

UNIVERSITE DE LIMOGES
ECOLE DOCTORALE Science – Technologie – Santé
FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES

Laboratoire de Mécanique et de Modélisation des Matériaux et Structures du Génie Civil

Thèse N° 43-2006

Thèse

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES

Discipline / Spécialité : Génie Civil

présentée et soutenue par

Seddik MERAKEB

le 19 septembre 2006

**MODELISATION DES STRUCTURES EN
BOIS EN ENVIRONNEMENT VARIABLE**

Thèse dirigée par Christophe PETIT et Frédéric DUBOIS

JURY :

rapporteurs

M. Parviz Navi

Privat Docent

Ecole Polytechnique de Lausanne

M. Joseph Gril

Professeur

Université de Montpellier

examineurs

M. El-Ganaoui

Maître de Conférences

Université de Limoges

M. Patrick Racher

Maître de Conférences

Université de Blaise Pascal

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécanique et de Modélisation des Matériaux et des Structures de Génie Civil de l'Université de Limoges.

Je tiens à exprimer en premier lieu toute ma reconnaissance au professeur Christophe PETIT pour m'avoir permis d'entreprendre et mener à bien cette étude. Je lui adresse ici l'expression de ma profonde gratitude.

Je suis très honoré par la présence dans le jury des Professeurs P. NAVI et J. GRIL qui ont bien voulu être juges de ce mémoire. Je leur adresse toute ma reconnaissance.

Je remercie vivement messieurs P. RACHER et M. EL GANAOUI pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant de participer au jury.

Je tiens à témoigner ma profonde gratitude et ma sympathie au Professeur Frédéric DUBOIS qui m'a fait bénéficier de son expérience dans le domaine de la mécanique du bois, de son aide, son attention, sa bienveillance, ainsi que ses précieux apports qui m'ont permis d'enrichir mes connaissances. La présente étude lui doit évidemment beaucoup.

Je remercie également Mme. A. Phelipot-Mardelé et Mme. A. Millien qui n'ont pas compté non plus leurs heures pour me permettre de profiter de leurs qualités humaines.

J'ai beaucoup apprécié l'aide et les conseils techniques apportés par le personnel du laboratoire de l'IUT d'Egletons qui m'ont permis de réaliser une grande partie de mon travail expérimental.

Je suis aussi touché par l'accueil du personnel administratif, je les remercie très chaleureusement.

Enfin que tous ceux qui n'ont pas été mentionnés et qui ont contribué à la réalisation, de près ou de loin, de ce travail reçoivent mes remerciements.

Résumé

Les propriétés mécaniques du bois dans les structures dépendent fortement de l'état hydrique du matériau. Il en est d'ailleurs montré un couplage mécanosorptif fort. Le caractère aléatoire de l'environnement climatique impose donc une meilleure modélisation du comportement hygroscopique du bois pour pouvoir estimer les variations de l'humidité interne en intégrant les processus de transfert de chaleur et de masse. Si les effets de l'humidité sur le comportement a largement été étudié, ce travail permet d'aborder les effets de l'état mécanique sur les lois de transfert, aussi bien au niveau des conditions limites d'échange qu'au niveau des propriétés de diffusion. Dans ce contexte, nous proposons une approche thermodynamique et expérimentale permettant d'introduire, dans les codes aux éléments finis, un algorithme de transfert couplé plus réaliste.

MOTS-CLÉS : *équilibre hygroscopique, isotherme de sorption, diffusion hydrique, teneur en eau.*

Abstract

Mechanical properties of timber constructions depend strongly on moisture content state. In this context, it is shown a mecanosorptive coupling. This climatic environment aspect imposes a hygroscopic behavior modeling in order to estimate moisture content variations by integrating the heat and mass transfer processes. If the effect of moisture content on the mechanical behavior has been studied in the literature, this work enables us to precise effects of mechanical state on the transfer laws by taking into account boundary conditions and diffusion properties. In this context, we propose a thermodynamic and experimental approaches which allow to introduce a realistic coupled transfer algorithm in a finite element software.

KEYWORDS : *hygroscopic equilibrium, sorption isotherm, diffusion, moisture content.*

Nomenclature

T	: température, °K
T_g	: température de transition vitreuse, °K
T_∞	: température de l'air ambiant, °K
T_{surf}	: température en surface, °K
e_E	: déformation élastique instantanée
e_{visc}	: déformation de fluage
e_{hyg}	: déformation de retrait/gonflement libre
e_{ms}	: déformation mécano-sorptive
$\epsilon_{w\sigma}$: déformation due au retrait empêché ou lié
J_1, J_2	: complaisances élastiques, Pa
k	: rigidité, Pa
h	: viscosité, Pa-s
$a_q(w)$: fonction de correction de la viscosité en humidité interne
$b_q(w)$: fonction de correction de la rigidité en humidité interne
$u(t)$: teneur en eau cumulative, kg·kg ⁻¹
w	: teneur en eau, kg·kg ⁻¹
w_b	: teneur en eau liée, kg·kg ⁻¹
w_s	: point de saturation des fibres, kg·kg ⁻¹
w_{eq}	: teneur en eau d'équilibre, kg·kg ⁻¹
w_{surf}	: teneur en eau en surface, kg·kg ⁻¹
c	: teneur en eau normalisée, , kg·kg ⁻¹
L	: chaleur de vaporisation de l'eau libre, J·kg ⁻¹
L'	: chaleur de vaporisation de l'eau liée, J·kg ⁻¹
P_s	: pression de vapeur saturante de l'eau, Pa
P_v	: pression de vapeur sèche, Pa
h	: humidité relative, Pa·Pa ⁻¹
C	: fraction massique de la vapeur dans l'air, kg·kg ⁻¹
m_s	: masse anhydre, kg
m_h	: masse humide, kg
DH_s	: enthalpie de sorption, J·kg ⁻¹
\vec{J}	: flux de vapeur d'eau dans l'air sec, kg·m ² ·s ⁻¹
\vec{J}_l	: flux d'eau libre, kg·m ² ·s ⁻¹
\vec{J}_b	: flux d'eau liée, kg·m ² ·s ⁻¹
\vec{V}_l	: vitesse d'écoulement de la phase liquide, m·s ⁻¹
\vec{V}_g	: vitesse d'écoulement de la phase gazeuse, m·s ⁻¹
$\overline{\overline{I}}$: tenseur de conductivité hydrique, kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹
$\overline{\overline{I}}_T$: tenseur de conductivité thermique, J·m ⁻¹ ·s ⁻¹ ·°K ⁻¹
$\overline{\overline{D}}$: tenseur de diffusion, m ² ·s ⁻¹
$\overline{\overline{D}}_b$: tenseur de diffusion d'eau liée, m ² ·s ⁻¹

$\overline{\overline{D_{bT}}}$: tenseur de diffusion d'eau liée par thermo-migration, $\text{m}^2\text{-s}^{-1}$
$\overline{\overline{D_g}}$: tenseur de diffusion vapeur dans l'air, $\text{m}^2\text{-s}^{-1}$
$\overline{\overline{D_w}}$: tenseur de diffusion hydrique, $\text{m}^2\text{-s}^{-1}$
$\overline{\overline{D_{wT}}}$: tenseur de diffusion hydrique par thermo-migration, $\text{m}^2\text{-s}^{-1}$
$\overline{\overline{D_T}}$: tenseur de diffusion thermique, $\text{m}^2\text{-s}^{-1}$
$\overline{\overline{D_{Tw}}}$: tenseur de diffusion thermique dû aux variation de l'état hydrique, $\text{m}^2\text{-s}^{-1}$
\overline{k}	: tenseur de perméabilité intrinsèque
$\overline{k_{rl}}$: tenseur de perméabilité relative de la phase liquide
$\overline{k_{rg}}$: tenseur de perméabilité relative de la phase gazeuse
S	: coefficient hydrique de convection surfacique, $\text{m}\text{-s}^{-1}$
h_M	: coefficient de convection hydrique, $\text{kg}\text{-m}^{-2}\text{-s}^{-1}$
h_T	: coefficient de convection thermique, $\text{J}\text{-m}^{-2}\text{-s}^{-1}\text{-}^\circ\text{K}^{-1}$
r_s	: masse volumique du bois anhydre, $\text{kg}\text{-m}^{-3}$
r_l	: masse volumique d'eau liquide, $\text{kg}\text{-m}^{-3}$
r_v	: masse volumique d'eau vapeur, $\text{kg}\text{-m}^{-3}$
r_g	: masse volumique d'air sec, $\text{kg}\text{-m}^{-3}$
P_l	: pression de la phase liquide, Pa
P_c	: pression capillaire, Pa
K	: taux volumique de changement de phase de l'eau libre, $\text{m}^3\text{-s}^{-1}$
K_b	: taux volumique de changement de phase de l'eau liée, $\text{m}^3\text{-s}^{-1}$
$(rCp)_l$: capacité calorifique de la phase liquide, $\text{J}\text{-kg}^{-1}\text{-}^\circ\text{K}^{-1}$
$(rCp)_g$: capacité calorifique de la phase gazeuse, $\text{J}\text{-kg}^{-1}\text{-}^\circ\text{K}^{-1}$
$(rCp)_s$: capacité calorifique de la phase solide, $\text{J}\text{-kg}^{-1}\text{-}^\circ\text{K}^{-1}$

Table des matières

<i>Liste des figures</i>	<i>xi</i>
<i>Introduction générale</i>	<i>1</i>
<i>Chapitre 1 : Contexte et problématique</i>	<i>3</i>
<i>Introduction</i>	<i>3</i>
1.1 Le bois dans son environnement	4
1.2 Constitution morphologique et chimique du bois	4
1.2.1 Echelle macroscopique	5
1.2.2 Echelle ultra structure.....	6
1.2.3 Echelle de la microstructure	7
1.2.4 Composition chimique	8
1.3 Variabilité intrinsèque	8
1.4 Comportement mécanique en environnement variable	10
1.4.1 Retraits libre et empêché	10
1.4.2 Température de transition vitreuse	13
1.4.3 Approche mécano-sorptive	14
1.4.4 Approche viscoélastique vieillissante	18
1.4.4.1 Fluage et relaxation sous climat constant.....	19
1.4.4.2 Fluage et relaxation sous climat variable	21
1.4.5 Comportement en traction et compression.....	22
1.4.6 Effet hygro-verrou.....	23
1.5 Comportement hydrique et thermique	25
1.5.1 Thermodynamique de la diffusion	27
1.5.2 Phases de séchage	29
1.5.3 Comportement en diffusion hydrique dans le domaine hygroscopique	30
1.5.4 Méthodes théoriques pour l'identification du coefficient de diffusion.....	30
1.5.4.1 Diffusion dans un milieu infini	31
1.5.4.2 Diffusion dans un milieu semi-infini : conditions aux limites.....	32
1.5.4.3 Régime transitoire	32
1.5.4.4 Etat stationnaire et équilibre hygroscopique	33
1.5.4.5 Echanges thermique et massique surfaciques ou convectifs	34
1.5.5 Comportement en séchage et en humidification.....	35
1.5.6 Effet de la direction de diffusion.....	35
1.5.7 Effet de la densité	36
1.6 Passage à l'échelle d'une structure	37
<i>Conclusion</i>	<i>40</i>
<i>Chapitre 2 : Equilibre hygroscopique</i>	<i>41</i>
<i>Introduction</i>	<i>41</i>
2.1 L'eau et ses transformations	41

2.2	Structure chimique de la cellulose.....	43
2.3	L'eau dans le bois	44
2.3.1	Les phases de l'eau.....	44
2.3.1.1	Eau libre ou capillaire	45
2.3.1.2	Eau liée ou adsorbée.....	45
2.3.1.3	Vapeur d'eau.....	45
2.3.1.4	Eau de constitution.....	45
2.3.2	Mesure de l'état hydrique du bois	45
2.4	Phénomène d'hygroscopie dans le bois	46
2.4.1	définition	46
2.4.2	Modèles d'isotherme de sorption.....	48
2.4.2.1	Modèles de B.E.T et G.A.B	48
2.4.2.2	Modèle de Dent	49
2.4.2.3	Modèles de Hailwood-Horrobin.....	51
2.4.3	Etude thermodynamique de l'équilibre hygroscopique	53
2.4.4	Chaleur de sorption	55
2.5	Modélisation en environnement variable	60
2.5.1	Validation expérimentale	62
2.6	Influence de la température et de l'état mécanique	64
	Conclusion.....	65
	Chapitre 3 : Diffusion hydrique dans les structures sollicitées.....	67
	Introduction.....	67
3.1	Diffusion hydrique	67
3.1.1	définition	67
3.1.1.1	Loi de diffusion.....	68
3.1.1.2	Loi de conservation.....	68
3.1.2	Procédures de mesure du coefficient de diffusion	70
3.1.2.1	Méthodes directes.....	70
3.1.2.2	Méthodes indirectes.....	72
3.2	Modes de transport hydrique	73
3.2.1	Transport par capillarité	73
3.2.2	Diffusion par sorption	74
3.2.3	Transport de vapeur	74
3.2.4	Transport par convection : Echange surfacique	74
3.3	Interprétation physique de la diffusion.....	75
3.4	Méthodes d'inversion des courbes de diffusion.....	75
3.4.1	Problématique	76
3.4.2	Normalisation des équations	77
3.4.2.1	Cas de l'adsorption.....	77
3.4.2.2	cas de la désorption.....	77
3.4.3	Développement mathématique	78
3.5	Procédure expérimentale	82
3.5.1	Description des essais	83
3.5.1.1	Géométrie des échantillons :	83
3.5.2	Protocole expérimental.....	84

3.5.3	Résultats expérimentaux et analyses.....	86
3.5.3.1	Comportement en adsorption-désorption.....	89
3.5.3.2	Influence de l'état mécanique	90
Conclusion.....		92
Chapitre 4 : Calcul à l'échelle des structures		95
Introduction.....		95
4.1 Bilan massique et enthalpique		95
4.1.1	Bilan hydrique ou massique	95
4.1.2	Lois de transfert hydrique	97
4.1.3	Bilan thermique	98
4.1.4	Conditions aux limites.....	98
4.2 Application aux bois de structure		99
4.2.1	Diffusion hygroscopique	100
4.2.2	Transfert thermique	101
4.3 Résolution par la méthode des éléments finis		102
4.3.1	Formulation forte.....	103
4.3.1.1	Conditions thermiques à la frontière	103
4.3.1.2	Conditions hydriques à la frontière	103
4.3.2	Formulation faible ou méthode variationnelle	104
4.4 Résolution par la q-méthode		106
4.5 Application à une pièce tridimensionnelle		108
4.6 Comportement viscoélastique vieillissant		109
4.6.1	Modèle de Maxwell généralisé	110
4.6.1.1	Comportement adoucissant	111
4.6.1.2	Comportement rigidifiant.....	112
4.6.2	Retrait-gonflement libre et dilatation thermique	112
4.6.2.1	Comportement adoucissant	114
4.6.2.2	comportement rigidifiant	115
4.7 Formulation incrémentale		115
4.7.1	Etablissement de la forme incrémentale uni-axiale	116
4.7.1.1	Comportement adoucissant	116
4.7.1.2	Comportement rigidifiant	117
4.7.2	Passage au calcul tridimensionnel.....	117
4.8 Couplage hygro-thermo-mécanique		118
4.8.1	Propriétés mécaniques	118
4.8.2	Phénomène « mécano-hydrique »	119
4.8.2.1	comportements mécanique et hygroscopique	119
4.8.2.2	Propriétés de diffusion	120
4.8.2.3	Chaleur différentielle d'adsorption et désorption.....	120
4.8.3	Propriétés thermiques	121
4.9 Organigramme de calcul		121
Conclusion.....		123
Conclusion et perspectives		125
Aspect sorptif.....		125

Aspect diffusif	126
Aspect morphologique	126

Liste des figures

Figure 1-1 : problématique des structures en bois en environnement variable	3
Figure 1-2 : coupe d'un tronc d'arbre	5
Figure 1-3 : disposition des différents types de bois dans un arbre	5
Figure 1-4 : composition de la paroi cellulaire	6
Figure 1-5 : eau libre et eau hygroscopique dans le bois	7
Figure 1-6 : organisation cellulaire d'un résineux	8
Figure 1-7 : retraits libre et liés.	11
Figure 1-8 : courbe de retrait libre à partir de l'état saturé du bois.	11
Figure 1-9 : courbes de retrait à partir de l'état anhydre du bois dans les trois directions principales	12
Figure 1-10 : effet d'une distribution non uniforme d'humidité sur une section rectangulaire	12
Figure 1-11 : effet du transfert de masse sur les propriétés thermomécaniques des polymères	13
Figure 1-12 : représentation d'une trajectoire mécano-sorptive	16
Figure 1-13 : représentation cumulative de la déformation	17
Figure 1-14 : corrélation entre les fluages après 3 cycles et 5 cycles d'humidité relative.....	18
Figure 1-15 : Modèle de Maxwell généralisé.....	19
Figure 1-16 : Modèle de Kelvin-Voigt généralisé	19
Figure 1-17 : fluage-recouvrance sous climats constants et sous une charge de 32MPa.....	20
Figure 1-18 : fluage-recouvrance sous climats constants et sous contrainte égale à 22% de la rupture pour différents niveaux d'humidité relative	21
Figure 1-19 : fluage sous les cycles réguliers d'humidité relative	22
Figure 1-20 : Retrait-gonflement empêché d'une éprouvette soumise initialement à un séchage	23
Figure 1-21 : Retrait-gonflement empêché d'une éprouvette soumise initialement à une humidification	23
Figure 1-22 : comportement rhéologique d'un ressort.....	24
Figure 1-23 : taux de perte d'humidité interne après application d'une contrainte de compression des échantillons soumis à une humidité relative de 93%.....	26
Figure 1-24 : taux de perte d'humidité interne après application d'une contrainte de compression des échantillons soumis à une humidité relative de 27%.....	26
Figure 1-25 : représentation de la cinétique de séchage : flux massique en fonction de l'humidité interne.	29
Figure 1-26 : courbes de distribution d'une quantité $M=1$ à différents instants	31
Figure 1-27 : simulation d'une hystérésis de sorption pour un cycle d'humidité relative de 30%-90%	34
Figure 1-28 : : Illustration des hystérésis pour des cycles aléatoires d'humidité relative.....	34
Figure 1-29 : distribution de la masse volumique sur un cycle annuel de croissance.....	37
Figure 1-30 : Exemple de profil microdensitométrique obtenu sur un bois adulte de Douglas	37
Figure 1-31 : déformations des fibres supérieure et inférieure d'une poutre isostatique	38
Figure 2-1 : Chaleur de vaporisation de l'eau libre en fonction de la pression de vapeur saturante.	42
Figure 2-2 : structure en chaîne de la cellulose	44
Figure 2-3 : structure moléculaire du glucose	44

Figure 2-4 : problématique de l'existence des hystérésis.....	47
Figure 2-5 : modèle d'adsorption surfacique.	49
Figure 2-6 : Représentation des équilibres de l'eau libre et liée avec l'environnement extérieur.....	53
Figure 2-7 : chaleur de sorption en fonction de l'état hydrique du bois. Comparaison du modèle exponentiel avec le modèle logarithmique.	56
Figure 2-8 : enthalpie molaire mesurée dans le cas de l'adsorption.	57
Figure 2-9 : enthalpie molaire mesurée dans le cas de la désorption.	58
Figure 2-10 : isotherme d'adsorption du bois d'été de pin maritime.	59
Figure 2-11 : Isotherme de désorption du bois d'été de pin maritime.	59
Figure 2-12 : Exemple de comparaison du modèle de Dent avec le modèle thermodynamique.	60
Figure 2-13 : photographie des échantillons de douglas.....	62
Figure 2-14 : Simulation expérimentale et numérique de l'hystérésis de sorption pour un cycle total.	63
Figure 2-15 : Représentation du cycle 20%-80%-30%	63
Figure 2-16 : Représentation du cycle 30%-70%-40%	64
Figure 2-17 : Représentation du cycle 40%-60%-50%	64
Figure 3-1 : Représentation schématique de la loi de conservation.....	69
Figure 3-2 : Principe d'un vaporimètre	70
Figure 3-3 : géométrie de l'échantillon.....	71
Figure 3-4 : convection hydrique en surface d'une pièce en bois	75
Figure 3-5 : Représentation schématique de la diffusion unidirectionnelle en régime transitoire.....	76
Figure 3-6 : courbes d'adsorption pour un coefficient de diffusion $D_l = \exp(kw)$ et pour une valeur de $k=1$	81
Figure 3-7 : courbes de désorption pour un coefficient de diffusion $D_l = \exp(kw)$ et pour une valeur de $k=1$	82
Figure 3-8 : schéma de mise à l'essai d'un échantillon.....	83
Figure 3-9 : échantillons de douglas	84
Figure 3-10 : dispositif de mise en charge	84
Figure 3-11 : balance de mesure	85
Figure 3-12 : dispositif de mise à saturation.....	85
Figure 3-13 : Essais d'adsorption à 75% d'humidité relative	86
Figure 3-14 : Essai de désorption à 75% d'humidité relative	86
Figure 3-15 : Essai d'adsorption à 50% d'humidité relative.....	87
Figure 3-16 : Essai de désorption à 50% d'humidité relative	87
Figure 3-17 : Essai d'adsorption à 25% d'humidité relative.....	87
Figure 3-18 : Essai de désorption à 25% d'humidité relative	88
Figure 3-19 : courbes de diffusion moyennes à 75% d'humidité relative	88
Figure 3-20 : courbes de diffusion moyennes à 50% d'humidité relative	88
Figure 3-21 : courbes de diffusion moyennes à 25% d'humidité relative	89
Figure 4-1 : conditions de convection thermique et hydrique	99
Figure 4-2 : conditions thermiques à la frontière	103
Figure 4-3 : géométrie élément tridimensionnel	108
Figure 4-4 : Evolution de l'état hydrique globale et en surface.....	109
Figure 4-5 : teneur en eau globale calculées avec et sans couplage thermo-hydrique	109
Figure 4-6 : Couplage thermo-hygro-mécanique faible	113
Figure 4-7 : Couplage thermo-hygro-mécanique fort.....	113
Figure 4-8 : algorithme général du calcul numérique	122

Introduction générale

La mesure de l'humidité interne dans les structures en bois est une condition essentielle pour une meilleure connaissance de ses propriétés mécaniques et physiques. Les phénomènes hydriques qui apparaissent sont d'abord la capacité du bois à fixer sur sa surface une quantité d'eau directement liée aux conditions climatiques d'humidité relative et de température de l'environnement. Cette quantité d'eau est ensuite soumise à un phénomène de migration vers le cœur des ouvrages.

De ces deux phénomènes de la «fixation» et de la «migration» de l'eau dans le bois, naissent deux approches pour appréhender le phénomène hydrique dans son ensemble, à savoir :

1. le phénomène d'adsorption et désorption qui est une interaction bois-environnement et qui nécessite une modélisation pour tenir compte des aspects liés aux variations aléatoires des conditions climatiques de cet environnement,
2. le phénomène de diffusion qui est un phénomène intrinsèque au matériau induit par une distribution non uniforme de l'humidité interne.

Jusqu'à présent, l'étude du comportement mécanique du bois, dont l'état hydrique varie, a donné lieu à une multitude d'investigations expérimentales et d'approches différentes dont les plus importantes sont la mécano-sorption et la viscoélasticité linéaire vieillissante. L'existence d'une influence mécanique sur l'état hydrique rend ces modèles insuffisants et ne peuvent donc représenter de manière précise le comportement mécanique des structure en bois en environnement variable.

L'objectif poursuivi dans ce travail de thèse est donc de montrer l'influence d'un chargement mécanique sur l'évolution de l'état hydrique. Après une description exhaustive de la morphologie du bois, de ses caractéristiques mécaniques, physiques et chimiques, nous avons proposé une démarche scientifique scindée en deux chapitres distincts qui traitent, chacun, les deux approches décrites plus haut.

D'abord, au chapitre 2, l'étude de l'interaction bois-environnement a nécessité le développement d'un modèle d'isotherme de adsorption-désorption basé sur une approche

thermodynamique de l'équilibre de phases de l'eau. Le modèle est ensuite repris pour simuler les hystérésis de sorption. La validation expérimentale du modèle s'effectue sur des échantillons de très petite dimension soumis à des cycles d'humidité relative d'amplitudes décroissantes.

Au chapitre 3, nous présentons une méthode d'inversion des courbes d'évolution de l'état hydrique en régime transitoire pour l'identification des coefficients de diffusion et d'échange surfacique. La méthode, facile à mettre en œuvre, exploite la simplicité des prises de mesure pour pouvoir ajouter simultanément un procédé de mise en charge mécanique. En effet, l'état hydrique est suivi de manière directe par la méthode de la double pesée. Les courbes d'adsorption-désorption obtenues sont celles qui correspondent à un état mécanique connu.

Le chapitre 4 porte sur l'organisation d'un calcul viscoélastique linéaire vieillissant. Après avoir décrit l'approche théorique et la méthode numérique de résolution des phénomènes de transfert hygro-thermique, nous avons présenté l'approche incrémentale de résolution du problème viscoélastique linéaire vieillissant. Le couplage hygro-thermo-mécanique est réalisé grâce à une meilleure connaissance des différentes propriétés et de leurs interactions mutuelles.

Chapitre 1 : Contexte et problématique

Introduction

L'utilisation du bois dans les constructions remonte à l'aube de l'humanité, surtout dans le domaine naval. Son utilisation a été vite réduite vers l'arrivée de l'ère industrielle en privilégiant d'autres matériaux plus stables, plus résistants et en développant des matériaux dits composites.

Le matériau bois, outre l'hétérogénéité très forte qu'il présente du point de vue morphologique, présente aussi des variabilités étendues sur plusieurs aspects mécaniques, physiques et morphologiques et à différentes échelles d'observation.

L'utilisation du matériau bois dans les structures doit répondre à une multitude de contraintes liées à sa nature très variable et à son interaction complexe avec son environnement (figure 1-1).

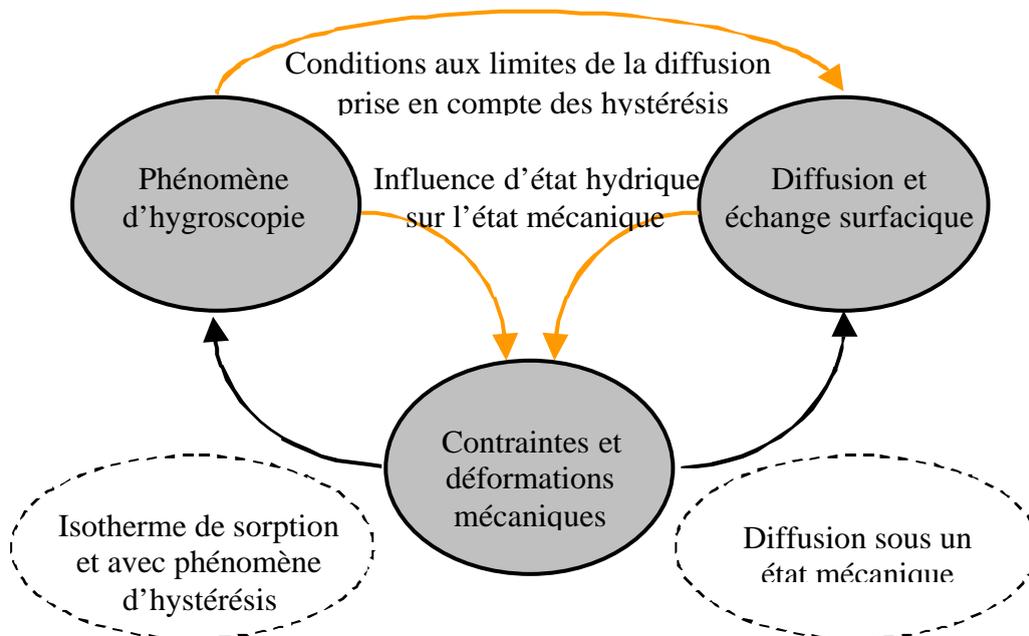


Figure 1-1 : problématique des structures en bois en environnement variable

L'un de ces aspects est le comportement mécanique différé du bois sous climat variable, en particulier en ce qui concerne l'influence de l'humidité relative et de la

température. La réponse à l'action conjuguée des sollicitations mécaniques et hydriques sur les structures bois est communément appelée dans la littérature sous la dénomination de « comportement mécano-sorptif ». Ainsi, il a été observé un comportement non-linéaire sous une application simultanée des sollicitations mécanique et hydrique. Cette observation a amené des chercheurs à s'intéresser au couplage du comportement mécanique avec les phénomènes hydriques.

L'influence de l'humidité relative de l'environnement sur le comportement mécanique a été abordé abondamment depuis les années soixante. Les propriétés mécaniques du matériaux bois, telles le module de Young, dépendent fortement de son état hydrique. Des essais, réalisés sur des échantillons de très petites dimensions soumis à 30% et 75% d'humidité relative, révèlent une variation d'environ 30% du module d'élasticité sur les moyennes statistiques [Pittet 1996].

1.1 Le bois dans son environnement

La durabilité du bois est la propriété de résistance à l'humidité de l'air, à l'eau aspirée par capillarité, aux intempéries, aux champignons, aux insectes, aux sollicitations thermiques, chimiques et mécaniques.

Particulièrement, le bois, en ambiance extérieure, est soumis à de brusques changements d'humidité interne dus aux variations climatiques. Ces variations rapides créent des tensions importantes dans les ouvrages et sont à l'origine de variations dimensionnelles, déformations, gerces, fentes, fissuration des assemblages, etc. Le facteur le plus important de durabilité des structures en bois est une atmosphère sèche ou une humidité constante. Pour une utilisation normale du bois de structure, la prise en compte d'un climat variable dans le dimensionnement des pièces est déterminant vu les phénomènes multiples qui coexistent dans le matériau.

1.2 Constitution morphologique et chimique du bois

Le bois est un polymère qui provient de la biosphère grâce au processus de photosynthèse. Il est essentiellement constitué de trois polymères qui sont la cellulose, l'hemicellulose et la lignine. Le pourcentage de ces trois polymères varie d'une essence à l'autre.

1.2.1 Echelle macroscopique

Le bois possède des structures complexes à différentes échelles d'observation. A l'échelle macroscopique, nous distinguons trois directions principales. Sur un tronc d'arbre, la direction longitudinale \vec{L} est celle qui est parallèle à l'axe du tronc (figure 1-2). Sur une coupe transversale du tronc, il y a le sens radial \vec{R} qui va de l'écorce vers le centre occupé par le bois de cœur et le sens tangentiel \vec{T} qui est un sens circonférenciel tangentiel aux cernes de croissance.

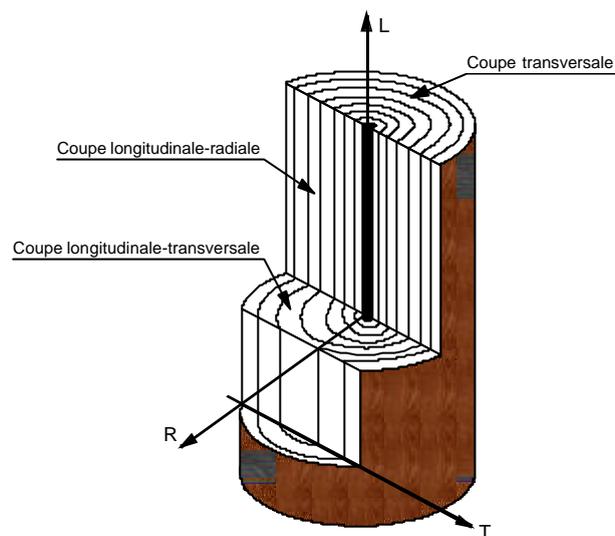


Figure 1-2 : coupe d'un tronc d'arbre

Nous pouvons aussi distinguer plusieurs types de bois dans un même arbre. De la périphérie vers le centre, d'abord l'écorce qui sert de couche protectrice, ensuite le liber assurant la circulation de la sève élaborée en périphérie des branches vers les racines et le cambium qui génère l'aubier qui transporte la sève brute des racines vers les branches. Au fur et à mesure que les cernes de croissance se forment, les anciens cernes finissent leur rôle de transporteur de sève et deviennent le duramen ou bois parfait. Ils servent alors de support à l'arbre qui continue d'accroître son poids et de se développer (figure 1-3).

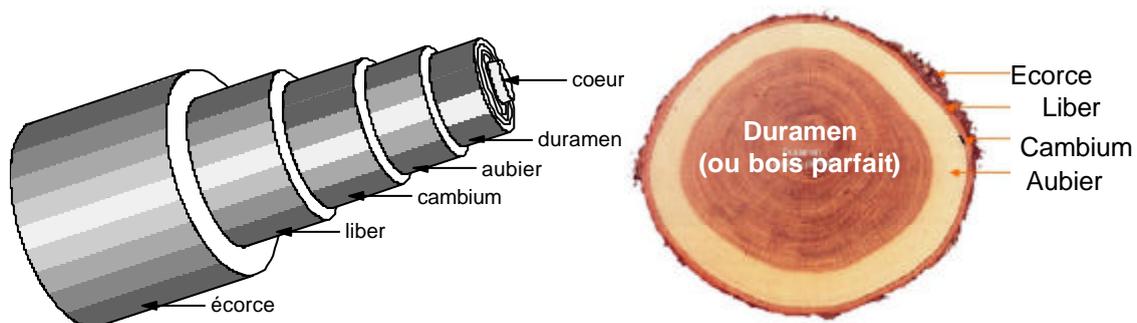


Figure 1-3 : disposition des différents types de bois dans un arbre

1.2.2 Echelle ultra structure

A l'échelle du micron, le bois possède une paroi cellulaire constituée de deux sous-parois. La sous-paroi primaire d'épaisseur $0.1 \mu\text{m}$ est constituée de microfibrilles orientées aléatoirement. A l'état vert du bois, cette sous-paroi contient énormément d'eau. Le retrait de l'eau peut faire diminuer son épaisseur jusqu'à $0.03 \mu\text{m}$, figure 1-4.

La sous-paroi secondaire est constituée de trois couches (S1, S2, S3) dont la couche centrale S2 peut représenter 85% de l'épaisseur totale de la sous-paroi; les deux autres couches étant pratiquement identiques. Les microfibrilles, qui constituent cette sous-paroi secondaire, sont orientées sous forme de spirales croisées. L'orientation de ces microfibrilles est de 50° à 90° (ou 60° à 80° , selon les auteurs) par rapport à l'axe de la cellule dans les couches S1 et S3 et de 5° minimum à 30° ou 40° maximum dans la couche S2. C'est dans cette couche S2 que l'orientation des microfibrilles est caractéristique du type de bois (bois initial et final, bois normal et bois de réaction...).

L'orientation moyenne des microfibrilles est à l'origine de l'anisotropie observée sur les phénomènes de retrait-gonflement hydrique [Pittet 1996]. Les propriétés dans la direction longitudinale peuvent trouver leur explication par l'inclinaison des microfibrilles dans la couche S2 [Clair 2001 ; Yamamoto 2001 ; Gril 1993b].

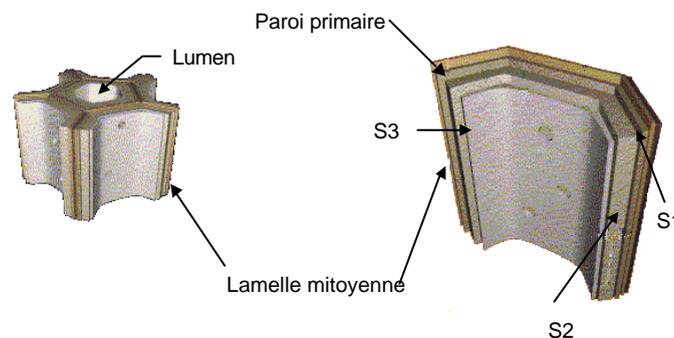


Figure 1-4 : composition de la paroi cellulaire

L'association des parois cellulaires est marquée par la présence d'une lamelle mitoyenne riche en lignine et d'un canal libre appelé lumen à travers lequel l'eau peut circuler librement. La lamelle mitoyenne a un rôle prépondérant dans la contribution aux propriétés mécaniques puisque c'est elle qui fait le lien entre les cellules.

Lors d'une sollicitation mécanique, la lamelle mitoyenne et la paroi primaire peuvent glisser sur les couches S1 et S2 avec plus ou moins de facilité selon la présence d'eau sur les

parois, ce qui offre au bois des propriétés mécaniques différentes selon la quantité de cette eau présente sur ces parois. Cette eau est appelée eau liée ou eau hygroscopique (figure 1-5).

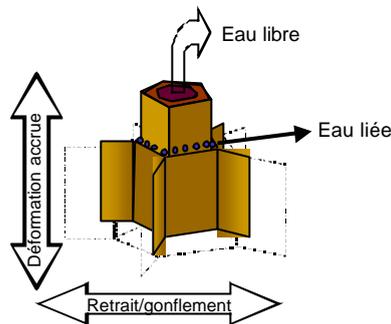


Figure 1-5 : eau libre et eau hygroscopique dans le bois

Ajoutons à cela l'existence d'une couche gélatineuse très faiblement liée à la paroi cellulaire. Elle est composée de microfibrilles orientée verticalement et possède une propriété de retrait importante [Clair 2001].

1.2.3 Echelle de la microstructure

Le bois est formé essentiellement de trachéides orientées dans le sens longitudinal. On peut distinguer des trachéides de bois de printemps ou bois initial et celles de bois d'été ou bois final. Elles sont de forme allongée, de section transversale polygonale et creuse. Les trachéides de bois de printemps ont des parois minces avec un diamètre intérieur important ; ce qui donne une masse volumique faible. Au contraire, les trachéides de bois d'été ont des parois épaisses mais un diamètre intérieur faible et une masse volumique importante. Ceci est visualisé sur la figure 1-6 où l'on distingue nettement l'interface entre le bois initial et le bois final.

Ces trachéides possèdent, sur leurs parois, des ponctuations aréolées qui jouent le rôle de régulateur des écoulements. Ils sont plus larges et plus nombreux dans le bois d'été. Parallèlement aux trachéides, les canaux résinifères, entourés de cellules qui produisent de la résine, assurent la circulation de celle-ci. Dans le sens radial, les rayons ligneux transportent la sève.

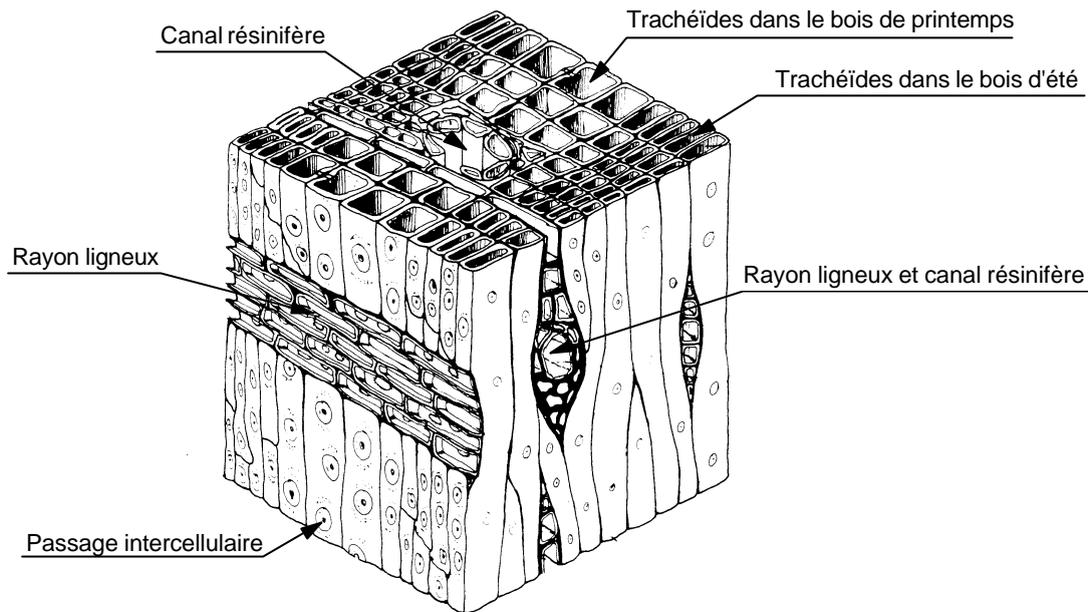


Figure 1-6 : organisation cellulaire d'un résineux

1.2.4 Composition chimique

Le bois est composé principalement de :

- la cellulose ($C_6H_{10}O_5$) est un polymère à haut poids moléculaire, linéaire et formé de longues chaînes offrant des possibilités de liaisons hydrogènes, ce qui lui confère un haut degré de cristallinité. Elle donne à la fibre sa rigidité.
- L'hémicellulose, à chaînes plus courtes, possède des propriétés hydrophiles induisant des caractéristiques de retrait et de gonflement hydriques importantes.
- La lignine est formée de polymères complexes qui varient énormément des feuillus aux résineux. La matière ligneuse du bois se compose essentiellement de 50% de carbone, 43% d'oxygène, 6% d'hydrogène et de 1% d'azote (1%).

La cellulose a plusieurs niveaux de complexité. Nous verrons au chapitre 1 sa structure chimique et son organisation moléculaire.

1.3 Variabilité intrinsèque

La variabilité du bois s'étend sur des échantillons de bois issus d'un même arbre jusqu'aux différentes essences de plusieurs espèces d'arbres. Elle est due au mode de croissance des arbres (bois normal et bois de réaction), de la variation des saisons (bois de

printemps et bois d'été), du climat annuel (différence entre les cernes annuels), des différentes essences (feuillus et résineux), de son anatomie, de son histoire mécanique, hydrique et thermique...

En particulier, la réalisation d'essais sur des échantillons d'un même arbre bute sur la très grande complexité du matériau au niveau structurel et physico-chimique, particulièrement si les échantillons sont de petites dimensions.

La dispersion des résultats expérimentaux réalisés sur des échantillons de bois de très petites dimensions (épaisseurs inférieures au millimètre) a été le principal obstacle empêchant toute conclusion cohérente et unanime sur le comportement mécano-sorptif du bois. La dispersion peut aller jusqu'à 100%.

La variabilité des propriétés du bois est également due au mode de croissance de l'arbre qui fait apparaître deux types de bois : le bois normal et le bois de réaction. La différence entre les deux bois a été révélée par la mesure des contraintes de croissance [Clair 2001, Julien 1996].

Les contraintes de croissance, déjà étudiées depuis bien longtemps par des équipes françaises, trouvent leur origine dans la maturation du bois et peuvent être de traction ou de compression selon les sollicitations mécaniques auxquelles l'arbre est soumis (vent violent, déséquilibre du tronc après la chute d'une grosse branche, déchaussement partiel du tronc...). Ces changements d'états de contrainte dans le bois s'accompagnent d'un changement important dans la structure des cellules de bois pendant la croissance. Le bois ainsi formé est appelé le bois de réaction, par opposition au bois normal. Les propriétés de ces deux bois sont très différentes particulièrement en ce qui concerne le retrait hydrique. Dans le bois normal, le retrait longitudinal est le plus faible et est de l'ordre de 0.2% entre l'état saturé et l'état anhydre alors qu'il peut atteindre 1% dans les bois de réaction. Ces contraintes de croissance sont à l'origine des déformations bloquées qui se libèrent lors de l'abattage des arbres causant l'apparition des fentes en bout de grume et entraînant de sérieux problèmes d'exploitation du bois. La libération des déformations bloquées induites par les contraintes de croissance dans le bois durant la vie de l'arbre est nécessaire car ces déformations vont se libérer d'une manière ou d'une autre. Elle se fait par un premier chauffage du matériau qui induit une recouvrance viscoélastique. Il devient important, dans le domaine de la science fondamentale et lors de la réalisation des essais mécaniques mettant en jeu des phénomènes fortement non-

linéaires, de choisir des échantillons de bois traité par un procédé hygro-thermique, afin d'éliminer un maximum de ces déformations bloquées [Gril 1993 b] qui, du reste, sont partiellement libérées lors de l'extraction des échantillons [Gril 1994].

1.4 Comportement mécanique en environnement variable

Le bois est un matériau polymérique semi-cristallin. Son comportement mécanique sous climat variable résulte de plusieurs interactions. Durant la durée de vie d'une structure en bois, nous distinguons les propriétés de retrait-gonflement hydrique et le fluage. Il a été également observé que la déformation du bois soumis aux sollicitations hydriques et mécaniques n'est pas une superposition des différentes réponses observées sous sollicitations découplées ; d'où le comportement mécano-sorptif qui apparaît lors des variations de l'humidité interne du bois sous sollicitations mécaniques. Le bois hérite aussi de la plupart des propriétés des polymères en ce sens qu'il possède une température de transition vitreuse variable en fonction de la présence de plastifiant et fortement dépendante du taux d'humidité interne.

1.4.1 Retraits libre et empêché

Le retrait est une diminution des dimensions des pièces en bois qui intervient lors d'une diminution de l'humidité interne. Les mesures de retrait effectuées sur des échantillons massifs reflètent les propriétés mécaniques et physiques moyennes qui intègrent toutes les hétérogénéités contenues dans l'échantillon à diverses échelles d'observation [Badel 1999] et, particulièrement, le comportement simultané des divers composants du matériau et leurs interactions mutuelles, d'où la notion de retrait lié ou retrait empêché.

La notion de retrait empêché se pose aussi dans des pièces en bois soumises à des gradients d'humidité interne. Supposons deux pièces de mêmes dimensions issues d'un même bois, figure 1-7. Si elles subissent séparément un retrait libre dû à une variation de l'humidité interne, elles subiront un retrait lié dû essentiellement à la différence des coefficients de retrait d'une part, et aux gradients d'humidité interne d'autre part. Cette influence mutuelle dépend bien sûr des propriétés de retrait des deux pièces, mais aussi de leurs propriétés mécaniques.

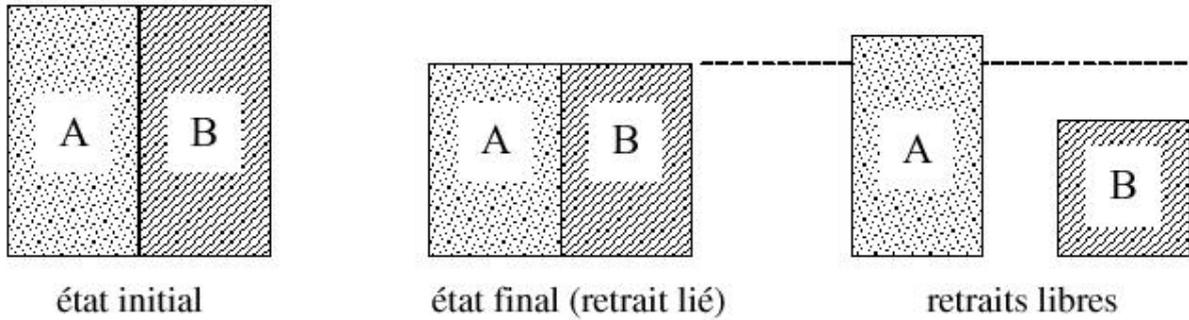


Figure 1-7 : retraits libre et liés.

Cependant, l'interprétation du processus de retrait-gonflement reprend la notion du retrait empêché au niveau des fibres, et ce, à l'échelle de l'ultra structure. Le modèle de la fibre pose l'hypothèse du mécanisme de la matrice renforcée où une formulation mathématique a été établie et qui prédit les propriétés de retrait à partir des données à l'échelle de l'ultra structure dont le plus important est l'angle d'inclinaison des microfibrilles dans la couche S2 [Yamamoto 2001].

L'hypothèse de linéarité entre retrait et humidité se vérifie généralement aux alentours de la zone anhydre. Par contre, le passage progressif du domaine hygroscopique à celui de saturation complète permet plus difficilement de considérer le coefficient de retrait-gonflement α comme une constante. De plus, une étude mathématique comparative basée sur plusieurs modélisations, effectuée sur le séchage d'un disque orthotrope a révélé que le coefficient de retrait dans la direction tangentielle reste constant au bord du disque mais varie sensiblement à l'approche du centre du disque [Kang 2002]. Il semblerait que la notion de retrait libre ne peut pas s'appliquer au cas où la distribution des contraintes et de l'humidité interne dans une pièce en bois n'est pas uniforme. Il faudrait donc la remplacer par la notion de retrait empêché.

