

# UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE SCIENCES TECHNOLOGIE SANTE

FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES

XLIM – Département MINACOM

Année 2007

Thèse n°10-2007

**Thèse**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES**

**Discipline : Electronique des Hautes Fréquences et  
Optoélectronique**

**Spécialité : "Communications Optiques et Microondes"**

***Atousa ASSADI-HAGHI***

**Le 27 Mars 2007**

***Contribution au développement de méthodes d'optimisation  
structurelle pour la conception assistée par ordinateur de  
composants et de circuits hyperfréquences***

***Thèse dirigée par Dominique BAILLARGEAT et Stéphane BILA***

***Jury***

<b>François JOUVE</b>	Professeur – Université Paris 7 - Denis Diderot	Président
<b>Philippe FERRARI</b>	Professeur – Université Joseph Fourier - Grenoble	Rapporteur
<b>Mohamed HIMDI</b>	Professeur – Université de Rennes 1	Rapporteur
<b>Jérôme PUECH</b>	Ingénieur au CNES – CST, Toulouse	Examineur
<b>Olivier RUATTA</b>	Maître de Conférences – Université de Limoges	Examineur
<b>Alain BARTHELEMY</b>	Directeur de Recherche CNRS – XLIM, Limoges	Examineur
<b>Michel AUBOURG</b>	Chargé de Recherche CNRS – XLIM, Limoges	Examineur
<b>Stéphane BILA</b>	Chargé de Recherche CNRS – XLIM, Limoges	Examineur
<b>Dominique BAILLARGEAT</b>	Professeur – Université de Limoges	Invité
<b>Serge VERDEYME</b>	Professeur – Université de Limoges	Invité



## Remerciements

*Ce travail, effectué au sein du département MINACOM d'XLIM, a été dirigé par Monsieur Stéphane BILA et Monsieur le Professeur Dominique BAILLARGEAT. Je les remercie sincèrement pour l'attention et le soutien qu'ils ont portés à mon travail de doctorat.*

*Que Monsieur le Professeur Serge VERDEYME, responsable du département MINACOM, reçoive toute l'expression de ma reconnaissance pour m'avoir accueilli au sein de son département.*

*Je remercie tout particulièrement Monsieur Michel AUBOURG, pour tout son dynamisme et ses compétences scientifiques qui m'ont permis de mener à bien ces travaux.*

*Je tiens également à remercier ANSYS France et le CNES pour l'aide apportée au cours de ma thèse.*

*Je suis extrêmement reconnaissante envers Monsieur le Professeur François JOUVE, de l'Université de Paris 6, pour avoir accepté de présider ce jury. J'exprime toute ma gratitude à Monsieur le Professeur Philippe FERRARI, de l'Université Joseph Fourier à Grenoble, ainsi que Monsieur le Professeur Mohammed HIMDI, de Université de Rennes 1, qui ont accepté de juger ce travail et d'en être les rapporteurs.*

*Je suis très sensible à la présence dans ces jurys de Monsieur Olivier RUTTA, de Monsieur le Professeur Alain BARTHELEMY, responsable du département Photonique, et de Monsieur Jérôme Puech, Ingénieur au CNES de Toulouse.*

*Je veux adresser tous mes remerciements à Madame le Professeur Annie BESSAUDOU, pour nos échanges lors de cette thèse.*

*Je remercie Madame Marie-Laure GUILLAT, secrétaire du département MINACOM, pour son aide précieuse.*

*J'exprime toute mon amitié à Monsieur le Professeur Jamchid GHAZANFARPOUR, et je le remercie pour l'aide apportée au début de ma thèse.*

*Merci aussi à tous mes collègues et amis de longue date du laboratoire, en particulier Laetitia, Rosine, Cédric, Mozhdeh et Shiva qui se reconnaîtront ici. Je leur exprime ma profonde sympathie et leur souhaite beaucoup de bien.*

*Je termine par un grand remerciement à mon cher époux Hassan, mes parents, mes deux sœurs et les deux petits (Tania et Daniel) auxquels je dédie mon mémoire de thèse.*

*Mon cœur va également à tous ceux que je n'ai pas cités ici (qu'ils me pardonnent).*

# Sommaire

<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>5</b>
------------------------------	----------

## CHAPITRE I

METHODES D'ANALYSE ELECTROMAGNETIQUE ET METHODES D'OPTIMISATION  
APPLIQUEES A LA CONCEPTION DES COMPOSANTS ET CIRCUITS HYPERFREQUENCES

I.1 Introduction	9
I.2 Méthodes d'analyse électromagnétique	12
I.2.1 Méthode des Différences Finies (FDM)	13
I.2.2 Méthode des Eléments Finis (FEM)	15
I.2.3 Méthode des Moments (MoM)	18
I.2.4 Méthode des Lignes	19
I.2.5 Méthode des Matrices de Lignes de Transmission (TLM)	20
I.3 Méthodes d'optimisation	22
I.3.1 Généralités sur les algorithmes d'optimisation	22
I.3.1.1 Variables du problème	22
I.3.1.2 Espace de recherche (domaine admissible)	23
I.3.1.3 Fonction d'adaptation	23
I.3.1.3.1 Objectif unique	24
I.3.1.3.2 Objectifs multiples	24
I.3.1.4 Problème d'optimisation	24
I.3.1.5 Algorithme d'optimisation pour la conception assistée par ordinateur	25

---

I.3.2 Classification des problèmes d'optimisation	26
I.3.2.1 Linéarité	26
I.3.2.1.1 Problème linéaire	26
I.3.2.1.2 Problème non-linéaire	27
I.3.2.2 Convexité	28
I.3.2.2.1 Ensembles convexes	28
I.3.2.2.2 Fonctions convexes	28
I.3.2.2.3 Problèmes convexes	29
I.3.2.2.4 Problèmes non-convexes	30
I.3.3 Classification des méthodes d'optimisation	31
I.3.3.1 Recherche d'un extremum	31
I.3.3.1.1 Recherche locale	31
I.3.3.1.2 Recherche globale	32
I.3.3.2 Méthodes locales et globales	32
I.3.3.2.1 Méthodes locales déterministes (basées sur un gradient)	32
I.3.3.2.2 Méthodes globales (non-déterministes) heuristiques	34
I.3.4 Quelques méthodes d'optimisation utilisées pour la conception assistée par ordinateur	34
I.3.4.1 Méthodes de gradient	35
I.3.4.1.1 Gradient	35
I.3.4.1.2 Gradient de plus grande descente	36
I.3.4.1.3 Gradient conjugué	37
I.3.4.2 Méthode de Newton	38
I.3.4.3 Méthode de quasi-Newton	39
I.3.4.4 Algorithme génétique	39
I.3.4.5 Méthode du recuit simulé	41
I.3.4.6 Méthode de recherche tabou	42
I.3.4.7 Plans d'expériences	42

---

I.4 Optimisation structurelle	44
I.4.1 Optimisation géométrique	44
I.4.2 Optimisation de forme	45
I.4.3 Optimisation topologique	48
I.4.3.1 Méthode d'homogénéisation	48
I.4.3.2 Méthode des lignes de niveaux (level-set)	49
I.4.3.3 Méthode du gradient topologique	50
I.5 Conclusion	52
I.6 Références	53

## CHAPITRE II

### OPTIMISATION DE COMPOSANTS ET CIRCUITS HYPERFREQUENCES PAR SEGMENTATION ET PARAMETRISATION GEOMETRIQUE DU MODELE ELECTROMAGNETIQUE

II.1 Introduction	59
II.2 Méthode d'optimisation géométrique par segmentation et paramétrisation du modèle électromagnétique	61
II.2.1 Analyse électromagnétique par la méthode des éléments finis	61
II.2.1.1 Accès	61
II.2.1.2 Equations des champs	62
II.2.1.3 Solutions élémentaires	63
II.2.1.3 Matrice de répartition (paramètres S)	63
II.2.2 Paramétrisation géométrique du modèle électromagnétique	64
II.2.3 Segmentation du modèle électromagnétique	65
II.2.4 Optimisation à l'aide du modèle paramétré et segmenté	67
II.2.4.1 Procédure d'optimisation	67
II.2.4.2 Minimisation par une méthode de gradient	67

---

II.3 Application à l'optimisation d'un circuit micro-ruban	69
II.3.1 Présentation du cas test	69
II.3.2 Analyse électromagnétique du cas test	70
II.3.2.1 Analyse électromagnétique globale	70
II.3.2.2 Analyse électromagnétique segmentée	73
II.3.3 Analyse électromagnétique du cas test	76
II.3.3.1 Segmentation du circuit modifié	76
II.3.3.2 Paramètres d'optimisation	78
II.3.3.3 Paramétrisation des segments du circuit	80
II.3.3.4 Optimisation du modèle segmenté et paramétré	81
II.3.3.4.1 Choix de la méthode	81
II.3.3.4.2 Fonction d'erreur	81
II.3.3.4.3 Calcul du gradient de la fonction d'erreur	82
II.3.3.4.4 Boucle d'optimisation	83
II.4 Conclusion	87
II.5 Références	88

## CHAPITRE III

### OPTIMISATION DE COMPOSANTS ET CIRCUITS HYPERFREQUENCES PAR EVALUATION D'UN GRADIENT TOPOLOGIQUE DU MODELE ELECTROMAGNETIQUE

III.1 Introduction	93
III.2 Gradient topologique appliqué à l'électromagnétisme	95
III.2.1 Définition du problème	95
III.2.2 Gradient topologique	95
III.2.3 Minimisation sous contrainte par la méthode de Lagrange	96
III.2.4 Dérivation du critère	97
III.2.5 Problème adjoint	97

---

---

III.2.6 Dérivation de l'opérateur	98
III.2.6.1 Développement asymptotique	98
III.2.6.2 Dérivée discrète	98
III.2.7 Gradient topologique discret	100
III.3 Application de la méthode du gradient topologique pour l'optimisation de composants hyperfréquences	102
III.3.1 Structure de test	102
III.3.2 Structure de référence	103
III.3.3 Optimisation de la structure de test	105
III.3.3.1 Optimisation à partir d'un résonateur raccourci	105
III.3.3.2 Optimisation à partir d'une surface entièrement démétallisée	108
III.3.3.3 Optimisation à partir d'une surface raccourcie démétallisée	111
III.3.4 Conclusion	113
III.4 Hybridation de la méthode du gradient topologique avec une méthode d'algorithme génétique	114
III.4.1 Concept de la méthode hybride	114
III.4.2 Discrétisations	116
III.4.3 Algorithme génétique	117
III.4.3.1 Sélections	117
III.4.3.1.1 Sélection de la roue de la fortune	118
III.4.3.1.2 Sélection par rang de classement	118
III.4.3.1.3 Sélection par tournoi	118
III.4.3.2 Croisements	119
III.4.3.2.1 Croisement en un et deux points	119
III.4.3.2.2 Croisement uniforme	120
III.4.3.2.3 Croisement diagonal	121
III.4.3.2.4 Croisement par bloc	121

---

---

III.4.3.3 Mutations	122
III.4.3.3.1 Mutation de frontière	122
III.4.3.3.2 Mutation épistatique	122
III.4.4 Boucle d'optimisation	122
III.4.5 Application de la méthode d'optimisation topologique hybride	124
III.5 Conclusion	130
III.6 Références	131
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	135
<b>BIBLIOGRAPHIE PERSONNELLE</b>	141

---

# Introduction générale

---



---

## **Introduction générale**

L'augmentation constante du volume d'information véhiculée par les systèmes de télécommunications nécessite de développer de nouveaux composants et circuits. Ceux-ci doivent satisfaire à de nouvelles contraintes électriques (montée en fréquence, bande d'utilisation, performances, ...), d'intégration dans des terminaux de plus en plus compacts avec un coût de fabrication aussi réduit que possible.

Pour concevoir ces nouveaux dispositifs en limitant les coûts de développement, les ingénieurs font appel à des outils de conception assistée par ordinateur (CAO) afin d'optimiser les performances d'un modèle basé sur les lois de la physique avant de réaliser une maquette pour valider expérimentalement leur calcul.

Ces dernières années, les outils de CAO ont principalement évolué au niveau des méthodes d'analyse numérique. Ces méthodes permettent de caractériser très précisément des dispositifs de plus en plus complexes, sur plusieurs niveaux d'échelle et/ou en combinant plusieurs domaines de la physique. Même si, les moyens informatiques et les techniques d'analyse ne cessent de progresser, les temps d'analyse seront toujours trop importants pour optimiser directement un composant, un circuit ou un sous-système complexe.

Les alternatives pour optimiser la conception d'un dispositif sont, d'une part la réduction du modèle numérique pour diminuer le temps d'analyse tout en conservant une précision acceptable, et d'autre part, l'utilisation ou le développement d'une méthode d'optimisation spécifique au dispositif ou au problème pour limiter le nombre d'analyses.

Les travaux de recherche présentés dans ce manuscrit traitent généralement de l'optimisation structurelle des dispositifs micro-ondes, représentés par un modèle électromagnétique ; portant pour une part sur la géométrie de la structure et pour une autre part sur sa topologie.

La première partie du chapitre I est consacrée à la présentation des méthodes d'analyse électromagnétique numériques classiquement appliquées pour la caractérisation des

---

---

dispositifs micro-ondes. La seconde partie donne ensuite quelques généralités, puis une classification des différentes méthodes d'optimisation, avant de présenter quelques-unes des méthodes les plus utilisées dans le cadre de la CAO des composants et circuits micro-ondes. Enfin, la dernière partie de ce chapitre décrit rapidement les différentes approches de l'optimisation structurelle d'un objet : l'optimisation de sa géométrie, de sa forme ou de sa topologie.

Le second chapitre traite de l'optimisation géométrique (ou paramétrique) de composants et circuits micro-ondes. La technique proposée consiste à réduire le modèle électromagnétique (méthode des éléments finis) par segmentation et paramétrisation géométrique. La segmentation permet de décomposer le dispositif en segments génériques, qui sont ensuite paramétrés indépendamment en fonction de différentes dimensions. L'analyse du modèle réduit est effectuée par une évaluation instantanée des segments paramétrés, ce qui rend les temps d'analyse compatibles avec une méthode d'optimisation classique (de type gradient dans ce cas). La génération du modèle réduit et son introduction dans une boucle d'optimisation sont décrites dans la première partie. La seconde partie concerne l'application de la méthode proposée à l'optimisation d'un module amplificateur.

Le troisième chapitre est consacré à l'optimisation topologique de composants micro-ondes. La technique employée est une méthode de gradient topologique qui consiste à modifier localement la topologie du modèle électromagnétique (méthode des éléments finis) puis à évaluer un gradient par rapport à cette modification. La modification de la topologie correspond à l'introduction ou à l'élimination de matériau pour perturber le domaine. La première partie présente la méthode du gradient topologique appliqué à l'électromagnétisme et la seconde partie, son application à l'optimisation d'un composant micro-ruban. L'approche de type gradient souffrant d'un problème de convergence, la méthode précédente est hybridée dans la dernière partie avec un algorithme génétique et appliquée au même cas test.

---

# Chapitre I

*Méthodes d'analyse électromagnétique et  
méthodes d'optimisation appliquées à la  
conception des composants et circuits  
hyperfréquences*



## I.1. Introduction

Une onde électromagnétique est la propagation, à la vitesse de la lumière, d'une déformation harmonique des propriétés électriques et magnétiques de l'espace. L'amplitude de cette déformation est ce que l'on appelle la longueur d'onde. On définit également une onde par sa fréquence, c'est-à-dire le rapport entre sa vitesse et sa longueur d'onde. La fréquence (en Hertz) représente la quantité d'ondes passant en un point donné en une seconde.

La figure I-1 décrit les différentes radiations du spectre électromagnétique. Leur dénomination tient à la façon dont elles ont été générées. Les frontières entre les différentes radiations sont toutes artificielles.

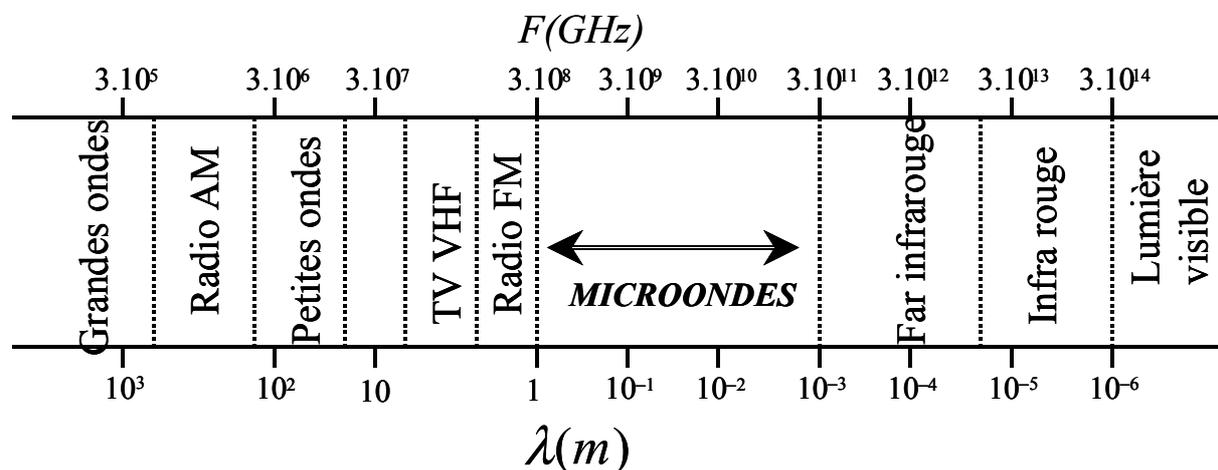


Figure I.1 Description du spectre en fréquence

La partie du spectre qui nous concerne est le domaine micro-onde qui est une bande de fréquences comprises entre 300 MHz et 300 GHz, soit des longueurs d'onde dans l'air ou le vide comprises entre 1 m et 1 mm.

Les signaux micro-ondes ont par conséquent la particularité d'être composés de signaux hautes fréquences et donc de longueurs d'onde très courtes. Dans ces conditions, la théorie des circuits classiques aux basses fréquences n'est plus valide puisque la taille des différents éléments (souvent des éléments distribués) qui composent un système micro-onde est alors proche de la longueur d'onde. Pour l'étude des dispositifs micro-ondes, il faut donc faire appel à la théorie de l'électromagnétisme décrite par les équations de Maxwell.

Généralement, il y a deux solutions pour concevoir un composant micro-onde : l'étude expérimentale et la conception assistée par ordinateur.

Les expérimentations pour des dispositifs complexes nécessitent un nombre important de maquettes, longues à réaliser et à tester, augmentant grandement leur coût de conception global.

La communauté hyperfréquence a été très active ces deux dernières décennies concernant le développement de méthodes de conception assistée par ordinateur (CAO), d'abord au niveau des méthodes d'analyse pour la modélisation des composants et des circuits hyperfréquences puis plus récemment pour la mise au point de méthodes d'optimisation permettant de dimensionner efficacement la structure étudiée.

Les méthodes d'analyse électromagnétique, devenant de plus en plus efficaces en terme de temps de calcul et de précision, prennent une part grandissante dans le secteur industriel dédié à la recherche et au développement de nouveaux composants et circuits.

On peut classer les méthodes d'analyse électromagnétique en deux grandes catégories, les méthodes analytiques et les méthodes numériques.

Les méthodes analytiques sont adaptées à la modélisation de structures simples ne comportant que peu de discontinuités. Elles ne nécessitent pas de discrétisation de la structure et sont donc très efficaces en terme de temps de calcul.

Pour les problèmes de modélisation de dispositifs présentant une complexité plus importante, des solutions numériques doivent être utilisées. Ces méthodes sont basées sur une discrétisation de la structure qui permet une modélisation rigoureuse, mais le temps de calcul peut devenir quelquefois prohibitif. Nous verrons cependant dans ce chapitre que des méthodes de réduction de modèle peuvent être utilisées pour améliorer les temps de calcul sans perdre en précision.

Il existe différentes méthodes numériques d'analyse électromagnétique, et il s'agit de choisir la méthode la plus appropriée pour résoudre le problème. Nous verrons dans ce chapitre les avantages et les inconvénients de différentes méthodes numériques, par une définition claire du problème en précisant la région de solution (domaine admissible), la nature de l'équation et les conditions limites.

Si les méthodes d'analyse électromagnétique semblent arriver à un certain degré de maturité, les méthodes d'optimisation à leur associer pour obtenir des outils de CAO performants sont encore à développer.

Les techniques d'optimisation interviennent dans de nombreux domaines des Sciences de l'Ingénieur, tant comme outils de base en analyse numérique que pour la résolution des problèmes de commande optimale des systèmes: optimisation de trajectoires, détermination de formes optimales, identification de paramètres...

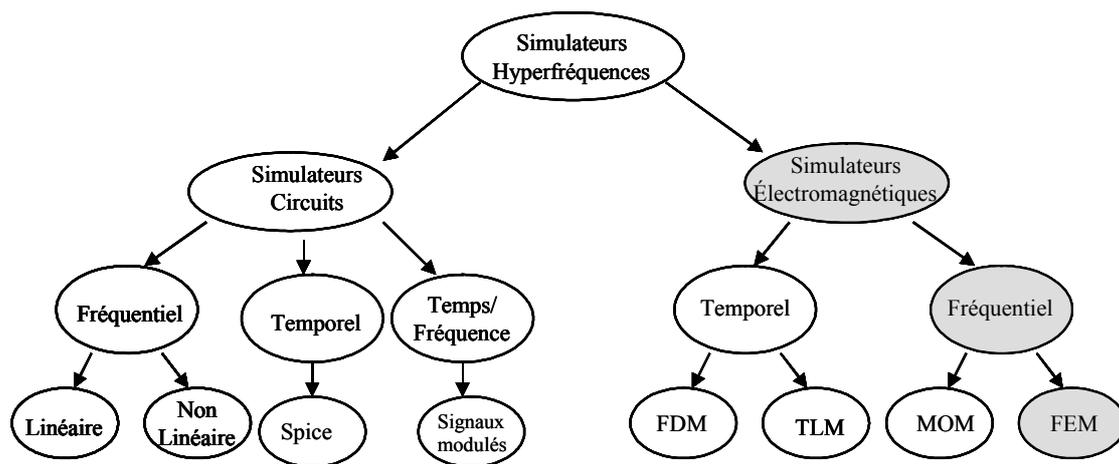
Il existe donc une variété de méthodes d'optimisation issues des techniques classiques et des méthodes plus spécifiques à la CAO des dispositifs hyperfréquences. Nous allons tenter dans la dernière section de ce chapitre de présenter brièvement, un état de l'art des méthodes d'optimisation employées dans le domaine de la CAO des composants et circuits hyperfréquences.

## I.2. Méthodes d'analyse électromagnétique

Les simulateurs de type circuit, basés sur les définitions des courants et tensions, négligent généralement des phénomènes qui peuvent être cruciaux dans l'analyse d'un circuit : les couplages indirects entre composants, les résonances de boîtier, l'excitation de modes supérieurs au niveau des discontinuités, etc. En conséquence, il est nécessaire d'utiliser des techniques plus générales capables de modéliser précisément l'ensemble des phénomènes précédemment évoqués : l'analyse se doit d'être électromagnétique. Il existe de nombreuses méthodes de modélisation du phénomène électromagnétique. Chacune possède des avantages et des inconvénients en fonction du problème traité. Elles peuvent être classifiées suivant plusieurs critères (figure I.2).

Les méthodes utilisées peuvent être classifiées suivant le domaine de la variable (temporel ou fréquentiel). Les méthodes employées dans le domaine temporel permettent de caractériser des structures sur une large bande de fréquences en une seule simulation tandis que les méthodes fréquentielles exploitent les caractéristiques des matériaux qui sont en général exprimées en fonction de la fréquence. La formulation du problème dans le domaine des fréquences est alors plus aisée et le calcul plus simple. Nous illustrerons les méthodes fréquentielles par la méthode des moments (MoM) et la méthode des éléments finis (FEM) et les méthodes temporelles par la méthode des différences finies (FDM).

Les méthodes électromagnétiques peuvent également être classifiées en fonction de l'opérateur utilisé (différentiel ou intégral). Les méthodes intégrales reposent sur le théorème de Green et ne nécessitent pas la génération d'un maillage pour l'espace vide, seules les conditions aux limites sont discrétisées. Nous illustrerons ce type de formulation par la méthode des moments (MoM). Les méthodes différentielles consistent à diviser l'espace en ce que l'on appelle un maillage, et le problème est résolu sur chaque élément du maillage, en permettant de connaître la distribution des champs dans un volume spécifié. Nous illustrerons les méthodes différentielles à travers la méthode des différences finies (FDM) et la méthode des éléments finis (FEM).

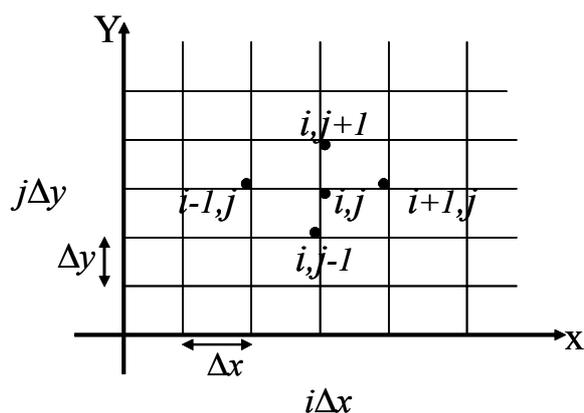


**Figure I.2** Différentes méthodes utilisées pour l'analyse des dispositifs hyperfréquences

Enfin, on peut distinguer les méthodes analytiques ou semi-analytiques des méthodes numériques. Les méthodes analytiques ou semi-analytiques peuvent s'avérer efficaces pour résoudre certains types de problèmes alors que les méthodes purement numériques sont plus générales mais souvent plus exigeantes en temps de calcul. Nous aborderons ainsi très rapidement la méthode des lignes (MoL) qui est une méthode semi analytique (2,5-D) et la méthode des lignes de transmission (TLM) qui est basée sur une approche physique de la discrétisation.

### I.2.1. Méthode des Différences Finies (FDM) [1]

La méthode des différences finies (FDM pour Finite Difference Method) est la méthode numérique la plus anciennement utilisée pour résoudre des problèmes électromagnétiques. Elle consiste à diviser le volume de l'espace où la solution est cherchée en un réseau de points espacés régulièrement pour constituer un maillage. La solution du problème est ensuite calculée en chaque point du maillage. L'approximation réside dans le remplacement de chaque dérivée de l'équation de Maxwell par une expression aux différences finies (à partir du théorème de Taylor) exprimant la valeur de l'inconnue en un point en fonction de sa valeur aux points voisins (figure I.3).



**Figure I.3** Représentation 2-D d'un modèle discrétisé par la méthode des différences finies.

Les dérivées de l'inconnue  $f$  en fonction des variables spatiale  $x$  et temporelle  $t$  dans le cas de la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) peuvent s'approcher par :

$$\frac{\partial f}{\partial x} \rightarrow \frac{f(x + \Delta x / 2, t) - f(x - \Delta x / 2, t)}{\Delta x} \quad (\text{I.1})$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \rightarrow \frac{f(x, t + \Delta t / 2) - f(x, t - \Delta t / 2)}{\Delta t} \quad (\text{I.2})$$

Le problème est ainsi discrétisé en un système d'équations que l'on peut résoudre numériquement.

La résolution d'un problème par la méthode des différences finies implique trois étapes :

- o Division de la région sous la forme d'une grille (maillage)
- o Approximation de l'équation de Maxwell par différences finies en reliant les variables aux points voisins
- o Résolution des équations aux différences finies par rapport aux conditions aux frontières

Le succès considérable de cette méthode largement répandue et qui joue toujours un rôle important dans l'analyse numérique, tient au fait de sa simplicité, notamment, pour la conception du maillage, et la vitesse de résolution du système d'équations qui en découle.

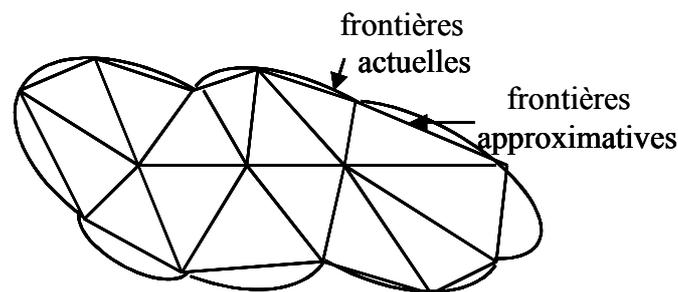
La difficulté majeure de cette méthode tient à la régularité nécessaire du maillage qui impose une topologie fixée et conduit à d'importantes difficultés lorsque les dispositifs ont des géométries complexes. Différentes méthodes ont été proposées pour repousser ces contraintes [2], mais souvent au détriment de la stabilité du calcul.

Une autre limitation intervient, pour améliorer la précision de l'approximation, lorsque l'on souhaite introduire un ordre supplémentaire dans les termes du développement en série de Taylor qui apporte de sérieuses complications. Toutes ces difficultés sont en fait surmontées par l'approche des éléments finis.

### **I.2.2. Méthode des Eléments Finis (FEM)**

La méthode des éléments finis (FEM pour Finite Element Method) [3] est comparable à la méthode des différences finies, puisqu'il est également question de morceler l'espace qui nous intéresse et de résoudre un système d'équations linéaires.

Tout d'abord, avec la FEM, le domaine est discrétisé en éléments (finis) de dimensions variables (figure I.4).



**Figure I.4** Représentation 2D d'un modèle discrétisé par la méthode des éléments finis

On s'affranchit ainsi d'un maillage régulier, ce qui facilite la simulation de dispositifs aux géométries complexes sur des échelles étendues.

Une difficulté liée à la FDM est la résolution plus complexe du problème si l'amélioration de la précision des calculs passe par l'inclusion de termes de plus haut degré dans l'expression des différences finies.

Dans l'approche par éléments finis, on suppose que la variable inconnue  $\Phi$  obéit à une relation du type :

$$\Phi = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_{12} xy + \alpha_{11} x^2 + \dots \quad (\text{I.3})$$

où les  $\alpha_i$  sont des constantes et  $x, y$  les coordonnées spatiales en 2-D.

Comme la solution doit être continue d'un élément à l'autre, il est commode d'exprimer l'inconnue en fonction de sa valeur aux nœuds d'un élément par interpolation :

$$\Phi = N_1 \Phi_1 + N_2 \Phi_2 + N_3 \Phi_3 \quad (\text{I.4})$$

où les  $N_i$  sont des fonctions des coordonnées spatiales facilement évaluées pour des formes simples (triangle, quadrilatère en 2D et tétraèdres, hexaèdres en 3D).

Par ce moyen, le concept des éléments finis offre une méthode simple et pratique d'augmenter la précision de l'approximation.

Cette méthode résout les difficultés rencontrées par la FDM. Néanmoins, la conception du maillage 3D n'est pas toujours facile et requiert une bonne expérience de la part de l'utilisateur. Pour remédier à ce problème des logiciels commerciaux proposent des mailleurs automatiques. Même avec ces logiciels, le maillage est un point important que l'utilisateur doit savoir prendre en compte.

La totalité du domaine devant être divisée en éléments, la taille du système d'équations à résoudre est souvent importante.

La résolution d'un problème par la méthode des éléments finis implique 4 étapes :

- o Discrétisation en éléments finis de la région de résolution
- o Discrétisation des équations pour chaque élément
- o Assemblage de tous les éléments dans la région de résolution
- o Résolution du système d'équations

Il existe plusieurs variétés de techniques pour la méthode des éléments finis. Ici, nous allons brièvement présenter le code EMXD développé au laboratoire XLIM par Michel Aubourg [4].

Les frontières du domaine de résolution peuvent être des accès distribués, des plans de symétrie, des murs électriques ou magnétiques, des impédances de surface ou des conditions absorbantes (PML pour Perfectly Matched Layers) rendant possible l'étude de structures ouvertes. La structure en 2 ou 3-D peut être composée de milieux à pertes, inhomogènes et/ou anisotropes.

L'approximation des éléments finis consiste donc à discrétiser la structure en éléments de référence (segments en 1-D, triangles ou quadrangles en 2-D, tétraèdres, pentaèdres ou hexaèdres en 3-D). Avec EMXD, les éléments surfaciques et volumiques sont respectivement des triangles et des tétraèdres.

Par la FEM, les équations de Maxwell, sous leur forme intégrale, sont résolues pour chaque élément pour déterminer le champ électrique (formulation électrique) ou le champ magnétique (formulation magnétique). En formulation électrique l'équation à résoudre est la suivante :

$$\begin{aligned}
& \iiint_V (\mu_i^{-1} \vec{rot} \vec{E}) \cdot \vec{rot} \vec{\phi} \, dV - k_0^2 \iiint_V (\epsilon_i \vec{E}) \cdot \vec{\phi} \, dV \\
& = -j\omega\mu_0 \sum_{k=1}^n \iint_{Sp_k} \vec{J}_k \cdot \vec{\phi} \, dSp_k - j\omega\mu_0 \sum_{p=1}^m \int_{l_p} \vec{I}_p \cdot \vec{\phi} \, dl_p
\end{aligned} \tag{I.5}$$

avec :  $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$ ,

$V$  : volume de la structure,

$\vec{E}$  : champ électrique,

$\vec{\phi}$  : fonction test,

$n$  : nombre de modes dans les accès distribués,

$Sp_k$  : surface de l'accès distribué,

$\vec{J}_k$  : distribution surfacique de courant,

$m$  : nombre d'accès localisés,

$l_p$  : contour de l'accès localisé,

$\vec{I}_p$  : distribution linéique de courant

La résolution de l'équation précédente donne accès :

- aux modes propres et aux fréquences propres de la structure, quand le second membre représentant les excitations est annulé (oscillations libres),
- à la distribution du champ électromagnétique et à la matrice de répartition entre les accès de la structure, lorsque des courants dans les accès localisés ou des excitations calculées par décomposition modale pour les accès distribués sont imposés (oscillations forcées).

### I.2.3. Méthode des Moments (MoM) [5, 6]

La méthode des moments (MoM pour Method of Moments) est une procédure générale pour résoudre un système par une méthode intégrale ou intégralo-différentielle.

Dans le domaine électromagnétique, les équations de Maxwell sous forme intégrale sont résolues, et pour le modèle électromagnétique, seul les conducteurs métalliques présents sur les différentes couches sont discrétisés par des éléments rectangulaires ou triangulaires. L'analyse prend alors en considération la hauteur des différentes couches diélectriques mais celles-ci doivent obligatoirement être homogènes dans les deux autres directions. La méthode

de moments est donc particulièrement adaptée à l'analyse des dispositifs planaires multicouches.

L'équation intégrale est convertie en une équation matricielle en construisant une fonction auxiliaire appelée fonction de Green.

La procédure pour appliquer la MoM implique trois étapes :

- o Discrétisation de la géométrie
- o Construction et calcul de la fonction de Green
- o Résolution du système matriciel

Au premier abord, la méthode intégrale peut paraître supérieure aux autres puisque :

- la discrétisation est simplifiée, limitée à une partie du domaine
- il n'y a pas de conditions aux limites du domaine à définir
- il n'y a pas de problèmes avec les points sources qui peuvent être situés n'importe où en dehors des sous domaines.

