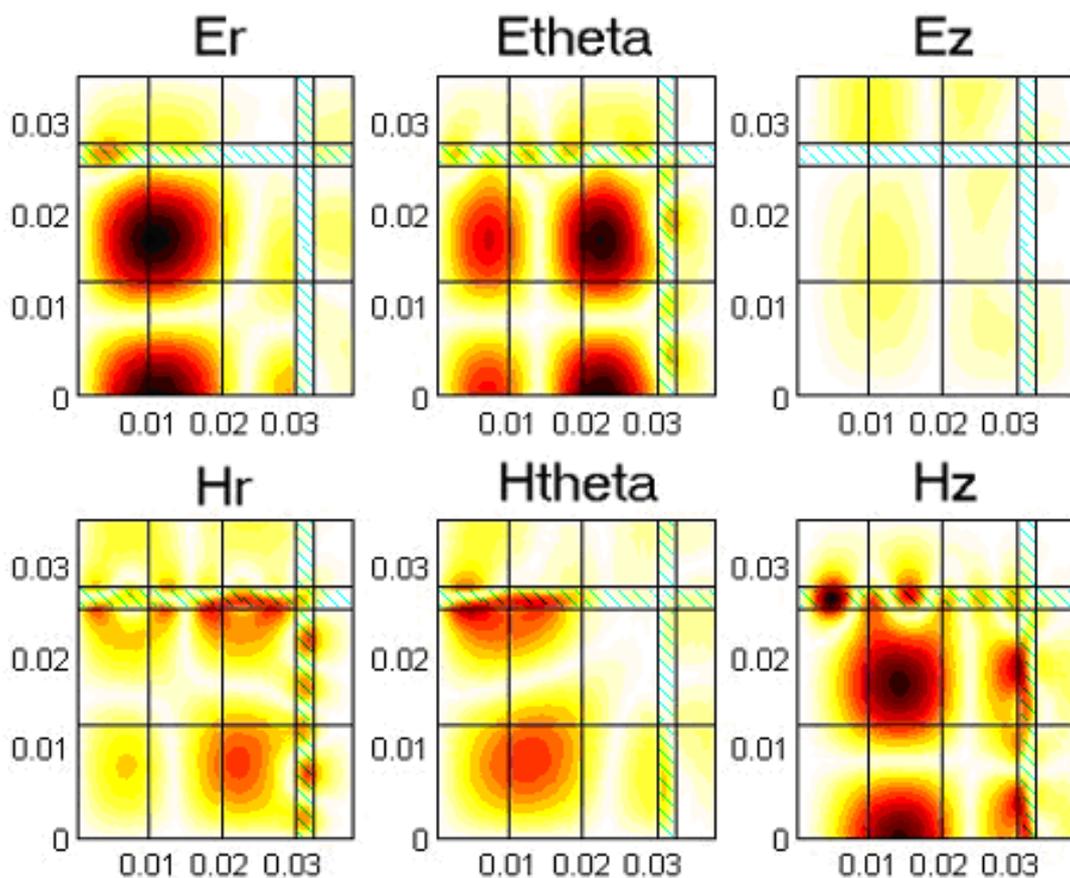


Figure 26 : Allure des champs E et H pour le mode à 2 variations azimutales sur un quart de la structure de Bragg.

 Matériau diélectrique

---

Ce mode, dans la partie centrale de la cavité, présente la même allure que le champ électromagnétique d'un mode de galerie. Le champ électrique est essentiellement transversal, donc il s'agit d'un mode WGE. Il possède 3 variations suivant l'axe  $z$  et 1 variation radiale. Nous pouvons donc identifier ce mode comme étant le mode  $WGE_{2,0,2}$ .

Nous avons ensuite cherché à optimiser cette structure, mais actuellement les résultats ne sont pas significatifs. Une étude plus approfondie du mode serait nécessaire pour donner des conclusions sur la faisabilité d'une structure Bragg à mode de galerie.

---

## VIII Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre comment concevoir un modèle approché d'un résonateur à effet Bragg cylindrique soit en définissant toutes les dimensions (premier modèle), soit en utilisant un matériau précis dont les dimensions sont fixées par le fabricant (extension du modèle précédent).

Il est également possible de définir le type de mode que l'on veut exciter, le nombre de variations à l'intérieur de la zone centrale et dans les réflecteurs, et cela dans les deux directions de propagation, radiales et axiales.

Nous avons alors démontré qu'il est possible d'atteindre, à température ambiante, des facteurs de qualité supérieur à 300 000 pour un résonateur à simple réflecteur. Il a été mis en évidence, que le fait d'ajouter des réflecteurs augmentait considérablement le facteur de qualité à vide. Cependant il est plus difficile de coupler le mode et les problèmes de résonance parasites sont accrus.

Il a été aussi mis en évidence la compensation entre la permittivité et la tangente de pertes d'un matériau diélectrique pour une structure à réflecteur de Bragg. Nous avons défini les limites sur les caractéristiques des matériaux afin d'obtenir le même résultat qu'un résonateur saphir. Ainsi la tangente de pertes peut être dégradée d'un facteur 15 pour seulement une permittivité égale à 10 fois celle du saphir. Cependant l'effet de cette compensation s'atténue avec l'augmentation du nombre de réflecteur de Bragg.

Finalement, nous avons mesuré une structure à effet Bragg avec un mode à variations azimutales que nous avons supposé être un mode de galerie. Cette observation est intéressante car elle permet d'envisager de nouveaux dispositifs plus performants. Cela ouvre alors une nouvelle voie d'étude de l'effet Bragg, avec ce mode "hybride" de Bragg à variations azimutales.

---

## IX Bibliographie

- [1] Y. Kobayashi and M. Mingishi, "Precise design of a bandpass filter using high-Q dielectric ring resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 35, pp. 1156–1160, 1987.
- [2] Y. Kobayashi and T. Senju, "Resonant modes in shielded uniaxial-anisotropic dielectric rod resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 41, pp. 2198–2205, 1993.
- [3] C. Wang and K. A. Zaki, "Generalized multilayer anisotropic dielectric resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 48, pp. 60–66, 2000.
- [4] D. Maystre, P. Vincent, and J. C. Mage, "Theoretical and experimental study of the resonant frequency of a cylindrical dielectric resonator," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 27, pp. 844–848, 1983.
- [5] M. Jaworski and M. W. Pospieszalski, "An accurate solution of the cylindrical dielectric resonator problem," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 27, pp. 639–643, 1979.
- [6] J. Krupka, "Computations of frequencies and intrinsic Q-factors of  $TE_{0mn}$  modes of dielectric resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 33, pp. 274–277, 1985.
- [7] J. B. Davies, F. A. Fernandez, and G. Y. Philippou, "Finite element analysis of all modes in cavities with circular symmetry," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 30, pp. 1975–1980, 1982.
- [8] M. Aubourg and P. Guillon, "A mixed finite element formulation for microwave device problems. Application to MIS structure," *J. Electromag. Waves Appl.*, Vol. 45, pp. 371–386, 1991.
- [9] O. Piquet, D. Cros, S. Verdeyme, P. Guillon, M. E. Tobar, and W. Pascher, "Application of the method of lines for high-Q resonant structures," in *Proc. Eur. Microwave Conf.*, Milan, 2002.

- 
- [10] O. Piquet, D. Cros, S. Verdeyme, P. Guillon, and M. E. Tobar, “New design of high-Q sapphire resonator with distributed Bragg reflector,” *IEEE Microwave Theory Techniques Symp.Digest*, pp. 1993–1996, 2002.
- [11] C. A. Flory and R. C. Taber, “High performance distributed Bragg reflector microwave resonator,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, Vol. 44, pp. 486–495, 1997.
- [12] C. A. Flory and H. L. Ko, “Microwave oscillators incorporating high performance distributed Bragg reflector resonators,” *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr.*, Vol. 45, pp. 824–829, 1998.
- [18] M.T. Sebastian , A-K Axelsson and N. Mc N Alford, “List of microwave dielectric resonator materials and their properties”, <http://www.lsbu.ac.uk/dielectric-materials/>



**CHAPITRE V**

**Résonateur Sphérique à**

**Modes de Galerie**



# I Introduction

Le mode de Galerie est un mode quasi transverse électrique ou magnétique (WGE ou WGH) se propageant à la périphérie du résonateur cylindrique. La propagation du mode peut être assimilée à une superposition de deux ondes, une tournant dans le sens des aiguilles d'une montre et une autre dans le sens opposé. La propagation s'effectue alors avec un nombre entier de réflexions sur la périphérie du résonateur.

Ce type de mode a été étudié maintes fois pour différentes applications comme par exemple, pour la détermination des propriétés d'un matériau diélectrique, pour la conception de résonateur à fort coefficient de qualité et pour un système de filtrage dans les différents domaines de l'optique et des microondes [1-12].

Dans le cas particulier de la sphère, ces modes se propagent le long de la surface de la sphère diélectrique, c'est la raison pour laquelle nous appelons ces modes, modes de Galerie sphériques (WS) [13-15]. Parmi les modes de galerie sphérique, il en existe deux différents types, les modes de galerie longitudinaux, et les modes de galerie conventionnels.

Le mode de Galerie longitudinal, a une forme particulière de propagation. Elle suit la longitude de la sphère, d'où le terme de mode de galerie longitudinal.

Le mode de Galerie conventionnel est quant à lui identique au mode de Galerie d'un résonateur diélectrique cylindrique. C'est la raison pour laquelle nous le dénommerons, mode de Galerie conventionnel.

Il a été évoqué récemment que ces modes de Galerie sphériques pouvaient être utilisés pour la base des tests de physique fondamentale comme l'expérience de Michelson-Morley dans le domaine des microondes [13], pour des filtres multi-pôles à fort coefficient dans une cavité sphérique [15], pour des oscillateurs bi-mode [16-17].

Le résonateur saphir non poli que nous utilisons dans ce travail est un prototype servant à mettre en évidence les capacités d'un résonateur sphérique excité sur deux modes de galerie orthogonaux. L'objectif est d'utiliser un résonateur sphérique poli de plus grande taille

afin d'améliorer le facteur de qualité pour atteindre un milliard et permettre ainsi d'augmenter la sensibilité.

Les bases de la relativité spéciale se reposent sur le concept de l'invariance locale de Lorentz. L'expérience de Michelson-Morley consiste alors à tester cette invariance en testant la variation de la vitesse de la lumière [18]. Cela se fait en générant deux fréquences qui dépendent de la dimension du résonateur, et qui ont deux polarisations orthogonales. Lorsque l'expérience est en rotation, nous observons la différence de fréquence afin de tester l'invariance de celle-ci. Dans notre cas de résonateur sphérique, nous voulons utiliser la propriété d'orthogonalité des modes entre les modes de galerie longitudinaux et conventionnels afin d'utiliser un seul résonateur.

Dans le cas d'un oscillateur bi-mode, la propriété d'orthogonalité des modes dans la sphère entre les modes de Galerie longitudinaux (WL) et conventionnels (WG) est utilisée.

Chacun de ces modes a une forme de champ propre, ainsi qu'une certaine forme de propagation. Comme nous le verrons dans ce chapitre, les modes de même ordre sont tous dégénérés. Cependant il existe des méthodes permettant de briser la dégénérescence afin d'utiliser le mode recherché. Nous verrons par la suite différentes solutions permettant d'effectuer cette opération.

Dans ce chapitre, nous étudions une cavité chargée avec un matériau isotrope comme le Quartz synthétique ( $\text{SiO}_2$ ) et ensuite avec un matériau anisotrope comme le saphir HEMEX ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ). Ces deux résonateurs sont représentés sur la figure 1. Les mesures sont effectuées à température ambiante et à température cryogénique (Azote et Hélium liquide). Cette dernière a été effectuée pour caractériser le système dans une expérience de Michelson-Morley. L'avantage de faire l'expérimentation de Michelson-Morley à température cryogénique, permet de diminuer très fortement les pertes diélectriques et d'annuler les pertes dues au conducteur métallique en utilisant un matériau supra conducteur comme le niobium.

Nous verrons par la suite les résultats des différents résonateurs diélectriques, puis particulièrement le cas de la sphère de saphir. Nous aborderons ensuite les solutions à apporter au système résonant en vue de son optimisation.



Figure 1: Représentation des résonateurs.

## II Etude des modes de Galerie sphériques

L'étude d'un résonateur sphérique se ramène à une étude dans un repère  $\mathfrak{R}$  de coordonnées sphériques  $\mathfrak{R}(r, \theta, \varphi)$ .

Nous appliquons la méthode de séparation des variables afin de résoudre l'équation de propagation dans le repère  $\mathfrak{R}$ . La résolution des équations de Maxwell permet de déterminer la composante radiale du champ électrique,  $E_r$  pour un mode H et de la composante radiale du champ magnétique,  $H_r$  pour un mode E [19-20] :

Les composantes s'écrivent alors :

$$E_r = n(n+1) \frac{\sqrt{k_c r}}{r^2} J_{n+\frac{1}{2}}(k_p r) P_n^m(\cos\theta) \sin(m\varphi) \quad H_r = 0 \quad (1)$$

$$H_r = n(n+1) \frac{\sqrt{k_c r}}{r^2} J_{n+\frac{1}{2}}(k_p r) P_n^m(\cos\theta) \cos(m\varphi) \quad E_r = 0 \quad (2)$$

avec  $WSE_{n,p,m}$

$n$  : Représentant l'ordre de la famille de mode

$p$  : Etant le nombre de variations radiales

$m$  : Nombre de variations azimutales

La fonction de Legendre  $P_n^m$  est définie que pour des valeurs entières et positives de  $n$  et des valeurs entières de  $m$  comprises entre 0 et  $n$ . Ces fonctions s'écrivent alors sous la forme suivante:

$$P_n^m(x) = (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) \quad (3a)$$

Où

$P_n(x)$  est le polynôme de Legendre de degré  $n$ , dont la définition est la suivante :

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \left[ \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \right] \quad (3b)$$

Les autres composantes des champs électriques et magnétiques peuvent par la suite être déduites en utilisant les composantes  $E_r$ ,  $H_r$ .

Nous utiliserons deux cavités métalliques, une sphérique et une autre cylindrique. Cette dernière a été choisie pour des raisons de contraintes mécaniques et de coût. En effet pour limiter les pertes métalliques, à température de l'hélium liquide, nous utiliserons une cavité cylindrique en niobium. Cependant la prise en compte des conditions aux limites théoriques de la cavité cylindrique dans le repère sphérique est beaucoup plus fastidieuse. C'est la raison pour laquelle, nous avons utilisé une analyse numérique, la méthode des éléments finis pour caractériser le dispositif.

La fréquence d'un mode dans un résonateur sphérique dépend de  $n$  et de  $p$  et est indépendante de  $m$ . La famille de modes de Galerie sphériques fondamentaux est définie pour  $p = 1$ , quelque soit les valeurs de  $n$  et donc de  $m$ .

Afin de donner une illustration de l'évolution de la forme du champ suivant l'ordre  $n$  du mode, nous avons déterminé la densité du champ magnétique radial pour la famille du mode  $WSE_{4,1,m}$  dans une cavité sphérique isotrope. Les figures 2a et 2b ci-dessous illustrent le tracé de la densité du champ magnétique radial typique pour le mode  $WSE_{4,1,m}$ .

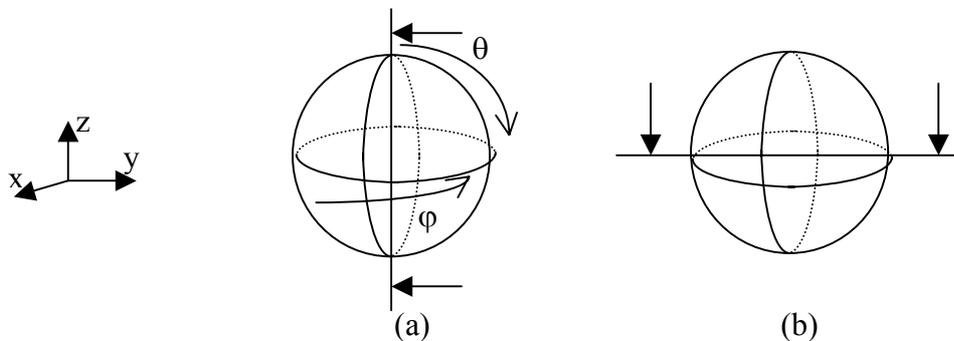


Figure 2a : Différents plans de coupe pour le tracé de la densité de champ de la composante radiale magnétique suivant le plan méridional (a) et le plan équatorial (b)

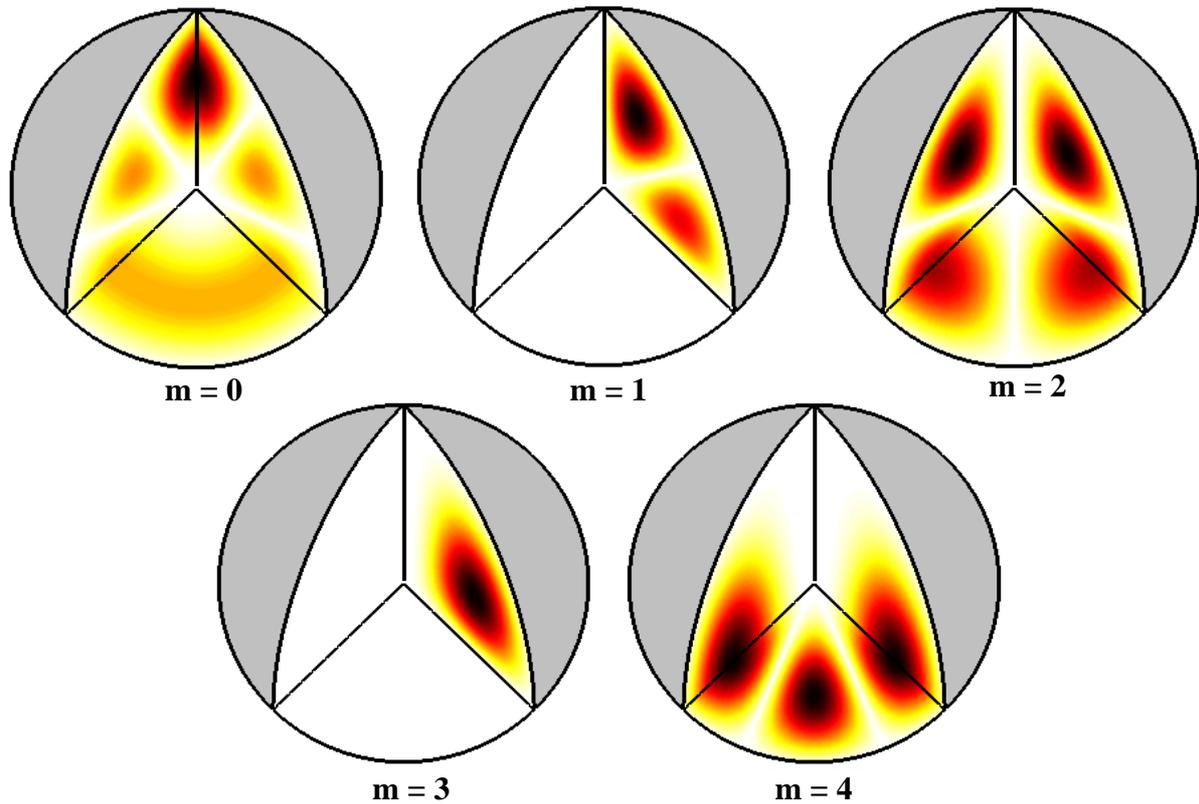


Figure 2b : Vues 3D de la composante magnétique radiale pour un mode de famille  $n = 4$

Les modes de galerie sphériques tracés ci-dessus peuvent être décomposés en fonction de leur différentes variations azimutales et longitudinales ainsi que leur analogie aux modes de galerie en cylindrique :

<b>m</b>	<b>Nb zéro suivant <math>\varphi</math></b>	<b>Nb zéro suivant <math>\theta</math></b>	<b>Equivalent WG</b>
0	0	4	$WGE_{0,0,4}$
1	1	3	$WGE_{1,0,3}$
2	2	2	$WGE_{2,0,2}$
3	3	1	$WGE_{3,0,1}$
4	4	0	$WGE_{4,0,0}$

Tableau 1: Récapitulatif des différentes caractéristiques des modes

Le mode de galerie en cylindrique est défini de manière générale à partir des notations sphériques de la façon suivante :

$WGE_{m,p,l}$  en cylindrique devient  $WGE_{m,p,(n-m)}$  en notation sphérique où  $l$  est le nombre de variations axiales en notation cylindrique et qui devient en notation sphérique, la différence entre le nombre d'ordre de la famille de mode et le nombre de variations azimutales.

Lorsque le nombre de variations azimutales  $m$  est égal au nombre du mode ( $m = n$ ), le mode de Galerie sphérique revient à un mode de Galerie conventionnel avec une propagation suivant  $\varphi$ . C'est un mode de propagation équivalent à celui du résonateur cylindrique.

Les modes de Galerie conventionnels sont confinés à l'équateur de la sphère, alors que les modes de Galerie longitudinaux sont répartis sur la longitude de la sphère dont la densité d'énergie est maximum aux pôles.

La propriété d'orthogonalité des modes présente dans le résonateur sphérique est très intéressante pour un oscillateur bi-mode ainsi que dans l'expérience de l'interféromètre de Michelson-Morley appliquée aux microondes.

Afin d'utiliser un mode individuellement, il est nécessaire de briser la dégénérescence des modes. Pour cela, il faut rompre la symétrie dans les directions  $\theta$  et  $\varphi$ .

Cela peut être résolu en insérant une perturbation. Cela signifie que la perturbation doit être appliquée dans la région de l'équateur de la sphère, d'où la solution d'utiliser une perturbation à symétrie cylindrique.

### III Etude de la sphère avec deux différents matériaux:

#### III.1 La sphère diélectrique en Quartz synthétique isotrope ( $\text{SiO}_2$ ):

Le premier essai du résonateur sphérique à mode de Galerie a été réalisé à partir de Quartz synthétique, donnant la possibilité d'obtenir un matériau diélectrique isotrope relativement bon marché.

Cette étude ne sera menée qu'à température ambiante. Cela est dû aux médiocres propriétés du quartz à température cryogénique.

La figure suivante illustre les dimensions de la sphère et du montage effectué pour la mesure [21] :

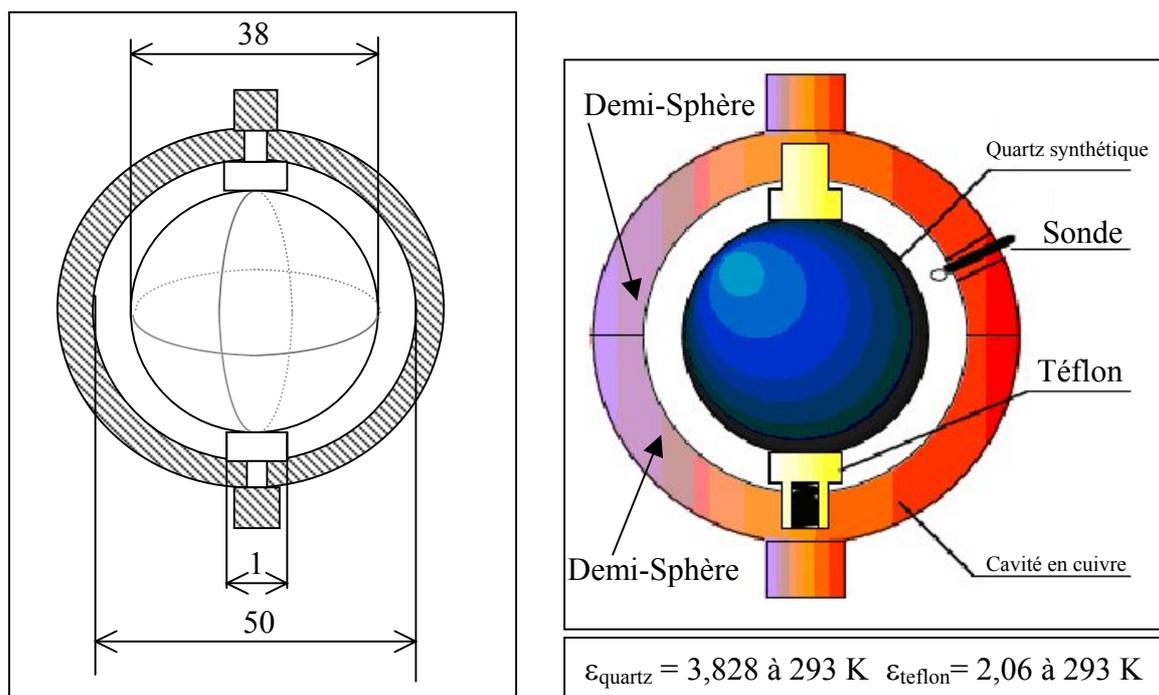


Figure 3: Présentation de la structure et de ses dimensions

L'étude du système peut être réalisée analytiquement si et seulement si nous négligeons les effets des maintiens en téflon. Cependant les résultats présentés sur la figure 4, ont été réalisés avec la méthode des éléments finis pour les structures avec et sans support. Nous avons considéré quatre familles de modes pour  $n = 1, 2, 3$  et  $4$ . Ces résultats sont alors comparés aux résultats expérimentaux (figure 4).