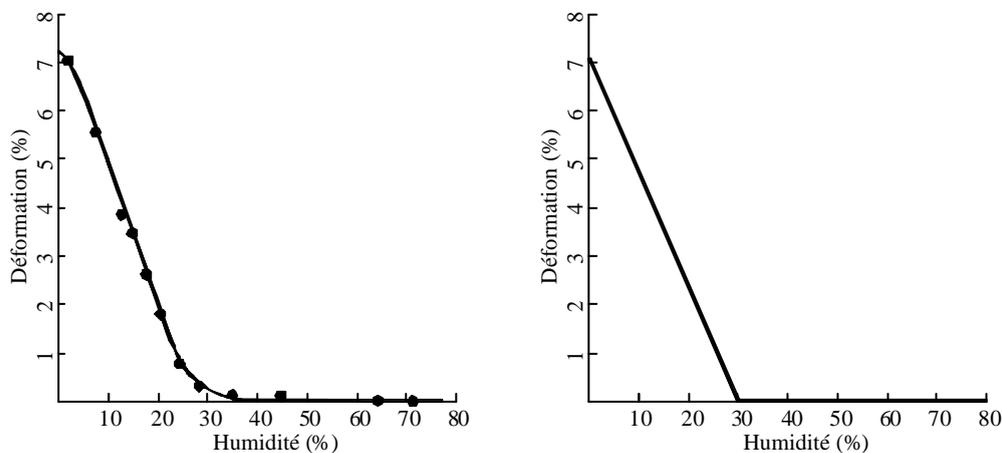


Figure 1-8 : courbe de retrait libre à partir de l'état saturé du bois.

Le retrait est fortement anisotrope. Il est très faible dans le sens longitudinal. Il est plus important dans le sens tangentiel que dans le sens radial (environ 1,5 à 2 fois), figure 1-9.

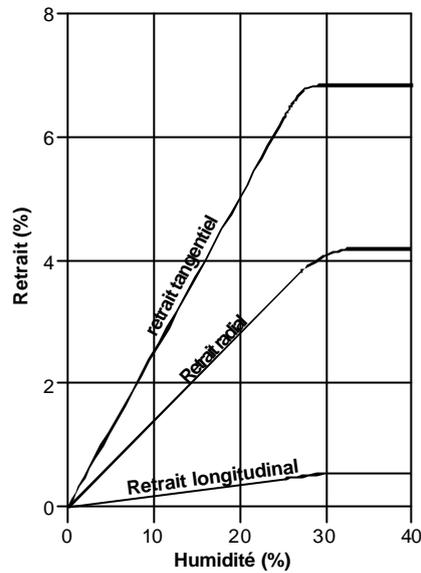


Figure 1-9 : courbes de retrait à partir de l'état anhydre du bois dans les trois directions principales

L'un des effets de l'anisotropie du retrait ajouté à une distribution non uniforme de l'humidité interne est montré sur la figure 1-10.

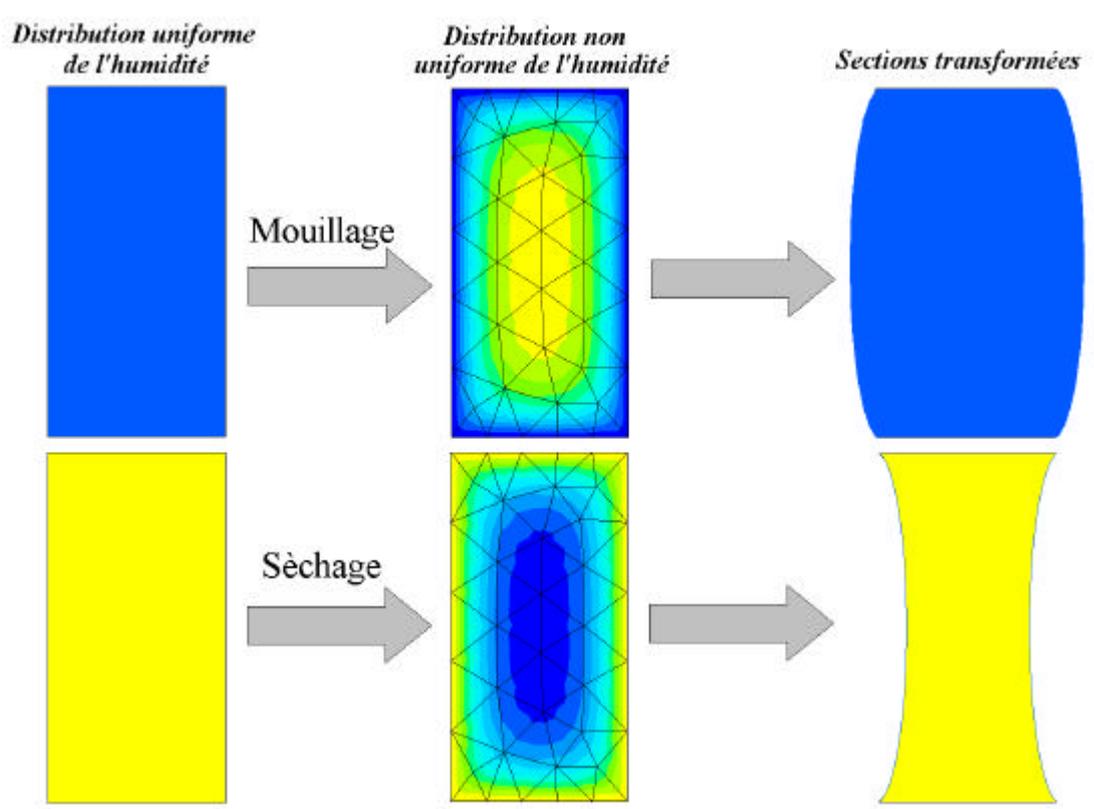


Figure 1-10 : effet d'une distribution non uniforme d'humidité sur une section rectangulaire

1.4.2 Température de transition vitreuse

Il existe deux types de vieillissement dans les polymères. Le vieillissement physique est dû au transfert de masse et la relaxation structurale. Ce mode de vieillissement ne modifie pas la structure chimique du polymère. Il n'est pas irréversible puisqu'il peut être effacé par une élévation de la température au dessus de la T_g pour une période déterminée [Perera 2002]. En revanche, le vieillissement chimique comprend le vieillissement par coupure de chaîne, la réticulation et le vieillissement gouverné par la diffusion [Verdu 2000]. Ce type de vieillissement est irréversible. Il est induit dans le matériau par les radiations UV, la température, l'humidité...etc.

L'effet de transfert de masse sur le vieillissement apparaît sur la température T_g de transition vitreuse. Les conséquences principales de ce type de vieillissement sont décrites par des courbes de module d'élasticité/température (figure 1.11).

Typiquement, dans le cas de l'eau, l'augmentation de 1% d'humidité interne du bois peut faire descendre la température de transition vitreuse de 10 à 20°C. L'eau ramollit donc le bois qui devient plus plastique et moins rigide. Inversement, la diminution de la quantité d'eau dans le bois le rend plus rigide.

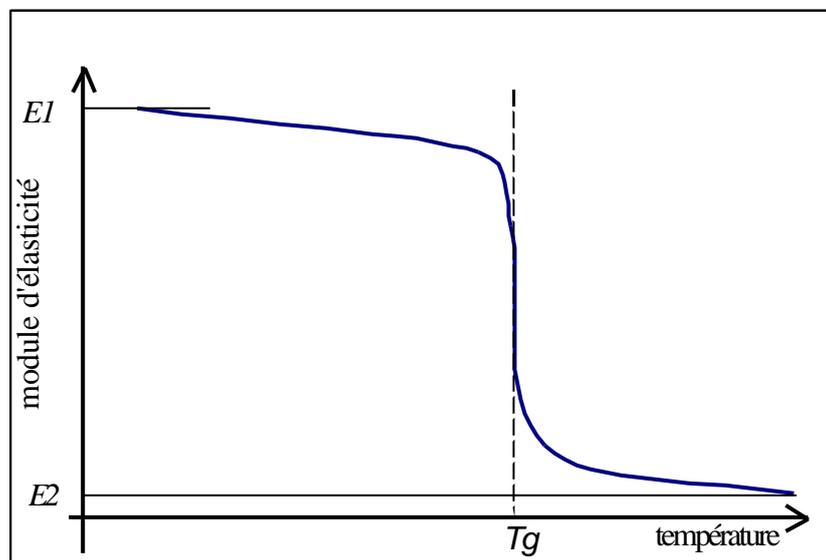


Figure 1-11 : effet du transfert de masse sur les propriétés thermomécaniques des polymères

En physique des polymères, on a montré l'existence d'un lien étroit entre la température de transition vitreuse et la contrainte mécanique au seuil de l'écoulement :

$$G_y = C \cdot (T_g - T)$$

1-1

C est une constante caractéristique de la structure chimique du polymère.

Lorsque la température d'une structure sollicitée en bois est supérieure à la température de transition vitreuse T_g , les polymères de bois connaissent une accélération de fluage d'autant plus importante que l'écart entre la température T_g et la température du bois est important. Ce fluage se retrouve aussi dans le processus de relâchement des déformations engendrées par les contraintes de croissance lorsque le bois vert est chauffé au dessus de la température de transition vitreuse de la lignine [Gril 1994].

Par ailleurs, les effet des cycles thermiques sur les polymères apparaissent clairement dans l'étude de Dan Y. Perera (2002), où il a mesuré le taux de vieillissement physique des polymères soumis à un cycle de chauffage de 21°C à 65°C et un cycle de refroidissement de 65°C à 21°C pour une humidité interne nulle d'une part, ainsi que le taux de vieillissement physique des polymères soumis à 2 cycles d'humidité relative de 90% à 0% et de 0% à 90% et une température de 21°C, d'autre part. L'enthalpie de relaxation (car la déformation des polymères est bloquée) ainsi que les contraintes thermique et hydrique diminuent à chaque cycle.

1.4.3 Approche mécano-sorptive

Le fluage du bois a été étudié pour la première fois par Armstrong et Kingston en 1960 [Bou Said 2003]. Ils ont fait état d'une différence entre un comportement sous climat constant et celui d'un bois sous contrainte et sous un climat séchant. Les déformations enregistrées dans le cas d'un bois séchant sous contrainte sont deux fois plus importantes que celles du bois sous climat sec constant. Ce fluage du bois sous un climat variable est également connu sous le nom de comportement mécano-sorptif [Pittet 1996, Randriambololona 2003]. Plusieurs modèles ont été décrits pour simuler le fluage du bois dans un environnement variable. Notons les modèles à activation indépendante de Ranta-Manus(1975)(1989), Leicester(1971), Hunt(1988), Toratti(1992), Salin(1992) et Martenson et Svensson(1997) et les modèles à activation combinée de Van Der Put(1989), Gril(1988), Mukaday(1986), Bazant(1985), Yahiaoui(1991) et Hanhijarvi(1995). Les modèles à activation indépendante reposent sur une partition des déformations sous la forme :

$$\mathbf{e}_{tot} = \mathbf{e}_E + \mathbf{e}_{visc} + \mathbf{e}_{hyg} + \mathbf{e}_{ms} \quad 1-2$$

Les modèles à activation combinée reposent sur une partition des déformations sous la forme :

$$\mathbf{e}_{tot} = \mathbf{e}_E + \mathbf{e}_{visc+ms} + \mathbf{e}_{hyg} + \mathbf{e}_{ws} \quad 1-3$$

où

\mathbf{e}_E déformation élastique instantanée ;

\mathbf{e}_{visc} déformation de fluage sous climat constant ;

\mathbf{e}_{hyg} retrait gonflement libre ;

\mathbf{e}_{ms} déformation mécano-sorptive (due au climat variable) ;

\mathbf{e}_{ws} déformation due au retrait empêché ou lié ;

$\mathbf{e}_{visc+ms}$ déformation de fluage total.

Il existe différentes représentations pour montrer l'existence d'une déformation mécano-sorptive limite. La première repose sur le tracé de la trajectoire mécano-sorptive. Cette représentation nous permet de montrer les cycles d'humidité interne et les variations des déformations pour chaque cycle. Sur la figure 1-12, nous remarquons que les déformations se confondent au fur et à mesure que le nombre de cycles hydriques augmente. En se basant sur cette représentation, Hunt(1989, 1991) a modélisé la déformation mécano-sorptive induite par des cycles réguliers d'humidité en utilisant un modèle de fluage limite sous variations d'humidité interne :

$$\mathbf{e}_{ms} = \mathbf{s}_0 \left(J_1 \left(1 + e^{-\frac{n}{N_1}} \right) + J_2 \left(1 + e^{-\frac{n}{N_2}} \right) \right) \quad 1-4$$

ou

J_1 et J_2 : complaisances caractéristiques ;

n : nombre de cycles de variation de l'humidité interne ;

N_1 et N_2 : nombre de cycles caractéristiques.

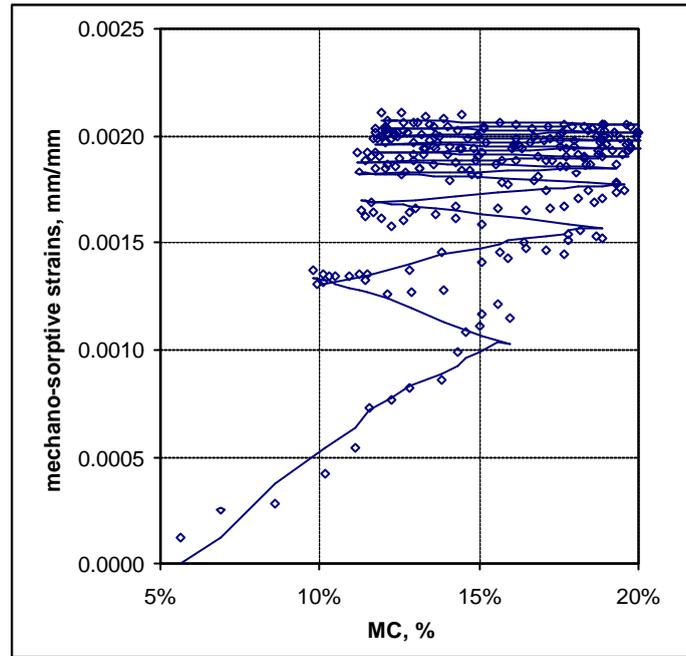


Figure 1-12 : représentation d'une trajectoire mécano-sorptive

L'autre représentation s'appuie sur le cumule des variations de l'humidité interne donné par l'expression suivante :

$$\mathbf{u}(t) = \int_{t'}^t |dw(t'')| \quad 1-5$$

La variable $\mathbf{n}(t)$ s'appelle teneur en eau cumulative et w est la teneur en eau. Cette représentation peut montrer aussi une limite à la déformation mécano-sorptive (fig 1-13).

Cependant, la représentation des cycles hydriques semble être suffisante indépendamment de la vitesse de variation ou de la forme des cycles (cycles d'humidité en échelon, en trapèze, triangle, etc...). En effet, la vitesse de variation de l'humidité influe peu sur le fluage de la même manière que dans le cas du retrait-gonflement libre, et ce, dans le cas du fluage en traction et en compression [Toratti 2000].

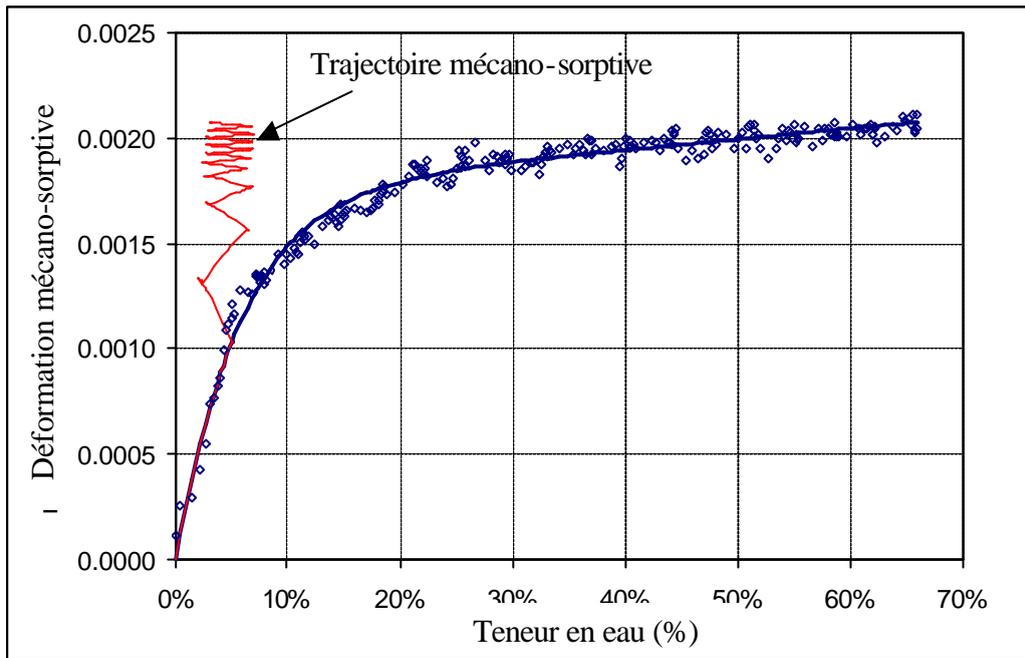


Figure 1-13 : représentation cumulative de la déformation

C. Bengtsson (2001) a comparé le fluage de plusieurs poutres en bois soumises à des essais de flexion et à des cycles réguliers d'humidité relative de 30% à 90%. Elle a ensuite comparé le fluage des poutres après 3 cycles et 5 cycles d'humidité relative. Il semble que les fluages relatifs à 3 et à 5 cycles réguliers obéissent à une loi linéaire comme indiqué sur la figure 1-14. Il a été remarqué que la première phase, qu'il s'agisse d'une humidification ou d'un séchage, n'influe pas statistiquement sur le fluage relatif (rapport de la flèche à chaque cycle sur la flèche une minute après application de la charge mécanique) en ce sens que le fluage relatif moyen après 3 cycles d'humidité est de 1,98 pour les poutres dont l'état hydrique initial est de 90% et est de 2,04 pour les poutres initialement à 30% d'humidité relative. La différence est statistiquement insignifiante [Bengtsson 2001].

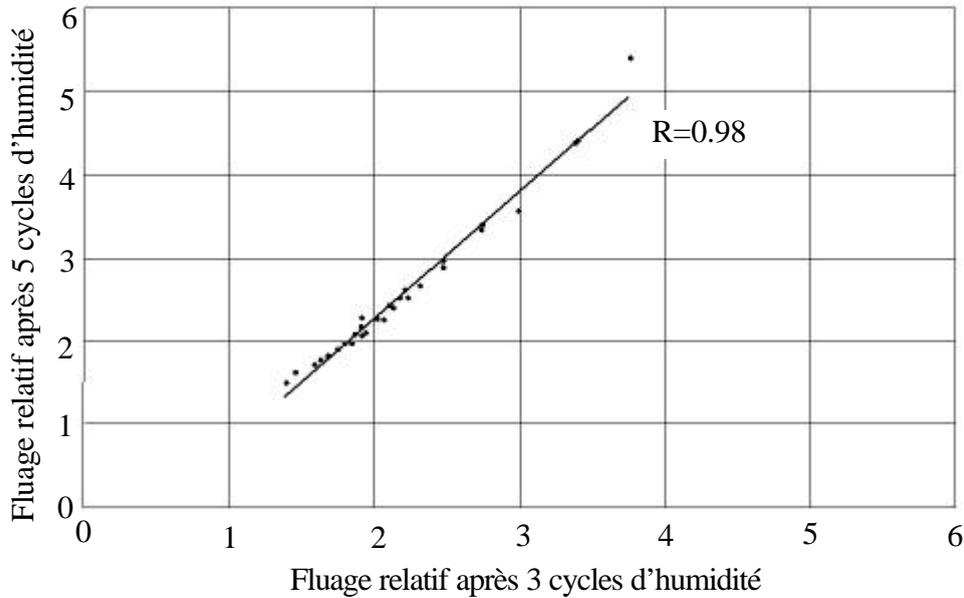


Figure 1-14 : corrélation entre les fluages après 3 cycles et 5 cycles d'humidité relative

Beaucoup d'auteurs ont tenté d'expliquer le comportement mécano-sorptif par des modèles qualitatifs et quantitatifs. Ces modèles ont été résumés par Pittet (1996) et Randriambololona (2003).

1.4.4 Approche viscoélastique vieillissante

La déformation mécano-sorptive ϵ_{ms} est induite directement par les variations de l'humidité interne du bois soumis à une contrainte mécanique. Il est pratiquement impossible d'isoler expérimentalement cette déformation de celle viscoélastique car les paramètres viscoélastiques varient aussi avec l'état hydrique du bois. Le développement de modèles viscoélastiques vieillissants est donc indispensable pour isoler le phénomène mécano-sorptif de l'effet viscoélastique.

Le bois est viscoélastique de type solide, c'est à dire qu'il est peu sujet à des phénomènes de flots visqueux, sauf dans des conditions hygro-thermiques extrêmes [Gril 1993a]. Son comportement peut donc être modélisé à l'aide de schémas rhéologiques dont les plus utilisés dans les calculs sont les modèles de Kelvin-Voigt et de Maxwell généralisés (fig. 1-15 et 1-16). L'avantage de ces modèles rhéologiques est qu'ils permettent de définir les sources de dissipation énergétique (viscosité, vieillissement).

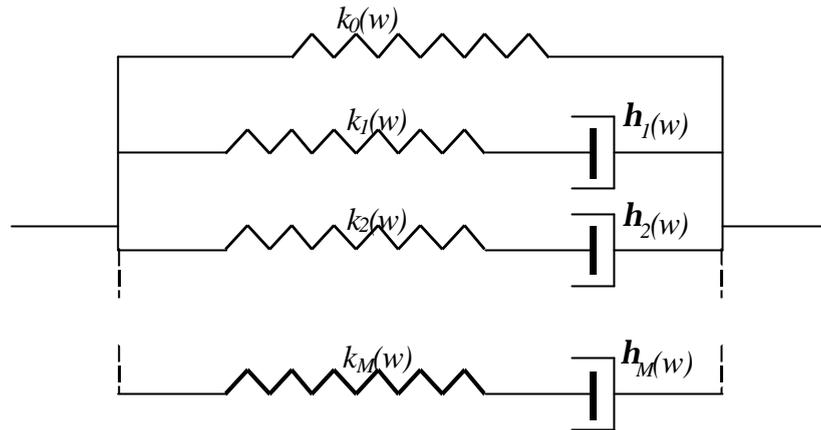


Figure 1-15 : Modèle de Maxwell généralisé

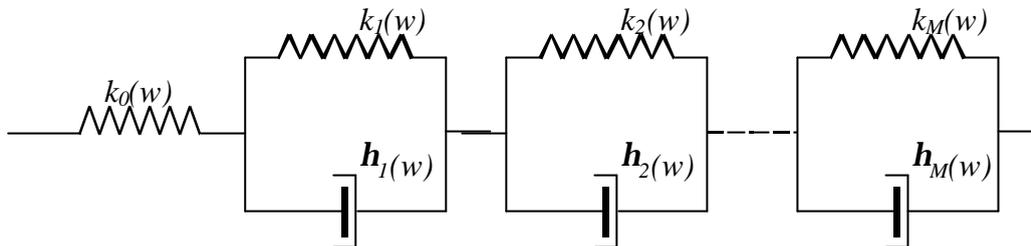


Figure 1-16 : Modèle de Kelvin-Voigt généralisé

L'identification des paramètres rhéologiques repose sur une stratégie basée sur des essais expérimentaux réalisés sur des échantillons soumis à des charges mécaniques constantes de longue durée sous des conditions climatiques constantes et contrôlées. La méthode numérique d'identification des paramètres s'appelle la méthode spectrale [Dubois 1997]. La stabilité de cette méthode à l'avantage de déterminer facilement les fonctions hydriques caractéristiques. La méthode des moindres carrés a l'inconvénient de renvoyer des solutions multiples dont il devient difficile, sinon impossible, d'identifier les fonctions $h(w)$ et $k(w)$.

1.4.4.1 Fluage et relaxation sous climat constant

L'étude du comportement différé du bois sous climat constant est essentielle pour identifier les propriétés viscoélastiques du bois et ses interactions avec l'environnement. Il a été constaté que les résultats sont différents selon que les échantillons sont de grandes ou de petites dimensions. Par exemple, lors d'un essai de fluage-recouvrance, la déformation permanente enregistrée sur les échantillons de petites dimensions est plus importante que celle enregistrée sur des échantillons de grandes dimensions [Pittet 1996]. Ceci pose le problème de passage à la structure lors de la réalisation des essais hétérogènes comme les essais de flexion. Il est donc primordial de choisir des échantillons appropriés.

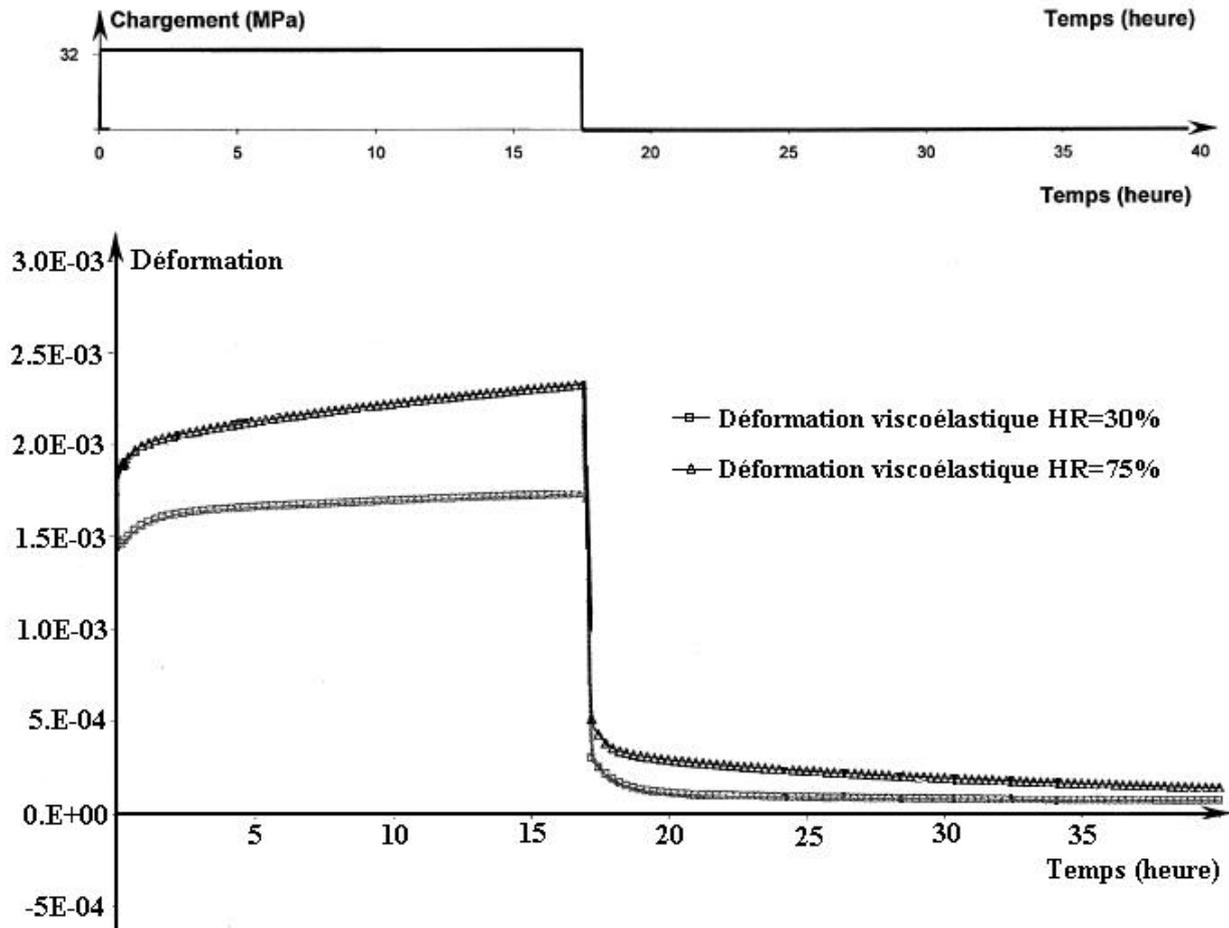


Figure 1-17 : fluage-recouvrance sous climats constants et sous une charge de 32MPa

D'autre part, les résultats d'essais montrent l'importance de l'influence de l'état hydrique du matériau bois sur son comportement mécanique instantané et différé. Selon ces études réalisées par Pittet (1996) et Randriambololona (2003), l'amplitude de la déformation permanente est plus importante pour des éprouvettes humides que pour des éprouvettes plus sèches, et ce, pour un même niveau de chargement. Ceci montre le pouvoir plastifiant de l'eau (figures 1-17 et 1-18).

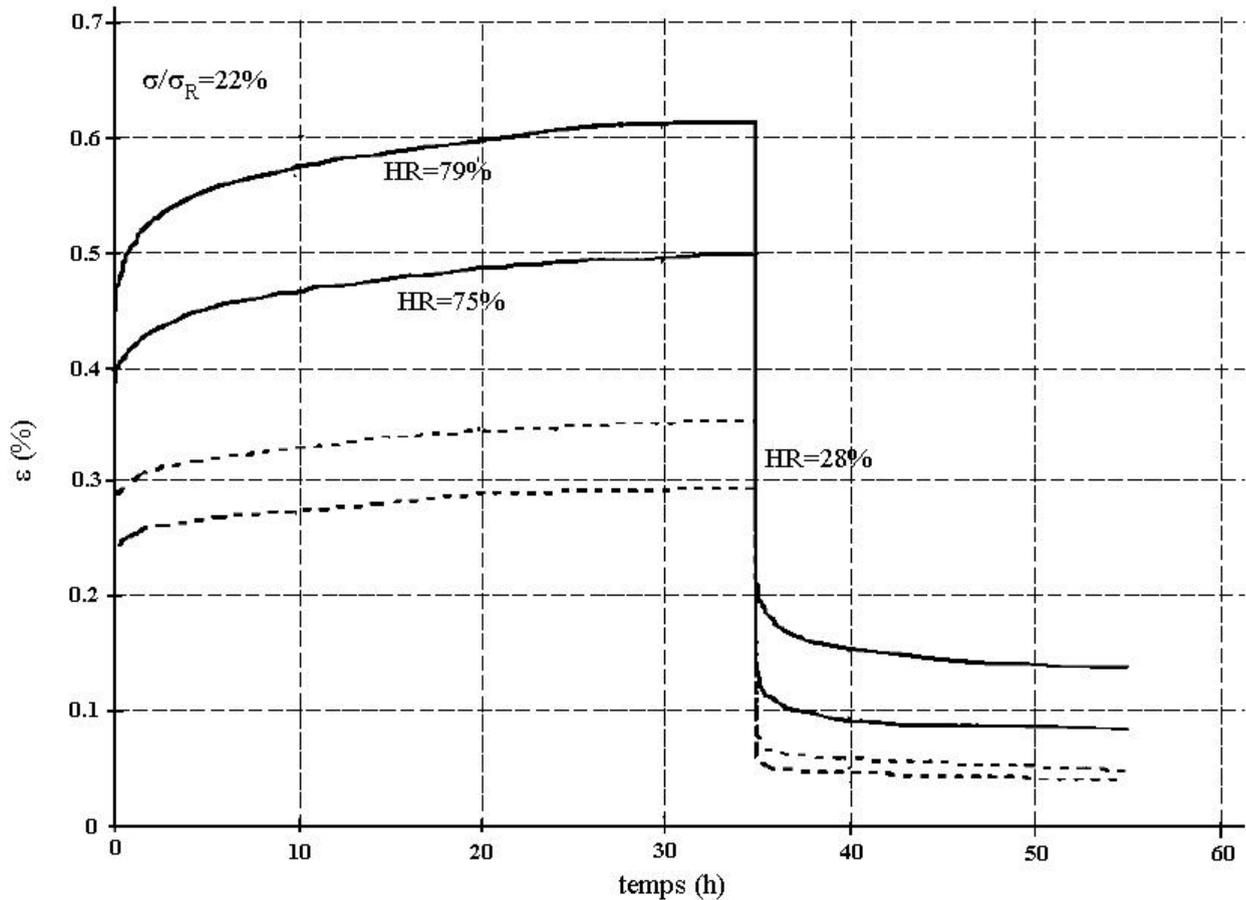


Figure 1-18 : fluage-recouvrance sous climats constants et sous contrainte égale à 22% de la rupture pour différents niveaux d'humidité relative

1.4.4.2 Fluage et relaxation sous climat variable

Le bois est un matériau viscoélastique vieillissant dont les paramètres dépendent de la température et de l'humidité interne. Particulièrement, la détermination des propriétés viscoélastiques en fonction de l'humidité interne est nécessaire pour isoler les phénomènes mécano-sorptifs et viscoélastiques qui coexistent dans un élément de structure.

La figure 1-19 montre l'évolution du fluage d'un bois soumis à des cycles réguliers d'humidité relative. La comparaison avec le fluage sous climats constants de 30% et 90% d'humidité relative montre clairement une déformation totale largement supérieure à la déformation maximale sous climat humide constant. La déformation additionnelle ne peut être associée qu'aux variations de l'humidité relative.

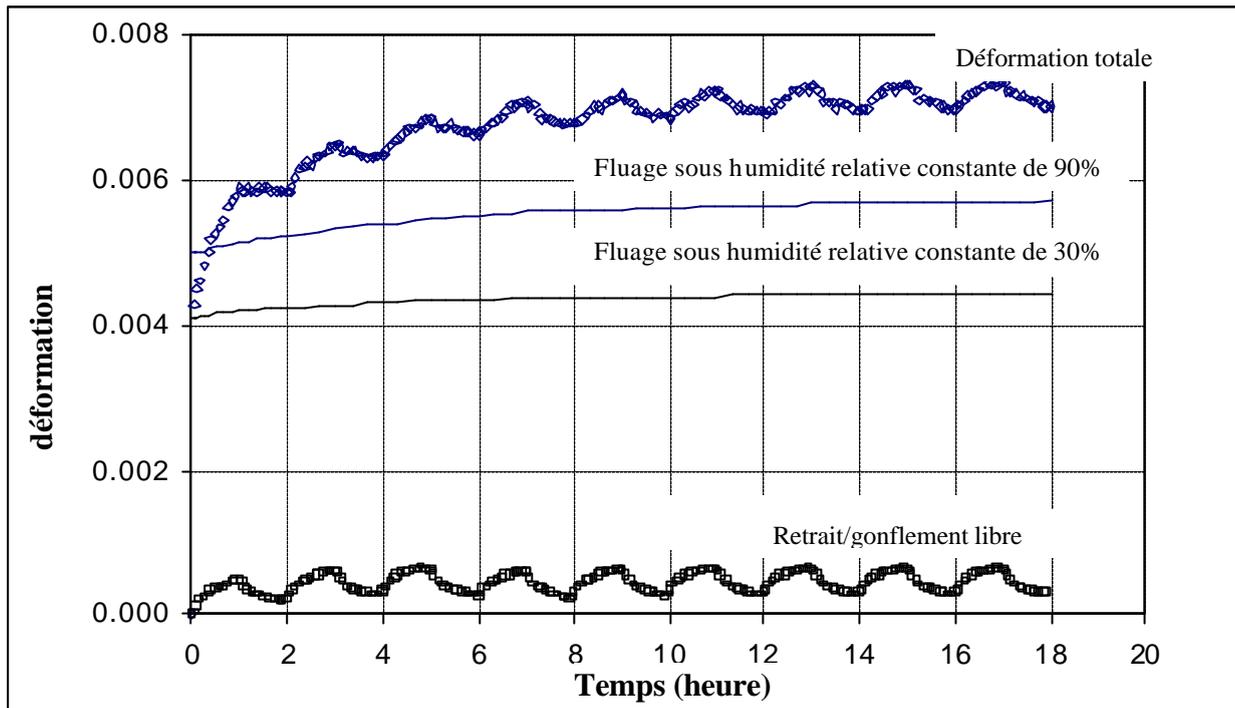


Figure 1-19 : fluage sous les cycles réguliers d'humidité relative

1.4.5 Comportement en traction et compression

Le bois présente aussi une variabilité comportementale vis-à-vis de l'état mécanique. En effet, nous pouvons constater que le fluage sous une contrainte de traction est plus « différé » que le fluage sous une contrainte de compression qui atteint le fluage limite plus rapidement. L'essai de relaxation-effacement est révélateur de cette dissymétrie. En effet, l'effacement d'une contrainte se stabilise plus rapidement que sa relaxation. Les essais de retrait-gonflement empêchés mettent également en évidence cette dissymétrie. Sur deux éprouvettes (l'une initialement humide soumise à un premier séchage (fig. 1-20) et l'autre initialement sèche soumise à une première humidification (fig. 1-21)), il ressort que les modules en traction et en compression sont différents. De plus, lors d'une humidification, la contrainte de compression passe par un maximum avec un fluage très marqué qui tend, par la suite, à se stabiliser [Pittet 1996].

Le graphique de la figure 1-20 est obtenu en soumettant une éprouvette de bois humide, dont le retrait gonflement est empêché, à des cycles hydriques avec un premier séchage. Le graphique de la figure 1-21 est obtenu en soumettant une éprouvette de bois sec, dont le retrait gonflement est empêché, à des cycles hydriques avec une première humidification.

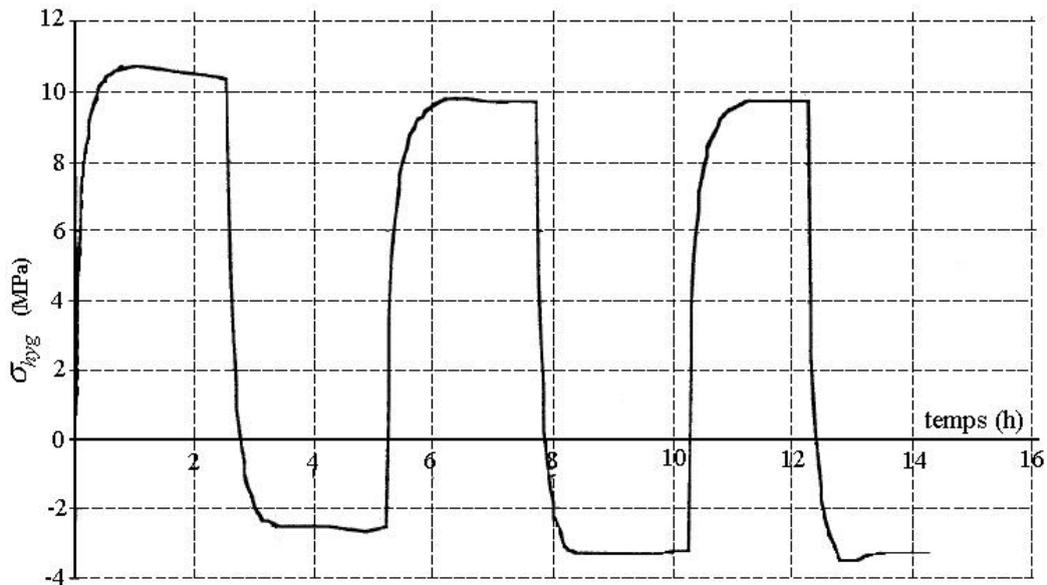


Figure 1-20 : Retrait-gonflement empêché d’une éprouvette soumise initialement à un séchage

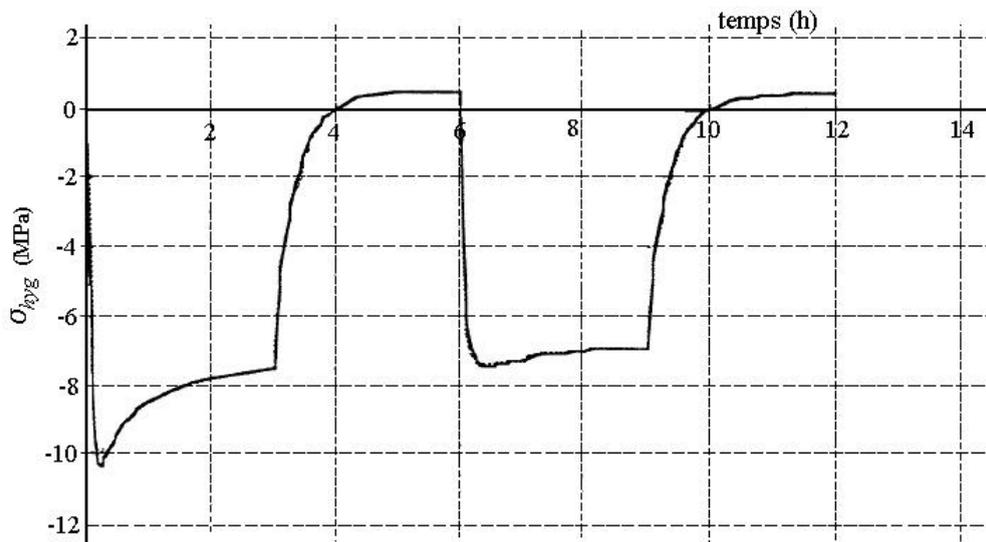


Figure 1-21 : Retrait-gonflement empêché d’une éprouvette soumise initialement à une humidification

D’autre part, les essais de relaxation-effacement montrent clairement que l’effacement de la compression se stabilise plus rapidement lorsque les éprouvettes sont humides.

1.4.6 Effet hygro-verrou

Le comportement hygro-verrou a été modélisé pour la première fois par Bazant (1975). Toutefois, d’autres modèles d’hygro-verrou ont été développés ; notamment celui de J. Gril (1988).

L’une des difficultés à surmonter lors de la modélisation est la succession des phases de rigidification et d’assouplissement. Dans ce cas, la principale difficulté est de jouer sur

deux comportements donnés par la loi de Hooke lors d'un assouplissement et la loi de Bazant lors d'une rigidification [Bazant 78, Randriambololona 2005] :

$$e = \frac{s}{k} \text{ (assouplissement)} \quad \dot{e} = \frac{\dot{s}}{k} \text{ (rigidification)} \quad 1-6$$

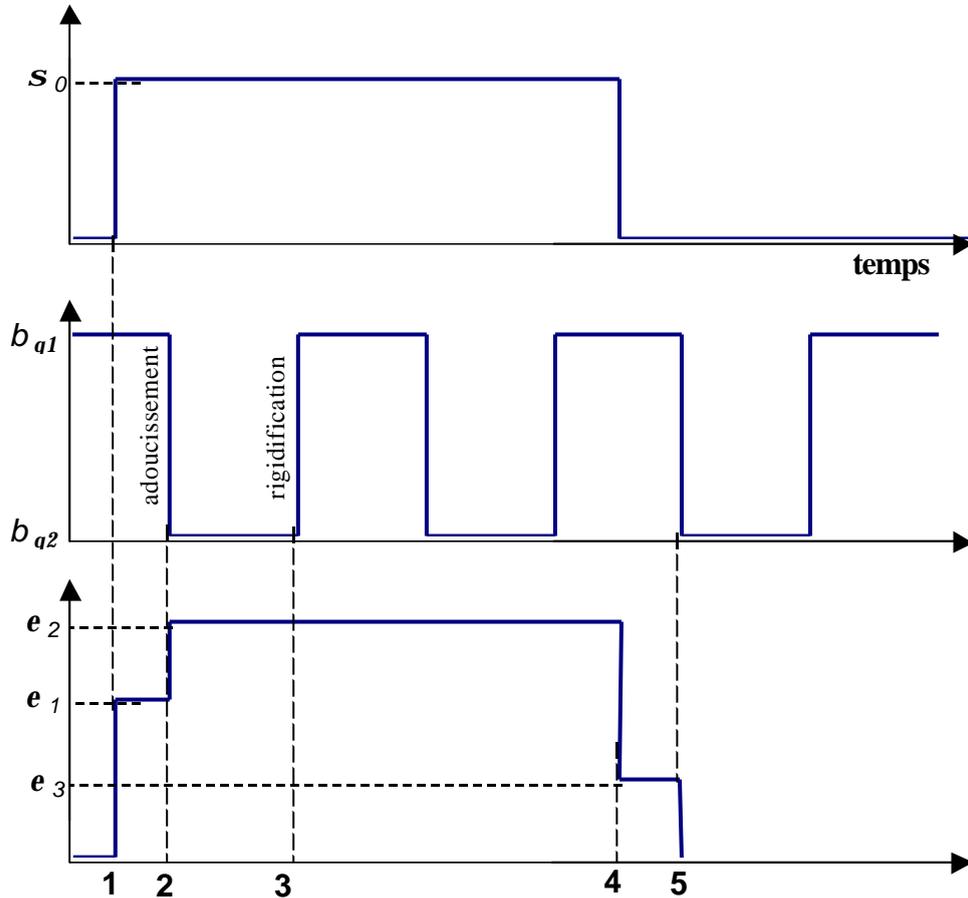


Figure 1-22 : comportement rhéologique d'un ressort

Lors de l'application d'une contrainte s_0 , la réponse est une déformation de e_1 . A la première phase d'adoucissement, qui correspond à une humidification, la rigidité du matériau diminue et engendre un incrément de déformation. La déformation totale est donc $e_2 = e_1 + \Delta e$ par application de la loi de Hooke. A la phase de rigidification correspondant à un séchage du bois, le phénomène hygro-verrou est mis en jeu et la loi de Bazant est appliquée. La déformation est figée pendant ce cycle et les cycles suivant ne connaissent aucune variation de la déformation tant que la contrainte reste constante ; les cycles étant réguliers. Suit alors la phase de décharge lorsque le bois est à l'état sec, c'est à dire avec une rigidité maximale. La déformation e_1 est effacée et il ne reste que Δe qui s'efface pendant la phase de réhumidification (adoucissement).

1.5 Comportement hydrique et thermique

Les phénomènes de transfert simultané de masse et de chaleur dans le bois interviennent dans beaucoup de processus naturels, industriels et dans des applications d'ingénierie, sur des échelles très variables, allant du mésoscopique jusqu'à l'échelle des structures de Génie Civil.

En particulier, l'échelle d'observation, dite macroscopique, pour la description des structures en bois, suppose que le milieu bois est continu, orthotrope et homogène avec ses trois directions principales, longitudinale, transversale et radiale. Cette échelle d'étude est retenue tant pour l'expérimentation et la simulation numérique que pour la description théorique ou phénoménologique du processus de transfert hygro-thermique. Les variables macroscopiques intervenant dans le phénomène de diffusion dans les structures sont la température, l'humidité interne et la contrainte mécanique. Par conséquent, les paramètres de transfert hygro-thermique méritent leur nom de phénoménologique car ils ne sont mesurés ou conceptualisés que par l'expérience.

Le calcul du taux d'humidité interne dans le bois est modélisé par des courbes d'isothermes de sorption, nécessaires à la connaissance de l'état hydrique en surface des ouvrages en bois. La connaissance de l'état hydrique total nécessite le calcul du champ d'humidité au cœur de ces ouvrages.

Les transferts thermique et hydrique combinés avec le mouvement différentiel des structures sont les causes principales de l'apparition d'un certain nombre de pathologies. Il est noté que les contraintes hydriques peuvent générer une perte de température due à la réduction des propriétés d'isolation causée par la condensation de la vapeur d'eau.

Les phénomènes de transfert dans les structures sont régis par la loi de Fick (1855) pour le transfert hydrique et l'équation de Fourier (1822) pour la diffusion thermique. Les deux types de transfert doivent tenir compte de leurs influences mutuelles. Nous savons qu'une variation de l'humidité interne est toujours accompagnée d'un dégagement ou d'une absorption d'une certaine quantité de chaleur appelée chaleur d'adsorption ou de désorption et engendre de ce fait une variation de la température [Foss 2003]. Réciproquement, toute variation de la température est accompagnée d'une perturbation de l'état hydrique : c'est l'effet Soret [Horáček 2003]. De plus, une variation de l'état hydrique engendre un retrait/gonflement du bois ; il n'est pas difficile donc d'observer l'apparition des contraintes

résiduelles suite à la diffusion hydrique dans les pièces en bois [Bonneau 1991 ; Pang 2002]. Le phénomène inverse peut être déduit et observé en partant du principe de réciprocité explicite en thermodynamique [Prigogine 1999] et observé expérimentalement [Negi 1999] : Une modification de la contrainte mécanique engendre bien une modification de l'état hydrique (figures 1-23 et 1-24).