Cependant, les difficultés apparaissent lorsque la structure se complexifie, malgré la dimension réduite du système matriciel à résoudre, puisque si les cellules ne sont pas de même taille, la matrice est pleine et n'est pas symétrique. Pour les cas différentiels, même si les matrices sont beaucoup plus importantes, elles comportent de nombreux zéros et sont le plus souvent symétriques.

#### **1.2.4. Méthode des Lignes [7-9]**

La méthode des lignes (MoL pour Method of Lines) est une méthode semi-analytique procédant à une discrétisation partielle des opérateurs différentiels de l'équation de Helmholtz dans l'espace.

Deux des trois dimensions dans l'opérateur sont discrétisées, autorisant la résolution analytique, une fois découplée, des équations différentielles ordinaires. En effet, la méthode des lignes consiste à discrétiser les champs et les courants sur chacune des interfaces de la structure multicouche et à procéder à une résolution analytique selon la direction normale aux interfaces.

Cette technique semi-analytique implique habituellement les trois étapes de base suivantes :

- o Division de la région de résolution en couches
- o Discrétisation de l'équation différentielle dans une direction
- o Résolution des équations

La méthode des lignes est particulièrement adaptée aux problèmes comportant des structures planaires multicouches. Par son caractère semi-analytique, elle est beaucoup plus efficace pour l'analyse de problèmes stratifiés que les méthodes numériques basées sur la discrétisation volumique. En effet, le nombre d'inconnues générées n'est pas proportionnel au volume de la structure, mais à la surface et au nombre des interfaces.

L'avantage de cette méthode sur la méthode des moments est qu'elle comporte une formulation relativement simple, beaucoup moins dépendante de la géométrie de la structure. Elle ne nécessite pas de connaissance préalable des solutions modales possibles ni de calcul de fonction de Green.

Le coût de cette simplicité de traitement, par rapport à l'utilisation de la méthode des moments, est l'accroissement de la taille mémoire et du temps de calcul nécessaires à la résolution des systèmes d'équations engendrés.

### **I.2.5. Méthode des Matrices de Lignes de Transmission (TLM) [10-12]**

La méthode des matrices de lignes de transmission (TLM pour Transmission Line Matrix) est basée sur une analogie simple entre la propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu et la propagation des tensions et des courants dans un réseau de lignes de transmission. Cette analogie est naturelle si nous considérons la ressemblance frappante des équations de Maxwell et des équations des télégraphistes. Il suffit alors de simuler la propagation des tensions et courants dans un réseau de lignes de transmission adéquat pour en déduire celle des ondes électromagnétiques dans un environnement donné.

La modélisation par la méthode des matrices de lignes de transmission implique deux étapes de base :

- 
- o Remplacement du problème électromagnétique par le réseau équivalent dérivant de l'analogie entre le champ et les réseaux électriques
  - o Résolution du réseau équivalent par des méthodes itératives

La caractéristique principale de cette méthode est la simplicité de la formulation et de la programmation pour un domaine d'applications large. Cette méthode divise la région de résolution en mailles rectangulaires de lignes de transmission.

### **I.3. Méthodes d'optimisation**

La fonction d'optimisation consiste à rechercher l'ensemble des paramètres permettant d'obtenir le meilleur résultat. Parmi les problèmes rencontrés par le chercheur et l'ingénieur, les problèmes d'optimisation occupent à notre époque une place de choix.

La méthode de base pour optimiser un dispositif est la méthode d'essai et erreur : il s'agit de tester un certain nombre de solutions jusqu'à l'obtention d'une solution adéquate. Les solutions inadéquates sont éliminées, jusqu'à ce qu'un essai se révèle satisfaisant. Ce schéma est très général, c'est ce que nous faisons quand nous donnons à un paramètre plusieurs valeurs successives, de façon continue ou aléatoire et que nous observons le résultat.

La méthode d'essai et erreur nécessite un grand nombre d'essais ce qui n'est pas toujours compatible avec la modélisation numérique même de manière automatique. Nous allons donner quelques généralités sur les algorithmes d'optimisation avant de présenter quelques méthodes couramment utilisées pour la conception assistée par ordinateur (CAO) des composants et circuits hyperfréquences.

#### **I.3.1. Généralités sur les algorithmes d'optimisation**

La résolution d'un problème d'optimisation s'appuie généralement sur un algorithme d'optimisation. L'algorithme d'optimisation cherche le jeu de paramètres de l'objet à optimiser donnant à une fonction relative au problème, la valeur maximale ou minimale. L'algorithme d'optimisation doit permettre de converger vers l'objet optimal en minimisant ou maximisant cette fonction par rapport aux paramètres variables. Généralement, pour toute méthode d'optimisation, l'ingénieur définit les variables du problème, l'espace de recherche et la fonction d'adaptation relative au problème.

##### **I.3.1.1. Variables du problème**

C'est à l'utilisateur de définir les variables du problème. Il peut avoir intérêt à faire varier un grand nombre de paramètres pour augmenter les degrés de liberté de l'algorithme afin de découvrir des solutions nouvelles, ou bien, s'il a une vue suffisamment précise de ce qu'il veut obtenir, il peut limiter le nombre de variables.

Les variables peuvent être de natures diverses. Par exemple, pour un composant électronique il peut s'agir de sa forme et de ses dimensions géométriques, des matériaux utilisés, des conditions de polarisation, etc. Nous désignerons par  $x_1, \dots, x_n$  les  $n$  variables du problème. Celles-ci peuvent être continues (réelles ou complexes) ou discrètes (entières ou booléennes).

### I.3.1.2. Espace de recherche (domaine admissible)

Cette limitation de l'espace de recherche est liée à des contraintes de conception de l'objet et les intervalles de définition des variables sont en général naturellement limités. De plus, on a souvent une idée des ordres de grandeur des variables du problème.

Nous désignerons par  $x_{i \min}$  et  $x_{i \max}$  les bornes de chaque variable  $x_i$  :

$$x_{i \min} \leq x_i \leq x_{i \max}, \quad \forall i \in [1; n] \quad (\text{I.6})$$

### I.3.1.3. Fonction d'adaptation

Les grandeurs à optimiser peuvent être par exemple un comportement électrique, un coût de fabrication, une durée de développement, etc. Un algorithme d'optimisation nécessite généralement la définition d'une fonction rendant compte de la pertinence des solutions, à partir des grandeurs à optimiser. Nous la nommerons fonction d'adaptation  $f$ . On parle généralement de fonction de coût pour un problème de minimisation et de fonction objectif pour un problème de maximisation.

L'algorithme convergera vers un optimum de cette fonction d'adaptation, quelle que soit sa définition. La pertinence de la solution dépendra donc de la pertinence de la « question » posée. La fonction  $f$  doit donc exprimer le plus fidèlement possible le désir de l'utilisateur sous forme mathématique.

La fonction d'adaptation est donc une fonction des variables  $x_1, \dots, x_n$  et sa définition peut être analytique ou peut éventuellement faire appel au jugement de l'utilisateur. Dans le cas de la conception assistée par ordinateur, elle est généralement calculée à partir d'un modèle du dispositif étudié.

### I.3.1.3.1. Objectif unique

Dans le cas d'un objectif unique, la définition de  $f$  ne pose généralement pas de problème. Par exemple, si l'on se fixe l'objectif de trouver un dispositif dont le rendement est maximum,  $f$  sera égale au rendement. Dans le cas où l'on utilise un modèle numérique, on commence par évaluer les caractéristiques des solutions en utilisant le modèle, puis on calcule la fonction d'adaptation à partir de ces caractéristiques.

### I.3.1.3.2. Objectifs multiples (multi-critères)

Certains problèmes d'optimisation doivent satisfaire des objectifs multiples, souvent concurrents, ce qui implique un compromis. La méthode classique consiste à définir plusieurs fonctions  $f_i$ , traduisant chaque objectif à atteindre, et à les combiner au sein de la fonction d'adaptation globale. La combinaison la plus simple est une somme pondérée des fonctions d'adaptation [13] :

$$f = \sum_i \alpha_i f_i \quad (\text{I.7})$$

C'est à l'utilisateur de fixer convenablement les poids  $\alpha_i$ . On peut généralement classer les objectifs par importance mais les poids devront souvent être adaptés par tâtonnement.

A la place d'une somme, on peut également utiliser un produit du type :

$$f = \prod_i f_i^{\beta_i} \quad (\text{I.8})$$

Nous verrons ensuite que la fonction d'adaptation va fixer la nature du problème à résoudre.

### I.3.1.4. Problème d'optimisation

Un problème d'optimisation peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\text{Optimiser } f(x_1, \dots, x_n), \quad (\text{I.9})$$

$$\text{avec } \sum_{i=1}^n g(x_i) \Delta_i d_i$$

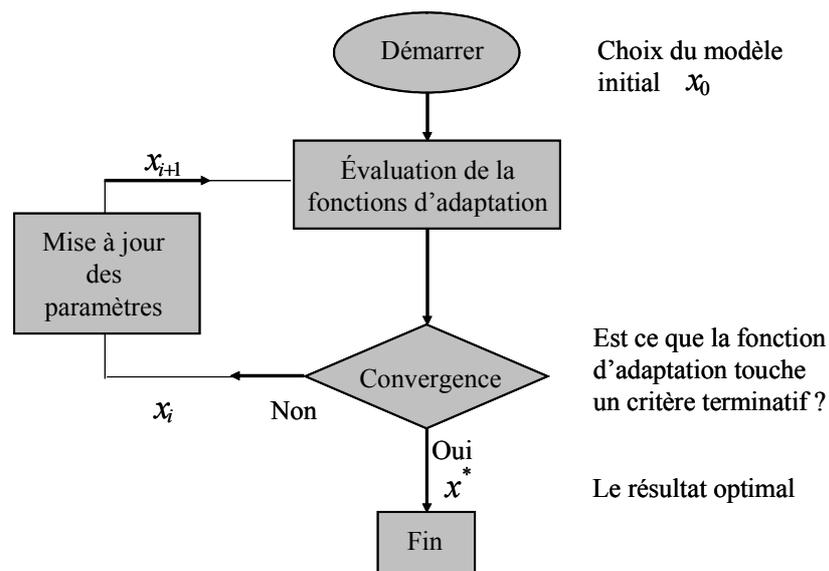
$x_1, \dots, x_n$  sont les  $n$  variables du problème,  $f$  la fonction d'adaptation,  $g$  la fonction des contraintes et  $d$  les bornes.  $\Delta_i$  est un opérateur  $\leq$ ,  $=$  ou  $\geq$ . *Optimiser* peut signifier *Minimiser* ou *Maximiser* selon le problème traité.

Si le vecteur  $x$  satisfait toutes les contraintes,  $x$  est une solution admissible. L'ensemble de toutes les solutions admissibles est l'ensemble admissible ou la région admissible.

Une solution admissible  $x^*$  qui minimise la fonction d'adaptation pour tout  $x$  admissible est appelée solution admissible optimale.

### I.3.1.5. Algorithme d'optimisation pour la conception assistée par ordinateur

La figure I.5 montre la structure d'un algorithme d'optimisation itératif pour la conception assistée par ordinateur (CAO).



**Figure I.5** Algorithme d'optimisation

L'algorithme d'optimisation évalue la fonction d'adaptation au moyen d'une analyse de l'objet pour un jeu de valeurs de ses paramètres.

Le bloc de convergence comporte un critère d'arrêt et une méthode de génération des nouveaux paramètres qui est en quelque sorte la méthode d'optimisation utilisée au cœur de l'algorithme.

Les nouveaux points (un point équivalent à un jeu de paramètres) sont acceptés et conservés pour l'étape suivante selon que :

- ils minimisent ou maximisent la fonction d'adaptation,
- ils permettent de constituer une base d'expériences.

Suivant la méthode d'optimisation choisie, un nouveau jeu de paramètres est généré pour effectuer une nouvelle itération.

Le critère d'arrêt peut être par exemple :

- un certain seuil atteint par la fonction d'adaptation
- un nombre de maximal d'évaluations de la fonction d'adaptation,
- un temps de calcul fixé.

Nous allons maintenant aborder les différents problèmes d'optimisation que l'on peut rencontrer et quelques méthodes couramment utilisées pour les résoudre.

## **I.3.2. Classification des problèmes d'optimisation**

### **I.3.2.1. Linéarité**

La linéarité désigne un rapport de dépendance entre plusieurs variables : la variable  $z$  dépend linéairement des variables  $x_1, \dots, x_n$  ou on dit encore qu'elle s'exprime comme combinaison linéaire de ces variables, quand il existe des constantes  $a_1, \dots, a_n$  tels qu'on ait la relation :

$$z = a_1 x_1 + \dots + a_n x_n \quad (\text{I.10})$$

#### **I.3.2.1.1. Problème linéaire**

Un problème d'optimisation linéaire est la recherche du maximum d'une fonction linéaire sur un domaine délimité par des contraintes linéaires.

Un problème d'optimisation linéaire prend donc la forme :

$$\begin{cases} (\min_{x \in R^n}, \max_{x \in R^n}) f = c^T x \\ Ax(\geq, =, \leq) b \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

où  $A$  et  $b$  sont respectivement une matrice et vecteur définissant les contraintes et  $c$  un vecteur reliant la fonction de coût  $f$  aux variables  $x$ .

Les variables utilisées dans ce problème prennent des valeurs réelles. Le système de contraintes définissant un domaine éventuellement vide de solutions admissibles, l'objectif est d'obtenir la (ou les) solution(s) optimale(s) (quand il en existe) vis-à-vis de la fonction d'adaptation.

Des résultats d'algèbre linéaire ont montré que le domaine des solutions admissibles est convexe (sauf s'il est vide) et que la solution optimale est un sommet du domaine (ou une face s'il y a plusieurs solutions optimales).

### I.3.2.1.2. Problème non-linéaire [14]

Un problème d'optimisation avec contraintes non linéaires prend la forme

$$\begin{cases} (\min_{x \in R^n}, \max_{x \in R^n}) f(x) \\ g(x_i) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ h(x_j) = 0, \quad j = 1, \dots, p \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

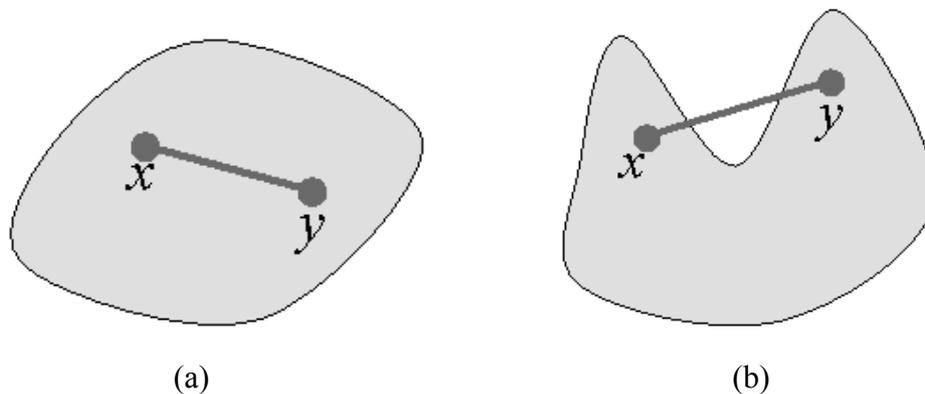
La fonction d'adaptation et/ou les contraintes utilisées dans ce problème n'ont pas de forme linéaire. Les variables des problèmes non-linéaires peuvent prendre des valeurs réelles, entières ou booléenne.

La résolution de ces problèmes n'est généralement pas aisée puisque la propriété de convexité du domaine des solutions n'est plus valable.

### I.3.2.2. Convexité

#### I.3.2.2.1. Ensembles convexes [15]

Un ensemble est convexe si tous les points associés à un segment tiré de tout point  $(x, f(x))$  à un autre point  $(y, f(y))$  sont dans l'ensemble même (figure I.6).

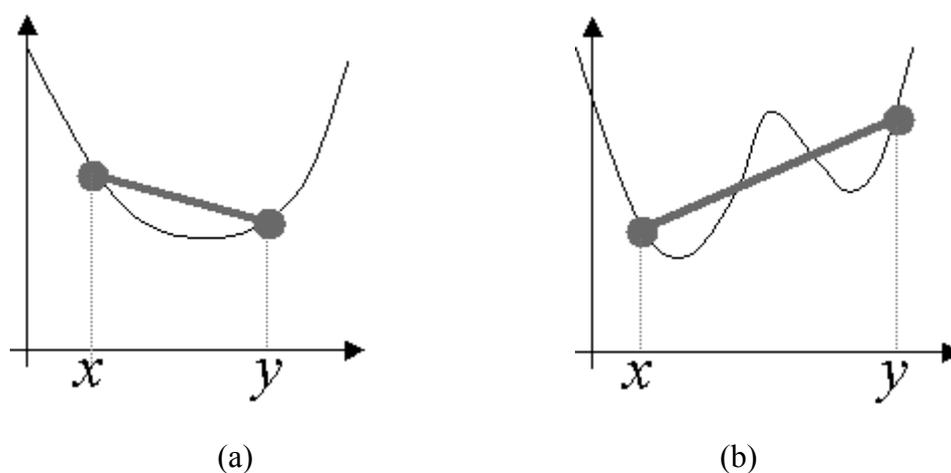


**Figure I.6** (a) : Ensemble convexe, (b) : Ensemble non convexe

#### I.3.2.2.2. Fonctions convexes

Géométriquement, une fonction est convexe sur un intervalle  $K$  si un segment tiré de tout point  $(x, f(x))$  à un autre point  $(y, f(y))$  est au-dessus de  $f$  dans  $K$  (figure I.7).

Une fonction est concave si  $-f$  est convexe. Il est facile de voir que chaque fonction linéaire est convexe et concave. Une fonction est non convexe si elle n'est ni convexe ni concave. Un exemple familier est la fonction de sinus.



**Figure I.7** (a) : Fonction convexe, (b) : Fonction non convexe

On peut montrer aisément qu'une fonction  $f$  est convexe si

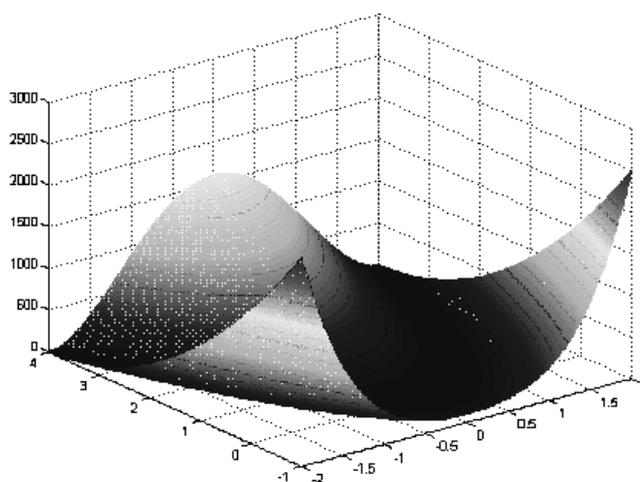
$$f''(x) \geq 0, \forall x \in K \quad (\text{I.13})$$

ou strictement convexe si

$$f''(x) > 0, \forall x \in K \quad (\text{I.14})$$

### I.3.2.2.3. Problèmes convexes

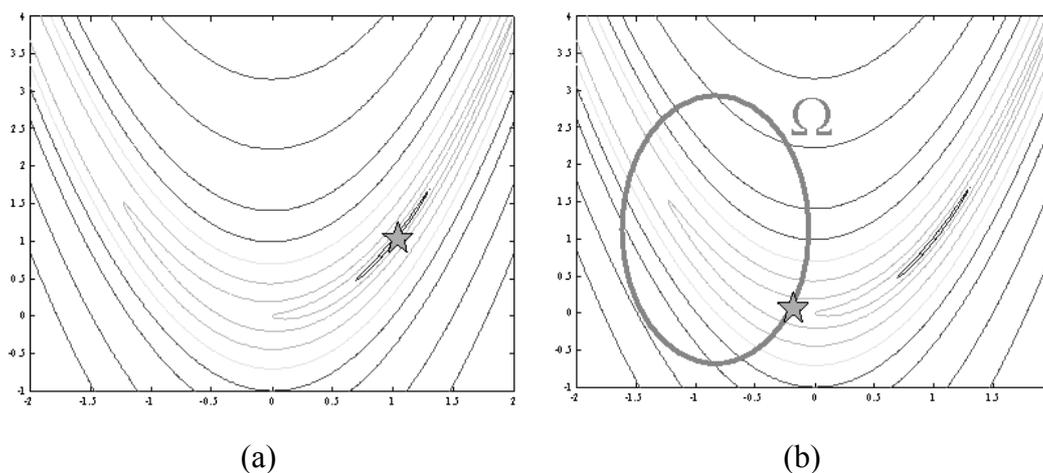
Un problème convexe d'optimisation est un problème où toutes les contraintes sont des fonctions convexes, et l'objectif est une fonction convexe si on minimise, ou une fonction concave si on maximise (figure I.8).



**Figure I.8** Problème convexe

Si  $f:K \rightarrow R^n$  est convexe avec  $K$  convexe, alors, en cas d'existence d'un minimum, ce minimum est unique (optimal global).

La figure I.9 présente deux cas différents de minimisation liés à ces types problèmes.



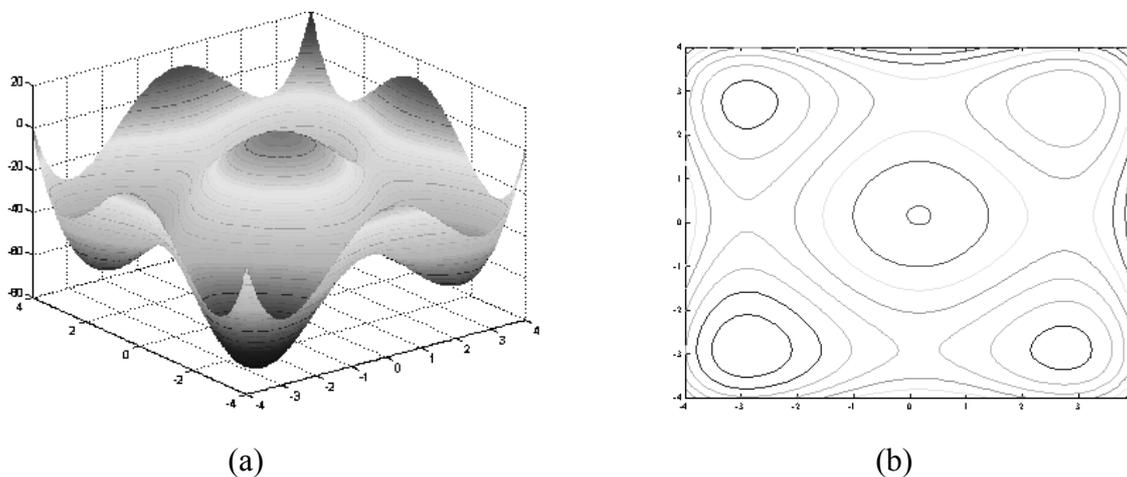
**Figure I.9** Minimisation des problèmes convexes :

(a) Minimisation sans contrainte, (b) Minimisation sous contrainte

Un problème convexe ne possède donc qu'un optimum global.

#### I.3.2.2.4. Problèmes non-convexes [16]

Un problème d'optimisation non convexe est un problème où les contraintes et/ou la fonction d'adaptation sont non convexes. Un tel problème peut avoir des régions admissibles multiples et des points optimaux localement dans chaque région (figure I.10).



**Figure I.10** Minimisation dans la fonction non-convexe

(a) Représentation 3-D, (b) Représentation 2-D

Un problème non-convexe peut donc posséder plusieurs optimums locaux et globaux.

### I.3.3. Classification des méthodes d'optimisation

#### I.3.3.1. Recherche d'un extremum

La recherche d'un extremum pour une fonction  $f$  revient à résoudre un système de  $n$  équations à  $n$  inconnues, linéaires ou non [17]:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i}(x_1; \dots; x_n) = 0, \quad i = 1 \text{ à } n \quad (\text{I.15})$$

##### I.3.3.1.1. Recherche locale

La figure I.11 montre le comportement d'une méthode de recherche locale d'un extremum. Une méthode de recherche locale, de type gradient, permet de minimiser la fonction de coût avec une convergence relativement rapide. Néanmoins les méthodes d'optimisation locales dépendent fortement du point de départ en cas de non-convexité et ont tendance à être fortement couplées au domaine de solution.

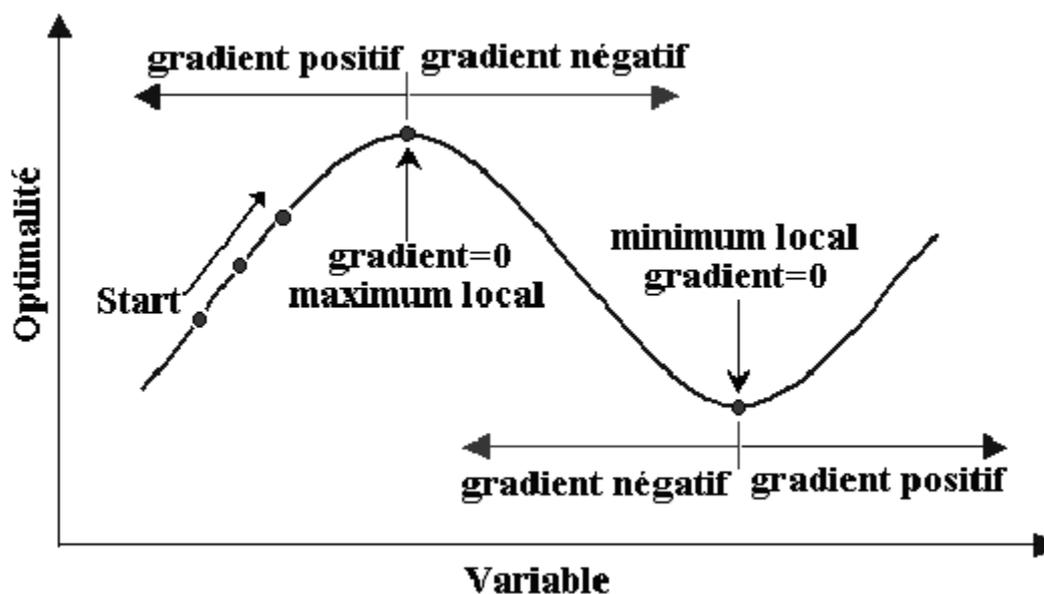
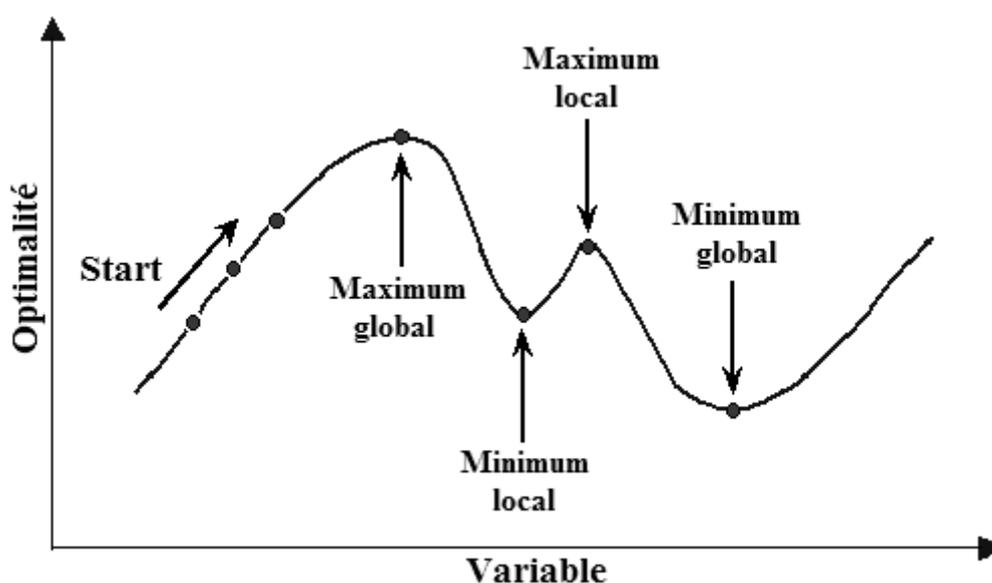


Figure I.11 Convergence vers un extremum local

### I.3.3.1.2. Recherche globale

Les méthodes de recherche globales d'un extremum sont typiquement employées pour résoudre les problèmes non-convexes complexes d'optimisation en explorant très largement le domaine pour éviter les optimums locaux et ainsi localiser l'optimum global. Les méthodes globales sont moins dépendantes des conditions initiales mais ces techniques ne peuvent pas profiter des caractéristiques locales de l'espace de solution comme les méthodes de type gradient, et leur convergence sera plus lente. La figure I.12 illustre un espace avec des optimums locaux et un optimum global.



**Figure I.12** Domaine admissible comportant des extremums locaux et globaux

### I.3.3.2. Méthodes locales et globales

#### I.3.3.2.1. Méthodes locales déterministes (basées sur un gradient)

Les méthodes déterministes sont les plus appropriées en cas de convexité. Toutefois, elles ne sont pas indiquées pour les problèmes non convexes, c'est à dire quand on a une forte probabilité de rester bloqué dans un optimum local.

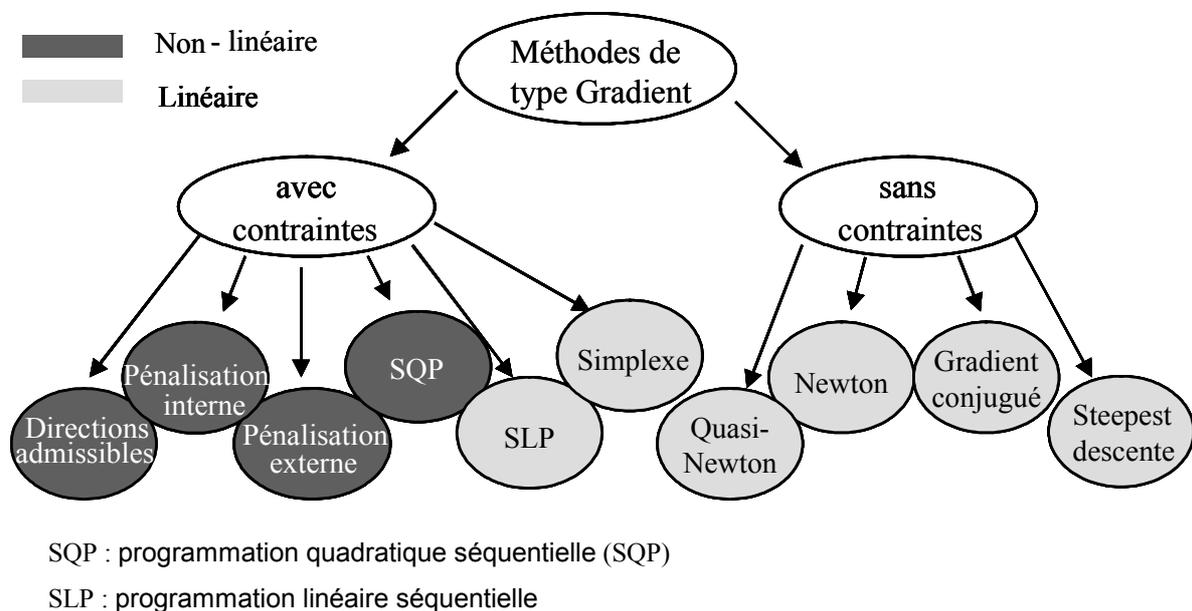
Il y a plusieurs méthodes pour réaliser la recherche d'un optimum. Ces méthodes se caractérisent par le fait qu'elles permettent d'obtenir une ou plusieurs solutions dont

l'optimalité est garantie. Elles permettent d'obtenir la solution optimale d'un problème en parcourant la fermeture convexe de l'ensemble de recherche (ensemble des solutions admissibles).

Malgré une certaine complexité mathématique, les méthodes déterministes permettent de résoudre la plupart des problèmes rapidement. Elles ne peuvent généralement s'appliquer qu'aux problèmes en variables continues ou à des problèmes en variables entières ayant une matrice de la contrainte uni-modulaire (car dans ce cas, tous les sommets de l'ensemble de recherche sont entiers).

Pour améliorer l'efficacité de la recherche ou en cas de doute sur la convexité du problème d'optimisation, on peut faire une énumération implicite en séparant le problème en sous problèmes et en évaluant ceux-ci à l'aide d'une relaxation (continue ou lagrangienne principalement) jusqu'à ne plus avoir que des problèmes faciles à résoudre ou dont on sait avec certitude qu'ils ne peuvent pas contenir de solution optimale.

La figure I.13 présente une liste de méthodes déterministes en deux groupes, avec et sans contraintes.



**Figure I.13** Méthodes déterministes locales

### I.3.3.2.2. Méthodes globales (non-déterministes) heuristiques

Les méthodes non-déterministes (ou stochastiques), sont des méthodes d'optimisation permettant de résoudre préférentiellement les problèmes non convexes. Pour les méthodes dites heuristiques, la stratégie de recherche est élaborée par l'usage d'une ou plusieurs règles empiriques (heuristiques), souvent spécifiques à un type de problème, qui produit une solution non nécessairement optimale.

Le nombre d'évaluations de la fonction d'adaptation pour ce type de méthode peut être considérable. Dans un contexte de ressources (temps de calcul et/ou mémoire) limitées, l'optimalité de la solution ne sera pas garantie, ni même l'écart avec la valeur optimale.

Les méthodes dites méta-heuristiques constituent une partie importante de ces méthodes. Une méthode méta-heuristique est définie de manière similaire à d'une méthode heuristique, mais avec un niveau d'abstraction plus élevé. C'est à dire que les méta-heuristiques sont une forme d'algorithme d'optimisation stochastique, hybridé avec une recherche locale. Les méta-heuristiques concernent les algorithmes évolutionnaires tels que les algorithmes génétiques.

Les méthodes glouton, tabou, du recuit simulé, des essaims particuliers et de type algorithme génétique sont les méthodes d'optimisation globales les plus connues.

### **I.3.4. Quelques méthodes d'optimisation utilisées pour la conception assistée par ordinateur**

Dans cette partie, quelques méthodes souvent utilisées dans le domaine de la CAO sont présentées. Les 3 premières méthodes sont des méthodes locales déterministes, plus adaptées aux problèmes ne possédant que peu ou pas d'optimums locaux, et les 4 dernières des méthodes globales heuristiques, plus adaptées à la recherche d'un optimum global en présence de nombreux optimums locaux.