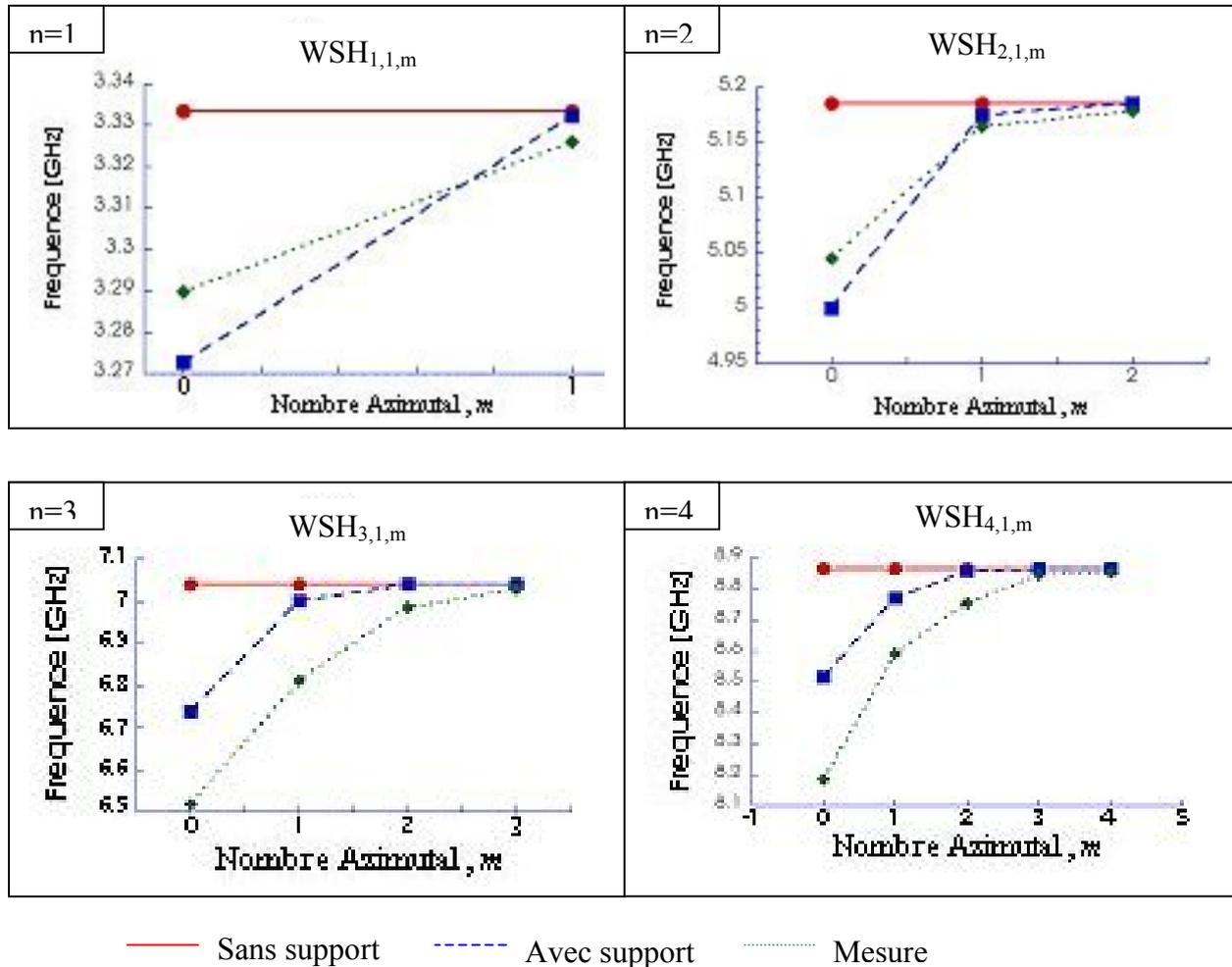


Figure 4: Comparaison entre les fréquences prédites pour la structure avec et sans support et les valeurs mesurées à température ambiante

Nous avons limité l'étude à  $n = 4$  car lors de la mesure, il est difficile d'identifier les familles de modes d'ordre supérieur, tel que  $n \geq 5$ , cela est dû à un recouvrement en fréquence des modes. C'est-à-dire que d'une famille de mode à l'autre, la fréquence de résonance peut être identique, pour un nombre de variations azimutales différent. La distinction des modes devient alors très difficile. Ce problème existe également pour les résonateurs cylindriques.

Il est aussi important de noter que pour des contraintes de fabrication, les supports de la sphère ont été légèrement modifiés, par rapport aux dimensions utilisées lors des simulations. Ceci est sûrement une des causes du décalage des fréquences entre la mesure et la simulation. Le décalage reste tout de même relatif, puisque la fenêtre de décalage est comprise entre 6,3 et 12,2 MHz pour un nombre de variations azimutales supérieur à 3. Le décalage est cependant plus important pour un nombre de variations azimutales proche de 0. Cela s'explique par le fait que les modes de galerie sphériques tendent à être des modes de galerie longitudinaux et sont donc plus sensibles à la fuite de champ dans le support servant à briser la dégénérescence.

### III.2 La sphère diélectrique en Saphir synthétique anisotrope ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ):

Le deuxième essai de résonateur sphérique à modes de Galerie a été réalisé en saphir synthétique. Ce diélectrique est anisotrope, ce qui signifie que sa permittivité tangentielle et sa permittivité perpendiculaire sont différentes.

Nous avons utilisé des sondes en forme de boucle pour coupler les composantes du champ magnétique  $H_\theta$  et  $H_\phi$  au niveau du plan équatorial et du pôle de la sphère. La position de la sonde au niveau du pôle inférieur de la sphère, servant à coupler plus particulièrement la composante du champ magnétique  $H_\theta$ , est très importante. Elle permet en effet de mesurer les modes longitudinaux caractérisés par une variation azimutale nulle ( $m=0$ ).

Le dispositif utilisé lors de la mesure est présenté figure 5.

Cette construction a été réalisée pour voir le comportement d'un tel résonateur dans le cas de l'anisotropie diélectrique. Le fait que le matériau diélectrique soit anisotrope, signifie que la longueur du chemin effectif suivant l'axe d'anisotropie parallèle est plus grande que celle suivant l'axe perpendiculaire. Cela donne, d'une manière effective, un résonateur diélectrique sphéroïdal.

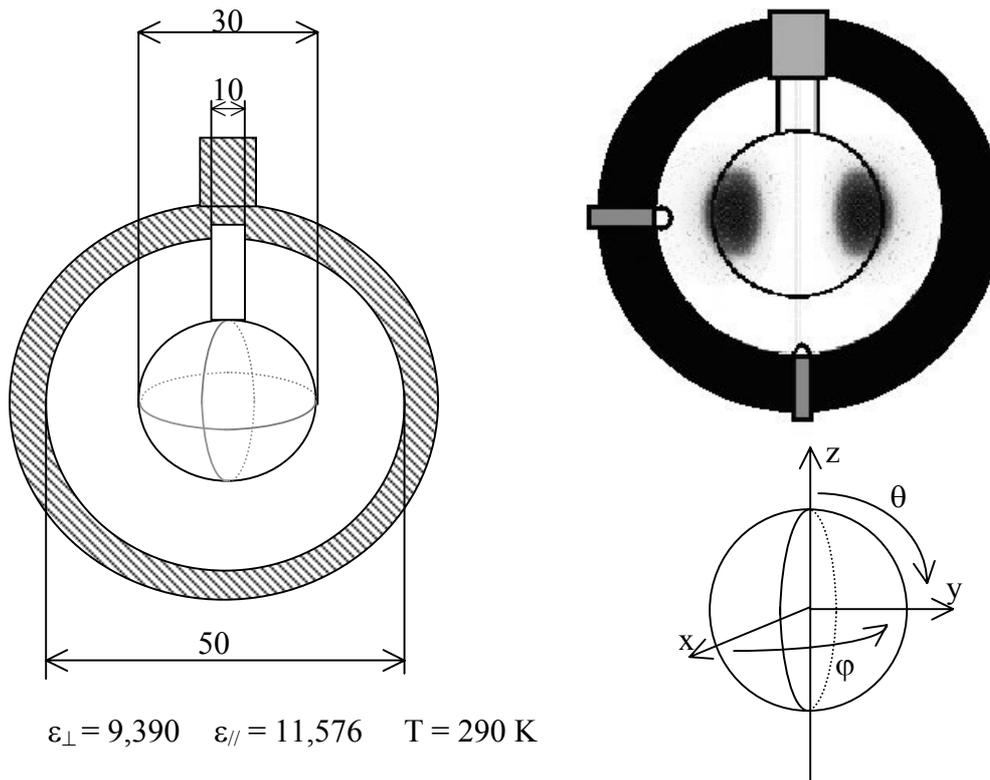


Figure 5: Illustration des dimensions de la structure ainsi que la densité d'énergie électrique du mode  $WSH_{6,1,6}$ .

Il est très important de connaître l'axe d'anisotropie (axe  $c$ ) afin que la résonateur soit cylindriquement symétrique par rapport à cet axe. Cela simplifie également l'analyse numérique utilisant les éléments finis (MEF).

A partir de ce logiciel, nous avons la possibilité de calculer les fréquences de résonance, le facteur de Géométrie ( $G$ ), les facteurs de remplissage électrique et magnétique, respectivement ( $p_e$ ,  $p_m$ ) dans le résonateur diélectrique sphérique.

Ces différents paramètres sont définis à partir des équations suivantes:

$$G = \omega \frac{\iiint_{V_{structure}} \mu_0 |\mathbf{H}|^2 dv}{\iint_S |\mathbf{H}_t| ds} \quad (5a)$$

$$p_{ei} = \frac{\iiint_{V_{\text{Couche\_diélectrique\_i}}} \epsilon_i |\mathbf{E}|^2 dv}{\iiint_{V_{\text{structure}}} \epsilon(v) |\mathbf{E}|^2 dv} \quad (5b)$$

$$p_{mi} = \frac{\iiint_{V_{\text{Couche\_diélectrique\_i}}} \mu_i |\mathbf{H}|^2 dv}{\iiint_{V_{\text{structure}}} \mu(v) |\mathbf{H}|^2 dv} \quad (5c)$$

Nous avons réalisé les simulations du résonateur autour de 9 GHz afin de pouvoir identifier la famille du mode de Galerie sphérique (WS) dont le nombre de mode est égale à 6 (n = 6). Ces calculs ont été réalisés dans le cas d'un résonateur avec support et pour une structure sans support, le tout dans une cavité sphérique.

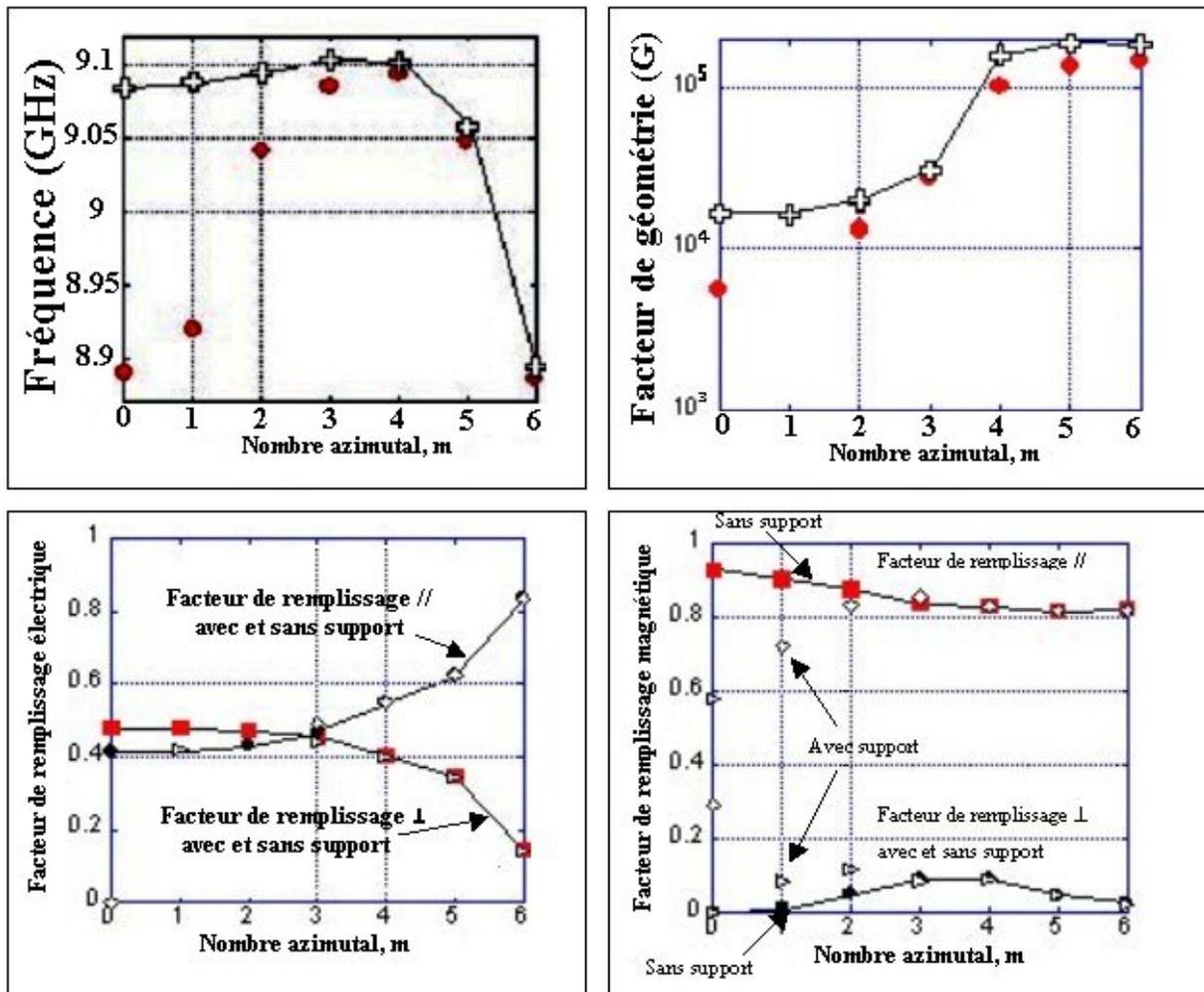


Figure 6: Illustration des fréquences prédites, des facteurs de remplissage électrique et magnétique ainsi que le facteur de Géométrie G, pour la structure avec et sans support

La première observation sur l'étude de la sphère utilisant un matériau anisotrope, est la fuite des champs dans le support situé à l'un des pôles de la sphère. Ceci tend à décaler en fréquence les modes à faibles variations azimutales ( $m < 3$ ). On constate également que le facteur de Géométrie est plus faible pour des nombres de variations azimutales ( $m$ ) inférieurs à 3. Cela peut être dû en grande partie à la présence du support.

Il est intéressant de remarquer que le support est présent pour briser la dégénérescence des modes à faibles variations azimutales et que l'anisotropie du diélectrique participe à son tour à briser la dégénérescence pour des modes à variations azimutales plus élevées.

### III.3 Comparaison entre les deux différents résonateurs diélectriques:

Pour le cas d'une sphère diélectrique isotrope sans support, les fréquences et les facteurs de géométrie pour tous les modes de galerie sphérique de même ordre sont identiques. Cependant pour le cas du résonateur sphérique diélectrique en saphir, la dégénérescence est donc brisée par le support cylindrique en saphir pour de faibles variations azimutales, ce qui réduit alors le facteur de géométrie. Il en est de même lorsque l'anisotropie du saphir brise la dégénérescence pour de fortes variations azimutales.

Les modes sans variations azimutales (selon  $\varphi$ ) ont un faible confinement de l'énergie dans le diélectrique, ce qui augmente le pourcentage du champ magnétique sur les parois de la cavité. Cela minimise alors le coefficient de qualité métallique de la cavité résonante. Une solution consiste alors à augmenter la taille de la cavité tout en gardant la famille du même ordre.

Par exemple, en augmentant le diamètre de la cavité, nous avons déterminé à partir du logiciel des éléments finis, que le facteur de géométrie pour le mode dont le nombre de variations azimutales est nul ( $m=0$ ) peut atteindre une valeur maximum proche de 100 000.

Cependant le fait d'augmenter la taille de la cavité ne résout pas tous les problèmes. Au-delà d'une certaine dimension de la cavité sphérique, nous obtenons plus de modes parasites, c'est un problème identique aux cavités résonantes cylindriques.

## IV Mesures :

Nous avons utilisé deux types de cavité, une première cavité en cuivre de forme sphérique, puis une deuxième en niobium de forme cylindrique, afin de réduire les pertes à température de l'hélium liquide. De plus, comme il a été évoqué précédemment, il est plus facile de fabriquer la cavité en niobium sous une forme cylindrique [22].

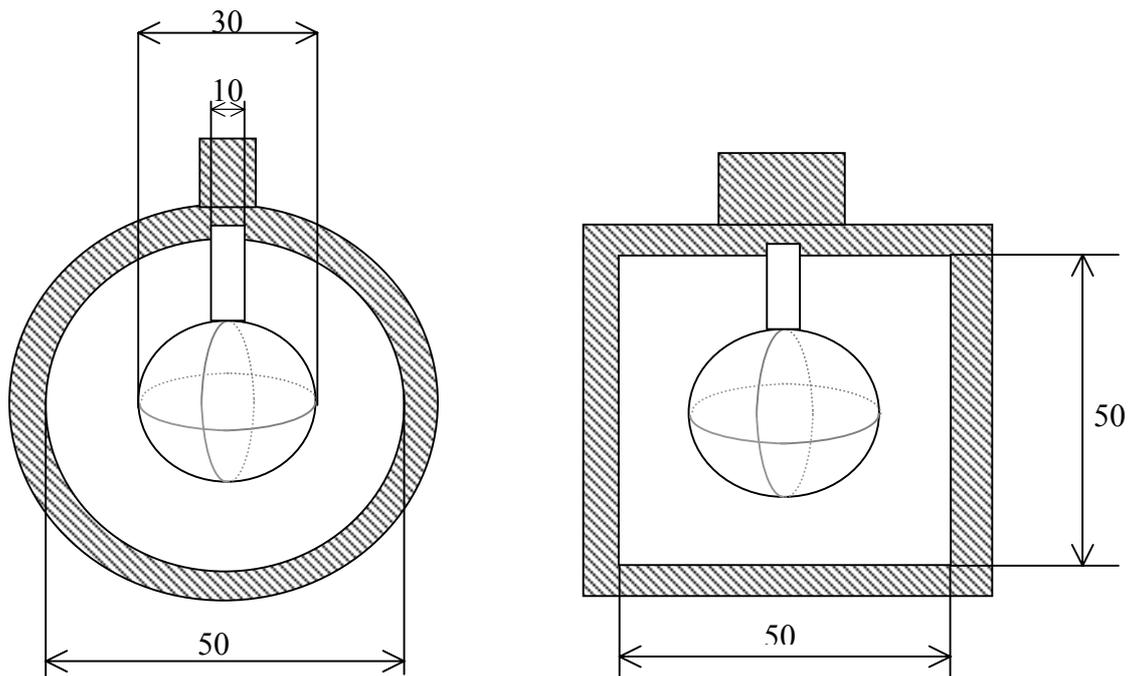


Figure 7: Dimensions de la "Chupa Chups" et deux différentes cavités utilisées pour la mesure.

L'objectif des mesures est de suivre l'évolution de la famille de mode à 9GHz dans trois domaines différents de température (290 K, 77 K et 4 K).

Nous avons alors simulé à l'aide du logiciel utilisant la méthode des éléments finis (MEF), le résonateur diélectrique dans la nouvelle cavité cylindrique pour les trois domaines de température. Les résultats de mesures et de simulation sont donnés sur la figure 8 où est représentée une comparaison entre les fréquences prédites, les Facteurs de qualité à vide ( $Q_0$ ) ainsi que les Facteurs de remplissage électrique et magnétique pour la famille de mode  $WSE_{6,1,m}$  pour  $m$  variant de 0 à 6 et à différentes températures.

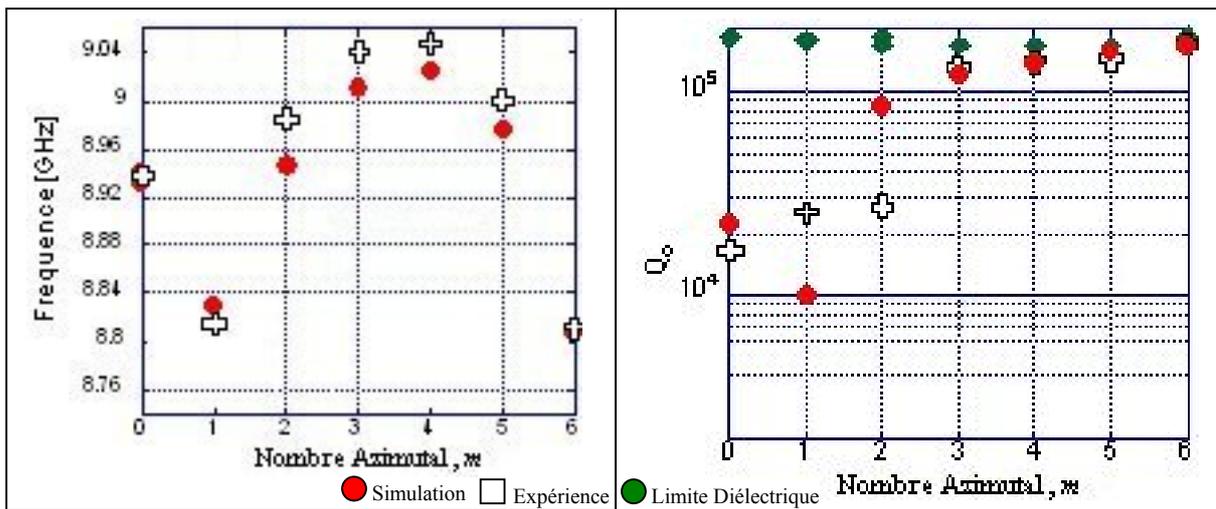


Figure 8a : Température ambiante  $T = 290K$

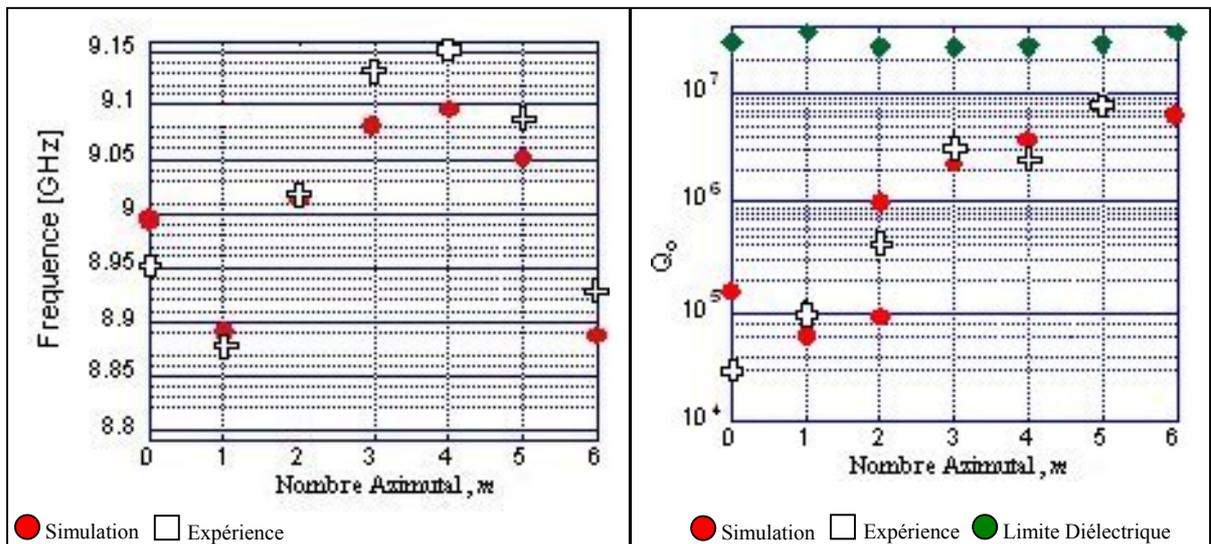


Figure 8b : Température de l'azote liquide  $T = 77K$

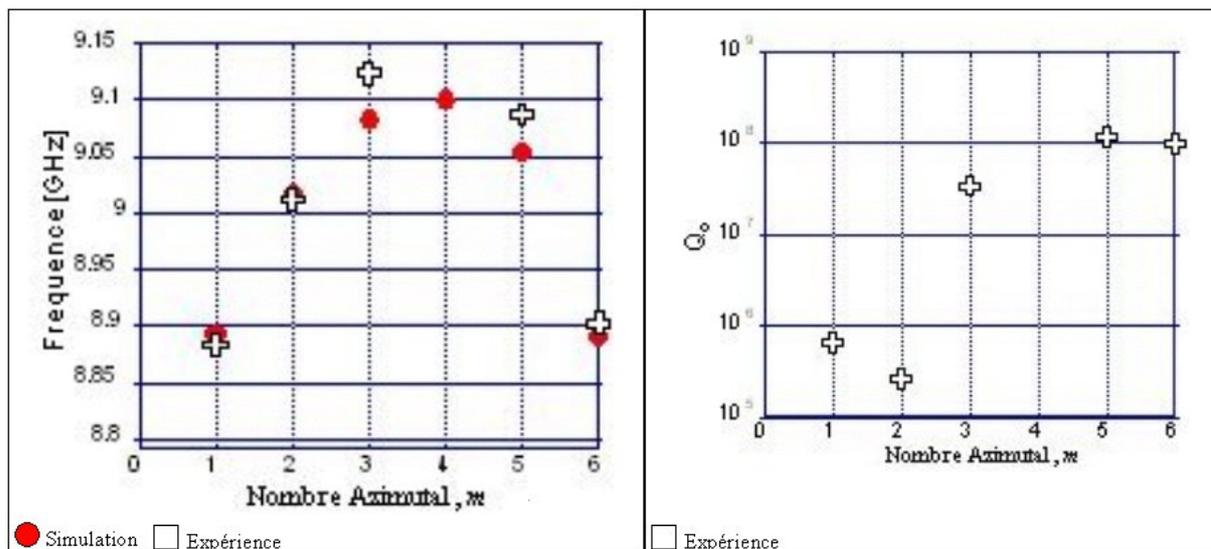


Figure 8c : Température de l'hélium liquide  $T = 4,2K$

A la température de l'hélium liquide, l'imprécision de mesure est telle que cela ne permettait pas de déterminer précisément la valeur de la tangente de pertes du saphir. C'est la raison pour laquelle nous n'avons pas simulé le facteur de qualité à cette température.