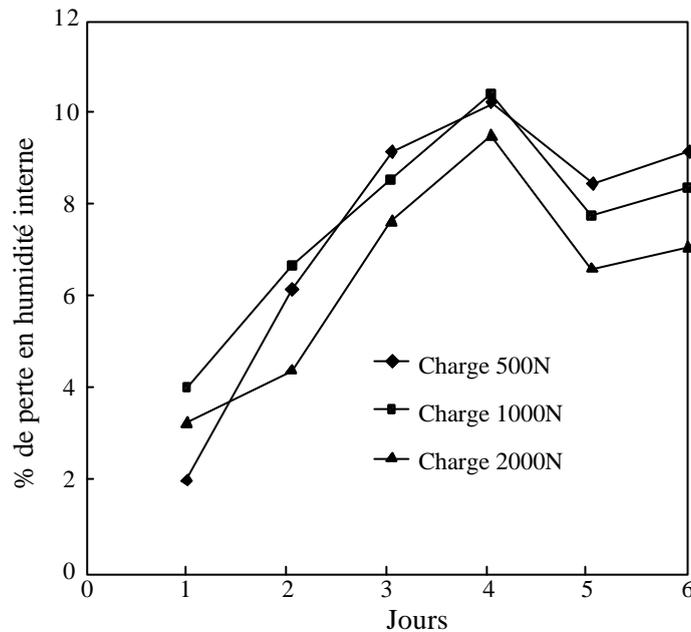


Figure 1-23 : taux de perte d'humidité interne après application d'une contrainte de compression des échantillons soumis à une humidité relative de 93%

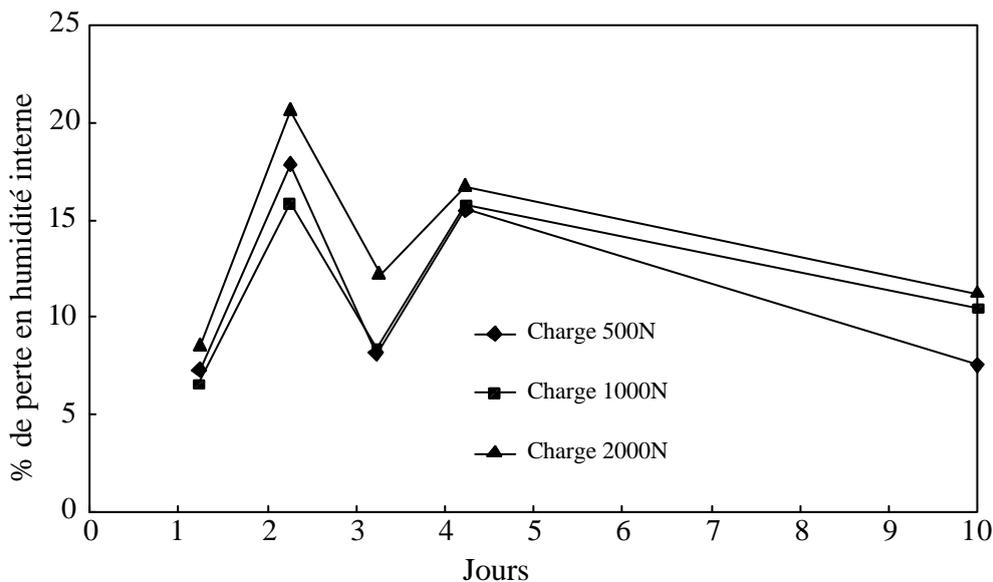


Figure 1-24 : taux de perte d'humidité interne après application d'une contrainte de compression des échantillons soumis à une humidité relative de 27%

Dans le domaine du séchage du bois par exemple, la problématique consiste à trouver une cinétique de séchage optimale qui réduit les effets secondaires telles les contraintes hydriques, les déformations résiduelles et le temps de séchage [Martin 1995]. Il existe cependant des procédés pour réduire ces contraintes résiduelles en soumettant le bois déchargé à un flux de vapeur chaude [Pang 2002 ; Martin 1995], à des cycles d'humidité relative dans le processus de recouvrance partielle des déformations [Toratti 2000], à l'étuvage humide [Julien 1996] ou à un traitement thermique dans le cadre de la réduction des micro-fissures dues au processus de réorganisation moléculaire [Kärenlampi 2003].

Dans le cas des structures en bois qui évoluent dans un environnement climatique variable, la prise en compte presque intuitive de l'influence de l'état mécanique sur l'équilibre hygroscopique et la diffusion est nécessaire. Il est à préciser que le domaine d'étude du phénomène de transfert dans les structures en bois est le domaine hygroscopique, domaine dans lequel la plupart des propriétés du bois sont fortement variables.

La diffusion est considérée comme un mouvement de particules des zones de forte concentration vers les zones de moindre concentration. Dans le cas de l'eau dans le bois, ce flux de matière est provoqué par une différence de potentiels chimiques. A l'équilibre, l'affinité, définie comme la différence des potentiels chimiques entre le bois et l'eau, s'annule. Ceci implique une uniformisation et une homogénéisation des concentrations. Toutefois, en présence d'un champ de potentiel, ce sont les potentiels chimiques qui s'uniformisent et non pas les concentrations. Ils déterminent les flux de matière [Prigogine 1999].

1.5.1 Thermodynamique de la diffusion

Le processus de diffusion est irréversible, c'est à dire qu'il produit de l'entropie. Cette production est toujours donnée comme le produit d'un flux par une force thermodynamique. Prenons le cas de deux systèmes $S1$ et $S2$ discrets qui s'échangent une espèce de matière. Une bouteille de gaz (l'hydrogène à la pression atmosphérique, par exemple) qui se diffuse dans une chambre fermée. Pendant que l'hydrogène s'échappe de la bouteille et se dilue dans l'air ambiant, à chaque échange infinitésimal de matière, la production d'entropie est donnée par :

$$dS = -\frac{m_2 - m_1}{T} \cdot dN \quad 1-7$$

m_a et m_h sont les potentiels chimiques de l'air ambiant et de l'hydrogène respectivement, dN est le nombre de moles d'hydrogène échangées et T la température. La quantité d'air que reçoit la bouteille est égale à la quantité d'hydrogène que reçoit la chambre car la transformation est isobare.

Dans le cas de systèmes continus dans lesquels la variation du potentiel chimique se produit dans la direction x (problème unidirectionnel) et où le processus de diffusion est isotherme, nous avons :

$$\frac{ds(x)}{dt} = -\frac{1}{T} \sum_i \frac{\partial m_i}{\partial x} J_i \quad 1-8$$

où $s(x)$ est l'entropie spécifique, m_i et J_i sont respectivement le potentiel chimique et le flux de l'espèce i .

Dans le cas de la diffusion d'une espèce fluide dans un corps solide (eau dans le bois), le flux de matière solide est nul (en supposant que les retrait-gonflement sont nuls) ; ce qui transforme l'équation 1-8 en :

$$\frac{ds(x)}{dt} = -\frac{1}{T} \frac{\partial m}{\partial x} J \quad (m: \text{potentiel chimique de l'eau, } J: \text{flux de l'eau}) \quad 1-9$$

Le flux thermodynamique, dans le cas des systèmes dont leur état thermodynamique est voisin de l'équilibre, est proportionnel à sa force thermodynamique. Cet équilibre se traduit par :

$$J = -I \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial m}{\partial x} \quad \text{où } I \text{ est la constante de proportionnalité} \quad 1-10$$

Dans un mélange de fluide idéal, le potentiel chimique peut s'écrire sous la forme :

$$m(T,c) = m_0 + RT \ln c \quad 1-11$$

où c est la concentration de l'eau dans le bois et se mesure en g/l. L'équation 1-10 devient alors :

$$J = -\frac{IR}{c} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = D \cdot \frac{\partial c}{\partial x} \quad 1-12$$

Le coefficient de diffusion D peut s'identifier selon l'équation 1-12 par l'expression :

$$D = \frac{IR}{c} \quad 1-13$$

L'observation a montré que le processus de diffusion dans les systèmes idéaux peut se décrire par la loi de Fick :

$$\frac{dc}{dt} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad 1-14$$

L'équation 1-14 est le résultat d'une loi de comportement linéaire exprimée par l'équation 1-10 et de l'application du principe de conservation de la masse.

1.5.2 Phases de séchage

Lors de l'abatage du bois, celui-ci peut contenir plus d'eau que de matière-bois. L'humidité interne est alors supérieure à 100%. Le bois ainsi coupé commence à connaître sa première phase de séchage qui correspond à l'évacuation de l'eau libre contenue dans les lumens et les cavités cellulaires.

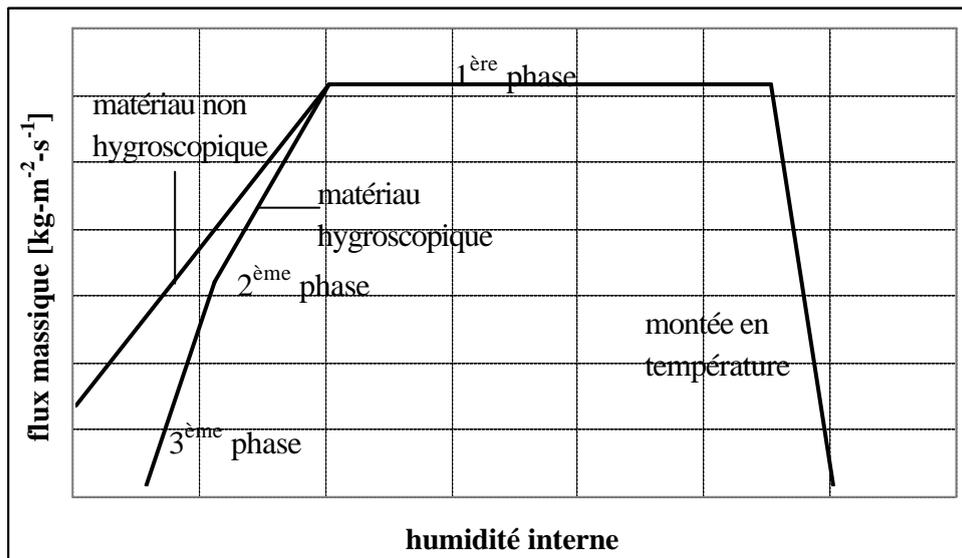


Figure 1-25 : représentation de la cinétique de séchage : flux massique en fonction de l'humidité interne.

Pour un matériau hygroscopique, quatre périodes de séchage peuvent être identifiées, figure 1-25.

La première correspond à la montée en température jusqu'à ce que le bois humide atteigne une température caractéristique de l'environnement séchant. La durée de cette phase est beaucoup plus courte que celle du séchage global. Elle est essentiellement une mise en régime thermique où les flux augmentent jusqu'à stabilisation.

La deuxième période correspond à l'évacuation de l'eau à flux constant. C'est une période isenthalpe où l'enthalpie de l'eau dans le matériau reste constante. Les échanges thermiques se font principalement par la vaporisation de l'eau en surface du bois.

La période suivante correspond à un premier ralentissement du séchage induit essentiellement par un changement de l'enthalpie de l'eau en surface du bois. Ce changement est dû à un changement des propriétés physiques de l'eau dans le bois : c'est l'entrée dans le domaine hygroscopique. Durant cette période de ralentissement, ce sont les diverses propriétés physiques du bois qui régissent l'allure du séchage. Cette période commence lorsque l'eau dans le cœur de la pièce en bois alimente de manière insuffisante la surface d'évaporation dont l'humidité diminue jusqu'à atteindre le domaine hygroscopique.

Suit enfin un second ralentissement durant lequel le flux-masse décroît rapidement. Tout le matériau entre dans le domaine hygroscopique. L'état hydrique du bois se met alors progressivement en équilibre avec l'environnement sec [Martin 1995].

La différence avec un matériau non hygroscopique est que celui-ci ne retient pas d'eau et que le flux-masse ne s'annule jamais avant la disparition totale de l'eau.

1.5.3 Comportement en diffusion hydrique dans le domaine hygroscopique

Le bois est à la fois un matériau hygroscopique et poreux. La conséquence en est que trois régimes de transfert sont énumérés dans la littérature. Il s'agit du transfert par capillarité, par diffusion vapeur et par diffusion hygroscopique.

Du point de vue théorique, chacun de ces types de transfert met en jeu des propriétés physiques propres au matériau bois. La meilleure connaissance de ces paramètres peut permettre d'améliorer les techniques de séchage du bois et de maîtriser les effets secondaires tels les retraits différentiels et l'apparition des contraintes résiduelles.

1.5.4 Méthodes théoriques pour l'identification du coefficient de diffusion

Le coefficient de diffusion est défini par la loi de Fick donnée par l'équation 1-12. Plusieurs méthodes directes et indirectes basées sur des données expérimentales ont été développées pour le mesurer. Cependant, il existe en théorie plusieurs méthodes d'identification ; citons les méthodes de superposition, de la séparation des variables, de la transformée de Fourier et de la transformée de Laplace [Crank 1995], et des gradients conjugués [Prud'homme 1999].

1.5.4.1 Diffusion dans un milieu infini

Dans le cas de la diffusion unidirectionnelle d'une quantité M (source ponctuelle) à partir de l'origine des abscisses ($x=0$), dans un milieu infini, l'identification du coefficient de diffusion donné en équation 1-12 se fait grâce à la courbe de diffusion dont l'équation peut être donnée par [Crank 1995] :

$$c = \frac{A}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad 1-15$$

où A est une constante arbitraire.

La diffusion se fait de manière symétrique par rapport à la source ($x=0$). Supposons que la diffusion se fait à travers une unité de section, la quantité totale de substance diffusée est donnée par :

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} c \cdot dx \quad 1-16$$

Si la distribution de la concentration suit l'équation 1-15, nous pouvons écrire la quantité totale M en utilisant l'équation 1-16 :

$$M = 2A\sqrt{D} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-x^2) \cdot dx = 2A\sqrt{pD} \quad 1-17$$

avec $x^2 = \frac{x^2}{4Dt}$ et $dx = 2\sqrt{Dt} \cdot dx$

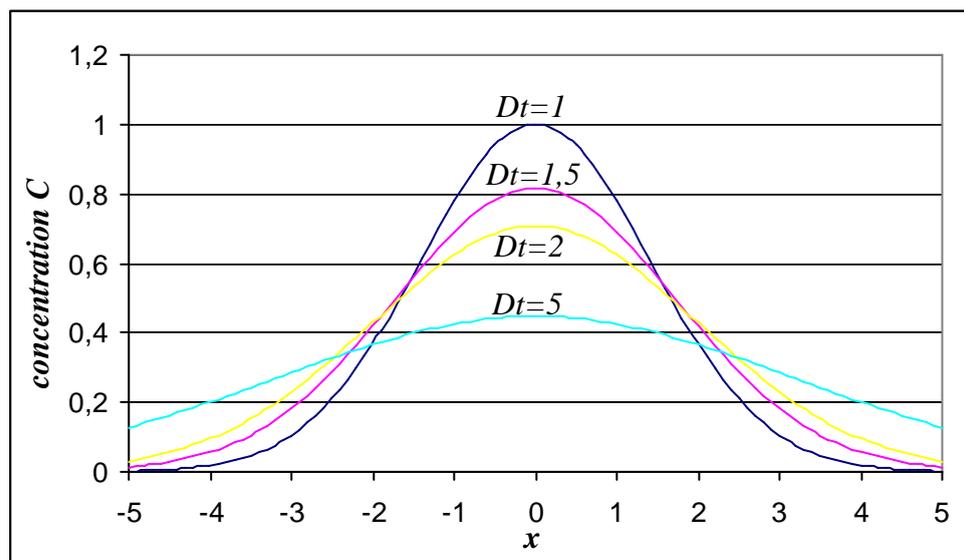


Figure 1-26 : courbes de distribution d'une quantité $M=1$ à différents instants

La distribution de la substance diffusée à chaque instant est donnée en figure 1-26. lorsque t tend vers l'infini, toute la quantité M se dilue dans l'infini et nous aurons des concentrations partout nulles.

1.5.4.2 Diffusion dans un milieu semi-infini : conditions aux limites

Le problème de la diffusion en milieu infini est symétrique en $x=0$. Cependant, la solution peut être ramenée seulement pour les abscisses positives et en introduisant le problème pour deux milieux semi-infinis.

Nous considérons donc ici que la diffusion dans le système se fait à travers deux milieux semi-infinis de propriétés de diffusion D_1 et D_2 différentes. La gestion de l'interface en $x=0$ se fait en proposant une constante d'échange entre les deux milieux. Ce problème peut être traité de la même manière qu'en milieu infini.

Dans le cas simple, les conditions initiales sont une concentration c_0 uniforme en $x>0$ et une concentration nulle en $x<0$. Si, à l'instant t quelconque, la concentration en $x=0^+$ est c_1 et en $x=0^-$ est c_2 , le principe de conservation de la masse (flux entrant égal au flux sortant) exprime la condition de continuité à l'interface $x=0$ impose :

$$D_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} = D_2 \frac{\partial c_2}{\partial x} \quad 1-18$$

La condition de continuité à l'interface $x=0$ peut être exprimée par :

$$D_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} = h(c_2 - c_1) \quad 1-19$$

h est le coefficient d'échange entre les deux milieux. Ce paramètre joue un rôle très important dans la suite de l'étude de la diffusion en milieu fini que nous allons étudier en chapitre 3 dans le cas de la recherche des coefficients de diffusion et d'échange surfacique en se basant sur les courbes d'adsorption et désorption.

1.5.4.3 Régime transitoire

Le régime transitoire est un régime de mise en équilibre, lequel est caractéristique des conditions régnant aux frontières du domaine étudié. Il est particulièrement pertinent lorsque le milieu est fini. La diffusion unidirectionnelle en régime transitoire dans un domaine compris entre $x=0$ et $x=l$ est donnée par une solution sous forme d'une série trigonométrique :

$$c=c_1+(c_2-c_1)\frac{x}{l}+\frac{2}{p}\sum_1^{\infty}\frac{c_2\cos n p-c_1}{n}\sin\frac{n p x}{l}\exp\left(-\frac{D n^2 p^2 t}{l^2}\right) \\ +\frac{2}{l}\sum_1^{\infty}\sin\frac{n p x}{l}\exp\left(-\frac{D n^2 p^2 t}{l^2}\right)\int_0^l f(x')\sin\frac{n p x'}{l}dx'$$
1-20

c_1 et c_2 sont les concentrations constantes respectivement en $x=0$ et $x=l$; D le coefficient de diffusion, t le temps et $f(x)$ le profil des concentrations à l'instant $t=0$.

Pour une distribution d'humidité interne initiale uniforme $f(x)=c_0$ et des concentrations égales à c_1 en $x=0$ et $x=l$, l'équation 1-20 peut se mettre sous la forme :

$$\frac{c-c_0}{c_1-c_0}=1-\frac{4}{p}\sum_0^{\infty}\frac{(-1)^{2n+1}}{2n+1}\cos\frac{(2n+1) p x}{l}\exp\left(-\frac{D(2n+1)^2 p^2 t}{l^2}\right)$$
1-21

L'équation 1-21 est valable seulement s'il n'existe aucune résistance aux échanges surfaciques, et ce, pour un coefficient d'échange infini. Dans le cas contraire, l'identification procède en général de méthodes numériques indirectes. Nous allons développer au chapitre 3 une méthode d'identification des paramètres de diffusion dans un cas réel.

1.5.4.4 Etat stationnaire et équilibre hygroscopique

L'équilibre hygroscopique est essentiellement dépendant des conditions climatiques de l'environnement. L'équilibre hydrique sous une condition climatique constante est abondamment étudié dans la littérature.

Cependant, les phénomènes d'hystérésis qui apparaissent dans les isothermes de sorption lors des changements aléatoires des conditions climatiques ne sont pas pris en compte dans les études de modélisation des structures mécaniques vieillissantes. Randriambololona (2003) a évalué l'humidité interne d'une poutre soumise à des cycles d'humidité relative de l'ambiance comprise entre 30% et 90% en se servant d'une interpolation linéaire de l'isotherme de sorption (fig. 1-27).

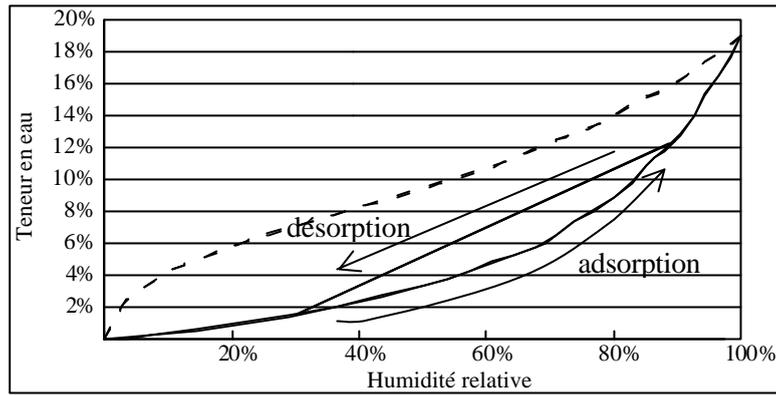


Figure 1-27 : simulation d'une hystérésis de sorption pour un cycle d'humidité relative de 30%-90%

Le comportement en hystérésis fait ressortir deux constatations principales :

1. l'isotherme d'adsorption passe toujours en dessous de l'isotherme de désorption ;
2. les isothermes de sorption pour des cycles hygrométriques d'amplitudes constantes sont incluses dans l'hystérésis des isothermes enveloppes adsorption-désorption obtenues pour une variation hygrométrique entre HR=0% et HR=100% (figure 1-28) [Randriambololona 2003].

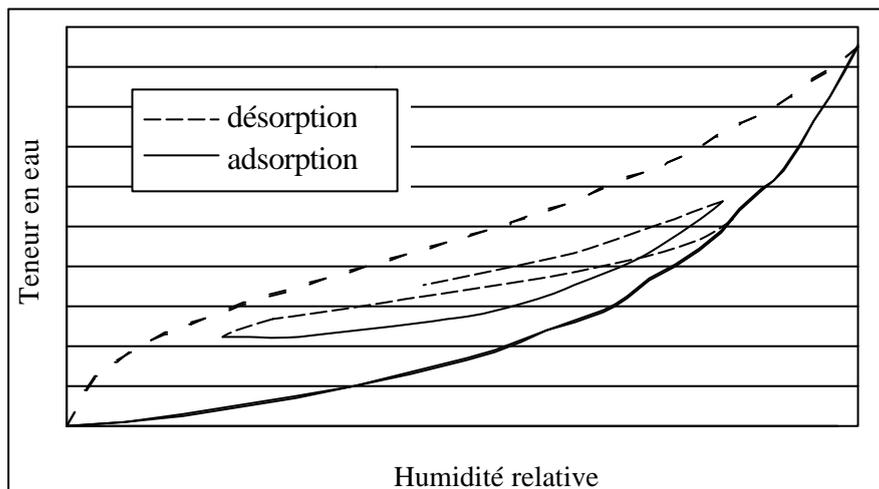


Figure 1-28 : : Illustration des hystérésis pour des cycles aléatoires d'humidité relative

L'étude des isothermes de sorption fera l'objet d'un chapitre où il sera proposé un modèle thermodynamique capable de prendre en compte l'effet des hystérésis.

1.5.4.5 Echanges thermique et massique surfaciques ou convectifs

La détermination des échanges de matière et de chaleur entre le milieu extérieur et la surface d'ouvrage dépend en grande partie de l'état hydrique en surface. Ils sont définis de manière phénoménologique en reliant proportionnellement les flux hydrique ou thermique à la différence des états thermo-hydriques qui règnent en surface et dans l'ambiance extérieure. Les constantes de proportionnalité sont ainsi définies par les expressions suivantes :

$$q_m = h_m \cdot (\mathcal{Y}_{surf} - \mathcal{Y}_\infty)$$

$$q_t = h_t \cdot (T_{surf} - T_\infty)$$

1-22

où q_m et q_t sont respectivement les flux hydrique et thermique, T_{surf} et T_μ sont les températures en surface et en ambiance extérieure.

\mathcal{Y}_{surf} et \mathcal{Y}_∞ sont les potentiels hydrique de l'eau en surface et en ambiance extérieure. h_m et h_t sont, respectivement, les coefficients de convection hydrique et thermique.

Beaucoup d'auteurs utilisent, pour le coefficient hydrique h_m , une définition qui se rapporte à des variables faciles à mesurer telles l'humidité interne, la densité, la concentration et la pression de vapeur ou la fraction molaire.

Le coefficient d'échange hydrique est variable et il diminue lorsque l'humidité interne diminue mais reste constant pour de hautes humidité internes. Il est particulièrement influencé par la présence de courant d'air qui accélère l'évaporation de l'eau à l'interface [Tremblay 2003].

1.5.5 Comportement en séchage et en humidification

Si nous considérons la diffusion dans le bois comme une variante dynamique de l'hygroscopie, l'apparition des hystérésis de sorption nous permet aussi de différencier les propriétés de séchage et d'humidification dans le processus de diffusion hydrique. L'existence de ces hystérésis de sorption prédit donc un comportement diffusif différent selon que l'on soit en phase de séchage ou en phase d'humidification. Kouchade (2004) a mesuré un coefficient de diffusion différent en adsorption et en désorption et il a été observé que la pente de diffusion en adsorption est plus faible que celle en désorption [Zohoun 1998, Agoua 2001]. L'explication peut être attribuée au retrait/gonflement libre du bois qui accompagne toute variation de l'humidité interne. En effet, l'augmentation du volume des macromoléculaires du bois lors d'une adsorption freine le mouvement des molécules d'eau, d'où une diffusion plus faible en adsorption [Kouchade 2004].

1.5.6 Effet de la direction de diffusion

La diffusion dans les trois directions principales du bois est différente. En général, et en dehors de quelques essences de bois, la diffusivité massique durant la phase d'adsorption est plus élevée en direction radiale qu'en direction tangentielle. Il semble que le rôle que jouent les rayons ligneux dans la direction radiale, durant la vie de l'arbre, en est la cause ; les

cellules d'une rangée étant plus alignées dans le sens radial que dans le sens tangentiel, leurs positions sont plutôt aléatoires.

En revanche, le phénomène de transfert dans le domaine capillaire affiche une tendance inverse à celle du transport dans le domaine hygroscopique. La perméabilité dans le sens longitudinal du bois d'aubier est 100 à 50 000 fois supérieure à la perméabilité radiale et tangentielle [Martin 1995] probablement dû au rôle transporteur des trachéides disposées essentiellement dans le sens transversal.

1.5.7 Effet de la densité

La densité (ou masse volumique) des bois est très variable selon les essences (de 350 à 1 200 kg/m³) et à l'intérieur d'une même essence (avec des variations maximales de plus ou moins 15%). La masse volumique du bois agit sur la diffusivité massique quels que soient la direction et le sens de la diffusion; la diffusivité décroît lorsque la masse volumique augmente. Ceci s'explique aisément par le fait que dans le bois dense, les parois cellulaires sont épaisses et les lumens de faible diamètre. La taille des pores est donc plus réduite, ce qui diminue la diffusion de la vapeur [Perré 2001]. Ceci s'observe aussi sur le bois initial de densité faible et sur le bois final de densité plus élevée.

Le caractère hétérogène du bois à l'échelle d'un cerne d'accroissement annuel impose une meilleure estimation de la masse volumique. Au début d'un cerne d'accroissement annuel se trouve le bois de printemps moins dense. Au fur et à mesure qu'on pénètre dans le cerne, la masse volumique augmente jusqu'à atteindre sa valeur maximale à la fin du bois d'été, pour chuter ensuite brusquement lors de la croissance au printemps qui suit. L'estimation de la masse volumique est alors fonction du point considéré dans le cerne et peut être corrélée au moyen d'un polynôme cubique des coordonnées [Bonneau 1991] :

$$r_s(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad \text{1-23}$$

où r_s est la masse volumique sèche

Les valeurs a , b , c et d dépendent bien sûr de l'épaisseur du cerne, de la masse volumique sèche en début et en fin de croissance du cerne (figures 1-29 et 1-30). Ces valeurs peuvent varier d'un cerne à l'autre.

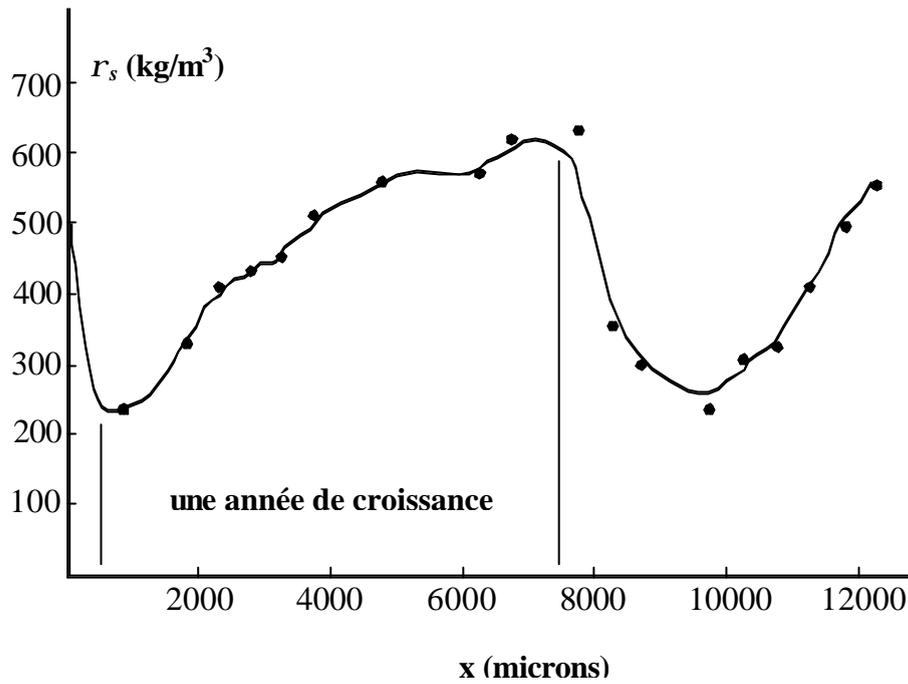


Figure 1-29 : distribution de la masse volumique sur un cycle annuel de croissance

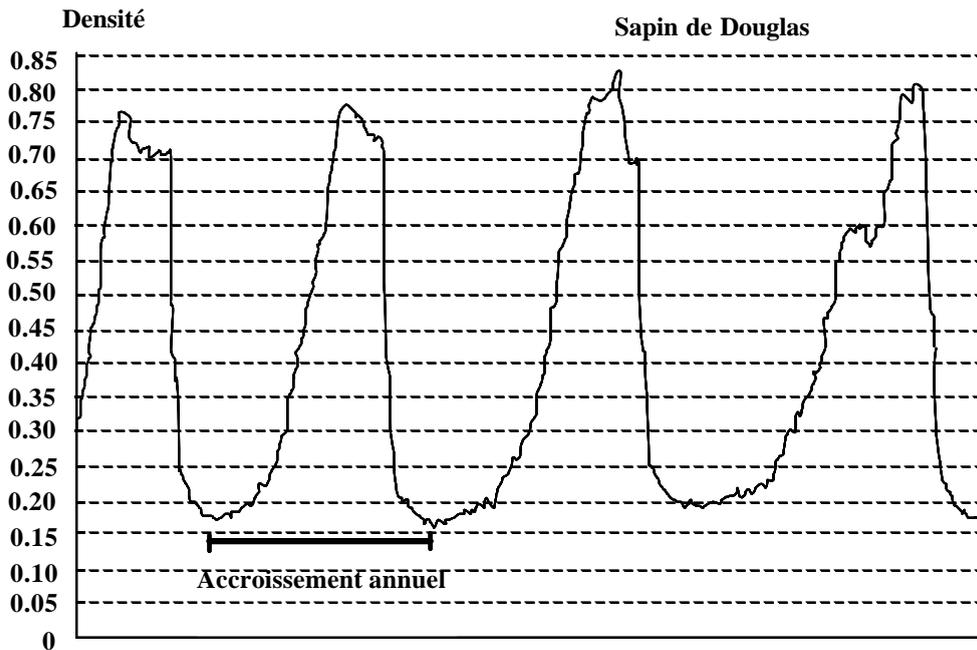


Figure 1-30 : Exemple de profil microdensitométrique obtenu sur un bois adulte de Douglas

1.6 Passage à l'échelle d'une structure

Précédemment, nous avons montré le comportement hydrique global du bois soumis à l'influence de l'environnement climatique, et ce, à l'échelle du matériau. Deux phénomènes hydriques, l'un instantané et l'autre différé, coexistent dans le matériau. Le phénomène instantané est l'équilibre hygroscopique qui règne en surface du bois en contact direct avec l'environnement. La variation de l'état hydrique en surface du matériau engendre des fronts

de séchage et d'humidification qui se propagent ensuite, de façon différée, dans le cœur des ouvrages. Cet effet de retard qui n'est autre que le phénomène de diffusion hydrique existe aussi pour le transfert thermique et doit être pris en compte pour évaluer le champ de température et d'humidité interne qui règne dans la structure en bois.

Parallèlement, l'état mécanique de la structure évolue et les propriétés hydriques et mécaniques interagissent et engendrent un comportement global fort couplé et non linéaire.

Sur une poutre isostatique de $45 \times 45 \times 1040 \text{ mm}^3$ (fig. 1-31-a), soumise à une flexion 4 points et placée dans une ambiance climatique à 5 cycles réguliers de variation d'humidité relative comprise entre 30% et 90% et de périodicité de 14 jours. La poutre est soumise à une contrainte de flexion de 15,4MPa pendant 210 jours. La température de l'ambiance est maintenue à 22°C, figure 1-31-b.

L'effet des hystérésis est pris en compte en utilisant une interpolation linéaire de l'isotherme de sorption, $w^0\% = 0,19 \cdot HR + 2,7$, où HR est l'humidité relative exprimée en pourcentage.

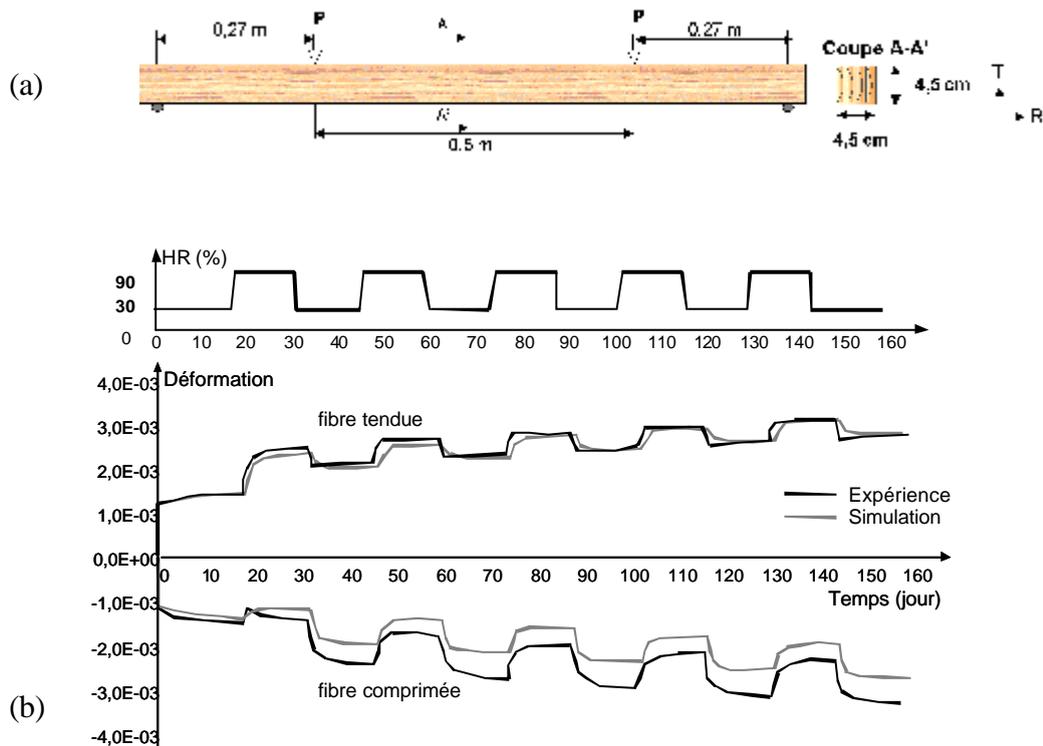


Figure 1-31 : déformations des fibres supérieure et inférieure d'une poutre isostatique

La simulation du comportement mécanique de la poutre est réalisée en utilisant un modèle de calcul bidimensionnel. Pour connaître l'évolution des champs de température et d'humidité interne dans la poutre, le modèle mécanique en plan est couplé au modèle

bidimensionnel (dans la section transversale) de transfert hygro-thermique. Les coefficients de diffusion $D_b(w)$ (dans le sens transversal avec un rapport d'anisotropie constant et égal à 2) et d'échange surfacique $h_w(w)$ sont donnés par :

$$D_b(w)=8\cdot 10^{-10}e^{0,04w} \quad (m^2/s) \quad \mathbf{1-24}$$

$$h_w(w)=3,8\cdot 10^{-7}e^{0,04w} \quad (m/s) \quad \mathbf{1-25}$$

La figure 1-31-b montre les déformations totales des fibres supérieure et inférieure de la poutre. Les paramètres viscoélastiques ont été identifiés grâce aux essais de fluage en traction simple réalisés sur des échantillons de très petites dimensions.

En comportement mécanique instantané, le matériau bois montre une symétrie en ayant le même module élastique en traction et en compression. Par ailleurs, les fibres tendues de la poutre répondent bien aux modèles de calculs simulés. En revanche, la déformation des fibres comprimées a été sous-estimée. Les causes peuvent être explicitées ainsi :

1. le comportement viscoélastique est différent en traction et en compression ;
2. les hystérésis de sorption ne sont pas bien modélisées ;
3. la cinétique de diffusion hydrique est différente en adsorption et en désorption ;
4. l'influence de l'état mécanique sur le comportement hygroscopique et diffusif n'est pas pris en compte.

Conclusion

Les différents phénomènes qui coexistent dans une structure en bois doivent être découplés expérimentalement pour pouvoir isoler les processus les uns des autres. L'influence de la variation de l'humidité interne dans les structures en bois est multiple comme le vieillissement hygro-thermique du matériau décrit comme étant des changements des propriétés mécaniques.

Comme on a pu le constater tout au long de ce chapitre, les effets engendrés par le couplage hygro-thermo-mécanique du matériau bois donnent lieu à des interprétations d'une sévère complexité. Les couplages hydriques, thermiques et mécaniques sont d'une diversité étendue. Les essais expérimentaux doivent être complétés par des simulations et des modélisations numériques. Les études doivent aussi être portées à différentes échelles pour maîtriser le passage d'un comportement à niveau moléculaire vers un niveau supérieur jusqu'à celui de la structure.

En particulier, nous avons noté l'existence d'une influence mécanique sur l'hygroscopie. Cette influence doit être connue de manière plus approfondie pour une meilleure modélisation de l'état hydrique global en ajoutant le phénomène de la diffusion dans les études de couplage. Il n'existe dans la littérature aucune étude expérimentale portant sur le couplage de la diffusion à l'état mécanique.

L'objectif principal de ce travail est d'apporter des éléments nouveaux permettant une modélisation complète du comportement en couplage des structures en bois évoluant dans un environnement climatique variable, particulièrement ce qui concerne l'aspect hydrique et mécanique du bois de structure.

Chapitre 2 : Equilibre hygroscopique

Introduction

Le bois est un bio-matériau hygroscopique dont l'état hydrique dépend des conditions climatiques d'humidité et de température de l'environnement dans lequel il évolue. Ses propriétés mécaniques varient fortement avec les conditions climatiques de l'environnement. Le calcul des structures mécaniques en bois nécessitent donc une meilleure estimation de l'état hydrique pour une connaissance suffisante de ses propriétés mécaniques.

Physiquement, l'hygroscopie se présente comme l'étude de l'équilibre de l'eau liée dans le bois avec sa pression de vapeur, sachant que le domaine d'étude est le domaine hygroscopique limité à une teneur en eau maximale appelée point de saturation des fibres, obtenu en plaçant le bois dans un environnement caractérisé par une humidité relative de 100%.

La nature physique de l'hygroscopie tient de la nature thermodynamique de l'eau et de la chimie de la cellulose, principal constituant du bois. Il est donc nécessaire de présenter d'abord l'eau dans tout ses états (principalement liquide et gazeux) ainsi que la structure chimique de la cellulose, avant de présenter une étude sur le cas de l'eau soumise à un potentiel quelconque comme le potentiel capillaire et hygroscopique.

2.1 L'eau et ses transformations

L'eau libre à l'état liquide est caractérisée par une pression de vapeur d'équilibre appelée pression de vapeur saturante et une chaleur latente de vaporisation, les deux variant uniquement avec la température. Théoriquement, on peut lier ces deux propriétés par la formule de Clapeyron suivante [Bruhat 1968] :

$$L = \frac{RT^2}{MP_s} \frac{dP_s}{dT} = \frac{RT^2}{M} \cdot \frac{d \ln P_s}{dT} \quad 2-1$$

où L est la chaleur latente de vaporisation, P_s la pression de vapeur saturante, T la température, M la masse molaire de l'eau et R la constante des gaz parfaits.

D'autre part, la chaleur latente de vaporisation est liée à la température par la formule de Regnault [Bruhat 1968] :

$$L=L_0-bT \tag{2-2}$$

En portant l'équation (2-2) dans l'équation (2-1) nous obtenons la formule de Dupré qui lie la pression de vapeur saturante à la température [Bruhat 1968] :

$$\ln P_s = a - \frac{b}{T} - g \ln T \tag{2-3}$$

Les paramètres a , b , g , b et L_0 sont des constantes et leurs valeurs sont rapportées dans l'annexes n°1.

En éliminant la température dans les équations (2-2) et (2-3), on obtient une relation entre la pression de vapeur saturante et la chaleur latente de vaporisation (figure 2-1).

$$\ln P_s = a - \frac{bb}{L_0 - L} - g \ln \frac{L_0 - L}{b} \tag{2-4}$$

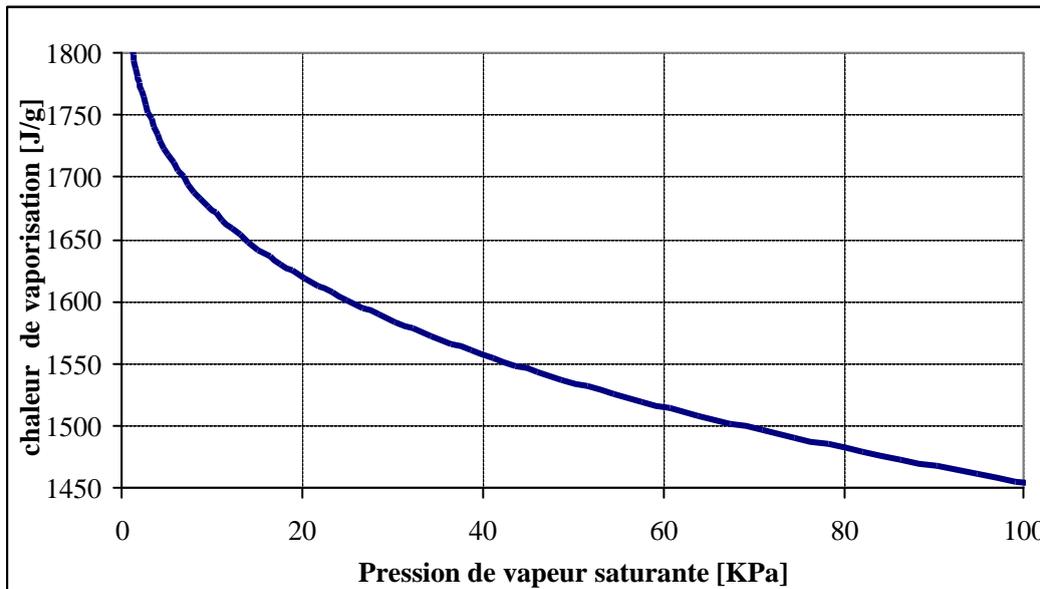


Figure 2-1 : Chaleur de vaporisation de l'eau libre en fonction de la pression de vapeur saturante.

La chaleur latente de vaporisation traduit l'énergie de liaison des molécules d'eau en surface du liquide. Il est intuitif de déduire que cette chaleur diminue avec la température car celle-ci fait augmenter l'agitation thermique des molécules qui deviennent moins liées les unes aux autres.

En thermodynamique, on interprète cet équilibre de l'eau avec sa pression de vapeur saturante comme une égalisation des potentiels chimiques des deux phases. Un potentiel

chimique est une force thermodynamique qui agit sur les échanges de matière entre deux espèces. Lorsque les potentiels chimiques des deux espèces s'égalisent, leurs échanges de matière cessent et l'équilibre s'installe [Prigogine 1999]. Ceci se traduit par la manière la plus simple : la vitesse d'évaporation de l'eau liquide est égale à la vitesse de condensation de la vapeur d'eau.

Ainsi, le potentiel chimique de la vapeur d'eau est l'enthalpie molaire de cette vapeur considérée comme un gaz parfait :

$$H^g = H_0^g + RT \ln \frac{P_v}{P_0} \quad 2-5$$

H_0^g est l'enthalpie molaire à la pression quelconque p_0 de référence. Si nous prenons comme référence la pression de vapeur saturante P_s (H_s^g devient alors la nouvelle référence au lieu de H_0^g), nous réécrivons l'équation 2-5 de la façon suivante :

$$H^g = H_s^g + RT \ln h \text{ avec } h = \frac{P_v}{P_s} \quad 2-6$$

h est le quotient de la pression de vapeur à une température donnée sur la pression de vapeur saturante à la même température. Cette variable permet de caractériser l'humidité relative d'une ambiance atmosphérique.

D'autre part, le potentiel chimique de l'eau liquide considérée comme incompressible, ne dépend que de la température.

2.2 Structure chimique de la cellulose

La cellulose est le constituant majeur qui assure la protection et le soutien mécanique et structurel dans les organismes végétaux. Elle se trouve en abondance dans le monde végétal dont on estime la production journalière d'un arbre à 10 grammes. Elle est présente de 40% à 50% de la masse totale du bois, selon les essences.

La cellulose est un polymère composé d'une chaîne indéfinie d'unités de glucose liées entre elles par une liaison de groupes hydroxyles (figure 2-2). Ces molécules de cellulose peuvent s'organiser à plusieurs niveaux. Elles peuvent être agrégées pour former des microfibrilles dans lesquelles certaines zones sont hautement ordonnées (zones cristallines) et

d'autre moins (zones amorphes). Les zones amorphes sont hydrophiles et c'est l'existence de ces zones qui rend la cellulose, donc le bois, hygroscopique.

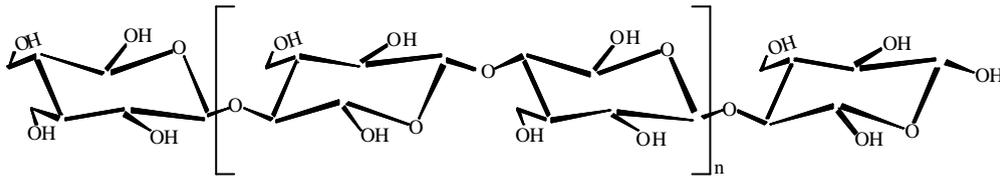


Figure 2-2 : structure en chaîne de la cellulose

Le niveau supérieur d'organisation, appelé également niveau tertiaire, inclut la structure cristalline et fibreuse et n'est pas complètement résolue. C'est à ce niveau d'organisation que le bois tire toute sa complexité structurale, morphologique et comportementale face aux actions incessantes de son environnement [<http://us.geocities.com/slemeune/cellulose.html>].

L'unité de base de la cellulose est le glucose. Il possède trois groupes hydroxyles OH^- très hydrophiles appelés sites de sorption (figure 2-3). La masse moléculaire du glucose est de 180g/mol. Si trois molécules d'eau s'accrochent au trois groupes hydroxyles, la teneur en eau du glucose ainsi saturé est de 30%. Cette valeur est une limite théorique maximale que peut avoir une molécule de cellulose. Cependant, cette valeur ne peut être atteinte à cause de l'existence des zones cristallines qui limitent le nombre de sites de sorption. La présence des impuretés fait augmenter la masse sèche de la cellulose [Barkas 1949].

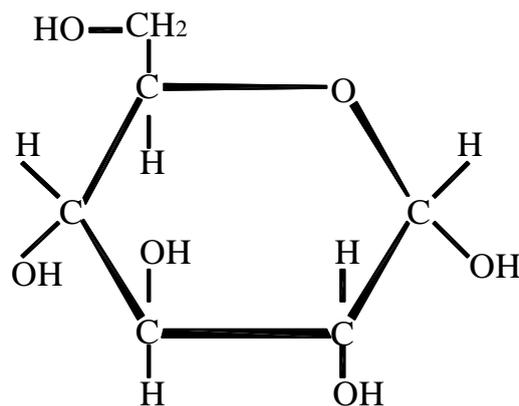


Figure 2-3 : structure moléculaire du glucose

2.3 L'eau dans le bois

2.3.1 Les phases de l'eau

L'eau dans le bois se présente sous plusieurs phases :

2.3.1.1 Eau libre ou capillaire

Elle occupe les vides cellulaires et est soumise aux forces capillaires et de gravité. Ces forces de capillarité sont responsables du transport de la sève brute (des racines vers la cime des arbres).