### I.3.4.1. Méthodes de gradient

#### I.3.4.1.1. Gradient

Une méthode de gradient calcule de manière itérative la solution d'un système linéaire  $A.x = b$  à partir d'une donnée initiale  $x_0$ . Nous prenons une série de  $x_1, x_2, \dots$  telle que la valeur de  $f$  décroît à chaque itération :

$$f(x_{k+1}) < f(x_k) \quad k = 1, 2, \dots \quad (\text{I.16})$$

On pose :

$$x_\alpha = x - \alpha \nabla f(x) \quad , \quad x_\alpha = x_{k+1} \quad , \quad \alpha > 0 \quad (\text{I.17})$$

$\nabla$  : fonction de gradient de  $f$  au point de  $x$

D'après le théorème de Taylor (premier ordre), on peut écrire :

$$f(x+s) = f(x) + \nabla f(x)^T s + o(\|s\|) \quad \text{avec } s = x_\alpha - x \quad (\text{I.18})$$

$$f(x_\alpha) = f(x) + \nabla f(x)^T (x_\alpha - x) + o(\|x_\alpha - x\|) \quad (\text{I.19})$$

En substituant l'équation (I.17) dans (I.19), on écrit

$$f(x_\alpha) = f(x) - \alpha \|\nabla f(x)\|^2 + o(\alpha \|\nabla f(x)\|) \quad (\text{I.20})$$

Si  $\alpha$  est petit, on peut négliger  $o(\alpha \|\nabla f(x)\|)$ , donc

$$f(x_\alpha) = f(x) - \alpha \|\nabla f(x)\|^2 \quad (\text{I.21})$$

Donc, pour  $\alpha$  positif mais petit,  $f(x_\alpha) < f(x)$

Maintenant, on imagine qu'on peut avoir une direction qui satisfait la condition (I.16). Nous considérons que cette direction ( $d$ ,  $d \neq 0$ ) est bien la direction de descente.

$$x_\alpha = x + \alpha d \quad (\text{I.22})$$

$$f(x_\alpha) = f(x) + \alpha \nabla f(x)^T d + o(\alpha \|d\|) \quad (\text{I.23})$$

Si  $\alpha$  est petit et positif (lié à la vitesse de convergence), pour avoir  $f(x_\alpha) < f(x)$ , il faut  $\nabla f(x)^T d < 0$ .

Si nous posons  $d_k = -D_k \nabla f(x_k)$ , la condition  $\nabla f(x_k)^T d_k < 0$  s'écrit :

$$\nabla f(x_k)^T D_k \nabla f(x_k) > 0 \quad (\text{I.24})$$

Si  $D_k$  est définie positive, cette condition est toujours vérifiée. Le choix de la direction revient donc au choix d'une matrice définie positive.

Il faut alors choisir une valeur  $\alpha_k$  telle que  $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$  qui garantit la convergence de l'algorithme.

#### I.3.4.1.2. Gradient de plus grande descente

Pour la méthode de plus grande descente (SD pour steepest descent), dans l'équation 24-I, on pose :

$$D_k = 1 \Rightarrow x_{k+1} = x_k + r_k \alpha_k, \quad r_k = -\nabla f(x_k) \quad (\text{I.25})$$

Maintenant, la question revient à déterminer  $\alpha_k$ . Évidemment, nous voulons nous déplacer au point où la fonction  $f$  prend une valeur minimum, c'est-à-dire où la direction de descente est nulle. La direction de descente est :

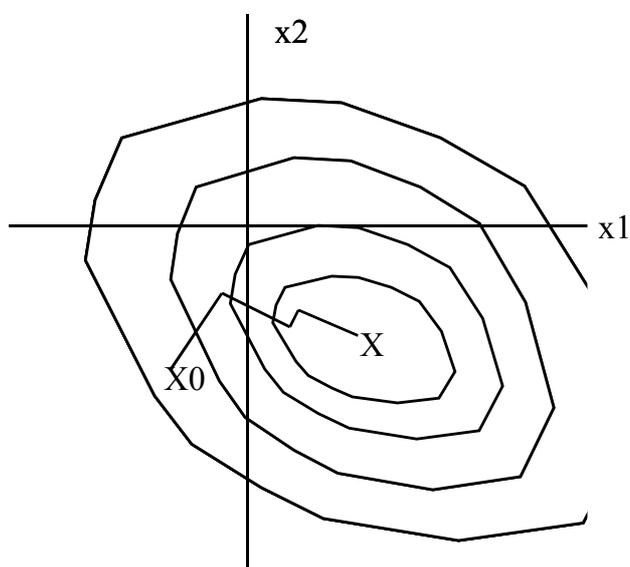
$$\frac{d}{d\alpha_k} f(x_{k+1}) = \nabla f(x_{k+1})^T \frac{d}{d\alpha_k} x_{k+1} \quad (\text{I.26})$$

Finalement, on obtient:

$$\alpha_k = \frac{r_k^T \cdot r_k}{r_k^T \cdot Ar_k} \quad (I.27)$$

où  $A$  est la matrice du système  $Ax = b$

Les itérations continuent jusqu'à ce qu'il y ait convergence comme illustré dans la figure I.14. Il faut noter que le chemin est toujours discontinu parce que chaque gradient est orthogonal au gradient précédent.



**Figure I.14** Convergence par la méthode de plus grande descente (steepest descent)

Cette méthode est simple et garantie pour les problèmes convexes. Mais elle a l'inconvénient d'exiger un grand nombre d'itérations pour les fonctions mal conditionnées (de type « vallée étroite »). Dans ces cas-ci, une méthode de gradient conjuguée est préférable.

#### I.3.4.1.3. Gradient conjugué [18, 19]

L'idée de la méthode est de construire itérativement des directions  $\{d_0, d_1, \dots, d_k\}$  mutuellement conjuguées.

On dit que les vecteurs  $\{d_0, d_1, \dots, d_k\}$  de  $\mathbb{R}^n$  sont  $A$ -conjugués deux à deux ( $A$  une matrice symétrique  $n \times n$  définie positive), si  $d_i^T A d_k = 0, \forall i, k, i < k$ .

Maintenant, on se donne  $x_0$  et on pose  $d_0 = -\nabla f(x_0)$ .

$$x_{k+1} = x_k + \rho_k d_k \quad (\text{I.28})$$

$$\rho_k = -\frac{\nabla^T f(x_k) d_k}{d_k^T A d_k} \quad (\text{I.29})$$

$$d_{k+1} = -\nabla f(x_{k+1}) + \beta_k d_k \quad (\text{I.30})$$

$$\beta_k = \frac{\|\nabla f(x_{k+1})\|^2}{\|\nabla f(x_k)\|^2} \quad (\text{I.31})$$

A chaque étape  $k$ , la direction  $d_k$  est obtenue par une combinaison linéaire du gradient en  $x_k$  et de la direction précédente  $d_{k-1}$ , les coefficients étant choisis de telle manière que  $d_k$  soit conjuguée de toutes les directions précédentes.

Cette méthode est intéressante car sa vitesse de convergence est supérieure à celle du gradient classique.

L'efficacité de la méthode du gradient conjugué repose essentiellement sur deux points :

- la recherche linéaire (détermination du pas optimal) doit être exacte,
- les relations de conjugaison doivent être précises.

#### I.3.4.2. Méthode de Newton [20]

Avec cette méthode, un taux quadratique amélioré de convergence est obtenu en utilisant :

$$D_k = (\nabla^2 f(x_k))^{-1} \quad (\text{I.32})$$

$\nabla^2 f(x_k) = H(x_k)$  donne l'information du gradient de second ordre (Hessien).

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k H(x_k)^{-1} \nabla f(x_k) \quad (\text{I.33})$$

La méthode de Newton converge plus vite vers un minimum ou un maximum local qu'une méthode de gradient, cependant en utilisant la méthode de Newton, on a besoin de calculer le Hessien de  $f$ , qui peut être parfois difficile à obtenir.

### I.3.4.3. Méthode quasi-Newton [21]

L'effort informatique nécessaire pour obtenir des gradients du second degré pour tous les paramètres peut devenir prohibitif. Le principe des méthodes de résolution de type quasi-Newton est de générer une séquence de matrices symétriques définies positives qui sont des approximations, toujours améliorées, du Hessien ou de son inverse.

$$H_{k+1} = H_k + \frac{q_k q_k^T}{q_k^T s_k} - \frac{H_k^T s_k^T s_k H_k}{s_k^T H_k s_k} \quad (\text{I.34})$$

$$s_k = x_{k+1} - x_k \quad (\text{I.35})$$

$$q_k = \nabla f(x_{k+1}) - \nabla f(x_k) \quad (\text{I.36})$$

Comme point initial,  $H_0$  peut être n'importe quelle matrice définie positive symétrique comme par exemple la matrice identité. Pour éviter l'inversion de  $H_k$ , une méthode de mise à jour peut être employée pour obtenir une approximation du Hessien inverse.

### I.3.4.4. Algorithme génétique [22]

Un algorithme génétique est une méthode méta-heuristique qui simule des évolutions biologiques, en parcourant l'espace des paramètres. Le changement des paramètres de conception suit un processus d'évolution basé les règles de la génétique qui modifient les chromosomes.

Dans un problème d'optimisation, les variables définissent chacune un gène du chromosome. Ces chromosomes évoluent grâce à différentes opérations calquées sur les lois de la génétique vers un chromosome optimal.

### *Reproduction*

Pour déterminer quels individus sont plus enclins à obtenir les meilleurs résultats, une sélection est opérée. Ce processus est analogue à un processus de sélection naturelle, les individus les plus adaptés gagnent la compétition de reproduction tandis que les moins adaptés meurent avant la reproduction, ce qui améliore globalement l'adaptation.

### *Croisement*

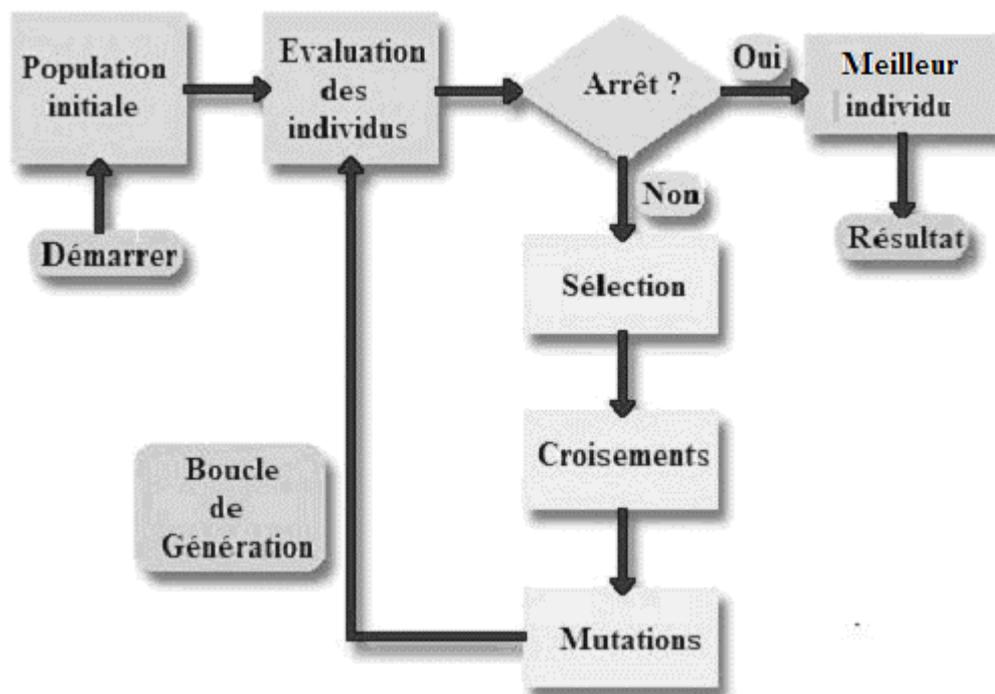
La seconde étape est de générer une nouvelle population à partir des individus sélectionnés. L'opérateur de croisement est inspiré par une analogie avec le croisement effectivement réalisé entre deux chromosomes lors de la méiose dans les cellules humaines. Il s'agit tout simplement d'un échange de fragments de chromosomes.

### *Mutations*

La reproduction alliée au croisement, donnent aux algorithmes génétiques une grande part de leur puissance, mais l'opérateur de mutation joue cependant un rôle dans le fonctionnement des algorithmes génétiques : il permet d'éviter les pertes qui auraient pu être irréparables et permet d'introduire de nouveaux gènes éventuellement non encore explorés. La mutation permet d'éviter de converger vers des extremums locaux en agrandissant l'espace de recherche. La fréquence des mutations doit néanmoins rester assez basse, pour ne pas transformer l'algorithme génétique en un algorithme de recherche aléatoire.

Il existe d'autres opérateurs, en comparaison à la génétique humaine, mais ces trois là suffisent à produire un algorithme d'exploration efficace. Un processus utilisant un algorithme d'optimisation génétique est présenté sur la figure I.15.

Ce type d'algorithme est décrit plus en détail dans le chapitre III dans le contexte de l'optimisation topologique de composants micro-ondes.



**Figure I.15** Processus d'optimisation utilisant un algorithme génétique simple

#### I.3.4.5. Méthode du recuit simulé [23]

L'idée de base de cette méthode méta-heuristique est de faire une exploration aléatoire de l'espace des variables en favorisant les descentes mais sans interdire complètement les remontées. La solution initiale peut être prise au hasard dans l'espace des solutions possibles. À cette solution correspond une énergie initiale  $E = E_0$ . Cette énergie est calculée en fonction du critère (la fonction d'adaptation). Une température initiale  $T = T_0$  élevée est également choisie. On peut imaginer la température comme une variable évoluant en  $T_{i+1} = X * T_i$  avec  $X < 1$  (assez couramment  $X = 0.99$ ).

À chaque itération de l'algorithme une modification élémentaire de la solution est effectuée. Cette modification entraîne une variation  $\Delta E$  de l'énergie du système (toujours calculée à partir du critère que l'on cherche à optimiser). Si cette variation est négative, la fonction d'adaptation est améliorée et on recommence avec ce nouveau point. Sinon, le point n'est pas écarté et on lui attribue une chance d'être accepté, avec une probabilité  $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ . On peut facilement améliorer la convergence en rajoutant une mémoire à long terme qui stocke la(les)

meilleure(s) solution(s) rencontrée(s). Cependant, cette méthode est généralement plus coûteuse en temps calcul qu'un algorithme génétique.

#### I.3.4.6. Méthode de recherche tabou [24]

La méthode de recherche tabou est une méthode méta-heuristique qui conserve la mémoire du processus de recherche itératif. A partir d'une position donnée, la stratégie consiste à explorer le voisinage et à choisir la position dans ce voisinage qui minimise ou maximise la fonction d'adaptation. Les positions déjà explorées sont conservées dans une pile (appelée souvent *liste tabou*) d'une taille donnée, qui est un paramètre ajustable de l'heuristique. Cette pile doit conserver des positions complètes, afin d'éviter le risque de retomber dans le même minimum local. La meilleure nouvelle solution qui n'est pas dans la liste est choisie et l'espace autour de cette nouvelle solution est exploré. L'avantage d'utiliser la mémoire est d'interdire (d'où le nom de *tabou*) de revenir sur les dernières positions explorées. Ce processus continue jusqu'à ce que des critères prédéterminés d'un arrêt soient atteints, ce qui dans certains types de problèmes, peut nécessiter l'archivage d'une grande quantité d'informations. Cette difficulté peut être contournée en ne gardant en mémoire que les mouvements précédents, associés à la valeur de la fonction à minimiser.

#### I.3.4.7. Plans d'expériences [25]

Un plan d'expériences permet la résolution d'un problème ( $y$ ) dépendant de paramètres  $x_1, \dots, x_n$  qui peuvent être continus ou discrets appelés généralement facteurs. On cherche à déterminer  $x_1, \dots, x_n$  de manière à avoir la réponse la plus satisfaisante pour un ou plusieurs critères.

Un plan d'expériences peut être utilisé comme une méthode d'optimisation, pour trouver une ou des solutions au problème posé, mais aussi comme une étape préliminaire à l'optimisation.

Dans une approche classique, on peut fixer le niveau de toutes les variables sauf une (*ex* :  $x_1$ ) à laquelle on donne plusieurs valeurs successivement, et recommencer ainsi pour chaque facteur.

Avec un plan d'expériences, on diminue le nombre d'expériences, en faisant varier les niveaux de plusieurs facteurs dans chaque expérience pour couvrir de manière homogène

---

l'espace des paramètres. Ceci permet d'étudier un grand nombre de facteurs, de détecter des interactions entre facteurs, et de trouver les facteurs influents.

On peut distinguer différents types de plans d'expériences :

- Plans de criblage : pour trouver les facteurs les plus influents sur une réponse.
- Plans de modélisation : pour déterminer un modèle (souvent du premier ou du deuxième degré) de la réponse en fonction des facteurs d'entrée.
- Plans de mélanges : adaptés aux facteurs dépendants.
- Plans factoriels complets : toutes les combinaisons des niveaux de facteurs sont présents
- Plans factoriels fractionnaires : tous les niveaux de chaque facteur sont présents mais pas toutes les combinaisons possibles de facteurs.

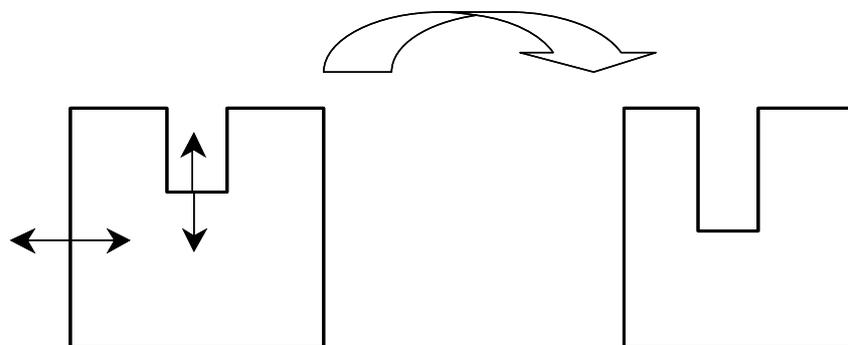
## I.4. Optimisation structurelle [26, 27]

L'optimisation des composants et circuits hyperfréquences porte généralement sur la structure de l'objet. Nous distinguons dans cette dernière partie du premier chapitre les différentes approches qui peuvent être adoptées pour optimiser la structure de l'objet en considérant des paramètres soit géométriques, de forme ou topologiques.

Pour chaque approche, nous nous focaliserons, lorsque cela est possible, sur la procédure de calcul d'un gradient de la fonction d'adaptation par rapport aux paramètres et l'utilisation de ce gradient dans un algorithme d'optimisation.

### I.4.1. Optimisation géométrique

Dans cette approche, les formes sont paramétrées par un nombre réduit de variables (par exemple, une épaisseur, un diamètre, des dimensions), ce qui limite considérablement la variété des formes possibles (ou admissibles).



**Figure I.16** Optimisation géométrique

L'optimisation géométrique repose, dans son principe, sur la représentation du système à optimiser au moyen d'un nombre fini de paramètres géométriques caractéristiques qui vont jouer le rôle de variables d'optimisation.

D'une façon générique, un problème d'optimisation s'écrit de la manière suivante :

$$\min J(x) ; x \in O \subset R^N \quad (\text{I.37})$$

$x$  étant le vecteur de paramètres du modèle,  $O$  l'espace des configurations admissibles dans lequel  $x$  prend ses valeurs. Concernant la fonctionnelle à minimiser,  $J$ , on a en général :

$$J = J(U(x)) \quad (\text{I.38})$$

où  $U(x)$  est l'état du modèle/système relatif à la configuration  $x$ . Cet état s'écrit comme la solution d'une équation d'état qui revêt en général l'aspect d'une contrainte d'égalité, par exemple le champ électromagnétique.

Dans ce cas d'étude, le vecteur  $x$  sera constitué d'un jeu de paramètres reprenant à son compte une partie ou l'ensemble de la géométrie. L'espace  $O$  représentera l'ensemble des géométries admissibles, c'est à dire l'ensemble des combinaisons de paramètres qui conduisent à une configuration respectant certains critères de validité fixés (un rapport largeur/longueur maximal, une épaisseur minimale...).

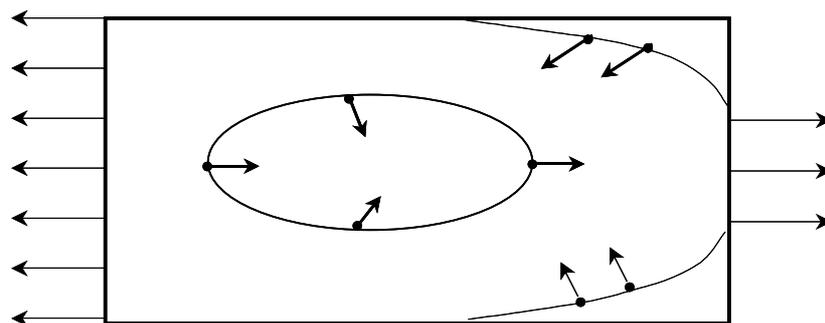
Il existe diverses méthodes de minimisation. L'application d'une méthode de gradient repose sur la possibilité d'exprimer le gradient sous la forme suivante :

$$\frac{dJ(U(x))}{dx} = \frac{dJ(U(x))}{dU} \cdot \frac{dU(x)}{dx} \quad (\text{I.39})$$

Généralement, en utilisant (I-38), on peut calculer  $\frac{dJ(U(x))}{dU}$  explicitement. Si  $\frac{dU(x)}{dx}$  peut aussi se déterminer explicitement, le gradient  $\frac{dJ(x)}{dx}$  est accessible directement.

## I.4.2. Optimisation de forme

Cette approche optimise la valeur de la fonction d'adaptation en modifiant les contours de l'objet tandis que la topologie reste figée. La figure I.17 montre un exemple d'optimisation d'une structure par cette méthode. La frontière est paramétrée par des nœuds de contrôle et le gradient de la fonction d'adaptation est calculé par rapport à la position de ces nœuds, que l'on déplace itérativement dans la direction de ce gradient.



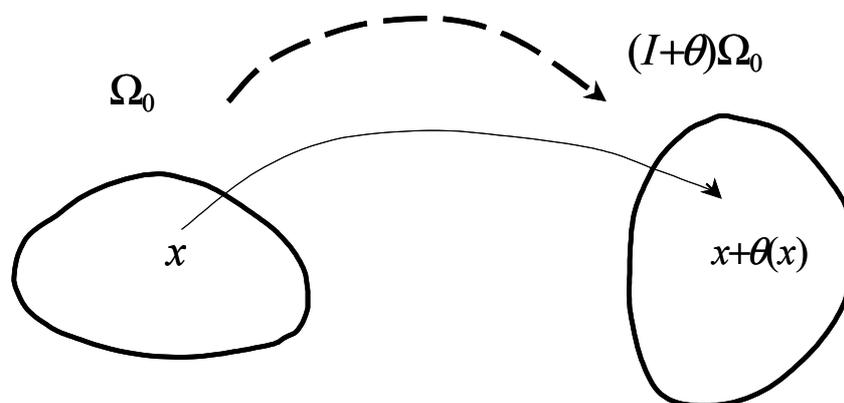
**Figure I.17** Optimisation de forme par déplacement des nœuds de contrôle de la frontière

### *Dérivation de forme [28]*

La notion de dérivée de forme remonte à Hadamard et de nombreux auteurs ont contribué à son développement. Nous suivons ici l'approche de Murat-Simon [29-31].

Partant du domaine initial  $\Omega_0$  supposé régulier, on considère  $\Omega = (Id + \theta)\Omega_0$ , où  $Id$  est l'identité et  $\theta(x)$  une petite déformation du domaine ( $x$  représentant le paramètre de forme).

La figure I.18 présente la transformation du domaine initial  $\Omega_0$  par la déformation  $\theta(x)$ .



**Figure I.18** Dérivation de forme

La dérivée de forme  $J'(\Omega)$  en  $\Omega_0$  est définie comme la dérivée de l'application  $\theta \rightarrow J(Id + \theta)\Omega_0$ .

$$J((Id + \theta)(\Omega)) = J(\Omega) + J'(\Omega)(\theta) + o(\theta) \quad (I.40)$$

où  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{|o(\theta)|}{\|\theta\|} = 0$ , et  $J'(\Omega)(\theta)$  est une forme linéaire et continue dans l'espace topologique.

En écrivant ce critère sous la forme d'un Lagrangien  $J(\Omega) = \mathcal{L}(\Omega, u_\Omega, p_\Omega)$ , où  $u_\Omega$  est la solution du problème traité et  $p_\Omega$  le multiplicateur de Lagrange, on obtient la dérivée de forme en résolvant le problème direct ( $u_\Omega$ ) et un problème adjoint ( $p_\Omega$ ) :

$$J'(\Omega)(\theta) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Omega} \mathcal{L}(\Omega, u_\Omega, p_\Omega) \quad (I.41)$$

### Algorithme d'optimisation

A partir de la notion de dérivation de forme, l'algorithme d'optimisation de forme peut se décomposer de la manière suivante :

- o Initialisation de la forme  $\Omega_0$ .
- o Itérations jusqu'à convergence :

Calcul de  $u_k, p_k$  pour le domaine  $\Omega_k$  (itération  $k$ )

Calcul du gradient de forme  $-J'(\Omega_k)$

Modification du domaine  $\Omega_{k+1} = (Id + \theta_k)\Omega_k \cdot n$  avec  $\theta_k = -J'(\Omega_k)$

où  $n$  est le vecteur normal au bord  $\partial\Omega_k$ .

L'optimisation de forme géométrique est basée sur le contrôle de la frontière et en pratique il n'y a aucun changement de topologie. Les inconvénients de cette méthode sont les nombreux minimums locaux, et une implication numérique coûteuse à cause du remaillage nécessaire.

### I.4.3. Optimisation topologique

Dans cette approche d'optimisation, on cherche la meilleure forme possible quitte à changer de topologie, sans aucune restriction explicite ou implicite.

Différents algorithmes peuvent être utilisés pour résoudre ce problème. Ici on illustre cette approche avec 3 méthodes.

#### I.4.3.1. Méthode d'homogénéisation [28, 32]

La méthode d'homogénéisation minimise la fonction d'adaptation par rapport à de petites déformations sur le domaine de référence  $\Omega$  (dans lequel on cherche la forme optimale), en considérant les contraintes du problème.

Cette méthode introduit des formes admissibles généralisées qui sont des matériaux composites caractérisés par deux paramètres :

- la densité de matériau  $\theta(x) \in [0,1]$
- le tenseur homogénéisé qui représente la microstructure sous-jacente  $A^*(x)$

Le problème d'optimisation relaxé ou homogénéisé (sans contrainte) s'écrit alors :

$$\min\{J(\theta, A^*)\} \quad (\text{I.42})$$

Une forme optimisée par la méthode d'homogénéisation n'est plus caractérisée par la présence ou l'absence de matériau en chaque point du domaine de travail, mais par une distribution de densité de matière ainsi qu'une micro-structure locale décrivant la façon dont est constitué le mélange fin de matériau et de vide en chaque point.

Cette méthode permet d'aboutir à un optimum global mais la solution obtenue peut être compliquée à exploiter pratiquement (matériau composite).

### I.4.3.2. Méthode des lignes de niveaux (level-set) [33, 34]

La méthode de lignes de niveaux est basée sur le calcul de la vitesse du front de propagation du sous-domaine en utilisant la dérivée de forme de l'optimisation de frontière classique [35].

Dans cette méthode, on ne maille pas la forme, mais on la capture sur le maillage fixe d'un domaine  $D$ .

La forme  $\Omega$  incluse dans  $D$  est paramétrée par la fonction de ligne de niveau  $\psi$ , pour  $x \in \Omega$  :

$$\begin{cases} \psi(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \partial\Omega \cap D \\ \psi(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \Omega \\ \psi(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (D \setminus \overline{\Omega}) \end{cases} \quad (\text{I.43})$$

En suivant l'équation de Hamilton Jacobi pour la fonction  $\psi$ , on trouve :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + V |\Delta_x \psi| = 0 \quad (\text{I.44})$$

avec  $V(x,t)$  la vitesse de transport de la frontière de la forme.

Une dérivée de forme est ensuite calculée et utilisée comme une vitesse normale sur la frontière libre que l'on fait évoluer au cours du processus d'optimisation.

$$J'(\Omega)(\theta) = \int_{\partial\Omega} v \theta \cdot n \, ds \quad (\text{I.45})$$

où,  $v$  dans l'intégrale dépend de la solution du problème  $u$ , et  $n$  est la normale à la frontière.

En choisissant comme direction  $\theta = -v \cdot n$  (steepest descent), on a alors :  $V = -v$ .

L'algorithme d'optimisation de forme par la méthode des lignes de niveaux peut se décomposer suivant les étapes suivantes :

- o Initialisation de la fonction de niveau  $\psi_0$ .
- o Itérations jusqu'à convergence :
  - Calcul de  $u_k$  (calcul direct),  $p_k$  (état adjoint) pour la forme  $\psi_k$
  - Calcul du gradient de forme (vitesse)  $V_k$
  - Transport de la forme par la vitesse  $V_k$  (équation de Hamilton Jacobi) pour obtenir une nouvelle forme  $\psi_{k+1}$ .
  - Réinitialisation de la fonction ligne de niveaux pour que  $\psi_{k+1}$  soit la distance signée à l'interface

Contrairement à la méthode d'homogénéisation, la méthode des lignes de niveaux n'a plus l'assurance de trouver un optimum global de la fonctionnelle à optimiser, et les solutions obtenues dépendent de la configuration initiale. Toutefois cette méthode peut traiter une grande variété de modèles et sa mise en forme est plus simple car elle ne requiert que la résolution successive de problèmes adjoints associés.

#### I.4.3.3. Méthode du gradient topologique [36]

Cette méthode consiste à remplir ou vider le domaine  $\Omega$  avec un matériau pour trouver une forme optimale de l'objet.

A première vue, il s'agit d'un problème d'optimisation en variables binaires (0, 1) non différentiable. Mais, on aperçoit que l'on peut calculer la variation d'un critère donné lorsque la fonction caractéristique passe de 0 à 1 ou de 1 à 0 dans une région de petite taille. Plus précisément, le but de cette approche d'optimisation de forme est d'obtenir un développement asymptotique du critère par rapport à la taille du trou.

Ce développement fait intervenir une fonction appelée gradient topologique. Cette information de type gradient permet de construire des algorithmes qui nous renseignent sur les endroits où il faut créer des trous pour optimiser le critère.

Soit un ouvert  $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ , un trou de forme fixée  $\omega \subset \mathbb{R}^d$ , un point  $x_0 \in \Omega$  et  $\rho > 0$ . On définit le domaine perforé :

$$\Omega_\rho = \Omega / \bar{\omega}_\rho \quad \text{avec} \quad \omega_\rho = x_0 + \rho\omega \quad (\text{I.46})$$

Si la fonction d'adaptation admet le développement asymptotique topologique suivant

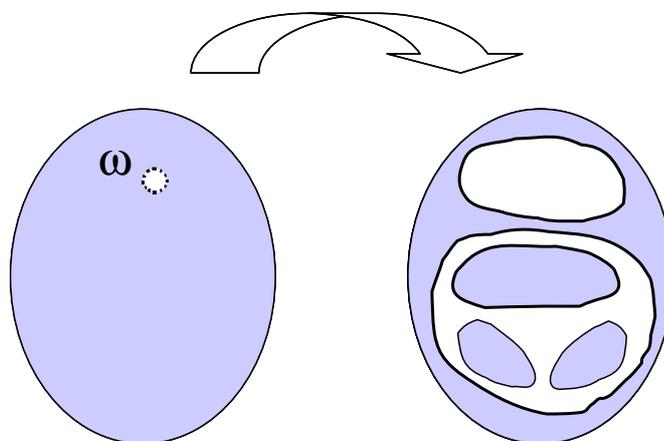
$$J(\Omega_\rho) = J(\Omega) + \rho^d D_T J(x_0) + o(\rho^d) \quad (\text{I.47})$$

alors  $D_T J(x_0)$  est appelé le gradient topologique au point  $x_0$ .

Si  $D_T J(x_0) < 0$ , alors on peut insérer ou retirer du matériau sur un trou en  $x_0$  pour améliorer la fonction d'adaptation.

L'algorithme d'optimisation de base utilisant cette méthode commence à partir d'une première configuration du domaine et converge itérativement jusqu'à une forme optimale en utilisant le gradient calculé au premier ordre par évaluation de la sensibilité de la fonction de coût par rapport à une perturbation du domaine de référence.

Comme précédemment, la méthode du gradient topologique n'a pas l'assurance de converger vers un optimum global et les solutions obtenues dépendent de la configuration initiale.



**Figure I.19** Principe de l'optimisation de forme par la méthode du gradient topologique

Cette méthode est détaillée dans le chapitre III dans le cas d'une formulation électromagnétique par la méthode des éléments finis.

## I.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons tout d'abord présenté quelques méthodes utilisées pour l'analyse électromagnétique des circuits et dispositifs hyperfréquences. Les méthodes décrites sont classées suivant leur domaine d'application et leur formulation.

Nous avons ensuite présenté quelques généralités sur les problèmes d'optimisation et les méthodes couramment appliquées pour la résolution de ces problèmes en conception assistée par ordinateur. En particulier, nous avons distingué les méthodes déterministes, basées sur le calcul d'un gradient de la fonction d'adaptation des méthodes non-déterministes en se focalisant sur les méthodes heuristiques.

La dernière section de ce chapitre se concentre sur les différentes approches d'optimisation structurelle. Ces approches se différencient par les paramètres, géométriques, de forme ou topologiques, sur lesquels est appliqué l'optimisation. Les méthodes courantes, basées sur un calcul de gradient par rapport à ces différents paramètres, sont alors présentées.

Les approches d'optimisation évoquées vont être employées dans les deux chapitres suivants pour l'optimisation de composants et de circuits hyperfréquences. Dans le chapitre II, l'optimisation porte sur des paramètres géométriques en calculant un gradient de la fonction d'adaptation. Dans le chapitre III, l'optimisation porte sur des paramètres topologiques en utilisant, uniquement un gradient dans un premier temps, et un gradient couplé avec une méthode heuristique dans un second temps.

## I.6. Références

- [1] Giraudon C., «Contribution à la simulation électromagnétique dans le domaine temporel. Approches électromagnétique et informatique», Thèse de Doctorat n° 29-2002. Université de Limoges, 24 septembre 2002
- [2] Wong M. F., Fouad Hanna V., Wiart J., « Finite element formulation of space-time subgridding scheme in the FDTD method” International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Vol 13,(2-3), pp.127-137, Mars 2000.
- [3] Sadiku M.N.O., “Numerical Techniques in Electromagnetics” 2<sup>nd</sup> edition, ISBN 0-849-31395-3, CRC Press, 2001.
- [4] Aubourg M., Guillon P., Verdeyme S., Madrangeas V., “Modelling microwave boxed structures by 2D and 3D finite element method”, International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, No. 13, pp. 335-340, 1994
- [5] Davidson D.B., Aberle, J.T., “An introduction to spectral domain method-of-moments formulations”, IEEE Antennas and Propagation Magazine, Vol 46 (3), pp. 11-19, June 2004.
- [6] Latiri A., Samet A., Bouallegue A., “Study of planar structures in very high frequencies using a new MoM formulation in the spatial domain”, Annales des télécommunications, Vol. 59 (9-10), sept.-oct. 2004.
- [7] Saucez P., Schiesser W.E., Wouwer, A.V. “Upwinding in the method of lines”, Mathematics and Computers in Simulation, Vol. 56 (2), pp. 171-185, 2001.
- [8] Sadiku M.N.O, Obiozor C.N., “Simple introduction to the method of lines”, International Journal of Electrical Engineering Education, Vol. 37 (3), pp. 282-296, 2000.
- [9] Schiesser W.E., “The numerical method of lines”, Academic Press, San Diego, 1991.