L'ordre de grandeur du facteur de qualité à vide obtenu à  $T = 4,2$  K est de  $10^8$ , ce qui est du même ordre qu'un résonateur cylindrique en saphir non poli excité sur un mode de galerie.

La prédiction des fréquences avec le logiciel des éléments finis et les valeurs obtenues lors des mesures sont, de l'ordre de 10 MHz.

Cela peut être dû à une sphéricité imparfaite du résonateur diélectrique. De plus le maintien de la sphère dans la cavité a été renforcée par une bague en bronze qui n'a pas été prise en compte dans le modèle de simulation.

L'interaction avec d'autres modes, notamment introduits avec le support cylindrique de la sphère, rend plus difficile la recherche de la fréquence du mode à faibles variations azimutales  $m$ . En effet, le facteur de qualité à vide de ce mode est fortement affecté par la présence du support.

Outre l'analyse en température du résonateur sphérique, cette étude a également permis de caractériser les matériaux utilisés.

En utilisant les équations (5), nous obtenons les propriétés des matériaux utilisés, ici du saphir pour le diélectrique et du niobium pour la cavité métallique.

Température K	$\epsilon_{\perp}$	$\epsilon_z$	$\tan\delta_{\perp}$	$\tan\delta_z$	$\sigma_{\text{Nb}}$
290	9,3899	11,5758	$8,0 \times 10^{-6}$	$5,0 \times 10^{-6}$	$9,1 \times 10^6$
77	9,2751	11,3540	$6,0 \times 10^{-8}$	$2,4 \times 10^{-8}$	$1,0 \times 10^8$
4.2	9,2724	11,3490	-	-	-

Tableau 2: Tableau récapitulatif des différentes propriétés du saphir et de la cavité cylindrique en niobium pour différentes températures autour de 9GHz

$\epsilon_{\perp}$  : Permittivité diélectrique perpendiculaire à l'axe de révolution cylindrique (axe c) du diélectrique, aussi défini comme axe z.

---

$\varepsilon_z$  : Permittivité diélectrique parallèle à l'axe c du diélectrique

$\tan\delta_{\perp}$ ,  $\tan\delta_z$  : Représentation des pertes du diélectrique par la tangente de pertes perpendiculaire et parallèle. Ces notations sont identiques aux précédentes, c'est-à-dire par rapport à l'orientation de l'axe c.

$\sigma_{\text{Nb}}$  : Conductivité métallique du niobium (matériau utilisé pour la cavité métallique)

Nous n'avons pas précisé de valeurs de tangentes de pertes à température de l'hélium à cause de l'imprécision des mesures.

## V Améliorations et Optimisations de la conception :

L'idée est d'optimiser le facteur de géométrie du mode longitudinal sans variation azimutale afin d'optimiser le facteur de qualité à vide. De nombreuses applications nécessitent l'utilisation de tels résonateurs diélectriques utilisant les modes de Galerie conventionnels et/ou modes de galerie longitudinaux comme il a été évoqué précédemment pour les oscillateurs bi-mode et l'interféromètre de Michelson-Morley.

Nous avons alors travaillé dans un premier temps sur la dimension de la cavité métallique en utilisant le logiciel des éléments finis pour faire une itération suivant le diamètre tout en gardant l'étude de la même famille de mode présente au paragraphe III précédent,  $WSE_{6,1,m}$ .

Nous avons obtenu un facteur de géométrie maximum pour un diamètre de 60 mm (figure 9).

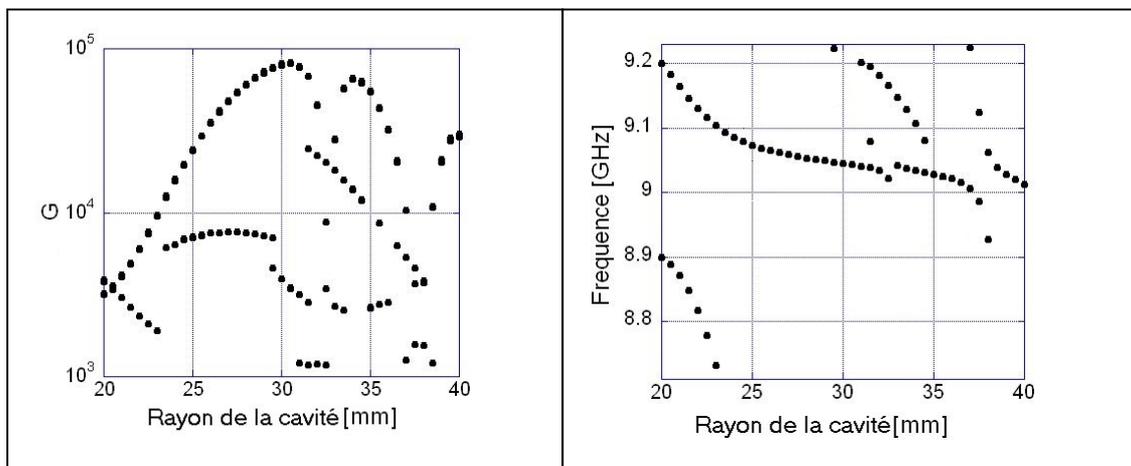


Figure 9: Evolution du Facteur de Géométrie et du décalage en fréquence en fonction du diamètre de la cavité pour des fréquences comprises entre 8,7 et 9,25GHz.

Ensuite, nous avons cherché à optimiser le support, source de mode parasite par la fuite des champs. Dans un premier temps, nous avons cherché à jouer sur le diamètre du support puis, dans un second temps sur la position à donner au support.

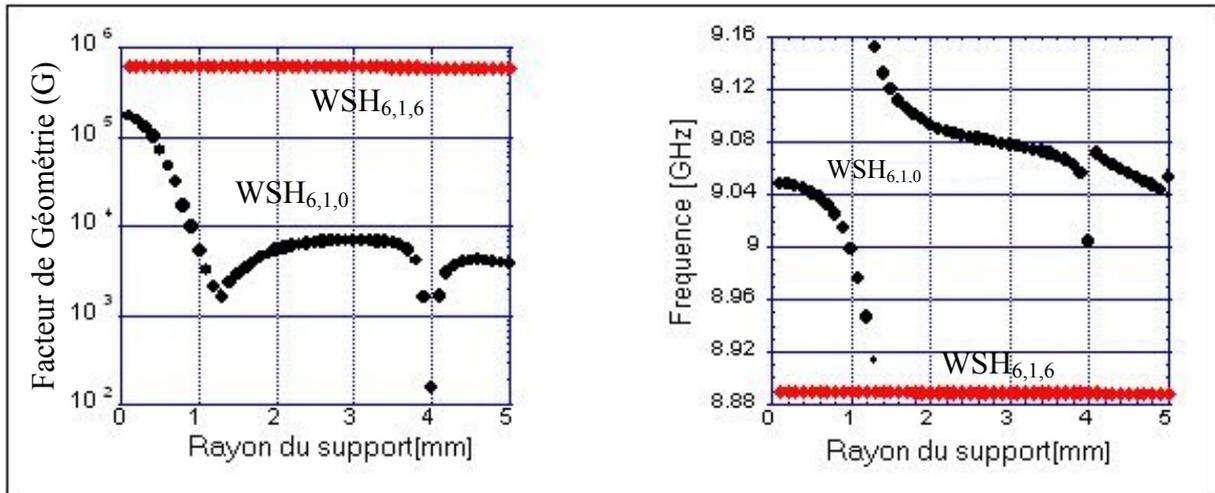


Figure 10: Evolution du facteur de géométrie en fonction du rayon du support.

Si l'on veut avoir un facteur géométrie supérieur ou égal à 100 000, il faudrait alors utiliser un support de 1 mm de diamètre, ce qui à première vue, est difficile à réaliser.

En observant, l'évolution de la fréquence en fonction de la taille du support, il apparaît alors la possibilité d'utiliser un effet Bragg. L'effet Bragg se produit pour un rayon du support égal à 3mm.

En effet, pour un rayon de support de 3mm, il apparaît un minimum sur le facteur de géométrie et le point d'inflexion sur la fréquence de résonance. Cela montre la présence d'un effet Bragg entre le résonateur et le support. Cette observation pourrait alors être exploitée en optimisant alors l'effet afin d'améliorer le facteur de qualité comme nous l'avons fait dans le chapitre III pour un résonateur sphérique. Cependant ce travail n'a pas pu être réalisé.

---

## VI Conclusion

L'étude sur les résonateurs sphériques diélectriques ont permis de voir le potentiel que pouvait offrir de tels systèmes microondes à forts coefficients de qualité.

Cependant, cela a permis de mettre en évidence la difficulté de mise en oeuvre avec un matériau diélectrique anisotrope tel que le saphir. Cela est dû à la dégénérescence en fréquence des familles de mode. De plus, l'identification et l'utilisation de ces modes demandent plus de travail que celui d'un résonateur cylindrique classique par le fait d'introduire une perturbation de façon convenable afin de ne pas dégrader le système. Dans cette étude, nous avons utilisé le support en saphir en tant que perturbateur microonde et l'anisotropie du diélectrique. Cependant, une fois la perturbation établie, le décalage en fréquence est assez important seulement pour de faibles variations azimutales.

Il est aussi intéressant de remarquer que le système perturbé a bien été modélisé par la Méthode des Eléments Finis (MEF) et a donné des résultats fiables pour les mesures.

La prochaine étape à envisager est de modéliser en 3D la position du support et aussi de trouver une configuration pour mettre en oeuvre l'expérience de Michelson-Morley avec un résonateur sphérique diélectrique en saphir à température cryogénique pour le test de physique fondamentale sur le test de la relativité d'Einstein.

---

## VII Bibliographie

- [1] M. E. Tobar and A. G. Mann, "Resonant frequencies of high order modes in cylindrical anisotropic dielectric resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 39, pp. 2077–2083, 1991.
- [2] D. Cros and P. Guillon, "Whispering gallery dielectric resonator modes for W-band devices," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 38, pp. 1667–1674, 1990.
- [3] P. Guillon and X. Jiao, "Resonant frequencies of whispering gallery dielectric resonators modes," *Proc. IEE, Part H*, Vol. 134, 1987.
- [4] J. Krupka, D. Cros, M. Aubourg, and P. Guillon, "Study of whispering gallery modes in anisotropic single-crystal dielectric resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 41, pp. 56–61, 1994.
- [5] S. Schiller and R. L. Beyer, "High resolution spectroscopy of whispering gallery modes in large dielectric spheres," *Opt. Lett.*, Vol. 16, pp. 1138–1140, 1991.
- [6] V. Pommier, D. Cros, P. Guillon, A. Carlier, and E. Rogeaux, "Transverse filter using whispering gallery quarter cut resonators," *IEEE MTT-S Digest*, Vol. 3, pp. 1779–1782, 2000.
- [7] D. Cros, F. Nigon, P. Besnier, M. Aubourg, and P. Guillon, "Whispering gallery dielectric resonator filters," *IEEE MTT-S Digest*, Vol. 2, pp. 603–606, 1996.
- [8] J Krupka, K Derzakowski, ME Tobar, JG Hartnett, R.G. Geyer, "Complex permittivity of some ultralow loss dielectric crystals at cryogenic temperatures", *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 10, no. 4, pp 387-392, 1999.
- [9] J Krupka, K Derzakowski, A Abramowicz, ME Tobar, R.G. Geyer, "Use of whispering-gallery modes for complex permittivity determinations of ultra-low-loss dielectric materials", *IEEE Trans. on MTT*, Vol. 47, no. 6, pp. 752-759, 1999.
- [10] ME Tobar, J Krupka, EN Ivanov, RA Woode, "Anisotropic Complex Permittivity Measurements of Mono-Crystalline Rutile Between 10-300 Kelvin", *J.Appl. Phys.*, Vol. 83, no. 3, pp. 1604-1609, 1998.

- 
- [11] AB Matsko and V. S. Ilchenko, “Optical resonators with whispering-gallery modes – Part I: Basics”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, Vol. 2, no. 1, pp. 3-14, 2006.
- [12] V. S. Ilchenko and AB Matsko, “Optical resonators with whispering-gallery modes – Part II: Applications”, *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, Vol. 2, no. 1, pp. 15-32, 2006.
- [13] Tobar, M.E., J.G. Hartnett, and J.D. Anstie, “Proposal for a new Michelson-Morley experiment using a single whispering spherical mode resonator.” *Phys. Lett. A.*, Vol. 300, pp 33-39, 2002
- [14] M.E. Tobar, J.D. Anstie, J.G. Hartnett, “High-Q Whispering Modes in Spherical Cavity Resonators”, *Proceedings IEEE IFCS symposium*, pp 548-552, 2002.
- [15] ME Tobar, JD Anstie, JG Hartnett, "High-Q whispering modes in empty spherical cavity resonators", *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, Vol. 50, no. 11, pp. 1407-1412, 2003.
- [16] ME Tobar, GL Hamilton, EN Ivanov, JG Hartnett, "New method to build a high stability sapphire oscillator from the temperature compensation of the difference frequency between modes of orthogonal polarization", *IEEE Trans. UFFC*, Vol. 50, no. 3, pp. 214-219, 2003.
- [17] JD Anstie, JG Hartnett, ME Tobar, EN Ivanov, P Stanwix, “Second Generation 50K Dual-Mode Sapphire Oscillator”, *IEEE Trans. UFFC*, Vol. 53, no. 2, pp. 284-288, 2006.
- [18] P.L. Stanwix, M.E. Tobar, P. Wolf, M. Susli, C.R. Locke, E.N. Ivanov, J. Winterflood, F. van Kann, “Test of Lorentz Invariance in Electrodynamics Using Rotating Cryogenic Sapphire Microwave Oscillators”, *Physical Review Letters*, Vol. 95, No. 4, 2005
- [19] M. Gastine, L. Courtois, and J. L. Dormann, “Electromagnetic resonances of free dielectric spheres”, *IEEE Trans. on Microwave Theory and Technique*, Vol. 15, pp. 694-700, 1967.
- [20] A. Julien and P. Guillon, “Electromagnetic analysis of spherical dielectric shielded resonators”, *IEEE Trans. MTT*, Vol. 34, pp. 723-729, 1986.

---

[21] J.D. Anstie, J.G. Hartnett, M.E. Tobar, D. Cros, J. Winterflood, J. Krupka, “Characterization of a spherically symmetric fused-silica-loaded cavity microwave resonator”, *Measurement Science and Technology*, Vol. 14, pp 286-293, 2003.

[22] A. J. Giles, A. G. Mann, S. K. Jones, D. G. Blair, and M. J. Buckingham, “A very high stability sapphire loaded superconducting cavity oscillator”, *Physics B*, Vol. 165, pp. 145–146, 1990.



# **CHAPITRE VI**

## **Oscillateur bi-mode à température ambiante**



# I Introduction

Les résonateurs saphir à fort coefficient de qualité à mode de galerie offrent la possibilité de réaliser des oscillateurs de très faible bruit de phase, aux fréquences de Fourier proche de 1kHz [1].

Cependant la stabilité en fréquence à court terme de tels oscillateurs souffre de la sensibilité du résonateur à la température. Il a été constaté que la fréquence de l'oscillateur dépend d'une part des dimensions de l'échantillon et d'autre part de la température. Le coefficient en température (TCP) pour du saphir est de l'ordre 50ppm/K pour des modes WGE et de 70ppm/K pour des modes WGH.

Certains résonateurs piézoélectriques sont capables de vibrer sur deux modes entretenus simultanément. C'est la raison pour laquelle, en excitant deux modes très proches en fréquence et de polarisation orthogonale, nous pouvons contrôler de manière très précise la température du résonateur en contrôlant la différence de fréquence de ces deux modes. C'est d'ailleurs l'intérêt des nouvelles études de DRO en utilisant cette propriété de bi-mode.

Le concept d'un oscillateur électromagnétique bi-mode a été développé pour des oscillateurs radio-fréquence (RF) à quartz afin d'améliorer leur immunité aux fluctuations en température [2]. De nos jours, les systèmes radar de fortes sensibilités sont demandeurs d'oscillateurs dont la stabilité à court terme est excellente. Les références secondaires de fréquence fortement stable sont basées sur un saphir monocristallin d'une très grande pureté, refroidi au dessous de 10K. Elles ont été utilisées comme oscillateur local stable (LO) pour des fontaines atomiques [3] aussi bien que pour le réseau mondial d'antenne, appelée "Deep Space Network", de la sonde Cassini-Huygens [4].

L'utilisation d'hélium liquide ou d'un cryo-générateur à la température de l'hélium liquide exige des conditions mécaniques rigoureuses. De plus, le support d'hélium liquide est cher et pas toujours facile à mettre en place. C'est la raison pour laquelle il a été souhaité d'implémenter un système utilisant la compensation en température afin de travailler à plus hautes températures. Cela a été accompli dans un oscillateur bi-mode à résonateur compensé en température-fréquence, refroidi à 50K avec de l'azote à l'état solide [5-7].

Dans ce chapitre, nous effectuerons tout d'abord une brève description des principaux mécanismes susceptibles d'affecter la stabilité des oscillateurs. Ensuite seront explicitées les grandeurs mises en jeu dans la métrologie des fréquences : la densité spectrale de bruit de phase dans le domaine spectral et la variance d'Allan dans le domaine temporel. Enfin nous présentons l'instrumentation utilisée pour la mesure ainsi que les résultats.

Ce travail fait partie d'une étude sur un oscillateur bi-mode basé sur une cavité chargée par un saphir à température ambiante [8-9], ayant fait l'objet d'un brevet [10].



Ensemble constituant l'oscillateur  
Bi-mode

Boucle du mode  
WGE

Chambre sous  
vide

---

## II Présentation de l'oscillateur

### II.1 Paramètres affectant la stabilité de l'oscillateur.

Plusieurs mécanismes sont à l'origine des fluctuations de fréquence des oscillateurs stabilisés sur un mode de résonateur:

- La sensibilité du résonateur aux variations des grandeurs d'environnement (température, champs électromagnétiques statiques ou dynamiques, actions mécaniques telles que l'accélération, les chocs, les vibrations, sensibilité du matériau aux rayonnements ionisants, etc.)

- Les modifications plus ou moins rapides des caractéristiques métrologiques du résonateur dues à des défauts internes (relaxation de contraintes, migration d'impuretés au cœur ou en surface, etc.)

- L'électronique d'entretien contribue également en partie à fixer la fréquence des oscillations et son bruit propre influe sur la stabilité de l'ensemble par les mécanismes habituels : bruit thermique, bruit de grenaille, bruit en  $1/f$ , auxquels il faut ajouter la sensibilité propre du circuit aux perturbations extérieures (variation de tension, humidité, etc.)

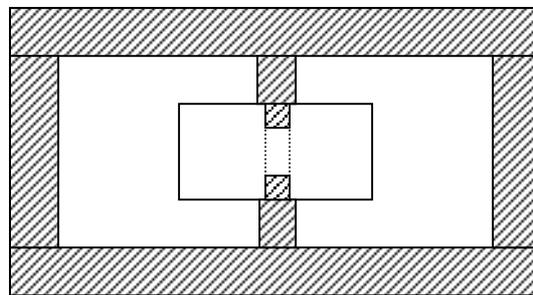
Quelque soit la stabilité en fréquence du signal de sortie d'un oscillateur, on peut toujours considérer qu'il est le résultat d'une onde pure infiniment stable modulée en amplitude, en fréquence ou en phase. La stabilité de fréquence sera d'autant meilleure que la modulation sera faible. Cela permet de comprendre que l'on peut caractériser les instabilités de fréquence dans le domaine fréquentiel par l'étude du spectre ou dans le domaine temporel par l'étude statistique des différents résultats de comptage de la fréquence de ce signal. La densité spectrale de bruit de phase est définie en intégrant le rapport bandes latérales sur porteuse donné en fonction de l'écart à la porteuse, c'est-à-dire en fonction des fréquences de Fourier. Dans le domaine temporel, la variance d'Allan résulte de l'étude statistique des résultats de comptage de la fréquence, et permet de caractériser l'instabilité de l'oscillateur en fonction du temps de comptage.

Un oscillateur présente généralement près de la porteuse un bruit de fréquence en  $1/f$ , à savoir un bruit Flicker en  $1/f^3$  pour la densité spectrale de bruit de phase, équivalent à un palier Flicker pour la variance d'Allan dans le domaine temporel.

## II.2 Etude du résonateur diélectrique

Le résonateur cylindrique a été réalisé en saphir de 40 mm de diamètre par 20 mm de hauteur. Il a été optimisé en utilisant le logiciel de simulation des éléments finis [11], afin de maximiser le facteur de géométrie pour obtenir un fort coefficient de qualité.

Tout d'abord, le résonateur diélectrique a été placé dans une cavité cylindrique fermée de 60 mm de diamètre et de 40 mm de hauteur.



▨ Cuivre

Figure 1 : Cavité fermée

Nous nous sommes aperçus que le système présentait une multitude de modes parasites, ce qui ne nous permettait pas d'obtenir un couplage proche de l'unité pour les deux modes WGE et WGH excités dans le résonateur et d'obtenir en même temps une belle allure lorentzienne de ces deux modes. Dans des travaux précédents, la densité des modes parasites avait été réduite en retirant la paroi latérale de la cavité à température ambiante [12] et à température cryogénique [13]. Surtout à température ambiante, il y a une petite dégradation du facteur de qualité ( $\sim 10^5$ ) du mode de galerie comme il est bien confiné et que les pertes par radiations sont très petites. A température cryogénique, cela est plus difficile dû aux facteurs de qualité extrêmement élevés ( $\sim 10^9$ ).

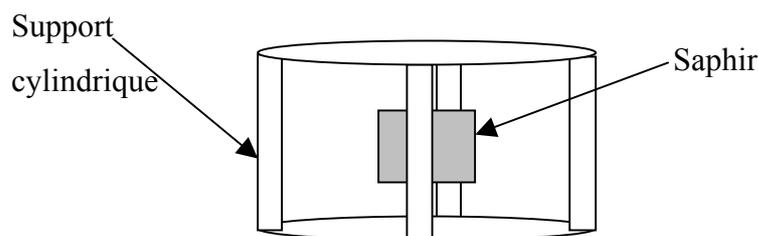


Figure 2 : Cavité ouverte

Cela n'affecte en aucun cas les modes de résonance du résonateur diélectrique mais diminue considérablement les modes parasites. Le saphir est maintenu au centre de la cavité par deux supports en cuivre afin d'améliorer le contact thermique. Ce système est optimisé en serrant fermement les deux supports et en plaçant de l'indium entre le support et le saphir.