2.3.1.2 Eau liée ou adsorbée

C'est cette eau qui est à l'origine des modifications physiques et mécaniques du bois tel le retrait/gonflement libre. C'est une eau dite hygroscopique liée principalement sur les chaînes celluloses qui composent les parois cellulaires. Tant que l'eau libre est présente dans les cavités, ces parois cellulaires sont saturées et la quantité d'eau liée est appelée «point de saturation des fibres » ou PSF.

2.3.1.3 Vapeur d'eau

La vapeur d'eau est présente dans les cavités et les micropores dans le cas où ces derniers ne sont pas saturés en eau libre. Si l'eau libre est présente, la pression de vapeur prend sa valeur saturante. Si l'eau libre n'existe pas dans les cavités, la vapeur entre en équilibre thermodynamique avec l'eau liée présente sur les parois cellulaires. Cette vapeur d'eau n'est pas «titrable », c'est à dire que l'eau sous forme vapeur n'est pas quantifiable par une simple connaissance de l'état hydrique d'un échantillon. D'autres paramètres liés à la structure du matériau bois, notamment la porosité, sont nécessaires pour quantifier la vapeur d'eau dans une pièce de bois.

2.3.1.4 Eau de constitution

Elle participe à l'élaboration des molécules du squelette du matériau.

2.3.2 Mesure de l'état hydrique du bois

Pour quantifier la quantité d'eau dans un échantillon, ou son état hydrique, nous pouvons utiliser trois variables différentes :

La concentration c est la quantité d'eau présente dans une unité de volume. On la retrouve généralement dans l'étude des solutions aqueuses.

La teneur en eau w est la quantité d'eau présente dans une unité de masse soit anhydre (la teneur en eau est dite de base sèche), soit saturée (la teneur en eau dite de base humide).

La saturation S est le taux de remplissage des volumes des vides. Cette variable est surtout utilisée en géomatériaux.

L'utilisation de ces variables a été source de confusion quant aux traitements des données et l'interprétation des résultats [Kouchade 2004]. Nous verrons au chapitre 3 que le choix de l'une des variables impose l'utilisation de ses paramètres propres.

L'état hydrique d'un échantillon est donc défini par l'une des trois variables décrites ci-dessus. Par la suite, nous utiliserons la teneur en eau de base sèche définie par l'équation 2-7. Elle a un caractère plus intrinsèque que la teneur en eau de base humide.

$$w = \frac{\Delta m}{m_s} = \frac{m_h - m_s}{m_s} \quad m_h : \text{masse humide}, m_s : \text{masse sèche} \quad 2-7$$

Δm est donc la quantité d'eau présente dans l'échantillon. m_s est la masse à l'état sec de l'échantillon obtenue en plaçant l'échantillon dans une ambiance sèche ou en le plaçant dans une étuve à 103°C jusqu'à ce que sa masse se stabilise (variation relative inférieure à 1% en 24 heures) [Bonneau 1991].

Les méthodes de mesure utilisées pour quantifier l'état hydrique du bois sont nombreuses. Notons la méthode de la double pesée. Elle est à la fois simple et précise mais ne peut être appliquée que sur des échantillons de laboratoire. Elle ne peut donc être appliquée sur une structure in-situ. De plus, elle est destructive car elle nécessite le séchage des échantillons dans une étuve à 103°C. Pour cela, des méthodes électriques basées sur la mesure de la résistivité électrique ont été développées spécialement pour une utilisation in-situ. Ces méthodes sont simples d'utilisation, non destructives, mais moins précises et ne s'utilisent que sur des domaines limités de teneur en eau dans le domaine hygroscopique.

On utilise aussi la gammamétrie (difficile à exploiter et destructive, mais précise) facile à mettre en œuvre et capable de fournir le champ d'humidité à l'intérieur des pièces en bois [Bonneau 1991].

2.4 Phénomène d'hygroscopie dans le bois

2.4.1 définition

Si nous soumettons un échantillon de bois à une condition climatique de température et d'humidité définie, nous constatons que son poids, sa masse ou plus généralement son état hydrique, se stabilise sur une valeur bien déterminée. Dans ce cas, on dit que l'équilibre hygroscopique est atteint.

L'état hydrique de l'échantillon nous renseigne sur la quantité d'eau présente dans cet échantillon. Elle peut être calculée par la formule suivante :

$$\Delta m = m_h - m_s \quad 2-8$$

Lorsqu'on fait varier l'humidité relative de l'air h , nous constatons que la masse de l'échantillon varie également. Sur un graphique où l'on représente en abscisse l'humidité de l'air h et en ordonnée la teneur en eau w , nous pouvons tracer une courbe d'adsorption ou de désorption selon qu'il s'agisse d'une augmentation ou d'une diminution de la teneur en eau. Si la température reste fixe pendant la transformation, la courbe est appelée isotherme de adsorption ou de désorption.

Nous pouvons ainsi caractériser plusieurs essences de bois grâce à ces courbes d'isotherme. Mais d'une manière générale, l'humidité de l'air de l'ambient varie de manière aléatoire. Sur la figure 2-4, nous constatons que des tronçons de courbes d'isotherme différents peuvent apparaître à cause de ces variations climatiques aléatoires de température et d'humidité relative. Le modèle que nous allons développer doit pouvoir simuler ces courbes dont les paramètres sont :

- les points de départ des courbes, les point A, B et C sur la figure 2-4,
- le sens de variation de l'humidité de l'ambient.

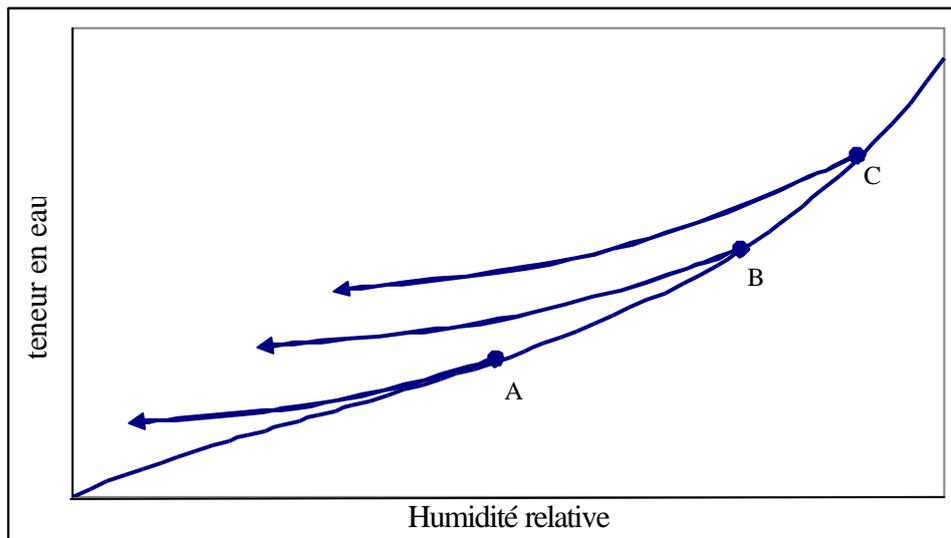


Figure 2-4 : problématique de l'existence des hystérésis

2.4.2 Modèles d'isotherme de sorption

Il existe dans la littérature plusieurs modèles décrivant l'équilibre de l'eau liée dans une substance hygroscopique comme le bois avec l'activité de l'eau dans l'ambient [Kaleemollah 2004, Al-Muhtaseb 2003]. Beaucoup d'équations théoriques, semi-empiriques et empiriques ont été développées pour relier la teneur en eau d'un matériau hygroscopique avec la température et l'humidité relative de l'environnement [BET 1938, DENT 1977, Hailwood Horrobin 1946, Van Den Berg, 1984].

Les modèles d'isotherme de sorption ont été construits à partir de considérations théoriques ou empiriques. Généralement, les courbes d'isotherme ont été partitionnées en trois segments correspondant chacun :

- Aux basses humidités relatives : fixation de la première couche de molécules,
- Aux humidités relatives intermédiaires : adsorption de plusieurs couches de molécules sur d'autres déjà fixées ou sur de nouveaux sites,
- Aux fortes humidités relatives : condensation capillaire qui correspond à la fixation des dernières molécules sur les irrégularités de la surface.

Au dessus du point de saturation des fibres, il n'existe pas de relation univoque entre la teneur en eau et l'environnement séchant : c'est le domaine non hygroscopique. La fraction massique de la vapeur d'eau dans l'air est égale à sa valeur saturée. Par contre, dans le domaine hygroscopique, sa valeur est fonction de la température et de la teneur en eau du bois.

2.4.2.1 Modèles de B.E.T et G.A.B

Ces modèles sont basés sur l'adsorption surfacique. Schématiquement, cela correspond à la formation de couches successives de film d'eau pendant l'adsorption. Le modèle stipule que l'énergie de liaison du premier film d'eau est plus grande que l'énergie de liaison de deuxième film adsorbé à la première couche.

Le domaine d'application du modèle de B.E.T. [Brunauer et al., 1938] est limité aux basses activités (de 0 à 50% maximum). Son application a été par la suite étendue vers des activités d'eau plus élevées par Guggenheim, Anderson et de Boer (G.A.B. 1966) [Van 1984].

2.4.2.2 Modèle de Dent

La théorie de Dent [Dent 1977], semblable à celle de BET, postule que l'eau est adsorbée sous deux formes. La première forme est constituée de molécules d'eau primaire directement liées aux sites de sorption avec une grande énergie de liaison. La seconde forme sont des molécules secondaires liées aux sites de sorption déjà occupés par les molécules primaires. La différence avec le modèle de BET est que celui-ci considère que les propriétés thermodynamiques des molécules d'eau secondaires sont identiques à celles de l'eau ordinaire alors que dans le modèle de Dent elles sont différentes. Cependant, les deux modèles stipulent que les propriétés thermodynamiques des molécules secondaires superposées en couches multiples, sont identiques. Le modèle de Dent considère que la surface interne S du bois est occupée par les sites de sorption. A une teneur en eau quelconque, une portion S_0 de la surface totale reste libre. Une autre portion de surface S_1 est occupée par une seule couche d'eau. Une portion S_2 est occupée par une bicouche, S_3 par une trois couches, et ainsi de suite...(figure 2-5).

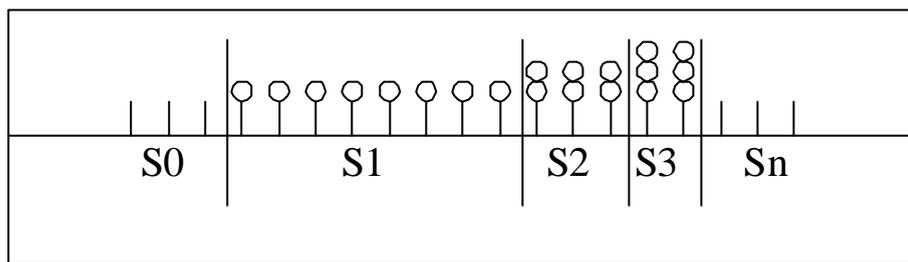


Figure 2-5 : modèle d'adsorption surfacique.

Quand la surface interne de sorption se trouve en équilibre thermodynamique avec la pression de vapeur de l'environnement, le modèle stipule qu'il existe un équilibre entre les taux de condensation et d'évaporation de l'eau sur chaque couche. Le taux de condensation sur la surface S_0 est supposé être égal au taux d'évaporation sur la surface S_1 . De plus, le taux de condensation sur la surface S_0 est proportionnel à la pression de vapeur p_v à une température constante. L'équilibre entre le taux de condensation sur la surface S_0 et le taux d'évaporation sur la surface S_1 peut s'écrire :

$$C_0 \cdot S_1 = a \cdot p_v \cdot S_0 \quad 2-9$$

a est lié à un taux constant par unité de pression de vapeur, supposé être le même pour toutes les couches. C_0 est une constante liée à la surface S_0 .

Nous pouvons réécrire l'équation 2-9 comme suit :

$$S_1 = b_1 \cdot p_v \cdot S_0 \quad (b_1 = \frac{a}{C_0}) \quad 2-10$$

De manière similaire, nous écrivons les équations d'équilibre pour chaque pair de surfaces adjacentes comme suit :

$$\begin{aligned} S_2 &= b_2 \cdot p_v \cdot S_1 \\ S_3 &= b_3 \cdot p_v \cdot S_2 \\ S_4 &= b_4 \cdot p_v \cdot S_3 \end{aligned} \quad 2-11$$

.....

$$S_n = b_n \cdot p_v \cdot S_{n-1}$$

Les coefficients b_n sont supposés être identiques sauf pour $n=1$ correspondant à la première couche :

$$b_2 = b_3 = b_4 \dots = b_n \quad 2-12$$

La surface interne totale est la somme de toutes les surfaces partielles :

$$S = \sum S_n \quad 2-13$$

Le volume partiel de l'eau contenue sur une surface S_n est :

$$V_n = n \cdot S_n \cdot d_0 \quad (d_0 : \text{épaisseur d'une seule couche}) \quad 2-14$$

Le volume possible V_0 de l'eau sous la forme primaire est :

$$V_0 = d_0 \sum S_n = d_0 \cdot (S_0 + S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots) \quad 2-15$$

Le volume total est la somme de tout les volumes partiels :

$$V = d_0 \sum n \cdot S_n = d_0 \cdot (S_1 + 2S_2 + 3S_3 + \dots + nS_n + \dots) \quad 2-16$$

Des équations 2-11 et 2-12, nous pouvons réécrire les équations 2-15 et 2-16 comme suit :

$$V = d_0 \cdot (S_0 + S_1 \cdot (1 + (b_2 \cdot p_v) + (b_2 \cdot p_v)^2 + \dots + (b_2 \cdot p_v)^{n-1} + \dots)) \quad 2-17$$

$$V = d_0 \cdot S_1 \cdot (1 + 2(b_2 \cdot p_v) + 3(b_2 \cdot p_v)^2 + \dots + n(b_2 \cdot p_v)^{n-1} + \dots) \quad 2-18$$

Le théorème binomial ou les développements limités nous donnent :

$$V_0 = d_0 \cdot (S_0 + S_1 \cdot \frac{1}{1 - (b_2 \cdot p_v)}) \quad 2-19$$

$$V = d_0 \cdot S_1 \cdot \left(\frac{1}{1 - (b_2 \cdot p_v)} \right)^2 \quad 2-20$$

En éliminant S_I des équations 2-19 et 2-20 et en se référant à l'équation 2-10, le rapport du volume total au volume d'eau primaire nous donne après réarrangement :

$$\frac{V}{V_0} = \frac{b_1 \cdot p_v}{(1 - b_2 \cdot p_v) \cdot (1 + (b_1 - b_2) \cdot p_v)} \quad 2-21$$

L'équation 2-21 peut être réécrite en terme de teneur en eau w et d'humidité relative h , en ce sens que le rapport $\frac{V}{V_0}$ du volume total au volume d'eau primaire peut être identifié au

rapport $\frac{w}{w_0}$ et la variable p_v peut être tout simplement remplacée par la variable h (h et p_v sont reliés par une équation linéaire, auquel cas, les valeurs des paramètres b_1 et b_2 sont considérées dans un autre système d'unités) :

$$\frac{w}{w_0} = \frac{b_1 \cdot h}{(1 - b_2 \cdot h) \cdot (1 + (b_1 - b_2) \cdot h)} \quad 2-22$$

Si nous associons à b_2 la valeur unité (cas où l'énergie de liaison de l'eau sous sa forme secondaire est la même que celle de l'eau libre), nous retrouvons alors le modèle de BET :

$$\frac{w}{w_0} = \frac{b_1 \cdot h}{(1 - h) \cdot (1 + (b_1 - 1) \cdot h)} \quad 2-23$$

Le cas où $b_2=0$ donne :

$$\frac{w}{w_0} = \frac{b_1 \cdot h}{1 + b_1 \cdot h} \quad 2-24$$

L'équation 2-24 correspond au modèle de langmuir.

2.4.2.3 Modèles de Hailwood-Horrobin

Ce modèle considère la sorption comme une réaction chimique où les réactants sont le bois sec et l'eau libre. Le produit de réaction est le bois hydraté. C'est un modèle d'adsorption volumique. Beaucoup de similitudes existent entre ce modèle et celui de DENT qui dérive lui-même de B.E.T.

Les deux modèles prévoient les mêmes paramètres empiriques et les mêmes conséquences sur l'interprétation physique de certaines quantités, comme la quantité nécessaire (ou quantité minimale) pour hydrater tout les sites de sorption qui est la masse d'eau adsorbée comme monocouche, définie dans le modèle de DENT. Cette même quantité correspond dans le modèle de Hailwood-Horrobin aux molécules d'eau primaires [Navi 2005].

Cependant, les paramètres empiriques des deux modèles ne permettent pas de différencier une phase d'adsorption et de désorption. Ils traitent le problème de manière spécifique en ne tenant en compte ni de l'état hydrique initial du matériau ni du sens de variation de l'humidité et encore moins de l'influence de la température.

Aux cotés de ces modèles, le tableau 2-1 nous donne quelques modèles utilisés dans la littérature [Al-Muhtaseb 2003, Kaleemullah 2004].

Nom du modèle	Expression
Oswin (1946)	$h = \frac{(w/a)^{1/b}}{1 + (w/a)^{1/b}}$
Smith (1947)	$h = 1 - \exp\left(\frac{a-w}{b}\right)$
Halsey (1948)	$h = \exp\left(-\frac{a}{t \cdot w^b}\right)$
Henderson (1952)	$h = 1 - \exp(-a \cdot t \cdot w^b)$
Day et Nilson (1965)	$h = 1 - \exp(-a \cdot t^b \cdot w^{ct^d})$
Modified Henderson (Thomson et al., 1968)	$h = 1 - \exp(-a \cdot (t+b) \cdot w^c)$
Modified Halsey (Iglesias et Chirife, 1976)	$h = \exp\left(\frac{-\exp(a+bt)}{w^c}\right)$
Modified Chung and Pfof (Pfof et al., 1976)	$h = \exp\left(\frac{-a \cdot \exp(-b \cdot w)}{t+c}\right)$

Modified Oswin (Chen, 1988)	$h = \frac{1}{1 + \left(a + \frac{bt}{w}\right)^c}$
Kaleemullah, 2002	$h = a - b \cdot \exp(-c \cdot t \cdot w^d)$

Tableau 2-1 : modèles d'isotherme de sorption. h est l'humidité relative d'équilibre exprimée en décimale ; w est la teneur en eau exprimée en %. t la température exprimée en °C.

2.4.3 Etude thermodynamique de l'équilibre hygroscopique

L'équilibre hygroscopique est interprété comme une propriété thermodynamique de l'eau liée dans le bois sachant qu'il n'est pas différent de l'équilibre de l'eau libre avec sa pression de vapeur saturante. La seule différence est qu'à température fixe, l'eau libre s'équilibre toujours avec une pression de vapeur fixe car sa chaleur latente de vaporisation reste constante, contrairement à l'eau liée dont la chaleur de sorption dépend de l'état hydrique du matériau bois. Egalement, il a été observé que les variations de l'enthalpie, de l'énergie libre et de l'entropie de l'eau liée dans le bois en fonction de l'état hydrique sont à l'origine de ces isothermes. Ces dernières sont différentes selon que le bois est dans la phase d'adsorption ou de désorption [Rawat 1996]. Ceci fait apparaître le phénomène d'hystérésis, un phénomène difficile à négliger dans le cas des structures en bois soumises à un climat variable.

Pour comprendre comment s'installe l'équilibre hygroscopique entre le bois et l'environnement humide, nous pouvons nous appuyer sur la représentation schématique de la figure 2-6 :

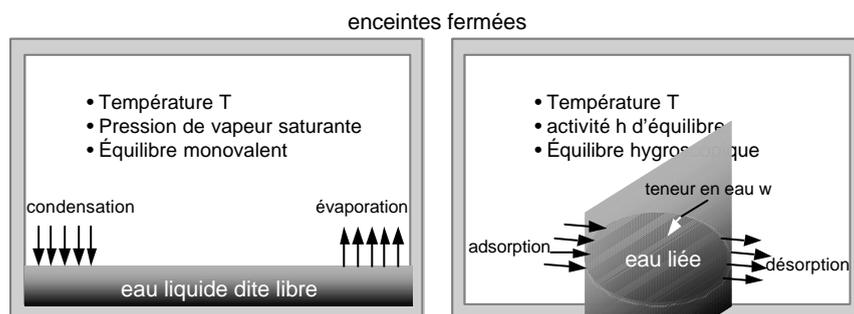


Figure 2-6 : Représentation des équilibres de l'eau libre et liée avec l'environnement extérieur.

Nous pouvons constater que la température n'est qu'un paramètre fixé et donc secondaire. L'adsorption et la désorption de l'eau liée dans le bois correspondent respectivement à la condensation et la vaporisation de l'eau libre. Il existe cependant une différence. La quantité d'eau libre dans l'enceinte de gauche n'influe pas sur l'équilibre de

vapeur saturante (la principale cause de cet équilibre indifférent est certainement la chaleur de vaporisation de l'eau libre qui reste constante). Par contre, dans l'enceinte de droite, la chaleur de sorption, que nous allons définir au paragraphe suivant, est liée au niveau de l'état hydrique du matériau bois. Il faut s'attendre donc à ce que la pression de vapeur à l'équilibre soit variable et fonction de cette chaleur de sorption et donc de l'état hydrique du matériau bois. Nous pouvons affirmer intuitivement que cette pression de vapeur à l'équilibre hygroscopique est inférieure à la pression de vapeur saturante de l'eau libre car la chaleur de vaporisation de cette dernière est inférieure à celle de l'eau liée.

Il faut noter que la pression de vapeur saturante est une propriété de l'eau liquide ordinaire à une température donnée. Ce n'est pas le cas d'une eau qui interagit avec une forme d'énergie potentielle comme le potentiel capillaire. En effet, l'eau capillaire possède une pression de vapeur saturante légèrement inférieure à l'unité, selon le rayon de courbure de la surface avec laquelle elle entre en contact. A titre d'exemple, pour une eau confinée dans des tubes capillaires de rayons de courbure de $1\mu\text{m}$, $0.1\mu\text{m}$ et $0.01\mu\text{m}$, la pression de vapeur d'équilibre est respectivement de 0.999, 0.99 et 0.9 [Navi, 2005].

L'étude que nous présentons s'appuie sur la thermodynamique des transformations de phase d'un corps pur et de l'équilibre entre ses différentes phases. Dans ce contexte, les transformations d'énergie sont courantes du fait de l'existence de l'eau dans le bois sous plusieurs phases (solide, liquide et gazeuse). Cependant, il est noté l'existence d'une quatrième phase qui est celle de l'eau adsorbée.

Dans ce qui suit, nous présentons, dans un premier temps, une approche thermodynamique et une validation expérimentale du modèle. Nous le confronterons ensuite à certains aspects liés aux hystérésis et aux phénomènes cycliques de variation aléatoire de l'humidité de l'ambient.

Par analogie à l'équation 2-1, nous pouvons caractériser l'équilibre de l'eau liée dans le bois avec sa pression de vapeur sèche par l'équation suivante :

$$L' = \frac{RT^2}{MP_v} \frac{dP_v}{dT} = \frac{RT^2}{M} \frac{d \ln P_v}{dT} \quad 2-25$$

L' est la chaleur latente de vaporisation de l'eau liée, P_v la pression de vapeur sèche et M la masse molaire de l'eau. L'enthalpie molaire DH_s , qui n'est autre que la chaleur de

sorption, peut se déduire comme la différence des chaleurs de vaporisation de l'eau libre et celle de l'eau liée par l'équation suivante :

$$\Delta H_s = L' - L = \frac{RT^2}{M} \frac{d \ln h}{dT} \quad 2-26$$

Cette grandeur peut être assimilée à un potentiel chimique d'une espèce en équilibre dont l'expression dépend d'une fonction d'état qui est la pression.

2.4.4 Chaleur de sorption

Le bois, d'un point de vue physique, peut être assimilé à un puit d'énergie potentiel (potentiel hygroscopique dans notre cas) dont le fond correspond à une teneur en eau nulle. Les molécules d'eau liée occupent toujours l'état d'énergie le plus bas. L'état d'énergie le plus haut correspond donc à l'eau libre, atteint uniquement lorsque les fibres de bois sont saturées. Ceci nous permet de poser l'hypothèse que la chaleur de sorption au point de saturation des fibres est nulle.

Prenons un kg de bois anhydre. Dans ce cas, la teneur en eau w représente simplement la masse d'eau liée. Si nous injectons une quantité infinitésimale d'eau dw dans le bois, nous mesurons une quantité de chaleur infinitésimale dégagée dQ . La chaleur de sorption est donc donnée par la formule suivante :

$$\Delta H_s = \frac{dQ}{dw} \quad 2-27$$

Lors d'une adsorption, l'eau libre passe d'un état de haute d'énergie à un état plus bas caractérisé par la chaleur dégagée appelée chaleur de sorption. Cette chaleur varie fortement avec l'état hydrique du bois. Des essais ont montré qu'elle décroît avec l'augmentation de la teneur en eau. Plusieurs auteurs [Skaar 1988, Navi 2005] ont réalisé des corrélations avec un modèle exponentiel sur plusieurs essences de bois, lesquelles s'accordent bien avec les résultats expérimentaux. Des essais ont montré que la chaleur de sorption ΔH_s décroît avec l'augmentation de la teneur en eau selon l'équation suivante :

$$\Delta H_s = \Delta H_s^0 \exp(-bw) \quad 2-28$$

Le coefficient b est un paramètre empirique dans lequel sont cachés des paramètres physiques et thermodynamiques comme le point de saturation des fibres et la chaleur totale de mouillage. Cette dernière est l'énergie totale dégagée lorsque le bois passe d'un état parfaitement anhydre à l'état de saturation des fibres.

Perré (2001) a employé un modèle quadratique de la chaleur différentielle de sorption qui s'annule au point de saturation des fibres.

Dans notre cas, nous lui préférons l'expression suivante :

$$\Delta H_s = A \cdot \ln \frac{w}{w_s} \quad 2-29$$

w_s est le point de saturation des fibres. A est liée à la chaleur totale de mouillage.

L'équation (2-28) peut être approchée par l'équation (2-29) à une corrélation dépassant 98% si l'on exclut l'état sec du bois (figure 2-7). Les valeurs moyennes des paramètres empiriques de l'équation (2-28) (ΔH_s^0 et b) sont respectivement 5040 cal/mol et 14 en moyenne établie à la base des essais réalisés par plusieurs auteurs sur différentes essences de bois [Navi 2005] . Dans l'équation (2-29), la valeur de A , en valeur absolue, est d'environ 1400 cal/mol et celle de w_s est de 26%.

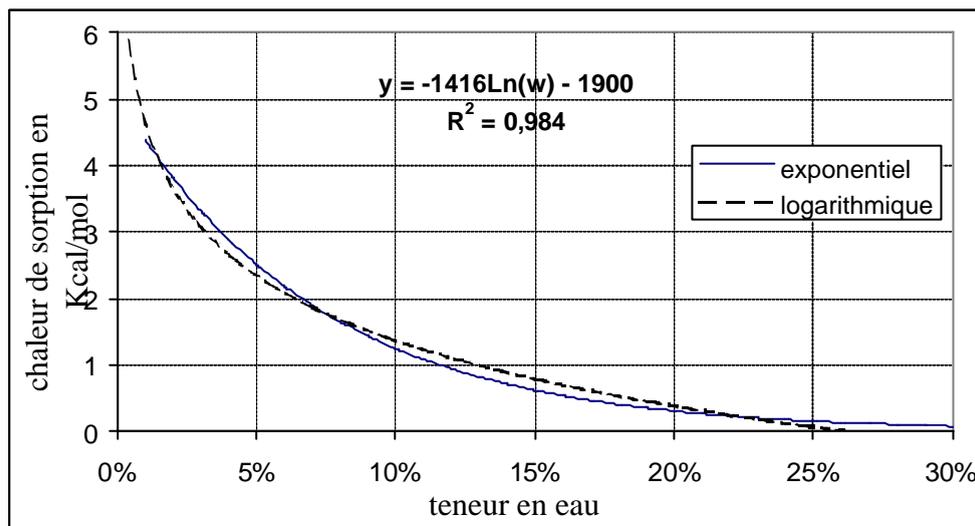


Figure 2-7 : chaleur de sorption en fonction de l'état hydrique du bois. Comparaison du modèle exponentiel avec le modèle logarithmique.

Le choix de l'équation (2-29) obéit à une certaine rigueur physique. En effet, nous savons que pour sécher parfaitement un bois, il faut une énergie de séchage élevée. Et même à ce niveau énergétique, il subsiste une quantité d'eau liée appelée teneur en eau irréductible. Cette notion de teneur en eau irréductible est observée surtout dans les géo-matériaux et elle existe dans le bois dans le domaine capillaire [Bonneau 1991]. Il est pratiquement impossible d'extraire cette eau sans détruire la matrice cellulosique du bois. Nous pouvons interpréter ce phénomène en disant que la chaleur d'extraction de cette eau irréductible est infinie ou, du moins, très grande. L'ambiguïté qui apparaît dans l'équation (2-29) à la limite du bois sec

(c'est à dire quand $w \rightarrow 0$) se trouve ainsi levée. En revanche, au point de saturation des fibres, les dernières molécules d'eau qui se sont accrochées aux sites de sorption du bois ont presque les mêmes propriétés que celles de l'eau libre (limite de l'eau capillaire); la chaleur de sorption à ce niveau de teneur en eau doit s'annuler. Ce point de vue est aussi satisfait par l'équation (2-29). Enfin, l'équation (2-29) ne viole pas le principe de l'existence de la chaleur totale de mouillage du bois lors d'un passage de l'état anhydre à l'état de saturation des fibres.

Prenons un kg de bois anhydre. A chaque fois que nous injectons une quantité infinitésimale dw d'eau, nous mesurons une quantité de chaleur dQ . La sommation des quantités dQ lorsque le bois passe d'un état anhydre à l'état de saturation des fibres est :

$$\int dQ = \int_0^{w_s} \Delta H_s \cdot dw = \int_0^{w_s} A \cdot \ln \frac{w}{w_s} \cdot dw = A \cdot w_s \quad 2-30$$

Nous pouvons imaginer des méthodes expérimentales plus faciles à mettre en œuvre qui consistent simplement à mesurer la chaleur totale de mouillage et le point de saturation des fibres pour déduire le paramètre A de l'équation (2-29). Pourtant, des mesures faites par Rawat et Khali [Rawat 1996] ont montré que la chaleur de sorption dépend non seulement de l'état hydrique du bois, mais que sa mesure dépend, dans les deux cas, de l'adsorption et de la désorption (figures 2-8, 2-9).

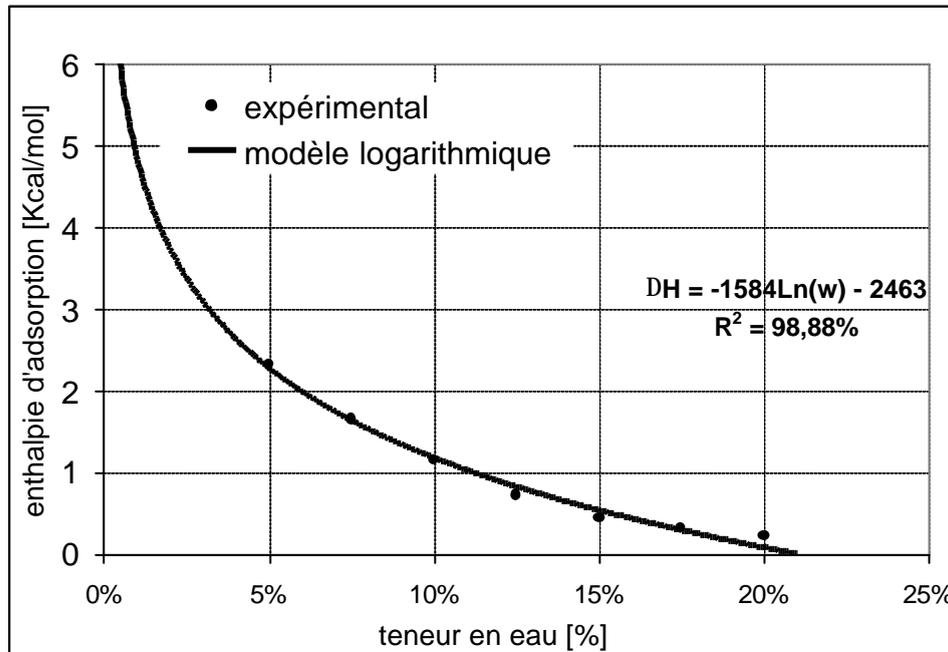


Figure 2-8 : enthalpie molaire mesurée dans le cas de l'adsorption.

Les figures 2-8 et 2-9 montrent les enthalpies de sorption qui ne sont que les chaleurs d'adsorption et de désorption mesurées par des méthodes calorimétriques. La courbe de tendance exprimée à l'aide de l'équation 2-29 est de type logarithmique. Il ressort de ce modèle que la chaleur de désorption est supérieure à celle d'adsorption. Ce résultat n'est pas en contradiction avec l'existence des hystérésis. De plus, la courbe de désorption passe au dessus de la courbe d'adsorption. Par extrapolation vers des humidités croissantes, nous obtenons l'humidité interne du bois correspondant à l'annulation de la chaleur d'adsorption ou de désorption. Dans ce cas, l'eau liée se rapproche thermodynamiquement de l'eau libre étant donnée qu'elle a la même enthalpie. Cette humidité interne est, par définition, assimilable au point de saturation des fibres ou PSF qui est d'environ 22%. Cette valeur est la moyenne des valeurs calculées par extrapolation sur les deux courbes d'enthalpie (en adsorption et en désorption).

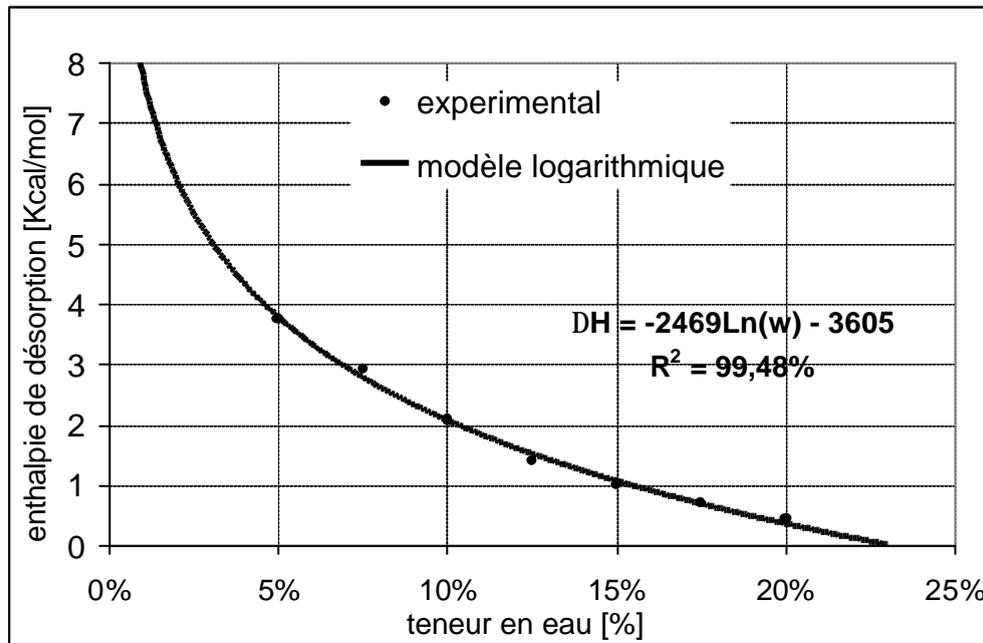


Figure 2-9 : enthalpie molaire mesurée dans le cas de la désorption.

Cependant, lors de l'identification du paramètre A dans les deux cas de l'adsorption et la désorption, le point de saturation des fibres doit être commun aux deux courbes.

Il est possible d'établir le lien entre la teneur en eau et l'humidité relative en posant le principe thermodynamique de l'équilibre des phases en égalisant les potentiels chimiques de l'eau liée et de la vapeur d'eau exprimés à l'aide des équations 2-6 et 2-29. Nous obtenons une expression qui relie le logarithme de la teneur en eau au logarithme de l'humidité. Nous

proposons de pondérer l'équation par une fonction exponentielle de l'humidité ; dans ce cas, l'expression finale de l'isotherme devient :

$$\ln \frac{w}{w_s} = j \cdot \ln h \cdot \exp(a \cdot h) \quad 2-31$$

j est un paramètre thermodynamique, w_s le point de saturation des fibres et a une constante dite de « calibration ».

Les figures (2-10) et (2-11) montrent la corrélation entre les points expérimentaux et les courbes théoriques pour les cas de l'adsorption (paramètre j_s) et de la désorption (paramètre j_d) et ceci pour des humidités relatives variant entre 0 et 100%. Les essais ont été réalisés par V. Pittet (1996) sur des échantillons de petites dimensions de bois d'été de pin maritime.

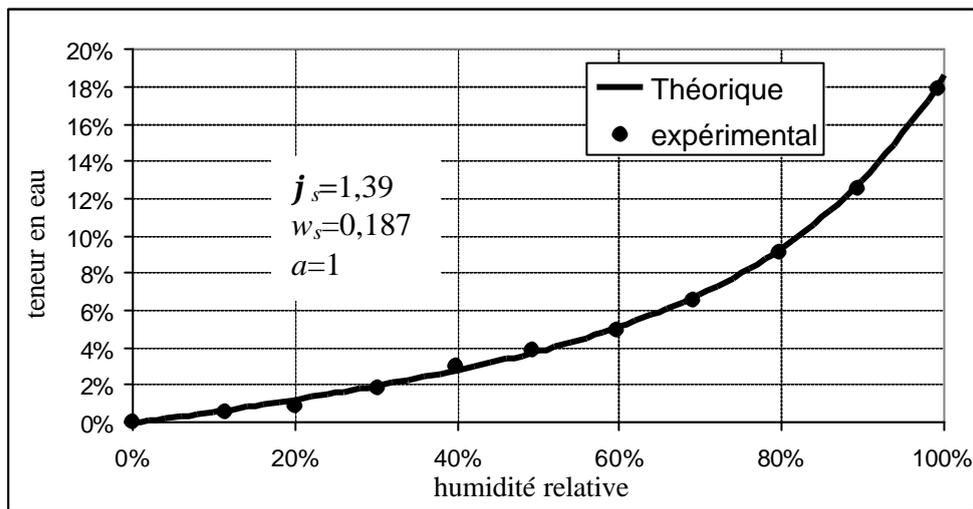


Figure 2-10 : isotherme d'adsorption du bois d'été de pin maritime.

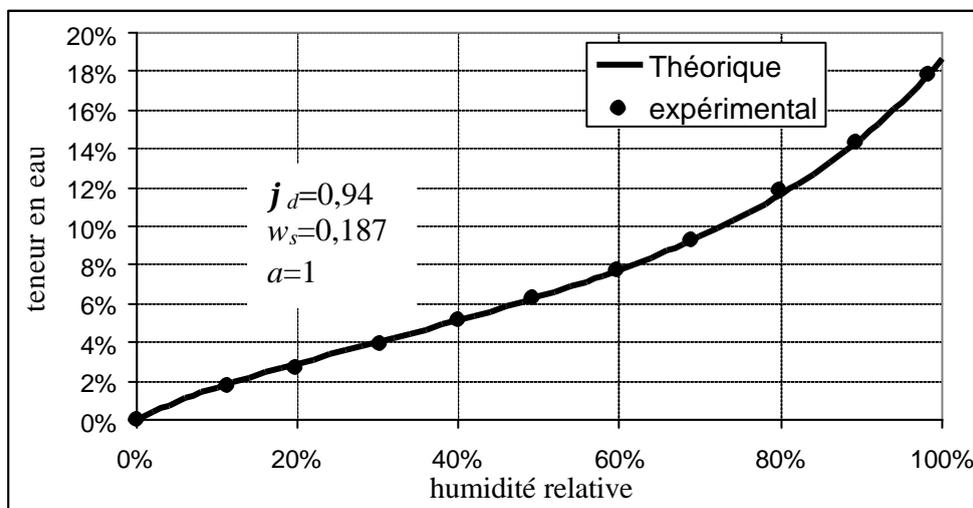


Figure 2-11 : Isotherme de désorption du bois d'été de pin maritime.

Les résultats du modèle sont comparés à ceux issus du modèle de Dent exprimé par l'équation suivante :

$$w(\%) = \frac{h}{A \cdot h^2 + B \cdot h + C} \quad 2-32$$

où A , B et C sont des constantes.

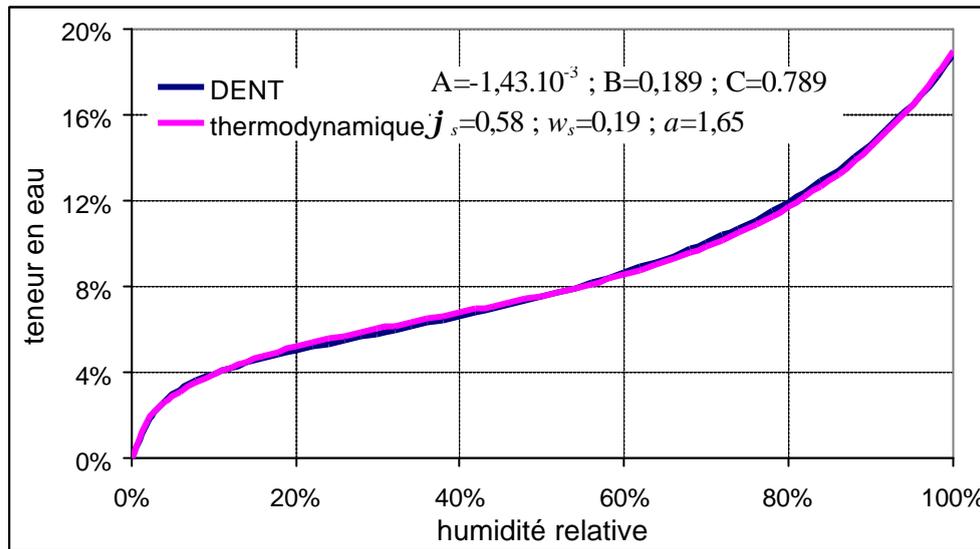


Figure 2-12 : Exemple de comparaison du modèle de Dent avec le modèle thermodynamique.

La figure 2-12 représente les deux courbes d'isotherme exprimées par le modèle thermodynamique et celui de Dent. Le modèle thermodynamique peut simuler de fortes variations de teneur en eau, au tout début de l'adsorption (entre 0% et 10% d'humidité relative) sans pour autant perdre sa capacité à présenter un tronçon de courbe assez linéaire (entre 10% et 70% d'humidité relative) observé expérimentalement. Cette partition de l'isotherme est conforme à celle déjà présentée dans ce chapitre.

2.5 Modélisation en environnement variable

Nous proposons à présent de décrire les isothermes de sorption sur des domaines quelconques de variation de l'humidité. Les courbes de sorption déjà présentées sont établies sur la plage complète de l'humidité relative (0%-100%). Le problème consiste à déterminer les isothermes quelles que soient les conditions hydriques actuelles du bois.

A l'équation 2-31, nous ajoutons un terme additif de la même forme. Le but de cette modification est de permettre d'ajouter des paramètres de raccordement d'une isotherme sur une condition initiale (figure 2-4). Deux paramètres Dj et a sont donc prévus comme indiqué dans l'équation suivante :

$$\ln \frac{w}{w_s} = \mathbf{j} \cdot \ln h \cdot \exp(a \cdot h) + \Delta \mathbf{j} \cdot \ln h \cdot \exp(\mathbf{a} \cdot h)$$

2-33

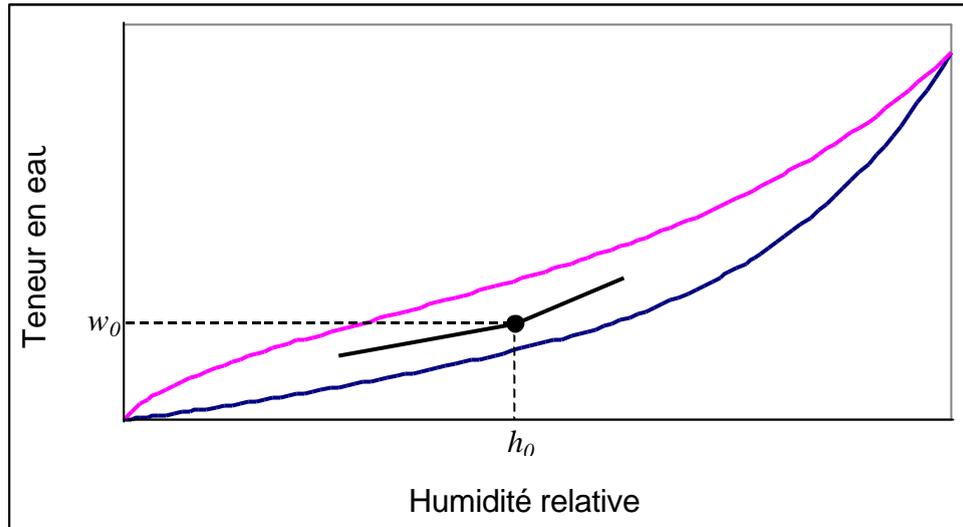


Figure 2-13 : Construction des courbes d'hystérésis

Admettons à présent que la courbe de sorption soit calculée à partir d'un point quelconque de coordonnées (h_0, w_0) (figure 2-13). Si, à partir de ce point, nous voulons déduire la courbe d'adsorption, nous utiliserons la valeur de \mathbf{j}_s issue de la courbe d'adsorption complète et nous en déduisons la valeur de $\Delta \mathbf{j}_s$ par l'expression suivante :

$$\Delta \mathbf{j}_s = \frac{\ln \frac{w_0}{w_s} \mathbf{j}_s \cdot \ln h_0 \cdot \exp(a \cdot h_0)}{\ln h_0 \cdot \exp(\mathbf{a}_s \cdot h_0)}$$
2-34

avec \mathbf{a}_s défini par :

$$h_0 \cdot \mathbf{a}_s = \ln \frac{\ln \frac{w_0}{w_s}}{\mathbf{j}_s \ln h_0}$$
2-35

Dans le cas de la désorption, $\Delta \mathbf{j}_d$ est déterminé par la même équation 2-34 en remplaçant tout les indice 's' par l'indice 'd'. \mathbf{a}_d est ensuite déduit par l'équation suivante :

$$h_0 \cdot \mathbf{a}_d = \ln \frac{\ln \frac{w_{0d} - w_{0s}}{w_s}}{\mathbf{j}_d \ln h_0}$$
2-36

w_{0s} et w_{0d} sont des teneurs en eau déduites de l'équation 2-31.

L'augmentation de \mathbf{a}_d ou la diminution de \mathbf{a}_s font augmenter l'aire de l'hystérésis. Un coefficient multiplicateur peut être « callé » pour améliorer la performance du modèle.

2.5.1 Validation expérimentale

Pour valider le modèle sur les phénomènes d'hystérésis, nous avons effectué des mesures de teneur en eau d'équilibre sur des échantillons de douglas de petite taille dont l'épaisseur ne dépasse pas 1mm (figure 2-13) afin de limiter le temps nécessaire à l'obtention de l'équilibre hygrosopique. Les échantillons sont placés dans une ambiance climatique contrôlée. Le dispositif expérimental est une chambre climatique régulée en humidité relative et température.