- 
- [10] Reineix A., Jecko B., "Introduction of radiation losses in the time domain transmission line method", *Annales des télécommunications*, Vol. 49 (11-12), pp. 684-689, 1994.
- [11] Krumpholz M., Russer P., "Field theoretical derivation of TLM", *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 42 (9), pp. 1660-1668, 1994.
- [12] Christopoulos C., "The transmission-line modeling method in electromagnetics", *Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics* 7, pp. 1-132, 2006.
- [13] Das I., Dennis J.E., "Normal-boundary intersection: A new method for generating the Pareto surface in nonlinear multicriteria optimization problems" *SIAM J. on Optimization*, Vol. 8 (3), pp. 631-657, 1998.
- [14] Antczak T., "A new method of solving nonlinear mathematical programming problems involving r-invex functions", *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, Vol. 311 (1), pp. 313-323, 2005.
- [15] Adly S., Ernst E., Théra M., "Well-positioned closed convex sets and well-positioned closed convex functions", *Journal of Global Optimization*, Vol. 29 (4), pp. 337-351, Août 2004.
- [16] Aubert G., Tahraoui R., "Sur quelques résultats d'existence en optimisation non convexe", *C. R. Académie des Sciences de Paris*, T 297, 1984.
- [17] Ciarlet P.G. "Introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation", Ed. Masson, Paris, 1982.
- [18] Gilbert J. C. and Nocedal J., "Global convergence properties of conjugate gradient methods for optimization" *SIAM Journal on Optimization*, Vol. 2 (1), pp. 21-24, 1992.
- [19] Vandar S.A., Vander V.H.A., "The rate of convergence of conjugate gradients", *Numerische Mathematik*, Vol. 48 (5), pp. 543-560, 1986.

- 
- [20] Zenios S.A., Pinar M.C. “Parallel block-partitioning of truncated Newton for nonlinear network optimization” SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing , Vol. 13 (5), pp. 1173-1193, (1992).
- [21] Segalat P. “Méthodes de points intérieurs et de quasi-Newton”, Thèse de Doctorat, Université de Limoges, 20 décembre 2002
- [22] Fonseca C.M. et Fleming P. J. “Genetic algorithms for multiobjective optimization: Formulation, discussion and generalization,” Proceedings of the Fifth International Conference in Genetic Algorithms, pp. 416-423, San Mateo, CA, 1993.
- [23] Kirkpatrick S., Gelatt C. D. et Vecchi M. P., “Optimization by Simulated Annealing”, Journal of Science, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680, 13 mai 1983.
- [24] Hao J. K., Dorne R., Galinier P., “Tabu search for frequency assignment in mobile radio networks”. Journal of Heuristics, Vol. 4, pp. 47-62, Juin 1998
- [25] Karam S. “Application de la méthodologie des plans d’expériences et de l’analyse de données à l’optimisation des processus de dépôt”, Thèse de doctorat n° 39-2004. Université de Limoges, 26 novembre 2004.
- [26] Papalambros P. Y., “Principles of optimal design”, Cambridge University Press, 2000.
- [27] Bendsoe M. O. and Kikuchi N., “Generating optimal topologies in structural design using homogenization method” Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 71, pp. 197-224, Nov. 1988.
- [28] Allaire G., Jouve F. and Maillot H., “Topology optimization for minimum stress design with the homogenization method”, Structural and Multidisciplinary Optimization, 28, pp.87-98, 2004
- [29] Murat F. and Simon J., “Etudes de problèmes d’optimal design”. Proceedings of the 7th IFIP Conference on Optimization Techniques, volume 41, pp. 54-62, London, UK, 1975.

- 
- [30] Pironneau O., “Optimal shape design for elliptic systems”, Springer series in computational physics, Springer-Verlag, New York, 1984.
- [31] Simon J., “Differentiation with respect to the domain in boundary value problems” Num. Funct. Anal. Optim, 2, No 7-8, pp.649-687, 1980.
- [32] Allaire G., Bonnetier E., Francfort G., Jouve F., “Shape optimization by homogenization method”, Numerische Mathematik, Vol. 76, No. 11, pp. 27-68, 1997.
- [33] Allaire G., De Gournay F., Jouve F., Toader A., “Structural optimization using topological and shape sensitivity via a level set method”, Control and Cybernetics, 34, pp.59-80, 2005.
- [34] Allaire G., Jouve F. and Toader A. M., “Structural optimization using sensitivity analysis and a level set method”, J. Comp. Phys. Vol 194/1, pp.363-393 (2004).
- [35] Allaire G., Jouve F. and Toader A. M. “A level-set method for shape optimization”, C. R. Académie des Sciences de Paris, Série I, 334, pp.1125-1130 (2002).
- [36] Samet B., “L’analyse asymptotique topologique pour les équations de Maxwell et applications”, Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier (Toulouse III), 29 mars 2004.

# Chapitre II

*Optimisation de composants et circuits  
hyperfréquences par segmentation et  
paramétrisation géométrique du modèle  
électromagnétique*



## II.1. Introduction

La conception d'un composant ou d'un circuit hyperfréquence complexe fait généralement appel à un modèle de conception assistée par ordinateur (CAO) pour caractériser ou optimiser ses performances. Pour obtenir un modèle précis du dispositif, les méthodes numériques d'analyse électromagnétique sont généralement nécessaires pour prendre en compte les phénomènes de couplage entre les différents éléments du dispositif et leur environnement.

Les méthodes d'analyse électromagnétiques sont essentiellement limitées par les temps de résolution lorsque le dispositif comporte un grand nombre de discontinuités. Par conséquent, l'optimisation de ces dispositifs en appliquant une méthode d'analyse électromagnétique couplée à une méthode d'optimisation qui nécessite un nombre d'analyses important, n'est souvent pas envisageable.

Pour optimiser le comportement d'un composant ou d'un circuit à l'aide d'un simulateur électromagnétique, deux voies sont généralement explorées : utiliser des méthodes d'optimisation spécifiques au problème pour réduire le nombre d'analyses et/ou réduire les temps d'analyse en utilisant des modèles réduits.

C'est cette seconde voie qui est explorée dans ce chapitre, où la réduction de modèle est effectuée d'une part en segmentant le modèle électromagnétique pour définir des segments génériques et d'autre part en paramétrant l'analyse des segments génériques par rapport à leur géométrie.

Le modèle électromagnétique segmenté et paramétré permet ainsi d'évaluer la fonction de coût de manière quasi-instantanée, sans perte significative de précision, ce qui rend l'application de méthodes d'optimisation classiques compatible.

Généralement, les méthodes d'optimisation efficaces sont celles qui exploitent non seulement la valeur de la fonction d'adaptation mais aussi son gradient. Le calcul de ce gradient par rapport aux paramètres du dispositif peut être effectué soit analytiquement soit numériquement.

Pour calculer analytiquement un gradient, il faut disposer d'une expression de la fonction d'adaptation en fonction de la solution du problème électromagnétique, qui elle-même dépend des paramètres géométriques. L'avantage de cette approche est d'extraire le gradient à

partir d'une seule analyse électromagnétique mais cette approche reste généralement difficile à implémenter.

Pour évaluer numériquement le gradient au premier ordre, il faut au moins  $2*N$  évaluations de la fonction d'adaptation, où  $N$  est le nombre de paramètres. On comprend alors que l'évaluation de la fonction d'adaptation doit être rapide.

La méthode d'optimisation proposée utilise donc une évaluation quasi-instantanée de la fonction d'adaptation grâce au modèle segmenté et paramétré et le gradient peut alors être calculé numériquement pour assurer la convergence de l'optimisation.

La méthode est décrite dans la première section de ce chapitre, puis elle est appliquée à l'optimisation d'un module amplificateur dans la seconde section.

## II.2. Méthode d'optimisation géométrique par segmentation et paramétrisation du modèle électromagnétique

Afin de présenter la méthode d'optimisation proposée, l'analyse, la segmentation et la paramétrisation géométrique d'un modèle électromagnétique par la méthode des éléments finis sont d'abord décrites dans cette section. Nous précisons que la méthode des éléments finis décrite ici est celle implémentée dans le code EMXD développé à XLIM par Michel Aubourg.

### II.2.1. Analyse électromagnétique par la méthode des éléments finis

#### II.2.1.1. Accès

Les accès permettent de faire entrer et sortir du dispositif de l'énergie sous forme d'ondes entrantes et sortantes. Vu de l'intérieur il s'agit de structures de propagation tronquées par un plan de section droite (accès distribués et localisés) ou une surface quelconque (accès numériques après discrétisation), les ondes étant exprimées par des combinaisons linéaires finies de modes propres (entrants et sortants), ces modes étant eux-mêmes définis par des distributions surfaciques équivalentes de champ tangentiel et de courant.

Ces modes propres sont appelés ondes de référence et sont généralement normés à une puissance moyenne unitaire.

Ainsi, en notant  $\{\Gamma_i\}_{i=1,\dots,l}$  ces surfaces et  $\{\tilde{E}_i^\pm, \tilde{J}_i^\pm\}_{i=1,\dots,l^\pm}$  les champs et courants tangentiels des modes propres (entrants avec + et sortants avec -), les champs et courants internes doivent vérifier les relations de continuité ;

$$E_\Gamma = \sum_{m=1}^{l^+} a_m \tilde{E}_m^+ + \sum_{k=1}^{l^-} b_k \tilde{E}_k^- \quad (\text{II.1})$$

$$J_\Gamma = \sum_{m=1}^{l^+} a_m \tilde{J}_m^+ + \sum_{k=1}^{l^-} b_k \tilde{J}_k^- \quad (\text{II.2})$$

où  $E_\Gamma$  représente la trace tangentielle de  $E$  sur la surface (ou ligne) et  $a_m$  et  $b_k$  sont des coefficients d'amplitude, sans dimension physique, à valeurs complexes.

Lorsque les accès sont réciproques les ondes de référence entrantes et sortantes se déduisant l'une de l'autre ; on a alors  $l^- = l^+$  et, traditionnellement, on pose :

$$\tilde{J}_i^- = -\tilde{J}_i^+ \quad \text{et} \quad \tilde{E}_i^- = \tilde{E}_i^+ \quad (\text{II.3})$$

en n'utilisant que les ondes de référence entrantes.

### II.2.1.2. Equations des champs

On recherche un champ  $E$  qui vérifie, les équations de Maxwell :

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} - \vec{M} \\ \nabla \times \vec{H} = j\omega \vec{D} + \vec{J} \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

en remplaçant  $E \rightarrow E' = \sqrt{\epsilon_0} E$ ,  $H \rightarrow H' = \sqrt{\mu_0} H$  et

$$M \rightarrow M' = \sqrt{\epsilon_0} M, J \rightarrow J' = \sqrt{\mu_0} J \quad \text{on a donc :}$$

$$\begin{cases} \nabla \times \vec{E}' = -jk_0 \mu_r \vec{H}' - \vec{M}' \\ \nabla \times \vec{H}' = jk_0 \epsilon_r \vec{E}' + \vec{J}' \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

En éliminant le champ  $H$  on peut écrire (avec  $\vec{M}' = 0$ ) :

$$\nabla \times (\mu_r^{-1} \nabla \times \vec{E}') - k_0^2 \epsilon_r \vec{E}' = -jk_0 \vec{J}' \quad (\text{II.6})$$

Pour simplifier l'écriture, on pose  $\vec{E}' = E$ . On introduit à travers  $J$  une surface générique  $S$  sur laquelle on impose une condition d'impédance de surface :  $E|_S = Z_S \cdot J_S$

L'équation précédente peut s'écrire sous une forme plus synthétique :

$$A.E = -jk_0 \left( \sum_{m=1}^{l^+} a_m B_m^+ + \sum_{k=1}^{l^-} b_k B_k^- \right) \quad (\text{II.7})$$

$A(,)$  étant la forme bilinéaire qui représente l'opérateur de Maxwell, les  $B_i^\pm$  étant les formes linéaires qui expriment l'interaction des courants de référence avec un champ.

Cette dernière équation est à relier à l'équation (I.5) du chapitre I, lorsque la méthode des éléments finis est évoquée.

### II.2.1.3. Solutions élémentaires

On appelle solutions élémentaires  $\psi_i^\pm$  les solutions de l'équation où le second membre est remplacé par  $\tilde{J}_{i\Gamma}^\pm$  ce qui donne :

$$\left. \begin{aligned} A\psi_m^+ &= B_m^+ , m=1, \dots, l^+ \\ A\psi_k^- &= B_k^- , k=1, \dots, l^- \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.8})$$

Le champ à l'intérieur du dispositif s'exprime alors comme une combinaison linéaire de ces solutions élémentaires :

$$E = -jk_0 \left( \sum_{m=1}^{l^+} a_m \psi_m^+ + \sum_{k=1}^{l^-} b_k \psi_k^- \right) \quad (\text{II.9})$$

### II.2.1.4. Matrice de répartition (paramètres S)

La matrice de répartition  $S$ , qui est l'expression linéaire des coefficients  $\{b_k\}_{k=1, \dots, l^-}$  en fonction des coefficients  $\{a_m\}_{m=1, \dots, l^+}$ , représente la réponse du dispositif. Pour l'obtenir on exprime la trace tangentielle de  $E$  sur les accès à l'aide de cette relation et on résout l'équation en appliquant les courants de référence conjugués  $\tilde{J}_i^-$  (ou formes linéaires conjuguées  $\bar{B}_i^-$ ) pour faire apparaître des coefficients homogènes à des puissances :

$$\begin{aligned} & \sum_{m=1}^{l^+} \left( \bar{B}_i^- \cdot (\tilde{E}_m^+) + jk_0 \bar{B}_i^- \cdot (\psi_m^+) \right) a_m \\ & + \sum_{k=1}^{l^-} \left( \bar{B}_i^- \cdot (\tilde{E}_k^-) + jk_0 \bar{B}_i^- \cdot (\psi_k^-) \right) b_k = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

En notant  $L^\pm = \{1, \dots, l^\pm\}$ , on obtient en notation matricielle :

$$V_{L^- \times L^+} a_{L^+} + U_{L^- \times L^-} b_{L^-} = 0 \Rightarrow S_{L^- \times L^+} = -U_{L^- \times L^-}^{-1} V_{L^- \times L^+} \quad (\text{II.11})$$

## II.2.2. Paramétrisation géométrique du modèle électromagnétique [1]

La paramétrisation géométrique consiste à construire une approximation de la solution du problème  $A.E = B$  (équation II.7) en fonction d'un vecteur de paramètres  $p = (p_1, p_2, \dots, p_N)$  relatifs aux dimensions géométriques de la structure.

L'approximation  $E^{\sim}(p)$  est construite en plusieurs étapes :

- Le modèle électromagnétique est discrétisé pour la valeur nominale  $p^{<0>}$  du vecteur des paramètres,
- Les déformations du maillage nominal sont calculées en fonction de la variation de chaque paramètre, permettant d'accéder aux dérivées de  $A$  par rapport à  $p$ , autour de  $p^{<0>}$ .
- Le système est résolu pour la valeur nominale  $p^{<0>}$ ,
- Les dérivées du problème sont calculées itérativement en appliquant la formule récursive suivante :

$$A(p).E^{(n)}(p) = B^{(n)}(p) - \sum_{i=1}^n C_n^i . A^{(i)}(p) . E^{(n-i)}(p) \quad (\text{II.12})$$

$$\text{avec } C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$$

- L'approximation  $E^{\sim}(p)$  autour de  $p^{<0>}$  peut être exprimée, à partir des dérivées du problème, par exemple sous la forme d'une série de Taylor :

$$E^{\sim}(p^{<0>} + \Delta p) = E(p^{<0>}) + \left. \frac{\partial E(p)}{\partial p} \right|_{p=p^{<0>}} . \Delta p + \dots + \frac{1}{m!} E^{(m)}(p) \Big|_{p=p^{<0>}} . (\Delta p)^m \quad (\text{II.13})$$

Le code EMXD a été paramétré avec une telle technique développée par Ansys-France dans le cadre d'une action de recherche technologique du CNES.

Il est aussi important de noter que cette paramétrisation géométrique est couplée avec une paramétrisation fréquentielle [2] du code faisant aussi appel à des dérivées du problème  $A.E = B$ , permettant d'obtenir une approximation de  $E$  en fréquence et en géométrie. Toutefois,

l'intervalle de validité de l'approximation  $E^{\sim}(f, p)$  reste limité par le nombre de paramètres géométriques, leurs domaines de variations et la bande de fréquence.

### II.2.3. Segmentation du modèle électromagnétique

La segmentation est une démarche visant à découper une structure complexe pour résoudre le problème indépendamment sur les différents segments avant de les combiner pour obtenir le comportement global. Les frontières de coupe de la structure globale sont des plans de segmentation qui définissent des accès distribués pour chacun des segments. L'analyse de chaque segment permet de déterminer une matrice  $S$ ,  $Y$  ou  $Z$  caractéristique de son comportement fréquentiel. Un raccordement modal aux accès des différents segments permet alors de les coupler.

L'avantage de cette approche est incontestablement la rapidité d'analyse, car le modèle électromagnétique de chaque segment est relativement simple par rapport à la structure globale, donc la taille de chaque modèle et surtout le temps de calcul diminuent de manière importante, réduisant globalement l'analyse de la structure. Cependant, ce type de modélisation doit se faire en prenant un certain nombre de précautions.

En effet, idéalement, la décomposition modale dans les plans d'accès (section II.2.1.1) doit comporter un nombre de termes infini pour garder la précision d'une analyse globale. Pratiquement, cela est impossible et la série de modes doit être tronquée en effectuant un compromis entre le nombre de modes pris en compte, qui augmente le temps de calcul dans les accès et accessoirement la taille des matrices  $S$ ,  $Y$  ou  $Z$  à manipuler par la suite, et la précision du calcul lorsque les segments sont chaînés pour reconstituer le comportement global.

Deux types de modes sont à considérer dans les plans de segmentation :

- les modes propagatifs pour lesquels la constante de propagation  $\gamma_{mn} = \alpha_{mn} + j\beta_{mn}$  est complexe, le terme  $\alpha_{mn}$  rendant compte de l'atténuation dans un milieu à pertes. Ces modes se propagent dans le guide d'ondes avec une amplitude quasi-constante pour des pertes faibles, et pour une fréquence donnée, il en existe un nombre fini.

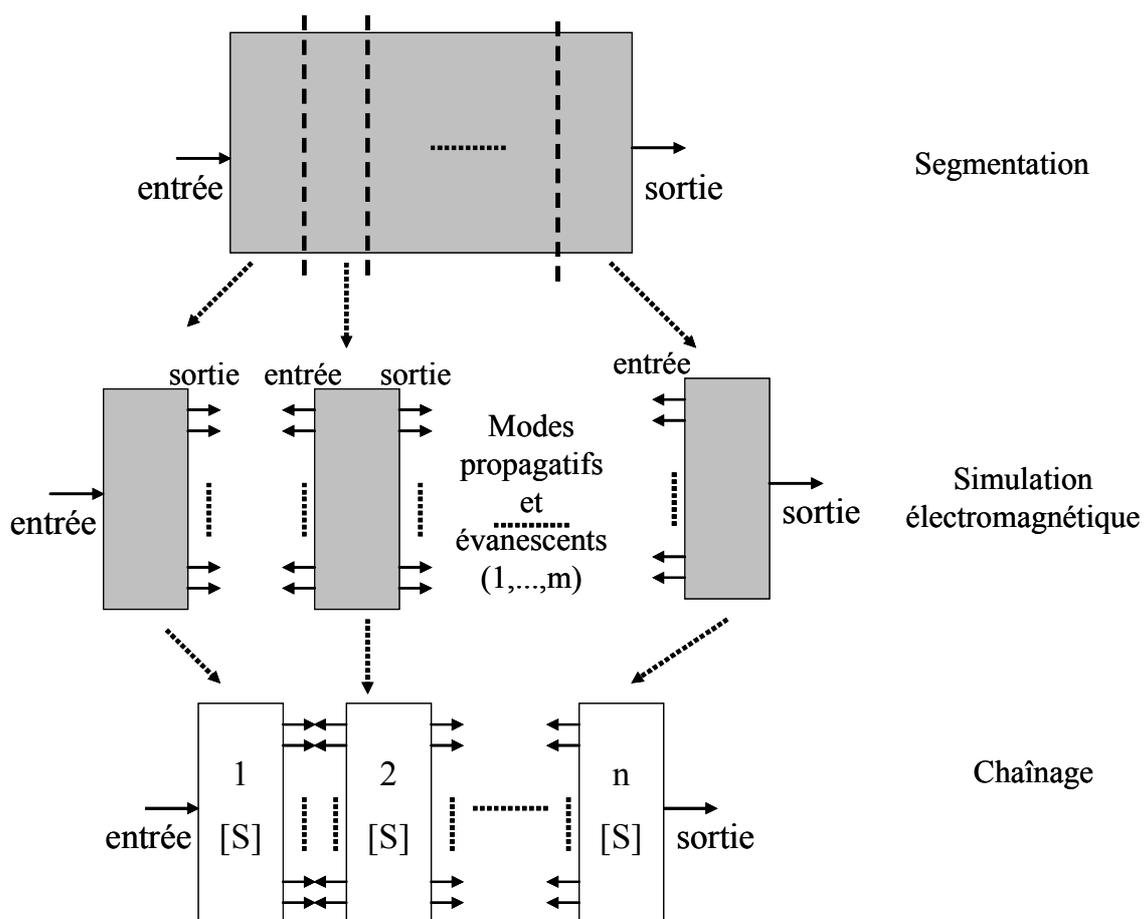
- les modes évanescents, pour lesquels  $\gamma_{mn} = \alpha_{mn}$  est réelle. Ces modes voient leur amplitude décroître rapidement et il en existe une infinité.

Il convient alors de prendre en compte tous les modes propagatifs qui coupleront deux segments adjacents. Les modes évanescents doivent être ensuite conservés en fonction de leur constante d'atténuation  $\alpha$ . En effet, plus la constante d'atténuation est faible, plus le mode est susceptible de transporter de l'énergie.

D'autre part il convient de placer les plans de segmentation à une distance aussi grande que possible des discontinuités qui excitent les modes évanescents afin de limiter les couplages.

Une étude de convergence sur la réponse globale combinant tous les segments peut être effectuée en incrémentant le nombre de modes évanescents considérés dans les plans de segmentation. Quand le comportement se stabilise, la série de modes peut être tronquée.

Le principe de segmentation d'une structure est présenté sur la figure II-1.



**Figure II.1** Analyse électromagnétique segmentée

## II.2.4. Optimisation à l'aide du modèle paramétré et segmenté

### II.2.4.1. Procédure d'optimisation

Le problème d'optimisation consiste, comme très souvent dans le cas d'un circuit hyperfréquence, à minimiser une fonction de coût  $J$  qui dépend explicitement des termes de la matrice de répartition (paramètres  $S$ ).

Comme décrit dans les parties précédentes, la matrice de répartition dépend, elle aussi explicitement, de la solution  $E$ . Pour calculer analytiquement un gradient, il faudrait connaître la dépendance entre la fonction de coût  $J$  et les paramètres géométriques  $p$ . L'expression du gradient serait alors simplement :

$$\frac{\partial J}{\partial p} = \frac{\partial J}{\partial S} \frac{\partial S}{\partial p} \quad (\text{II.14})$$

Nous disposons effectivement d'une paramétrisation de la solution  $E$  en fonction des paramètres géométriques  $p$  mais nous ne disposons pas d'une expression de cette approximation. Par conséquent, nous ne pouvons pas explicitement calculer le gradient précédent. Le gradient est donc calculé numériquement par évaluation de la fonction de coût pour différentes valeurs des paramètres.

$$\frac{\partial J}{\partial p_i} \cong \frac{J(p_i + \Delta p_i) - J(p_i)}{\Delta p_i} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial J}{\partial p_i} \cong \frac{J(p_i + \Delta p_i) - J(p_i - \Delta p_i)}{2\Delta p_i} \quad (\text{II.15})$$

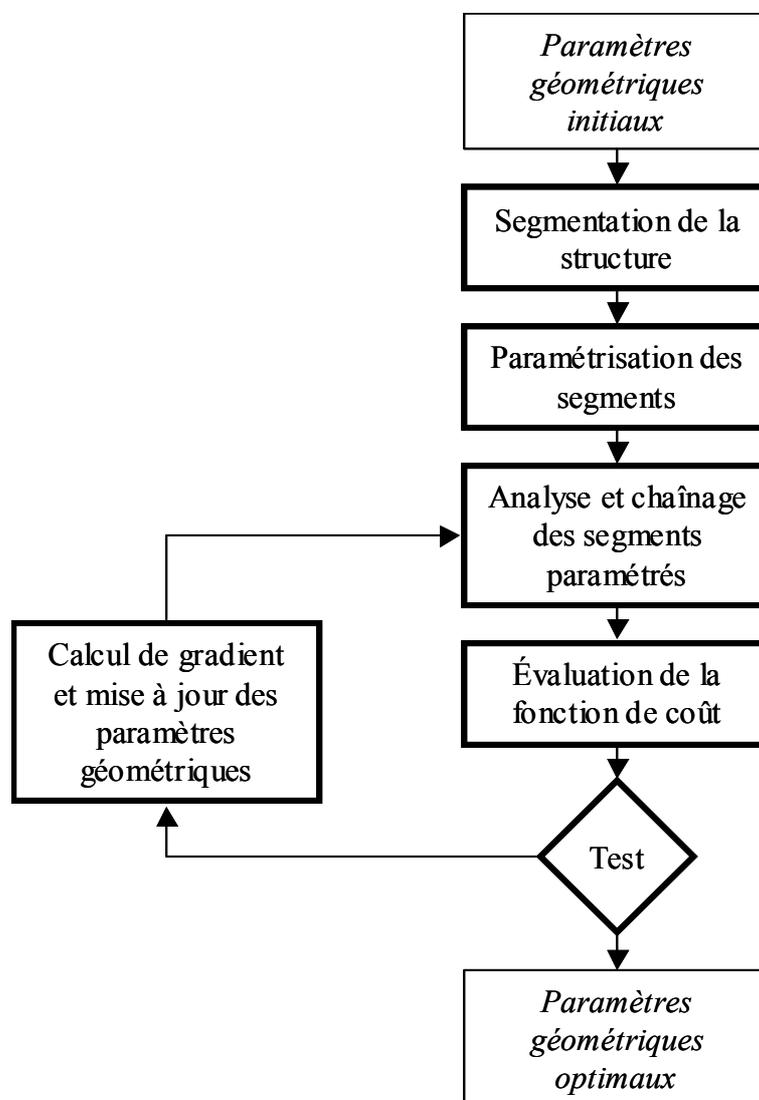
### II.2.4.2. Minimisation par une méthode de gradient

La procédure d'optimisation fait intervenir les étapes suivantes :

- Décomposition de la structure en segments en vérifiant que les modes pris en compte dans les plans de segmentations sont suffisants par une étude de convergence
- Paramétrisation des segments en fonction de la géométrie
- Analyse de chacun des segments par exploitation des modèles paramétrés
- Chaînage des segments représentés par leurs matrices  $S$

La procédure fait ensuite appel à l'évaluation d'une fonction de coût et d'un gradient de minimisation pour converger vers les valeurs optimales (en supposant le problème convexe).

L'organigramme de la procédure d'optimisation est présenté sur la figure II-2.

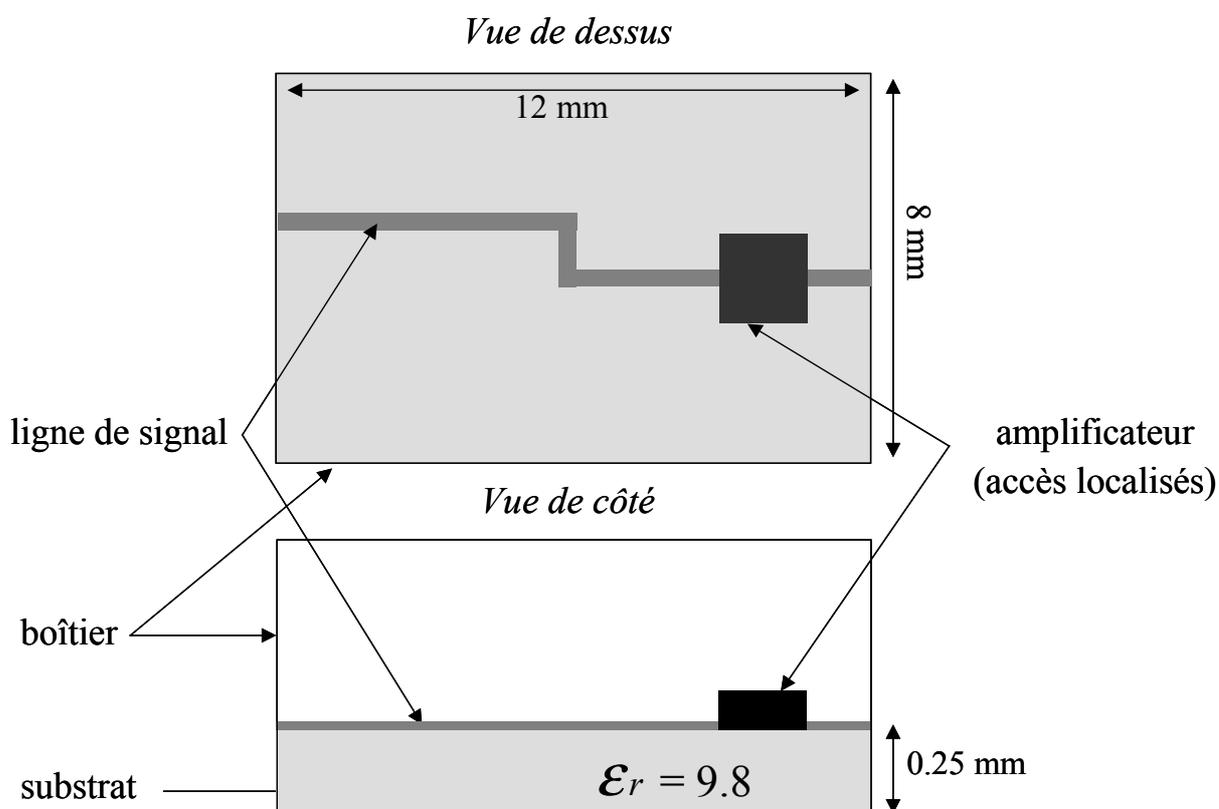


**Figure II.2** Procédure d'optimisation

## II.3. Application à l'optimisation d'un circuit micro-ruban

### II.3.1. Présentation du cas test

La structure analysée, présentée sur la figure II-3, est une ligne micro ruban volontairement discontinue sur laquelle est connecté un amplificateur. L'ensemble est placé dans un boîtier métallique.



**Figure II.3** Cas test

L'objectif est d'optimiser le fonctionnement de ce module dans la bande de fréquence entre 10 et 30 GHz.

La complexité de ce circuit nécessite de prendre en compte les couplages entre l'amplificateur et son environnement pour une analyse rigoureuse sur une large bande de fréquence.

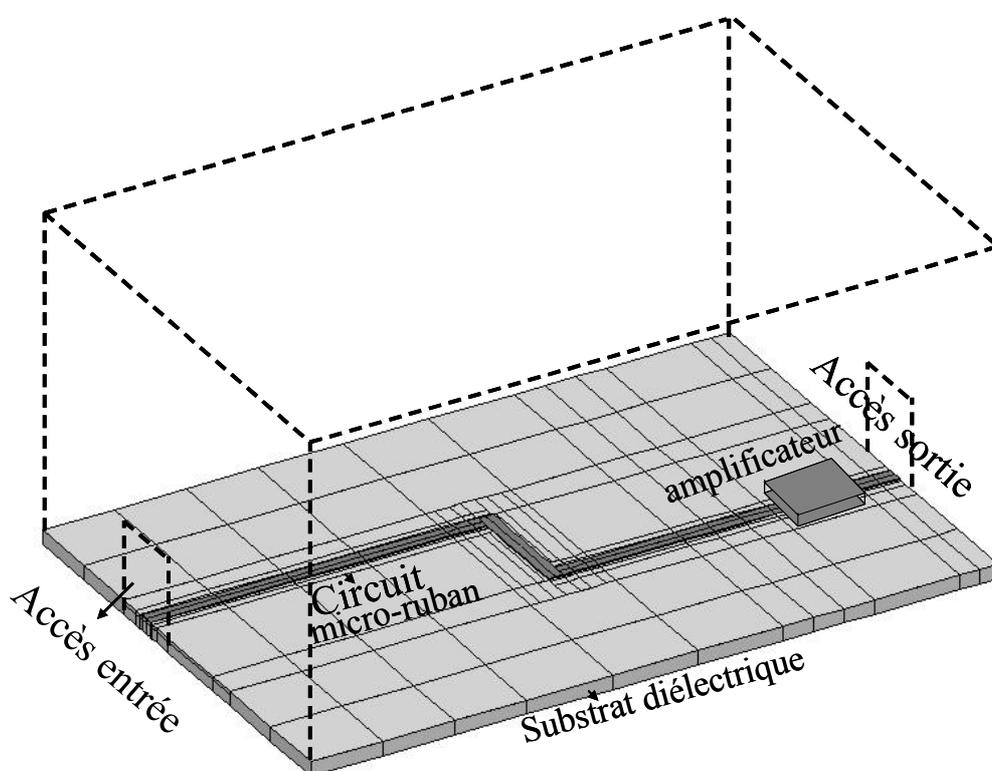
Afin de prendre en compte ces effets, il est nécessaire d'utiliser un modèle électromagnétique 3D basé sur la résolution des équations de Maxwell.

La méthode des éléments finis est donc parfaitement adaptée pour traiter ce type de problème et plus généralement la conception des modules hyperfréquences [3].

### II.3.2. Analyse électromagnétique du cas test

#### II.3.2.1. Analyse électromagnétique globale

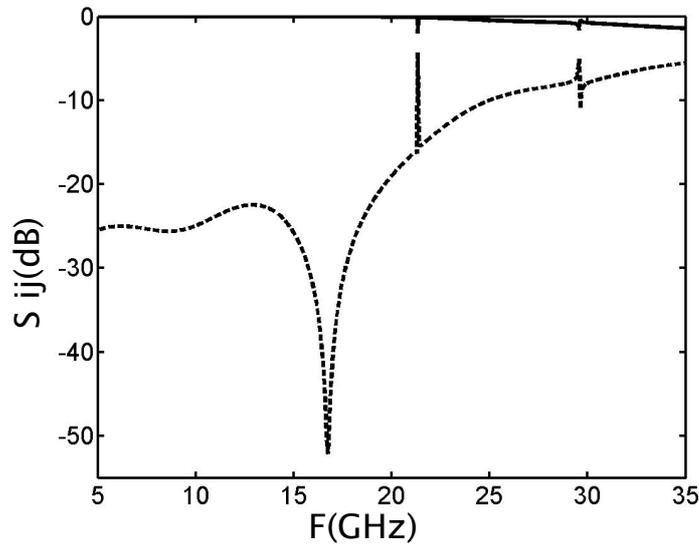
La figure II-4 présente la géométrie du modèle discrétisé par la méthode des éléments finis qui sera ensuite analysé avec le code EMXD.