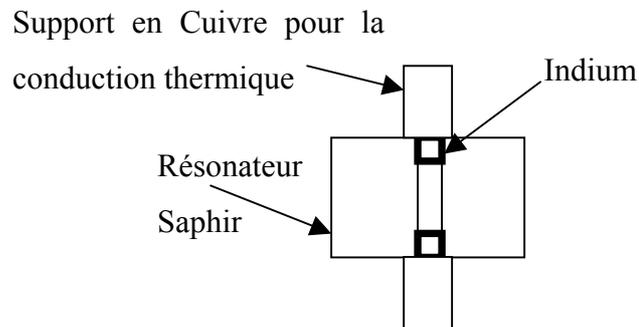


Figure 3 : Fixation du résonateur

Le tout est placé dans une chambre à vide, où la cavité est placée en contact sur un système Peltier. Le contrôle de la température a été asservi à l'aide d'un thermistor. Ce dernier a été calibré par nos soins et dont l'étalonnage est donné en figure 4.

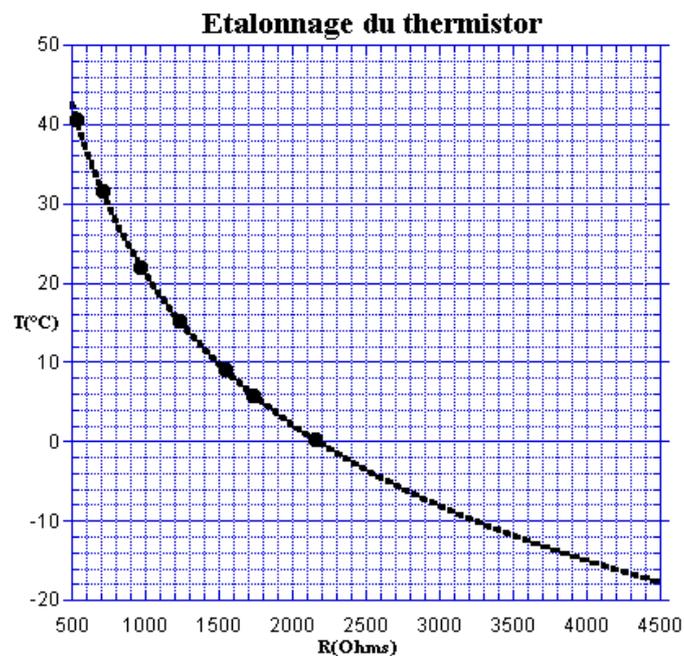


Figure 4 : Etalonnage du thermistor

## II.3 Electronique de commande

L'oscillateur bi-mode utilise un système d'asservissement appelé, le discriminateur de Pound [14]. Ce système a pour but d'améliorer la stabilité de l'oscillateur et aussi de réduire le bruit par une technique de rétroaction et de commande prédictive [15-16].

La méthode a été utilisée pour la détection d'onde gravitationnelle. Le fonctionnement du discriminateur de Pound est simple dans le principe. Par exemple, pour corriger la fréquence d'un laser stabilisée dans une cavité Fabry-Perot, il faut ramener alors le signal par rétroaction sur le laser afin de supprimer les fluctuations de fréquence. Nous appliquerons donc cette méthode aux microondes.

Les bruits de phase (PM) et d'amplitude (AM) sont critiques dans le domaine des communications, radar et autres... Dans beaucoup de cas, les niveaux de bruit des composants électroniques sont au-dessus des besoins du système. C'est la raison pour laquelle nous appliquons la méthode de réduction de bruit. Les deux techniques de réduction de bruit utilisées sont des systèmes de boucle prédictive [17-20] et de rétroaction [21-22] pour des appareils deux ports, par exemple les amplificateurs, les oscillateurs...

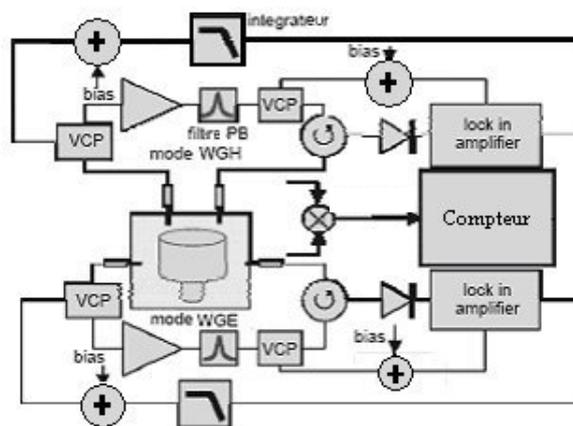


Figure 5 : Diagramme de fonctionnement de l'oscillateur

Le montage ainsi défini utilise le résonateur diélectrique présenté au II.2. de ce chapitre comme un filtre à fort coefficient de qualité dans la boucle de maintien et aussi en tant que discriminateur.

Cependant nous travaillons avec deux modes de résonance orthogonaux, ce qui implique l'utilisation de deux systèmes de discriminateur de Pound, un pour chacun des modes.

### II.3.1 Etude du discriminateur de Pound

La configuration de la figure (6) montre comment verrouiller un oscillateur contrôlé en tension (VCO) à la résonance de la cavité, à l'aide d'une technique de discriminateur de Pound.

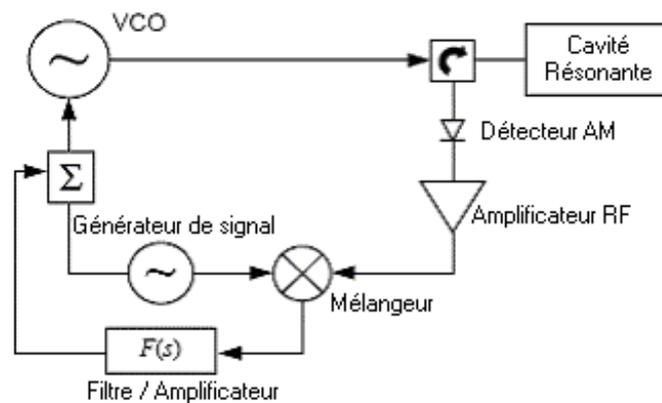


Figure 6 : Oscillateur stabilisé

En appliquant un signal de fréquence (FM)   l'oscillateur contrôlé en tension (VCO)   l'aide d'un synthétiseur RF, la conversion PM/AM intrinsèque de la cavité génère des bandes latérales (AM), détectées par la diode (détecteur AM). Le signal en fréquence intermédiaire (IF) est alors converti de façon synchronisée en signal bande de base, à partir duquel la rétroaction peut être appliquée. L'utilisation d'un signal IF minimise les erreurs dc et peut réduire par la même occasion l'effet du bruit flicker dans la diode de détection. De plus, un amplificateur faible bruit peut être inséré pour augmenter la sensibilité.

Le signal à l'entrée du VCO est une superposition d'un signal continu (dc) et alternatif (ac). La composante continue vient du système Filtre/Amplificateur [F(s)] et la composante ac vient du générateur de signal.

En boucle ouverte, la fréquence du VCO est calée sur celle du résonateur en changeant le terme continu. En boucle fermée, le dispositif se verrouille sur la fréquence de résonance du résonateur.

## II.4 Système de contrôle en température

Un système de contrôle en température a été utilisé pour stabiliser la température du résonateur diélectrique en saphir placé à l'intérieur de la cavité métallique en cuivre. Le contrôleur en température du système consiste en un circuit de contrôle AC basé sur un pont résistif qui commande un Peltier thermoélectrique situé à la base de la cavité métallique. Nous contrôlons la température à l'aide d'un thermistor et nous la vérifions à l'aide d'un capteur en platine, localisés en bas et en haut de la cavité. Le premier capteur participe au maintien de la température et l'autre sert à observer la température du système.

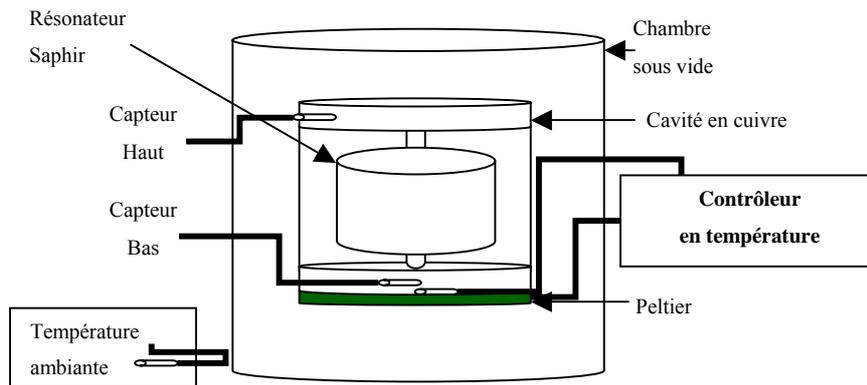


Figure 7 : Montage du contrôleur en température

## II.5 Optimisation de la fréquence de battement par rapport à la température

L'optimisation consiste à trouver le point pour lequel la fréquence de battement entre les deux modes excités WGE et WGH est insensible aux fluctuations de température.

La mesure du point optimum de la fréquence de battement entre les modes  $WGE_{11,0,0}$  et  $WGH_{9,0,0}$  a été obtenue en faisant varier à partir de 296K jusqu'à 312K par étape de  $1^\circ$ , la température de la cavité. Une fois la température stabilisée nous enregistrons la fréquence de battement ainsi que la température et la fréquence des modes de galerie. Cela nous a donné la courbe suivante, régressée à partir des données avec une loi polynomiale.

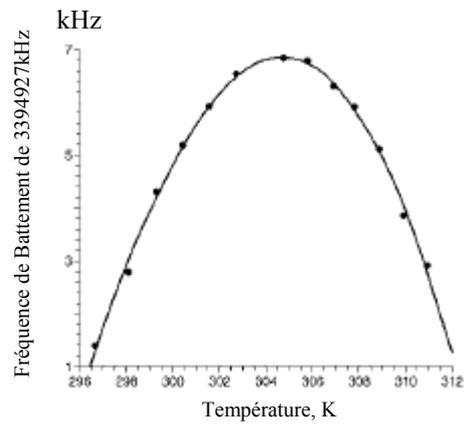


Figure 8 : Optimisation de la fréquence de battement

Le point d'inversion a été trouvé pour le résonateur bi-mode à une température de 304,2K. En gardant la température du résonateur à ce point d'inversion, cela supprime les fluctuations en température.

### III Mesure et étude de la stabilité

#### III.1 Couplage des modes

La polarisation dominante des champs pour un mode de galerie WGE est donnée par les composantes  $E_r$  et  $H_z$  des champs électrique et magnétique. Cela signifie que la propagation se dirige principalement dans la direction azimutale (suivant  $\theta$ ) (Théorème de Poynting). Similairement, pour un mode WGH, la polarisation dominante des champs est donnée par  $E_z$  et  $H_r$ .

En utilisant des sondes coaxiales en forme de boucle, il est difficile de se coupler aux composantes  $H_z$  et  $H_r$ . Nous devrions fabriquer une boucle quasi parfaite courbée à  $90^\circ$  sur le haut et le côté de la cavité, respectivement.

Il est alors plus facile de se coupler aux composantes  $E_z$  et  $E_r$  avec des sondes coaxiales droites. (voir figure 9 suivante).

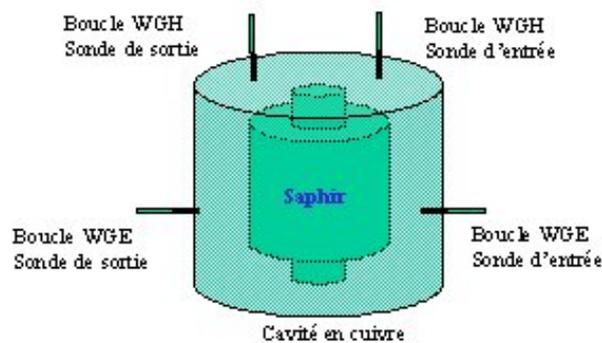


Figure 9 : Couplage du résonateur

Le couplage en entrée de la sonde pour les modes WGE et WGH doit être critique, c'est-à-dire  $\beta=1$ . Le couplage en sortie de la sonde pour les modes WGE et WGH peut être fixé plus ou moins arbitrairement. Il ne devra pas être trop petit afin d'éviter de demander un très fort gain à l'amplificateur de la boucle. Le fait de régler le couplage du port primaire (port d'entrée) à un couplage critique, permet d'augmenter la sensibilité du discriminateur de Pound de fréquence. Cela améliore l'insensibilité du discriminateur de fréquence aux modulations parasites AM. En général, ces parasites accompagnent la modulation de phase du signal extrait du résonateur.

Le résonateur est alors couplé par quatre ports, deux pour chaque modes, dont deux par le dessus de la cavité et deux sur le côté. Expérimentalement nous avons vérifié que cela était la meilleure approche pour se coupler simultanément aux modes WGE et WGH.

Le mode  $WGE_{11,0,0}$  a été couplé par le champ électrique radial  $E_r$  sur le côté de la cavité cylindrique en fixant les sondes sur les supports des chapeaux. Alors que le mode  $WGH_{9,0,0}$  est couplé à la composante axiale  $E_z$  du champ électrique par le dessus de la cavité.

L'existence de toutes les composantes des champs électrique et magnétique des modes hybrides WGE et WGH fait qu'il y a un léger phénomène de couplage croisé entre les deux modes orthogonaux.

Le couplage du mode quasi-transverse magnétique  $WGH_{9,0,0}$  dont la fréquence est 8,9827GHz, est caractérisé par les indices  $\beta_1$  et  $\beta_2$  suivants :

$$\beta_1 = 0,84$$

$$\beta_2 = 0,02$$

Le facteur de qualité à vide mesuré pour ce mode est de 180 000.

Le couplage du mode quasi-transverse électrique  $WGE_{11,0,0}$  de fréquence égale à 12,378GHz, est caractérisé par :

$$\beta_1 = 0,77$$

$$\beta_2 = 0,037$$

Le facteur de qualité à vide du mode est de 93 000.

### III.2 Mesure du plancher de bruit

La mesure du plancher de bruit permet de voir la limite d'un appareil ou d'un ensemble. La configuration du montage utilisé pour effectuer la mesure de la fluctuation en tension de l'électronique du montage est la suivante :

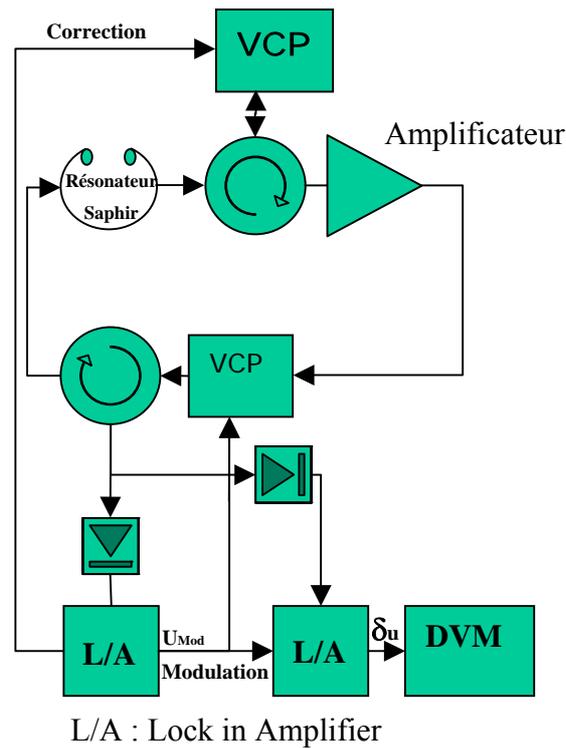


Figure 10 : Mesure du Plancher de Bruit électronique

### III.3 Stabilité en fréquence

La fréquence de battement de l'oscillateur bi-mode est définie pour être la différence de fréquence entre les deux modes excités WGE et WGH. Elle est de 3,3949GHz.

Nous avons donc mélangé le signal de battement de l'oscillateur bi-mode avec un signal dérivé d'un synthétiseur microonde de fréquence Agilent (E8257C), référencé à un oscillateur stable (Oscilloquartz 8600 à 10 MHz). Le mélange des deux signaux conduit à un signal d'une centaine de kHz. Cela est représenté en figure 12.

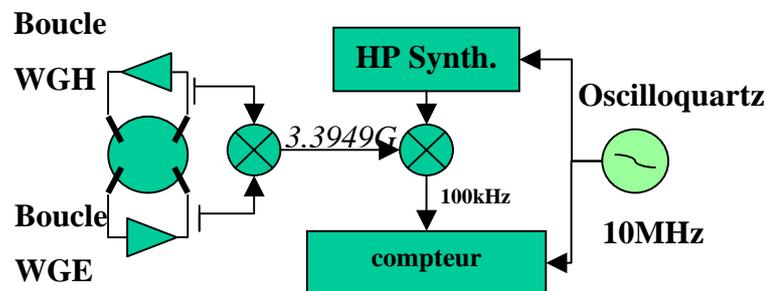


Figure 11 : Diagramme du montage

Nous mesurons alors cette fréquence à l'aide d'un compteur d'Agilent (53132A) pendant une période de temps déterminée afin de pouvoir faire l'étude statistique de la variance d'Allan. La mesure automatisée a été conduite par le logiciel "Global Control" présenté en Annexe VI de ce manuscrit. La variance d'Allan permet de mesurer la stabilité de l'oscillateur dans le domaine temporel. Cette méthode est basée sur le calcul du carré des premières différences des valeurs inverses de fréquences. Elle nous donne alors la valeur des fluctuations de fréquence par rapport au temps de moyennage  $\tau$ . Cela est directement lié au temps d'intégration du compteur.

Nous obtenons alors les résultats suivants :

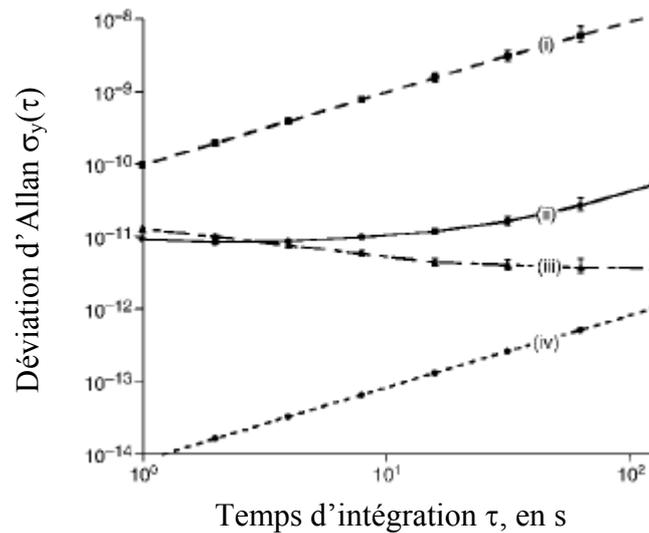


Figure 12 : Déviation standard d'Allan de l'oscillateur bi-mode.

La figure 12 représente les différents résultats de la stabilité en fréquence de l'oscillateur bi-mode et de ses différents composants :

La courbe (i) représente l'écart type d'Allan d'une boucle WGE (cependant les deux résultats sont similaires). La stabilité à 1s est de l'ordre de  $10^{-10}$  à 1s ce qui est cohérent avec les résultats précédents à température ambiante [14]. Cependant une étude plus approfondie sur l'optimisation d'un oscillateur stabilisé en température utilisant un seul mode atteint une stabilité de  $4 \cdot 10^{-11}$  à 1s de temps d'intégration [23], en améliorant le système de stabilisation en température. Cependant cela demandait une configuration thermique originale du résonateur, conçu et optimisé par simulation avec un logiciel de différences finies, avec la symétrie de la structure thermique, cela accroît l'efficacité du contrôle en température. Cela a requis un contrôleur en température électronique de haute résolution embarqué sur la cavité

microonde. Dans ce travail nous avons atteint un ordre de stabilité de  $10^{-11}$  avec une conception plus directe mais au dépens de l'excitation des deux modes dans la cavité.

La courbe (ii) représente la stabilité de l'oscillateur bi-mode qui est de l'ordre de  $10^{-11}$  de 1 à 10s.

La courbe (iii) représente le plancher de bruit électronique du discriminateur de Pound.

La courbe (iv) représente l'estimation du plancher de bruit de la stabilité en température d'un résonateur excité sur un seul mode.

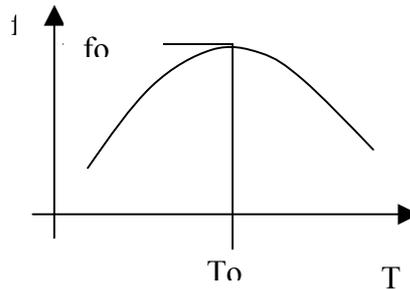


Figure 13 : Approximation quadratique du point d'inversion

Le calcul pour estimer cette dernière courbe est le suivant. Nous considérons que la fréquence du résonateur autour du point d'inversion peut être donnée par l'expression quadratique suivante où  $T_0$  est la température du point d'inversion (voir figure 13):

$$f = f_0 + \frac{1}{2} \frac{d^2 f}{dT^2} (T - T_0)^2$$

L'expression analytique de la fluctuation de fréquence peut être approximée comme suit, où  $\Delta T$  est l'écart de température à partir du point d'inversion et  $\delta T$  représente la fluctuation de température:

$$\frac{\delta f}{f_0} = \frac{1}{f_0} \frac{d^2 f}{dT^2} \Delta T \delta T$$

La valeur typique d'un résonateur bi-mode à température ambiante pour la valeur de la courbure de la courbe d'inversion est estimée au meilleur des cas à  $10^{-7} \text{ K}^{-2}$  et nous estimons aussi au meilleur des cas, un  $\Delta T$  autour de 20mK.

$$\frac{1}{f_0} \frac{d^2 f}{dT^2} \sim 10^{-7} \text{ K}^{-2}$$

Donc l'expression de la fluctuation de fréquence devient :

$$\frac{\delta f}{f_0} = 10^{-7} \times 2.10^{-2} \delta T = 2.10^{-9} \delta T$$

$\delta T(\tau)$  peut être estimé à partir de la courbe (i) comme l'instabilité du mode est due aux fluctuations en température.

Par exemple, à  $\delta T(\tau=1s)$ , la valeur  $\delta T$  peut être calculée à partir de :

$$\delta T(\tau) = \frac{\left. \frac{\delta f}{f}(\tau) \right|_{\text{mode}}}{\left. \frac{1}{f} \frac{df}{dT} \right|_{\text{mode}}}$$

Pour le mode WGE, la fluctuation en température est définie comme suit :

$$\left. \frac{1}{f} \frac{df}{dT} \right|_{\text{WGE}} \sim 40 \text{ ppm/K}$$

Donc pour des fluctuations en température à  $\tau = 1s$ , nous obtenons :

$$\delta T(\tau) = 2,5 * 10^{-6} K$$

$$\text{avec } \left. \frac{df}{f}(\tau) \right|_{\text{WGE}} \text{ de } 10^{-10} \text{ à } \tau = 1s \text{ (courbe (i))}$$

Nous obtenons donc un plancher de bruit à 1s qui vaut :

$$\left. \frac{\delta f}{f_0} \right|_{1s} = 2 * 10^{-9} * 2,5 * 10^{-6} = 5 * 10^{-15}$$

Nous faisons donc de même sur plusieurs points afin de tracer la courbe (iv).

A partir des mesures du plancher de bruit électronique, nous avons trouvé que la stabilité en fréquence de l'oscillateur est limitée par le bruit électronique dans la boucle du mode  $WGH_{9,0,0}$ , tandis que la boucle du mode WGE avait un plancher de bruit plus petit d'un ordre de grandeur. Cela était dû aux propriétés du mode WGH qui avait une forme lorentzienne imparfaite. Comme il a été énoncé précédemment, le changement de cavité a

---

résolu ce problème et le plancher de bruit a été par conséquent réduit. La caractérisation de l'oscillateur avec le résonateur modifié est en cours à l'université d'Australie Occidentale, mais cela sort du contexte de ce travail de thèse.

---

## IV Conclusion

Nous avons énuméré les différents bruits qui pouvaient intervenir dans la conception d'un oscillateur à faible bruit de phase ainsi qu'expliquer les différentes techniques que nous pouvions utiliser pour réduire ces bruits.

Ensuite, nous avons présenté brièvement les différentes parties composant notre oscillateur bi-mode, au point de vue du résonateur diélectrique, de l'électronique de commande des boucles d'asservissement ainsi que le contrôle en température de la cavité résonante.

Finalement, nous avons montré que la technique d'un oscillateur bi-mode fonctionnant à température ambiante était capable de réduire l'instabilité en fréquence pour un fonctionnement en fréquence microonde par au moins une unité de grandeur en prenant avantage de l'optimisation en température de la fréquence de battement dérivé de la fréquence des deux modes de galerie orthogonaux dans le même résonateur.

La stabilité à court terme de l'oscillateur bi-mode est donc directement limitée pour l'instant par le contrôleur en température et la modélisation de l'ensemble. Cela demandera donc une plus ample investigation de la boucle et de ses composants afin d'améliorer les résultats pour un temps d'intégration inférieur à 10s.