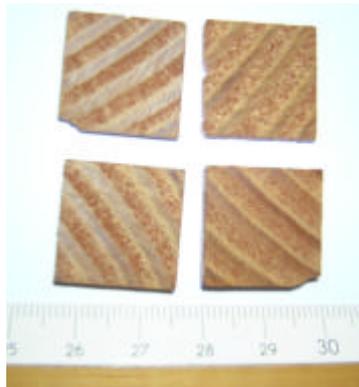


Figure 2-13 : photographie des échantillons de douglas

La régulation permet d'effectuer des cycles d'humidité d'amplitudes décroissantes et centrées sur 50% d'humidité relative tout en maintenant une température de 30°C. Voici la description détaillée des cycles :

- 1^{er} cycle : 0%-100%-10 % par palier de 10%
- 2^{ème} cycle : 10%-90%-20% par palier de 10%
- 3^{ème} : 20%-80%-30% par palier de 10%
- 4^{ème} cycle : 30%-70%-40% par palier de 10%
- 5^{ème} cycle : 40%-60%-50% par palier de 10%

Chaque palier est maintenu le temps nécessaire pour obtenir l'équilibre hygrosopique sur l'ensemble des échantillons. L'identification des paramètres de base du modèle (j_s , j_d , w_s et a) a été effectuée sur les premières courbes de sorption, figure 2-15.

$$j_s = 1,05 ; j_d = 0,73 ; w_s = 25\% \text{ et } a = 1,25.$$

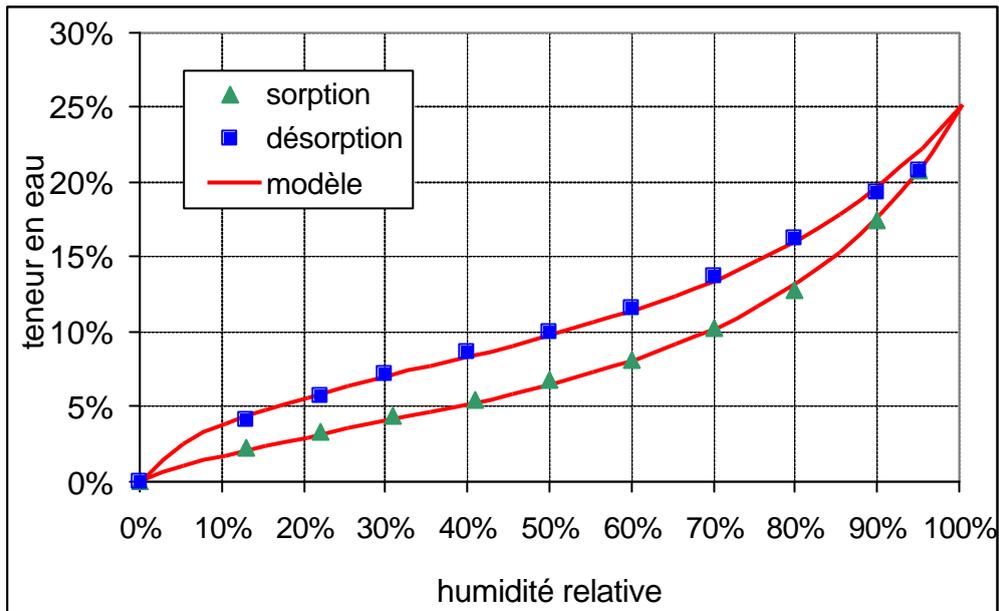


Figure 2-14 : Simulation expérimentale et numérique de l'hystérésis de sorption pour un cycle total.

Les figures 2-15 à 2-17 représentent un cycle complet de 0%-100%-0% auquel sont ajoutés les cycles 20%-80%-30%, 30%-70%-40% et 40%-60%-50% .

Il apparaît que les hystérésis sont toutes incluses dans le domaine délimité par le cycle total. Nous pouvons aussi constater, sur les courbes des figure 2-16 et 2-17, que les écarts par rapport aux points de mesure augmentent à chaque cycle. Cette accumulation d'erreur vient du fait qu'on déduit toujours les courbes d'hystérésis à partir de points théoriques qui ne coïncident pas à ceux mesurés. Nous constatons aussi que les hystérésis se rétrécissent si l'amplitude des cycles se réduit.

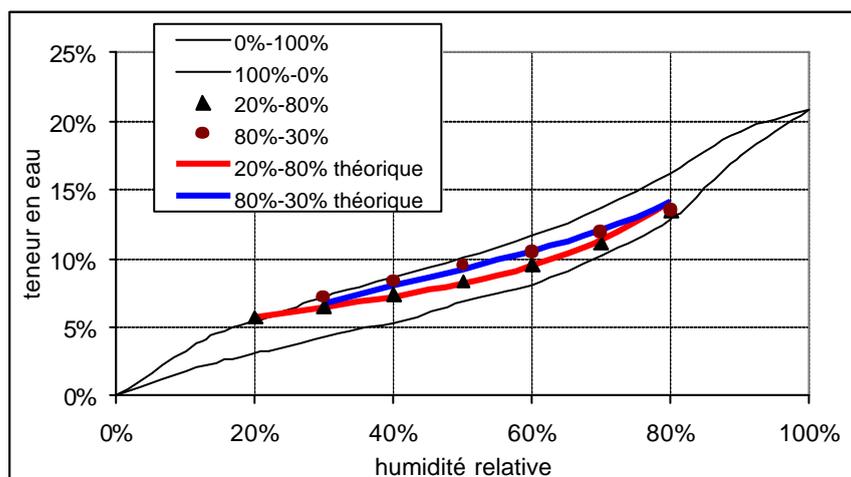


Figure 2-15 : Représentation du cycle 20%-80%-30%

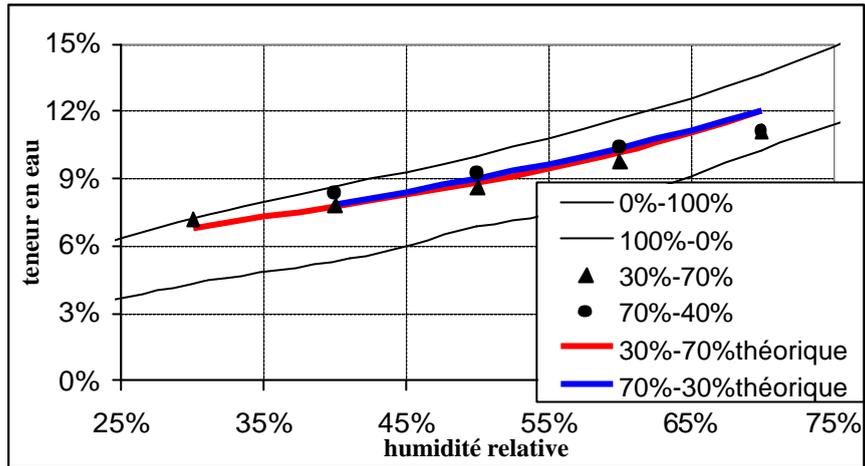


Figure 2-16 : Représentation du cycle 30%-70% -40%

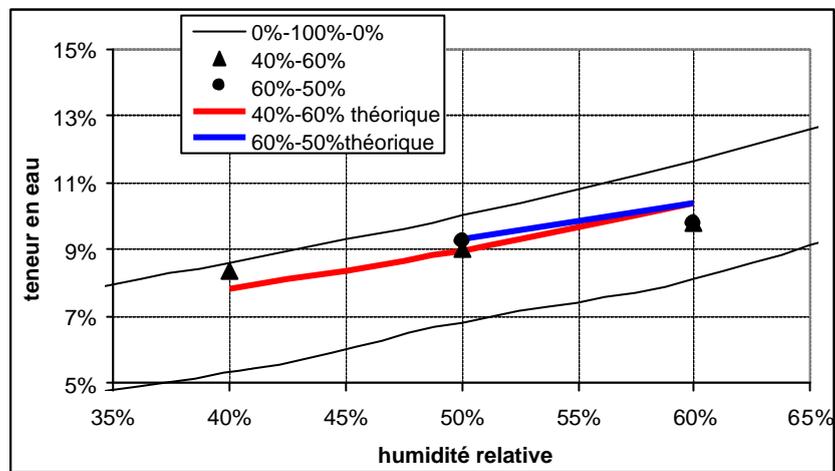


Figure 2-17 : Représentation du cycle 40%-60% -50%

2.6 Influence de la température et de l'état mécanique

Il est observé des phénomènes d'hygroscopie liés à la température et à l'état mécanique du bois. L'amplitude des hystérésis de sorption est plus grande sur des isothermes à 21°C que sur celles à 45°C [Kaleemollah 2004]. Le point de saturation des fibres diminue avec la température selon la formule [Perré 2001] :

$$w_s = 0.598 - 0.0017T \quad 2-37$$

On peut également soupçonner que les paramètres de sorption j_s et j_d dépendent de la température.

De plus, l'application d'une contrainte de compression sur le bois fait diminuer sa teneur en eau [Negi 1999, Barkas 1949] tandis qu'une contrainte de traction la fait augmenter [Skaar 1988].

Conclusion

La modélisation des isothermes de sorption, prenant en compte le phénomène d'hystérésis, doit impliquer plusieurs facteurs notamment la température et le chargement mécanique que nous avons occultés dans notre travail. Nous avons proposé un modèle dont les paramètres sont identifiés par application de certains principes thermodynamiques. Nous avons interprété la fonction $w(h)$ comme étant une propriété thermodynamique du bois, lequel confine l'eau dans un niveau d'énergie qui est fonction de l'état hydrique du matériau hygroscopique. C'est ce niveau d'énergie qui se stabilise avec l'environnement extérieur caractérisé par une humidité relative bien définie. L'activité h nous renseigne en fait sur l'état énergétique de la couche superficielle de l'eau liée, qui est en relation avec l'état hydrique du matériau bois. C'est pour cette raison que la variable w est reliée indirectement à l'activité h ; l'activité de l'eau libre étant toujours une constante égale à l'unité, par convention. Nous pouvons, par analogie à l'eau libre, qualifier la vapeur d'eau qui se trouve en équilibre hygroscopique avec l'eau liée du matériau bois comme étant une vapeur saturante de l'eau liée ; c'est à dire, une vapeur qui « mouille » le bois.

D'autre part, le but du modèle est de simuler les hystérésis de sorption. Le phénomène est observé de manière récurrente à chaque changement du sens de variation de l'humidité relative. Cependant, les essais réalisés ont porté sur des cycles d'humidité relative dont les amplitudes sont centrées sur 50%. Nous pensons que les hystérésis sont de grandes amplitudes si les chaleurs d'adsorption et de désorption mise en jeu dans le phénomène d'hygroscopie sont plus grandes, c'est à dire quand le bois est proche de l'état anhydre. Il est donc nécessaire de compléter les essais pour une meilleure connaissance du comportement hygroscopique du bois quelques soient les variations climatiques de l'environnement. Il est également important de compléter les essais pour une meilleure représentation des hystérésis en fonction de différents paramètres, dont les plus importants sont la température et l'état mécanique.

Par ailleurs, de toutes les propriétés physiques du matériau bois, l'hygroscopie reste un phénomène instantané. La durée de temps que met un échantillon pour atteindre son équilibre hygroscopique ne rentre pas dans l'étude du phénomène. Ceci est clairement établi en thermodynamique des équilibres des phases de l'eau où le temps n'intervient pas. Cependant,

les phénomènes hydriques qui coexistent dans une structure en bois soumise aux aléas de l'environnement font intervenir un comportement différé dû aux phénomènes de retard que nous allons étudier dans le chapitre suivant.

Chapitre 3 : Diffusion hydrique dans les structures sollicitées

Introduction

La diffusivité massique est une propriété liée au phénomène de transfert de matière dans un matériau. Dans le cas du bois, ce paramètre est important car il caractérise le transport de la vapeur d'eau présente dans l'air au voisinage de la surface vers le cœur des ouvrages. Les difficultés inhérentes à sa mesure ont poussé les recherches à développer des techniques tant théoriques qu'expérimentales, fiables et rapides.

Nous présentons une méthode d'inversion qui permet de relier le coefficient d'échange surfacique au coefficient de diffusion. Nous appliquons la méthode au cas de la diffusion sur des échantillons soumis à des états de contrainte mécanique de compression. Pour cela nous décrivons une méthode expérimentale qui permet d'effectuer le couplage entre la diffusion hydrique et l'état mécanique.

3.1 Diffusion hydrique

3.1.1 définition

La diffusion hydrique est un phénomène de transport de l'eau dans le bois des zones plus humides vers des zones plus sèches. En d'autres termes, et plus spécialement dans le cas du bois, la diffusion est un transport d'eau sous l'effet d'un gradient de teneur en eau. La diffusion met en jeu différents phénomènes de transfert. Notons de façon générale, la diffusion gazeuse de la vapeur d'eau dans les vides cellulaires, la migration de l'eau liée dans les parois cellulaires et le transfert par capillarité de l'eau se trouvant dans les lumens. Dans le domaine hygroscopique, le transfert par capillarité n'intervient pas car l'eau libre n'est plus présente dans ce domaine.

3.1.1.1 Loi de diffusion

Concrètement, la loi de diffusion établit une relation entre un gradient de teneur en eau et le flux induit par l'équation suivante :

$$J = -I \cdot \frac{dw}{dx} \quad 3-1$$

ou j est le flux massique ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$),

I est le coefficient de diffusion ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$),

w la teneur en eau (kg/kg),

x la direction de la diffusion (m).

Cette équation est appelée première loi de Fick. Sa généralisation dans le cas tridimensionnel est effectuée selon l'expression suivante :

$$\vec{J} = -\bar{\bar{I}} \cdot \vec{\nabla} w \quad 3-2$$

$\bar{\bar{I}}$ est le tenseur de diffusion d'ordre deux et \vec{J} le vecteur flux massique.

3.1.1.2 Loi de conservation

Afin d'étudier le problème des régimes variables et transitoire, nous allons établir la seconde loi de Fick qui n'est autre que la loi de conservation de la masse.

Considérons un volume quelconque V délimité par une surface fermée G (Fig. 3-1).

La loi de conservation stipule que la somme des flux massiques entrant et sortant du volume V est égale au taux de variation de la quantité de matière présente dans le volume :

$$\int_{\Gamma} \vec{J} \cdot \vec{n} d\Gamma = -\frac{dm}{dt} \quad \text{où } \vec{n} \text{ est la normale sortante à la surface } G \quad 3-3$$

Si nous raisonnons en terme de teneur en eau w , nous pouvons évaluer la quantité d'eau m présente dans le volume V par l'équation suivante :

$$m = \int_V \rho_s \cdot w \cdot dV \quad (\rho_s : \text{masse volumique du bois anhydre}) \quad 3-4$$

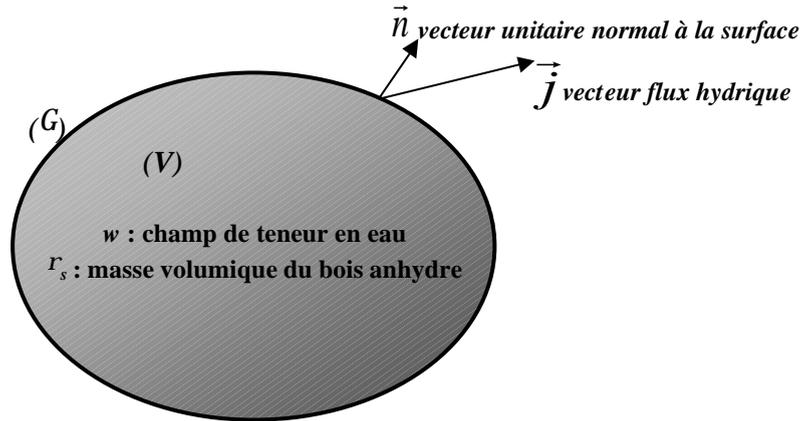


Figure 3-1 : Représentation schématique de la loi de conservation

En appliquant le théorème d'Ostrogradski au premier membre de l'équation 3-3 et en portant l'équation 3-4 au 2^{ème} membre, nous obtenons :

$$\int_V \operatorname{div} \vec{J} \cdot dV = - \frac{d}{dt} \int_V \mathbf{r}_s \cdot w \cdot dV \quad 3-5$$

L'équation 3-5 est valable quelque soit le volume choisi. En revanche, elle peut être écrite en formulation locale :

$$\operatorname{div} \dot{J} = - \frac{d(\mathbf{r}_s \cdot w)}{dt} \quad 3-6$$

D'une manière générale, la masse volumique du bois anhydre est une constante. En appliquant l'opérateur de divergence à l'équation 3-2 nous obtenons :

$$\operatorname{div} \dot{J} = - \operatorname{div}(\bar{\bar{I}} \cdot \dot{\nabla} w) = - \mathbf{r}_s \cdot \frac{dw}{dt} \quad 3-7$$

Au final, nous écrivons :

$$\frac{dw}{dt} = \operatorname{div}(\bar{\bar{D}} \cdot \vec{\nabla} w) \quad 3-8$$

$\bar{\bar{D}} = \frac{\bar{\bar{I}}}{\mathbf{r}_s}$ est le coefficient de diffusion.

Cependant, la force motrice responsable du mouvement de l'eau liée dans le bois provient soit du gradient de concentration c (kg/m³), soit de la teneur en eau w (kg d'eau/kg de bois anhydre) soit de la pression partielle de vapeur d'eau. Le choix de la force motrice dans la description des lois de diffusion a été source de beaucoup de confusion au niveau des valeurs mesurées dans la littérature [Wadso 1993]. En effet, le raisonnement effectué sur la loi de diffusion peut être construit en utilisant par exemple la concentration c . Nous pouvons

d'ailleurs écrire l'équation 3-8 en remplaçant simplement la variable w par la variable c . Dans ce cas, le coefficient de diffusion sera défini par rapport à la concentration d'humidité. On observe alors les mesures (ou les valeurs) différentes de ce coefficient selon les types de variables utilisées. Cependant, l'utilisation de la teneur en eau est choisie en raison de la simplicité de sa mesure.

3.1.2 Procédures de mesure du coefficient de diffusion

3.1.2.1 Méthodes directes

La figure 3-2 représente un dispositif expérimental dont le principe de mesure en régime permanent est basé sur la technique du vaporimètre placé sur une balance [Zohoun 2003]. Ce type d'expérimentation permet de calculer le coefficient de diffusion hydrique dans une direction donnée en mesurant le flux hydrique. Ce dernier est engendré par un gradient d'humidité établi entre les deux faces d'un échantillon cylindrique (figure 3-3). Il est plus facile d'utiliser des solutions salines pour maintenir une humidité relative constante. Le tableau 3-1 donne les valeurs de l'humidité d'équilibre de chaque solution.

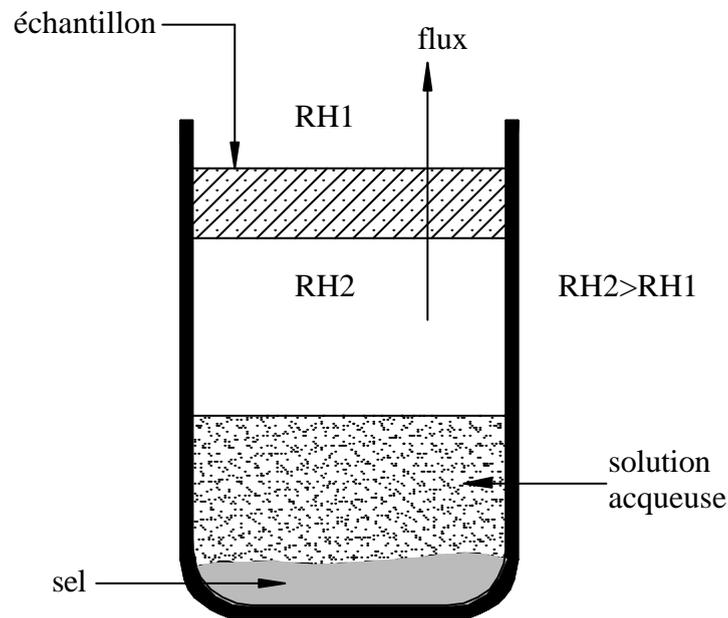


Figure 3-2 : Principe d'un vaporimètre

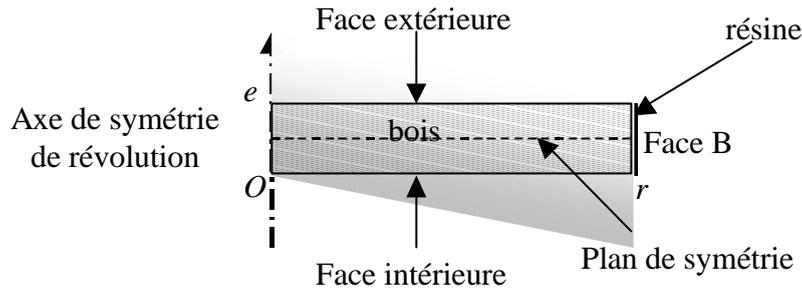


Figure 3-3 : géométrie de l'échantillon

<i>sel</i>	<i>Humidité relative (%)</i>
<i>Acetate de potassium</i>	19
<i>Carbonate de potassium</i>	41
<i>Nitrite de sodium</i>	65
<i>Chloride de sodium</i>	75
<i>Chloride de potassium</i>	81
<i>Nitrate de potassium</i>	87
<i>Dichromate de potassium</i>	98
<i>Eau distillée</i>	99+

Tableau 3-1 : solutions salines utilisées pour contrôler l'humidité relative à la température de 43°C

La diffusivité I est ensuite calculée au moyen de l'équation 3-1 en utilisant l'expression suivante :

$$I = \frac{J}{\Delta w} \cdot e \quad (e : \text{épaisseur de l'échantillon considéré}) \quad 3-9$$

$\Delta w = w_2 - w_1$ représente la différence d'humidité interne entre la face inférieure (w_2) et supérieure (w_1). Elles sont obtenues grâce aux courbes d'isotherme de sorption (voir chapitre n° 2).

J est obtenu en mesurant la variation du poids du vaporimètre ou le débit de vapeur d'eau Q qui traverse l'échantillon ; connaissant la surface A des faces exposées de l'échantillon.

$$J = \frac{Q}{A} \quad 3-10$$

Une autre méthode directe consiste à mesurer la teneur en eau en surface d'une pièce en bois traitée en utilisant le contraste de luminosité d'une surface à teneur en eau de référence par rapport à celle de la même surface dont on mesure la teneur en eau [Yeo 2002]. C'est une méthode qui a le mérite d'être non destructive et donc répétitive.

Ces méthodes nécessitent beaucoup d'essais à cause de l'influence de la teneur en eau sur la diffusivité et le coefficient d'échange. En effet, les valeurs du coefficient de diffusion mesurées sont différentes pour chaque condition d'humidité imposée. En revanche, ces méthodes nous donnent la moyenne des valeurs des paramètres dans la plage de teneurs en eau utilisées.

3.1.2.2 Méthodes indirectes

Elles consistent à analyser les courbes de sorption en régime transitoire en fonction du temps. Elles sont appelées méthodes inverses ou d'optimisation. Elles sont basées sur l'analyse des solutions d'équations différentielles obtenues par différentes méthodes de mesure. Notons l'analyse de Fourier (méthode du gradient conjugué) pour le calcul de la conductivité thermique [Prud'homme 1999] et l'analyse par différences finies qui nécessite plusieurs points de mesure locale de la teneur en eau [Liu 2001].

Par ailleurs, il existe une méthode basée sur la minimisation d'une fonctionnelle à l'aide de l'algorithme du Simplexe. Cet algorithme du simplexe permet d'identifier les paramètres de manière itérative en utilisant le code TransPore. Ce dernier fait une simulation des données en utilisant les paramètres identifiés jusqu'à ce que l'écart entre les courbes expérimentale et simulée soit minimisé. Si l'écart n'atteint pas un critère, l'algorithme du Simplexe génère de nouveaux paramètres qui sont ensuite introduits dans le code TransPore, et ce, jusqu'à convergence de la méthode [Kouchade 2004].

Dans le domaine linéaire, il est établi que le gain en masse d'un échantillon est proportionnelle à la racine carrée du temps au tout début de la diffusion si l'on néglige la résistance au transfert de masse par convection [Agoua 2001] que nous allons étudier au paragraphe suivant. Il est donc possible de déduire le coefficient de diffusion par :

$$D = \frac{pe^2}{4} \left(\frac{dE}{d\sqrt{t}} \right)^2 \quad 3-11$$

E est la fraction massique d'eau liée par rapport à la masse d'eau liée obtenue à l'équilibre final, e l'épaisseur de l'échantillon et t le temps.

L'obtention des courbes d'adsorption et désorption en régime transitoire se fait en plaçant d'abord les échantillons dans une enceinte climatique où les conditions hygro-thermiques sont constantes jusqu'à uniformisation du champ de teneur en eau dans le corps des échantillons. La teneur en eau mesurée s'appelle condition initiale. Les échantillons sont

ensuite placés rapidement dans une autre condition climatique également constante, et ce, jusqu'à uniformisation du champ d'humidité à l'intérieur de ces échantillons, ou d'une manière plus simple, jusqu'à obtention de l'équilibre hygroscopique. Dans notre cas, le choix de la méthode de Liu (1996) est admis car cette méthode ne requiert que des mesures globales et précises et facilite, de ce fait, la mise en œuvre expérimentale et permet la réalisation d'un couplage mécanique avec la diffusion.

3.2 Modes de transport hydrique

Les courbes de séchage d'une pièce en bois nous renseignent sur les étapes principales du séchage ainsi que sur les différents modes de transfert. Cependant, le coefficient de diffusion mesuré dans les essais ne concerne pas uniquement un mode de transport unique. Il est composé plus généralement de paramètres issus de deux phénomènes de diffusion : la diffusion de vapeur et la diffusion d'eau liée. Dans le domaine hygroscopique, le coefficient de diffusion dû à la diffusion simultanée de ces deux phases de l'eau peut être donnée par [Baronas 2001] :

$$D = \frac{\sqrt{n} \cdot D_{bt} \cdot D_v}{(1-n) \cdot (\sqrt{n} \cdot D_{bt} + (1-\sqrt{n}) \cdot D_v)} \quad 3-12$$

où n est la porosité, D_{bt} et D_v sont respectivement le coefficient de diffusion d'eau liée et de vapeur.

3.2.1 Transport par capillarité

L'eau piégée dans les pores est évacuée sous l'effet de la température en suivant les lignes du champ de gradient de pression capillaire. L'eau qui se trouve dans les gros capillaires s'évapore d'abord avant celle présente dans les plus petits. L'écoulement capillaire est régi par une relation phénoménologique qui n'est autre que la loi de Darcy liant le flux liquide au gradient de pression par l'intermédiaire d'un coefficient appelé coefficient de perméabilité. La force motrice de cette migration est donc le gradient de pression capillaire qui est la différence des pressions qui régissent à l'interface entre la vapeur d'eau et l'eau libre dans un pore [Bonneau 1991].

3.2.2 Diffusion par sorption

C'est le mode de transfert de l'eau liée à travers les parois cellulaires. Ce mode de transfert ne peut pas exister si l'eau libre se trouve dans les cavités et lumen car, dans ce cas, les parois cellulaires se trouvent au point de saturation des fibres.

3.2.3 Transport de vapeur

Le transport de la vapeur d'eau coexiste toujours avec le transfert d'eau capillaire et la diffusion de l'eau liée. La vapeur d'eau se déplace à travers les cavités cellulaires. C'est le gradient de concentration de la vapeur dans l'air qui est responsable du transport de cette vapeur d'eau.

3.2.4 Transport par convection : Echange surfacique

Les échanges entre le milieu intérieur d'une structure et le milieu extérieur s'effectue à travers une interface d'échange : c'est la convection hydrique. L'équilibre hygroscopique qui règne sur cette interface conditionne l'équilibre final dans le cœur des ouvrages en bois.

Les flux hydriques qui traversent cette interface s'établissent de deux manières. Soit la vapeur d'eau contenue dans l'air ambiant se condense et les molécules d'eau s'accroche aux sites de sorption en surface d'ouvrages. Soit l'eau liée à la surface des ouvrages s'évapore pour augmenter l'humidité de l'air ambiant.

Le flux se calcule via un coefficient qui établi une proportionnalité entre l'équilibre hygroscopique en surface et l'humidité relative de l'air ambiant. Il augmente si la différence entre l'équilibre hygroscopique en surface d'ouvrage et la teneur en eau d'équilibre hygroscopique équivalente à l'humidité de l'air ambiant augmente :

$$j = S \cdot (w_{surf} - w_{eq}) \quad \text{3-13}$$

S est le coefficient de convection ou d'échange surfacique, w_{surf} est la teneur en eau qui règne en surface du bois et w_{eq} est la teneur en eau d'équilibre hygroscopique équivalent à l'humidité relative de l'air ambiant (théorie de la couche limite schématisée dans la figure 3-4) [Lasserre 2000].

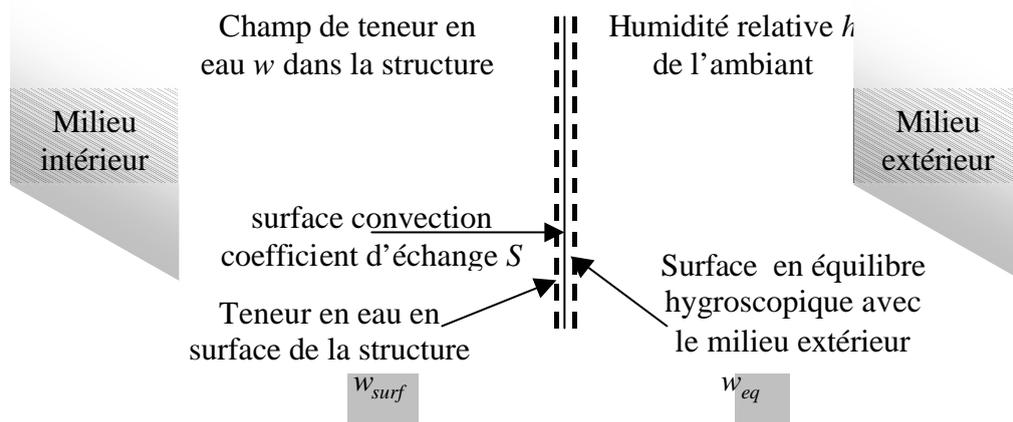


Figure 3-4 : convection hydrique en surface d'une pièce en bois

Cette teneur en eau d'équilibre hygroscopique équivalente se déduit grâce aux isothermes de sorption déjà étudiées en utilisant une équation univoque de la forme :

$$w_{eq} = w(h) \quad 3-14$$

3.3 Interprétation physique de la diffusion

Les forces thermodynamiques responsables du mouvement de l'eau liée dans le bois sont les gradients du potentiel chimique. Cette notion de potentiel chimique nous permettra par la suite de trouver l'équilibre hydrique d'une structure mécaniquement sollicitée en fonction des gradients de potentiel chimique qui règnent au cœur de la structure. L'équilibre hydrique dans une structure mécanique est caractérisé par l'uniformisation des potentiels chimiques. Si ce dernier est influencé par des sollicitations mécaniques, le champ d'humidité interne du bois est dépendant du champ de contrainte ou de déformation.

3.4 Méthodes d'inversion des courbes de diffusion

Le transport d'eau dans le bois est gêné par deux résistances [Yeo 2002] :

- une résistance interne qui se développe dans le corps des structures et qui peut être décrit par le coefficient de diffusion D .
- Une résistance externe qui se développe à l'interface entre la peau des structures et l'ambiance externe et qui peut être décrite par le coefficient d'échange surfacique S .

La forme du profil d'humidité dans le bois est donc forcément contrôlée par ces deux coefficients.

L'une des difficultés majeures pour la mesure du coefficient d'échange surfacique réside dans la mesure de la teneur en eau en régime transitoire à la surface d'une pièce en bois de manière continue et non destructive [Yeo 2002].

Nous allons montrer dans ce paragraphe l'influence du coefficient S sur le profil d'humidité et la possibilité de le relier mathématiquement au coefficient de diffusion.

3.4.1 Problématique

Considérons un cas uni-dimensionnel de diffusion hydrique dans une pièce de bois d'épaisseur $2a$ (figure 3-5). La loi de diffusion est donnée par l'équation suivante :

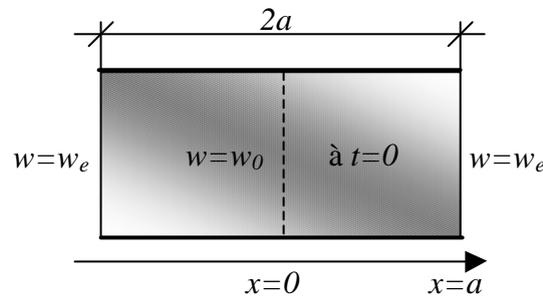


Figure 3-5 : Représentation schématique de la diffusion unidirectionnelle en régime transitoire

$$\frac{dw}{dt} = \frac{d}{dx} \cdot \left(D_1 \cdot \frac{dw}{dx} \right) \quad 3-15$$

où w est la teneur en eau, t le temps, D_1 le coefficient de diffusion hydrique et x l'abscisse du point considéré mesuré par rapport au centre de la pièce en bois. La condition initiale est donnée par l'équation :

$$w = w_0 \quad (0 \leq x \leq a, \quad t = 0) \quad 3-16$$

w_0 est le champ uniforme initial d'humidité dans le bois. Les conditions aux limites sont données comme suit :

$$\frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad (x = 0, \quad t \geq 0) \quad 3-17$$

$$D \frac{\partial w}{\partial x} = S(w_e - w) \quad (x \approx a, \quad t > 0) \quad 3-18$$

S est le coefficient d'échange surfacique, w_e est la teneur en eau d'équilibre correspondante à l'humidité relative de l'environnement.

Les courbes d'adsorption et de désorption ne sont pas symétriques car le coefficient de diffusion n'est pas constant. Ceci n'est pas à confondre avec le fait que les coefficients de diffusion sont différents selon les deux cas car, physiquement, l'adsorption et la désorption procèdent de coefficients de diffusion et d'échange surfacique différents.

3.4.2 Normalisation des équations

Nous pouvons considérer deux cas : le cas de l'adsorption ou $w_e > w$ et celui de la désorption ou $w_e < w$. Les deux cas se différencient dans la formulation adimensionnelle.

3.4.2.1 Cas de l'adsorption

$$\text{Soit } c = \frac{w - w_0}{w_e - w_0}, D = D_0 e^{kc} \text{ (} D_0 \text{ et } k \text{ sont constants)} \quad 3-19$$

Définissons les paramètres adimensionnels de la façon suivante :

$$D' = \frac{D}{D_0}; t = \frac{D_0}{a^2} t \text{ et } x = \frac{x}{a} \quad 3-20$$

Nous pouvons poser le problème de diffusion sous une formulation adimensionnelle comme suit :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D' \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad 0 < x < 1, t > 0 \quad 3-21$$

$$c = 0 \quad 0 < x < 1 \text{ et } t = 0 \quad 3-22$$

$$\frac{\partial c}{\partial x} = 0 \quad x = 0 \text{ et } t \geq 0 \quad 3-23$$

$$\frac{D'}{L} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} + c = 1 \quad x = 1 - e \text{ et } t > 0 \text{ où } L = \frac{aS}{D_0} \text{ et } e \rightarrow 0 \quad 3-24$$

3.4.2.2 cas de la désorption

$$\text{Soit } c = \frac{w - w_e}{w_0 - w_e} \text{ avec } D, D', t \text{ et } x \text{ déjà définis.}$$

De la même manière que dans le cas de l'adsorption, nous pouvons poser le problème de diffusion sous une formulation adimensionnelle :

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D' \frac{\partial c}{\partial x} \right) \quad 0 < x < 1, t > 0 \quad 3-25$$

$$c = 1 \quad 0 < \mathbf{x} < 1 \text{ et } \mathbf{t} = 0 \quad 3-26$$

$$\frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad \mathbf{x} = 0 \text{ et } \mathbf{t} \geq 0 \quad 3-27$$

$$\frac{D'}{L} \cdot \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} + c = 0 \quad \mathbf{x} = 1 - \mathbf{e} \text{ et } \mathbf{t} > 0 \quad 3-28$$

3.4.3 Développement mathématique

Nous considérons uniquement, par la suite, le cas de la désorption car les procédures mathématiques de résolution sont identiques.

Soit la quantité d'eau totale M contenu dans le milieu à l'instant \mathbf{t} telle que :

$$M(\mathbf{t}) = \int_0^{1-\mathbf{e}} c(\mathbf{x}, \mathbf{t}) d\mathbf{x} \quad 3-29$$

Nous définissons la fraction E comme le quotient de la quantité d'eau totale à l'instant \mathbf{t} par la quantité totale à l'instant $\mathbf{t} = 0$.

$$E = \frac{M(\mathbf{t})}{M(0)} \quad 3-30$$

De l'équation (3-29) et (3-30), nous écrivons :

$$\frac{dE}{d\mathbf{t}} = \frac{1}{M(0)} \frac{d}{d\mathbf{t}} \int_0^{1-\mathbf{e}} c(\mathbf{x}, \mathbf{t}) d\mathbf{x} \quad 3-31$$

Nous pouvons introduire l'opérateur $\frac{d}{d\mathbf{t}}$ à l'intérieur du signe intégral en le transformant en l'opérateur dérivée partielle :

$$\frac{dE}{d\mathbf{t}} = \frac{1}{M(0)} \int_0^{1-\mathbf{e}} \frac{\partial c(\mathbf{x}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{t}} d\mathbf{x} \quad 3-32$$

En remplaçant le terme $\frac{\partial c(\mathbf{x}, \mathbf{t})}{\partial \mathbf{t}}$ par l'expression 3-25, nous écrivons :

$$\frac{dE}{d\mathbf{t}} = \frac{1}{M(0)} \int_0^{1-\mathbf{e}} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(D' \frac{\partial c}{\partial \mathbf{x}} \right) d\mathbf{x} \quad 3-33$$

En considérant les conditions aux limites 3-27 et 3-28, nous obtenons finalement :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{D'}{M(0)} \left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_0^{1-e} \quad 3-34$$

et

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{L}{M(0)} c(1-e, t) \quad 3-35$$

Des équations 3-34 et 3-35 nous obtenons :

$$E + \frac{1}{L} \frac{dE}{dt} = E \left\{ \frac{d(t + (1/L) \ln(E))}{dt} \right\} = \frac{1}{M(0)} [M(t) - c(1-e, t)] \quad 3-36$$

L'équation 3-36 peut se mettre sous la forme suivante :

$$E \left(\frac{d(t + \frac{1}{L} \ln E)}{dt} \right) - \frac{1}{M(0)} (M(t) - c(1-e, t)) = 0 \quad 3-37$$

En introduisant les équations (3-30) à (3-35) dans l'équation (3-37), nous obtenons :

$$\frac{1}{M(0)} \int_0^{1-e} \left(c(x, t) \cdot \frac{d(t + (1/L) \ln E)}{dt} - (c(x, t) - c(1-e, t)) \right) dx = 0 \quad 3-38$$

Si nous dérivons l'équation (3-38) par rapport à $t' = t + (1/L) \ln E$ nous aurons :

$$\int_0^{1-e} \left(\frac{\partial c(x, t)}{\partial t'} \frac{dt'}{dt} + c(x, t) \frac{\partial}{\partial t'} \frac{dt'}{dt} - \frac{\partial (c(x, t) - c(1-e, t))}{\partial t'} \right) dx = 0 \quad 3-39$$

Des équations (3-35) et (3-36), la dérivée de $(1/L) \ln E$ par rapport à t est négligeable devant l'unité. Ceci est en partie vrai dans le cas où le coefficient de diffusion est constant [Liu 1993, Liu 1994]. Cependant, le second terme de l'équation (3-39) peut être négligé, et nous obtenons :

$$\int_0^{1-e} \left(\frac{\partial c(x, t)}{\partial t} - \frac{\partial (c(x, t) - c(1-e, t))}{\partial (t + (1/L) \ln E)} \right) dx = 0 \quad 3-40$$

Substituons le premier terme de l'équation 3-40 par l'équation de la diffusion donnée par 3-25 :

$$\int_0^{1-e} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(D' \frac{\partial c(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}} \right) - \frac{\partial (c(\mathbf{x}, t) - c(1-e, t))}{\partial (t + (1/L) \ln E)} \right) d\mathbf{x} = 0 \quad 3-41$$

que nous pouvons également écrire :

$$\int_0^{1-e} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(D' \frac{\partial (c(\mathbf{x}, t) - w(1-e, t))}{\partial \mathbf{x}} \right) - \frac{\partial (c(\mathbf{x}, t) - c(1-e, t))}{\partial (t + (1/L) \ln E)} \right) d\mathbf{x} = 0 \quad 3-42$$

Nous rappelons que :

$$c'(\mathbf{x}, t') = c(\mathbf{x}, t) - c(1-e, t) \text{ et } t' = t + (1/L) \ln E \quad 3-43$$

Ainsi d'après 3-43, nous obtenons

$$\int_0^{1-e} \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(D' \frac{\partial c'(\mathbf{x}, t')}{\partial \mathbf{x}} \right) - \frac{\partial c'(\mathbf{x}, t')}{\partial t'} \right) d\mathbf{x} = 0 \quad 3-44$$

Avec comme condition nécessaire :

$$\frac{\partial c'(\mathbf{x}, t')}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(D' \frac{\partial c'(\mathbf{x}, t')}{\partial \mathbf{x}} \right) \quad 3-45$$

L'équation (3-45) est équivalente à l'équation (3-25). Nous devons lui imposer les conditions initiales et aux limites suivantes selon les équations (3-26), (3-27) et (3-28) :

$$c' = 0 \quad (0 < \mathbf{x} < 1, \quad t' = 0) \quad 3-46$$

$$\frac{\partial c'}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (\mathbf{x} = 0, \quad t' \geq 0) \quad 3-47$$

$$\frac{D'}{L} \frac{\partial c'}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (\mathbf{x} = 1 - e', \quad t' \geq 0) \quad 3-48$$

En supposant que $D' \frac{\partial c'}{\partial \mathbf{x}} \neq 0$, L doit tendre vers l'infini pour satisfaire l'équation 3-48.

Si nous posons $t = t(L, E)$ et $t' = t'(L', E')$, nous obtenons, selon l'équation 3-43 :

$$t'(\infty, E') = t(L, E) + \frac{1}{L} \ln E \quad 3-49$$

Sachant que t' , E' et L' sont associés à l'adsorption et t , E et L à la désorption.

Nous pouvons écrire d'une manière générale :

$$t(\infty, E) = t'(L', E') + \frac{1}{L'} \ln E' \quad 3-50$$

Les coefficients d'échange surfacique, S dans le cas de la désorption et S' dans le cas de l'adsorption, sont exprimés, à l'aide des équations 3-24, 3-49 et 3-50, comme suit :

$$S = \frac{D_0}{a} \left[\frac{\ln E}{t'(\infty, E') - t(L, E)} \right] \quad 3-51$$

$$S' = \frac{D_0}{a} \left[\frac{\ln E'}{t(\infty, E) - t'(L', E')} \right] \quad 3-52$$

avec

$$E + E' = 1 \quad 3-53$$

$$t(L, E) = \frac{D_0 t}{a^2} \quad 3-54$$

$$t'(L', E') = \frac{D_0 t'}{a^2} \quad 3-55$$

$t'(\infty, E')$ et $t(\infty, E)$ seront évalués en utilisant des techniques numériques que nous pouvons résumer par les graphiques respectifs des figures 3-6 et 3-7 en adsorption et désorption.

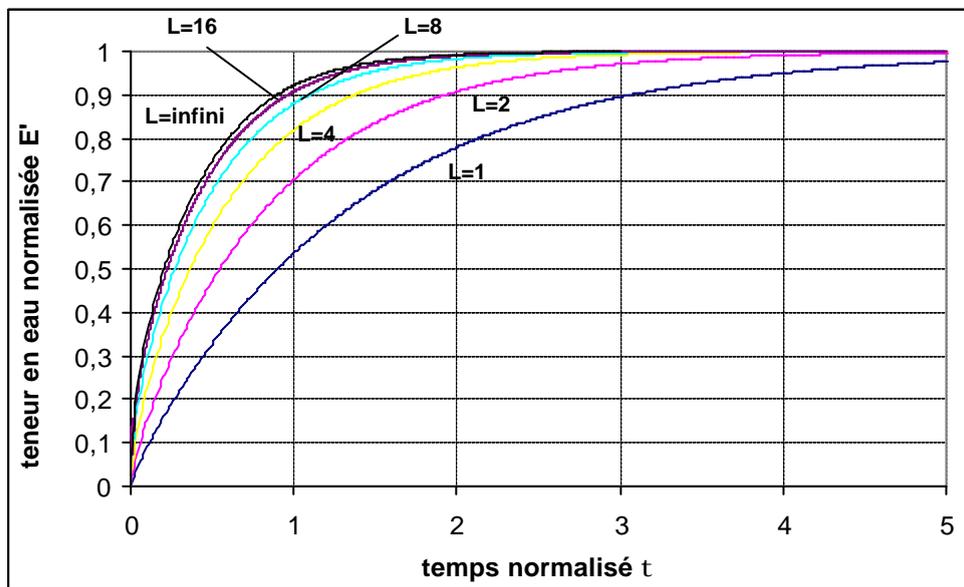


Figure 3-6 : courbes d'adsorption pour un coefficient de diffusion $D_I = \exp(kw)$ et pour une valeur de $k=1$.

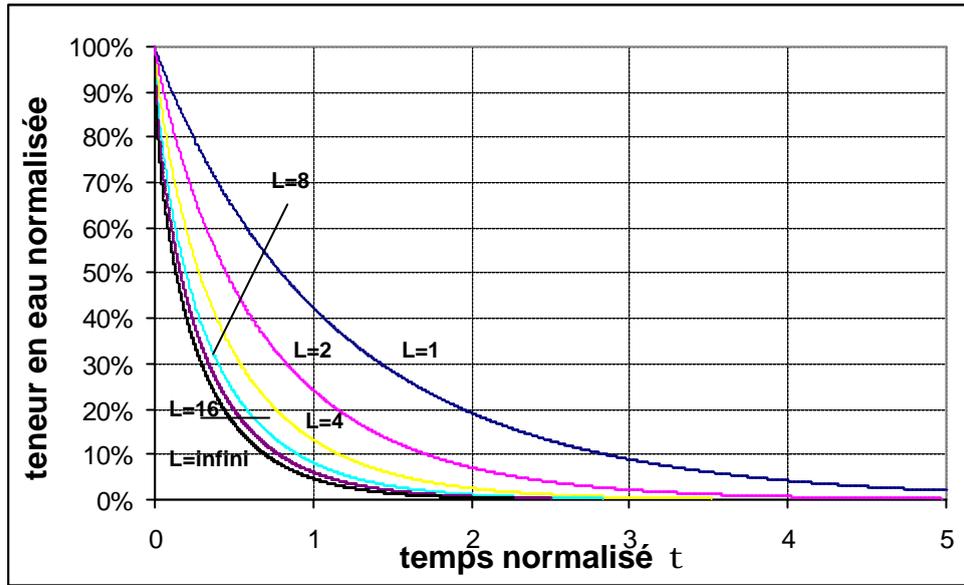


Figure 3-7 : courbes de désorption pour un coefficient de diffusion $D_I = \exp(kw)$ et pour une valeur de $k=1$.

L'expression numérique du coefficient de diffusion D_I est donnée par la solution de Newman, dans le cas où $S \neq \infty$ et $S' \neq \infty$, comme suit :

$$\text{En adsorption } D = \frac{-0.1517a^2}{0.6931(dt/dE) + 2t} \Bigg|_{E=0.5} \quad 3-56$$

$$\text{En désorption } D = \frac{0.1517a^2}{0.6931(dt'/dE') - 2t'} \Bigg|_{E'=0.5} \quad 3-57$$

Dans le cas où $S = S' = \infty$, nous avons :

$$D = \frac{0.196a^2}{t} \Bigg|_{E=0.5} \quad 3-58$$

Toutefois, nous retrouverons, en annexe 2, une application numérique appliquée aux résultats des essais réalisés dans le cadre de ce travail.

3.5 Procédure expérimentale

Le but des essais est de suivre le processus de diffusion en régime transitoire des pièces en bois soumises, d'une part à des conditions d'humidité et de température contrôlées et, d'autre part, à un état de contrainte homogène. Le processus de diffusion doit comprendre les cas de l'humidification (adsorption) et du séchage (désorption). Il est réalisé dans le sens transversal du matériau bois, c'est à dire parallèle aux cernes de croissance (voir chapitre n°

1). Les conditions hygrométriques de l'ambiance sont fixées pour un régime transitoire jusqu'à obtention de l'équilibre hygroscopique de l'échantillon.