**Figure II.4** Modèle CAO du circuit

L'amplificateur est modélisé par un bloc de diélectrique pour sa partie extrinsèque et par un modèle actif (circuit équivalent ou fichier de paramètres S) inséré entre des accès localisés pour la partie intrinsèque. Cette approche permet ainsi d'étudier un composant ou un circuit dans son environnement.

Une première analyse du dispositif est effectuée en court-circuitant le modèle intrinsèque de l'amplificateur pour étudier les modes de résonance du boîtier. A chaque accès du dispositif seul le mode quasi TEM de la ligne micro-ruban est excité. La figure II.5 montre les paramètres S du dispositif lorsque l'amplificateur est court-circuité.



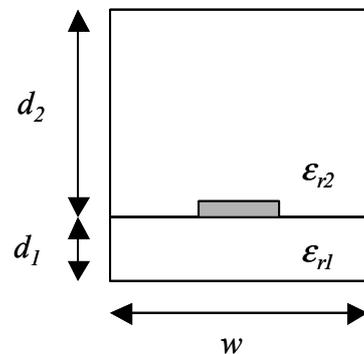
**Figure II.5** Paramètres [S] du circuit lorsque le modèle intrinsèque de l'amplificateur est court-circuité, S12 (—), S11 (---)

Cette analyse nous montre l'apparition de modes de résonance parasites qui induisent des pics sur les paramètres S dans la bande de transmission d'intérêt (10-30 GHz).

Ces modes de résonance correspondent aux modes  $TE_{101}$  et  $TE_{102}$ , dont les fréquences de résonance peuvent être retrouvées approximativement par la formule suivante :

$$f_{nmp} = \frac{c}{2\pi\sqrt{\epsilon_q}} \sqrt{\left(\frac{n\pi}{w}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{h}\right)^2}$$

$$\text{avec } \epsilon_q = \frac{h}{\frac{d_1}{\epsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\epsilon_{r2}}} \text{ et } h = d_1 + d_2$$

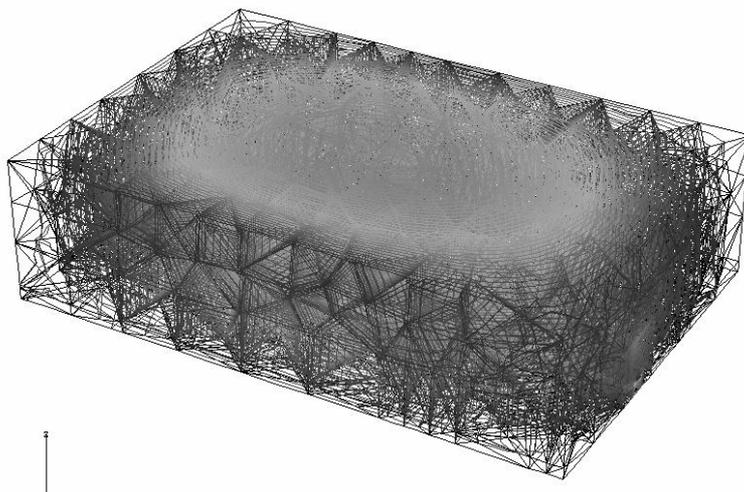


où  $n, m, p$  sont les nombres de variations suivant les 3 directions de l'espace,

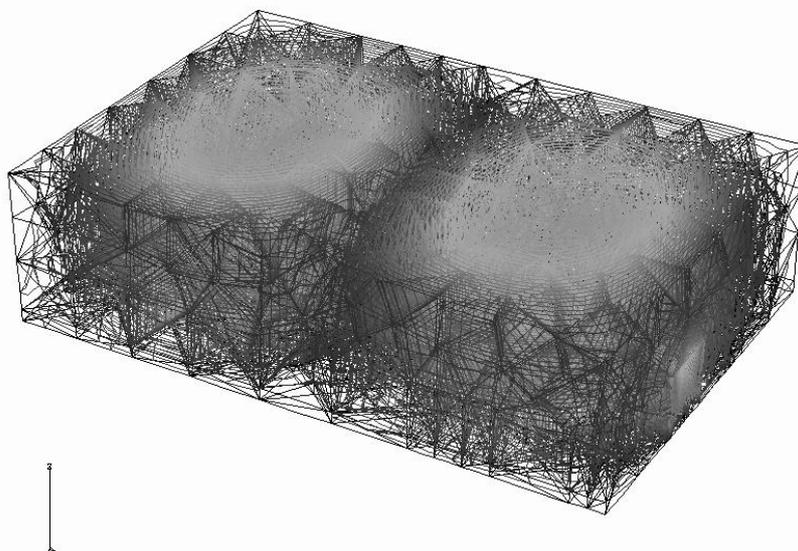
$w$ ,  $h$ ,  $l$  respectivement la largeur, la hauteur et la longueur de la cavité,

$\epsilon_{r1}$  et  $\epsilon_{r2}$  les permittivités des matériaux dans la cavité

Les figures II-6 et II-7 présentent les distributions du champ électrique dans la structure aux fréquences 21 et 29 GHz.

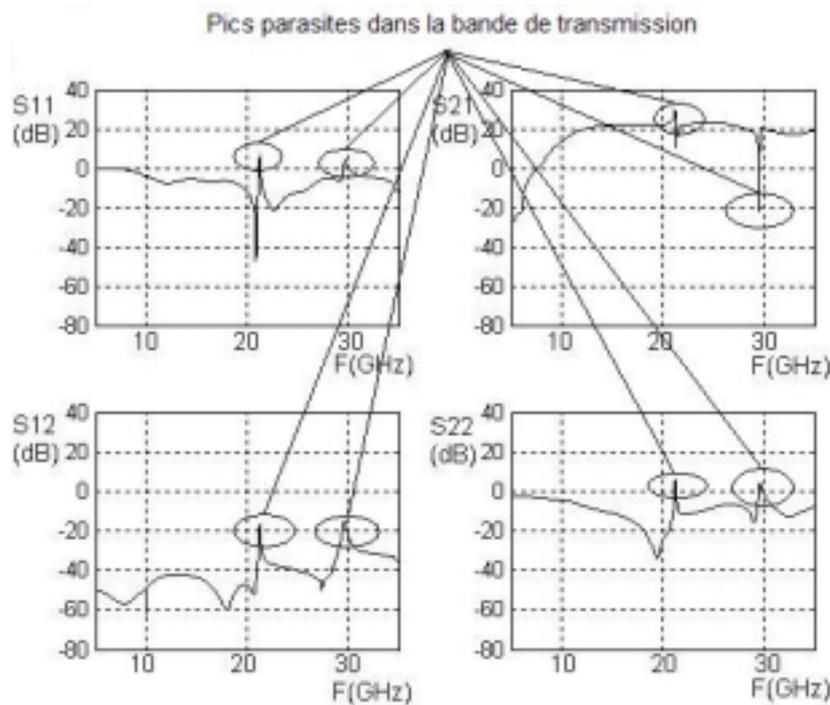


**Figure II.6** Distribution du champ électrique à 21 GHz ( $TE_{101}$ )



**Figure II.7** Distribution du champ électrique à 29 GHz ( $TE_{102}$ )

En introduisant le modèle intrinsèque de l'amplificateur entre les accès localisés, l'analyse globale du circuit montre encore les 2 pics de résonance. Les paramètres S de cette structure sont présentés sur la figure II-8.



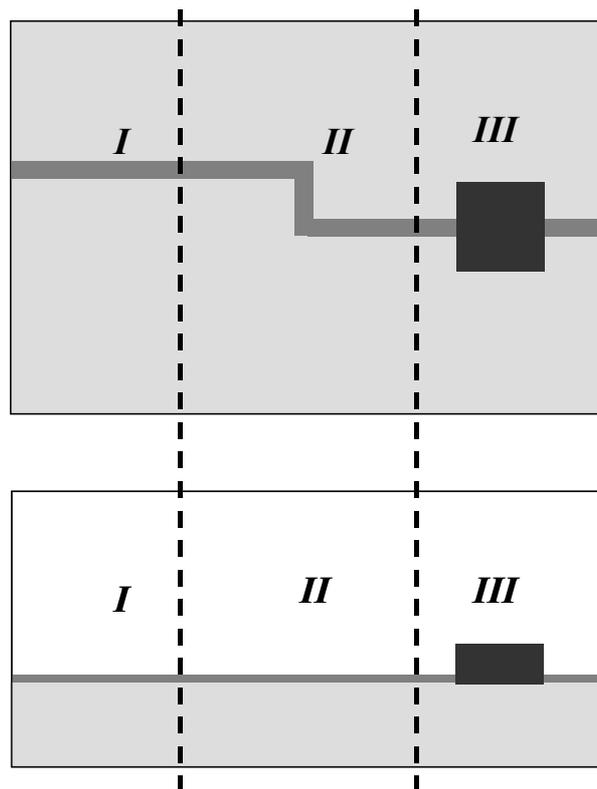
**Figure II.8** Analyse électromagnétique globale du module par la méthode des éléments finis

### II.3.2.2. Analyse électromagnétique segmentée

Sur la figure II-9, la structure est décomposée en 3 segments (I, II et III). Ces segments sont ainsi analysés indépendamment les uns des autres par la méthode des éléments finis. Par chaînage des matrices [S] représentatives du comportement de chaque segment, il est alors possible d'obtenir le comportement global du circuit.

Les plans de segmentation sont placés à mi-chemin entre deux discontinuités pour limiter les couplages sur les modes fortement évanescents, ces derniers pouvant être négligés.

L'étude de convergence nous permet de montrer que le couplage dans les plans de segmentation par les modes évanescents est négligeable. En effet, comme la montre la figure II.10, la prise en compte des deux modes évanescents possédant la plus faible atténuation n'a qu'un effet secondaire sur le comportement global du module.

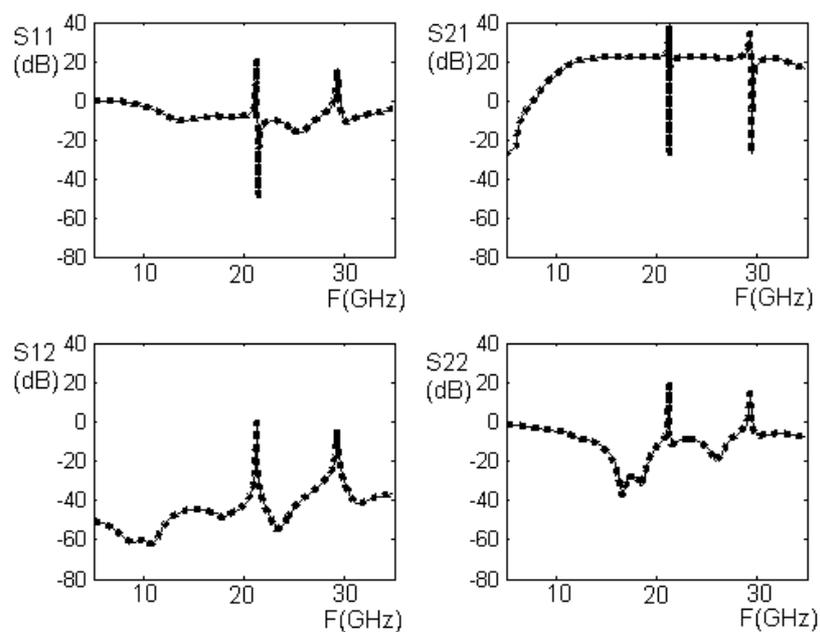


**Figure II.9** Segmentation du modèle global

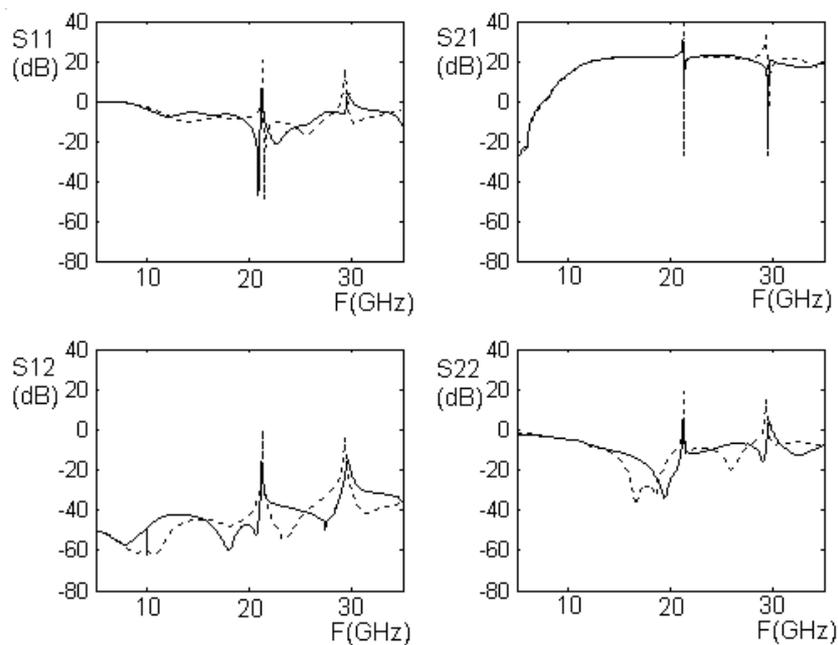
La figure II-11 permet ensuite de comparer les résultats obtenus par l'analyse globale et par l'analyse segmentée en considérant uniquement les modes propagatifs. Cette comparaison montre que le comportement du module établi par segmentation est peu différent de celui établi globalement et surtout que l'influence des modes parasites est correctement définie dans l'analyse segmentée lorsqu'on ne considère que les modes propagatifs.

Ces deux comparaisons montrent que l'effet des modes évanescents sur le comportement du module est négligeable dans notre cas pour l'analyse segmentée et que l'analyse du modèle segmenté permet de prédire le comportement du module avec suffisamment de précision.

Les temps de calcul sont d'environ 30 minutes pour le modèle global et ramenés à quelques minutes pour chaque segment.



**Figure II.10** Paramètres [S] obtenus par une analyse segmentée en considérant, seulement les modes propagatifs (—), les modes propagatifs et 2 modes évanescents (---)



**Figure II.11** Paramètres [S] obtenus par, une analyse globale (—), une analyse segmentée en considérant seulement les modes propagatifs (---)

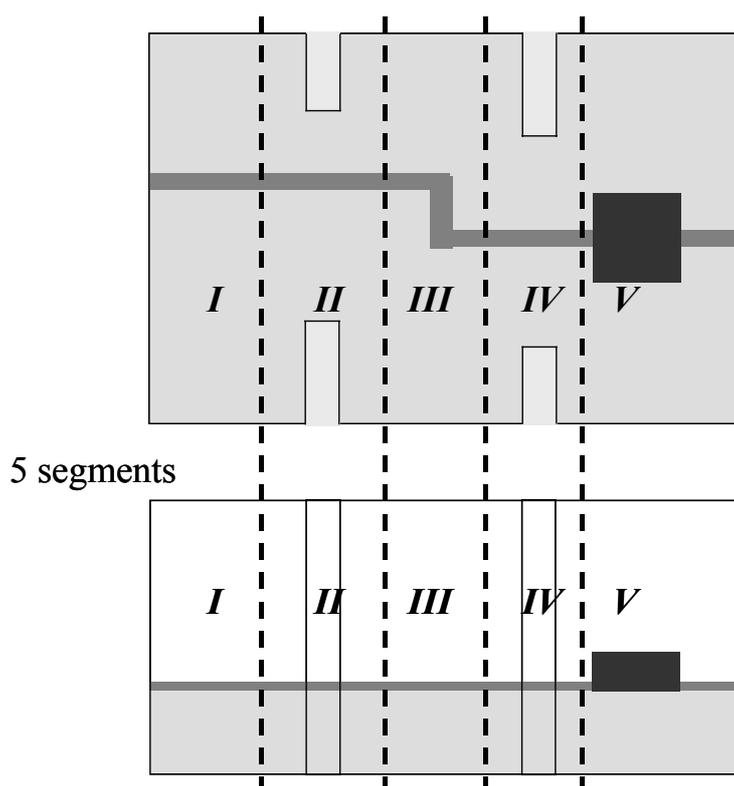
### II.3.3. Optimisation du cas test

Nous avons vu dans l'analyse du cas test précédent que le couplage de l'amplificateur avec son environnement générait des pics de transmission parasites dans la bande de fréquence du module. Nous allons maintenant modifier la géométrie de la structure et optimiser ses dimensions en utilisant son modèle électromagnétique segmenté et paramétré.

#### II.3.3.1. Segmentation du circuit modifié

Plusieurs approches ont été investiguées dans la littérature [4]-[8], pour « nettoyer » la bande de fréquence d'un circuit.

Nous choisissons de déformer les parois de la structure en employant des encoches qui permettent de modifier la fréquence de résonance des modes dans le boîtier métallique. Quatre encoches sont placées en vis à vis dans le module comme montré sur la figure II.12.



**Figure II.12** Segmentation du module comportant quatre encoches en vis-à-vis

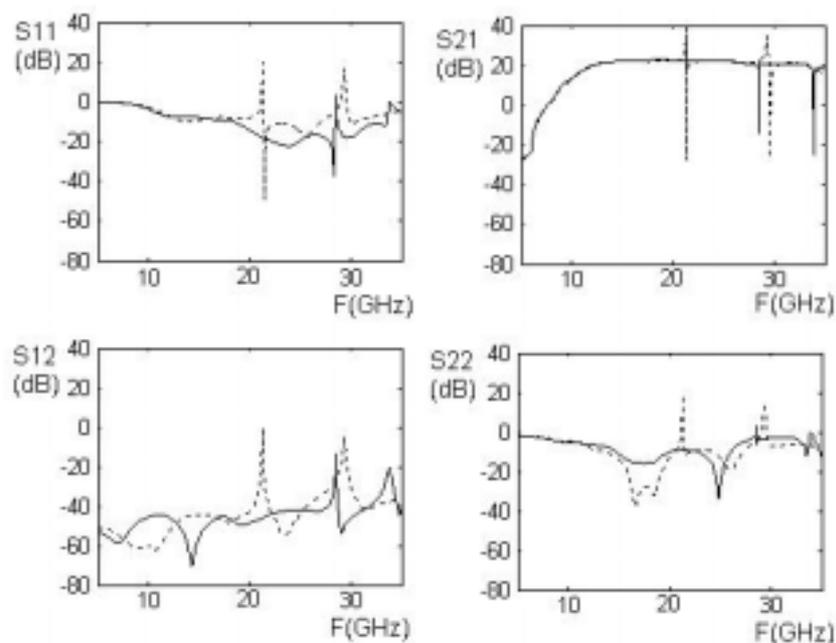
Pour conserver des segments relativement simples, la structure est décomposée en cinq segments. Ces segments sont ainsi analysés indépendamment les uns des autres par la

méthode des éléments finis. Par chaînage des matrices [S] représentatives du comportement de chaque segment, il est alors possible d'obtenir le comportement global du circuit.

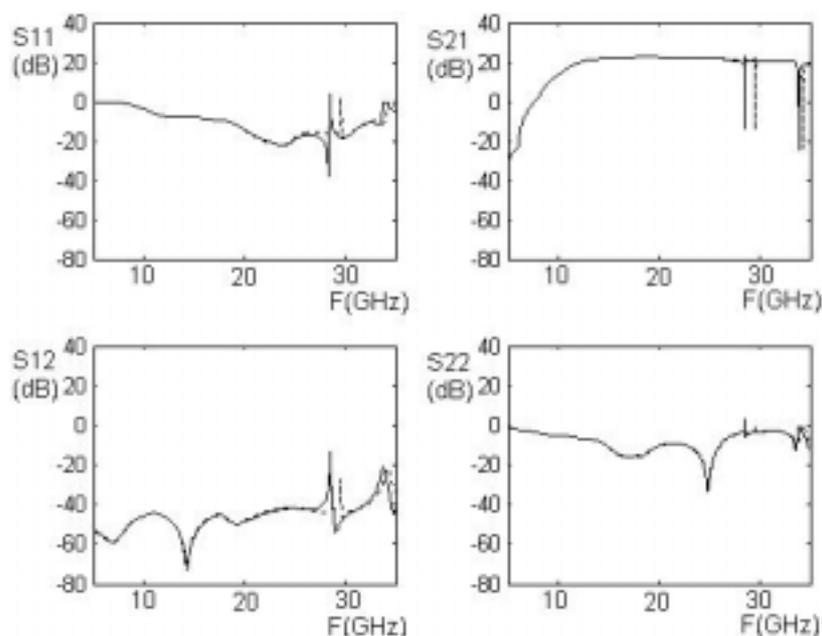
Les profondeurs des encoches sont choisies initialement à 1 et 3 mm suivant les cas.

La figure II-13 permet maintenant de comparer les résultats obtenus par une analyse segmentée, d'une part en considérant les quatre encoches, et d'autre part, sans aucune encoche. L'influence des encoches est donc de déplacer vers les hautes fréquences les modes de résonance de boîtier.

La figure II-14 permet de comparer les résultats obtenus par l'analyse segmentée, d'une part en considérant seulement les modes propagatifs, et d'autre part en considérant les modes propagatifs et 3 modes évanescents.



**Figure II.13** Paramètres [S] obtenus par une analyse segmentée en considérant, quatre encoches (---), sans encoche (—)



**Figure II.14** Paramètres [S] obtenus par une analyse segmentée en considérant, seulement les modes propagatifs (—), les modes propagatifs et 3 modes évanescents (---)

Cette comparaison montre encore l'effet négligeable des modes évanescents sur le comportement du module. On peut donc considérer que l'analyse segmentée converge suffisamment en ne prenant en compte que les modes propagatifs. Pour la suite de l'étude, l'analyse segmentée sera effectuée en considérant uniquement les modes propagatifs.

Cependant, comme l'analyse segmentée n'est pas aussi précise que l'analyse globale, l'optimisation avec le modèle segmenté et paramétré sera effectuée sur un domaine fréquentiel légèrement élargi pour compenser l'imprécision.

### II.3.3.2. Paramètres d'optimisation

Tout d'abord nous étudions la sensibilité des paramètres d'une encoche sur la position des pics de transmission dans la bande de fréquence utile.

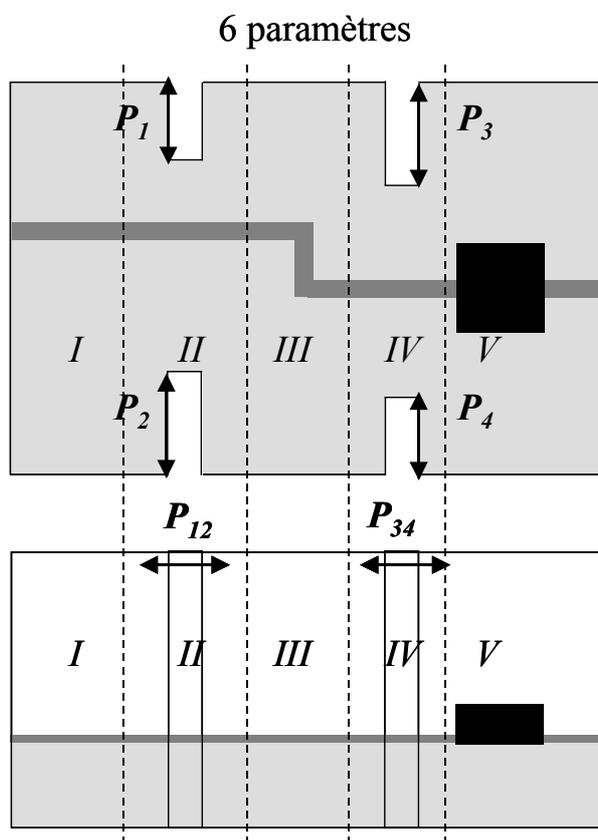
Il apparaît ainsi que la profondeur des encoches et leur emplacement le long de la paroi peuvent être choisis comme paramètres critiques dans la perturbation des pics de transmission. On ne voit pas d'effet comparable pour la largeur des encoches qui sont fixées à  $1.5*w$ ,  $w$  étant la largeur de la ligne micro-ruban.

Ainsi, nous avons choisi six paramètres, appelés  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  pour les paramètres caractérisant les profondeurs des encoches et  $P_{12}$  et  $P_{34}$  pour les paramètres liés à leurs positions deux à deux en vis à vis le long des parois. La figure II-15 décrit l'ensemble des paramètres d'optimisation du modèle.

Les encoches sont situées dans les segments II et IV. Dans chacun de ces segments, deux encoches de 1 et 3 mm sont positionnées en vis-à-vis au centre du segment.

On notera qu'à chaque paramètre est associé:

- o Un nom qui permet de différencier les paramètres les uns des autres
- o Une valeur nominale du paramètre
- o Des valeurs min et max. du paramètre



**Figure II.15** Description des paramètres d'optimisation

$P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ , profondeurs des encoches 1, 2, 3, et 4

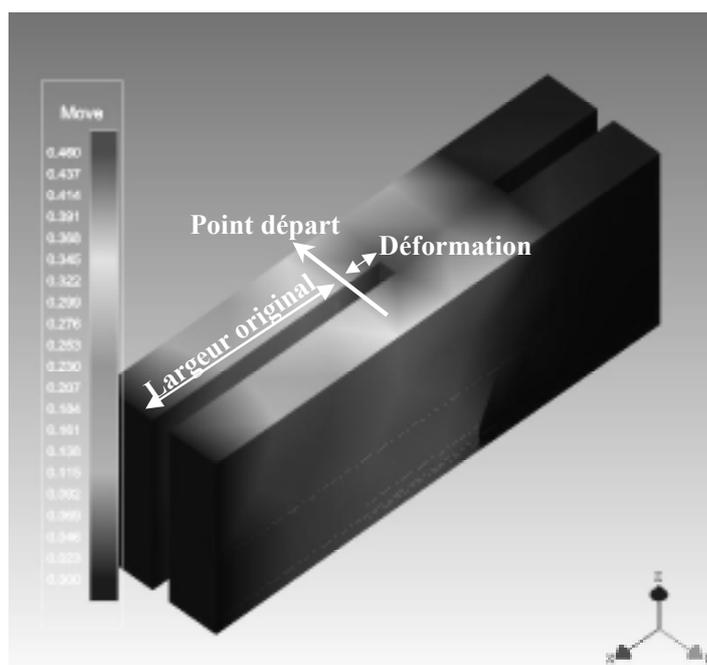
$P_{12}$  et  $P_{34}$  : décalages des encoches 1 et 2 (segment II) et des encoches 3 et 4 (segment IV) par rapport à la position initiale

### II.3.3.3. Paramétrisation des segments du circuit

Suivant la figure II-15, les segments I, III et V ne comportent pas de paramètre géométrique, ils ne sont analysés qu'une seule fois sur toute la bande de fréquence au cours de l'optimisation et n'ont donc pas besoin d'être paramétrés géométriquement.

Les segments II et IV sont discrétisés en éléments tétraédriques et la technique de paramétrisation utilisée permet de déterminer la déformation des éléments du maillage en fonction des paramètres géométriques. Après un calcul du champ électromagnétique à la géométrie nominale de la structure, une approximation analytique du champ est construite en fonction de la déformation des éléments du maillage, c'est à dire en fonction des paramètres géométriques.

La figure II-16 illustre la déformation du maillage dans le segment II lorsque le paramètre  $P_2$ , profondeur de l'encoche 2, varie par rapport à la dimension nominale.



**Figure II.16** Déformation du maillage lorsque le paramètre  $P_2$  varie dans le segment II

L'approximation du champ permet de calculer le champ électromagnétique et par conséquent les paramètres S des segments II et IV de façon analytique donc quasiment instantanée pour n'importe quelle valeur dans l'espace des paramètres géométriques.

### II.3.3.4. Optimisation du modèle segmenté et paramétré

Pour l'optimisation du modèle électromagnétique paramétré et segmenté, une minimisation itérative est appliquée pour déterminer les dimensions géométriques qui permettent de déplacer les pics de transmission hors de la bande de fréquence d'intérêt élargie de  $\pm 5$  GHz pour prévenir de la légère imprécision du modèle.

#### II.3.3.4.1. Choix de la méthode

Afin de déplacer les pics de transmission en dehors de la bande 5-35 GHz, une méthode locale semble plus appropriée qu'une méthode globale. En effet, les paramètres d'optimisation qui sont les profondeurs des encoches et leurs positions le long de la paroi, permettent de faire varier la position des pics dans la bande de manière régulière.

Nous choisissons une méthode, présentée dans la section II.2.4.2, et basée sur le calcul d'un gradient numérique pour optimiser le modèle paramétré et segmenté.

#### II.3.3.4.2. Fonction d'erreur

La principale difficulté pour définir la fonction d'erreur est qu'il s'agit de déplacer des pics de transmission hors d'une bande de fréquence. Nous devons donc dans un premier temps trouver un moyen d'identifier ces pics.

Ces pics peuvent être identifiées sur les différents paramètres S du circuit. Le paramètre S21 est choisi pour l'identification parce qu'il s'agit du paramètre le plus représentatif du module. Hormis les pics de transmission, cette fonction est relativement douce et un lissage de cette fonction permet donc de supprimer les pics de transmission.

Ce lissage peut être effectué simplement par une méthode de moyenne. C'est à dire qu'en chaque point de fréquence  $f_i$ , la valeur du paramètre S est remplacée par la valeur moyenne des paramètres S aux points  $f_{i-1}$ ,  $f_i$  et  $f_{i+1}$ . Cette opération permet de définir le paramètre S lissé qui servira de référence pour identifier les pics parasites.

La fonction d'erreur à minimiser peut alors être définie en effectuant une différence entre le paramètre S calculé  $S_{21}^{cal}$  et le paramètre S lissé  $S_{21}^{lis}$  sur toute la bande de fréquence d'intérêt :

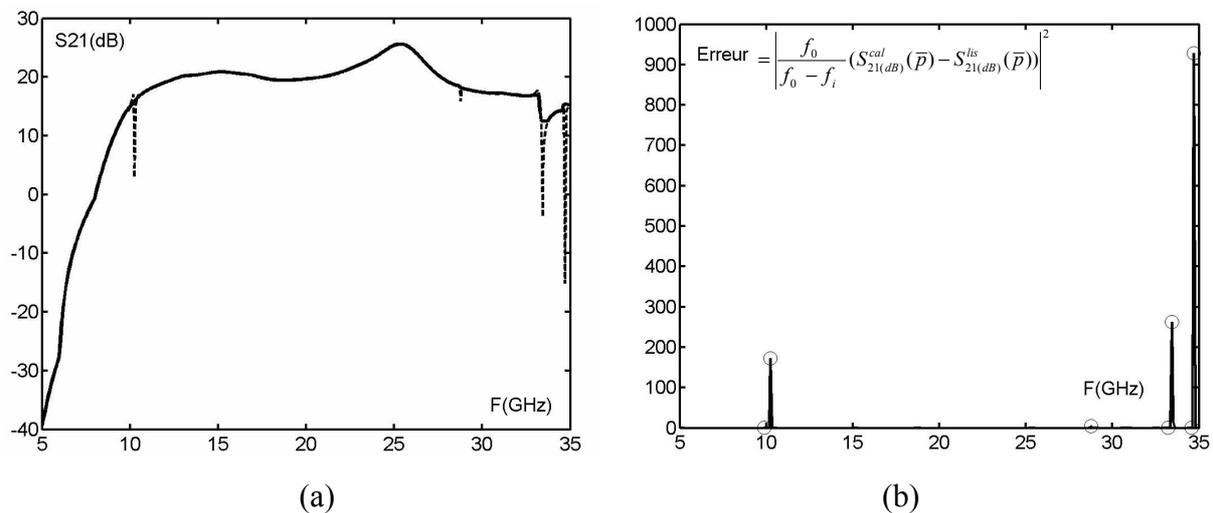
$$F(\bar{p}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{f_0}{f_0 - f_i} (S_{21(dB)}^{cal}(\bar{p}, f_i) - S_{21(dB)}^{lis}(\bar{p}, f_i)) \right|^2 \quad (\text{II.16})$$

où  $N$  est nombre de points de fréquence sur l'intervalle et  $f_0$  est la fréquence au centre de l'intervalle.

Le rapport  $\frac{f_0}{f_0 - f_i}$  permet d'affecter un poids plus grand aux pics de résonance au centre de

l'intervalle et a donc pour effet de les repousser vers le bas ou vers le haut de l'intervalle.

Un exemple illustrant la méthode de calcul de la fonction d'erreur  $F(\bar{p})$  est donné sur la figure II-17.



**Figure II.17** Calcul de la fonction d'erreur

a) Comparaison du modèle lissé (—) et du modèle calculé (--),

b) Fonction d'erreur

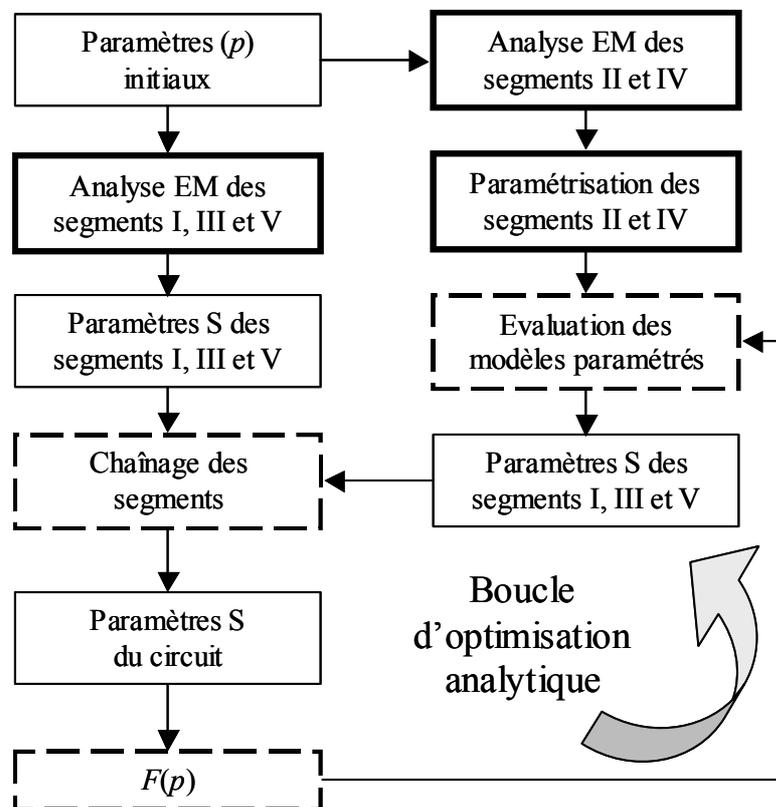
#### II.3.3.4.3. Calcul du gradient de la fonction d'erreur

Dans l'espace des paramètres géométriques, les paramètres S du module et par conséquent la fonction d'erreur  $J(\bar{p})$  peuvent être évalués très rapidement. Les sensibilités de la fonction d'erreur en fonction des paramètres géométriques sont calculées autour de la géométrie nominale et permettent de minimiser la fonction d'erreur par une méthode de gradient numérique.