## V Bibliographie

- [1] E.N. Ivanov, M.E. Tobar and R.A. Woode, “Applications of interferometric signal processing to phase noise reduction in microwave oscillators”, *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, Vol. 46, pp. 1537–1545, 1998
- [2] F.L. Walls, “Fundamental limits on frequency stabilities of crystal oscillators”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, Vol. 42, pp. 576–589, 1995
- [3] A.G. Mann, G. Santarelli, S. Chang, A.N. Luiten, P. Laurent, C. Salomon, D.G. Blair, A. Clairon, “A high stability atomic fountain clock using a cryogenic sapphire interrogation oscillator”, *Proc. IEEE Int. Frequency Control Symp.*, pp. 13-22, 1998
- [4] G.J. Dick, R.T. Wang, “Cryo-cooled sapphire oscillator for the Cassini Ka-band experiment”, *Proc. IEEE Int. Frequency Control Symp.*, pp. 1009–1014, 1997
- [5] J.D. Anstie, J.G. Hartnett, M.E. Tobar, E.N. Ivanov, P. Stanwix, “Second generation 50 K dual-mode sapphire oscillator”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, Vol.53, N°2, pp. 284-288, 2006
- [6] J.G. Hartnett, M.E. Tobar, E.N. Ivanov, P. Bilski, “Temperature fluctuations in a solid nitrogen cooled secondary frequency standard”, *Cryogenics*, Vol. 42, pp. 45-48, 2002
- [7] J.G. Hartnett, P.Y. Bourgeois, J.D. Anstie, M.E. Tobar, N. Bazin, E.N. Ivanov, D. Cros, V. Giordano, Y. Kersalé, “High-Q frequency-temperature compensated solid-nitrogen-cooled resonator-oscillators: first results”, *Electronic Letters*, Vol. 40, No. 1, pp. 41-42, 2004
- [8] M.E. Tobar, G.L. Hamilton, E.N. Ivanov, J.G. Hartnett, “New method to build a high stability sapphire oscillator from the temperature compensation of the difference frequency between modes of orthogonal polarization”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, Vol. 50, pp. 214–219, 2003
- [9] M.E. Tobar, E.N. Ivanov, C.R. Locke, J.G. Hartnett, “Difference frequency technique to achieve frequency-temperature compensation in whispering-gallery sapphire resonator-oscillator”, *Electron. Lett.*, Vol. 38, pp. 948-950, 2003

- 
- [10] M.E. Tobar, E.N. Ivanov, J.G. Hartnett, “Temperature compensated oscillator”, *Australian Provisional Patent 2002/336,787, Europe 02,771,877.4, US 7046099 B2*, 2006
- [11] M. Aubourg, P. Guillon, “A mixed finite element formulation for microwave device problems: application to MIS structure”, *J. Electromagn. Waves Appl.*, Vol. 45, pp. 371–386, 1991
- [12] M.E. Tobar, A.J. Giles, S. Edwards, J.H. Searls, “High-Q thermo-electric stabilized sapphire microwave resonators for low noise applications”, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, Vol. 41, No. 3, pp. 391-396, 1994
- [13] P-Y. Bourgeois, Y. Kersalé, N. Bazin, M. Chaubet, V. Giordano, “A Cryogenic Open-Cavity Sapphire Reference Oscillator with Low Spurious Mode Density”, *IEEE – UFFC*, Vol. 51, No. 10, pp.1232 – 1239, 2004
- [14] R. V. Pound, “Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators”, *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 17, pp. 490–505, 1946.
- [15] C. McNeilage, E.N. Ivanov, P.R. Stockwell, J.H. Searls, “Review of feedback and feedforward noise reduction techniques”, *Frequency Control Symposium*, 1998, Pasadena
- [16] E.D. Black, “An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization”, *American Journal of Physics*, Vol. 69, pp.79-87, 2001
- [17] R. K. Jurgen, “Feedforward Correction: a Late-Blooming Design”, *IEEE Spectrum*, pp. 41-43, April 1972
- [18] T. J. Bennett, R. F. Clements, “Feedforward - An Alternative Approach to Amplifier Linearization”, *Radio and Elec. Eng.*, Vol. 44, No. 5, pp. 257-262, 1974
- [19] D. J. H. Maclean, “Broadband Feedback Amplifiers”, *Research Studies Press*, Chichester, 1982
- [20] H. Seidel, H. R. Beurrier, A. N. Friedman, “Error-controlled High Power Linear Amplifiers at VHF”, *Bell System Tech. Journal*, Vol. 47, No. 5, pp. 651-722, 1968
- [21] H. Seidel, “A Microwave Feed-Forward Experiment”, *Bell System Tech. Journal*, Vol. 50, No. 9, pp. 2879-2916, 1971

[22] H. S. Black, “Stabilised Feedback Amplifiers”, *Bell System Tech. Journal*, Vol. 13, No. 1, pp. 1-18, 1934

[23] R. Boudot, C. Rocher, N. Bazin, S. Galliou, and V. Giordano, “High-precision temperature stabilization for sapphire resonators in microwave oscillators”, *Review of Scientific Instruments*, Vol. 76, pp. 095110 3 – 6, 2005

# **CONCLUSION GENERALE**



---

## Conclusion Générale

Les travaux présentés dans ce mémoire ont concerné l'étude des résonateurs diélectriques à fort coefficient de qualité dans les domaines des microondes à températures ambiante et cryogénique.

Tout d'abord, nous avons présenté dans le premier chapitre l'outil de simulation basé sur la méthode des lignes que nous avons utilisée pour étudier le résonateur diélectrique cylindrique à effet Bragg. Une comparaison rapide a été ainsi faite avec le logiciel des éléments finis disponible à XLIM, au point de vue de l'accès à certaines informations. Ainsi, par son traitement semi-analytique 2D, nous avons pu avoir accès, par exemple, aux constantes de propagations dans les différents milieux.

Nous avons ensuite présenté dans un deuxième chapitre les différents types de résonateurs diélectriques ainsi que leurs applications. Cela a permis d'introduire les différents modes étudiés pour la suite de ce travail de thèse, comme les modes transverses électriques pour les résonateurs à effet Bragg, les modes de galerie ou modes quasi-transverses électriques (WGE) et magnétique (WGH).

Nous avons ainsi défini les éléments de base pour la suite de ce travail de recherche.

Les troisième et quatrième chapitres présentaient l'effet Bragg dans une première topologie sphérique puis dans une deuxième, cylindrique. Ce qui nous a amené à différentes réalisations pour vérifier les modèles simplifiés et théoriques mis en place. La comparaison des deux topologies à un réflecteur de Bragg, a montré un intérêt particulier pour la structure cylindrique. En effet nous avons pu observer un facteur de qualité à vide supérieur à 300 000 à température ambiante et pour une fréquence proche de 10 GHz. La première réalisation d'un résonateur à deux réflecteurs de Bragg axiaux et radiaux n'a pas répondu à nos attentes en terme de performance. Le problème semble être lié au couplage et il serait alors intéressant d'approfondir l'étude avec le logiciel des éléments finis en 3D qui permettrait la prise en compte des sondes de couplage.

---

---

Le cinquième chapitre a présenté le résonateur diélectrique sphérique, appelée "chupa chups" par analogie à sa forme, pour l'utiliser dans une expérience de Michelson-Morley. Les mesures effectuées ont été concluantes, cependant une étude supplémentaire pourrait être menée sur l'étude d'un effet Bragg et sur l'optimisation du support afin d'optimiser le facteur de qualité de la structure. Cela permettrait d'améliorer la sensibilité de mesure lors de l'expérience de test de la physique fondamentale.

Enfin, le sixième chapitre a porté sur l'analyse de la stabilité en fréquence d'un oscillateur bi-mode à faible bruit de phase fonctionnant à température ambiante. Ce dispositif, basé sur un résonateur diélectrique saphir à fort coefficient de qualité, utilise deux modes de galerie orthogonaux. Les mesures effectuées sur cet oscillateur ont montré que le système de discriminateur de Pound permettait la réduction du bruit d'un ordre de grandeur par rapport aux précédentes publications. Nous avons obtenu une stabilité de  $10^{-11}$  sur un temps d'intégration d'une seconde, et de deux ordres de grandeur pour dix secondes. Ce résultat pourrait être amélioré en étudiant, composant par composant, la boucle de rétroaction du mode WGH. En effet nous avons observé, dans cette partie du circuit, une limitation due au plancher de bruit électronique des composants.

---

# **ANNEXES**



## Annexe I

L'annexe présente les calculs des champs électrique et magnétique en coordonnées cylindriques comportant les différentes simplifications faites au III.1 et au III.2

Le potentiel vecteur est défini par :

$$\vec{A} = \Pi_r \cdot \vec{e}_r + \Pi_\theta \cdot \vec{e}_\theta + \Pi_z \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_z) - \frac{\partial}{\partial z} (r \Pi_\theta) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) - \frac{\partial}{\partial r} (\Pi_z) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_r) \right) \end{pmatrix}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \text{rot} \text{rot} \vec{A} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_r) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( r \left( \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) - \frac{\partial}{\partial r} (\Pi_z) \right) \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_z) - \frac{\partial}{\partial z} (r \Pi_\theta) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_r) \right) \right) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left( \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) - \frac{\partial}{\partial r} (\Pi_z) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_z) - \frac{\partial}{\partial z} (r \Pi_\theta) \right) \right) \right) \end{pmatrix}$$

Or  $\Pi_z = 0$

Dans le cas où nous considérons le mode avec des variations azimutales donc  $\frac{\partial}{\partial \theta} \neq 0$ ,

les expressions des champs électromagnétiques deviennent de la forme:

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} (r \Pi_\theta) \\ \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_r) \right) \end{pmatrix} \quad \vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{pmatrix} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_r) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( r \left( \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) \right) \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial z} (r \Pi_\theta) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r \Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi_r) \right) \right) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( r \left( \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_r) \right) \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial z} (r \Pi_\theta) \right) \right) \right) \end{pmatrix}$$

Par la suite, nous posons  $\frac{\partial}{\partial \theta} (\Pi) = jn\Pi$

Le rayon est constant sur une même couche d'où nous pouvons alors écrire que:

$$\frac{\partial}{\partial z}(r \Pi) = r \frac{\partial}{\partial z}(\Pi)$$

Nous obtenons alors les expressions des champs suivantes :

$$\vec{H} = \vec{rot} \vec{A} = \begin{array}{l} -\frac{\partial}{\partial z}(\Pi_\theta) \\ \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r}(r \Pi_\theta) - jn(\Pi_r) \right) \end{array} \quad \vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{array}{l} \frac{1}{r} \left( jn \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r}(r \Pi_\theta) - jn(\Pi_r) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( r \left( \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \right) \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial z}(r \Pi_\theta) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r}(r \Pi_\theta) - jn(\Pi_r) \right) \right) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \left( \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \right) + jn \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial z}(r \Pi_\theta) \right) \right) \right) \end{array}$$

Dans le cas du mode sans variation azimutale, nous avons  $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$ .

$$\vec{H} = \vec{rot} \vec{A} = \begin{array}{l} -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z}(r \Pi_\theta) \\ \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r}(r \Pi_\theta) \right) \end{array} \quad \vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{array}{l} -\frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial z} \left( r \left( \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \right) \right) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial z}(r \Pi_\theta) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r}(r \Pi_\theta) \right) \right) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} r \left( \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \right) \right) \end{array}$$

Le rayon est constant sur une même couche d'où nous pouvons alors écrire que:

$$\frac{\partial}{\partial z}(r \Pi) = r \frac{\partial}{\partial z}(\Pi)$$

Nous trouvons alors :

$$\vec{H} = \begin{array}{l} -\left( \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_\theta) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \\ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r}(r \Pi_\theta) \right) \end{array} \quad \vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{array}{l} -\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_r) \\ -\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \Pi_\theta) \right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \right) \end{array}$$

## Annexe II

Voici un petit exemple détaillé, pour présenter la méthode des lignes. Pour faire simple, nous utiliserons une discrétisation équidistante pour le maillage, c'est-à-dire, que toutes les lignes seront à une distance égale  $\Delta r$ , aussi bien pour les lignes  $r_\theta$  et  $r_r$ .

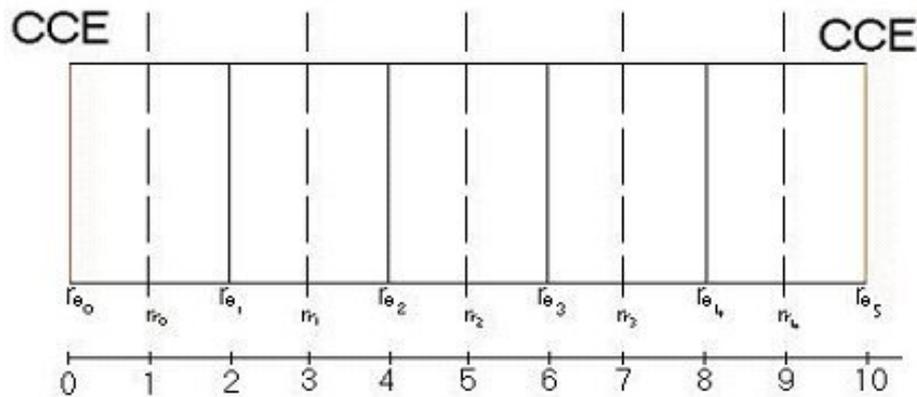


Figure 1 : Répartition des lignes sur une couche

avec

$$\begin{cases} r_i = r_{i-1} + \Delta r \\ r_{\theta_i} = r_{\theta_{i-1}} + \Delta r \end{cases}$$

1) Nous définissons à l'aide de l'échelle donnée comme exemple ci-dessus, les matrices  $[r_r]$  et  $[r_\theta]$  dépendantes respectivement des lignes  $r_r$  et  $r_\theta$ .

Cela nous donne les résultats suivant :

$$[r_\theta] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \quad [r_r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

Par la suite, nous aurons besoin des matrices différences  $[Dr_r]$  et  $[Dr_\theta]$ , et définies comme suit :

$$Dr_{\vec{r}} = \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i$$

$$Dr_{\theta_i} = \theta_{i+1} - \theta_i$$

$$[Dm] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[Dr_r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2) Nous avons donc à déterminer les conditions limites afin d'en déduire la matrice dérivée D, l'opérateur matriciel de la dérivée partielle de  $\frac{\partial}{\partial r}$

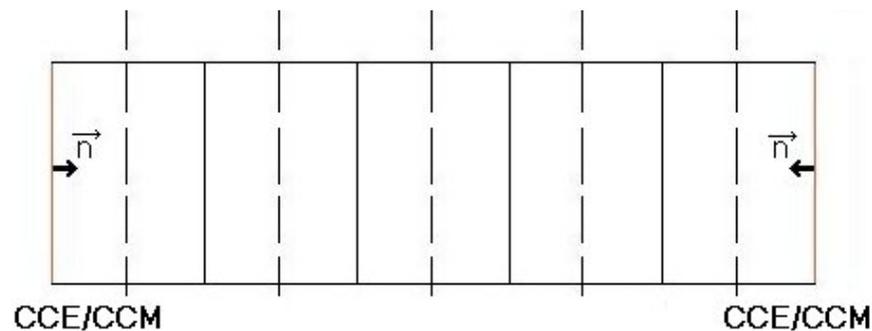


Figure 2 : Conditions limites aux extrémités latérales de la couche

Pour un court circuit magnétique (CCM), la composante du champ électrique normale au plan du court circuit est nulle ainsi que le champ magnétique tangentiel au plan. Cela peut être traduit par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \vec{n} \wedge \vec{H} = 0 \\ \vec{n} \bullet \vec{E} = 0 \end{cases}$$

Pour un court circuit électrique (CCE), la composante tangentielle du champ électrique au plan du court circuit est nulle ainsi que la composante du champ magnétique normale au plan.

$$\begin{cases} \vec{n} \wedge \vec{E} = \vec{0} \\ \vec{n} \bullet \vec{H} = 0 \end{cases}$$

Rappelons que les expressions des champs électrique et magnétique pour un mode TE à zéro variation azimutale, déterminées dans le chapitre 1 sont les suivantes :

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \begin{pmatrix} -\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_r)\right) \\ -\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_\theta) + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\Pi_\theta)\right)\right) \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r)\right) \end{pmatrix} \quad \vec{H} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{\partial}{\partial z}(\Pi_\theta)\right) \\ \frac{\partial}{\partial z}(\Pi_r) \\ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(r\Pi_\theta)\right) \end{pmatrix}$$

Dans notre exemple, nous considérons seulement des conditions de court circuit électrique, alors nous avons les mêmes conditions en  $r = 0$  et en  $r = a = 10$ .

Il nous reste alors plus qu'à déterminer l'opérateur différentiel des dérivées partielles du 1<sup>er</sup> ordre [D].

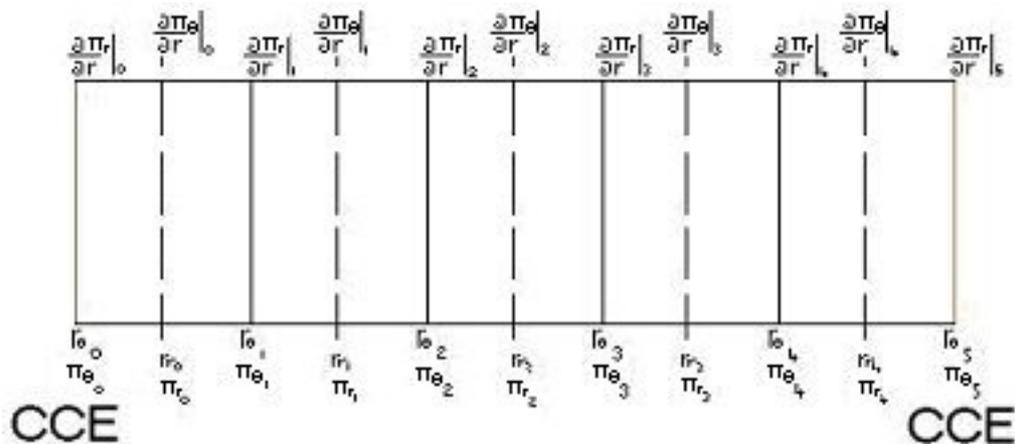


Figure 3 : Répartition des potentiels scalaires et dérivés

Or

$$\left( \frac{\partial}{\partial r} \Pi_r \right)_i = \frac{\Pi_r - \Pi_{r_{i-1}}}{\Delta r} \quad \text{avec } \Pi_{r_i}: \text{Potentiel scalaire sur } r_i$$

d'où

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \Pi_r}{\partial r_0} \\ \frac{\partial \Pi_r}{\partial r_1} \\ \frac{\partial \Pi_r}{\partial r_2} \\ \frac{\partial \Pi_r}{\partial r_3} \\ \frac{\partial \Pi_r}{\partial r_4} \\ \frac{\partial \Pi_r}{\partial r_5} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta r} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi_{r_0} \\ \Pi_{r_1} \\ \Pi_{r_2} \\ \Pi_{r_3} \\ \Pi_{r_4} \end{bmatrix}$$

Nous appellerons  $[D_r]$  la matrice suivante :

$$[D_r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

d'où

$$\frac{\partial}{\partial r} (\Pi_r) = \frac{1}{\Delta r} [D_r] \Pi_r$$

De la même façon, nous cherchons la dérivée partielle de 1<sup>er</sup> ordre du potentiel scalaire  $\Pi_\theta$  par rapport à  $r$ , ce qui nous donne :

$$\left( \frac{\partial}{\partial r} \Pi_\theta \right) \Big|_i = \frac{\Pi_{\theta_{i+1}} - \Pi_{\theta_i}}{\Delta r} \quad \text{avec } \Pi_{\theta_i} : \text{Potentiel scalaire sur } r_{\theta_i}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \left( \Pi_\theta \right)_0 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( \Pi_\theta \right)_1 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( \Pi_\theta \right)_2 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( \Pi_\theta \right)_3 \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( \Pi_\theta \right)_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta r} \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi_{\theta_0} \\ \Pi_{\theta_1} \\ \Pi_{\theta_2} \\ \Pi_{\theta_3} \\ \Pi_{\theta_4} \\ \Pi_{\theta_5} \end{bmatrix}$$

Nous appellerons  $[D_\theta]$  la matrice suivante :

$$[D_\theta] = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Nous pouvons alors mettre en évidence la relation entre  $[D_r]$  et  $[D_\theta]$  et cela alors nous amène à la relation suivante :

$$[D_r] = - [D_\theta]^t$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(\Pi_\theta) = \frac{1}{\Delta r} [D_\theta] \Pi_\theta$$

Il nous faut par conséquent définir, l'opérateur de dérivée partielle d'ordre 2, afin de pouvoir résoudre l'équation d'Helmoltz.

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} \Pi_\theta \right)_i = \frac{\frac{\partial}{\partial r} \Pi_{\theta_i} - \frac{\partial}{\partial r} \Pi_{\theta_{i-1}}}{\Delta r}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Pi_\theta)_0 \\ \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Pi_\theta)_1 \\ \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Pi_\theta)_2 \\ \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Pi_\theta)_3 \\ \frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Pi_\theta)_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta r} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \pi_{\theta_0} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \pi_{\theta_1} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \pi_{\theta_2} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \pi_{\theta_3} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \pi_{\theta_4} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \pi_{\theta_5} \right\} \end{bmatrix}$$

Nous en déduisons alors que la dérivée partielle de second ordre peut être déterminée avec l'opérateur de dérivée partielle d'ordre 1 comme suit :

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Pi_\theta) = -\frac{1}{\Delta r} [D_\theta]^t \frac{\partial}{\partial r}(\Pi_\theta)$$

## Annexe III

Dans cette annexe, nous allons développer les équations des champs données en annexe I, de façon à mettre en évidence la nouvelle matrice de résolution [Q], obtenue dans le II.4, ainsi que les expressions des opérateurs de dérivées partielles [Dr] et [D<sub>θ</sub>], données en annexe II.

Dans les annexes précédentes, nous avons obtenu :

$$\Pi_z = 0$$

Nous posons Et, composantes transversales du champ électrique :

$$\tilde{E}_t = \frac{1}{j\omega\epsilon} \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{r} \left( jn \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r\pi_\theta) - jn \left( \frac{1}{r} (jn\pi_r) \right) \right) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( r \left( \frac{\partial}{\partial z} (\pi_r) \right) \right) \\ - \left( \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial z} (r\pi_\theta) \right) \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r\pi_\theta) - \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} jn (\pi_r) \right) \right) \right) \right) \end{array} \right]$$

Or

$$\frac{\partial}{\partial r} (\Pi_\theta) = \frac{1}{\Delta r} [D_\theta] \Pi_\theta$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (\Pi_\theta) = -\frac{1}{\Delta r} [D_\theta]^t \frac{1}{\Delta r} [D_\theta] (\Pi_\theta)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (\Pi_r) = \frac{1}{\Delta r} [D_r] \Pi_r$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} (\Pi_r) = -\frac{1}{\Delta r} [D_r]^t \frac{1}{\Delta r} [D_r] (\Pi_r)$$

Nous posons:

$$[D] = [D_r] = - [D_\theta]^t$$

Nous obtenons alors:

$$\frac{\partial}{\partial r}(\Pi_\theta) = -\frac{1}{\Delta r}[D]'(\Pi_\theta)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2}(\Pi_\theta) = -\frac{1}{\Delta r}[D]\frac{1}{\Delta r}[D]'(\Pi_\theta)$$

En utilisant, les opérateurs de dérivées partielles de premier et de second ordre ainsi que la relation qu'il existe entre les deux différents opérateurs des deux potentiels scalaires, nous obtenons les expressions des composantes tangentielle du champ électrique :

$$Et = \begin{cases} E_r = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left[ \left( \frac{n^2}{r^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\Pi_r) + \frac{n}{r^2} \frac{1}{\Delta r} [D]' r (-j\Pi_\theta) \right] \\ E_\theta = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left[ j \left( \frac{n}{\Delta r} [D] \frac{1}{r} \right) (\Pi_r) - \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{\Delta r^2} [D] \frac{1}{r} [D]' r \right) (\Pi_\theta) \right] \end{cases}$$

Nous multiplions alors par  $(-j)$ , la composante tangentielle suivant  $\theta$ , afin de retrouver la forme de  $\hat{\Pi}$ , c'est-à-dire  $\Pi_r$  et  $-j\Pi_\theta$  et aussi supprimer le  $j$  de  $j\Pi_r$  de l'expression suivant la composante  $\theta$ .

$$Et = \begin{cases} E_r = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left[ \left( \frac{n^2}{r^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\Pi_r) + \frac{n}{r^2} \frac{1}{\Delta r} [D]' r (-j\Pi_\theta) \right] \\ -jE_\theta = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left[ \left( \frac{n}{\Delta r} [D] \frac{1}{r} \right) (\Pi_r) - \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{\Delta r^2} [D] \frac{1}{r} [D]' r \right) (-j\Pi_\theta) \right] \end{cases}$$

Nous avons alors l'expression de  $Et$  en fonction de  $\hat{\Pi}$ . Cela nous donne alors l'écriture suivante sous forme matricielle :

$$Et = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left[ \begin{array}{c} -\frac{\partial^2}{\partial z^2} (\Pi_r) \\ -\frac{\partial^2}{\partial z^2} (-j\Pi_\theta) \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{cc} \frac{n^2}{r^2} & \frac{n}{r^2} \frac{1}{\Delta r} [D]' r \\ \frac{n}{\Delta r} [D] \frac{1}{r} & \frac{1}{\Delta r^2} [D] \frac{1}{r} [D]' r \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \Pi_r \\ -j\Pi_\theta \end{array} \right]$$

avec

$$\left[ \begin{array}{c} \hat{\Pi} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \Pi_r \\ -j\Pi_\theta \end{array} \right]$$

Ensuite, nous nous servons de l'expression de [Q], la matrice solution (43), tel que nous puissions en déduire l'expression de Et en fonction de P afin de pouvoir remplacer les dérivées partielles suivant z.