3.5.1 Description des essais

3.5.1.1 Géométrie des échantillons :

La taille et la géométrie des échantillons doivent être déterminées en fonction des paramètres mécaniques et diffusifs du matériau bois et en fonction des appareils de mise en charge disponibles au laboratoire. Les échantillons sont en Douglas. Leur taille doit être assez grande pour que la diffusion ne soit pas rapide et ainsi pouvoir prendre des mesures dans des intervalles de temps assez long pour ne pas perturber le processus de diffusion induit par les prises de mesure. Cependant, Un essai préliminaire a montré que la durée d'un essai peut prendre plus de 20 jours. En revanche, la taille des échantillons ne doit pas être trop grande pour limiter la durée totale des essais et permettre à l'appareil de mise en charge d'appliquer une contrainte assez élevée par l'intermédiaire d'un poids mort et d'un bras de levier.

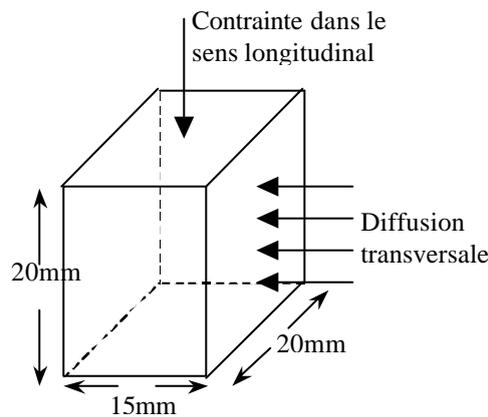


Figure 3-8 : schéma de mise à l'essai d'un échantillon

Les échantillons sont répartis en deux groupes selon leurs états hydriques initiaux. A chaque niveau de contrainte, nous tenons à réaliser les essais de diffusion sur des échantillons initialement secs et saturés. Les états hydriques finaux doivent correspondre à l'état d'équilibre des échantillons sous humidités relatives de 75%, 50% et 25%. La température est fixée à 30°C.



Figure 3-9 : échantillons de douglas

La mise en charge s'effectue à l'aide d'un bras de levier pouvant développer une charge de 10kN répartie sur deux colonnes (Figure. 3-10).

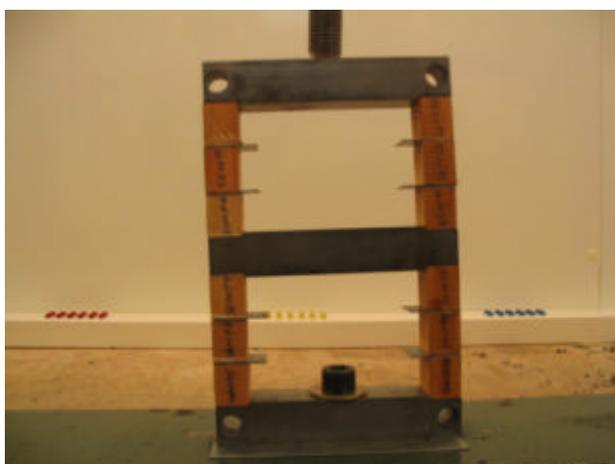


Figure 3-10 : dispositif de mise en charge

3.5.2 Protocole expérimental

Les échantillons sont initialement séchés dans une étuve à 103°C jusqu'à ce que leur poids se stabilise. Leur masse anhydre est ensuite mesurée. En recouvrant leurs faces latérales d'une bande adhésive, nous mesurons une deuxième fois leur masse (la précision de la balance est de 0.1mg) (figure 3-11).



Figure 3-11 : balance de mesure

Après avoir référencé les échantillons selon leur état hydrique initial, le niveau de contrainte auquel ils seront soumis et la condition d'humidité relative de l'ambiance, une partie des échantillons est mise sous humidité saturante à 30°C dans une enceinte contenant de l'eau distillée (figure 3-12), jusqu'à obtention d'un nouvel équilibre. Les poids saturés des échantillons sont alors mesurés.

Après avoir réglé l'enceinte climatique à une température et une humidité relative données, nous plaçons les échantillons dans ces conditions en leur appliquant une contrainte de compression constante dans le sens longitudinal et perpendiculaire à la direction de la diffusion. Les niveaux de contrainte choisis sont 0MPa 5MPa et 10MPa.



Figure 3-12 : dispositif de mise à saturation

En début d'essais, les prises de mesure s'effectuent plusieurs fois par jour en déchargeant les échantillons. Au fur et à mesure que le régime de diffusion s'approche de l'état d'équilibre hygroscopique, les mesures deviennent plus espacées dans le temps. Il est

aussi prévu de réaliser des essais de diffusion sur des échantillons non soumis au chargement mécanique et qu'on appellera « échantillons témoins ».

3.5.3 Résultats expérimentaux et analyses

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats essentiels que nous avons obtenus en opérant un choix sélectif sur les mesures à traiter. Certains échantillons n'ont pas eu un « esprit de famille » et sont systématiquement éliminés. Il faut noter ici que la dispersion des résultats expérimentaux n'est qu'une manifestation d'un groupe d'échantillons assez isolés. Les figures 3-13 à 3-18 présentent les évolutions de l'humidité interne de l'ensemble des échantillons en adsorption et désorption pour les trois humidités relatives (25%, 50% et 75%).

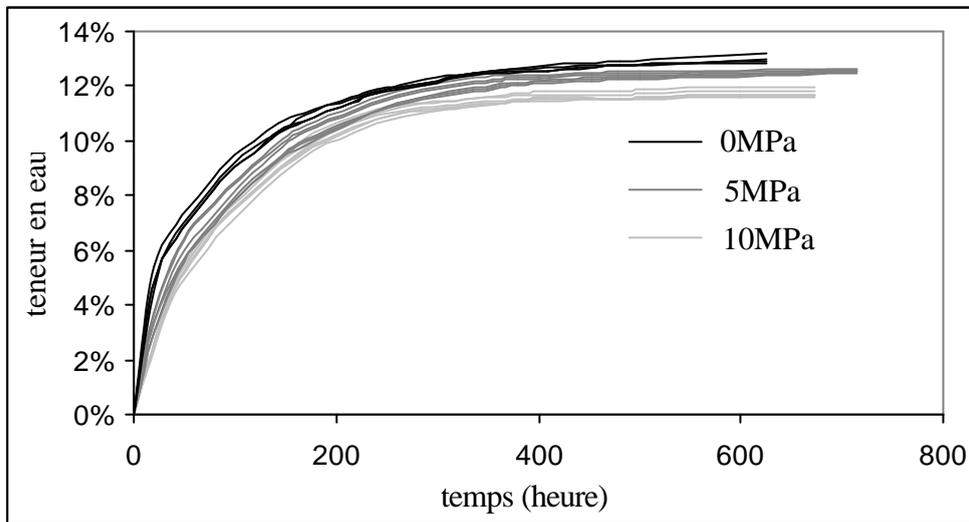


Figure 3-13 : Essais d'adsorption à 75% d'humidité relative

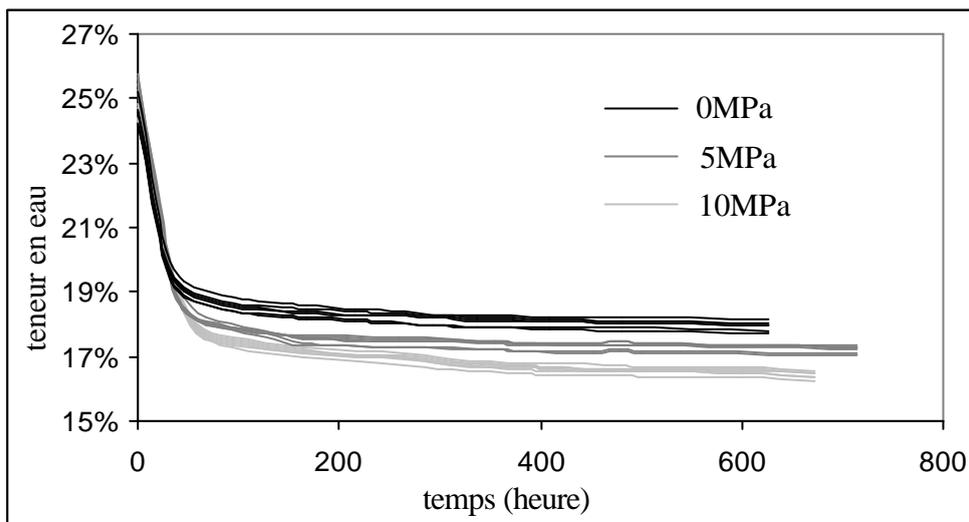


Figure 3-14 : Essai de désorption à 75% d'humidité relative

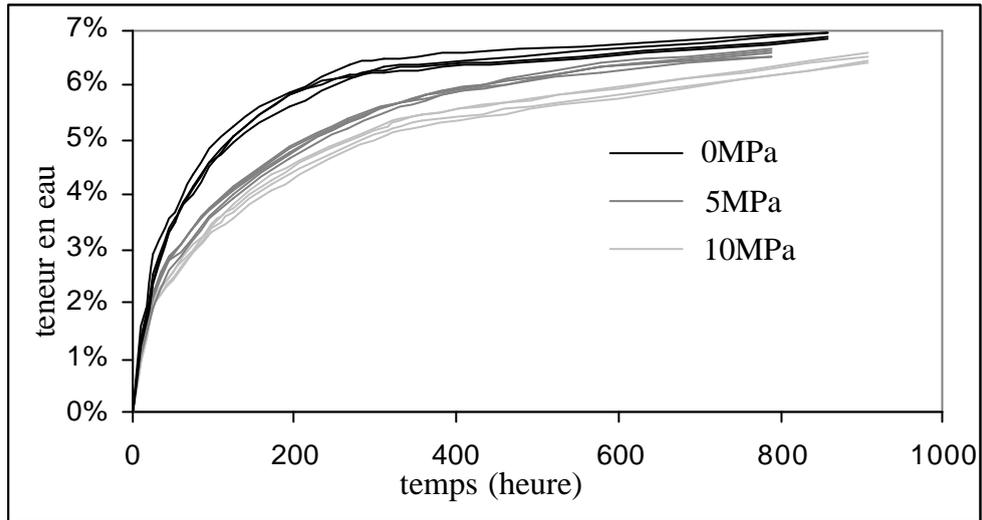


Figure 3-15 : Essai d'adsorption à 50% d'humidité relative

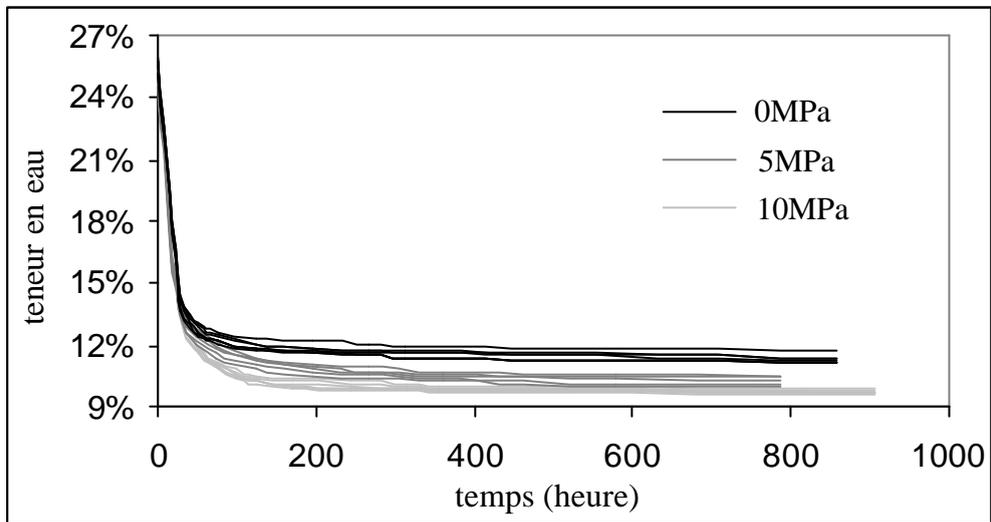


Figure 3-16 : Essai de désorption à 50% d'humidité relative

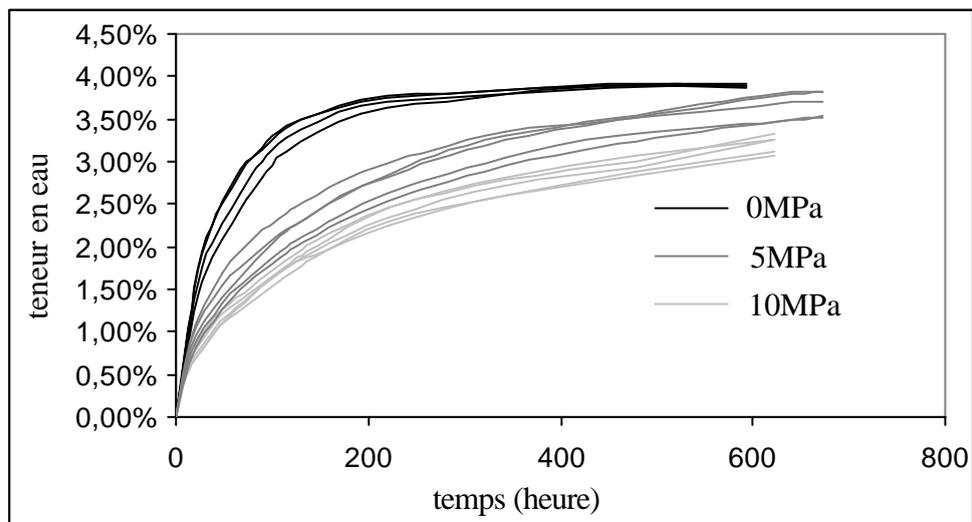


Figure 3-17 : Essai d'adsorption à 25% d'humidité relative

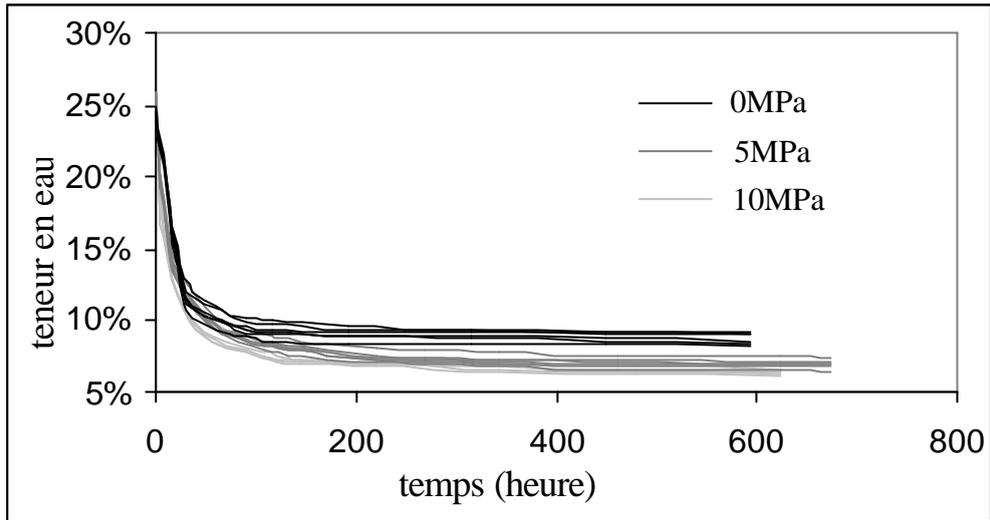


Figure 3-18 : Essai de désorption à 25% d'humidité relative

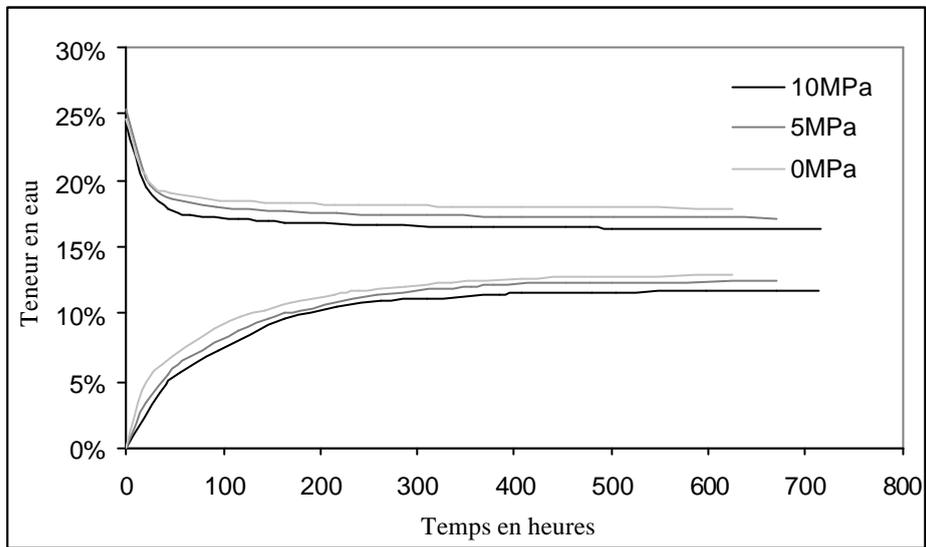


Figure 3-19 : courbes de diffusion moyennes à 75% d'humidité relative

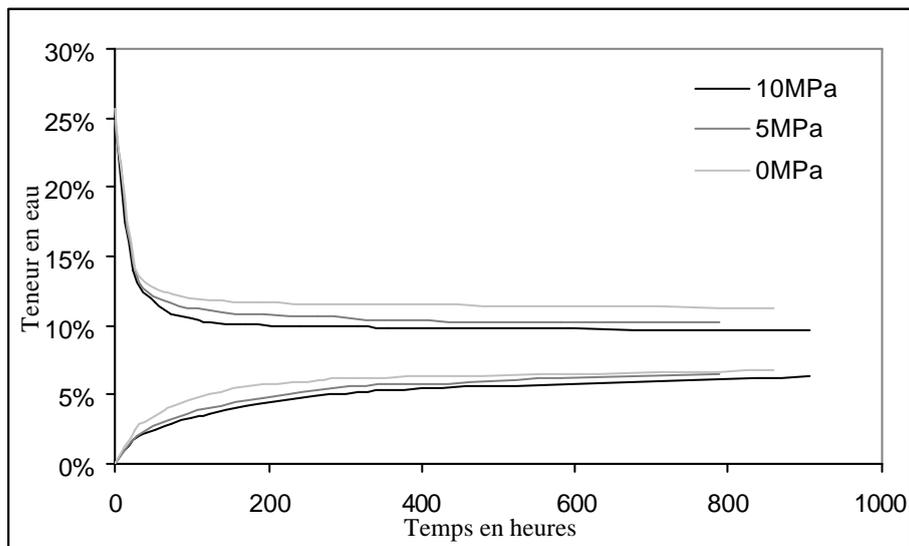


Figure 3-20 : courbes de diffusion moyennes à 50% d'humidité relative

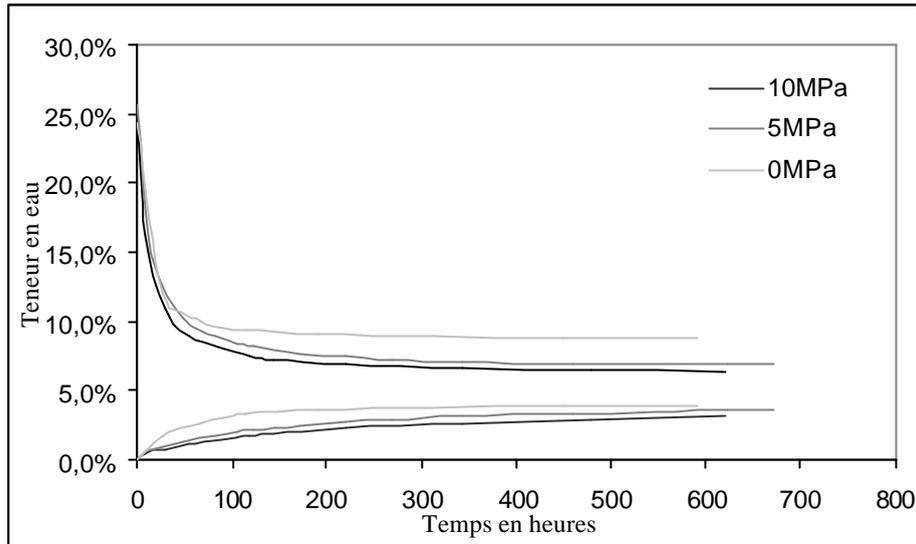


Figure 3-21 : courbes de diffusion moyennes à 25% d'humidité relative

Les courbes des figures 3-19, 3-20 et 3-21 représentent les courbes des moyennes établies sur chaque condition hygro-mécanique. Le traitement des données s'effectue sur ces courbes moyennes.

3.5.3.1 Comportement en adsorption-désorption

Nous présentons dans ce paragraphe les résultats d'inversion des courbes de sorption. Les détails du calcul sont développés en annexe 2.

Premièrement, nous observons des différences importantes en adsorption et désorption. Ceci est dû à l'existence des hystérésis de sorption. Ajoutons à cela que l'eau liée s'évacue plus rapidement quand elle est « faiblement liée » (bois humide) que quand elle est « fortement liée » (bois sec). Ceci explique un coefficient de diffusion 5 fois plus grand en désorption qu'en adsorption (figures 3-19 et 3-20).

D'autre part, le comportement en désorption semble être constitué de deux étapes : une période pendant laquelle l'eau est évacuée à flux-massique constant. L'évaporation s'effectue à la surface de l'échantillon, et ce, à la température de l'ambiance. Cette période existe tant que l'interface bois-ambiance extérieure est alimentée en eau liée venant de l'intérieur. La seconde période est marquée par un ralentissement assez rapide de la cinétique de désorption due essentiellement à la très grande proximité de l'équilibre hygroscopique en surface de l'échantillon avec les conditions hygro-thermiques de l'ambient.

Ces deux périodes de séchage peuvent être identifiées aux deux dernières périodes de séchage décrites par Bonneau (1991) et Chen (2003) au sujet du séchage des pièces en bois ; les deux premières périodes étant dues à l'existence de la phase d'eau libre dans le bois.

Cependant, les processus de diffusion isothermale ne sont pas vraiment découplés avec la température à cause de l'existence de la chaleur de vaporisation ou de condensation de l'eau à l'interface bois-ambiance extérieure. Cette vaporisation crée en fait un front froid ou chaud qui se propage vers l'intérieur des échantillons et fausserait l'analyse des résultats.

Enfin, l'effet des hystérésis est le phénomène le plus visible sur les courbes des figures 3-19, 3-20 et 3-21 qui font apparaître des différences notables entre l'équilibre hygroscopique final des échantillons initialement secs et saturés.

3.5.3.2 Influence de l'état mécanique

D'après les résultats expérimentaux présentés, il est établi que les échantillons contraints mécaniquement n'ont pas les mêmes cinétiques de sorption selon le niveau de contrainte. De plus, l'équilibre hygroscopique est lui aussi dépendant de la contrainte. On remarque aussi que la contrainte mécanique n'agit pas de la même manière sur la cinétique de diffusion en adsorption et en désorption. Nous pouvons observer qu'en désorption, l'état mécanique agit plutôt sur l'équilibre hygroscopique final alors qu'en adsorption, elle agit plus sur la cinétique de diffusion.

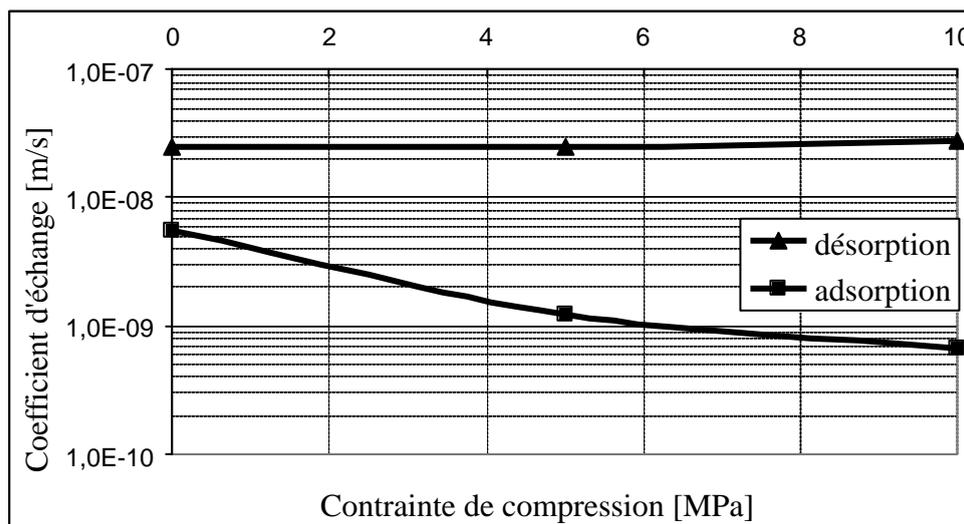


Figure 3-19: Coefficient d'échange surfacique S en fonction de la contrainte

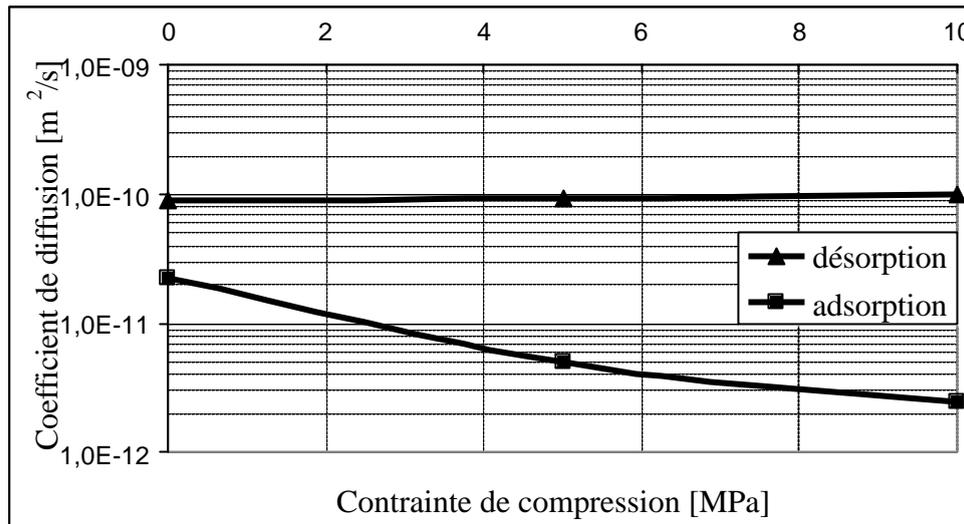


Figure 3-20 : Coefficient de diffusion D_0 en fonction de la contrainte

Sur les courbes des figures 3-19 et 3-20, il apparaît que les paramètres de diffusion sont plus influencés dans le cas de l'adsorption et restent quasi constants dans le cas de la désorption. Le coefficient de diffusion dans le cas de l'adsorption sous la contrainte de 10MPa est 10 fois plus petit que celui qui prévaut sous une contrainte nulle malgré la proximité des courbes les unes par rapport aux autres dans les figures 3-19 à 3-21. Ceci est dû à la grande sensibilité des paramètres de diffusion par rapport aux taux de variation de la teneur en eau $\frac{dE}{dt}$ et au temps de la demi-adsorption $t_{0,5}$ dans l'algorithme de Liu : Une variation relative de 1% de la vitesse de sorption $\frac{dE}{dt}$ fait varier le coefficient de diffusion de près de 3%. Cette remarque explique aussi pourquoi les paramètres de diffusion restent presque invariables dans le cas de la désorption ; les taux de variations de la teneur en eau et les temps de la demi-désorption restent quasi-constants même si les équilibres hygroscopiques varient de façon significative.

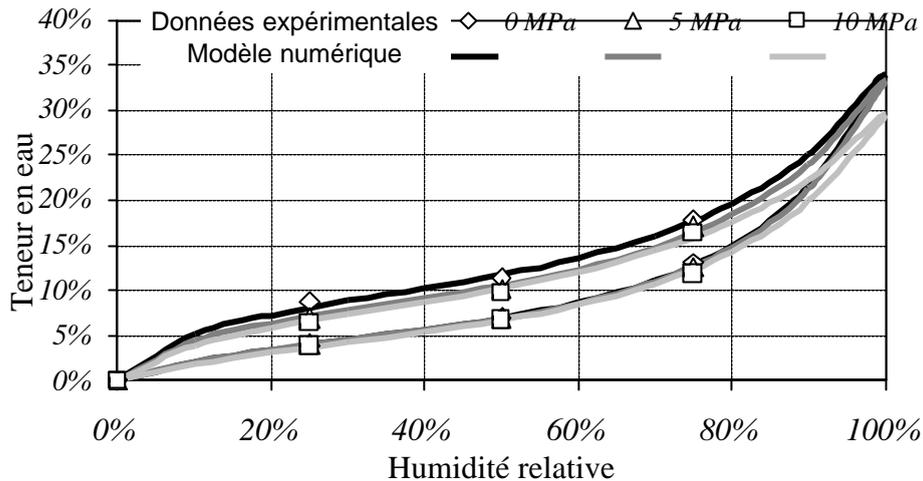


Figure 3-21 : équilibre hygroscopique sous contrainte mécanique

Par contre, la figure 3-21 montre l'influence de la contrainte de compression sur l'équilibre hygroscopique final. Il est clair que la contrainte agit plus sur les hautes humidités que sur les basses humidités. A l'exemple d'une éponge : en l'essorant avec une même pression, elle rejette plus d'eau quand elle est humide que quand elle est plus sèche, mais peut ne pas rejeter d'eau si elle n'est pas assez humide.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé une méthode théorique d'inversion des courbes d'adsorption et désorption pour remonter jusqu'aux caractéristiques hydriques tels que les coefficients de diffusion et de convection. Le choix de cette méthode d'inversion répond à la simplicité de mise en œuvre expérimentale. Ainsi, elle ne requiert que des mesures globales de teneur en eau pour la constitution des courbes d'évolution de l'état hydrique. De plus, elle permet de traiter séparément les cas de l'adsorption et de la désorption pour qualifier les phénomènes d'humidification et de séchage en faisant prévaloir l'état hydrique initial des échantillons.

Nous avons ensuite présenté un protocole expérimental qui permet d'obtenir les paramètres de diffusion en couplant la diffusion unidirectionnelle dans le sens parallèle aux cernes de croissance (direction transversale) avec un état mécanique homogène et constant. Le choix de la compression est motivé par la simplicité de la mise en œuvre expérimentale.

L'extension des essais au cas de la traction est nécessaire pour traiter la diffusion sous un état mécanique hétérogène telle que la flexion.

Les résultats obtenus font ressortir différentes constatations. D'abord, le comportement hydrique est différent en adsorption et en désorption. Au début de la désorption, les courbes semblent ne pas être influencées par l'état mécanique. Le taux de perte d'humidité interne est quasi constant et ne dépend que de la condition d'humidité relative de l'ambiance climatique. En revanche, l'état hydrique final est très dépendant de la contrainte et corrobore avec les résultats rapportés de la littérature.

L'adsorption semble avoir un comportement très différent. Le gain en humidité interne dépend de la contrainte mais l'équilibre final en est moins dépendant que dans le cas de la désorption.

Cependant, les essais réalisés jusque là doivent être complétés sur plusieurs aspects. D'abord, la diffusion étant anisotrope, les mêmes essais de diffusion dans le sens longitudinal et radial doivent être réalisés. Ensuite, pour traiter le cas des structures soumises aux contraintes hétérogènes, il semble qu'une modélisation numérique complète soit requise pour valider les modèles de comportement hygro-thermo-mécaniques. Le problème de l'équilibre hydrique final d'une structure soumise à un état de contrainte hétérogène ne peut être décrit par la loi de Fick. Il convient donc de la modifier pour tenir compte de cette influence. La forme mathématique à donner pour modéliser le processus de diffusion sous une charge mécanique doit faire apparaître les gradients de contrainte comme une variable qui conditionne l'équilibre hygroscopique final. Cette variable doit aussi jouer le rôle d'une force motrice capable d'amorcer une diffusion hydrique. En première approximation, nous pouvons supposer une linéarité entre ces forces motrices et les gradients hydriques de la forme générale suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nabla \cdot (\overline{\overline{D}}_w \nabla w - \overline{\overline{D}}_s \nabla \overline{\overline{S}}) \quad 3-59$$

A l'équilibre ($\frac{\partial w}{\partial t} = 0$) nous devons avoir :

$$\nabla w = \overline{\overline{A}} \cdot \nabla \overline{\overline{S}} \quad 3-60$$

Chapitre 4 : Calcul à l'échelle des structures

Introduction

De nombreux modèles numériques ont été mis au point pour coupler le comportement mécano-sorptif et viscoélastique au phénomène hygro-thermique. Ils ont été partiellement validés par des essais mécaniques homogènes de traction et compression [Randriambololona 2003, Pittet 1996] et hétérogènes, deflexion-cisaillement, (Bengtsson 1992, 2001), réalisés sur différentes essences de bois.

Précédemment, nous avons exposé les différents phénomènes qui coexistent dans une structure en bois soumise à des variations climatiques de l'environnement. A présent, nous présentons les méthodes de résolution numérique ainsi que les interfaces de couplage entre les phénomènes viscoélastiques et mécano-sorptifs d'une part et les phénomènes de sorption et de diffusion hygro-thermique d'autre part. enfin, les différentes méthodes de couplages entre ces différents phénomènes seront énumérées.

4.1 Bilan massique et enthalpique

L'état hydrique est déterminé par la somme de toutes les quantités des différentes phases d'eau existantes dans le bois :

$$\mathbf{r}_s \cdot \mathbf{w} = \underbrace{\mathbf{e} \cdot S \cdot \mathbf{r}_l}_{\text{eau liquide}} + \underbrace{\mathbf{r}_s \cdot w_b}_{\text{eau liée}} + \underbrace{\mathbf{e} \cdot (1-S) \cdot \mathbf{r}_v}_{\text{vapeur d'eau}} \quad \mathbf{4-1}$$

\mathbf{r}_s est la masse volumique du bois anhydre, \mathbf{r}_l et \mathbf{r}_v sont les masses volumiques respectivement d'eau liquide et de vapeur d'eau, S le taux de saturation des pores, w_b la teneur en eau liée et \mathbf{e} est la porosité.

4.1.1 Bilan hydrique ou massique

Le mouvement de chaque phase de l'eau est régi par le principe de continuité ou loi de conservation. Les équations de conservation massique de chaque phase de l'eau s'écrivent :

$$\frac{\partial(\mathbf{e} \cdot S \cdot \mathbf{r}_l)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_l = -K \quad \text{pour la phase liquide} \quad 4-2$$

$$\mathbf{r}_s \cdot \frac{\partial w_b}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_b = -K_b \quad \text{pour la phase d'eau liée} \quad 4-3$$

$$\frac{\partial(\mathbf{e} \cdot (1-S) \cdot \mathbf{r}_v)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\mathbf{r}_v \cdot \vec{V}_g + \vec{J}) = K + K_b \quad \text{pour la phase vapeur} \quad 4-4$$

Dans le domaine du séchage du bois, la cinétique de transport inclut aussi la phase gazeuse constituée par l'air sec. Le transport de l'air dans les pores est régi par l'équation suivante :

$$\frac{\partial(\mathbf{e}(1-S)(1-C)\mathbf{r}_g)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot ((1-C)\mathbf{r}_g \vec{V}_g - \vec{J}) = 0 \quad \text{pour la phase d'air sec} \quad 4-5$$

Le zéro de l'équation 4-5 vient du fait que l'air sec ne présente qu'une seule phase.

K et K_b sont respectivement les taux volumiques de changement de phase de l'eau liquide et de l'eau liée en vapeur d'eau. \vec{J} , \vec{J}_l et \vec{J}_b sont respectivement le flux de vapeur d'eau dans l'air sec, d'eau liquide et d'eau liée. \mathbf{r}_g et \mathbf{r}_v sont les masses volumiques de l'air sec et de la vapeur d'eau. Elles sont liées par l'équation suivante :

$$\mathbf{r}_v = C \cdot \mathbf{r}_g \quad 4-6$$

où C est la fraction massique de vapeur dans l'air. Elle est donnée en fonction de l'humidité relative h par l'expression :

$$h = \frac{\mathbf{a} \cdot C}{1 + \mathbf{a} \cdot C} \frac{P_g}{P_{sat}(T)} \quad 4-7$$

\mathbf{a} est une constante égale au rapport de la masse molaire de l'air sec à celle de l'eau, P_g la pression gazeuse et P_{sat} la pression de vapeur saturante de l'eau prise à la température T .

Le flux \vec{J}_k et la vitesses \vec{V}_k de la $k^{ième}$ phase sont liés par la fonction générale suivante :

$$\vec{J}_k = \mathbf{r}_k \cdot \vec{V}_k \quad 4-8$$

La phase solide, constituée de bois anhydre, ne nécessite pas d'équation de continuité car supposée indéformable dans le modèle même si le fluage ou la déformation de retrait/gonflement hydrique peuvent être à l'origine de certains phénomènes d'hystérésis, mais ce, à une autre échelle.

4.1.2 Lois de transfert hydrique

Chaque phase de l'eau possède son mode de transport et ses paramètres physiques. Le mouvement de l'eau liquide dans les lumens se fait par convection et capillarité. La force motrice du mouvement de convection est un gradient de pression liquide P_l engendré, par exemple, par la gravité. Le transport par capillarité est dû à l'existence de gradients de pression capillaire P_c induits par la différence entre la pression liquide P_l et la pression de la phase gazeuse P .

$$P_c = P - P_l \quad 4-9$$

Le mouvement de l'eau liquide et la diffusion de l'air dans les pores sont donnés par la loi de Darcy qui lie la vitesse du constituant au gradient de pression par l'intermédiaire d'un coefficient de proportionnalité nommée perméabilité :

$$\vec{V}_l = -\bar{k} \cdot \left(\frac{\bar{k}_r}{\mathbf{m}} \right)_l \cdot (\vec{\nabla} P - \vec{\nabla} P_c - \mathbf{r}_l \cdot \vec{g}) \text{ pour l'eau liquide} \quad 4-10$$

$$\vec{V}_g = -\bar{k} \cdot \left(\frac{\bar{k}_r}{\mathbf{m}} \right)_g \cdot (\vec{\nabla} P - \mathbf{r}_g \cdot \vec{g}) \text{ pour la phase gazeuse} \quad 4-11$$

où \bar{k} est le tenseur de perméabilité établi pour un milieu saturé et est indépendant de la phase fluide et $\left(\frac{\bar{k}_r}{\mathbf{m}} \right)_k$, du tenseur de perméabilité relative de la phase k donnée en fonction de la saturation S et de la viscosité \mathbf{m} . Ce dernier est donc dépendant de la phase fluide considérée. \vec{V}_l et \vec{V}_g sont les vitesses des phases liquide et gazeuse et \vec{g} l'accélération de la pesanteur.

D'autre part, le mouvement d'eau liée est de type diffusif et est régi par la loi de Fick couplée avec le phénomène de thermomigration ou effet Soret [Horacek 2003] :

$$\vec{J}_b = -\mathbf{r}_s \cdot \bar{D}_b \cdot \vec{\nabla} w_b - \mathbf{r}_s \cdot \bar{D}_{bT} \cdot \vec{\nabla} T \text{ pour l'eau liée} \quad 4-12$$

\bar{D}_b et \bar{D}_{bT} sont les tenseurs de diffusion hydrique dont les forces motrices sont respectivement les gradients hydrique et thermique. L'écriture 4-12 est purement phénoménologique.

Dans le même ordre d'idées, la diffusion de la vapeur dans l'air est due à l'existence de gradients de fraction massique :

$$\vec{J} = -\mathbf{r}_g \cdot \overline{\overline{D}}_g \cdot \nabla C \quad 4-13$$

où $\overline{\overline{D}}_g$ est le tenseur de diffusion de la vapeur dans l'air pondéré par les caractéristiques du matériau bois de type frein, telle la porosité.

4.1.3 Bilan thermique

Les effets d'une augmentation de la température sur le séchage sont en partie ralentis, d'une part, par un échange de chaleur entre la phase vapeur et la phase liquide, et, d'autre part, par un changement de phase de l'eau liée à l'eau liquide.

L'application du principe de la conservation de l'énergie interne d'un volume élémentaire implique que toute variation de cette énergie est égale aux flux de chaleur qui rentre ou qui sort du volume et de la production volumique de chaleur à l'intérieur de ce volume. La production de la chaleur est due aux changements de phase de l'eau tandis que les flux de chaleur peuvent être de type convectif ou diffusif. Nous pouvons donc écrire l'équation de l'énergie en combinant le modèle à une température fixée avec la loi de Fourier exprimant le transfert de chaleur :

$$(\mathbf{r}Cp)_s \cdot \frac{\partial T}{\partial t} + \underbrace{(\mathbf{r}Cp)_l \cdot \vec{V}_l + (\mathbf{r}Cp)_g \cdot \vec{V}_g}_{\text{convection}} \cdot \nabla T + \underbrace{(K_b + K) \cdot L + K_b \cdot \Delta H_s}_{\text{changement de phase}} = \underbrace{\nabla \cdot (\overline{\overline{I}}_T \cdot \nabla T)}_{\text{diffusion}} + Q_s \quad 4-14$$

L et ΔH_s sont respectivement la chaleur latente de vaporisation de l'eau liquide et la chaleur différentielle de sorption d'eau liée. $(\mathbf{r}Cp)_k$ est la capacité calorifique de la phase k (solide, liquide et gazeuse), Q_s est la production volumique de chaleur et $\overline{\overline{I}}_T$ le tenseur de conductivité thermique.

4.1.4 Conditions aux limites

Les conditions aux limites thermique et hydrique sont de type essentiellement convectif. Elles traduisent les échanges de chaleur et de masse qui se produisent au niveau des surfaces de bois avec l'air ambiant selon l'hypothèse de la couche limite [Lasserre 2000]. Ces échanges sont exprimés de la manière suivante :

Flux massique :

$$F_w = h_M \cdot (C_{surf} - C_\infty) \quad 4-15$$

Flux thermique :

$$Q_T = h_T \cdot (T_{surf} - T_\infty)$$

4-16

h_M , h_T désignent respectivement les coefficients de convection hydrique et d'échange thermique en surface, T_{surf} et T_∞ sont les températures de la surface et de l'air ambiant et C_{surf} et C_∞ sont les fractions massiques en surface et dans l'air ambiant.

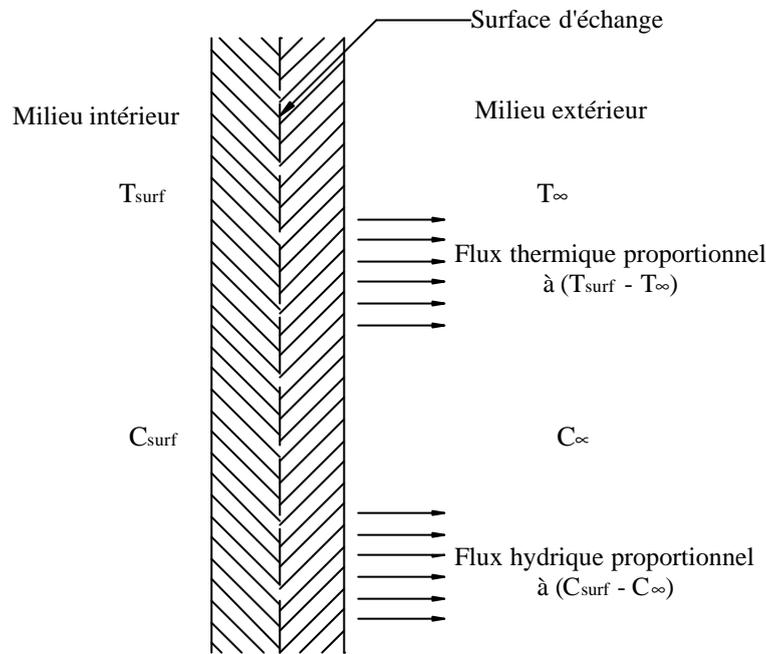


Figure 4-1 : conditions de convection thermique et hydrique

L'écriture 4-15 des échanges hydriques stipule que la force motrice du mouvement d'eau sont les gradients de fractions massiques. Pour des raisons simplificatrices, nous préférons faire apparaître la teneur en eau comme terme moteur en reliant la fraction massique à l'humidité relative par la formule 4-7. Ensuite, cette humidité relative est reliée à la teneur en eau par les isothermes $w=f(h)$ étudiées au chapitre n° 2. L'expression 4-15 peut alors être réécrite sous la forme :

$$F_w = h_w \cdot (w_{surf} - w_{eq})$$

4-17

où h_w est le coefficient d'échange hydrique en surface lorsque le terme moteur est la teneur en eau. w_{eq} est la teneur en eau équivalente déterminée à l'aide des isothermes d'adsorption et de désorption correspondant à une humidité relative h et/ou à la fraction massique C_∞ .

4.2 Application aux bois de structure

Le modèle décrit précédemment prend en compte de manière complète les différents processus de transfert de masse et de chaleur présents dans le bois (capillarité, convection,

diffusion et sorption, conduction). Les effets des gradients de pression peuvent être négligés du fait des températures modérées qui règnent dans les structures en bois. Le transport de masse est donc estimé par rapport à la diffusion hygroscopique et au transfert de vapeur.

4.2.1 Diffusion hygroscopique

L'addition des équations de continuité des différentes phases de l'eau, liquide, liée et vapeur (équations 4-2 à 4-4) et l'identification de la teneur en eau globale donnée par l'équation 4-1, conduisent à l'écriture suivante :

$$\mathbf{r}_s \cdot \frac{\partial w}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\mathbf{r}_v \cdot \vec{V}_g + \mathbf{r}_l \cdot \vec{V}_l + \vec{J} + \vec{J}_b) = 0 \quad 4-18$$

L'équation 4-18 laisse à penser que le modèle de transfert massique s'exprime sous une écriture diffusive.

Le transfert convectif de la vapeur d'eau, présent dans le second terme de l'équation 4-18, peut être estimé à l'aide de l'équation de Whitaker et Chou (1983) qui a été vérifiée numériquement pour des conditions de séchage classique [Bonneau 1991] :

$$\mathbf{r}_v \cdot \vec{V}_g = \frac{C}{1-C} \cdot \vec{J} \quad 4-19$$

Dans le cas d'un bois de structure, le modèle se réduit à un couplage thermo-hydrrique dans le domaine hygroscopique. La phase liquide étant inexistante, l'équation 4-18 se réduit, moyennant l'équation 4-19, à l'expression suivante :

$$\mathbf{r}_s \cdot \frac{\partial w}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{1-C} \cdot \vec{J} + \vec{J}_b \right) = 0 \quad 4-20$$

Le terme $\frac{1}{1-C} \cdot \vec{J}$ est la somme des flux de la vapeur d'eau induits par convection et par diffusion. Par ailleurs, la teneur en eau globale devient presque identique à la teneur en eau liée en négligeant la masse de la vapeur d'eau dans les pores et lumens ($w \approx w_b$).

En portant les équations 4-12 et 4-13 dans l'équation 4-20, nous obtenons l'expression :

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{1}{1-C} \cdot \frac{\mathbf{r}_g}{\mathbf{r}_s} \cdot \vec{D}_g \cdot \vec{\nabla} C + \vec{D}_b \cdot \vec{\nabla} w_b + \vec{D}_{bT} \cdot \vec{\nabla} T \right) = 0 \quad 4-21$$

Mathématiquement, on peut écrire la variable $\bar{V}C$ sous sa différentielle totale en fonction des variables w et T de la manière suivante :

$$\bar{V}C = \frac{\partial C}{\partial w} \cdot \bar{V}w + \frac{\partial C}{\partial T} \cdot \bar{V}T \quad 4-22$$

L'identification des coefficients de diffusion à partir de l'équation 4-21 s'effectue en utilisant l'équation 4-22 :

$$\bar{D}_w = \frac{1}{1-C} \cdot \frac{\mathbf{r}_g}{\mathbf{r}_s} \cdot \bar{D}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial w} + \bar{D}_b \quad 4-23$$

$$\bar{D}_{wT} = \frac{1}{1-C} \cdot \frac{\mathbf{r}_g}{\mathbf{r}_s} \cdot \bar{D}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial T} + \bar{D}_{bT} \quad 4-24$$

Finalement, l'équation 4-21 peut s'écrire :

$$\frac{\partial w}{\partial t} - \bar{V} \left(\bar{D}_w \cdot \bar{V}w + \bar{D}_{wT} \cdot \bar{V}T \right) = 0 \quad 4-25$$

où \bar{D}_w et \bar{D}_{wT} sont les coefficients de diffusion. Ils sont exprimés globalement par rapport aux mouvements simultanés de la vapeur d'eau et de l'eau liée.