### II.3.3.4.4. Boucle d'optimisation

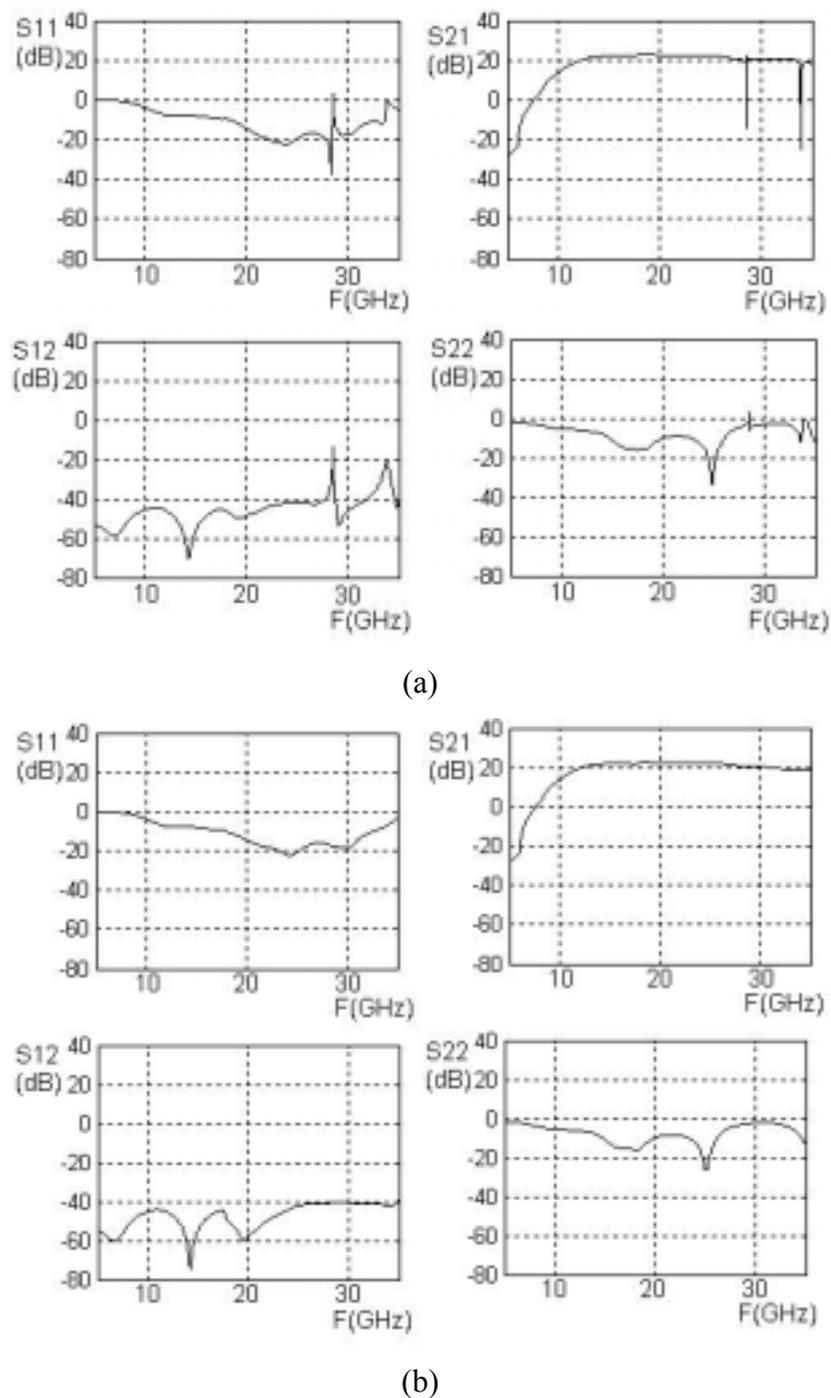
Les segments I, III et V n'ayant pas de paramètre géométrique, ils ne sont analysés qu'une seule fois. Après paramétrisation des segments II et IV, l'analyse segmentée du module complet pour de nouvelles dimensions et positions des encoches ne nécessite donc qu'une exploitation analytique de l'approximation du champ pour ces deux segments et le chaînage des matrices S qui sont des opérations quasiment instantanées.

Le principe de cette optimisation, dont le fonctionnement est purement analytique, est présenté sur la figure II-18. Les dimensions et les positions des encoches sont optimisées dans le modèle segmenté et paramétré afin de décaler les pics de transmission parasites en dehors de la bande transmission élargie (5-35 GHz).



**Figure II.18** Boucle d'optimisation du circuit

Le résultat de cette optimisation après 20 itérations est présenté sur la figure II-19.

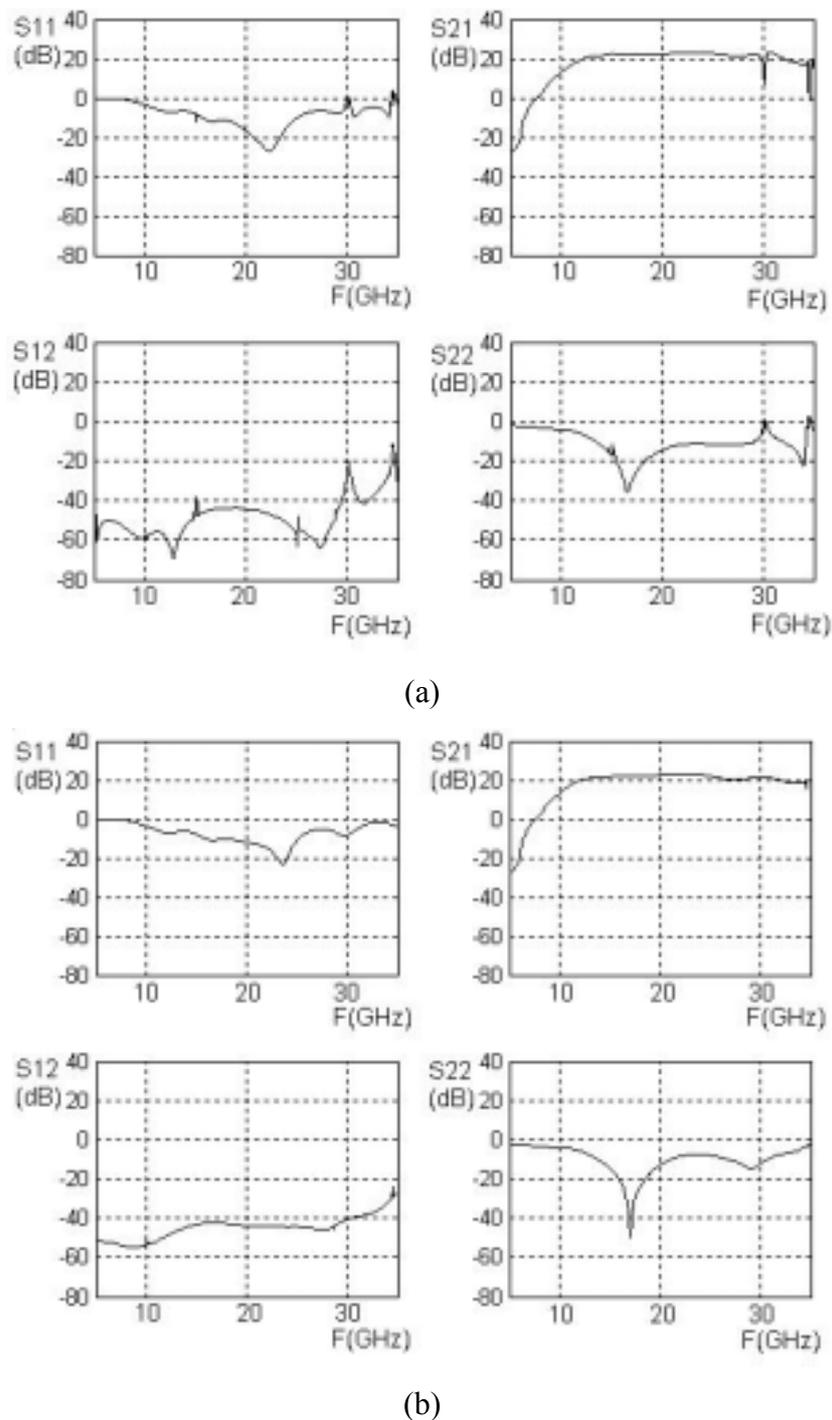


**Figure II.19** Paramètres S en dB du modèle segmenté et paramétré

(a) avant optimisation et (b) après optimisation

Afin de vérifier le résultat obtenu, une analyse électromagnétique globale du module avec les valeurs optimales calculées à l'aide du modèle segmenté et paramétré est effectuée.

Les analyses globales du module, avec les encoches initiales et avec les encoches optimisées, sont présentées sur la figure II-20. On constate donc que les pics parasites ont été déplacés hors de la bande 10-30 GHz, cependant, un pic parasite est présent à 33.5 GHz.



**Figure II.20** Paramètres S en dB du modèle électromagnétique global

(a) avant optimisation et (b) après optimisation

La présence de ce pic est due à la légère imprécision du modèle segmenté et paramétré, mais, en ayant élargi le domaine d'optimisation, ce pic qui apparaît juste après 35 GHz avec le modèle segmenté et paramétré ne vient pas perturber le fonctionnement du module dans la bande de fréquence d'intérêt.

## II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode d'optimisation de composants et circuits hyperfréquences basée sur la segmentation et la paramétrisation du modèle électromagnétique.

La segmentation et la paramétrisation des segments du modèle électromagnétique permettent de réduire le coût d'analyse, puisque cette analyse ne nécessite que l'exploitation des segments paramétrés et leur chaînage. Cette modélisation s'avère ensuite efficace pour optimiser le circuit par une méthode classique même si le nombre d'évaluation de la fonction d'adaptation est important. De plus, la définition de segments génériques paramétrés permet de les réutiliser pour optimiser un circuit associant différemment ces segments.

La méthode proposée est décrite dans une première section en détaillant la méthode d'analyse, la segmentation et la paramétrisation d'un modèle électromagnétique.

La seconde section est consacrée à l'application de la méthode à l'optimisation d'un module comprenant un amplificateur alimenté par des lignes micro-rubans et enfermé dans un boîtier.

L'analyse du module montre, sur le comportement en fréquence, des pics parasites dus à des modes de résonance du boîtier. Des encoches sont alors insérées dans le boîtier et leurs dimensions sont optimisées pour rejeter les pics de transmission en dehors de la bande fréquentielle d'intérêt.

La génération du modèle segmenté et paramétré est décrite ainsi que la fonction de coût utilisée pour optimiser les différents paramètres par une méthode de gradient de plus grande descente.

## II.5. Références

- [1] Mahanfar A., “Contribution au développement de méthodes d’optimisation avancées pour la conception électromagnétique de circuits et dispositifs microondes”, Thèse de Doctorat n° 73-2005, Université de Limoges, 16 décembre 2005.
- [2] Thon B., Bariant D., Bila S., Baillargeat D., Aubourg M., Verdeyme S., Guillon P., Thevenon F., Rochette M., Puech J., Lapierre L., Sombrin J., “Coupled Padé approximation-finite element method applied to microwave device design” IEEE MTT-S Digest International Microwave Symposium, Seattle, Washington, Juin 2002
- [3] Saboureau C., “Analyses électromagnétiques et méthodologies de conception associées, dédiées à l’optimisation de composants et modules millimétriques”, Thèse de Doctorat n° 20-2004, Université de Limoges, 29 septembre 2004.
- [4] Kirilenko, A. Rud, L. Tkachenko, V. Kulik, D. “Evanescent-mode ridged waveguide bandpass filters with improved performance” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol 50, No. 5, pp. 1324-1327, Mai 2002.
- [5] Kirilenko A., Mospan L. “Harmonic rejection filters for the dominant and the higher waveguide modes based on the slotted strips” IEEE MTT-S Digest International Microwave Symposium, Seattle, Washington, pp. 373-376, Juin 2002.
- [6] Bornemann J., Arndt F., “Transverse resonance, standing wave, and resonator formulations of the ridge waveguide eigenvalue problem and its application to the design of E-plane finned waveguide filters” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 38, p. 1104-1113, Août 1990.
- [7] Bornemann J., Arndt F., “Modal-S-matrix design of optimum stepped ridged and finned waveguide transformers” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 35, No. 6, pp. 561-567, Juin 1987.

- 
- [8] Patzelt H., Arndt F., “Double-plane steps in rectangular waveguides and their application for transformers, irises and filters” IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 82, pp. 771- 776, Mai 1982.



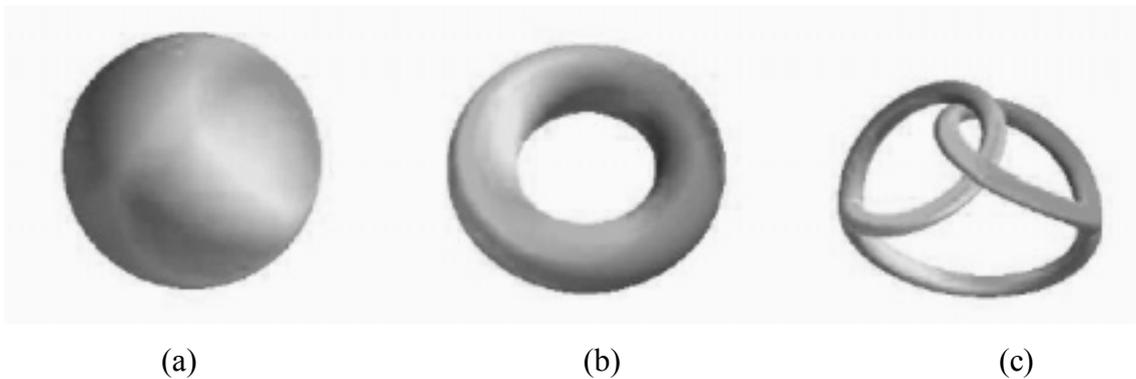
# Chapitre III

*Optimisation de composants et circuits  
hyperfréquences par évaluation d'un gradient  
topologique du modèle électromagnétique*



### III.1. Introduction

La topologie s'intéresse aux propriétés "morphologiques" des ensembles, par l'intermédiaire de l'étude des relations entre leurs différents éléments (la distance entre deux objets d'un ensemble est un exemple), indépendamment de leur "forme" ou de leur "taille", c'est-à-dire indépendamment des propriétés quantitatives des ensembles. Intuitivement (mais ce n'est qu'un cas particulier), deux formes ont la même topologie si on peut passer de l'une à l'autre par une déformation continue. En dimension 2, la topologie est caractérisée par le nombre de composantes connexes du bord ou de trous (figure III-1-a, b), et en dimension 3, il faut tenir compte du nombre de composantes connexes du bord mais aussi du nombre « d'anses » ou de « boucles » (figure III-1-a, c).



**Figure III.1** Formes uni-topologiques

Un problème d'optimisation topologique peut être vu comme un problème de distribution de matière. Comme nous l'avons vu au chapitre I, on dispose au départ d'un domaine de référence  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^3$ , choisi en fonction de l'encombrement maximal possible, et de l'ensemble des conditions aux limites du composant à optimiser. Il s'agit de répartir de façon optimale la matière, en déterminant le sous domaine  $x$  de  $\Omega$ .

Mathématiquement, le problème d'optimisation topologique est de la forme

$$\min_{x \subset \Omega} J(x) \quad (\text{III.1})$$

sous les contraintes d'égalité et/ou de non égalité.

L'évaluation des contraintes nécessite alors la résolution d'une équation d'état et le problème est alors de la forme :

$$\min_{x \in \Omega} J(u(x), x) \quad (\text{III.2})$$

sous les contraintes

$$g(u(x), x) \leq 0$$

$$h(u(x), x) = 0$$

avec  $u$ , la solution de l'équation directe (d'état).

Nous avons présenté, dans le chapitre I, trois méthodes d'optimisation topologique. Les méthodes d'homogénéisation [1, 2] sont continues et elles convergent vers une solution lorsqu'on raffine le maillage de conception. Pour la méthode des courbes de niveaux [3], la minimisation est dépendante du choix de la topologie initiale et la méthode ne crée pas facilement de nouveaux trous. La méthode du gradient topologique [4 -8] est plus générale car tous les éléments du domaine sont des variables et la forme optimale peut être quelconque, mais rien ne garantit la convergence vers un optimum global.

Dans ce chapitre nous avons appliqué la méthode du gradient topologique à la conception assistée par ordinateur de composants hyperfréquences. Le composant recherché est caractérisé par une matrice de répartition  $S$ , relative à des accès, que nous allons optimiser par rapport à la distribution de matériau dans le domaine, dans notre cas un métal parfait à la surface d'un substrat.

La première partie de ce chapitre détaille la méthode du gradient topologique appliquée à l'électromagnétisme. Nous verrons ensuite sur les exemples traités, que la méthode du gradient topologique, comme toute méthode locale, converge difficilement en présence de nombreux optimums locaux.

Pour résoudre ce problème, nous avons couplé la méthode du gradient topologique à une méthode évolutionnaire (algorithme génétique) permettant de sortir d'un minimum local en explorant l'espace des paramètres autour de ce minimum. Une fois sorti du minimum local, le gradient topologique permet à nouveau de minimiser rapidement la fonction de coût. Nous verrons successivement l'hybridation de ces deux méthodes et l'application de la méthode hybride.

## III.2. Gradient topologique appliqué à l'électromagnétisme

### III.2.1. Définition du problème

Le problème est exprimé sous la forme de la minimisation d'un critère  $J$ , à valeurs réelles, fonction des paramètres de répartition qui sont les éléments  $S_{ij}$  de la matrice  $S$ . On impose à ce critère d'être une fonction dérivable des paramètres  $S_{ij}$ .

L'exemple générique est un dispositif constitué d'accès et d'un boîtier, servant de blindage, limitant un domaine  $\Omega$  vide à l'exception d'un éventuel substrat.

On se propose de minimiser le critère  $J$ , en modifiant une partie donnée du domaine  $\Omega$ . Si le domaine est surfacique, on construit ou on détruit itérativement une métallisation sur la partie autorisée de la surface du substrat ; si le domaine est volumique, un bloc de matériau diélectrique est généré ou creusé au fur et à mesure.

En optimisant la topologie d'un dispositif modélisé par la méthode des éléments finis, les éléments topologiques de base sont des éléments du maillage (triangles en 2D et tétraèdres en 3D) ou des groupes d'éléments du maillage.

Le gradient topologique est alors calculé par rapport à un changement local des caractéristiques électromagnétiques des éléments topologiques (métal/non métal pour des éléments surfaciques, deux valeurs de permittivité pour des éléments volumiques).

### III.2.2. Gradient topologique

En notant  $\eta$  l'état binaire (0 ou 1) de la caractéristique électromagnétique variable, le gradient topologique pour un élément peut s'exprimer sous la forme :

$$\frac{dJ(\eta)}{d\eta} \quad (\text{III.3})$$

Cependant, le critère  $J(\eta)$ , qui est une fonction dérivable des éléments de la matrice  $S$ , ne dépend pas explicitement du paramètre  $\eta$ .

On note donc  $E$  la solution du système matriciel,  $A.E = B$ , résolu par la méthode des éléments finis. Le critère, à valeurs réelles, ne dépend donc que de  $E$ .

En notant  $J(\eta) = J(\{E(\eta)\})$ , on obtient:

$$\frac{dJ}{d\eta} = \text{Re} \left( \left( \frac{dJ}{dE} \right)^{*T} \frac{dE}{d\eta} \right) \quad (\text{III.4})$$

en convenant de noter :

$$\frac{dJ}{dE} = \frac{dJ}{d(\text{Re}(E))} + i \frac{dJ}{d(\text{Im}(E))} \quad (\text{III.5})$$

Le problème devient donc un problème de minimisation de  $J$ , sous contrainte du problème électromagnétique  $A.E = B$ , qui peut être résolue par la méthode de Lagrange.

### III.2.3. Minimisation sous contrainte par la méthode de Lagrange

Le problème se pose donc ainsi:

$$\text{Minimiser } J(\eta) = J(E(\eta)) \text{ sous la contrainte } A.E - B = 0$$

Pour résoudre ce problème de minimisation sous contrainte d'égalité, on construit le lagrangien suivant :

$$\mathcal{L}(\eta, X, P) = J(E(\eta)) + \text{Re}(P^{*T} (A(\eta)X - B)) \quad (\text{III.6})$$

avec  $\mathcal{L}$  l'opérateur de Lagrange,

$P^{*T}$  le vecteur des multiplicateurs de Lagrange.

Les multiplicateurs de Lagrange apparaissent comme des inconnues supplémentaires qui transforment le problème contraint en problème sans contrainte.

Il est alors clair que :

$$J(\eta) = \mathcal{L}(\eta, E(\eta), P) \quad (\text{III.7})$$

### III.2.4. Dérivation du critère

Le gradient topologique, autrement dit la sensibilité du critère par rapport à l'état  $\eta$  peut s'exprimer :

$$\frac{dJ}{d\eta} = \frac{d\mathcal{L}(\eta, E, P)}{d\eta} \quad (\text{III.8})$$

En combinant les équations III.4 et III.6, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{dJ}{d\eta} &= \frac{d\mathcal{L}(\eta, E, P)}{d\eta} \\ &= \text{Re} \left( \left( \frac{dJ}{dE} \right)^{*T} \frac{dE}{d\eta} \right) + \text{Re} \left( P^{*T} A \frac{dE}{d\eta} + P^{*T} \frac{dA}{d\eta} E \right) \\ &= \text{Re} \left( P^{*T} \frac{dA}{d\eta} E \right) + \text{Re} \left( \left( P^{*T} A + \left( \frac{dJ}{dE} \right)^{*T} \right) \frac{dE}{d\eta} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

### III.2.5. Problème adjoint

Dans le terme de droite pour cette dernière équation, les multiplicateurs de Lagrange peuvent être choisis de sorte à annuler le terme

$$\text{Re} \left( \left( P^{*T} A + \left( \frac{dJ}{dE} \right)^{*T} \right) \frac{dE}{d\eta} \right)$$

On définit ainsi un problème adjoint [9] à résoudre

$$A^{*T} \cdot P = - \frac{dJ}{dE} \quad (\text{III.10})$$

Dans ce problème, la dérivée de  $J$  par rapport à  $E$  et  $A$  sont connus, et  $P$  est l'inconnue à déterminer. Notons que le problème adjoint ne dépend pas des paramètres du dispositif.

Après résolution du problème adjoint, le gradient topologique s'écrit :

$$\frac{dJ}{d\eta} = \text{Re} \left( P^{*T} \frac{dA}{d\eta} E \right) \quad (\text{III.11})$$

Dans cette équation,  $E$  et  $P$  sont respectivement les solutions des problèmes direct et adjoint.

Le problème est alors de déterminer la dérivée de l'opérateur  $A$  par rapport à  $\eta$ . Deux approches peuvent alors être appliquées : le développement asymptotique et la dérivée discrète.

### III.2.6. Dérivation de l'opérateur

#### III.2.6.1. Développement asymptotique

La variation de l'opérateur de Maxwell peut être approchée théoriquement par un développement asymptotique [10-12].

Dans le cas général, l'opérateur  $A$  n'est pas dérivable par rapport  $\eta$  mais, dans le cas notamment d'une perturbation géométrique infinitésimale, il existe une notion qui se rapproche de dérivée classique :

$$\frac{dA}{d\eta} = \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{A(1) - A(0)}{f(\eta)}, \text{ avec } \lim_{\eta \rightarrow 0} f(\eta) = 0 \quad (\text{III.12})$$

Ce développement asymptotique, qui dépend de la forme des éléments topologiques et de l'équation discrétisée est complexe à formuler. Nous utilisons une dérivée discrète de l'opérateur pour calculer le gradient topologique.

#### III.2.6.2. Dérivée discrète

En formulation en champ  $E$ , la métallisation d'un patch consiste à annuler les variables liées à ce patch ce qui ne permet pas de calculer la dérivée de l'opérateur.

On note  $M \cup N$  l'ensemble de tous les indices des variables, avec  $M \cap N = 0$ .  $M$  représente les indices des variables sur le patch, variables nulles ou non nulles selon que le patch est métallisé ou pas.

En étendant le système  $A_{N \times N} \cdot X_{N \times 1} = B_{N \times 1}$  et en rappelant que le second membre est nul sur le patch, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} A_{M \times M} & A_{M \times N} \\ A_{N \times M} & A_{N \times N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{M \times 1} \\ X_{N \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{M \times 1} \\ B_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Pour pouvoir calculer une dérivée discrète, il faut trouver une matrice de même dimension que  $A$  telle que la résolution du système conduise à une valeur nulle pour  $X_{M \times 1}$ , et, ceci quel que soit le vecteur  $B_{N \times 1}$ .

En examinant le premier bloc d'équations du système :

$$A_{M \times M} X_{M \times 1} + A_{M \times N} X_{N \times 1} = 0 \quad (\text{III.14})$$

On constate qu'il faut remplacer  $A_{M \times N}$  par 0 (indépendant par rapport à  $B_{N \times 1}$ , duquel va dépendre  $X_{N \times 1}$ ) et remplacer  $A_{M \times M}$  par une matrice inversible  $A'_{M \times M}$  quelconque, laquelle peut être  $A_{M \times M}$  si ce bloc est inversible.

Les matrices  $A(0)$  et  $A(1)$  correspondant aux problèmes avec patch, respectivement non métallisé et métallisé, s'écrivent donc :

$$A(0) = \begin{bmatrix} A_{M \times M} & A_{M \times N} \\ A_{N \times M} & A_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (\text{III.15})$$

et

$$A(1) = \begin{bmatrix} A'_{M \times M} & 0_{M \times N} \\ A_{N \times M} & A_{N \times N} \end{bmatrix}$$

où  $A'_{M \times M}$  est une matrice inversible quelconque.

On obtient finalement :

$$\frac{dA}{d\eta} = \varepsilon \begin{bmatrix} A'_{M \times M} - A_{M \times M} & -A_{M \times N} \\ 0_{N \times M} & 0_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (\text{III.16})$$

avec

$$\varepsilon = \begin{cases} 1, & \text{si métallisation} \\ -1, & \text{si démétallisation} \end{cases}$$

### III.2.7. Gradient topologique discret

On explicite ce calcul dans les deux cas où on crée puis supprime une métallisation sur un patch.

- Métallisation

$X = \begin{bmatrix} X_{M \times 1} \\ X_{N \times 1} \end{bmatrix}$  représentant une solution du problème avec patch non métallisé, on a :

$$\frac{dA}{d\eta} X = \varepsilon \begin{bmatrix} A'_{M \times M} X_{M \times 1} \\ 0_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

Ceci conduit à un produit scalaire des solutions des problèmes direct et adjoint via le bloc  $A'_{M \times M}$  :

$$\text{Re}(P^* \frac{dA}{d\eta} X) = \text{Re}((P_{M \times 1}) A'_{M \times M} X_{M \times 1}) \quad (\text{III.18})$$

- Démétallisation

La différence essentielle avec le cas précédent réside dans le calcul de la solution du problème adjoint.

Le calcul effectué en éliminant les variables sur le patch revient à calculer les parties d'indices dans  $N$  des problèmes directs et adjoint, ce qui se note, avec  $C_{N \times 1}$  le second membre du problème adjoint et  $P_{N \times 1}$  sa solution :

$$(A_{N \times N})^* P_{N \times 1} = C_{N \times 1} \quad (\text{III.19})$$

et  $A_{N \times N} X_{N \times 1} = B_{N \times 1}$

Ce problème de patch métallisé, posé dans l'ensemble d'indices  $M \cup N$ , se résout avec la matrice  $A$  (1) définie plus haut, ce qui conduit bien à un vecteur  $X_{M \times 1}$  nul et au résultat :

$$\frac{dA}{d\eta} X = \varepsilon \begin{bmatrix} A_{M \times N} X_{N \times 1} \\ 0_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

ce qui correspond aux composantes du courant sur le patch.

Le second membre du problème adjoint correspond aux dérivées du critère par rapport aux composantes de  $X$ , or ce critère ne dépend que des composantes de  $X$  d'indices dans  $N$  et est donc indépendant de celles dont les indices sont dans  $M$ .

On en déduit que le vecteur  $C_{M \times 1}$  est nul, ce qui conduit au problème adjoint suivant :

$$A(1)^* P = \begin{bmatrix} (A'_{M \times M})^* & (A_{N \times M})^* \\ \mathbf{0}_{N \times M} & (A_{N \times N})^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{M \times 1} \\ P_{N \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{M \times 1} \\ C_{N \times 1} \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

$P_{N \times 1}$  étant la solution du problème adjoint calculée avec les variables du patch éliminées.

On déduit que :

$$P_{M \times 1} = -((A'_{M \times M})^*)^{-1} (A_{N \times M})^* P_{N \times 1} \quad (\text{III.22})$$

D'où on tire :

$$\text{Re}\left(P^* \frac{dA}{d\eta} X\right) = \text{Re}\left(\left((P_{N \times 1})^* A_{N \times M} (A'_{M \times M})^{-1}\right) A_{M \times N} X_{N \times 1}\right) \quad (\text{III.23})$$

### **III.3. Application de la méthode du gradient topologique pour l'optimisation de composants hyperfréquences**

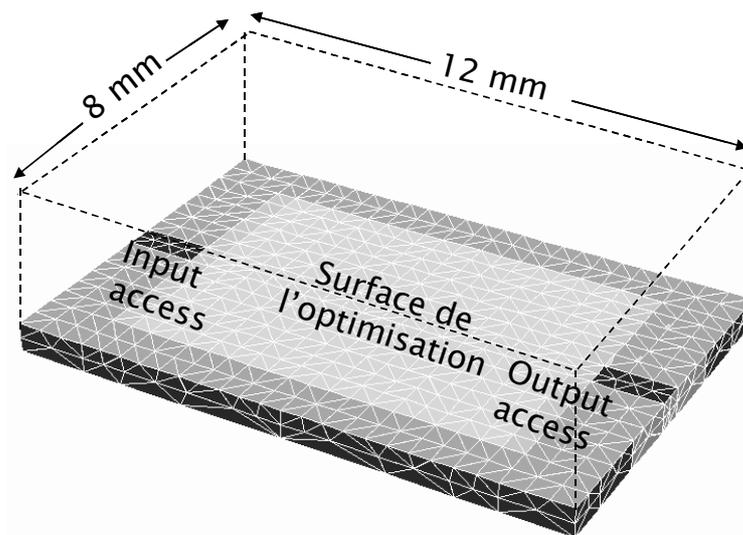
Dans sa version continue, le gradient topologique est un indicateur du changement d'état local de la caractéristique (volumique et surfacique) qui doit faire diminuer la valeur du critère. On peut donc l'utiliser dans une méthode de descente.

Dans sa version discrète, où ce gradient topologique discret est un vecteur numérique (chaque composante est associée à une facette ou un élément), on espère un comportement similaire, ce qui n'est pas vraiment assuré.

Cette technique de gradient topologique discret est appliquée à la recherche de la métallisation optimale sur la surface d'un composant micro ruban. La stratégie adoptée consiste à sélectionner les facettes à plus grande valeur de gradient et à changer leur état de métallisation. La sélection est soit limitée à un nombre de facettes, soit selon une valeur seuil de gradient. Le nombre de facettes diminue si l'itération n'a pas fait diminuer la valeur de critère. L'algorithme est arrêté lorsqu'il ne reste plus qu'une facette sélectionnée et que le changement de son état n'apporte aucune amélioration.

#### **III.3.1. Structure de test**

Nous avons appliqué la méthode du gradient topologique à l'optimisation d'une métallisation à la surface supérieure d'un substrat, le substrat étant complètement métallisé sur la face inférieure. Dans chaque cas, la métallisation est constituée d'un conducteur parfait. Le composant est borné par un boîtier métallique. Sur la surface supérieure du substrat deux lignes micro rubans sont utilisées comme accès d'entrée et de sortie. La surface supérieure du substrat est choisie comme domaine d'optimisation et est discrétisée en triangles par la méthode des éléments finis (figure III.2). Nous voulons optimiser une distribution de métal sur ces éléments de manière à ce que la fonction de coût converge vers une valeur optimale.



**Figure III.2** Modèle FEM du composant micro ruban

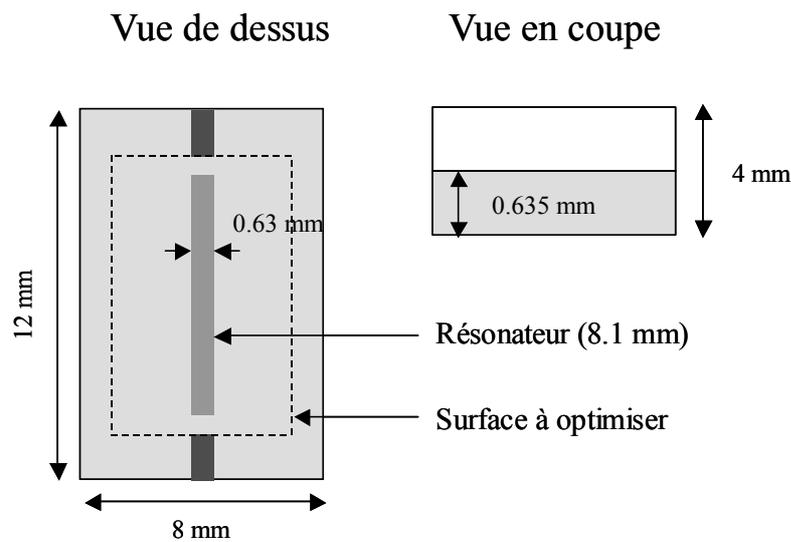
La fonction de coût à minimiser est une somme pondérée d'expressions portant sur le coefficient de transmission  $S_{21}$  à différentes valeurs de la fréquence.

$$C(S) = \sum_i p_i \left| 10 \log_{10} \left( \left| S_{21}^c(f_i) \right|^2 \right) - 10 \log_{10} \left( \left| S_{21}^r(f_i) \right|^2 \right) \right|^2 \quad (\text{III.24})$$

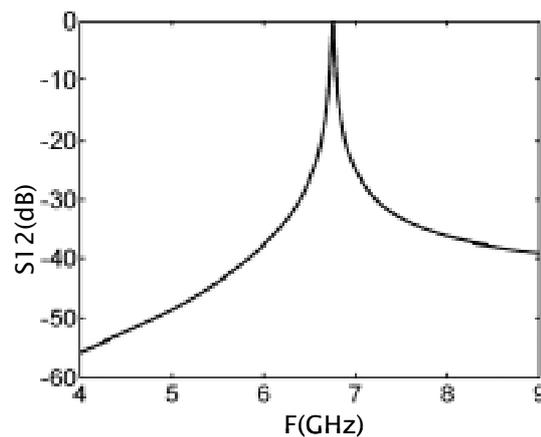
$f_i$  et  $p_i$  sont respectivement les fréquences d'évaluation de la fonction coût et les poids associés à ces fréquences.  $S_{21}^r$  et  $S_{21}^c$  sont respectivement les paramètres S idéaux (de référence) et les paramètres S calculés correspondant à une distribution donnée de métal.

### III.3.2. Structure de référence

Afin de construire une référence, un résonateur d'une demi-longueur d'onde (7,2 millimètres) est défini sur le substrat supérieur, à l'intérieur de la surface de l'optimisation (figure III.3). Le paramètre  $S_{21}^r$  en dB lié à ce résonateur est présenté sur la figure III.4.