Nous obtenons donc :

$$-\frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{bmatrix} \Pi_r \\ -j\Pi_\theta \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \hat{Q} \\ \hat{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi_r \\ -j\Pi_\theta \end{bmatrix}$$

d'où nous en déduisons alors les équations suivantes :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial^2}{\partial z^2}(\Pi_r) &= -\left(\hat{Q}_{11} \Pi_r + \hat{Q}_{12} (-j\Pi_\theta)\right) \\ -\frac{\partial^2}{\partial z^2}(-j\Pi_\theta) &= -\left(\hat{Q}_{21} \Pi_r + \hat{Q}_{22} (-j\Pi_\theta)\right) \end{aligned}$$

En remplaçant, les équations précédentes dans les expressions des composantes tangentielles du champ électrique, nous obtenons :

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{Q}_{11} &= \frac{\varepsilon_r}{\Delta r^2} [D_N]^t \frac{1}{r\varepsilon_z} [D_N] r - k_o^2 \varepsilon_r + \frac{n^2}{r^2} \\ \hat{Q}_{12} &= \frac{-n}{r^2} \frac{1}{\Delta r} [D_N]^t r + \varepsilon_r \frac{1}{\Delta r} [D_N]^t \frac{n}{r\varepsilon_z} \\ \hat{Q}_{21} &= \frac{-n}{\Delta r} [D_N] \frac{1}{r} + \frac{n\varepsilon_r}{r^2 \varepsilon_z} \frac{1}{\Delta r} [D_N] r \\ \hat{Q}_{22} &= \frac{1}{\Delta r^2} [D_N]^t \frac{1}{r} [D_N] r - k_o^2 \varepsilon_r + \frac{n^2 \varepsilon_r}{r^2 \varepsilon_z} \end{aligned} \right.$$



## Annexe IV

Cette annexe présente la solution permettant de déterminer la matrice de liaison entre les potentiels discrets et les potentiels discrets dérivés.

Tout d'abord, nous obtenons les constantes A, et B des équations solutions pour une couche en fonction des conditions limites haute et basse de la couche.

Nous avons donc le système suivant pour la résolution sur une couche décrite par la figure suivante :

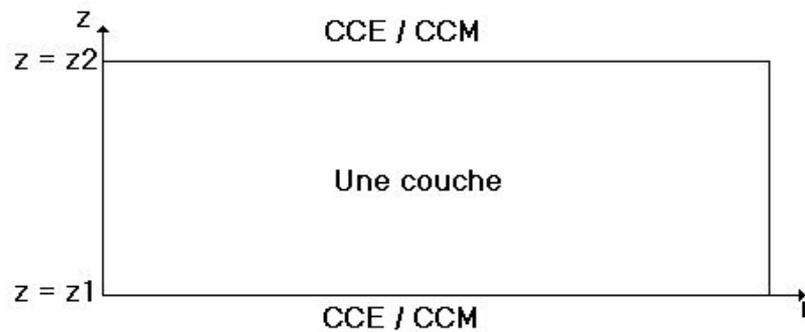


Figure 1 : Représentation des conditions limites sur une couche

Nous obtenons :

$$\begin{cases} \hat{\Pi}(z_1) = \cosh(k_1 z_1)A + \sinh(k_1 z_1)B \\ \hat{\Pi}(z_2) = \cosh(k_1 z_2)A + \sinh(k_1 z_2)B \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sinh(k_1 z_2)\hat{\Pi}(z_1) = \sinh(k_1 z_2)\cosh(k_1 z_1)A + \sinh(k_1 z_2)\sinh(k_1 z_1)B & (1) \\ \sinh(k_1 z_1)\hat{\Pi}(z_2) = \sinh(k_1 z_1)\cosh(k_1 z_2)A + \sinh(k_1 z_1)\sinh(k_1 z_2)B & (2) \end{cases}$$

(1) - (2)  $\Rightarrow$

$$\sinh(k_1 z_2)\hat{\Pi}(z_1) - \sinh(k_1 z_1)\hat{\Pi}(z_2) = \sinh(k_1 z_2)\cosh(k_1 z_1)A - \sinh(k_1 z_1)\cosh(k_1 z_2)A$$

d'où

$$A_1 = \frac{\sinh(k_1 z_2) \hat{\Pi}(z_1) - \sinh(k_1 z_1) \hat{\Pi}(z_2)}{\cosh(k_1 z_1) \sinh(k_1 z_2) - \sinh(k_1 z_1) \cosh(k_1 z_2)} \Rightarrow A_1 = \frac{\sinh(k_1 z_2) \hat{\Pi}(z_1) - \sinh(k_1 z_1) \hat{\Pi}(z_2)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))}$$

Nous faisons donc de la même manière pour trouver  $B_1$  et nous obtenons :

$$B_1 = \frac{\cosh(k_1 z_2) \hat{\Pi}(z_1) - \cosh(k_1 z_1) \hat{\Pi}(z_2)}{\cosh(k_1 z_2) \sinh(k_1 z_1) - \sinh(k_1 z_2) \cosh(k_1 z_1)} \Rightarrow B_1 = \frac{\cosh(k_1 z_2) \hat{\Pi}(z_1) - \cosh(k_1 z_1) \hat{\Pi}(z_2)}{\sinh(k_1 (z_1 - z_2))}$$

Nous insérons alors ces précédents coefficients dans l'expression générale du potentiel scalaire, ce qui donne alors le résultat suivant:

$$\hat{\Pi}(z) = \cosh(k_1 z) A_1 + \sinh(k_1 z) B_1$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\hat{\Pi}(z)) = k_1 (\sinh(k_1 z) A_1 + \cosh(k_1 z) B_1)$$

d'où

$$\frac{\partial}{\partial z} (\hat{\Pi}(z)) = k_1 \left( \frac{\sinh(k_1 z) \sinh(k_1 z_2) \hat{\Pi}(z_1) - \sinh(k_1 z) \sinh(k_1 z_1) \hat{\Pi}(z_2) + \cosh(k_1 z) \cosh(k_1 z_1) \hat{\Pi}(z_2) - \cosh(k_1 z) \cosh(k_1 z_2) \hat{\Pi}(z_1)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\hat{\Pi}(z)) = k_1 \left( \frac{(\sinh(k_1 z) \sinh(k_1 z_2) - \cosh(k_1 z) \cosh(k_1 z_2)) \hat{\Pi}(z_1) + (\cosh(k_1 z) \cosh(k_1 z_1) - \sinh(k_1 z) \sinh(k_1 z_1)) \hat{\Pi}(z_2)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\hat{\Pi}(z)) = k_1 \left( \frac{(-\cosh(k_1 (z - z_2))) \hat{\Pi}(z_1) + (\cosh(k_1 (z - z_1))) \hat{\Pi}(z_2)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\hat{\Pi}(z)) = k_1 \left( \frac{(-\cosh(k_1 (z - z_2))) \hat{\Pi}(z_1)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))} + \frac{(\cosh(k_1 (z - z_1))) \hat{\Pi}(z_2)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))} \right)$$

d'où nous trouvons les expressions des dérivées potentiels suivant  $z_1$  et  $z_2$  comme suit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial z} (\hat{\Pi}(z_1)) = k_1 \left( -\coth(k_1 (z_2 - z_1)) \hat{\Pi}(z_1) + \frac{\hat{\Pi}(z_2)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))} \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} (\hat{\Pi}(z_2)) = k_1 \left( \frac{-\hat{\Pi}(z_1)}{\sinh(k_1 (z_2 - z_1))} + \coth(k_1 (z - z_1)) \hat{\Pi}(z_2) \right) \end{array} \right.$$

Nous obtenons alors la relation de liaison entre les potentiels discrets et dérivés:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial z} \left( \hat{\Pi}_1(z) \right) \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \hat{\Pi}_2(z) \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\coth(k_1(z_2 - z_1)) \frac{1}{\sinh(k_1(z_2 - z_1))} \\ \frac{-1}{\sinh(k_1(z_2 - z_1))} \coth(k_1(z_2 - z_1)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Pi}_1(z) \\ \hat{\Pi}_2(z) \end{bmatrix}$$



## Annexe V

Dans cette annexe, nous expliquons comment établir l'équation de raccordement sur un exemple de structure à quatre couches dans deux conditions limites différentes (voir les figures suivantes).

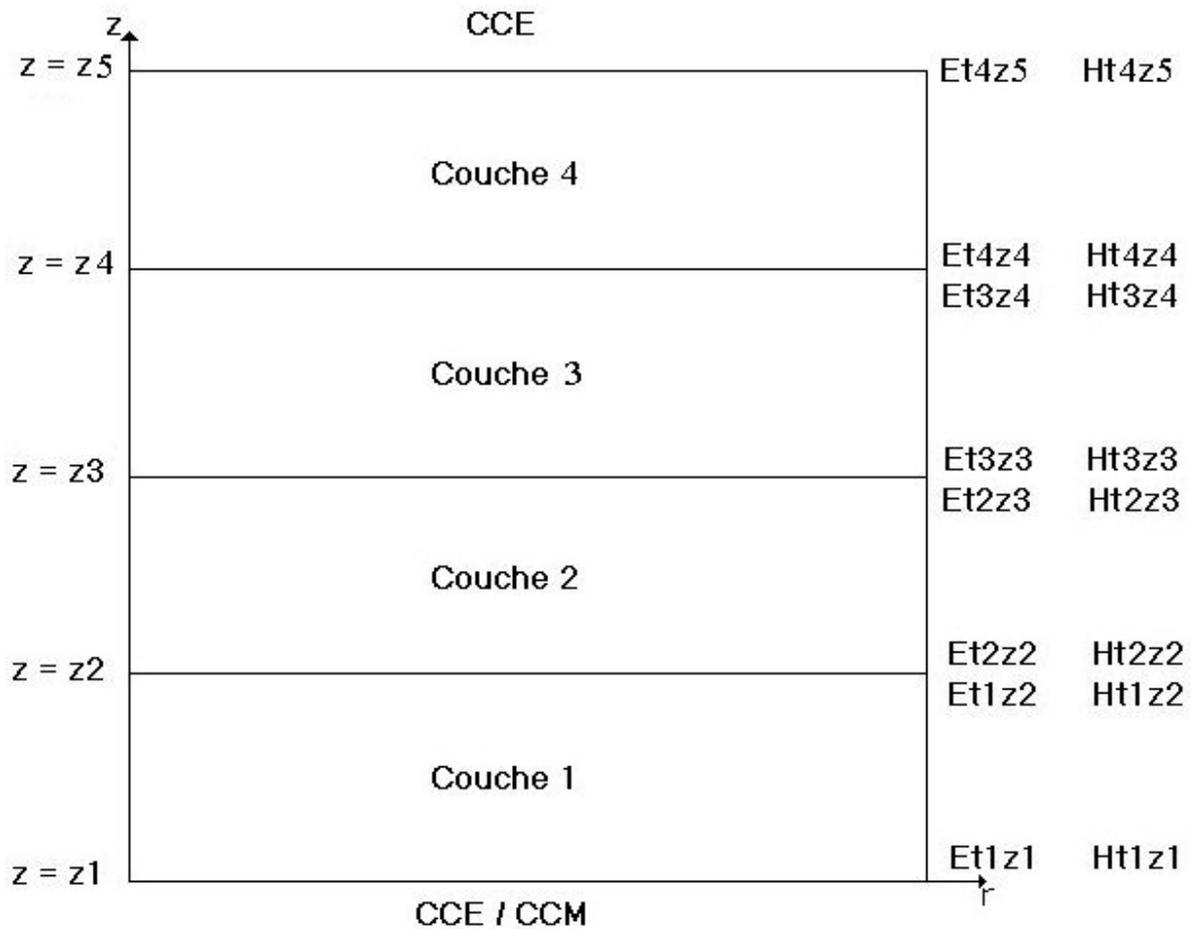


Figure 1 : Conditions limites aux interfaces des couches.

En  $z = z_1$ , nous considérons la condition de court circuit magnétique (CCM), d'où la composante du champ magnétique tangentielle au plan du court circuit est nulle, ce qui nous donne :

$$H_{t1}(z_1) = 0$$

On posera alors les écritures suivantes pour simplifier la compréhension des équations :

$$Ht_1(z_1) = Ht_1 z_1 \quad Et_1(z_1) = Et_1 z_1$$

A partir de la matrice Y, nous obtenons alors l'équation suivante :

$$Hr_1 z_1 = Y_{11} Et_1 z_1 + Y_{12} Et_1 z_2 = 0$$

$$Et_1 z_1 = - \left( Y_{11} \right)^{-1} Y_{12} Et_1 z_2$$

En  $z = z_2$ , nous déduisons la matrice de transfert Montante ( $Y_{T1M}$ ) suivante :

$$Ht_1 z_2 = (Y_{122} - Y_{121} Y_{11}^{-1} Y_{112}) Et_1 z_2$$

$$Y_{T1M} = Y_{122} - Y_{121} Y_{11}^{-1} Y_{112}$$

En  $z = z_5$ , nous avons la condition limite d'un Court Circuit Electrique (CCE), donc la composante tangentielle du champ électrique sur le plan du court circuit est nulle. Nous obtenons par conséquent :

$$Et_4 z_5 = 0$$

En  $z = z_4$ , nous obtenons la composante tangentielle du champ magnétique suivante :

$$Ht_4 z_4 = Y_{411} Et_4 z_4$$

Nous posons alors la matrice de transfert Descendante ( $Y_{T4D}$ ) égale à :

$$Y_{T4D} = Y_{411}$$

A l'interface des deux couches, nous appliquons la relation de continuité des champs, nous en déduisons alors les expressions suivantes :

$$\begin{cases} Ht_4 z_4 = Ht_3 z_4 \\ Et_4 z_4 = Et_3 z_4 \end{cases}$$

Nous obtenons donc :

$$Et_3 z_4 = (Y_{T4D} - Y_{322})^{-1} Y_{321} Et_3 z_3$$

En  $z = z_3$ , nous obtenons le champ magnétique  $Ht_3 z_3$  :

$$Ht_3 z_3 = (Y_{311} + Y_{312} (Y_{T4D} - Y_{322})^{-1} Y_{321}) Et_3 z_3$$

d'où

$$Y_{T3D} = Y_{311} + Y_{312} (Y_{T4D} - Y_{322})^{-1} Y_{321}$$

Par continuité, nous déduisons :

$$Et_2 z_3 = (Y_{T3D} - Y_{222})^{-1} Y_{221} Et_2 z_2$$

En  $z = z_2$ ,  $Ht_2 z_2 = (Y_{211} + Y_{212} (Y_{T3D} - Y_{222})^{-1} Y_{221}) Et_2 z_2$

$$\text{d'où } Y_{T2D} = Y_{211} + Y_{212} (Y_{T3D} - Y_{222})^{-1} Y_{221}$$

En  $z = z_1$ , cas d'un CCM donc  $Ht_1 z_1 = 0$

$$Et_1 z_1 = -Y_{111}^{-1} Y_{112} Et_1 z_2$$

Soit  $Ht_1 z_2 = (-Y_{121} Y_{111}^{-1} Y_{112} + Y_{122}) Et_1 z_2$

Nous posons  $Y_{T1M}$ , la matrice de transfert montante :

$$Y_{T1M} = Y_{122} - Y_{121} Y_{111}^{-1} Y_{112}$$

Soit l'équation de raccordement M, en  $z = z_2$  suivante :

$$M = Y_{T2D} - Y_{T1M}$$

Cet exemple nous permet de mettre en évidence une généralisation de la méthode de raccordement à n couches qui est la suivante :

$$Y_{TiD} = Y_{i11} + Y_{i12} (Y_{Ti+1D} - Y_{i22})^{-1} Y_{i21}$$

avec i le numéro de la couche compris entre 2 et n-1.

Seules les matrices de transfert aux limites pour la première et dernière couche varient en fonction des conditions limites fixées :

- En  $z = z_5$  : CCE (Cavité fermée)

$$Y_{TnD} = Y_{n11}$$

- En  $z = z_1$  : CCM (Symétrie magnétique)

$$Y_{T1M} = Y_{i22} - Y_{i21} Y_{i11}^{-1} Y_{i12}$$

- En  $z = z_1$  : CCE (Symétrie électrique)

$$Y_{T1M} = Y_{i22}$$

Annexe VI

# **Logiciel d'acquisition de données**



# I Introduction

De nos jours, les mesures à effectuer deviennent de plus en plus compliquées à mettre en oeuvre et demandent de plus en plus de précision.

C'est la raison pour laquelle il devient de plus en plus incontournable de se doter d'un logiciel d'acquisition automatique des données. Pour cela il existe plusieurs logiciels, dont les logiciels de langage interprété comme Matlab, Igor Pro, Excel (VB-Macro), les logiciels de programmation de module comme National Instruments, (LabView), HP-VEE, LabWindows. Cependant, il faut à chaque fois installer ces logiciels dès que l'on change d'ordinateur, avoir la licence multiposte, etc...

De plus, des connaissances de base en informatique sont nécessaires afin d'optimiser le programme pour réduire au maximum le temps mort entre les mesures, paramètre ultime de la mesure après la précision de la valeur mesurée.

C'est pourquoi, nous avons décidé de construire un logiciel destiné à l'utilisateur permettant simplement d'effectuer des mesures en "cliquant sur des boutons". Ce logiciel élaboré à partir d'une Interface Homme Machine (IHM), doit être utilisé sans se préoccuper du code. Le tout devant être portable dans un minimum d'espace et rapide d'installation. Nous avons alors utilisé un compilateur C/C++ de Borland, (Borland C++ Builder), pour réaliser le logiciel. Dans la suite de ce rapport le logiciel sera nommé "Global Control" .

## II Présentation générale du logiciel:

L'idée de réaliser ce logiciel a été lancée par Javier Torrealba, doctorant à l'Université d'Australie Occidentale (UWA).

L'objectif étant de faire une Interface Homme Machine (IHM), permettant d'obtenir facilement les données des appareils de mesure sous un format texte tabulé, sans avoir à intervenir sur le code de programmation. Dans le jargon informatique, nous pouvons dire que c'est une application "clic bouton".

L'idée générale est : comment faire des mesures avec un contrôle automatique sans avoir la nécessité de programmer les fonctions de lecture/écriture et sans avoir des connaissances de base en langage de programmation? C'est sur ce principe que nous avons vu l'intérêt d'un tel logiciel d'aide à la mesure, destiné uniquement à l'utilisateur.

Nous avons alors utilisé un adaptateur USB vers GPIB disponible dans le commerce (Agilent 82357A, ou le Modèle équivalent National Instruments). Il est important de spécifier que les 2 modèles fonctionnent avec le logiciel de contrôle général (GC).

Le GPIB signifie General Purpose Interface Bus, c'est une interface parallèle standard, IEEE (Institute Of Electrical and Electronic Engineers) 488, utilisée pour connecter des appareils programmables à un ordinateur.

Il a été développé par la compagnie Hewlett Packard en 1970, à l'époque HP-IB. Cet outil de connexion peut transférer jusqu'à 200ko/s sur une distance de 2 m.

Le logiciel est constitué d'une fenêtre principale regroupant tout les types d'appareils qu'il est possible d'utiliser, d'une fenêtre d'affichage temps réel de données ainsi que d'un fichier d'aide à l'utilisation.

Le programme est dans un premier temps, utilisé pour configurer les appareils de mesures après avoir créé un canal virtuel de communication avec l'appareil. A chaque démarrage du logiciel, l'initialisation des appareils est à refaire. Cela permet d'assurer une bonne connexion entre l'interface et les appareils de mesure.

Ensuite, le programme est utilisé pour démarrer et stopper l'acquisition et également pour choisir le format du fichier de sortie et les unités des valeurs mesurées.

Les résultats peuvent être utilisés dans le but d'effectuer le calcul de la variance d'Allan, puisque l'utilisateur a le choix de prendre en compte le temps utilisé pour chaque mesure, ce qui lui permet de connaître la variable temporelle exacte  $\tau$ .

La variance d'Allan dans le cadre des mesures à effectuer dans le laboratoire est un des éléments les plus importants pour la caractérisation des oscillateurs et des horloges [1-3].

Le logiciel "Global Control" ne se limite pas à cela, il peut aussi servir à obtenir les données de plusieurs appareils de mesure avec leur évolution au cours du temps. Par contre, il faut tenir compte du temps que prend chaque appareil pour effectuer la mesure, car celle-ci se fait en série. Cela signifie que l'on ne peut pas se servir de plusieurs appareils simultanément pour étudier un phénomène transitoire.

La capacité du logiciel est difficile à décrire puisque le logiciel est toujours en continu développement. La popularité de l'application est croissante, ce qui permet d'accroître le potentiel disponible de mesure à partir de l'interface graphique.

La plupart des appareils configurés et intégrés à l'interface sont des appareils de mesure d'Agilent, appareils disponibles au laboratoire. Cependant à l'heure de l'écrit de ce chapitre, le logiciel est capable de suivre 7 multimètres, (HP34401A) dont 3 pour des mesures de tension, 4 pour des mesures de résistance, 4 compteurs, dont 3 d'Agilent (53132A), et 1 de XL-Microwave 3260, un analyseur de réseau vectoriel (VNA : Vector Network Analyzer) HP8720ET, pour la poursuite de 8 modes et de leur calcul de facteur de qualité ainsi que du couplage des sondes, un analyseur FFT (Fast Fourier Transform), pour les mesures de bruit de phase principalement, 2 contrôleurs en température, LakeShore (332 – 340), avec contrôle d'un patch chauffant pour un asservissement en température, ainsi que deux types d'appareils paramétrables à distance (2 amplificateurs à verrouillage de Stanford Research System (SR 830) et 1 générateur de signaux d'Agilent (33250A)).

La partie la plus critique pour la compréhension et pour l'utilisation de l'interface est de différencier le port de sortie GPIB et l'adresse GPIB de l'appareil de mesure. Pour le port GPIB, il s'agit du port d'identification de la clé lors de la connexion à l'ordinateur, reconnu comme GPIB#, où # représente un nombre entre 0 et 30.

L'ensemble de tous les appareils reliés par un câble GPIB définit un « réseau » d'appareils de mesure interconnectés entre eux. Les connexions entre deux appareils ne doivent pas dépasser 2 mètres et la distance maximale de l'ensemble du réseau doit être inférieure à une trentaine de mètres.

L'adresse GPIB de l'appareil est une adresse qui doit être unique dans le réseau d'appareils GPIB afin d'éviter tout conflit d'envoi et de réception de données.

Sur l'interface, des adresses sont données au préalable en fonction des appareils disponible lors de l'implémentation des instruments à l'interface. Cependant ces adresses peuvent aussi être modifiées sur l'interface avant de faire l'initialisation, autrement il suffit de réinitialiser l'appareil sur l'interface et modifier à nouveau l'adresse GPIB.

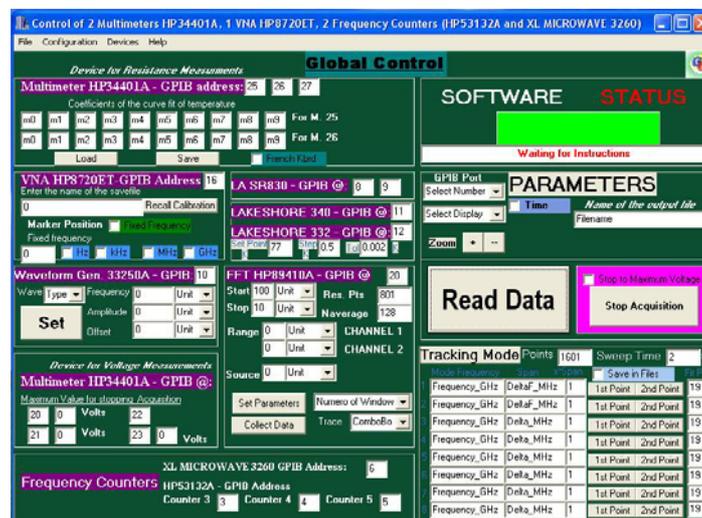


Figure 1: Vue générale de l'interface graphique

L' Interface Homme Machine (IHM) est dotée de menus permettant de compléter, par des options pour chaque appareil, l'extension des capacités de mesure, afin de mettre en œuvre la mesure comme on le souhaite.