4.2.2 Transfert thermique

Les termes convectifs qui apparaissent dans l'équation de la chaleur 4-14 sont négligeables car les gradients de pression gazeuse et liquide sont négligeables, de même que le terme source. De plus, les taux volumiques de changement de phase, K et K_b , de l'eau liquide et liée peuvent être exprimés en fonction du flux de vapeur par :

$$K + K_b = \bar{V} \vec{J} \quad 4-26$$

L'équation 4-26 est une formulation du principe de la conservation de la masse vapeur qui implique que le défaut ou l'excès de masse déterminée par la divergence du flux vapeur est donnée par la compressibilité et le changement de phase de la vapeur. Etant donné que les gradients de pression sont négligeables, les changements de phases explicités par les variables K et K_b sont donc les seuls qui apparaissent dans l'équation 4-26. En considérant l'équation de conservation de l'eau liée 4-3 et l'équation 4-12, l'équation 4-14 se met alors sous la forme :

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{rCp})_s \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \vec{\nabla}(\bar{\mathbf{I}} \cdot \vec{\nabla} T) - L \cdot \vec{\nabla}(\mathbf{r}_g \cdot \bar{\mathbf{D}}_g \cdot \vec{\nabla} C) - \Delta H_s \cdot \mathbf{r}_s \cdot \frac{\partial w_b}{\partial t} \\
 + \Delta H_s \cdot \vec{\nabla}(\mathbf{r}_s \cdot \bar{\mathbf{D}}_b \cdot \vec{\nabla} w_b) + \Delta H_s \cdot \vec{\nabla}(\mathbf{r}_s \cdot \bar{\mathbf{D}}_{bT} \cdot \vec{\nabla} T) = 0
 \end{aligned} \tag{4-27}$$

Au deçà du point de saturation des fibres, la variable w_b s'identifie à la teneur en eau globale w . De plus, les termes $\vec{\nabla} C$ et $\frac{\partial w}{\partial t}$ peuvent se déduire des équations 4-23 et 4-25.

L'équation 4-27 devient alors :

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{rCp})_s \cdot \frac{\partial T}{\partial t} - \vec{\nabla}(\bar{\mathbf{I}}_T \cdot \vec{\nabla} T) + \Delta H_s \cdot \mathbf{r}_s \cdot \vec{\nabla}((\bar{\mathbf{D}}_{bT} - \bar{\mathbf{D}}_{wT}) \cdot \vec{\nabla} T) \\
 - L \cdot \vec{\nabla}(\mathbf{r}_g \cdot \bar{\mathbf{D}}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial w} \cdot \vec{\nabla} w + \mathbf{r}_g \cdot \bar{\mathbf{D}}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial T} \cdot \vec{\nabla} T) - \Delta H_s \cdot \mathbf{r}_s \cdot \vec{\nabla}((\bar{\mathbf{D}}_w - \bar{\mathbf{D}}_b) \cdot \vec{\nabla} w) = 0
 \end{aligned} \tag{4-28}$$

4.3 Résolution par la méthode des éléments finis

Afin d'écrire l'équation 4-28 sous une forme normalisée pour des raisons d'algorithme numérique, on préfère la diviser par le terme $(\mathbf{rCp})_{solide}$ telle que :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{(\mathbf{rCp})_s} \vec{\nabla}(\bar{\mathbf{I}}_T \cdot \vec{\nabla} T) + \frac{\Delta H_s \cdot \mathbf{r}_s}{(\mathbf{rCp})_s} \vec{\nabla}((\bar{\mathbf{D}}_{bT} - \bar{\mathbf{D}}_{wT}) \cdot \vec{\nabla} T) \\
 - \frac{L}{(\mathbf{rCp})_s} \vec{\nabla}(\mathbf{r}_g \cdot \bar{\mathbf{D}}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial w} \cdot \vec{\nabla} w + \mathbf{r}_g \cdot \bar{\mathbf{D}}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial T} \cdot \vec{\nabla} T) - \frac{\Delta H_s \cdot \mathbf{r}_s}{(\mathbf{rCp})_s} \vec{\nabla}((\bar{\mathbf{D}}_w - \bar{\mathbf{D}}_b) \cdot \vec{\nabla} w) = 0
 \end{aligned} \tag{4-29}$$

La condition de frontière s'écrit alors grâce à l'équation 4-16 :

$$\frac{-1}{(\mathbf{rCp})_s} \left(\bar{\mathbf{I}}_T \cdot \vec{\nabla} T + L \left(\mathbf{r}_g \cdot \bar{\mathbf{D}}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial w} \cdot \vec{\nabla} w + \mathbf{r}_g \cdot \bar{\mathbf{D}}_g \cdot \frac{\partial C}{\partial T} \cdot \vec{\nabla} T \right) \right) \cdot \mathbf{n} = \frac{h_T}{(\mathbf{rCp})_s} (T_{surf} - T_\infty) \tag{4-30}$$

Nous considérons que le couplage thermo-hydrigue dans l'équation 4-29 est linéaire en $\vec{\nabla} w$ et $\vec{\nabla} T$. Nous préférons simplifier la forme 4-29 par analogie à l'équation 4-25 :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \vec{\nabla}(\bar{\mathbf{D}}_T \vec{\nabla} T + \bar{\mathbf{D}}_{Tw} \vec{\nabla} w) = 0 \tag{4-31}$$

Les équations 4-25 et 4-31 peuvent également se simplifier mathématiquement sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial w}{\partial t} &= \text{div}(\bar{\mathbf{D}}_w \cdot \vec{\nabla} w) + \mathbf{a} \frac{\partial T}{\partial t} \\
 \frac{\partial T}{\partial t} &= \text{div}(\bar{\mathbf{D}}_T \cdot \vec{\nabla} T) + \mathbf{b} \frac{\partial w}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{4-32}$$

Il suffit pour cela de remplacer les termes $\frac{\partial w}{\partial t}$ et $\frac{\partial T}{\partial t}$ des équations 4-32 par leurs expressions dans 4-25 et 4-31. L'écriture 4-32 fait ressortir un couplage thermo-hydrigue avec l'effet Soret ou thermo-migration (coefficient \mathbf{a}) en tenant compte de la chaleur de sorption explicitée par le coefficient \mathbf{b} .

4.3.1 Formulation forte

Soit un domaine W d'un matériau hygro-thermique et \mathcal{W} sa frontière, de telle sorte que les équations 4-32 soient définies sur ce domaine et sa frontière. Les conditions de frontière peuvent être écrites pour chaque type de transfert.

4.3.1.1 Conditions thermiques à la frontière

$$\text{Sur } \Gamma^T : T = T_{surf} \quad 4-33$$

$$\text{Sur } \Gamma^q : (\overline{\overline{D_T}} \cdot \overline{\nabla T}) \cdot \vec{n} = q_t \quad 4-34$$

$$\text{Sur } \Gamma^{CT} : (\overline{\overline{D_T}} \cdot \overline{\nabla T}) \cdot \vec{n} = S_t \cdot (T_{ext} - T_{surf}) \quad 4-35$$

Où $S_t = \frac{h_T}{(rCp)_s}$ est le coefficient d'échange thermique pour une capacité calorifique égale à l'unité.

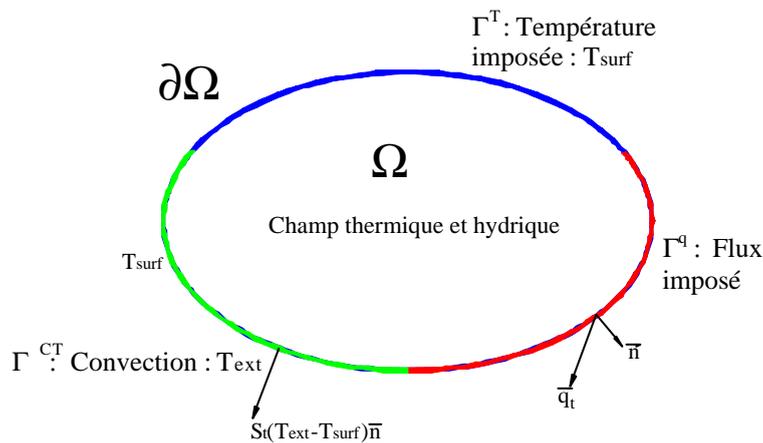


Figure 4-2 : conditions thermiques à la frontière

4.3.1.2 Conditions hydriques à la frontière

$$\text{Sur } \Gamma^W : w = w_{surf} \quad 4-36$$

$$\text{Sur } \Gamma^H : (\overline{\overline{D_w}} \cdot \overline{\nabla w}) \cdot \vec{n} = q_w \quad 4-37$$

$$\text{Sur } \Gamma^{\text{CH}} : (\overline{\overline{D_w}} \cdot \overline{\nabla w}) \cdot \vec{n} = S_w \cdot (w_{ext} - w_{surf}) \quad 4-38$$

Où $S_w = h_w$ est le coefficient d'échange hydrique

\vec{n} est le vecteur unitaire orienté à l'extérieur du domaine W , q_t et q_w sont les flux thermique et hydrique imposés sur les frontières $\Gamma^q \subset \partial\Omega$ et $\Gamma^H \subset \partial\Omega$.

Les conditions hygro-thermiques initiales sont ($t=0$) : $T=T_0$, $w=w_0$ **sur** W

4.3.2 Formulation faible ou méthode variationnelle

L'intégration des équations 4-32, sur le domaine W avec une fonction de pondération de type Galerkin, donne :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\partial w}{\partial t} \mathbf{j} \cdot d\Omega &= \int_{\Omega} \text{div}(\overline{\overline{D_w}} \cdot \overline{\nabla w}) \mathbf{j} \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{a} \frac{\partial T}{\partial t} \mathbf{j} \cdot d\Omega \\ \int_{\Omega} \frac{\partial T}{\partial t} \mathbf{j} \cdot d\Omega &= \int_{\Omega} \text{div}(\overline{\overline{D_T}} \cdot \overline{\nabla T}) \mathbf{j} \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{b} \frac{\partial w}{\partial t} \mathbf{j} \cdot d\Omega \end{aligned} \quad 4-39$$

Le premier terme du second membre de chaque équation se décompose en utilisant la transformation de Stock comme suit :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \text{div}(\overline{\overline{D_w}} \cdot \overline{\nabla w}) \mathbf{j} \cdot d\Omega &= \int_{\Gamma^w} (\overline{\overline{D_w}} \cdot \overline{\nabla w}) \mathbf{j} \cdot d\bar{\Gamma} + \int_{\Gamma^H} \vec{q}_w \mathbf{j} \cdot d\bar{\Gamma} + \int_{\Gamma^{\text{CH}}} S_w \cdot (w_{ext} - w_{surf}) \mathbf{j} \cdot d\bar{\Gamma} - \int_{\Omega} (\overline{\overline{D_w}} \cdot \overline{\nabla w}) \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j} \cdot d\Omega \\ \int_{\Omega} \text{div}(\overline{\overline{D_T}} \cdot \overline{\nabla T}) \mathbf{j} \cdot d\Omega &= \int_{\Gamma^T} (\overline{\overline{D_T}} \cdot \overline{\nabla T}) \mathbf{j} \cdot d\bar{\Gamma} + \int_{\Gamma^q} \vec{q}_t \mathbf{j} \cdot d\bar{\Gamma} + \int_{\Gamma^{\text{CT}}} S_t \cdot (T_{ext} - T_{surf}) \mathbf{j} \cdot d\bar{\Gamma} - \int_{\Omega} (\overline{\overline{D_T}} \cdot \overline{\nabla T}) \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j} \cdot d\Omega \end{aligned} \quad 4-40$$

\mathbf{j} est une fonction définie continue et sa dérivée également continue sur le domaine d'étude W , les variables w et T sont alors continues et dérivables sur le domaine et sa frontière.

Si nous effectuons une partition du domaine W en sous domaines finis W^e , nous pouvons choisir la fonction \mathbf{j} comme une fonction continue et dérivable par morceau de telle sorte que nous pouvons écrire les fonctions w et T comme des combinaisons linéaires des fonctions de base appartenant à un espace fonctionnel :

$$w = \mathbf{j}_i w_i \text{ et } \frac{\partial w}{\partial t} = \dot{w} = \mathbf{j}_i \dot{w}_i \quad 4-41$$

$$T = \mathbf{j}_i T_i \text{ et } \frac{\partial T}{\partial t} = \dot{T} = \mathbf{j}_i \dot{T}_i \quad 4-42$$

$w_i, T_i, \dot{w}_i, \dot{T}_i$ sont les variables nodales et sont les inconnues du problème discrétisé.

En portant les équations 4-41 et 4-42 dans les équations 4-40 nous obtenons :

$$\begin{aligned} \dot{w}_i \cdot \int_{\Omega} \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Omega - \dot{T}_i \cdot \int_{\Omega} \mathbf{a} \cdot \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Omega + w_i \cdot \int_{\Omega} (\overline{\overline{D}}_w \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_j \cdot d\Omega + w_i \cdot \int_{\Gamma^{CH}} S_w \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma = \\ \hat{w}_i \cdot \int_{\Gamma^w} (\overline{\overline{D}}_w \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma^H} \bar{q}_w \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma^{CH}} S_w \cdot w_{ext} \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma \\ \dot{T}_i \cdot \int_{\Omega} \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Omega - \dot{w}_i \cdot \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Omega + T_i \cdot \int_{\Omega} (\overline{\overline{D}}_T \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_j \cdot d\Omega + T_i \cdot \int_{\Gamma^{CT}} S_T \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma = \\ \hat{T}_i \cdot \int_{\Gamma^T} (\overline{\overline{D}}_T \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma^Q} \bar{q}_t \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma^{CT}} S_T \cdot T_{ext} \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma \end{aligned} \quad 4-43$$

Sous une écriture indicielle, les équations deviennent :

$$\begin{aligned} \dot{w}_i \cdot m_{ij} - \dot{T}_i \cdot m_{ij}^a + w_i \cdot K_{ij}^{1w} + w_i \cdot K_{ij}^{2w} = R_j^{1w} + R_j^{2w} + R_j^{3w} = R_j^w \\ \dot{T}_i \cdot m_{ij} - \dot{w}_i \cdot m_{ij}^b + T_i \cdot K_{ij}^{1T} + T_i \cdot K_{ij}^{2T} = R_j^{1T} + R_j^{2T} + R_j^{3T} = R_j^T \end{aligned} \quad 4-44$$

La formulation matricielle s'écrit ainsi :

$$\begin{aligned} [M] \{\dot{w}_n\} - [M_a] \{\dot{T}_n\} + [K_w] \{w_n\} = \{R_w\} \\ [M] \{\dot{T}_n\} - [M_b] \{\dot{w}_n\} + [K_T] \{T_n\} = \{R_T\} \end{aligned} \quad 4-45$$

$[M]$ est la matrice capacité hydro-thermique (elle est commune aux deux formulations hydrique et thermique). On la retrouve dans les équations 4-45 en terme de teneur en eau et de température car les équations de diffusion hydrique et thermique ont été normalisées. Elle est donnée, sous forme indicielle, par :

$$m_{ij} = \int_{\Omega} \mathbf{j}_i \mathbf{j}_j \cdot d\Omega \quad 4-46$$

$[M_a]$ et $[M_b]$ sont des matrices relatives aux phénomènes de thermo-migration et à la chaleur de sorption. Elle sont données par :

$$m_{ij}^a = \int_{\Omega} \mathbf{a} \cdot \mathbf{j}_i \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Omega$$

$$m_{ij}^b = \int_{\Omega} \mathbf{b} \cdot \mathbf{j}_i \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Omega$$
4-47

Les matrices de conductivités hydrique et thermique sont composées de deux termes qui explicitent une résistance au transfert à l'intérieur du domaine W et en surface \mathcal{W} et d'un terme qui traduit le transfert par échanges surfaciques :

$$K_{ij}^w = \int_{\Omega} (\overline{D_w} \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_j \cdot d\Omega + \int_{\Gamma^{CH}} S_h \cdot \mathbf{j}_i \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma^H} (\overline{D_w} \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\overline{\Gamma}$$

$$K_{ij}^T = \int_{\Omega} (\overline{D_T} \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_j \cdot d\Omega + \int_{\Gamma^{CT}} S_t \cdot \mathbf{j}_i \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma^q} (\overline{D_T} \cdot \overline{\nabla} \mathbf{j}_i) \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\overline{\Gamma}$$
4-48

Les vecteurs de chargement hydrique et thermique sont composés d'un chargement de type flux imposé auquel on ajoute la condition de convection :

$$R_j^w = \int_{\Gamma^H} \overline{q_w} \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\overline{\Gamma} + \int_{\Gamma^{CH}} S_h w_{ext} \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma$$

$$R_j^T = \int_{\Gamma^q} \overline{q_t} \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\overline{\Gamma} + \int_{\Gamma^{CT}} S_t T_{ext} \cdot \mathbf{j}_j \cdot d\Gamma$$
4-49

4.4 Résolution par la θ -méthode

Les équations 4-45 constituent un système d'équations différentielles résolu par la θ -méthode qui s'illustre comme suit :

La variable temporelle t est discrétisée en un nombre fini d'intervalles $[t_i, t_{i+1}]$, $i=0,1,2,\dots$

Supposons les champs hydrique et thermique connus à la $i^{ème}$ itération ; c'est à dire à l'instant t_i . Il s'agit donc de calculer le champ hydro-thermique à l'instant t_{i+1} . Nous définissons alors les dérivés temporelles par les équations suivantes :

$$\{ \dot{w}_n \}_i = \frac{\{ w_n \}_{i+1} - \{ w_n \}_i}{\Delta t} \quad \text{et} \quad \{ \dot{T}_n \}_i = \frac{\{ T_n \}_{i+1} - \{ T_n \}_i}{\Delta t}$$
4-50

La θ -méthode consiste à remplacer les inconnus $\{ w_n \}_i$ et $\{ T_n \}_i$ par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \{w_n\}_i &\equiv (1-q_w) \cdot \{w_n\}_i + q_w \cdot \{w_n\}_{i+1} \\ \{T_n\}_i &\equiv (1-q_T) \cdot \{T_n\}_i + q_T \cdot \{T_n\}_{i+1} \end{aligned} \quad 4-51$$

q_w et q_T sont des nombres qui peuvent être choisis dans l'intervalle [0,1]. On appelle schéma purement explicite un schéma de résolution du système d'équation en imposant $q_w=0$ et $q_T=0$. Le schéma implicite correspond à $q_w=1$ et $q_T=1$.

Le schéma explicite requiert une condition pour sa stabilité, c'est à dire sa convergence. Dans le cas d'une diffusion unidirectionnelle suivant l'axe x , cette condition de stabilité est définie par :

$$D \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2} \quad 4-52$$

Dt est le pas de temps et Dx une grandeur géométrique liée à la taille des éléments finis.

D'une manière générale, la stabilité d'un θ -schéma est définie, en fonction de la valeur de q et pour toute valeur de $0 \leq q < \frac{1}{2}$, par la formule suivante :

$$D \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} \leq \frac{1}{2(1-2q)} \quad 4-53$$

Pour des valeurs de $q \geq \frac{1}{2}$, le θ -schéma est inconditionnellement stable et la valeur de $q = \frac{1}{2}$ correspond au schéma de Crank-Nicolson ou la règle trapézoïdale [Cook 1995].

En portant les équations 4-50 et 4-51 dans les équations 4-45 nous obtenons :

$$\begin{aligned} \left(\frac{[M]}{\Delta t} + q_w \cdot [K_w] \right) \{w_n\}_{i+1} - \frac{[M_a]}{\Delta t} \{T_n\}_{i+1} &= \{R_w\} + \left(\frac{[M]}{\Delta t} - (1-q_w) \cdot [K_w] \right) \{w_n\}_i - \frac{[M_a]}{\Delta t} \{T_n\}_i \\ \left(\frac{[M]}{\Delta t} + q_T \cdot [K_T] \right) \{T_n\}_{i+1} - \frac{[M_b]}{\Delta t} \{w_n\}_{i+1} &= \{R_T\} + \left(\frac{[M]}{\Delta t} - (1-q_T) \cdot [K_T] \right) \{T_n\}_i - \frac{[M_b]}{\Delta t} \{w_n\}_i \end{aligned} \quad 4-54$$

Les équations 4-54 forment un système de deux équations linéaires à deux inconnus dont la résolution numérique ne pose aucune difficulté.

4.5 Application à une pièce tridimensionnelle

Afin de valider le calcul numérique, nous avons effectué un calcul tridimensionnel sur une pièce parallélépipédique. Les rapports d'anisotropie des coefficients de diffusion dans la direction longitudinale sont considérés constants. Les champs hydrique et thermique initiaux sont uniformes.

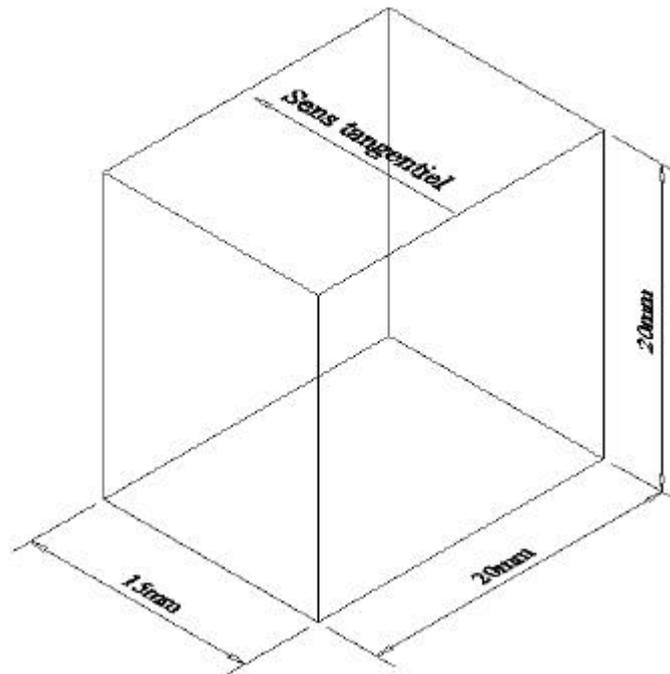


Figure 4-3 : géométrie élément tridimensionnel

Les échantillons sont de forme parallélépipédique (figure 4-3). Les 6 faces sont soumises à la condition de convection avec une humidité relative de l'air ambiant correspondant à une teneur en eau d'équilibre de 22% et une température de 25°C. Le champ d'humidité interne initial est de 8%. La pièce est en équilibre thermique avec le milieu extérieur.

Le coefficient d'échange surfacique est $S = 1,0e-8$ m/s. Le coefficient de diffusion dans le sens tangentiel est de $1,325e-11$ m²/s pour une teneur en eau nulle, le rapport d'anisotropie est de 2,0. La variation du coefficient de diffusion avec l'humidité est explicitée par une forme exponentielle de la teneur en eau.

La figure 4-4 montre le résultat d'une simulation sans couplage, c'est à dire que les coefficients **a** et **b** des équations 4-32 sont nuls. Les courbes représentent la teneur en eau moyenne et en surface. La figure 45 représente les teneurs en eau globales obtenues avec un couplage et sans couplage. Les coefficients **a** et **b** ont respectivement les valeurs positives de

1,0 et 2,0. Nous pouvons constater que la cinétique de diffusion est ralentie par l'existence d'un gradient thermique. Les équilibres deviennent plus lent à obtenir dans ce cas.

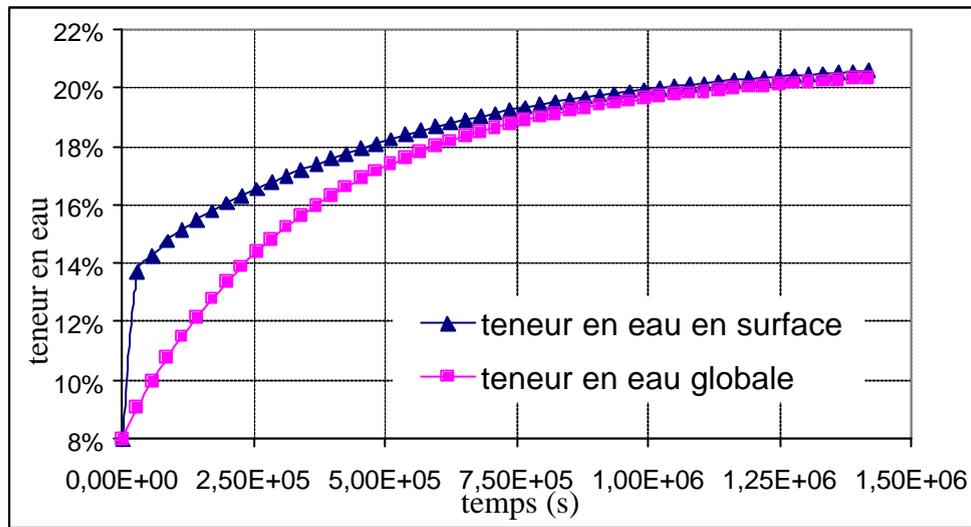


Figure 4-4 : Evolution de l'état hydrique globale et en surface

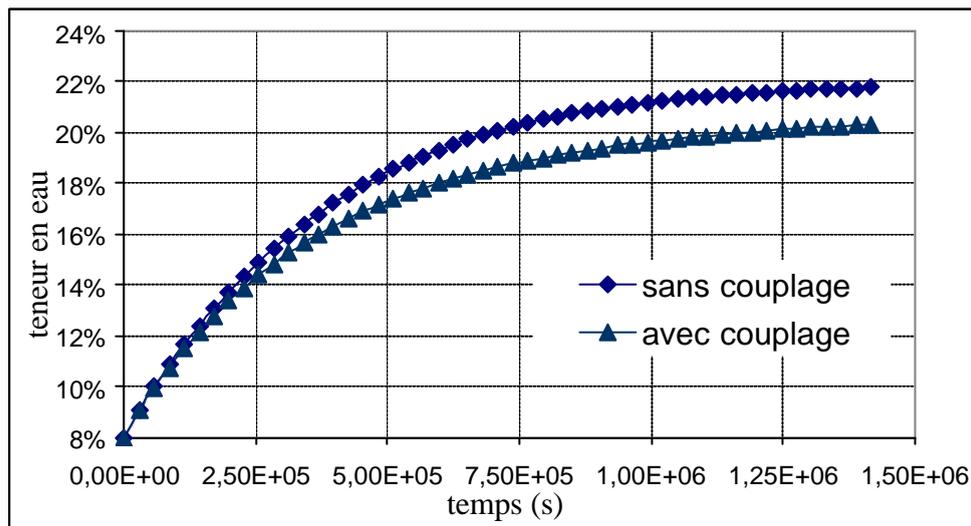


Figure 4-5 : teneur en eau globale calculées avec et sans couplage thermo-hydrrique

4.6 Comportement viscoélastique vieillissant

Le choix d'un modèle rhéologique est légitimé afin de soulever toute ambiguïté relative aux différents phénomènes (dissipation, fissuration, endommagement) et de leur évolution dans le temps. Une description thermodynamique du comportement viscoélastique a été faite basée sur ces modèles [Dubois 2004].

En thermodynamique, il est fait usage des variables dites observables, qui, dans le cas du matériau bois, sont la teneur en eau, la température et la déformation totale, et des variables dites internes comme les déformations élastique et anélastique. La déformation

anélastique est partiellement recouvrable et est due à des propriétés de viscosité du matériau et à des propriétés de dissipation par modification des propriétés mécaniques et physiques.

Les effets des variables observables telles que la température et la teneur en eau sur les propriétés viscoélastiques et leurs modifications dans le temps peuvent être exprimées via des variables internes que nous noterons a_q pour les propriétés de viscosité et b_q pour les propriétés élastiques. Ces variables internes sont fonction de l'humidité interne et du temps.

Dans le cas général d'un matériau soumis à des cycles de séchage et d'humidification, on distingue un vieillissement irréversible telle la modification de la structure chimique du bois et un vieillissement réversible telle les modifications des propriétés mécaniques dues uniquement aux variations de la température et de l'humidité interne du matériau. Nous avons déjà décrit au chapitre n° 1 le passage d'un comportement assouplissant à un comportement rigidifiant via le comportement atypique de l'hygro-verrou.

Nous allons nous intéresser, dans ce paragraphe, au calcul viscoélastique linéaire vieillissant et réversible sous conditions climatiques variables induisant des variations de l'humidité interne.

4.6.1 Modèle de Maxwell généralisé

Le modèle de maxwell généralisé est composé de M modèles de maxwell, tous associés en parallèle. Un ressort placé également en parallèle est prévu pour permettre une recouvrance à l'état relâché (fig. 1-15).

La partition des contraintes et des déformations est décrite par les expressions suivantes :

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}^\infty + \sum_{m=1}^M \mathbf{s}^m \quad 4-55$$

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_k^m + \mathbf{e}_h^m \quad 4-56$$

\mathbf{s}^m est la contrainte à la $m^{\text{ème}}$ branche, \mathbf{e}_k^m et \mathbf{e}_h^m sont les déformations du ressort et de l'amortisseur à la $m^{\text{ème}}$ branche de Maxwell.

4.6.1.1 Comportement adoucissant

Pendant une humidification, les variations des propriétés viscoélastiques, les ressorts et les amortisseurs, se déduisent de la loi de Hooke (équation 1-6) et de la loi de Newton, respectivement. En considérant les partitions des contraintes et des déformations (équations 4-55 et 4-56), le comportement mécanique de chaque élément peut se définir comme suit :

$$\mathbf{s}^{\infty} = b_q^{\infty} \cdot k_{ref}^{\infty} \cdot \mathbf{e} \quad 4-57$$

$$\mathbf{s}^m = b_q^m \cdot k_{ref}^m \cdot \mathbf{e}_k^m \quad 4-58$$

$$\mathbf{s}^m = a_q^m \cdot \mathbf{h}_{ref}^m \cdot \mathbf{e}_k^m \quad 4-59$$

La variable b_q étant une fonction du temps, nous pouvons également écrire :

$$b_q^{\infty}(t) \cdot \mathbf{e}(t) = \int_0^t \frac{\partial (b_q^{\infty}(t) \cdot \mathbf{e}(t))}{\partial t} dt \quad 4-60$$

Ainsi, de l'expression 4-60, l'équation 4-57 se réécrit :

$$\mathbf{s}^{\infty}(t) = \int_0^t k_{ref}^{\infty} \frac{\partial (b_q^{\infty}(t) \cdot \mathbf{e}(t))}{\partial t} dt \quad 4-61$$

En dérivant les équations 4-55 et 4-56 et en introduisant la dérivée de 4-58 et 4-59, nous obtenons le système différentiel suivant :

$$\dot{\mathbf{e}}(t) \cdot k_{ref}^m \cdot b_q^m = \dot{\mathbf{s}}^m(t) + \mathbf{s}^m(t) \cdot \left(\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \frac{b_q^m(t)}{a_q^m(t)} \frac{\dot{b}_q^m(t)}{b_q^m(t)} \right) \text{ avec } \mathbf{I}_{ref}^m = \frac{k_{ref}^m}{\mathbf{h}_{ref}^m} \quad 4-62$$

La résolution des équations 4-62 permet d'exprimer la contrainte $\mathbf{s}^m(t)$ en fonction de l'histoire des déformations $\mathbf{e}(t)$:

$$\mathbf{s}^m(t) = \int_0^t k_{ref}^m \cdot b_q^m(t) \cdot e^{-\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \int_{a_q^m(a)}^{b_q^m(a)} da} \cdot \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} dt \quad 4-63$$

De la partition des contraintes exprimée par l'équation 4-55 et des deux expressions des équations 4-61 et 4-62, la contrainte totale s'écrit finalement :

$$\mathbf{s}(t) = \int_0^t k_{ref}^{\infty} \frac{\partial (b_q^{\infty}(t) \cdot \mathbf{e}(t))}{\partial t} dt + \sum_{m=1}^M \int_0^t k_{ref}^m \cdot b_q^m(t) \cdot e^{-\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \int_{a_q^m(a)}^{b_q^m(a)} da} \cdot \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} dt \quad 4-64$$

4.6.1.2 Comportement rigidifiant

Le comportement des éléments du modèle de Maxwell pendant un séchage est déduit de la loi de Bazant (équation 1-6) pour les ressorts et de la loi de Newton pour les amortisseurs [Dubois 2004, Randriambololona 2003, Bazant 1975] :

$$\dot{\mathbf{s}}^\infty = b_q^\infty \cdot k_{ref}^\infty \cdot \dot{\mathbf{e}} \quad 4-65$$

$$\dot{\mathbf{s}}^m = b_q^m \cdot k_{ref}^m \cdot \dot{\mathbf{e}}_k^m \quad 4-66$$

$$\dot{\mathbf{s}}^m = a_q^m \cdot \mathbf{h}_{ref}^m \cdot \dot{\mathbf{e}}_k^m \quad 4-67$$

Par intégration de l'équation 4-65, nous obtenons :

$$\mathbf{s}^\infty(t) = \int_0^t k_{ref}^\infty \cdot b_q^\infty \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} dt \quad 4-68$$

En associant les égalités 4-66 et 4-67 à la forme dérivée des partitions 4-55 et 4-56, nous construisons le système d'équations différentielles suivant :

$$\dot{\mathbf{s}}^m(t) + I_{ref}^m \frac{b_q^m(t)}{a_q^m(t)} \mathbf{s}^m(t) = k_{ref}^m \cdot b_q^m(t) \cdot \dot{\mathbf{e}}(t) \quad 4-69$$

La résolution de l'équation 4-69 donne :

$$\mathbf{s}^m(t) = \int_0^t k_{ref}^m \cdot b_q^m(t) \cdot e^{-I_{ref}^m \int_t^a \frac{b_q^m(a)}{a_q^m(a)} da} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} dt \quad 4-70$$

En considérant la partition 4-55 et les équations 4-68 et 4-70 nous pouvons écrire finalement :

$$\mathbf{s}(t) = \int_0^t k_{ref}^\infty \cdot b_q^\infty(t) \frac{\partial \mathbf{e}(t)}{\partial t} dt + \sum_{m=1}^M \int_0^t k_{ref}^m \cdot b_q^m(t) \cdot e^{-I_{ref}^m \int_t^a \frac{b_q^m(a)}{a_q^m(a)} da} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} dt \quad 4-71$$

4.6.2 Retrait-gonflement libre et dilatation thermique

Les variations des conditions climatiques (humidité relative et température) génèrent, en plus des modifications des propriétés mécaniques, un processus de dilatation (température) et de retrait/gonflement (humidité) provoquant des déformations additionnelles. La prise en compte de cette déformation libre peut être réalisée en complétant le modèle rhéologique de Maxwell soit par un élément générant une déformation libre et placé en série avec chaque

ressort (couplage fort) (figure 4-6) soit en série avec la totalité du modèle (couplage faible) (figure 4-7).

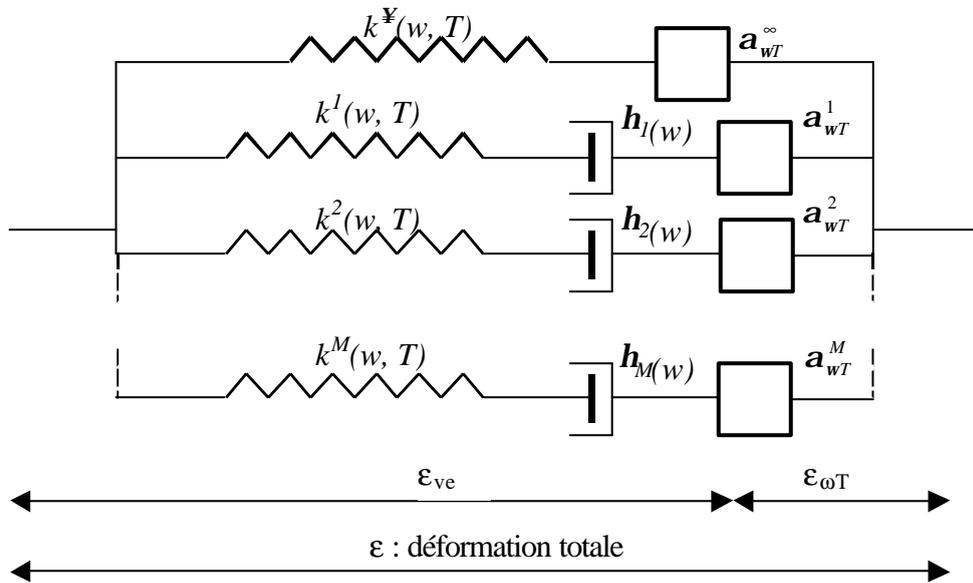


Figure 4-6 : Couplage thermo-hydro-mécanique faible

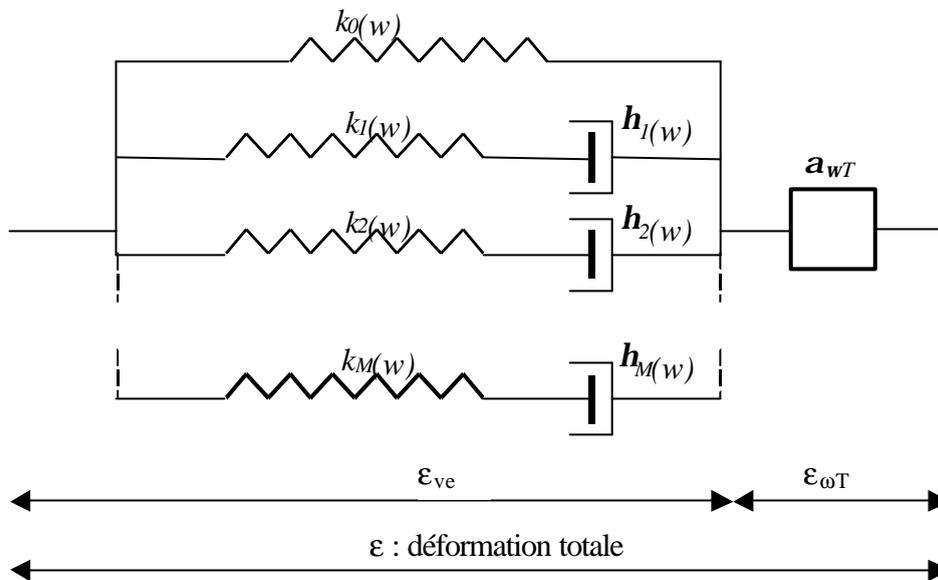


Figure 4-7 : Couplage thermo-hydro-mécanique fort

Dans le cas d'un couplage fort, le processus différencie également les phases de rigidification et d'adoucissement, et ce, en posant les équations suivantes :

$$\mathbf{e} = \frac{\mathbf{S}}{b_{wT} \cdot k_{ref}} + \mathbf{a}_{wT} \cdot \mathbf{q}_{wT} \quad \text{rigidification} \quad 4-72$$

$$\dot{\mathbf{e}} = \frac{\dot{\mathbf{S}}}{b_{wT} \cdot k_{ref}} + \mathbf{a}_{wT} \cdot \dot{\mathbf{q}}_{wT} \quad \text{adoucissement} \quad 4-73$$

\mathbf{q}_{wT} représente une variation d'humidité interne w ou de la température T par rapport à des valeurs de référence. \mathbf{a}_{wT} désigne le coefficient de retrait/gonflement hydrique ou de dilatation thermique.

Dans la pratique, étant donné qu'une variation de la température induit une variation d'humidité interne, leur effet couplé est simplifié en ne considérant qu'un coefficient global de retrait/gonflement \mathbf{a}_{wT} .

Dans le cas d'un couplage fort, nous associons à chaque ressort dans le modèle de Maxwell, un élément représentant la déformation libre de coefficients \mathbf{a}_{wT}^∞ et \mathbf{a}_{wT}^m en série avec les ressorts de raideur de référence k_{ref}^∞ et k_{ref}^m , raideurs définies à une humidité interne de référence.

4.6.2.1 Comportement adoucissant

En complétant les formes 4-57 et 4-58 en y intégrant le terme de déformation hygro-thermique libre exprimé par l'équation 4-72, nous obtenons :

$$\mathbf{s}^\infty = b_{wT}^\infty \cdot k_{ref}^\infty \cdot \mathbf{e} - \mathbf{a}_{wT}^\infty \cdot b_{wT}^\infty \cdot k_{ref}^\infty \cdot \mathbf{q}_{wT} \quad 4-74$$

$$\mathbf{s}^m = b_{wT}^m \cdot k_{ref}^m \cdot \mathbf{e} - \mathbf{a}_{wT}^m \cdot b_{wT}^m \cdot k_{ref}^m \cdot \mathbf{q}_{wT} \quad 4-75$$

La contrainte dans chaque branche de Maxwell peut s'écrire comme suit :

$$\mathbf{s}^m = a_{wT}^m \cdot \mathbf{h}_{ref}^m \cdot \dot{\mathbf{e}}_h \quad 4-76$$

La partition 4-57 associée aux expressions 4-75 et 4-76 permet d'écrire l'équation différentielle suivante :

$$\dot{\mathbf{e}}(t) \cdot k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m - k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m \cdot \dot{\mathbf{q}}_{wT} = \dot{\mathbf{s}}^m(t) + \mathbf{s}^m(t) \cdot \left(\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \frac{b_{wT}^m(t)}{a_{wT}^m(t)} \frac{\dot{b}_{wT}^m(t)}{b_{wT}^m(t)} \right) \quad 4-77$$

La solution de l'équation 4-77 est donnée, par analogie à l'équation 4-64, par :

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t) = & \int_0^t k_{ref}^\infty \cdot \frac{\partial(b_{wT}^\infty(t) \cdot \mathbf{e}(t))}{\partial t} dt + \sum_{m=1}^M \int_0^t k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m(t) \cdot e^{-\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \int_t^a \frac{b_{wT}^m(a)}{a_{wT}^m(a)} da} \cdot \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} dt \\ & - \int_0^t \mathbf{a}_{wT}^\infty \cdot k_{ref}^\infty \cdot \frac{\partial(b_{wT}^\infty(t) \cdot \mathbf{q}_{wT}(t))}{\partial t} dt - \sum_{m=1}^M \int_0^t \mathbf{a}_{wT}^m \cdot k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m(t) \cdot e^{-\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \int_t^a \frac{b_{wT}^m(a)}{a_{wT}^m(a)} da} \cdot \frac{\partial \mathbf{q}_{wT}}{\partial t} dt \end{aligned} \quad 4-78$$

4.6.2.2 comportement rigidifiant

En complétant les formes 4-65 et 4-66 par les termes de déformation hydro-thermique libre exprimés par l'équation 4-69, on écrit :

$$\dot{\mathbf{s}}^\infty = b_{wT}^\infty \cdot k_{ref}^\infty \cdot \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{a}_{wT}^\infty \cdot b_{wT}^\infty \cdot k_{ref}^\infty \cdot \dot{\mathbf{q}}_{wT} \quad 4-79$$

$$\dot{\mathbf{s}}^m = b_{wT}^m \cdot k_{ref}^m \cdot \dot{\mathbf{e}} - \mathbf{a}_{wT}^m \cdot b_{wT}^m \cdot k_{ref}^m \cdot \dot{\mathbf{q}}_{wT} \quad 4-80$$

En prenant en compte les expressions 4-80 et 4-76 dans la partition des déformations explicitée en 4-56, nous obtenons :

$$\dot{\mathbf{e}}(t) \cdot k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m - \mathbf{a}_{wT}^m(t) \cdot k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m \cdot \dot{\mathbf{q}}_{wT}(t) = \dot{\mathbf{s}}^m(t) + \mathbf{I}_{ref}^m \cdot \frac{b_{wT}^m(t)}{a_{wT}^m(t)} \cdot \mathbf{s}^m(t) \quad 4-81$$

Par analogie aux expressions 4-65, 4-69, 4-79 et 4-81, le comportement thermo-hydro-mécanique rigidifiant s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(t) = & \int_0^t k_{ref}^\infty \cdot b_{wT}^\infty(t) \frac{\partial \mathbf{e}(t)}{\partial t} dt + \sum_{m=1}^M \int_0^t k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m(t) e^{-\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \int_t^a \frac{b_{wT}^m(a)}{a_{wT}^m(a)} da} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} dt \\ & - \int_0^t \mathbf{a}_{wT}^\infty \cdot k_{ref}^\infty \cdot b_{wT}^\infty(t) \frac{\partial \mathbf{q}_{wT}(t)}{\partial t} dt - \sum_{m=1}^M \int_0^t \mathbf{a}_{wT}^m \cdot k_{ref}^m \cdot b_{wT}^m(t) e^{-\mathbf{I}_{ref}^m \cdot \int_t^a \frac{b_{wT}^m(a)}{a_{wT}^m(a)} da} \frac{\partial \mathbf{q}_{wT}}{\partial t} dt \end{aligned} \quad 4-82$$

4.7 Formulation incrémentale

L'objectif principal de la formulation incrémentale est de s'affranchir de la nécessité de stocker en mémoire toute l'histoire des sollicitations pour la résolution des problèmes viscoélastiques linéaires. Cette approche a été initialement proposée par Bazant (1974) dont les travaux sont fondés sur les équations différentielles associées au modèle de Maxwell généralisé [Jurkiewicz 1996].

La forme incrémentale de résolution numérique des équations 4-65 et 4-72 permet donc de calculer les intégrales caractérisant le comportement viscoélastique sans intégrer l'histoire des champs mécaniques propres aux comportements héréditaires. Nous limiterons cette étude à un comportement uni-axial avant de présenter une généralisation à un problème tridimensionnel.

4.7.1 Etablissement de la forme incrémentale uni-axiale

A partir d'une contrainte \mathbf{s}_n calculée à l'instant t_n , nous déduisons la contrainte \mathbf{s}_{n+1} à l'instant t_{n+1} par la formule incrémentale suivante :

$$\mathbf{s}_{n+1} = \mathbf{s}_n + \Delta \mathbf{s}_n \quad 4-83$$

L'incrément de déformation se déduit du même principe :

$$\mathbf{e}_{n+1} = \mathbf{e}_n + \Delta \mathbf{e}_n \quad 4-84$$

L'incrément $\Delta \mathbf{s}_n$ est calculé grâce aux intégrales 4-65 et 4-83 entre les instants t_n et t_{n+1} pour chaque branche m du modèle de Maxwell en généralisant la partition des contraintes aux incréments :

$$\Delta \mathbf{s}_n = \Delta \mathbf{s}_n^\infty + \sum_{m=1}^M \Delta \mathbf{s}_n^m \quad 4-85$$

$\Delta \mathbf{s}_n^m$ est calculé pour chaque branche du modèle de Maxwell et nous distinguons deux cas correspondant aux phases d'assouplissement et de rigidification.

4.7.1.1 Comportement adoucissant

Le comportement viscoélastique adoucissant se déduisant de l'équation 4-64, l'incrément de contrainte se calcule alors entre les instants t_n et t_{n+1} comme suit :

$$\Delta \mathbf{s}_n = \int_{t_n}^{t_{n+1}} k_{ref}^\infty \frac{\partial (b_q^m(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{e}(\mathbf{t}))}{\partial \mathbf{t}} d\mathbf{t} + \sum_{m=1}^M \int_{t_n}^{t_{n+1}} k_{ref}^m b_q^m(\mathbf{t}) e^{-I_{ref}^m \int_t^{t_{n+1}} \frac{b_q^m(\mathbf{a})}{a_q^m(\mathbf{a})} d\mathbf{a}} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{t}} d\mathbf{t} \quad 4-86$$

Pour intégrer l'expression 4-86, nous introduisons le changement de variables suivant :

$$\mathbf{x}^m = \int_0^t \frac{b_q^m(\mathbf{a})}{a_q^m(\mathbf{a})} d\mathbf{a} \quad \text{ou} \quad \mathbf{x}^m - \mathbf{x}' = \int_t^t \frac{b_q^m(\mathbf{a})}{a_q^m(\mathbf{a})} d\mathbf{a}$$

Dans la littérature \mathbf{x} et \mathbf{x}' sont désignés comme les temps réduits [Schapery 1987].