**Figure III.3** Résonateur micro ruban, vues de dessus et en coupe



**Figure III.4** Paramètre  $S_{21}$  en dB du résonateur micro ruban (référence)

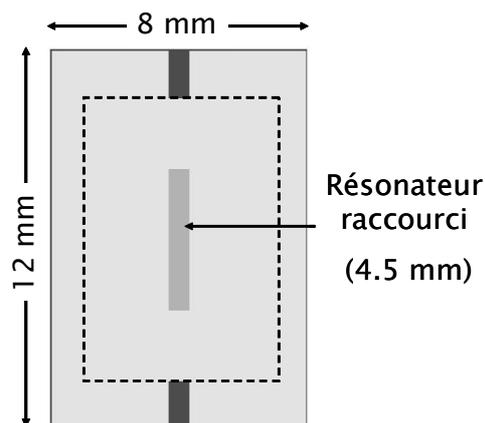
Les valeurs du paramètre  $S_{21}$  obtenues avec ce résonateur demi onde vont constituer des valeurs de référence ( $S_{21}^r$ ) pour le calcul de la fonction de coût lorsque nous optimiserons la distribution de métal à la surface du substrat.

Dans les parties suivantes, nous allons appliquer la méthode du gradient topologique à partir de différentes conditions initiales pour converger vers ce comportement de référence. À chaque itération, des sensibilités sont calculées sur chaque élément, et des éléments avec de plus grands gradients sont métallisés.

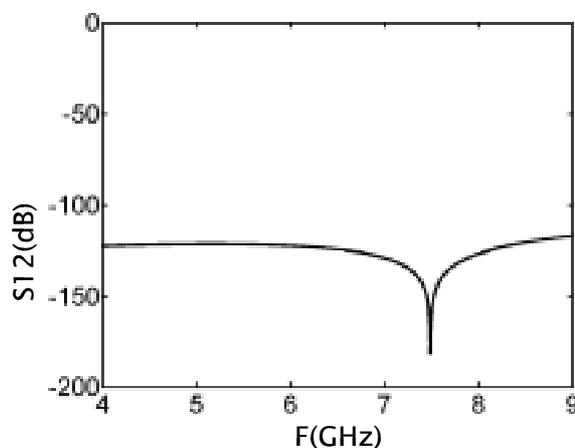
### III.3.3. Optimisation de la structure de test

#### III.3.3.1. Optimisation à partir d'un résonateur raccourci

On grave au départ un ruban plus court (figure III.5), ce qui donne la réponse initiale de la figure III.6, très différente de celle que l'on désire atteindre.



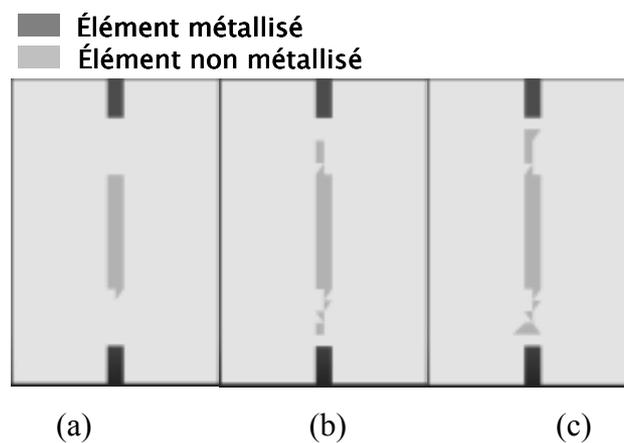
**Figure III.5** Résonateur raccourci (condition initiale) : vue de la surface du substrat



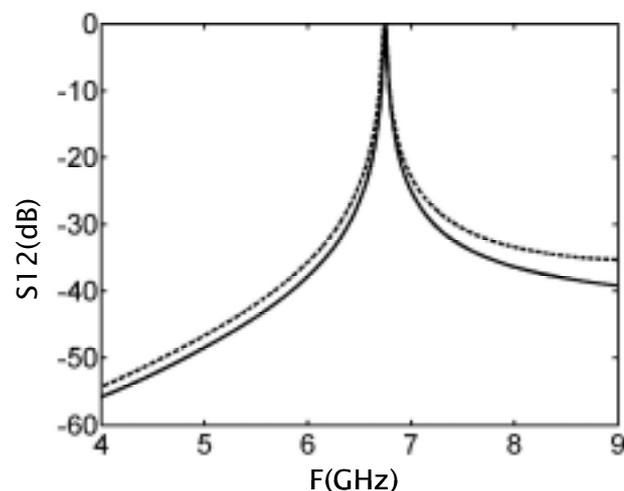
**Figure III.6** Paramètre  $S_{21}$  en dB du résonateur raccourci (Fig. III.5)

La surface est discrétisée avec 480 triangles, correspondant à  $\lambda/30$  pour la taille des éléments. Cette discrétisation est la même que celle utilisée pour calculer la référence. La condition d'arrêt pour l'algorithme est un nombre maximal d'itérations ou la convergence dans un optimum local.

En appliquant une stratégie de métallisation d'une seule facette à chaque itération, l'optimisation s'arrête après 15 itérations et la distribution des facettes métalliques est présentée sur la figure III-7. Chaque itération, comprenant un calcul électromagnétique et l'évaluation du gradient topologique, nécessite environ 2 minutes. Le paramètre  $S_{21}$  optimisé est comparé à la référence sur la figure III-8.

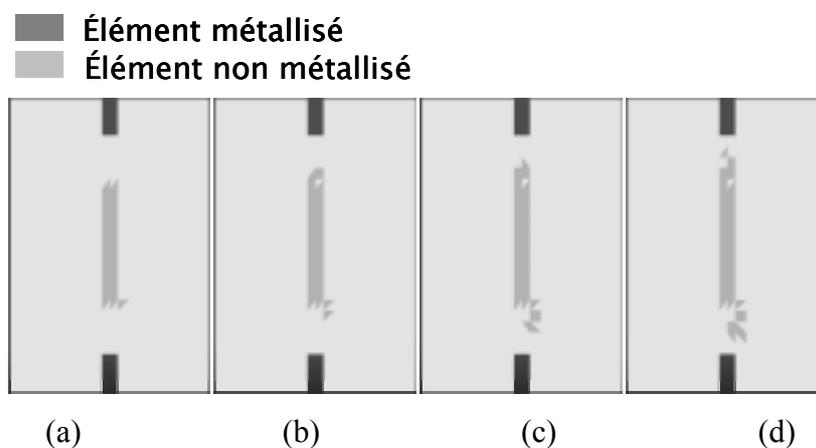


**Figure III.7** Distribution des facettes métallisées  
(1 élément métallisé à chaque itération)  
a) 1<sup>ère</sup>, b) 10<sup>ème</sup> et c) 15<sup>ème</sup> itérations

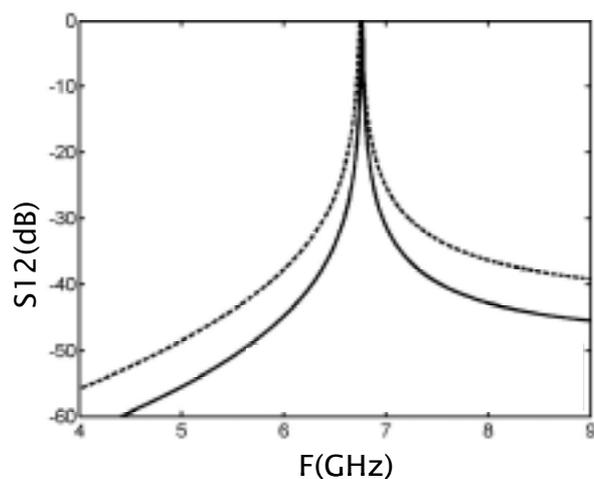


**Figure III.8** Paramètre  $S_{21}$  en dB obtenu après optimisation (distribution Fig. III.7c)  
(---) résultat optimisé, (—) résultat de référence

Lorsqu'on métallise 5 facettes à chaque itération, on obtient les résultats reportés aux figures III-9 et III-10.



**Figure III.9** Distribution des facettes métallisées  
(5 éléments métallisés à chaque itération)  
a) 1<sup>ère</sup>, b) 2<sup>ème</sup>, c) 3<sup>ème</sup>, d) 4<sup>ème</sup> itérations



**Figure III.10** Paramètre  $S_{21}$  en dB obtenu après optimisation (distribution Fig.III.9 d)  
(---) résultat optimisé, (—) résultat de référence

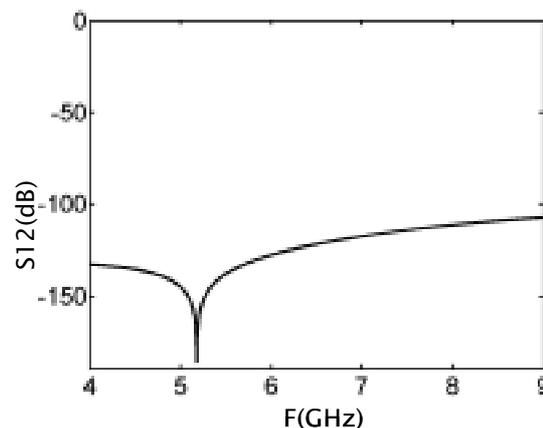
Les résultats précédents montrent tout d'abord que l'algorithme converge avec cette version discrète du gradient topologique.

Ensuite, la stratégie suivie (notamment le nombre de facettes changeant d'état à chaque itération) influe sur la convergence de l'optimisation et dans chaque cas, on stoppe dans un minimum local puisque le minimum global connu (même discrétisation) n'est pas atteint.

Notons qu'en utilisant une discrétisation plus grossière de la structure, la convergence n'est pas améliorée, même si le nombre de variables diminue sensiblement.

### III.3.3.2. Optimisation à partir d'une surface entièrement démetallisée

On part maintenant d'une surface de substrat vierge. Nous soulignons que le paramètre  $S_{21}$  obtenu avec cet état initial est toujours complètement différent de notre référence (figure III.11).



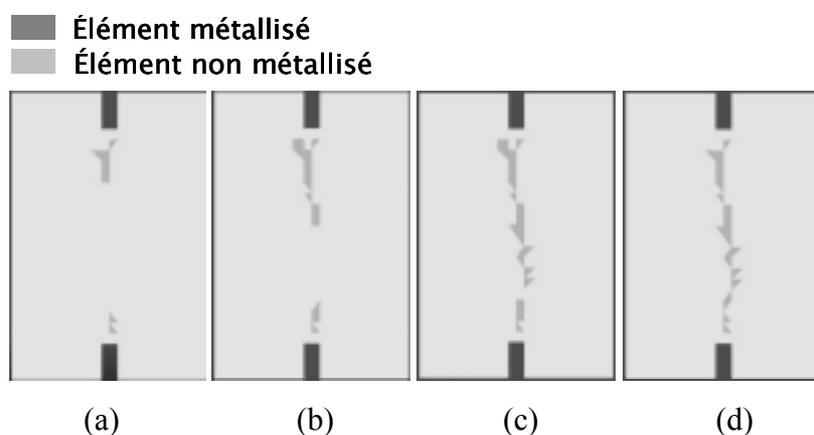
**Figure III.11** Paramètre  $S_{21}$  en dB de la surface non métallisée

Comme l'exemple précédente, la surface est discrétisée avec 480 triangles, correspondant à  $\lambda/30$  pour la taille des éléments. L'optimisation en modifiant un patch à chaque itération s'arrête après 36 itérations et la distribution des facettes métalliques est présentée sur la figure III-12.

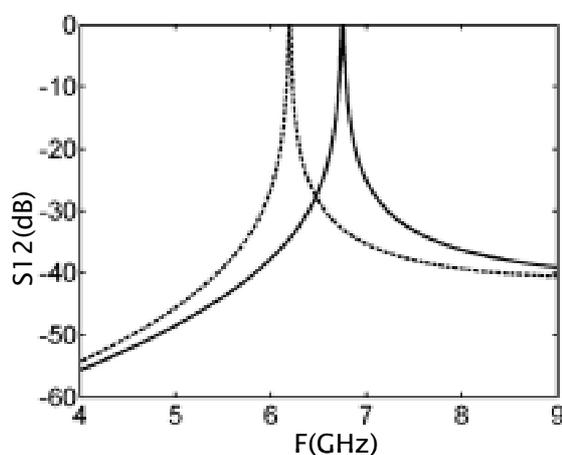
La configuration exacte correspondant au résonateur de demi-longueur d'onde n'est pas récupérée, mais la longueur électrique de la forme optimisée permet de l'assimiler à ce résonateur. Le paramètre  $S_{21}$  optimisé est comparé à la référence sur la figure III.13.

Sur les figures III-14 et III-15 on trouve les résultats obtenus en regroupant deux facettes du maillage pour obtenir un patch carré en limitant la modification à un patch à chaque itération.

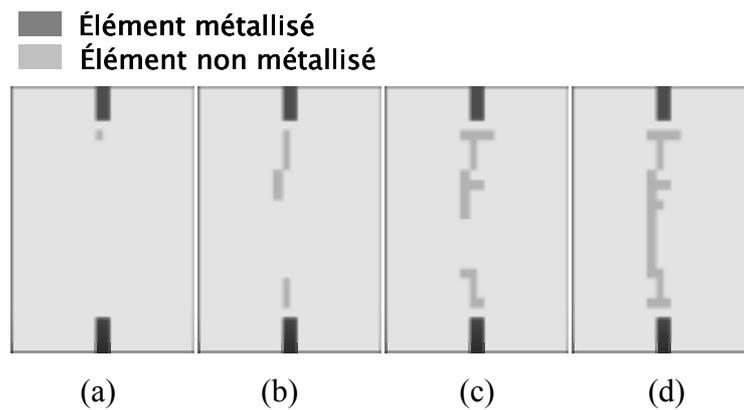
Les résultats obtenus à partir de ces différentes conditions initiales montrent donc que pour ce type de problème, le gradient topologique ne peut pas éviter de converger vers un optimum local, même en jouant avec la taille et la forme des patches ou la stratégie de convergence.



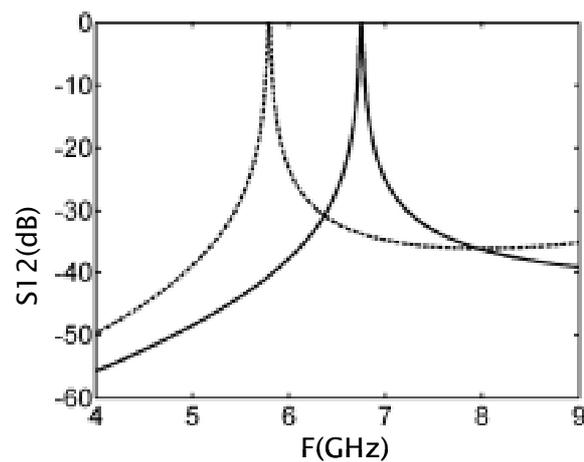
**Figure III.12** Distributions des facettes métallisées  
(1 élément métallisé à chaque itération)  
a) 10<sup>ème</sup>, b) 20<sup>ème</sup>, c) 30<sup>ème</sup> et d) 36<sup>ème</sup> itérations



**Figure III.13** Paramètre  $S_{21}$  en dB obtenu après optimisation (distribution Fig.III.12 d)  
(---) résultat optimisé, (—) résultat de référence



**Figure III.14** Distributions des facettes métallisées  
(1 élément rectangulaire métallisé à chaque itération)  
a) 1<sup>ère</sup>, b) 10<sup>ème</sup>, c) 20<sup>ème</sup> et d) 30<sup>ème</sup> itérations

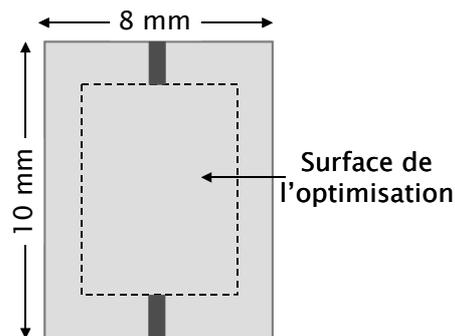


**Figure III.15** Paramètre  $S_{21}$  en dB obtenu après optimisation (distribution Fig.III.14 d)  
(---) résultat optimisé, (—) résultat de référence

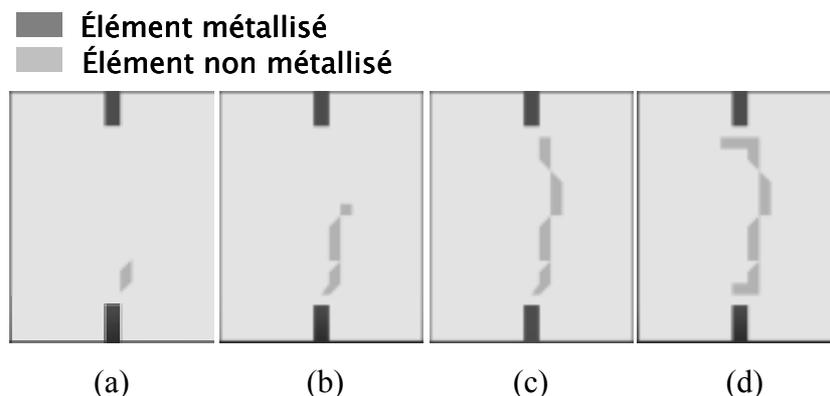
### III.3.3.3. Optimisation à partir d'une surface raccourcie démétallisée

Dans le test suivant, la surface du composant est raccourcie, comme représenté dans la figure III-16: La distance entre les lignes micro rubans d'entrée-sortie est diminuée et, par conséquent, la surface considérée pour l'optimisation topologique est également réduite. Le paramètre  $S_{21}$  sans aucun élément métallique initial est inférieur à -100dB sur la bande de fréquence d'intérêt. La structure de référence est encore le résonateur présenté sur la figure III.3.

La surface est discrétisée avec 396 triangles de taille  $\lambda/30$ . L'optimisation s'arrête après 34 itérations et la distribution des éléments métalliques est présentée sur la figure III-17. La forme optimisée est comparable à un résonateur replié d'une demi-longueur d'onde et le paramètre  $S_{21}$  optimisé est montré sur la figure III-18.

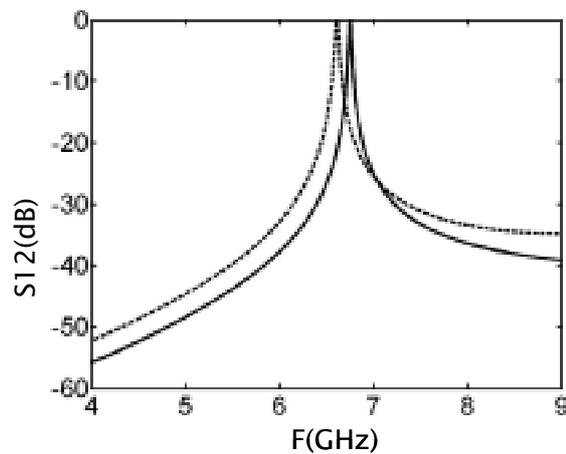


**Figure III.16** Surface non métallisée et raccourcie (condition initiale)



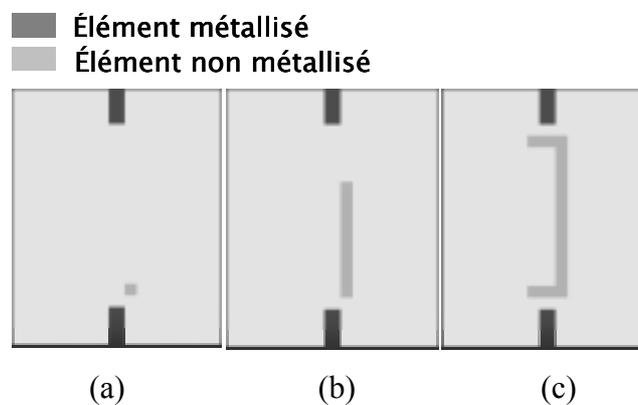
**Figure III.17** Distribution des facettes métallisées

a) 4<sup>ème</sup>, b) 14<sup>ème</sup>, c) 24<sup>ème</sup> et d) 34<sup>ème</sup> itérations

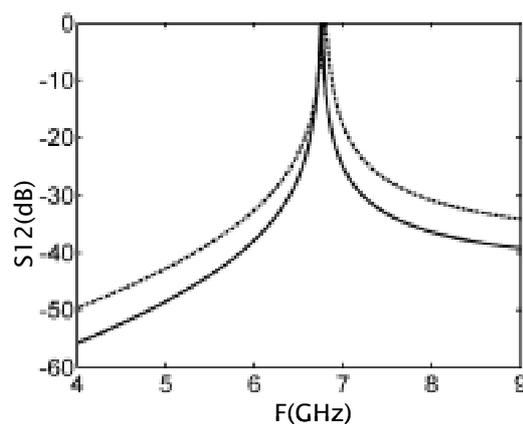


**Figure III.18** Paramètre  $S_{21}$  en dB obtenu après optimisation (distribution Fig.III.17 d)  
 (---) résultat optimisé, (—) résultat de référence

Sur les figures III-19 et III-20, on trouve les résultats obtenus en regroupant deux facettes pour obtenir un patch carré et en limitant la modification à un patch à chaque itération.



**Figure III.19** Distributions des facettes métallisées  
 a) 1<sup>ère</sup>, b) 10<sup>ème</sup> et c) 20<sup>ème</sup> itérations



**Figure III.20** Paramètre S21 en dB obtenu après optimisation (distribution Fig.III.19c)  
(---) résultat optimisé, (—) résultat de référence

### III.3.4. Conclusion

En première conclusion sur ce cas test, le gradient topologique réussit à converger vers un optimum local quelles que soient les conditions initiales choisies : ceci valide donc la formulation discrète du gradient topologique qui est employée.

Cependant, la convergence dépend fortement :

- De la distribution de métal choisie initialement
- De la forme des éléments topologiques (patches)
- Du nombre d'éléments topologiques modifiés à chaque itération

En effet, l'application stricte du gradient topologique oblige à minimiser la fonction de coût à chaque itération. Ceci conduit fatalement à un minimum local dont l'algorithme ne sait plus sortir.

Nous proposons dans la dernière partie de ce chapitre une approche pour tenter de résoudre ce problème en hybridant la méthode du gradient topologique avec une méthode acceptant d'explorer le domaine d'optimisation en dehors de l'optimum local.

### **III.4. Hybridation de la méthode du gradient topologique avec une méthode d'algorithme génétique**

Malgré sa généralité, la méthode du gradient topologique se bloque généralement dans un optimum local, car cette méthode appliquée directement est locale comme toutes les approches de type gradient.

L'interface de concepts heuristiques plus globaux avec la méthode du gradient topologique peut produire une méthode plus efficace en face d'un problème avec de nombreux optimums locaux sans risque toutefois de tomber dans un processus long généralement engendré par des méthodes purement aléatoires qui est incompatible avec une méthode d'analyse nécessitant un temps de calcul non-négligeable.

Ici le gradient topologique est combiné avec un algorithme génétique en considérant les avantages d'exploration globale d'une méthode heuristique et la convergence locale très rapide gouvernée par la méthode du gradient topologique.

Nous présentons ici le concept de cette hybridation, le problème de la discrétisation qui doit être différente pour combiner efficacement les méthodes, l'algorithme génétique employé et finalement la méthode hybride proposée.

#### **III.4.1. Concept de la méthode hybride**

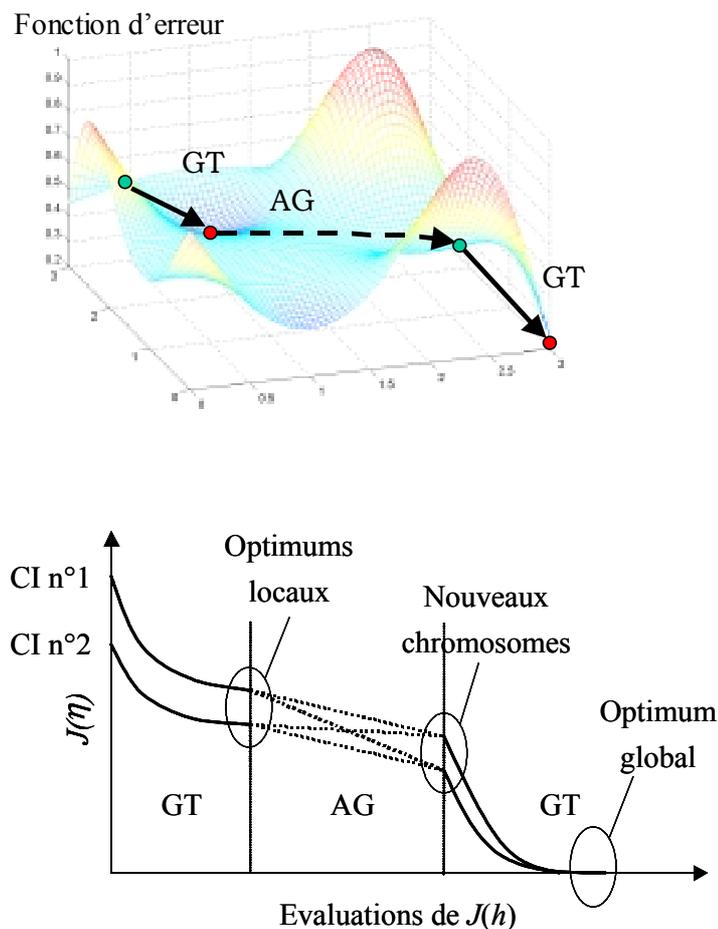
Le concept consiste à appliquer le gradient topologique à partir de deux états initiaux complètement différents (surface entièrement métallisée et surface entièrement démétallisée par exemple).

Si l'optimisation avec le gradient topologique converge jusqu'au résultat désiré en terme de fonction de coût, dans l'un et/ou l'autre des deux cas, l'optimisation est terminée. Sinon, la présence de deux résultats différents, non acceptables par rapport aux valeurs de la fonction de coût, nous confirme la convergence vers des optimums locaux (figure III-21).

Dans ce dernier cas, les deux optimums sont utilisés en entrée d'un algorithme génétique qui va explorer plus largement l'espace d'optimisation jusqu'à ce qu'il génère 2 individus ayant chacun une fonction de coût associée inférieure aux fonctions de coût des deux optimums précédents.

Dès que ces individus sont générés, l'optimisation avec la méthode du gradient topologique est répétée. Cette alternance entre algorithme génétique et gradient topologique est répétée jusqu'à atteindre l'optimum global ou satisfaire un critère d'arrêt.

Notons que dans [13], un algorithme génétique est appliqué directement pour optimiser la forme de la structure. Cela nécessite d'une part de disposer d'un modèle réduit moins coûteux en terme de temps de calcul pour évaluer la fonction de coût et d'autre part de limiter le nombre de variables.



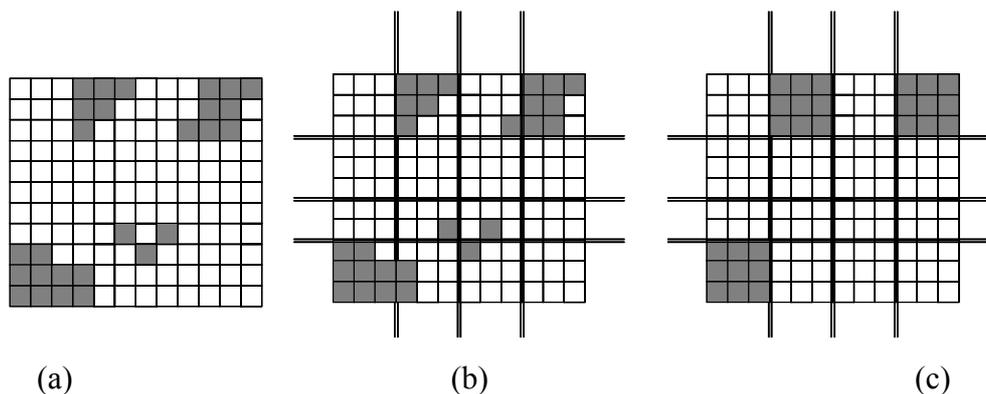
**Figure III.21** Concept d'hybridation du gradient topologique avec un algorithme génétique pour résoudre les problèmes d'optimums locaux

Pour échanger les solutions entre le gradient topologique et l'algorithme génétique, deux discrétisations différentes sont utilisées.

### III.4.2. Discrétisations

Pour explorer globalement l'espace d'optimisation et trouver dans un temps raisonnable un optimum avec une méthode évolutionnaire, le nombre de variables ne doit pas être trop important, en tout cas beaucoup moins important que pour trouver une solution suffisamment fine avec la méthode du gradient topologique.

Le domaine d'optimisation sélectionné est donc discrétisé par deux maillages différents. D'abord, un maillage assez fin, nécessaire pour garantir l'exactitude des calculs pour le gradient topologique, l'autre plus large pour être convertible en chromosomes appropriés dans l'algorithme génétique. La surface optimisée par le gradient topologique est convertie en cellules plus grandes de manière à capturer la plupart des éléments définissant la forme optimisée. Les cellules sont ensuite transformées sous la forme de chromosomes pour l'algorithme génétique (figure III-22).



**Figure III.22** Conversion d'une solution optimisée par le gradient topologique en chromosome pour l'algorithme génétique

- a) Solution optimisée par le gradient topologique
- b) Création de cellules acceptables pour l'algorithme génétique
- c) Homogénéisation des cellules pour l'algorithme génétique

Le chromosome à 16 bits est (0101 0000 0000 1000).

### III.4.3. Algorithme génétique

Les algorithmes génétiques (AG) sont des méthodes adaptatives généralement utilisées dans les problèmes d'optimisation. Ils sont basés sur le processus d'évolution génétique des organismes biologiques à travers les générations selon la théorie de l'évolution de Darwin.

Les algorithmes évolutionnaires appliqués à un problème d'optimisation font évoluer un ensemble de solutions candidates, constituant une population d'individus (ou de chromosomes). Un individu représente une solution possible au problème donné. Après une mesure de la qualité de chaque individu par rapport à sa fonction d'adaptation, une nouvelle population est produite en sélectionnant les parents parmi les meilleurs individus de la génération actuelle pour effectuer des croisements et des mutations. La nouvelle population contient ainsi une plus grande proportion des caractéristiques des meilleurs individus de la génération précédente. De cette façon, les meilleurs gènes se propagent dans la population en se combinant ou en échangeant les meilleurs traits.

La population initiale peut être obtenue par génération aléatoire, de façon heuristique ou directement choisie par l'utilisateur. Ici, la population initiale est constituée des solutions obtenues par la méthode de gradient topologique et un pourcentage fixé d'individus sont générés aléatoirement.

#### III.4.3.1. Sélections

Pendant la phase de reproduction, les individus sont sélectionnés et leurs structures sont ensuite modifiées (croisement, mutation) pour générer de nouveaux individus (enfants) qui vont former la génération suivante. Différentes stratégies existent pour maintenir la population constante :

- La stratégie *élitiste* favorise le meilleur individu. Ce dernier reçoit un traitement d'élite et n'est jamais effacé de la population.
- La stratégie de *renouvellement de la population* (*generational replacement*) remplace la population entière par des individus nouvellement créés. Cette stratégie est facile à implémenter mais elle peut faire perdre les traces de la recherche par élimination systématique des individus.
- La stratégie *un-seul-à-la-fois* (*steady state*) consiste à sélectionner dans la population initiale uniquement deux parents.

Il existe alors plusieurs méthodes pour sélectionner les parents, nous en présentons ici 3.

#### I.4.3.1.1. Sélection de la roue de la fortune

Dans la sélection par la roue de la fortune, les parents sont choisis avec une probabilité proportionnelle à leur fonction d'adaptation. Par exemple, un individu avec une fonction d'adaptation de  $2*J_0$  aura deux fois plus de chance que celui qui n'a que  $J_0$  [14]. Dans une population de  $N$  individus. La probabilité de sélection est la suivante :

$$\forall i \in N, p(x_i) = \frac{J(x_i)}{\sum_{j=1, \dots, N} J(x_j)}$$

Avec cette sélection, chaque individu  $x_i$  peut être choisi plusieurs fois pour être mis dans le groupe de reproduction (croisement et mutation). Pour éviter qu'un même individu ne soit sélectionné trop souvent, une méthode de probabilité cumulée peut être utilisée [15].

#### I.4.3.1.2. Sélection par rang de classement

Dans ce schéma de sélection, les individus d'une population sont classés dans une liste selon l'ordre croissant de leur fonction d'adaptation. La probabilité de sélection est alors proportionnelle à leur rang dans la liste [16, 17].

#### I.4.3.1.3. Sélection par tournoi

Cette méthode consiste à prélever un échantillon de  $n$  individus parmi  $N$  (2 minimums) à chaque tournoi, c'est à dire, à chaque fois qu'on a besoin d'ajouter ou de remplacer un parent

dans le bassin de reproduction. Le meilleur individu de cet échantillon est choisi pour être parent. La taille de l'échantillon détermine le degré de compétition.

Les enfants (nouveaux individus) sont ensuite générés par croisement et mutation des parents. Parents et enfants cohabitent dans la même population pendant plusieurs générations. Il arrive qu'un individu ne soit jamais sélectionné pour être parent. Une solution consiste à affecter une durée de vie à chaque individu, appelée aussi « taux de dégénérescence ». Lorsque la présence d'un individu dans la population dépasse la durée maximale affectée au nombre de générations, il est éliminé de la population.

### III.4.3.2. Croisements

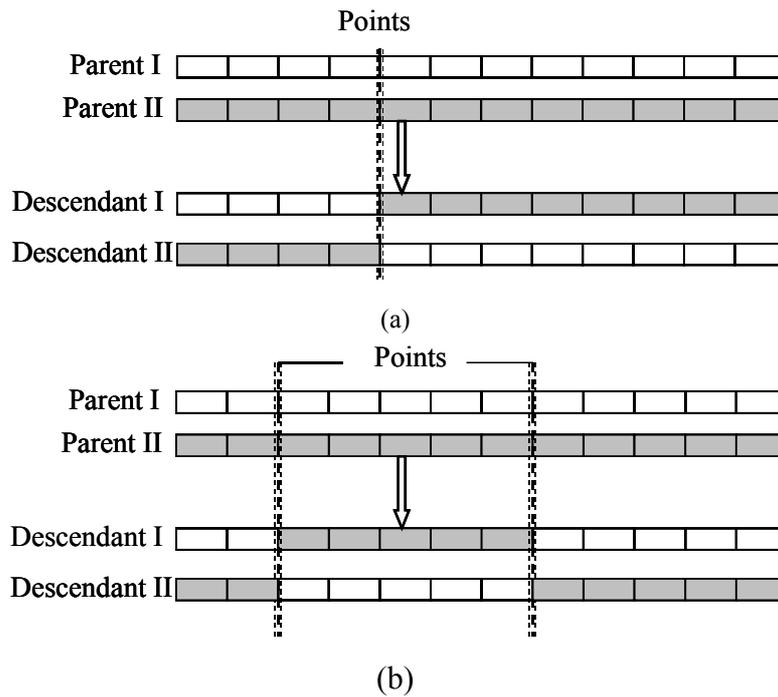
Dans un algorithme génétique, des parties des individus sélectionnés (parents) sont échangées par croisement. Le croisement peut être effectué sur un ou plusieurs parents pour former un ou plusieurs enfants (ou descendants). Il existe, là aussi, de nombreuses méthodes de croisement.