L'application graphique pour chaque point de mesure permet de voir rapidement l'évolution de la mesure en cours, soit pour vérifier ce que l'on obtient (par exemple, pour trouver le point tournant d'une courbe de fréquence par rapport à la température), soit pour voir l'effet d'un phénomène transitoire et savoir lorsqu'il faut interrompre la mesure.

---

Parfois des boutons de contrôle peuvent être indépendant du système de contrôle de mesure générale comme *Read Data* et *Stop Acquisition* et qui servent soit en tant que pré configuration de l'appareil de mesure, envoyant des requêtes d'informations pour l'acquisition, soit pour la mesure comme par exemple les boutons *Set Parameters* et *Collect Data* pour l'appareil de FFT. Pour connaître, l'état de fonctionnement du logiciel, le panneau à l'origine vert au dessous du label "Etat du logiciel" (Software Status) devient rouge en acquisition avec un message de mise en garde "measurement in progress" au dessous de la barre de couleur. Pour l'instant, l'interface est en anglais, afin de faciliter la compréhension par les utilisateurs du laboratoire en Australie Occidentale mais une version Française devrait bientôt voir le jour.

### III Types de mesures

#### III.1 Mesure effectuée à partir du multimètre (HP34401A)

Les mesures effectuées à partir du multimètre (DVM : Digital Voltage Multimeter) offrent deux possibilités de mesure, soit une mesure de tension, soit une mesure de résistance. Les deux différentes valeurs sont séparées puisque les requêtes à envoyer à l'instrument sont différentes, ce qui simplifie la gestion du type de la mesure.

Cependant les deux choix divergent par la suite dans le traitement des données comme le montre le diagramme suivant :

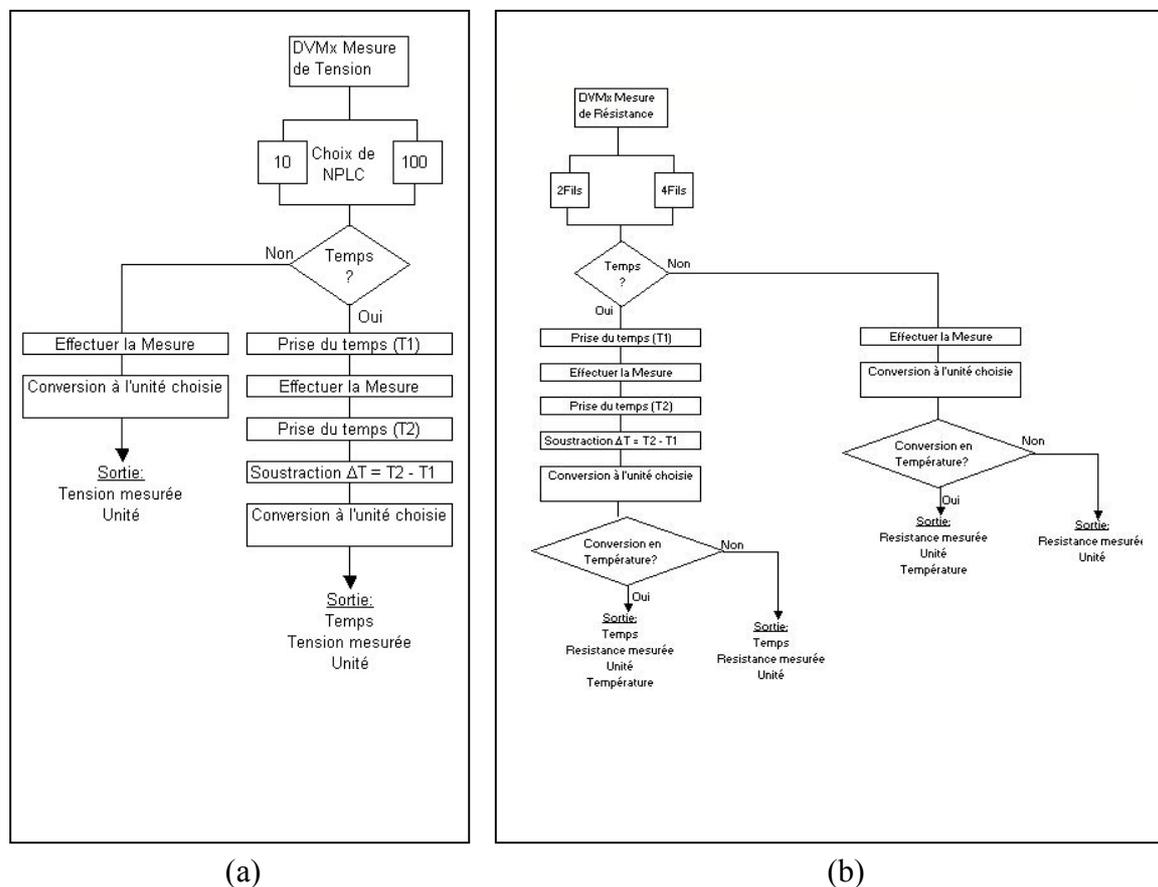


Figure 2: Diagramme simplifié de fonctionnement du principe de mesure pour un multimètre.

(a) : Mesure d'une valeur de tension et (b) : Mesure d'une valeur de résistance

NPLC : Number Of Power Line Cycle (Dépendance entre nombre de digit et vitesse de calcul) est plus communément connu sous le nom de temps d'intégration.

De plus, au laboratoire, la mesure en tension sert à mesurer soit la variation en température, soit le niveau de bruit d'un système oscillant. Dans ce dernier cas, il faut ajouter une fonction temporelle qui donnera la valeur  $\tau$  du pas de mesure, pour ensuite effectuer la variance d'Allan. Ce système supplémentaire est ajouté aux diagrammes précédents par la requête "Temps?".

Ce qui est important de remarquer, c'est que le temps prévu par la documentation pour un certain nombre de cycle est la moitié de celui mesuré [4]. C'est-à-dire que 10 NPLC représentent 0,4s au lieu des 0,2s prévu théoriquement. De plus, pour des questions de "sécurité" des mesures dans le cas d'une interruption imprévue de l'appareil ou de la tension du PC, les résultats sont sauvés au fur et à mesure, ce qui rajoute un petit temps mort à la mesure. La compagnie Agilent prévoit autour de 20ms. A partir des instruments disponibles dans le laboratoire, nous avons pu constater un temps mort variant de 19 à 23 ms. Soit pour 10 NPLC, un temps mort de 5,75% maximum. Cette valeur est insignifiante pour les mesures que nous avons effectuées pour tester le logiciel avec un signal sinusoïdal et du bruit blanc à partir de la source d'un appareil à FFT (Fast Fourier Transform).

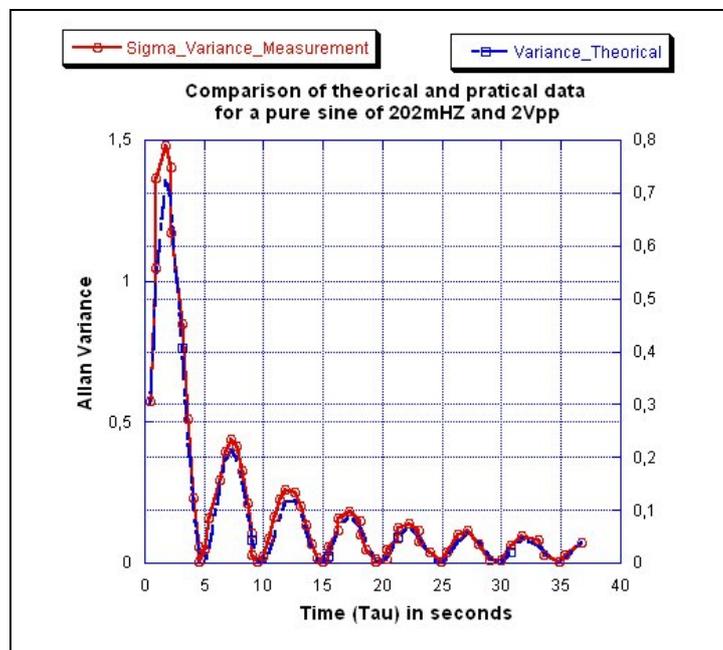


Figure 3: Test du temps mort pour 10 NPLC par rapport à un signal sinusoïdal de fréquence 202mHz, d'amplitude 2V crête à crête, d'offset 0V et par rapport à la fonction théorique associé au signal (fonction sinus cardinal).

La variance du signal sinusoïdal  $\delta u$  est une fonction en sinus cardinal qui est de la forme suivante:

$$\delta u = U_m \cdot \text{sinc}^2(f_o \tau) = U_m \cdot \frac{\sin^2(\pi f_o \tau)}{(\pi f_o \tau)^2} \quad (1)$$

Number of Power Line Cycles	Temps d'intégration	Temps mort mesuré	%
10	0,4s	de 19 à 23 ms	de 4,75 à 5,75
100	4s	de 23 à 30 ms	<1%

Tableau 1: Récapitulatif moyen du "temps mort" sur différents ordinateurs

Pour des mesures à plus faibles valeurs de NPLC, en attente d'implémentation, l'idée est d'utiliser la mémoire interne de l'appareil. Cependant ce type de mesure est limitée dans le temps, due à la taille de la mémoire. De plus, les faibles valeurs de temps d'intégrations ne sont valables par exemple dans notre cas de mesure que pour des phénomènes de transitoire rapide, d'où de faible durée temporelle, de l'ordre de quelques millisecondes.

### III.2 Mesure effectuée à partir des compteurs (Agilent 53131-53132A) et (XL-Microwave 3260)

Le compteur XL-Microwave 3260 étant ancien, les requêtes pour la mesure sont alors basiques, c'est-à-dire que le logiciel récupère la valeur dès que le compteur est prêt.

Cependant les compteurs d'Agilent (53131-53132A) sont plus récents et sont dotés de beaucoup plus d'options de mesure comme le temps d'intégration, le choix de la référence et le canal de mesure [5]. Il y a même des possibilités de traitement post opératoire mais qui ne sont pas implantées à l'interface car il n'y avait pas l'utilité de cette fonction dans les mesures à effectuer au laboratoire.

Par exemple, pour les mesures de stabilité d'un oscillateur ou d'une horloge, nous avons besoin de calculer une variance d'Allan. Dans ce cas, comme pour le multimètre il y a la possibilité de sélectionner la variable de calcul de temps afin d'avoir la valeur de  $\tau$ . Cela est encore plus important dans le cas d'un compteur puisqu'il ne commence une nouvelle mesure qu'à la fin de l'envoi de la précédente. C'est la raison pour laquelle nous avons cherché à déterminer le temps mort entre les mesures et nous nous sommes aperçus que le compteur utilise beaucoup de fonctions pas forcément utile pendant la mesure. Cela a peu d'influence

par exemple pour une fréquence de l'ordre du GHz mais peut intervenir pour des fréquences de l'ordre du kHz. Pour donner une idée du temps mort, voici un tableau récapitulatif des mesures de test :

Valeur de Fréquence mesurée	Temps d'intégration (Gate Time)	Temps mort mesuré	%
9GHz	1s	60ms	6
100kHz	1s	565ms	56,5
100kHz*	1s	30ms	3

Tableau 2: Récapitulatif des temps morts moyen sur un ensemble d'ordinateur  
\* : Mesure faite lorsque toutes les fonctions superflues sont désactivées, même l'affichage.

Les valeurs de temps mort inférieures à 6% ne sont pas significatives sur les mesures de test que nous avons effectuées. Le choix s'effectue entre la mesure traditionnelle et la mesure optimisée. La mesure traditionnelle est une mesure effectuée dès que le compteur est prêt à envoyer la donnée. La mesure optimisée est une mesure effectuée à partir de fonctions présélectionnées à l'avance, en fonction des besoins de la mesure à réaliser. Cela permet ainsi de gagner énormément sur le temps mort lorsque la fréquence à mesurer est de l'ordre du kHz. De plus, il est important de noter que rien que l'affichage du compteur pour une mesure d'une valeur de fréquence de l'ordre de 100 kHz prend 12 ms pour se rafraîchir. Le choix de l'affichage est alors une option supplémentaire, que l'on peut sélectionner à partir de l'interface afin d'augmenter la performance du système au maximum.

Nous avons fixé trois différents temps d'intégration (0,5s, 1s, 2s) possible à utiliser lors d'une mesure de fréquence. Ces valeurs étant redondantes dans les travaux qui ont été réalisés. Cela pourrait être plus général mais la deuxième condition que nous nous sommes imposés est la taille de l'interface au niveau de l'écran, aux environs de 800 x 600 pixels, afin d'être compatible aux anciennes configurations d'ordinateur. Cela impose alors d'éviter au maximum les champs d'insertions.

Le diagramme de la fonction de mesure de la Fréquence est le suivant :

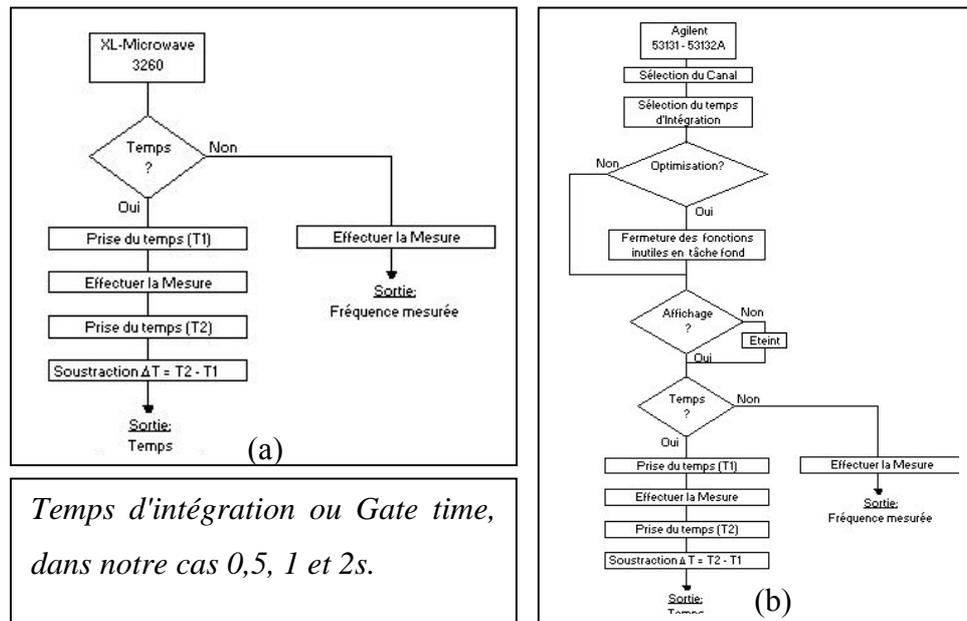


Figure 4: Diagramme simplifié de fonctionnement du principe de mesure pour un compteur [(a) : Mesure avec un XL-Microwave, (b) : Mesure avec un Agilent]

### III.3 Mesure effectuée à partir du contrôleur en température (LakeShore 332-340)

Nous avons à notre disposition deux différents types de contrôleur en température, le LakeShore 332 et le LakeShore 340. A l'heure actuelle, le deuxième type de contrôleur en température Neocera LTC-21 est en cours d'implémentation.

L'objectif est de pouvoir suivre la température d'un dispositif, de la température cryogénique à la température ambiante, à l'aide de deux capteurs en Platine et en CRT (Carbon Glass Resistive Thermometers). Mais il est aussi intéressant de pouvoir contrôler la température comme par exemple dans le cas de l'étude d'un résonateur diélectrique. C'est la raison pour laquelle, nous avons travaillé sur l'utilisation d'un thermistor contrôlé par un système de PID (Proportionnel Intégrateur Dérivateur) pour asservir par exemple la mesure de la fréquence à la température.

Ci-dessous, nous illustrons le diagramme d'asservissement en température :

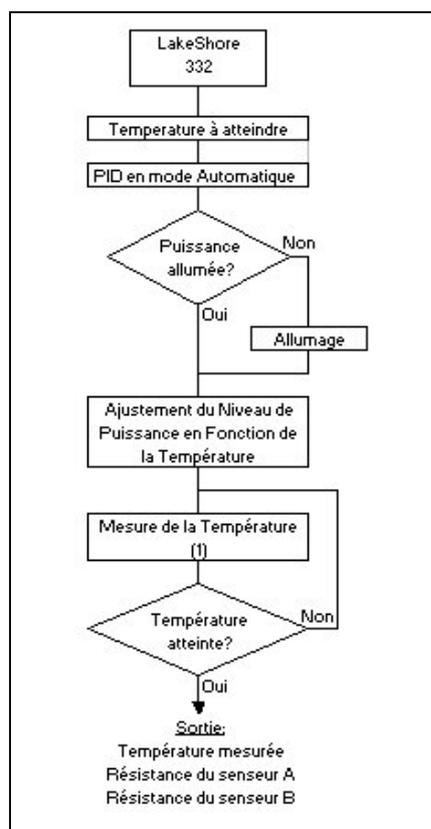


Figure 5: Diagramme simplifié de fonctionnement de l'asservissement en température utilisant le LakeShore 332.

Le LakeShore 340 n'est seulement implémenté que pour la lecture (1). Lorsque la mesure de la température doit asservir le patch de chauffage, la mesure se fait en 5 mesures successives, dont le logiciel fait la moyenne. Ensuite le test se fait en fonction de cette moyenne  $\pm$  la tolérance en mK accordée. (Dans notre cas 2mK).

Cet asservissement en température est ainsi utilisé pour le système de poursuite des modes d'un dispositif résonant sur une gamme variant de la température cryogénique à la température ambiante. Une fois la température stabilisée, le système d'asservissement est alors dit "verrouillé" et autorise par exemple, la prise en compte de la mesure du mode désiré.

### III.4 Mesure effectuée à partir de l'analyseur FFT (Agilent 89410A):

L'analyseur disponible dans le laboratoire est le "Vector Signal Analyzer" 89410A d'Agilent, analyseur FFT (Fast Fourier Transform). Il est utilisé pour la partie de l'étude sur les oscillateurs. La difficulté d'extraction des données de l'appareil de mesure vient du fait

que le format de sortie est .SdF. Le fichier doit être ensuite converti à l'aide d'un autre logiciel. Cette opération est à refaire pour chaque fenêtre d'acquisition. Cette conversion est une énorme source de perte de temps. C'est la raison pour laquelle utiliser le port GPIB pour en extraire les informations utiles dans un format texte tabulé, format compatible avec n'importe quel tableur, serait bien utile. De plus, nous avons vu que les premiers points de mesure d'une fenêtre ne sont pas très fiables. Aussi, nous avons implémenté dans le logiciel, la fonction de recouplement des fenêtres assemblées en un seul fichier général de données. Cependant le logiciel garde le fichier de données par fenêtre et ajoute les données au fichier global.

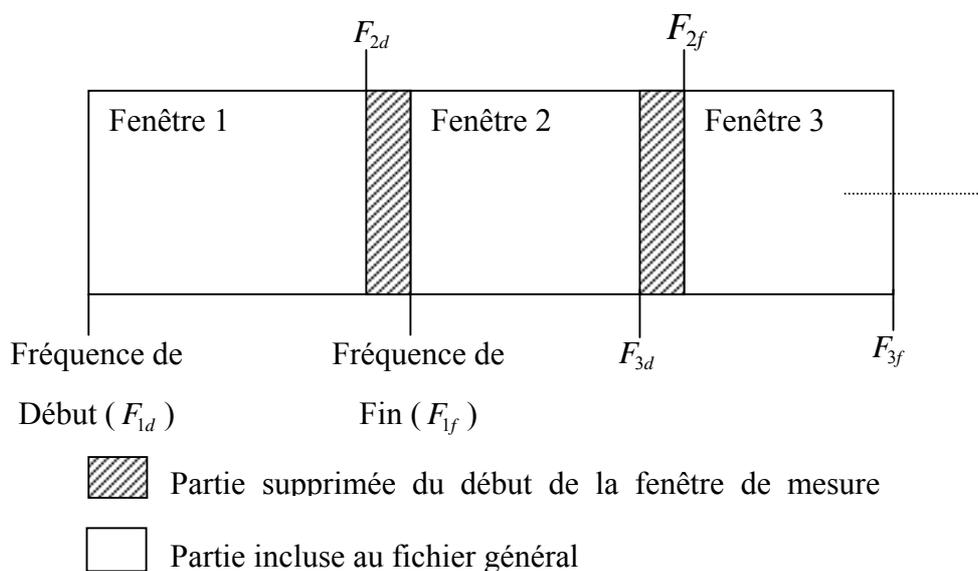


Figure 6: Diagramme de chaînage des fenêtres d'acquisition

Pour cette opération, nous demandons à l'utilisateur de pré configurer les fenêtres à partir de l'interface de Global Control (GC), en remplissant les champs et en sélectionnant les paramètres suivant pour chaque fenêtre.

Les paramètres à entrer sont:

- La fréquence de début, et l'unité
- La fréquence de fin, et l'unité
- Le nombre de points de résolution
- Le nombre de points de moyennage
- La sensibilité de l'entrée 1, et l'unité
- La sensibilité de l'entrée 2, et l'unité
- La puissance de la source, et l'unité

Une fois que toutes ces requêtes sont remplies, nous demandons alors à l'utilisateur de "sélectionner" le bouton "*Set Parameters*" qui va automatiquement prendre en compte en mémoire ces différents paramètres et configurer en tant que tel l'appareil de mesure. Cela permet donc à l'utilisateur d'effectuer une vérification pour chaque fenêtre, en pensant bien sûr à faire un recouvrement de fenêtre pour être sûr de la validité de la mesure. Il y a possibilité de chaîner dix fenêtres successives. Une fois que toutes les fenêtres ont été configurées, il ne reste plus qu'à collecter les données de l'appareil de mesure en cliquant sur le bouton "*Collect Data*". Le logiciel va alors démarrer sur la première fenêtre validée, configurer cette dernière comme il a été prévu lors de l'enregistrement et attendre la fin du nombre choisi de point de mesure. Il récupère ensuite les données dans tous les différents formats qu'il place dans un seul fichier dont la première colonne est la fréquence. Les autres champs correspondent à:

- La mesure de l'amplitude en linéaire, et l'unité
- La mesure de l'amplitude en logarithmique, et l'unité
- La mesure de la phase, et l'unité
- La mesure de la partie réelle
- La mesure de la partie imaginaire

Ensuite, il passera à la deuxième fenêtre et fera de même jusqu'à la dernière fenêtre validée par l'utilisateur.

Cependant, nous avons également voulu jongler sur plusieurs canaux afin de pouvoir mesurer la densité spectrale (PSD), le croisement de spectre (Cross Spectrum) et la cohérence (Coherence), en simultané sur une chaîne de 10 fenêtres aussi pour chaque canal.

Afin d'être plus clair, voici le diagramme de fonctionnement lors du clic sur le bouton "Collect Data":

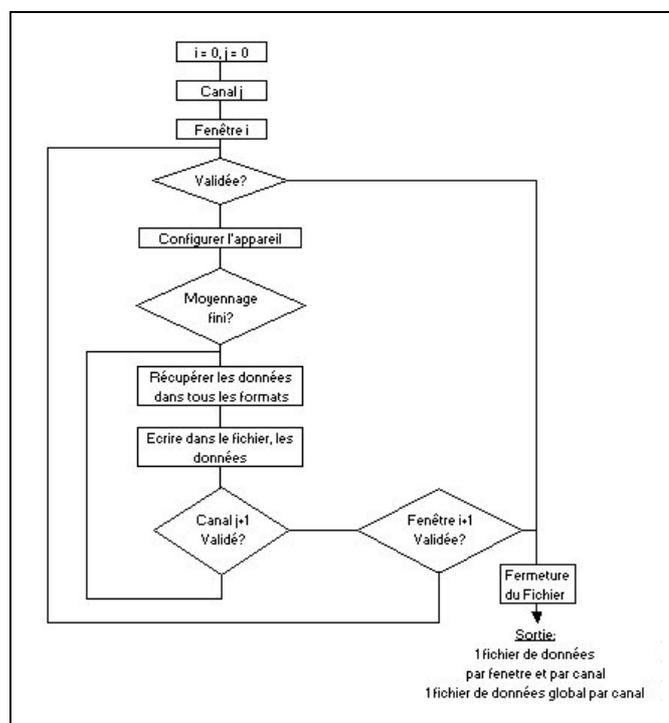


Figure 7: Diagramme de l'acquisition de données sur plusieurs fenêtres et canaux

Le Global Control prend en compte les 4 différents canaux A,B,C,D avec dix fenêtres que l'on peut chaîner et qui sont, comme vous pouvez le voir, identiques aux différents canaux. Les choix de PSD, Cross Spectrum, Coherence..... sont à sélectionner au préalable sur l'appareil. Il faut seulement préciser le nombre de canaux qui sont à lire à partir de l'interface.