Nous présentons ici les croisements classiques, qui sont le croisement en un point, le croisement en deux points et le croisement uniforme, et d'autres méthodes de croisement appelées le croisement diagonal et le croisement de bloc. Ces derniers opérateurs sont bien adaptés à la transmission des propriétés topologiques entre les parents et les descendants.

#### I.4.3.2.1. Croisement en un et deux points

Le croisement en un point est un croisement simple défini par  $k$ , le point de croisement, et  $l$ , la longueur de la chaîne représentant l'individu. Les deux descendants sont créés en échangeant tous les caractères compris entre  $k+1$  et  $l$ .

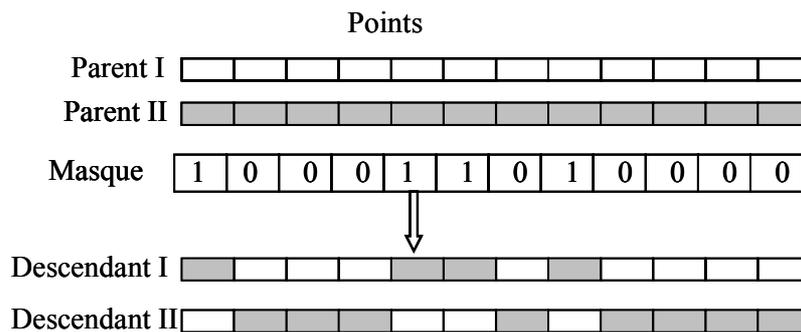
Le croisement en deux points nécessite, comme son nom l'indique, deux points de croisement. Tout ce qui se situe entre ces points sera échangé entre les parents pour donner les nouveaux individus.



**Figure III.23** Croisement en (a) un, (b) deux point

#### I.4.3.2.2. Croisement uniforme

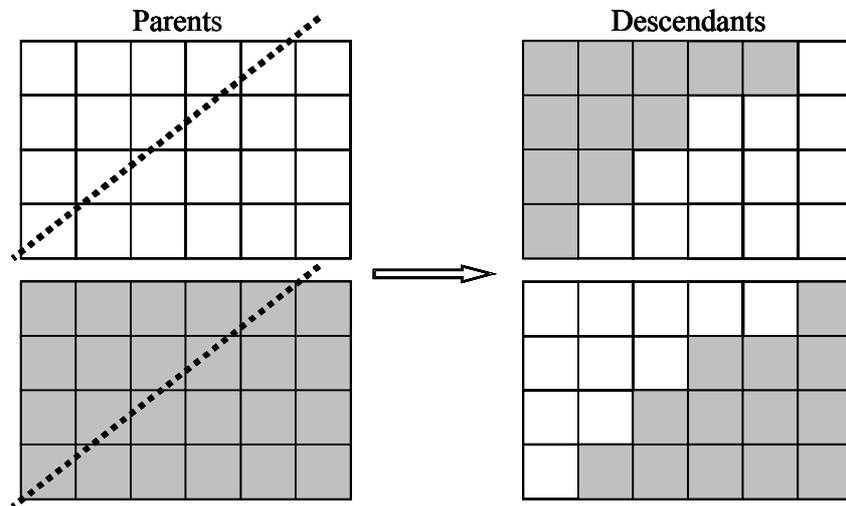
Le croisement binaire utilise un masque (en binaire) de même longueur que les parents. Chaque 1 contenu dans le masque déclenche de l'inversion du gène visé avec celui de l'autre parent.



**Figure III.24** Croisement uniforme

### I.4.3.2.3. Croisement diagonal

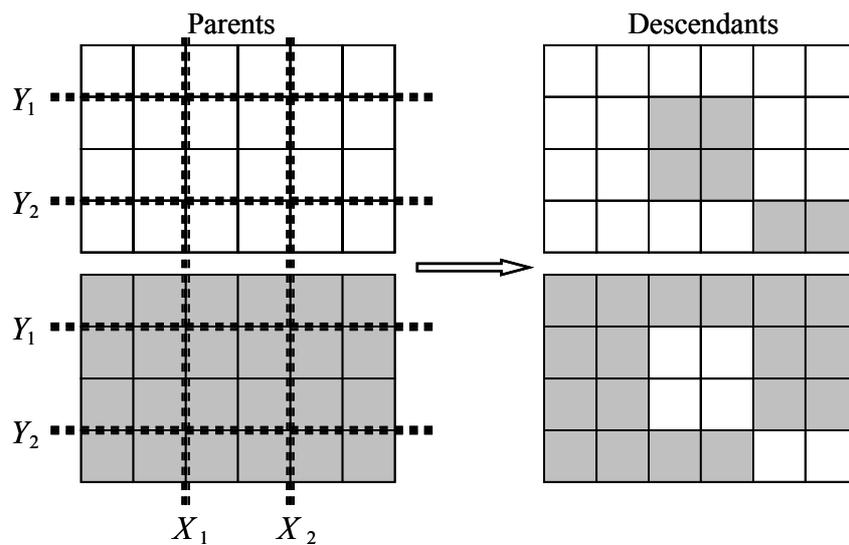
Le croisement diagonal comporte un choix aléatoire de la ligne d'échange et échange les parties inférieures et/ou supérieures des parents pour générer les descendants.



**Figure III.25** Croisement diagonal

### I.4.3.2.4. Croisement par bloc

Le croisement par bloc implique le choix aléatoire des points  $X_1, X_2, Y_1, Y_2$ , définissant 9 blocs dans les deux structures, puis le choix aléatoire des blocs à échanger.



**Figure III.26** Croisement par bloc

### III.4.3.3. Mutations

La mutation procède classiquement en renversant aléatoirement quelques bits. On présente ici deux genres de mutations: la mutation de frontière et la mutation épistatique.

#### I.4.3.3.1. Mutation de frontière

Dans la mutation de frontière, les éléments renversés sont sélectionnés parmi les éléments à proximité de la frontière de la structure. Cette mutation effectue de légères modifications de l'individu. En particulier, il ne modifie pas beaucoup la topologie de la structure, et pourrait être utilisé avec la méthode d'optimisation de forme classique de variation de domaine.

#### I.4.3.3.2. Mutation épistatique

Dans la mutation épistatique, le but est de générer une population diversifiée: il est bien connu que la population génétique tend classiquement à devenir homogène, c'est à dire que la proportion d'individus possédant certains bits à la même valeur augmente régulièrement dans la population. Cette perte de diversité est préjudiciable à l'optimisation, puisque l'intérêt est d'obtenir de la diversité pour améliorer l'exploration. La mutation épistatique choisit et renverse ainsi le bit dont la valeur est presque constante dans la population, afin de réintroduire de la diversité.

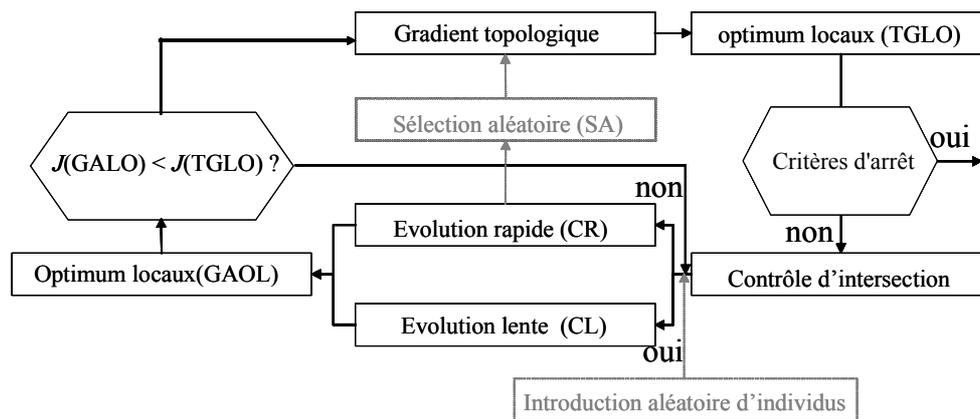
### III.4.4. Boucle d'optimisation

L'algorithme génétique est utilisé jusqu'à obtenir une fonction de coût acceptable pour arrêter le processus ou au moins deux individus avec une fonction de coût inférieure aux fonctions de coût des optimums locaux dans lequel était auparavant bloqué le gradient topologique.

Dès que ces deux individus sont obtenus, l'optimiseur hybride sort des optimums locaux. Les deux individus sont alors utilisés comme conditions initiales de l'optimisation par la méthode du gradient topologique.

L'alternance entre les deux méthodes continue jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit satisfait.

L'organigramme de l'optimiseur hybride est présenté sur la figure III.27.



**Figure III.27** Organigramme de l'optimiseur hybride combinant le gradient topologique avec un algorithme génétique

Les différents blocs de l'organigramme sont détaillés ici :

*Gradient topologique* – La procédure démarre de deux configurations initiales et converge itérativement vers deux optimum en modifiant les éléments topologiques (0-1 ou 1-0) par la méthode du gradient topologique.

*Critères d'arrêt* – C'est une minimisation ou une maximisation spécifique de la fonction de coût. Ce bloc sera satisfait dans deux cas : si au moins un des résultats obtenus par le gradient topologique atteint le minimum indiqué (terminatif) ou si le nombre maximal d'itérations est atteint.

*Contrôle d'intersection* – Ce bloc contrôle si les chromosomes générés à partir des optimums locaux différents sont différents ou non. Si la réponse est oui, cela signifie que les deux chromosomes peuvent être utilisés en entrée de l'algorithme génétique ; si la réponse est non, il faudra employer plus de mutation dans l'algorithme génétique pour introduire de la diversité.

*Introduction aléatoire d'individus*– Ce bloc introduit de nouveaux individus en modifiant aléatoirement des bits aux chromosomes obtenus à partir des optimums du gradient topologique avant d'entrer dans le bloc d'évolution génétique.

*Evolution à convergence lente (CL)* – Dans cette approche l'algorithme est lancé avec une probabilité de mutation fixée à des valeurs élevées (50%) et une probabilité de croisement fixée à une valeur basse (50%).

*Evolution à convergence rapide (CR)* – Dans cette approche l’algorithme est lancé avec une probabilité de mutation fixée à des valeurs plus basses (20-30 %) et une probabilité de croisement fixée à des valeurs plus élevées.

*Sélection aléatoire (SA)* – Ce bloc envoie des chromosomes choisis aléatoirement au bloc de gradient topologique lorsque plusieurs générations n’ont pas permis d’identifier de nouveaux individus avec une fonction d’adaptation satisfaisante.

### **III.4.5. Application de la méthode d’optimisation topologique hybride**

La méthode d’optimisation hybride proposée est testée sur le composant micro-ruban.

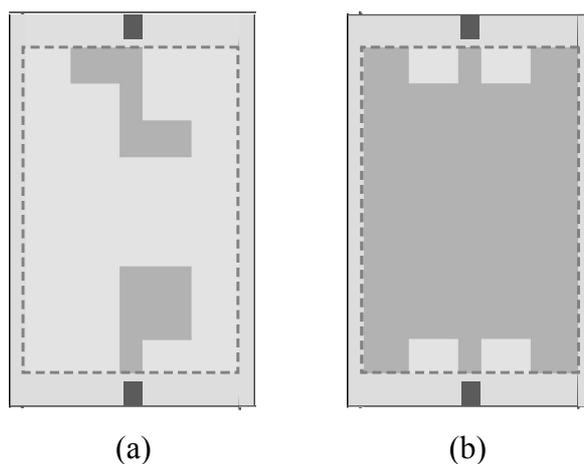
La surface d’optimisation est décomposée en 90 éléments topologiques rectangulaires pour le gradient topologique et en 30 éléments pour l’algorithme génétique.

Les deux conditions initiales choisies pour l’application du gradient topologique sont d’une part la surface entièrement non métallisée et d’autre part la surface d’optimisation complètement métallisée. La fonction de coût dépend de l’écart entre les paramètres  $S_{21}$  courants et les paramètres  $S_{21}$  de référence (résonateur demi onde).

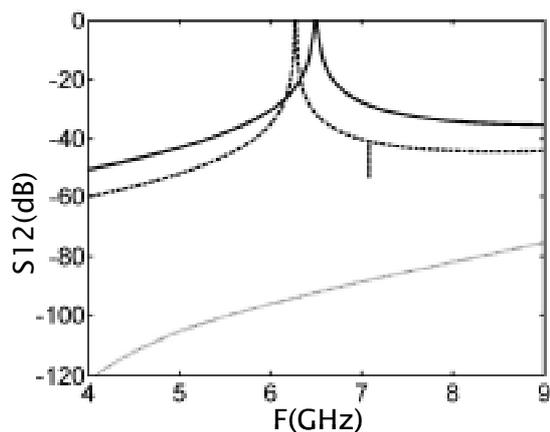
À chaque itération, les sensibilités sont calculées sur chaque élément, et les éléments avec les plus grands gradients sont métallisés ou non métallisés suivant le cas (métallisation pour un état initial non métallisé et démétallisation pour l’état initial complètement métallisé). La condition d’arrêt de l’algorithme est une valeur seuil atteinte par la fonction de coût ou un arrêt de la convergence (optimum local).

L’optimisation par la méthode du gradient topologique conduit à deux optimums locaux après 14 itérations pour le cas entièrement métallisé et 8 itérations sur le cas démétallisé.

Les distributions des éléments métalliques pour ces deux optimums locaux sont présentées sur la figure III-28, et, sur la figure III-29, les paramètres  $S_{21}$  obtenus sont comparés avec la référence (résonateur demi onde).

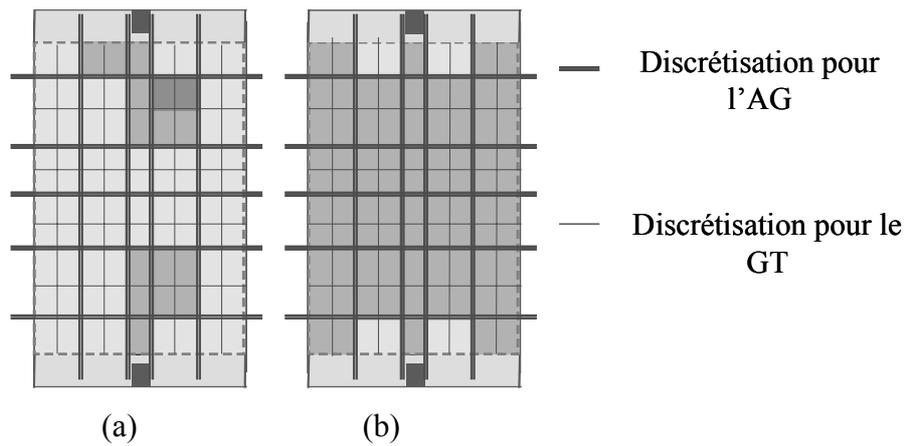


**Figure III.28** Distributions de métal après la première application du gradient topologique quand l'état initial est :  
a) surface non métallisée, b) surface métallisée



**Figure III.29** Paramètres S21 obtenus après optimisation par la méthode du gradient topologique (première application) quand l'état initial est :  
(---) distribution Fig.III.28-a, (-.-.) distribution Fig.III.28-b, (—) référence

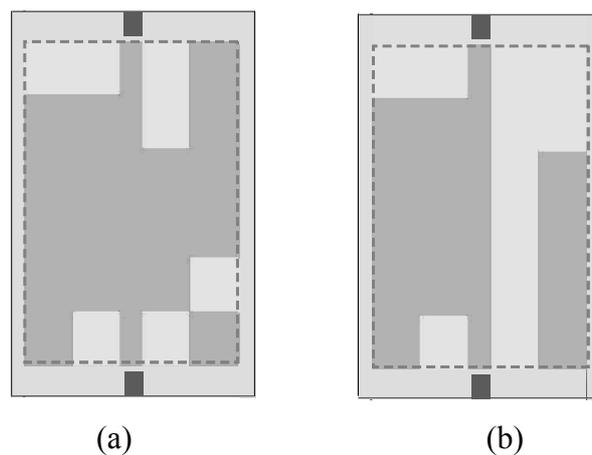
Les deux optimums locaux sont ensuite convertis sur une grille avec 30 cellules, puis en chromosomes à 30 bits. Les optimums obtenus avec le gradient topologique sont modifiés lors de la conversion comme présenté sur la figure III.30.



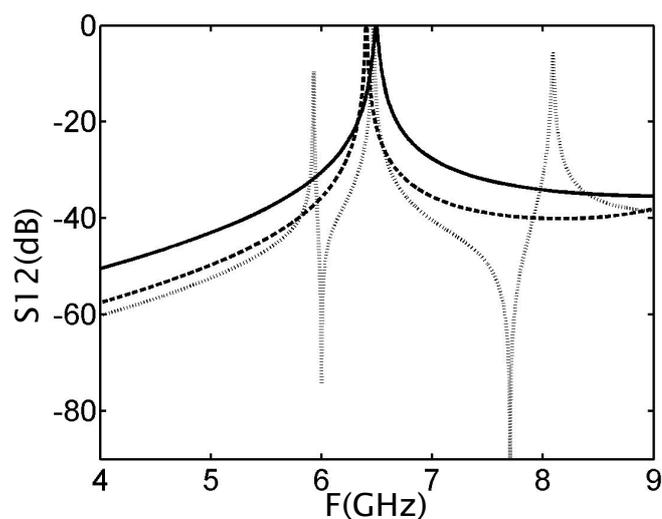
**Figure III.30** Modification des optimums locaux (Fig. III.28) pour conversion en chromosomes compatibles avec l'algorithme génétique  
a) surface non métallisée, b) surface métallisée.

Les chromosomes générés sont envoyés dans le bloc d'évolution génétique. Les méthodes utilisées pour l'évolution des chromosomes sont la mutation de frontières et le croisement par blocs.

Les chromosomes sortent de l'algorithme génétique après 5 itérations (générations). Sur la figure III-32, les paramètres  $S_{21}$  obtenus sont comparés avec la référence (résonateur demi onde), et les distributions des éléments métalliques pour ces deux optimums locaux sont présentées sur la figure III-31.



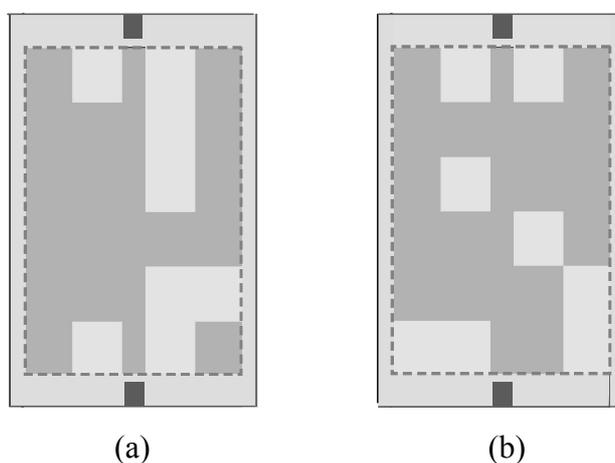
**Figure III.31** Distributions de métal après optimisation par l'algorithme génétique (première application).



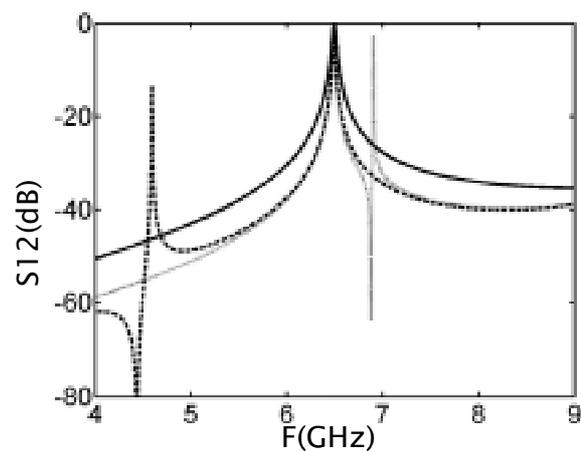
**Figure III.32** Paramètres S21 obtenus après optimisation par l'algorithme génétique:

(---) distribution Fig.III.31-a, (....) distribution Fig.III.31-b, (—) référence

Les deux chromosomes sont alors appliqués comme conditions initiales à l'entrée de l'algorithme du gradient topologique. Les paramètres S et la distribution des éléments métalliques après 15 itérations lors de la deuxième application du gradient topologique sont présentés respectivement sur les figures III.34 et III.33.



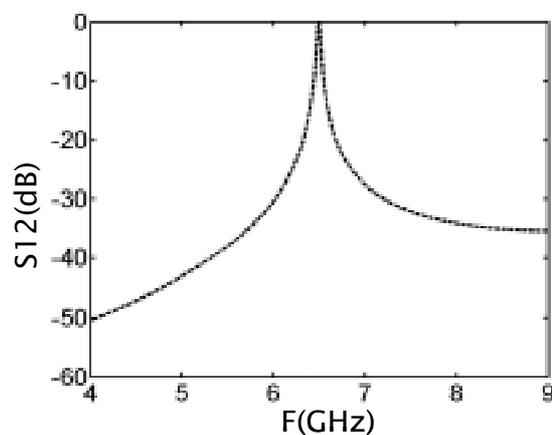
**Figure III.33** Distributions de métal après optimisation par le gradient topologique (deuxième application).



**Figure III.34** Paramètres S obtenus après optimisation par le gradient topologique (deuxième application):

(....) distribution Fig. III.33-a, (---) distribution Fig. III.33-b, (—) référence.

L'optimisation hybride stoppe après trois applications du gradient topologique et deux applications de l'algorithme génétique. Les paramètres S, montrés sur la figure III.35, et la distribution des éléments métalliques convergent finalement sur le modèle de référence (optimum global).



**Figure III.35** Paramètre  $S_{21}$  obtenu pour la solution optimisée après 3 applications du gradient topologique et 2 applications de l'algorithme génétique:

(---) résultat optimisé, (—) référence.

---

Le résultat obtenu montre que l'approche hybride combinant une méthode locale (gradient topologique) et une méthode globale (algorithme génétique) pour les problèmes d'optimisation topologique permet de résoudre le blocage dans un minimum local.

L'algorithme génétique n'est utilisé ici que pour débloquer l'optimisation lorsque le gradient topologique est tombé dans un minimum local. Il pourrait aussi être utilisé en itérant plus longuement pour donner des conditions initiales favorables avant l'application du gradient topologique.

L'algorithme génétique permet en effet d'explorer largement le domaine d'optimisation pour positionner le gradient topologique qui assure une convergence locale plus rapide et plus précise. L'utilisation unique de l'algorithme génétique n'est effectivement pas envisageable, le nombre de variables (nombre d'éléments topologiques) et le temps nécessaire à l'évaluation de la fonction d'adaptation étant trop importants dans ce cas.

### III.5. Conclusion

Ce chapitre traite de l'optimisation topologique pour la conception de composants hyperfréquences.

Nous avons présenté tout d'abord la formulation de la méthode du gradient topologique pour l'électromagnétisme. La formulation est détaillée pour la méthode des éléments finis en définissant une version discrète du gradient topologique, par opposition au développement asymptotique généralement utilisé.

Le gradient topologique est un indicateur du changement d'état local de la caractéristique (volumique et surfacique) qui doit faire diminuer la valeur d'un critère. Cette information peut donc être utilisée dans une méthode de descente. Nous avons donc appliqué cette approche directement pour l'optimisation de la distribution de métal à la surface d'un composant micro-ruban.

Nous avons défini un modèle de référence (résonateur demi-onde) que nous avons essayé de retrouver à partir de différentes conditions initiales en minimisant une fonction de coût représentant l'écart à cette référence. Dans tous les cas, l'optimisation converge vers un minimum, mais ce minimum est local puisque le minimum global, qui est connu, n'est jamais retrouvé.

Afin de résoudre le problème des minimums locaux, nous avons enrichi notre algorithme d'optimisation topologique avec une approche plus globale (réalisée par un algorithme génétique) qui nous permet d'explorer le domaine d'optimisation en dehors d'un minimum local et qui nous donne également un algorithme d'optimisation topologique qui est indépendant des conditions initiales.

L'approche consiste à prendre 2 conditions initiales différentes, puis à appliquer sur chacune d'elle la méthode du gradient topologique. Lorsque l'optimisation bloque dans un minimum local pour chacune des solutions, l'algorithme génétique est employé pour donner deux nouvelles solutions plus favorables.

L'approche hybride appliquée au composant micro-ruban permet de retrouver le minimum global du problème.

### III.6. Références

- [1] Allaire G., Jouve F. and Maillot H., “Topology optimization for minimum stress design with the homogenization method”, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 28, pp.87-98 (2004)
- [2] Allaire G “Shape optimization by the homogenisation method”, ISBN 0-387-95298-5, Springer Verlag, New York, (2002).
- [3] Sethian J.A. “Level set methods and fast marching methods: evolving interfaces in computational geometry fluid mechanics, computer vision and materials science”, ISBN 0-521-64557-3, Cambridge University Press, New York, (1999).
- [4] Sokolowski J., Zochowski A “Topological derivatives of shape functionals for elasticity systems”, *Mechanics of Structures and Machines*, vol 29, no. 3, 331-349 (2001).
- [5] Garreau S., Guillaume P., Masmoudi M. “The topological asymptotic for PDE systems ; the elasticity case” *SIAM Journal on Control and Optimization*, Vol. 39(6), pp. 1756-1778, (2001).
- [6] Cea J., Garreau S., Guillaume P., Masmoudi M. “The shape and topological optimizations connection”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 188, 713-726, (2000).
- [7] Eschenauer H. A., Kobelev V. V. and Schumacher A. “ Bubble method for topology and shape optimization of structures” *Journal of Structural and Multidisciplinary Optimization*, Springer Berlin / Heidelberg, 42-51 ,Dec. (1993).
- [8] Jackowska-Strumillo L., Sokolowski J., Zochowski A., “The topological derivative method in shape optimization” *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 1, pp. 674-676, (1999).
- [9] Nikolova N.K, Bandler J.W., Bakr M.H “Adjoint techniques for sensitivity analysis in high-frequency structure CAD” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 52, pp 403-419, Jan 2004.

- 
- [10] Hassine M., Masmoudi M., “The topological asymptotic expansion for the quasi-stokes problem” *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, Vol. 10(4), pp. 478-504, Oct 2004.
- [11] Pommier J., Samet B., “ The topological asymptotic for the Helmholtz equation with Dirichlet condition on the boundary of an arbitrarily shaped hole ” *SIAM Journal on Control and Optimization*, vol. 43, no. 3, pp. 899-921, (2005).
- [12] Masmoudi M., Pommier J. and Samet B., “ The topological asymptotic expansion for the Maxwell equations and some applications” *Electronic Journal (IOP), Inverse problems* 21, pp, 547-564, (2002).
- [13] Arnaud-Cormos D, “Développement d’une méthode de moments multi-structures. Application à l’optimisation de formes d’antennes imprimées” *Thèse de Doctorat, Université de Rennes 1*, 5 juillet 2006.
- [14] Goldberg. D. E, “Genetic algorithms in search, optimization and machine learning” ISBN 0-201-15767-5, Addison-Wesley Professional, Jan. (1989).
- [15] Michalewicz. Z, “Genetic algorithms+ Data structures=Evolution programs”, 3rd Ed, ISBN:3-540-60676-9, Springer-Verlag, London, UK, (1996).
- [16] Davis. L, “Genetic algorithms and simulated annealing”, ISBN:0-934-61344-3 Morgan Kaufman Publishers Inc., (1987).
- [17] Mark F. “Initialization, Mutation and Selection Methods in Genetic Algorithms for Function Optimization” *Proceedings of the 4th International Conference on Genetic Algorithms*, pp. 100-107, San Diego, CA, USA, Juillet 1991.

# Conclusion générale

---



---

## Conclusion générale

La conception de nouveaux composants et circuits pour les systèmes de télécommunications requiert le développement d'outils de conception assistée par ordinateur (CAO) couplant une caractérisation rigoureuse de leur comportement et un algorithme d'optimisation pour régler les paramètres caractéristiques du dispositif par rapport à une fonction d'adaptation.

Le travail de thèse, présenté dans ce manuscrit, concerne le développement de méthodes d'optimisation structurelle utilisant un modèle électromagnétique, pour la conception de composants et de circuits micro-ondes. Les deux aspects d'optimisation structurelle abordés sont l'optimisation géométrique (paramétrique) et l'optimisation topologique.

L'évaluation de la fonction d'adaptation, liée à l'analyse du modèle électromagnétique, peut être coûteuse en terme de temps de calcul, et rendre l'optimisation impossible avec des méthodes classiques. Dans ce cas, deux approches sont généralement employées : la réduction du modèle électromagnétique, pour diminuer le temps d'évaluation de la fonction d'adaptation, ou l'utilisation d'une procédure d'optimisation spécifique au dispositif ou au problème, pour limiter le nombre d'évaluations de la fonction d'adaptation. La première approche est employée dans le cas de l'optimisation géométrique et la seconde dans le cas de l'optimisation topologique.

Le premier chapitre aborde successivement les méthodes d'analyse électromagnétique numériques et les méthodes d'optimisation associées qui sont couramment utilisées dans le cadre de la CAO des composants et des circuits hyperfréquences.

Ce chapitre permet aussi d'introduire les approches d'optimisation structurelle qui sont différenciées par les variables sur lesquelles porte l'optimisation : la géométrie (c'est à dire les dimensions de la structure, ce qui est la situation la plus classique), la forme et la topologie.

Le second chapitre concerne l'optimisation géométrique de composants et de circuits micro-ondes par réduction du modèle électromagnétique. Le modèle électromagnétique est réduit

---

---

par segmentation puis paramétrisation géométrique. La segmentation consiste à découper la structure en éléments génériques. La paramétrisation géométrique de chaque élément générique (ou segment) permet alors d'établir une approximation du champ en fonction de paramètres géométriques choisis et d'évaluer ainsi instantanément le comportement en fréquence de chaque modèle élémentaire pour de nouvelles valeurs des paramètres. Ces modèles élémentaires réduits peuvent ensuite être associés par raccordement des accès électriques correspondant aux modes (propagatifs ou évanescents) aux interfaces communs. L'évaluation très rapide de ce modèle réduit permet de l'insérer dans une boucle d'optimisation basée sur une méthode de gradient (steepest descent).

L'application est l'optimisation d'un amplificateur packagé. L'approche permet d'optimiser efficacement les dimensions de plusieurs encoches placées dans le boîtier pour nettoyer les pics de transmission dus à des résonances du champ électromagnétique dans la bande fréquentielle d'intérêt.

Le troisième chapitre concerne l'optimisation topologique de composants micro-ondes par la technique du gradient topologique. Cette approche consiste à calculer le gradient de la fonction d'adaptation, lors de la modification de sa topologie, c'est à dire classiquement par « création » ou « élimination » d'un matériau. Dans le cas d'une méthode d'analyse numérique, la discrétisation du modèle peut servir de support pour définir les éléments topologiques de la structure et la création ou l'élimination de matériau correspond aux modifications des caractéristiques de l'élément. Le gradient topologique, calculé ainsi pour chaque élément topologique peut alors être utilisé comme une direction de descente pour minimiser la fonction d'adaptation.

Cette approche est appliquée à l'optimisation de la distribution de métal à la surface d'un composant micro-ruban et l'étude montre que l'approche de base converge difficilement vers l'optimum global du problème.

Dans la partie suivante cette approche locale est couplée avec une méthode plus globale pour résoudre les problèmes d'optimums locaux. La méthode utilisée est un algorithme génétique qui permet d'explorer le domaine d'optimisation autour des optimums locaux pour trouver un nouveau point de départ pour l'optimisation locale par la technique du gradient topologique.

---

Les perspectives à ces travaux sont multiples et la plupart font l'objet de nouvelles études.

En ce qui concerne l'optimisation géométrique, la réduction de modèle par segmentation et paramétrisation permet de définir des éléments génériques paramétrés, caractéristiques d'une technologie. L'intégration de ces éléments génériques paramétrés dans des logiciels de CAO standards permet de définir une bibliothèque technologique qui peut être utilisée pour optimiser l'intégration de circuits, voire de modules comportant plusieurs circuits dans un environnement hermétique. Cette étude constitue une partie du travail de thèse de Mohamad El-Zoghbi.

En ce qui concerne l'optimisation topologique, la méthode du gradient topologique peut être généralisée en 3D, pour optimiser une distribution de matériau diélectrique dans un volume. D'autre part, d'autres méthodes d'optimisation topologique, en particulier la méthode des courbes de niveaux (level-set) se prête bien à l'optimisation de composants micro-ondes. Ces études sont effectuées dans le cadre du travail de thèse d'Hassan Khalil.

---



# Bibliographie personnelle

---



---

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont fait l'objet de plusieurs communications :

- [P.1] A.Assadihaghi, S.Bila, C.Durousseau, D.Baillargeat, M.Aubourg, S.Verdeyme, M.Rochette, J.Puech, L.Lapierre  
*Design of microwave components using topology gradient optimization*  
European Microwave Conference  
EuMC/EuMW 06, Manchester, Royaume Uni, septembre 2006
- [P.2] A.Assadihaghi, O.Houbloss, S.Bila, C.Boichon, M.Aubourg, S.Verdeyme, J.Puech, L.Lapierre  
*Topology optimisation of microwave components*  
Workshop on Optimization and Inverse Problems in Electromagnetics  
OIFE 2006, Sorrento, Italie, septembre 2006
- [P.3] S.Bila, A.Mahanfar, A.Assadihagui, M.Aubourg, D.Baillargeat, S.Verdeyme, C.Boichon, F.Thévenon, J.Puech, L.Lapierre  
*Application de techniques de paramétrisation et d'optimisation de forme à la conception de composants et de circuits HF*  
Réunion du GT6 (GdR Ondes) : Compatibilité Electromagnétique  
GdR Ondes, Paris, janvier 2005
- [P.4] A.Assadihaghi, S.Bila, D.Baillargeat, M.Aubourg, S.Verdeyme  
*Analyse et optimisation de circuits hyperfréquences intégrés par une approche électromagnétique segmentée et paramétrée*  
Journées Nationales Microondes  
JNM 2005, Nantes, mai 2005
- [P.5] A.Assadihaghi, S.Bila, D.Baillargeat, M.Aubourg, S.Verdeyme, M.Rochette, J.Puech, L.Lapierre  
*Optimisation de forme pour la conception de composants hyperfréquences*  
Réunion Générale "Interférences d'Ondes"  
GdR Ondes, Besançon, novembre 2005
-

- [P.6] A.Assadihaghi, H. Khalil, S.Bila, M.Aubourg, D.Baillargeat, S.Verdeyme,  
C.Boichon, J.Puech, L.Lapierre  
*Optimisation de forme de composants hyperfréquences par une méthode de  
gradient topologique*  
Réunion du GT4 (GdR Ondes) : Antennes et circuits  
GdR Ondes, Paris, juillet 2006

Une communication est en cours de revue :

- [P.7] H.Khalil, A.Assadihaghi, S.Bila, M.Aubourg, D.Baillargeat, S.Verdeyme,  
J.Puech  
*Optimisation par la méthode du gradient topologique pour la conception de  
composants hyperfréquences*  
Journées Nationales Microondes  
JNM 2007, Toulouse, mai 2007

Deux articles sont en cours de rédaction pour être soumis dans des revues internationales.

---