### III.5 Réglage du générateur de signaux (Agilent 33250A):

L'appareil de mesure est un Agilent Waveform Generator 33250A. Le principe d'utilisation est beaucoup plus simple puisque il s'agit d'une question de réglage et de configuration de l'appareil dont l'accès de commande est à distance. Cela peut paraître superflu mais cela peut s'avérer utile lorsque l'on veut voir la réponse d'un système en faisant varier soit la fréquence, l'amplitude ou voire même la forme du signal.

### III.6 Réglage du détecteur synchrone (Standford Research System SR 830):

Les amplificateurs à verrouillage pilotés par GPIB sont des "Lockin Amplifier" SR 830. Le paramétrage de cet appareil a pour but de simplifier la mesure en vue d'obtenir l'efficacité de conversion d'une boucle d'oscillateur (dans notre cas, un "Discriminateur de Pound" [6-8]) en faisant varier la sensibilité et la constante de temps ainsi que le gain.

Cela rend plus simple et moins répétitif la mesure de ce paramètre dans le cas par exemple d'oscillateur bi-mode où il y a dans ce cas deux boucles à caractériser.

## IV Fonction de poursuite et de mesure des modes :

Cette fonction est mise à part car il s'agit du plus gros bloc de mesure de l'interface. Cette fonction a été programmée pour l'analyseur de réseau Vectoriel (VNA : Vector Network Analyzer) d'Agilent HP8720ET. Elle est divisée en deux différentes parties. La première consiste à trouver le pic de résonance. La deuxième permet le calcul du facteur de qualité en charge, à vide et du couplage en utilisant la méthode dite du "Q-circle" à partir du cercle polaire [9-12].

### IV.1 Au niveau de l'Analyseur :

Pour démarrer la recherche de mode, il faut donner la fréquence la plus proche possible du mode et définir la fenêtre de recherche (Span). Une case supplémentaire est mise en place pour gérer automatiquement le déplacement de la fréquence du mode recherché.

Pour éviter tout problème de pertes de modes, il faut que le mode de résonance soit compris dans les 60% de la fenêtre totale par rapport au centre.

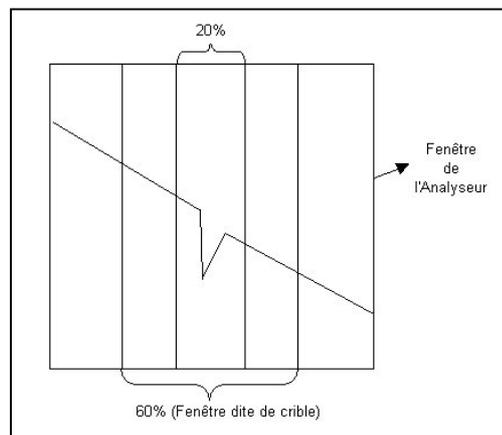


Figure 8: Illustration des différentes zones de recherche sur la fenêtre de l'analyseur

Le système de mesure du mode est le suivant :

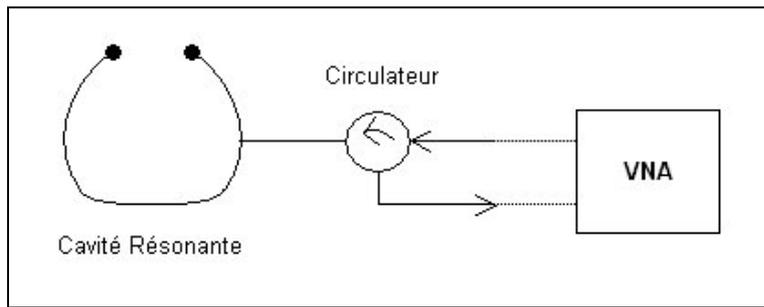


Figure 9: Principe de la mesure

La mesure est alors une mesure en réflexion qui revient à être vue par l'analyseur comme une mesure en transmission d'un système fonctionnant en absorption.

Nous choisissons le temps de balayage (Sweep Time) et le nombre de points de résolution (201, 401, 801, 1601), paramètres imposés par l'appareil.

Il nous faut ensuite trouver le mode, le centrer sur la fenêtre et adapter la fenêtre d'observation qui permettra de laisser suffisamment de points pour faire la régression circulaire.

Ensuite, l'utilisateur doit déterminer la fréquence centrale et la largeur de la fenêtre d'observation qu'il trouve convenable, fixer le balayage et le nombre de points de résolution. Ensuite il doit sélectionner le bouton "*Ist point*" qui prérègle la poursuite du mode en regardant la différence de fréquence entre les valeurs mesurées et déterminées par l'utilisateur.

Il y a moyen de suivre huit modes différents. La fiabilité de la poursuite dépend de beaucoup de paramètres comme l'ordre de grandeur du facteur de qualité à mesurer, du balayage et de la vitesse de réchauffement ou de refroidissement de l'ensemble à mesurer.

Une fois que tous ces paramètres sont pris en compte, il ne reste plus qu'à sélectionner le bouton général "*Read Data*". Le logiciel prend alors en compte les paramètres entrés par l'utilisateur et cherche le mode dans les conditions évoquées précédemment. La seule difficulté qui reste encore à ce jour à résoudre est la recherche du niveau minimum du signal. Il se peut en effet, lors d'une interaction de mode, que ce minimum ne soit pas celui du mode recherché.

Dès que l'appareil de mesure a trouvé le mode, a centré l'affichage et est passé dans le format polaire, le logiciel Global Control (GC) enregistre les données afin de les transmettre à la fonction post opératoire de calcul de facteurs de qualité et de couplage. Comme nous connaissons la fréquence centrale  $F_0$  et la fenêtre d'observation, ainsi que le nombre de points de résolution, nous en déduisons pour chaque point la fréquence, le module et la phase du coefficient de réflexion.

Nous possédons ainsi toutes les données afin de régresser le cercle obtenu. Par sécurité, toutes les données peuvent être conservées dans un fichier.

## IV.2 Au niveau du traitement du cercle polaire:

Afin de pouvoir régresser circulairement les données collectées, nous utilisons le point dont l'amplitude est minimale comme premier point de référence du cercle régressé.

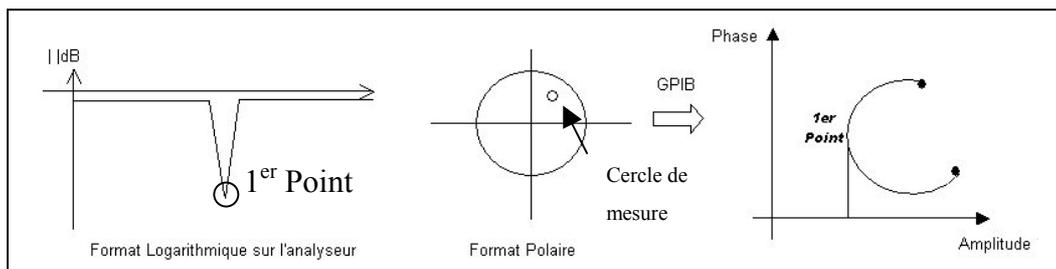


Figure 10: Illustration des étapes successives pour obtenir le premier point du cercle à régresser

Ensuite, nous cherchons  $n$  points successifs autour du premier point. La première moitié correspond à une phase  $\theta$  supérieure au premier point et l'autre moitié est à une phase inférieure.

Cela nous permet ainsi d'avoir  $n$  différentes équations pour définir l'équation du cercle. Pour effectuer la résolution du système d'équations, nous utilisons la méthode des moindres carrés.

La procédure est la suivante :

$$\text{Equation du cercle : } (x^2 + y^2) + c_1 x + c_2 y + c_3 = 0 \quad (2a)$$

$$\text{Avec } C_o \text{ centre du cercle } C: C_o \left( \frac{-c_1}{2}, \frac{-c_2}{2} \right) \quad (2b)$$

$$R \text{ rayon du cercle } C: R = \sqrt{x_{c_o}^2 + y_{c_o}^2 - c_3} \quad (2c)$$

Les coefficients  $c_1, c_2, c_3$  sont calculés pour minimiser l'expression :

$$\sum_{i=1}^n \left( (x_m^2 + y_m^2) + c_1 x_m + c_2 y_m + c_3 \right)^2 \quad (3)$$

Où  $x_m, y_m$  correspondent au point mesuré

Ce qui revient à résoudre le système linéaire suivant :

$$A \cdot c = b \quad (4)$$

Avec A et b définis comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i^2 & \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n x_i \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i & \sum_{i=1}^n y_i^2 & \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_i & \sum_{i=1}^n y_i & n \end{bmatrix} \quad b = - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n x_i r_i^2 \\ \sum_{i=1}^n y_i r_i^2 \\ \sum_{i=1}^n r_i^2 \end{bmatrix}$$

$n$  est le nombre de points utilisés pour la régression et  $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2$

Après une résolution analytique rapide du système avec le logiciel Mathematica, nous obtenons une forme littérale de chaque constante  $c_i$  de l'équation du cercle en fonction des paramètres ( $x_m$  et  $y_m$ ).

Il nous reste ensuite à en déduire les données accessibles à partir de ce cercle, c'est-à-dire la fréquence centrale ( $F_o$ ), la bande passante ( $\Delta F$ ), le couplage ( $\beta$ ), le facteur de qualité en charge ( $Q_L$ ), le facteur de qualité à vide ( $Q_o$ ).

Les schémas ci-dessous (figure12) expliquent le traitement des informations à partir du cercle régressé et des points obtenus par l'analyseur de réseaux vectoriel :

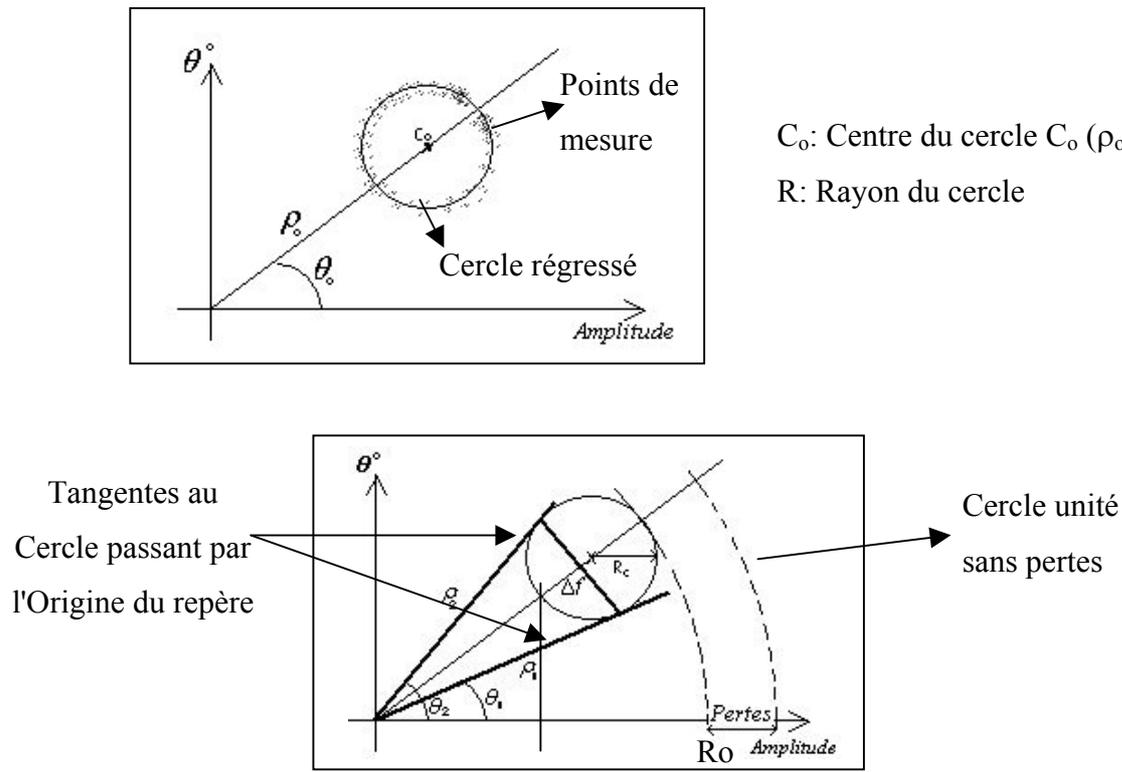


Figure 11: Illustration des données à extraire sur le cercle polaire

On détermine alors le facteur de qualité en charge  $Q_L$ :

$$Q_L = \frac{F_0}{\Delta f} \quad (5)$$

Et le coefficient de couplage  $\beta$  par la relation:

$$\beta = \frac{1}{\frac{1}{R_c} - 1} \quad (6)$$

Cependant, cette résolution n'est pas exacte à partir du moment où il y a des pertes. En effet, lorsqu'il n'y a pas de pertes nous savons que le cercle mesuré doit être tangent au cercle centré à l'origine de rayon 1. En faisant une règle de proportion, nous pouvons en déduire la vraie valeur du couplage  $\beta$ :

$$\frac{\text{Coefficient de correction}}{1} = \frac{\text{Diamètre}_{(\text{cercle unité})}}{\text{Diamètre}_{(\text{cercle régressé})}} \quad (7)$$

Ce qui nous donne alors la formule suivante du coefficient de couplage "normalisé"  $\beta_n$  :

$$\beta_n = \frac{1}{\frac{1}{\text{Coefficient de Correction} * R_o} - 1} \quad (8)$$

Voici un exemple, pour illustrer le calcul:

$$\text{Coefficient de Correction} = \frac{1}{R_c} \quad (9)$$

$$\beta_n = \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{R_c} * R_o} - 1} \quad (10)$$

Il est alors possible de déterminer  $Q_o$  à partir du facteur de qualité en charge et du couplage par la relation suivante:

$$Q_o = Q_L * (1 + \beta_n) \quad (11)$$

---

## V Conclusion

Le logiciel ainsi mis en place voit son intérêt croissant au fil du temps pour de nombreuses applications et il est devenu un outil indispensable pour les travaux de la thèse au point de vue expérimental. C'est la raison pour laquelle il est question de faire protéger le logiciel en vue de sa commercialisation dans le domaine scientifique. A part cela, il a servi dans différentes mesures qui seront présentées dans les chapitres suivants comme la sphère à mode de Galerie (Chupa Chups), l'étude d'un oscillateur bi-mode et la caractérisation du rubis à différentes concentrations d'ions  $\text{Cr}^{3+}$  (résultats ne faisant pas partie d'un chapitre). Le logiciel a servi aussi à aider plusieurs chercheurs et étudiants du laboratoire.

Le *Global Control* permet d'alléger fortement le travail de mesure et permet aussi d'examiner de plus près des phénomènes qui pourraient passer inaperçus par une mesure manuelle. De plus, cela permet aussi d'être plus exigeant sur la durée et le pas de mesure et diminue les erreurs de report des valeurs dans les tableaux de mesure.

## VI Bibliographie

- [1] D. W. Allan and J.A. Barnes, "a modified 'Allan Variance' with increased oscillator characterization ability", *Proceeding of the 35<sup>th</sup> Annual Frequency Control Symposium*, 470-475, 1981 (BIN: 560)
- [2] D. W. Allan, H. Hellig, P. Kartaschoff, J. Vanier, J. Vig, G.M.R. Winkler, and N.F. Yannoni, "Standard terminology for fundamental frequency and Time Metrology", *Proceedings of the 42<sup>nd</sup> Annual frequency symposium*, Baltimore, MD, June 1-4, 419-425, 1988 (BIN: 788)
- [3] D.B. Sullivan, D.W. Allan, D.A. Howe, and F.L. Walls, "Characterization of clocks and oscillators", *NIST, Tech Note 1337*, 1990 (BIN 868)
- [4] S. I. Munro, "Constructing the Next Generation Cryogenic Sapphire Oscillator", *Bachelor in Science (Honours)*, submitted at the University of Western Australia, 2002
- [5] E. Rubiola, "On the measurement of frequency and of its sample variance with high-resolution counters", *Review of Scientific Instruments*, Vol. 76, 2005
- [6] C. McNeilage\*, E. N. Ivanov+, P. R. Stockwell\*, J. H. Searls, "Review of feedback and feedforward, Noise reduction techniques", *Annual Frequency Control Symposium*, 1998
- [7] E.D. Black, "An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization", *Am. J. Phys.*, Vol. 69, No. 1, 79-87, 2001
- [8] M.E. Tobar, E.N. Ivanov, C.R. Locke, J.G. Hartnett, D. Cros, "Improving the frequency stability of microwave oscillators by utilizing the dual-mode sapphire-loaded cavity resonator", *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 13, pp. 1284–1288, 2002
- [9] D. Kajfez, E.J. Hwan, "Q-Factor Measurement with Network Analyzer", *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions*, Vol. 32, pp. 666 – 670, 1984
- [10] C. P. Hearn, P. G. Bartley, and E. S. Bradshaw, "A modified Q-circle measurement procedure for greater accuracy", *Microwave Journal*, Vol. 36, pp. 108-113, October 1993.

---

[11] D. Kajfez, "Q factor measurement with a scalar network analyser", *IEE Proc.-Microw. Antennas Propag.*, Vol. 142, pp. 369-372, October 1995.

[12] AN Luiten, "Q-Factor Measurement", in *Wiley Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering*, Vol. 5, edited by J. Webster (John Wiley, Madison, WI, 1999)

# **Travaux Publiés**



---

# I Revues

**"Anisotropic paramagnetic susceptibility of crystalline ruby at cryogenic temperatures"**, J.G. Hartnett, J-M Le Floch, M.E. Tobar, D. Cros, J. Krupka, P-Y. Bourgeois, *Physical Review B, Condensed Matter and Materials Physics*, Vol. 75, 2007

**"Whispering Modes in Anisotropic and Isotropic Dielectric Spherical Resonators"**, J-M le Floch, D. Cros, J.D. Anstie, M.E. Tobar, J.G. Hartnett, P-Y. Bourgeois, *Physics Letters A* 359, pp. 1-7, 2006

**"Room temperature dual-mode oscillator - first results"**, J. Torrealba, M. Tobar, E. Ivanov, C. Locke, J-M. Le Floch, D. Cros, J. Hartnett, *Electronics Letters*, Vol. 42, No. 2, 2006

**"Distributed Bragg reflector resonators with cylindrical symmetry and extremely high Q-factors"**, M.E. Tobar, J-M. le Floch, D. Cros, J.G. Hartnett, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, UFFC, Vol.52, No 1, 2005

**"Extremely high Q-factor dielectric resonators for millimeter wave applications"**, J. Krupka, M.E. Tobar, J.G. Hartnett, D. Cros, J-M. le Floch, *MTT*, Vol. 53, No. 2, 2005

**"Spherical Bragg reflector resonators"**, M.E. Tobar, J-M. le Floch, D. Cros, J. Krupka, J.D. Anstie, J.G. Hartnett, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr.*, UFFC, Vol. 51, No. 9, pp. 1054-1059, 2004

---

---

## II Communications dans des Congrès

### II.1 Communications dans des Congrès Internationaux:

**“Simple Model of Bragg Reflector Resonators Design”**, J-M. Le Floch, M.E. Tobar, D. Cros, J. Krupka, *International Workshop on Microwave Filters, CNES Workshop, 16-18 October 2006 – Toulouse (France)*

**“Spherical Whispering Gallery Mode Resonator”**, J-M le Floch, D. Cros, J.D. Anstie, M.E. Tobar, J.G. Hartnett, P-Y. Bourgeois, *International Workshop on Microwave Filters, CNES Workshop, 16-18 October 2006 – Toulouse (France)*

**“High Q-factor Cylindrical and Spherical Bragg Reflector Resonators Design”**, J-M. Le Floch, M.E. Tobar, D. Cros, J. Krupka, *10<sup>th</sup> Australian Institute of Physics Postgraduate Research Conference (AIP - PGRC), August 23-25 2006 – Jarrahdale (Western Australia)*

**“General Design Technique for High Q-Factor Bragg Reflector Resonators”**, M.E. Tobar, J-M. Le Floch, D. Cros, J. Krupka, *Microwave materials and their applications (MMA), 12–15 June 2006 – Oulu (Finland)*

**“Simple Design Technique for High Q-factor Dielectric Bragg Reflector Resonators of arbitrary Thickness”**, J-M. Le Floch, D. Cros, M.E. Tobar, *2006 IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS), 5-7 June 2006 – Poster - Miami (USA)*

**“Update on the development of a room temperature dual-mode sapphire oscillator”**, J. Torrealba, M. Tobar, E. Ivanov, C. Locke, J-M. Le Floch, D. Cros, J. Hartnett, *2006 IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS), 5-7 June 2006 – Miami (USA)*

**“General design technique for high Q-factor bragg reflector”**, M.E. Tobar, J-M Le Floch, D. Cros, J. Krupka, *20th European Frequency and Time Forum (EFTF), 27-30 March 2006 –Braunschweig (Germany)*

---

---

**“Optimization of high-Q Bragg reflector resonator”**, A. Laporte, J-M. le Floch, D. Cros, M.E. Tobar, *35th European Microwave Conference, (EuMC), 4-6 October 2005 – Paris (France)*

**“Room Temperature Dual-Mode Oscillator - First Results”**, J.A. Torrealba, M.E. Tobar, E.N. Ivanov, C.R. Locke, J.G. Hartnett, J-M Le Floch, D. Cros, *Proc. of IEEE Int. Freq. Contr. Symp. (IFCS) and Precise Time and Time Interval (PTTI) Joint Conference, 29-31 August 2005 – Vancouver (Canada)*

**“New way of designing a multi-layered cylindrical Bragg reflector resonator”**, J-M. le Floch, D. Cros, M.E. Tobar, *International Workshop on Microwave Filters, CNES Workshop, 13-15 September 2004 – Toulouse (France)*

**“Cylindrical Distributed Bragg Reflector Resonators with Extremely High Q-factors”**, M.E. Tobar, J.G. Hartnett, J-M le Floch, D. Cros, *in Proc. 2004 IEEE International Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control 50th Anniversary Joint Conference (invited Paper), 24-27 August 2004 – Montreal (Canada)*

**“Spherical resonators with Bragg confinement”**, M.E. Tobar, J. Krupka, E.N. Ivanov, J-M le Floch, D. Cros, *Biophotonics/Optical Interconnects and VLSI Photonics/WGM Microcavities, 2004 Digest of the LEOS Summer Topical Meetings, 28-30 June 2004 – San Diego (USA)*

## II.2 Communication dans un Congrès National :

**“Etude d'une cavité cylindrique à fort coefficient de qualité utilisant l'effet Bragg”**, A. Laporte, J-M. le Floch, D. Cros, M.E. Tobar, *14èmes Journées Nationales Microondes (JNM), 11-13 Mai 2005 – Poster - Nantes (France)*

---

## **Résumé**

Ces travaux de recherche s'inscrivent dans le cadre de l'utilisation des résonateurs diélectriques à fort coefficient de qualité pour des applications de test de physique fondamentale et de métrologie.

Les progrès technologiques récents dans la fabrication de nouveaux matériaux diélectriques ont permis l'utilisation de résonateurs diélectriques dans de nouvelles applications.

Ainsi, un nouvel outil de simulation électromagnétique, utilisant la méthode des lignes, est décrit dans le premier chapitre, afin de caractériser ces structures résonantes.

Dans les chapitres 3 et 4, deux applications de résonateurs diélectriques à effet Bragg dans deux topologies différentes sont présentées.

Dans un cinquième chapitre, un logiciel en C++ pour l'acquisition automatique des données par port GPIB est présenté.

Le sixième chapitre est consacré au résonateur diélectrique sphérique à mode de galerie pour une application de filtrage et de test de physique fondamentale.

Le septième et dernier chapitre est dédié à la mesure de la stabilité d'un oscillateur bi-mode à température ambiante.

## **Mots clés:**

résonateur diélectrique, fort coefficient de qualité, méthode des lignes, mode de galerie, effet Bragg cylindrique, effet Bragg sphérique, résonateur diélectrique sphérique, oscillateur bi-mode

## **Abstract**

These research works have been done in order to use high-Q dielectric resonators for tests of fundamental Physics and metrology applications.

Recent technical improvements in the manufacturing of new dielectric materials allowed them to be introduced into new applications.

Thus, a new electromagnetic simulation tool, using the Method of Lines, is described in the first chapter in order to characterize resonant structures.

In the chapters 3 and 4, two applications of dielectric resonators using Bragg effect in two different topologies has been presented.

In a fifth chapter, a program in C++ for automatic data acquisition by GPIB has been presented.

The sixth chapter is devoted to a spherical dielectric resonator using whispering galerie mode to be used as a filter and to participate for a Michelson-Morley experiment (Test of Fundamental Physics).

The seventh chapter is dedicated to a stability measurement of a dual mode oscillator at room temperature.