En posant l'hypothèse de linéarité des fonctions b_q et a_q ainsi que les contraintes entre les instants t_n et t_{n+1} , nous obtenons les incréments de contrainte dans chaque branche de Maxwell :

$$\Delta \mathbf{s}_n^\infty = k_{ref}^\infty \cdot [b_q^\infty(t_n) \Delta \mathbf{e}_n + \Delta b_n^\infty \cdot \mathbf{e}_{n-1}] \quad \text{avec } \Delta b_n^\infty = b_q^\infty(t_n) - b_q^\infty(t_{n-1}) \quad 4-87$$

et

$$\Delta \mathbf{s}_n^m = \left[\frac{b_q^m(\mathbf{x}_n^m)}{b_q^m(\mathbf{x}_{n-1}^m)} \exp^{-I_{ref}^m \cdot \Delta \mathbf{x}_n^m} - 1 \right] \cdot \mathbf{s}_{n-1}^m + \mathbf{h}_{ref}^m \cdot \frac{b_q^m(\mathbf{x}_n^m)}{\Delta \mathbf{x}_n^m} \left[1 - \exp^{-I_{ref}^m \cdot \Delta \mathbf{x}_n^m} \right] \cdot \Delta \mathbf{e}_n \quad 4-88$$

4.7.1.2 Comportement rigidifiant

Le comportement viscoélastique rigidifiant se déduit de l'équation 4-71. L'incrément de contrainte se calcule donc entre les instants t_n et t_{n+1} comme suit :

$$\Delta \mathbf{s}_n^\infty = k_{ref}^\infty \cdot \left(b_q^\infty(t_{n-1}) + \frac{\Delta b_n^\infty}{2} \right) \Delta \mathbf{e}_n \quad 4-89$$

$$\Delta \mathbf{s}_n^m = \left[\exp^{-I_{ref}^m \cdot \Delta \mathbf{x}_n^m} - 1 \right] \cdot \mathbf{s}_{n-1}^m + \mathbf{h}_{ref}^m \cdot \frac{\Delta \mathbf{e}_n}{\Delta \mathbf{x}_n^m} \left[\Delta b_n^m \left(1 - \frac{1 - \exp^{-I_{ref}^m \cdot \Delta \mathbf{x}_n^m}}{I_{ref}^m \cdot \Delta \mathbf{x}_n^m} \right) + b_q^m(t_{n-1}) \left(1 - \exp^{-I_{ref}^m \cdot \Delta \mathbf{x}_n^m} \right) \right] \quad 4-90$$

4.7.2 Passage au calcul tridimensionnel

Jusqu'à présent, nous avons présenté le comportement viscoélastique uni-axial. La généralisation en calcul tridimensionnel s'effectue en exploitant l'hypothèse de linéarité du comportement et en appliquant les calculs décrits précédemment pour chaque direction de l'espace des contraintes et des déformations. Les fonctions de relaxation ainsi que celles du vieillissement sont remplacées par des tenseurs d'ordre 4.

Pour le modèle de Maxwell, les expressions 4-88 et 4-90 peuvent être mises sous la forme concise suivante :

$$\Delta \mathbf{s}_n = A \cdot \Delta \mathbf{e}_n + \tilde{\mathbf{S}}_{n-1} \quad 4-91$$

où A est une rigidité équivalente traduisant l'effet d'un incrément de déformation sur la contrainte. $\tilde{\mathbf{S}}_{n-1}$ désigne le stockage de l'histoire des contraintes thermo-hygro-mécaniques remise à jour à chaque incrément. Elle représente la mémoire du matériau et traduit l'effet des sollicitations passées sur la réponse actuelle.

L'écriture tridimensionnelle s'effectue en considérant qu'une déformation uni-axiale \mathbf{e}_{ij} induit une contrainte \mathbf{s}_{kl} à l'aide de la formule tensorielle suivante :

$$\Delta\Omega_{ijkl}^n = A_{ijkl} \cdot \Delta e_{ij}^n + \tilde{\Omega}_{ijkl}^{n-1} \quad (\text{sans sommation sur les indices } i \text{ et } j) \quad 4-92$$

L'équation 4-92 exprime la contrainte \mathbf{s}_{kl} sous forme d'une somme des contraintes $\Delta\Omega_{ijkl}$. Par hypothèse de linéarité, nous notons :

$$\Delta\mathbf{s}_{kl}^n = \sum_{i,j} \Delta\Omega_{ijkl}^n \quad \text{et} \quad \tilde{\mathbf{s}}_{kl}^{n-1} = \sum_{i,j} \tilde{\Omega}_{ijkl}^{n-1} \quad 4-93$$

Les équations 4-93 permettent d'écrire l'équation 4-92 sous une notation indicielle :

$$\Delta\mathbf{s}_{kl}^n = A_{ijkl} \cdot \Delta e_{ij}^n + \tilde{\mathbf{s}}_{kl}^{n-1} \quad 4-94$$

et sous forme tensorielle :

$$\Delta\mathbf{s}_n = \mathbf{A} \cdot \Delta\mathbf{e}_n + \tilde{\mathbf{S}}_{n-1} \quad 4-95$$

Les composantes du tenseur \mathbf{A} , d'ordre 4, sont calculées de la même manière que dans l'équation 4-86.

4.8 Couplage hygro-thermo-mécanique

4.8.1 Propriétés mécaniques

Les paramètres viscoélastiques sont déduits des fonctions $k(w)$ et $\mathbf{h}(w)$ identifiées par les essais de fluage ou de relaxation sous climats constants. Pour l'utilisation des variables a_q et b_q , il est donc fait appel aux valeurs de référence des paramètres k et \mathbf{h} de telle sorte qu'on peut écrire les fonctions sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} k &= k_{ref} \cdot b_q(w) \\ \mathbf{h} &= \mathbf{h}_{ref} \cdot a_q(w) \end{aligned} \quad 4-96$$

$a_q(w)$ et $b_q(w)$ sont des fonctions de l'humidité interne et prennent la valeur unité à une humidité interne de référence w_{ref} .

Si nous posons l'hypothèse de variation linéaire des propriétés viscoélastiques avec la teneur en eau, nous pouvons écrire les fonctions $a_q(w)$ et $b_q(w)$ sous la forme :

$$\begin{aligned} a_q(w) &= 1 + \mathbf{a} \cdot (w - w_{ref}) \\ b_q(w) &= 1 + \mathbf{b} \cdot (w - w_{ref}) \end{aligned} \quad 4-97$$

\mathbf{a} et \mathbf{b} étant des constantes.

Ces fonctions ont donné de bons résultats de simulation sur des essais homogènes de fluage à l'échelle mesoscopique [Randriambololona 2003] (les variations de la teneur en eau étaient très faibles).

La confrontation des simulations avec des essais de flexion met en évidence une différence de comportement en compression et en traction. Cette différence met en cause l'hypothèse de linéarité du comportement viscoélastique et est accentuée lors de la phase de fluage. Nous pouvons, dans un premier temps, traiter les zones comprimées et les zones tendues différemment en réalisant des essais de fluage en compression et en traction et caractériser le comportement viscoélastique du bois dans les deux cas de chargement. Cependant le comportement diffusif sous contrainte laisse à penser que, pour des essais non homogènes en contrainte, le champ d'humidité interne est également hétérogène et détruit la symétrie apparente de comportement entre fibres tendues et comprimées.

4.8.2 Phénomène « mécano-hydrique »

L'état de contrainte mécanique, comme nous l'avons démontré au chapitre n° 3, agit sur l'état hydrique dans le domaine hygroscopique aussi bien au niveau de la cinétique de diffusion qu'au niveau de l'équilibre hydrique final. De ce fait, il est nécessaire de définir un comportement hygro-mécanique au niveau de la loi de diffusion pouvant induire un équilibre final présentant un gradient d'humidité et une cinétique de diffusion dépendante de l'état mécanique.

4.8.2.1 comportements mécanique et hygroscopique

Le comportement hygroscopique permet de définir les échanges hydriques entre l'air humide et les premières molécules de bois en surface. De plus, il permet de prévoir les équilibres hydriques dans les cas particuliers du régime stationnaire. Si nous prenons en compte les effets de la contrainte sur cet équilibre, on peut en déduire que dans les cas où le champ de contrainte n'est pas homogène (exemple d'une sollicitation de flexion), l'équilibre peut présenter un gradient d'humidité interne. Dans ce cas, la forme de l'équation de diffusion classique, ne permet pas de traduire cet effet de gradient. Il est donc nécessaire de transformer sa forme pour admettre, à l'équilibre et pour un cas unidimensionnel, un gradient d'humidité interne. Cette loi de diffusion peut se présenter sous sa forme unidirectionnelle, de la façon suivante :

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D(w, \mathbf{s}) \cdot \left(\frac{\partial w(\mathbf{s}, x)}{\partial x} - \frac{\partial w_{eq}(\mathbf{s}, x)}{\partial x} \right) \right) \quad 4-98$$

Dans le cas tridimensionnel, nous pouvons admettre un champ hydrique d'équilibre final dont les gradients sont proportionnels aux gradients de contraintes :

$$\mathit{grad} w_{eq} = A \cdot \mathit{div}(\underline{\underline{\mathbf{s}}}) \quad 4-99$$

4.8.2.2 Propriétés de diffusion

Les propriétés hydriques sont fortement dépendantes de la teneur en eau et de la température. Nous avons considéré au chapitre n° 3 que le coefficient de diffusion est une forme exponentielle de la teneur en eau :

$$D = D_0 e^{kw} \quad 4-100$$

De plus, l'augmentation de la température a généralement pour conséquence d'augmenter la vitesse de la diffusion (considérée comme une réaction chimique) selon l'expression de la loi d'Arrhenius (1896) [He 2005] :

$$D = D_r e^{-\frac{E_A}{RT}} \quad 4-101$$

où E_A est l'énergie d'activation et D_r une constante caractéristique du milieu.

Une équation empirique utilisant simultanément la teneur en eau et la température peut être utilisée pour déterminer le coefficient de diffusion dans le sens transversal :

$$D_{bt} = 0.07 e^{\frac{7000-9200}{RT}} \quad (\text{m}^2/\text{s}) \quad 4-102$$

Le coefficient d'échange hydrique en surface est lui aussi dépendant de l'état hydrique. Randriambololona (2003) a d'ailleurs utilisé la même forme précisée par l'expression 4-100.

4.8.2.3 Chaleur différentielle d'adsorption et désorption

La chaleur de sorption ΔH_s dépend fortement de la teneur en eau selon l'équation 2-29, mais aussi de la température selon une loi linéaire analogue à celle de Regnault déjà vue au chapitre n° 2. Elle dépend aussi du sens de la variation de la teneur en eau (adsorption ou désorption).

4.8.3 Propriétés thermiques

La capacité, la conductivité et la convection thermique du bois humide sont dépendantes de la teneur en eau et de la température. Plusieurs auteurs déterminent différemment et de manière empirique et semi-empirique la conductivité thermique dans le domaine hygroscopique et capillaire [Perré 1990 ; Chen 1997 ; Tremblay 2000]. Elles sont supposées être indépendantes de l'état mécanique de la structure.

4.9 Organigramme de calcul

L'organisation du calcul d'une structure en bois évoluant dans une ambiance climatique variable fait intervenir beaucoup les principaux phénomènes thermique, hydrique et mécanique. Le calcul numérique comporte donc deux procédures principales : une procédure de calcul hygro-thermique et calcul viscoélastique. Le calcul du couplage se fait en intervention mutuelle de chaque procédure sur les paramètres de l'autre.

L'implantation dans CASTEM 2000 ne pose aucun problème particulier. La séparation du calcul en deux procédures s'adapte bien à une programmation modulaire.

La formulation incrémentale du calcul viscoélastique implique une discrétisation du temps. Les rythmes d'évolution de l'état mécanique et de l'état hygro-thermique peuvent être différents. Cette différence provient essentiellement de la géométrie des structures, des rythmes de variation des conditions de chargement extérieurs (hygro-thermique et mécanique). Il convient donc de choisir des incréments de temps convenables pour réduire les erreurs numériques.

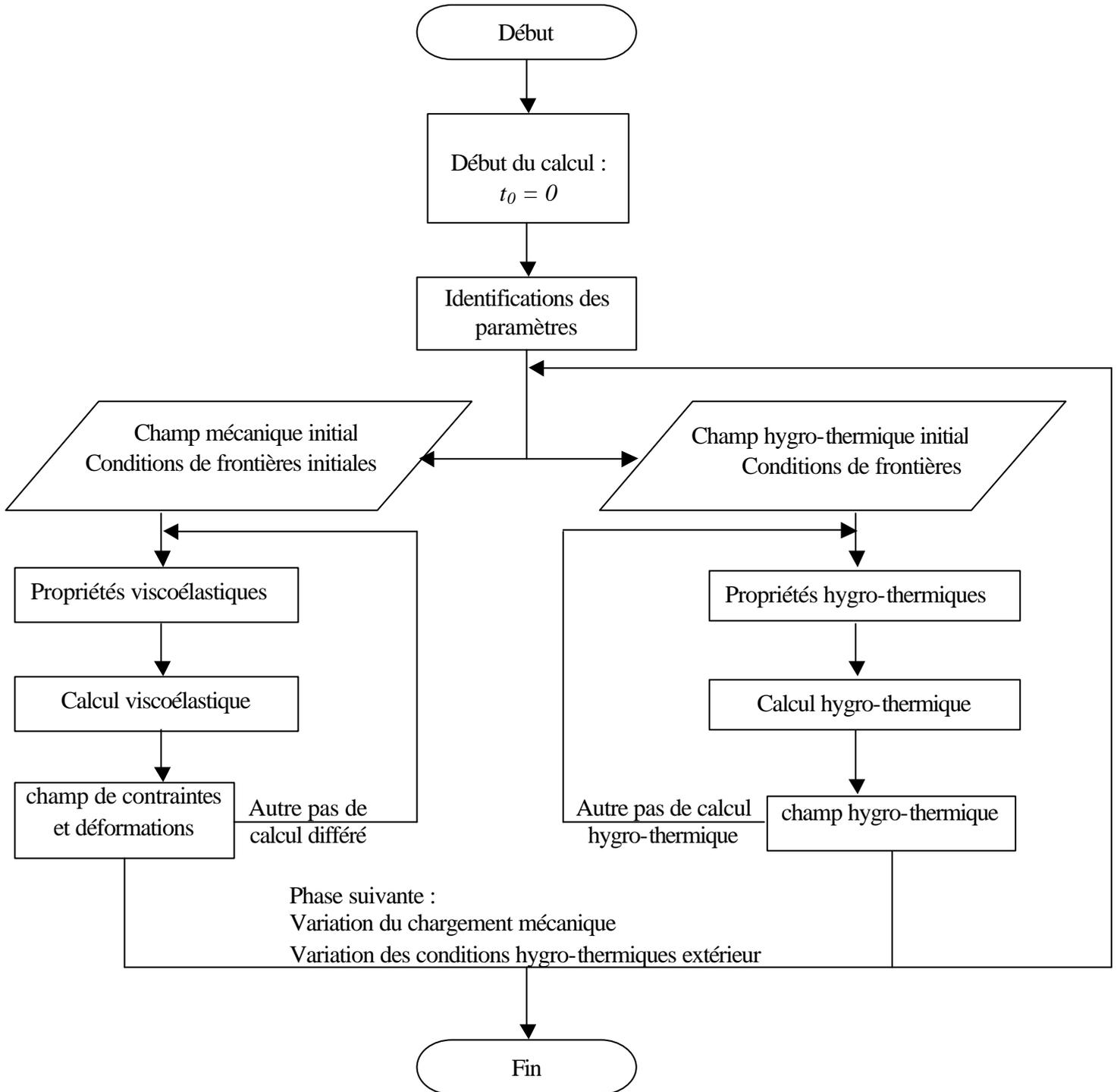


Figure 4-8 : algorithme général du calcul numérique

Conclusion

Le but de ce chapitre est de faire l'inventaire des principaux phénomènes dont il faut tenir compte pour une modélisation complète des structures en bois évoluant dans un environnement climatique variable. Une vaste campagne d'essais est nécessaire pour identifier les paramètres essentiels du comportement hydrique et mécanique.

Le calcul viscoélastique vieillissant est fondé sur une succession de calcul élastique équivalent. Les paramètres mécaniques et thermo-hydrique sont calculés et actualisés à chaque pas de temps.

Enfin, il semble aujourd'hui évident de reconsidérer les nombreux modèles de comportements mécanosorptifs car ces derniers sont trop souvent employés avec des modèles de diffusion trop simplifiés négligeant les effets d'hystérésis et en considérant une loi de diffusion linéaire sans aucun couplage avec l'état mécanique. Lorsque des sollicitations simples homogènes sont considérées, seuls les effets d'hystérésis sont à prendre en compte. Dans le cas de sollicitations non homogènes telles que de la flexion, le processus de transfert de masse se complique grandement et peut ainsi fausser les interprétations qui s'appuient principalement sur le comportement mécanosorptif. La complexité du problème à résoudre consiste à découpler les effets mécanosorptifs qui lient les effets de l'humidité interne et de ses variations sur les propriétés mécaniques et les effets de l'état mécanique sur le processus de diffusion et d'équilibre hydrique.

Conclusion et perspectives

Un bilan sur l'état des connaissances établies sur l'identification de l'état hydrique dans le bois permet de constater que la loi de Fick ne peut pas être appliquée de manière classique dans les structures sollicitées mécaniquement. Les modèles de comportement de telles structures doivent donc se compliquer davantage mais l'utilisation de l'outil numérique permet de dépasser les difficultés y compris celles relatives au couplage chaleur-masse-contrainte. En effet, les essais réalisés au laboratoire ont découplé totalement la température des phénomènes observés. Quant à l'aspect mécanique, le découplage n'est que le fait de l'homogénéité des contraintes appliquées, ce qui n'est pas suffisant pour tirer de conclusions précises sur le comportement des systèmes bois-environnement.

Les échantillons soumis au processus de diffusion étaient de petite dimension essentiellement pour réduire la durée des essais qui était assez longue. Le contrôle de l'humidité interne d'équilibre se fait en observant une stabilité sur une durée de 24 heures. La durée des essais peut atteindre trois semaines par groupe d'échantillons. Le contrôle des conditions climatiques est possible grâce à une chambre climatique pouvant être réglée à une humidité relative et une température fixées. Cependant, l'originalité de ce travail de thèse réside dans la mise en évidence d'un phénomène de couplage « mécano-diffusif ». L'interaction « contrainte-équilibre hygroscopique » bien qu'observée expérimentalement, n'est pas encore modélisée.

Aspect sorptif

D'abord, un modèle de comportement hygroscopique est développée pour décrire quantitativement l'interaction bois-environnement. Ce modèle est capable de calculer l'humidité interne quelques soient les variations aléatoires des conditions climatiques de l'environnement. Des essais ont été réalisés pour valider le modèle. La température était découplée du phénomène d'hygroscopie et de l'état mécanique. L'effet Soret (ou couplage avec la température) et « mécano-sorptif » étaient complètement absents dans les simulations expérimentales. La morphologie du bois n'a pas d'influence dans ce genre d'expérimentation. La simulation des hystérésis est l'étape qui suit logiquement dans le processus de l'équilibre hygroscopique.

Aspect diffusif

Les changements continus des conditions climatiques de l'environnement créent en permanence des fronts humides et secs qui se propagent dans le cœur des structures. Sachant que ces structures sont soumises à des chargements mécaniques, le découplage de la diffusion avec l'état de contrainte du milieu devient suranné en regard aux observations et aux résultats expérimentaux obtenus. L'utilisation d'une méthode d'inversion complexe des courbes de teneur en eau en régime transitoire nous a permis de mesurer les paramètres de diffusion pour un champ de contrainte de compression homogène (ou plus exactement, un champ de déformation homogène). Une généralisation du procédé expérimental à des états de contrainte de traction est nécessaire pour pouvoir développer un modèle de calcul capable de prendre en compte des états de contraintes hétérogènes.

La facilité de mise en œuvre expérimentale nous a permis également d'étendre les essais aux cas de l'adsorption et la désorption, qui possèdent en fait des paramètres de diffusion différents. Cet aspect de l'essai nous a permis d'observer également les effets mécaniques sur les hystérésis. Il apparaît que les effets sont plus visibles sur les teneurs en eau élevées alors que la cinétique de diffusion est plutôt sensible aux teneurs en eau basses.

Aspect morphologique

L'autre aspect qui intervient dans le processus de diffusion est la morphologie du bois. En effet, la diffusion dans ce matériau est fortement anisotrope. Le manque de temps et surtout la longueur de la durée des essais ne nous ont permis que de simuler le processus de diffusion dans la direction tangentielle. On ne sait pas encore quelle influence aurait une contrainte sur les autres directions principales, radiale et longitudinale.

Cependant, le découplage « transfert massique-transfert thermique » n'est pas possible à obtenir dans les essais à cause de l'existence de la chaleur de sorption. Il est préférable donc d'utiliser des méthodes sophistiquées d'inversion des équations couplées pour remonter jusqu'aux paramètres thermo-hydrrique.

Toutefois, le développement des procédures expérimentales est indispensable pour globaliser les mesures de teneur en eau, que se soit en surface ou dans le cœur des ouvrages.

L'étape ultime pour une meilleure modélisation du comportement des structures en bois en environnement variable est le passage à des simulations expérimentales et le

développement des procédures de calculs mécanique, thermique et hydrique dans un cas tridimensionnel.

Annexe 1

L'étude des changements de phases nous montre que la température et la pression sont fixées pour un corps pur en équilibre avec ses deux phases (liquide et vapeur) quelques soient la proportion (massique ou volumique) des deux phases.

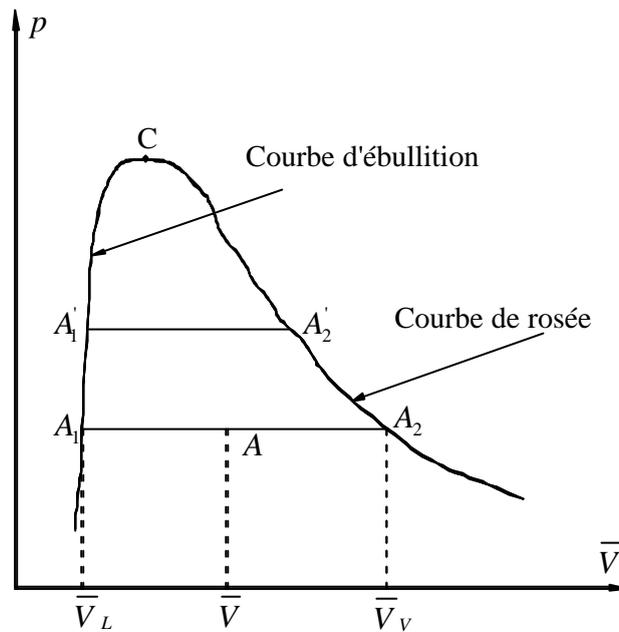


Figure I-1 : courbe de saturation liquide vapeur

La figure I1 représente les courbes d'ébullition (A_1A_2C) et de rosée ($A_2A_2'C$) de l'eau pure.

L'étude sera menée à partir de l'équilibre liquide-vapeur. Nous raisonnons sur une unité de masse de corps pur. Dans ce cas, la masse de vapeur dans le mélange liquide-vapeur s'appelle le titre x de vapeur et $1 - x$ est la masse de liquide. La pression de vapeur saturante étant une fonction de T , les variables d'état indépendantes pour le mélange liquide-vapeur sont x et T .

Considérons les deux paliers de liquéfaction A_1A_2 et $A_1'A_2'$ (fig. I1) à température T et $T + dT$.

L'échange de chaleur du mélange avec le milieu extérieur (transformation isotherme) est donné par la relation de Clapeyron :

$$dQ = T \cdot \frac{\partial P}{\partial T} dV \quad \text{I-1}$$

Le volume V et la pression p du mélange ne dépendent que de la température T .

La quantité de chaleur Q échangée pour passer de A_1 à A suivant le palier de liquéfaction est :

$$Q = T \cdot \frac{dP}{dT} \cdot \Delta V \quad \text{I-2}$$

Puisqu'on raisonne sur une unité de masse, la chaleur Q s'identifie à la chaleur latente L et ΔV est le volume molaire (ou massique) du mélange.

Justification de la formule de Dupré

La formule de Clapeyron est valable pour des transitions de phase du premier ordre [Bruhat 1968]. Tant que les phases liquide et gazeuse coexistent, la pression est à sa valeur saturante P_s . Et loin du point critique (le point C de la figure I-1 est à 374°C) le volume du mélange est presque totalement représenté par la phase gazeuse supposée obéir à la loi des gaz parfaits. L'équation I-2 peut être réécrite comme suit :

$$L = \frac{dP_s}{dT} \frac{RT^2}{MP_s} \quad \text{I-3}$$

De l'équation I-3 nous écrivons :

$$\frac{dP_s}{P_s} = \frac{ML}{R} \frac{dT}{T^2} \quad \text{I-4}$$

La chaleur latente L peut être approchée par la formule de Regnault :

$$L = a - bT \quad \text{I-5}$$

et l'équation I-4 se met alors sous la forme :

$$\ln P_s = a - \frac{b}{T} - g \ln T \quad \text{I-6}$$

les valeurs de b et g sont données par :

$$b = \frac{aM}{R} \approx 5502^\circ K \quad g = \frac{bM}{R} \approx 6,34$$

La valeur de a peut être trouvée sachant que la pression de vapeur saturante est égale à la pression atmosphérique lorsque la température est de 100°C (373°K). Elle est d'environ 63,82. La pression P_s est donnée en Pascal.

Annexe 2

L'algorithme qui nous a permis de calculer les paramètres hydriques repose sur deux itérations. Les données pour chaque essais sont les courbes moyennes de diffusion à 25%, 50% et 75% d'humidité relative. Les trois premières colonnes du tableau II-1 représentent l'équilibre hygroscopique final, le temps de la demi-adsorption ou celui de la demi-désorption et le taux d'adsorption ou de désorption. Nous allons traiter le cas de la désorption sous contrainte nulle. On présentera ensuite les tableaux de valeurs pour chaque contrainte.

Les valeurs D_1 de la 4^{ème} colonne sont calculées à l'aide de l'équation 3-54. A partir des valeurs w_e de teneur en eau d'équilibre et des valeurs de D_1 de la 4^{ème} colonne, on reporte sur un graphe les points d'abscisse w_e et d'ordonnées $D_1 \cdot w_e$ (fig. II-1). Sur ces trois points, on fera passer une courbe d'équation :

$$D_1 \cdot w_e = a(\exp(b \cdot w_e) - 1) \quad \text{II-1}$$

Une fois les paramètres a et b déterminés, on calcule le coefficient k par la formule :

$$k = b \cdot w_e \quad \text{II-2}$$

En dérivant l'équation II-1 par rapport à w_e , nous écrivons :

$$D_1 = a \cdot b \cdot \exp(b \cdot w_e) \quad \text{II-3}$$

On peut identifier D_0 dans l'équation II-3 par :

$$D_0 = a \cdot b \quad \text{II-4}$$

Connaissant D_0 et k nous pouvons calculer le coefficient de diffusion par l'expression :

$$D_1 = D_0 \cdot \exp(k \cdot w_e) \quad \text{II-5}$$

Sur la 7^{ème} colonne, on reporte les valeurs du temps de la demi-désorption obtenues grâce à la résolution des équations de diffusion normalisées (figure 3-6 et 3-7). Ces valeurs sont présentées sur les graphes suivants :

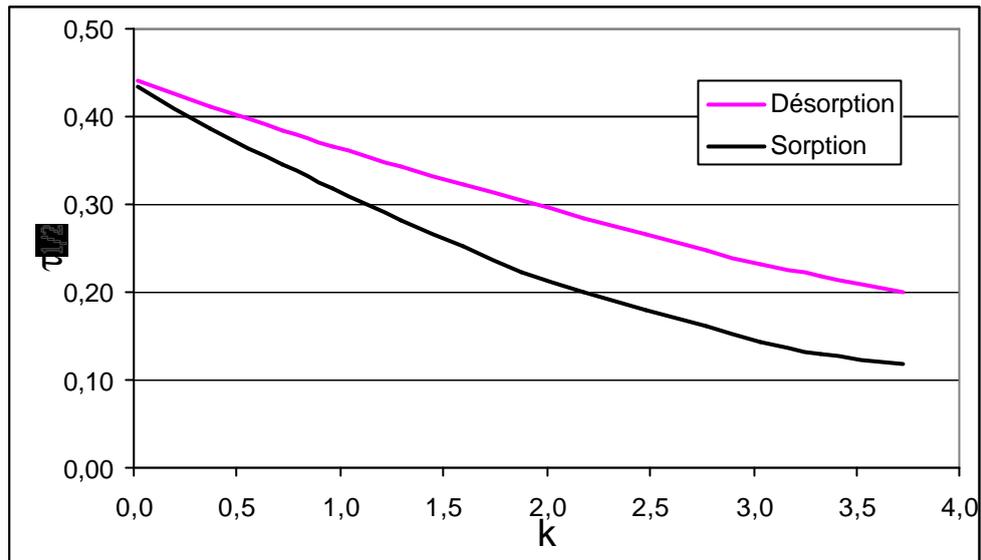


Figure II-1 : temps de la demi-sorption en fonction de k pour un coefficient d'échange infini

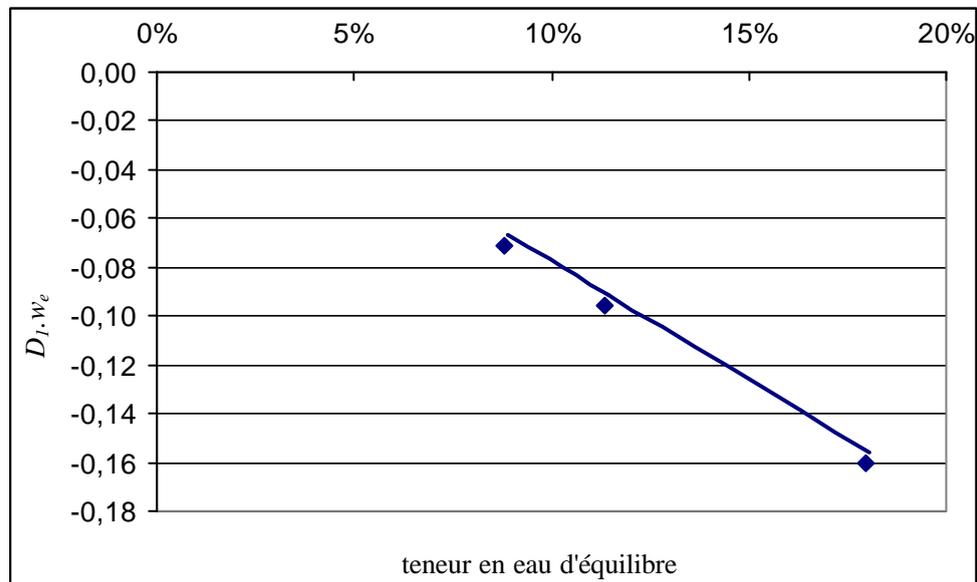


Figure II-2 : relation entre D_{l,w_e} et w_e

Des équations 3-53 et 3-56, nous pouvons écrire :

$$D_1 = \frac{0.196D_0}{t_{0,5}}$$

II-6

1	2	3	4	5	6	7	8
équilibre final	temps de la demi-sorption	vitesse de désorption	équation 3-55	Equation II-2	Equation II-5	courbes de désorption normalisées	équation II-6
Courbes expérimentales	$t_{0,5}$ en heure	dE/dt	D_1	k	D_1	$t_{0,5}$ (désorption)	D_1
8,80%	17,26	-0,0289	-8,05E-01	1,67E-01	-7,63E-01	4,33E-01	-3,40E-01
11,37%	16,56	-0,0302	-8,39E-01	2,16E-01	-7,71E-01	4,29E-01	-3,44E-01
17,94%	15,52	-0,0322	-8,96E-01	3,41E-01	-7,99E-01	4,18E-01	-3,53E-01

Tableau II-1 : tableau de valeurs correspondant à la 1^{ère} itération

La 2^{ème} itération s'effectue de la même manière à partir de la 4^{ème} colonne, en déduisant les coefficients **a**, **b**, **k** et les paramètres D_0 et $t_{0,5}$ (tableau II-2).

1	2	3	4	5	6	7	8
équilibre final	temps de la demi-sorption	vitesse de désorption	équation 3-55	Equation II-2	équation II-5	courbes de désorption normalisées	équation II-6
8,80%	17,27	-0,0290	-3,40E-01	7,02E-02	-3,30E-01	4,42E-01	-1,45E-01
11,37%	16,56	-0,0302	-3,44E-01	9,08E-02	-3,32E-01	4,41E-01	-1,46E-01
17,94%	15,52	-0,0322	-3,53E-01	1,43E-01	-3,37E-01	4,36E-01	-1,48E-01

Tableau II-2 : tableau de valeurs correspondant à la 2^{ème} itération

Le coefficient d'échange surfacique se calcule à partir du coefficient de diffusion. En réécrivant l'équation 3-49 lorsque $E=E'=0.5$, nous obtenons :

$$S = \frac{D_0}{a} \left(\frac{0.6931}{t'(\infty, E'=0.5) - t(L, E=0.5)} \right) \quad \text{II-7}$$

équilibre final	courbes de sorption normalisées	équation 3-52	Equation 3-49
w_e	$t'_{0,5}$ (sorption)	$t_{0,5}$	S
8,80%	4,35E-01	0,1006	-9,07E-02
11,37%	4,32E-01	0,1040	-9,25E-02
17,94%	4,24E-01	0,1019	-9,41E-02

Tableau II-3 : détermination du coefficient d'échange surfacique

Le coefficient d'échange surfacique se calcule par la moyenne des valeurs obtenues. $S = -9,07E-02$ mm/h ou $-2,52E-08$ m/s. Le signe négatif n'est que le résultat de la numérisation car il s'agit d'une désorption.

Inversion des courbes de diffusion dans le cas de la désorption

Calcul des paramètres de diffusion sous la contrainte de 5MPa.

1^{ère} itération : $a = -1,3003$; $b = 0,5822$

1	2	3	4	5	6	7	8
équilibre final	temps de la demi-sorption	vitesse de désorption	équation 3-55	Equation II-2	Equation II-5	courbes de désorption normalisées	équation II-6
Courbes expérimentales	$t_{0,5}$ en heure	dE/dt	D_1	k	D_1	$t_{0,5}$ (désorption)	D_1
6,97%	15,28	-0,0416	-6,13E-01	4,06E-02	-7,59E-01	4,45E-01	-3,33E-01
10,23%	17,82	-0,0281	-7,80E-01	5,96E-02	-7,62E-01	4,44E-01	-3,35E-01
17,21%	17,46	-0,0286	-7,96E-01	1,00E-01	-7,70E-01	4,40E-01	-3,37E-01

2^{ème} itération : $a = -1,3333$; $b = 0,2478$

6,97%	15,28	-0,0416	-3,33E-01	1,73E-02	-3,31E-01	4,48E-01	-1,45E-01
10,23%	17,82	-0,0281	-3,35E-01	2,53E-02	-3,31E-01	4,47E-01	-1,45E-01
17,21%	17,46	-0,0286	-3,37E-01	4,26E-02	-3,33E-01	4,45E-01	-1,45E-01

Coefficient d'échange S :

équilibre final	courbes de sorption normalisées	équation 3-52	Equation 3-49
w_e	$t'_{0,5}$ (sorption)	$t_{0,5}$	S
6,97%	4,44E-01	0,0898	-8,63E-02
10,23%	4,42E-01	0,1047	-9,04E-02
17,21%	4,40E-01	0,1025	-9,06E-02

$S = 2,47E-08\text{m/s}$

Calcul des paramètres de diffusion sous la contrainte de 10MPa.

1^{ère} itération : $a = -1,5410$; $b = 0,5292$

1	2	3	4	5	6	7	8
équilibre final	temps de la demi-sorption	vitesse de désorption	équation 3-55	Equation II-2	Equation II-5	courbes de désorption normalisées	équation II-6
Courbes expérimentales	$t_{0,5}$ en heure	dE/dt	D_1	k	D_1	$t_{0,5}$ (désorption)	D_1
6,49%	19,26	-0,0260	-7,22E-01	3,43E-02	-8,17E-01	4,46E-01	-3,58E-01
9,72%	16,52	-0,0304	-8,37E-01	5,14E-02	-8,20E-01	4,44E-01	-3,60E-01
16,42%	16,32	-0,0306	-8,52E-01	8,69E-02	-8,27E-01	4,41E-01	-3,63E-01

2^{ème} itération : $a = -1,5791$; $b = 0,2254$

6,49%	19,26	-0,0260	-3,58E-01	1,46E-02	-3,56E-01	4,48E-01	-1,56E-01
9,72%	16,52	-0,0304	-3,60E-01	2,19E-02	-3,57E-01	4,47E-01	-1,56E-01
16,42%	16,32	-0,0306	-3,63E-01	3,70E-02	-3,58E-01	4,46E-01	-1,57E-01

Coefficient d'échange S :

équilibre final	courbes de sorption normalisées	équation 3-52	Equation 3-49
w_e	$t'_{0,5}$ (sorption)	$t_{0,5}$	S
6,49%	4,44E-01	0,1218	-1,02E-01
9,72%	4,43E-01	0,1045	-9,72E-02
16,42%	4,40E-01	0,1032	-9,75E-02

$S = 2,74E-08$ m/s

Inversion des courbes de diffusion dans le cas de l'adsorption

Calcul des paramètres de diffusion à vide.

1^{ère} itération : $a=2,5878E-01$; $b=0,716504$

1	2	3	4	5	6	7	8
équilibre final	temps de la demi-sorption	vitesse de sorption	équation 3-54	Equation II-2	Equation II-5	courbes de sorption normalisées	équation II-6
Courbes expérimentales	$t'_{0,5}$ en heure	dE'/dt	D_1	k	D_1	$t_{0,5}$ (sorption)	D_1
3,89%	52,85	1,40E-04	0,00176	0,02787	0,1856	0,4419	0,08224
6,91%	49,73	4,80E-03	0,19008	0,04951	0,1860	0,4385	0,08288
12,96%	40,97	5,51E-03	0,194299	0,09286	0,18766	0,43179	0,08417

2^{ème} itération : $a=0,1711$; $b=0,4763$

3,89%	52,85	1,40E-04	0,0822	0,01853	0,0816	0,4434	0,0365
6,91%	49,73	4,80E-03	0,0829	0,0329	0,0817	0,4411	0,0362
12,96%	40,97	5,51E-03	0,0842	0,06172	0,0822	0,4366	0,0366

Coefficient d'échange S' :

équilibre final	courbes de sorption normalisées	équation 3-53	Equation 3-50
w_e	$t_{0,5}$ (désorption)	$t'_{0,5}$	S'
3,89%	0,4474	0,07655	0,0203
6,91%	0,4460	0,07206	0,0201
12,96%	0,4433	0,05937	0,0196

$S=5,56E-09$ m/s

Calcul des paramètres de diffusion sous la contrainte de 5MPa.1^{ère} itération : $a=1,4367E-03$; $b=26,17975$

1	2	3	4	5	6	7	8
équilibre final	temps de la demi-sorption	vitesse de sorption	équation 3-54	Equation II-2	Equation II-5	courbes de sorption normalisées	équation II-6
Courbes expérimentales	$t'_{0,5}$ en heure	dE'/dt	D_1	k	D_1	$t_{0,5}$ (sorption)	D_1
3,70%	82,30	2,70E-03	0,0922	0,9687	0,0390	0,3161	2,33E-02
6,58%	73,88	2,98E-03	0,1004	1,7226	0,0421	0,2417	3,05E-02
12,54%	57,33	4,82E-03	0,2939	3,2829	0,0568	0,1387	5,31E-02

2^{ème} itération : $a=1,4367E-03$; $b=26,17975$

3,70%	82,3	2,70E-03	0,0233	0,5596	0,0181	0,3657	9,54E-03
6,58%	73,88	2,98E-03	0,0305	0,9951	0,0190	0,3132	1,11E-02
12,54%	57,33	4,82E-03	0,0531	1,8965	0,0226	0,2272	1,54E-02

Coefficient d'échange S :

équilibre final	courbes de sorption normalisées	équation 3-53	Equation 3-50
w_e	$t_{0,5}$ (désorption)	$t'_{0,5}$	S'
3,70%	3,98E-01	0,0260	3,87E-03
6,58%	3,63E-01	0,0234	4,26E-03
12,54%	2,99E-01	0,01814	5,18E-03

 $S=1,23E-09$ m/s**Calcul des paramètres de diffusion sous la contrainte de 10MPa.**1^{ère} itération : $a=4,620E-04$; $b=37,96$

1	2	3	4	5	6	7	8
équilibre final	temps de la demi-sorption	vitesse de sorption	équation 3-54	Equation II-2	Equation II-5	courbes de sorption normalisées	équation II-6
Courbes expérimentales	$t'_{0,5}$ en heure	dE'/dt	D_1	k	D_1	$t_{0,5}$ (sorption)	D_1
3,30%	129,7	1,95E-03	0,0903	1,25	0,0183	0,2858	0,0120
6,48%	89,6	2,38E-03	0,0762	2,46	0,0206	0,1860	0,0185
11,73%	62,17	4,62E-03	0,3342	4,45	0,0296	0,0915	0,0376

2^{ème} itération : $a=4,1931E-04$; $b=20,828$

3,30%	129,7	1,95E-03	0,0120	0,687	8,93E-03	0,3495	4,898E-03
6,48%	89,6	2,38E-03	0,0185	1,35	9,53E-03	0,2761	6,201E-03
11,73%	62,17	4,62E-03	0,0376	2,44	1,16E-02	0,1871	9,150E-03

Coefficient d'échange S' :

équilibre final	courbes de sorption normalisées	équation 3-53	Equation 3-50
w_e	$t_{0,5}$ (désorption)	$t'_{0,5}$	S'
3,30%	3,88E-01	0,0201	1,98E-03
6,48%	3,36E-01	0,0139	2,30E-03
11,73%	2,66E-01	0,0097	2,93E-03

$S' = 6,67E-10$ m/s

Références bibliographiques

[Agoua 2001] E. Agoua, S. Zohoun, P. Perré : A double climatic chamber used to measure the diffusion coefficient of water in wood in unsteady-state conditions : determination of the best fitting method by numerical simulation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 44 (2001) pp. 3731-3744.

[Al-Muhtaseb 2003] Al-Muhtaseb A. H., McMinn W.A.M., Magee T.R.A. (2003) « Water sorption isotherms of starch powders. Part 1: mathematical description of experimental data » *Journal of Food Engineering*, p. 297-307.

[Badel 1999] Eric Badel. « détermination des propriétés élastiques et du retrait d'un cerne annuel de chaîne dans le plan transverse : description de la morphologie, mesures des propriétés microscopiques et calcul d'homogénéisation ». Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, 1999.

[Barkas 1949] Barkas W. W. (1949) “ The swelling of wood under stress ”, Her Majesty's Stationery Office, London, England.

[Baronas 2001] R. Baronas, F. Ivanauskas, I. Juodeikiene, A. Kajalavicius : Modelling of moisture movement in wood during outdoor storage. *Nonlinear Analysis : Modelling and control*, 2001 Vol. 6, N°. 2, pp. 3-14.

[Bazant 1978] Z. P. Bazant, S.-S. Kim “Can the creep curves for different loading ages diverge?” *Cement and Concrete Researches (USA)*, 1978, Vol. 8, N° 5, pp. 601-611.

[Bengtsson 2001] Charlotte Bengtsson “Mechano-sorptive bending creep of timber – influence of material parameters” *Holz als Roh- Und Werkstoff* 2001, Vol. 59, pp. 229-236.

[Bonneau 1991] Bonneau P. (1991) « Modélisation du séchage d'un matériau hétérogène : Application à un bois de résineux » Bordeaux, Université de Bordeaux I.

[Bou Said 2003] Elias Bou Said «Contribution à la modélisation des effets différés du bois et du béton sous conditions climatiques variables. Application aux structures mixte bois-beton » thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2003.

[Bruhat 1968] Bruhat. G. (1968) « Cours de physique générale, thermodynamique» Masson et C^{ie}, éditeurs, Paris VI, 6^{ème} édition.

[Brunauer et al. 1938] Brunauer S., Emmet P.H., Teller E., « adsorption of gases in multimolecular layers » Journal of the American Chemical Society, Vol. 60 p. 30-319, 1938.

[Chen 1997] Zhangjing Chen : “ Primary Driving Force in Wood Vacuum Drying” Wood Science and Forest Products, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 1997.

[Chen 2003] Z. Chen and F. Lamb : Analysis of cyclic vacuum drying curve. Wood Science and technology. 2003, Vol. 37, pp. 213-219.

[Clair 2001] Bruno Clair. « étude des propriétés mécaniques et du retrait au séchage du bois à l'échelle de la paroi cellulaire ». Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, 2001.

[Cook 1995] R. D. Cook (1995) “Finite element modelling for stress analysis” Université de Wisconsin-Madison.

[Crank 1995] J. Crank. “the mathematics of diffusion”. Oxford Science Publications. Second Edition, 1995.

[Dent 1977] R. W. Dent (1977) “ A multilayer theory for gas sorption, Part I : Sorption for a single gas” Textile Research Journal. Vol. 47, pp. 145-152.

[Dubois 2004] F. Dubois (2004), Habilitation à Diriger des Recherches. Université de Limoges, Facultés des Sciences, 2004.

[Foss 2003] W.R. Foss, C.A. Bronkhorst, K.A. Bennett (2003) “Simultaneous heat and mass transport in paper sheets during moisture sorption from humid air” International Journal of Heat and Mass Transfer. Vol. 46 pp. 2875-2886.

[Gril 1993a]] J. Gril et M. Fournier (1993) «contrainte d'élaboration du bois dans l'arbre : un modèle multicouche viscoélastique » 11^{ème} Congrès Français de Mécanique.

[Gril 1993b] J. Gril, B. Thibaut, E. Berrada, G. Martin (1993) « recouvrance hygrothermique du bois vert. Influence de la température. Cas du jujubier (*Ziziphus Iotus* (L) Lam) » Ann. Sci. For. Vol. 50, pp. 57-70.

[Gril 1994] J. Gril, B. Thibaut (1994) “ Tree mechanics and wood mechanics: relating hygrothermal recovery of green wood to the maturation process” *Ann. Sci. For.* Vol. 51, pp. 329-338.

[He 2005] Guangbo He, Ning Yan (2005) “ Effect of moisture content on curing kinetics of pMDI resin and wood mixtures” *International Journal of Adhesion & Adhesives.* Vol. 25, pp. 450-455.

[Horáček 2003] P. Horáček (2003) “Modelling of coupled moisture and heat transfer during wood drying” 8th International IUFRO Wood Drying Conference.

[Julien 2003] D. Jullien, J. Gril (2003) “ Modelling Crack propagation due to growth stress release in round wood” *Journal de Physique*, Vol. 105.

[Kaleemullah 2004] Kaleemullah S., Kailapan R. (2004) « Moisture sorption isotherms of red chilies » *Biosystems Engineering.* Vol. 88, N° 1, pp. 95-104.

[Kang 2002] W. Kang, N.-Ho Lee (2002) “Mathematical modeling to predict drying deformation and stress due to the differential shrinkage within a tree disk” *Wood Science and Technology*, Vol. 36, pp. 463-476.

[Kärenlampi 2003] P. P. Kärenlampi, P. Tynjälä, P. Ström “ Molecular reorganization in wood” *Mechanics of materials.* Vol. 35, N°12, pp. 1149-1159.

[Kouchade 2004] Kouchade A. C., « Détermination en routine de la diffusivité massique dans le bois par la méthode inverse à partir de la mesure électrique en régime transitoire » thèse de l’Ecole Nationale du Génie Rural, des Eaux et des Forêts, Centre de Nancy, 2004.

[Lasserre 2000] Bruno Lasserre : « Modélisation thermo-hydro-mécanique du comportement différé de poutres de structure en bois », Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 2000.

[Liu 1993] Liu J. Y. (1993): “Mathematical relationship between desorption and sorption solutions”, *Drying Technology*, 115, pp. 961-975.

[Liu 1994] Liu J. Y. (1994): “Diffusion coefficient of porous solid obtained from isothermal sorption tests”, Research paper FPL-RP-533, U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, Madison, WI.

[Liu 1996] J. Y. Liu, W. T. Simpson: "Mathematical relationship between surface emission and diffusion coefficients", *Drying Technology*. 14(3&4), pp. 677-699 (1996).

[Liu 2001] J. Y. Liu, T. Simpson, S. P. Verill: "An inverse moisture diffusion algorithm for the determination of diffusion coefficient", *Drying Technology*. 19(8), pp. 1555-1568, 2001.

[Navi 2005] « Comportement thermo-hydrromécanique du bois », Parviz Navi et Frédéric Heger, 2005, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Suisse - Lausanne.

[Negi 1999] Negi A., "turbulence in the wood system with small and short stresses ", *Wood Science and Technology*, Vol. 33, pp. 209-214, 1999.

[Pang 2002] S. Pang : Investigation of effects of wood variability and rheological properties on lumber drying : application of mathematical models. *Chemical Engineering Journal*. 86 (2002), pp. 103-110.

[Perré 1990] P. Perré, A. Degiovanni (1990) « Simulation par volumes finis des transferts couplés en milieu poreux anisotrope : séchage du bois à basse et haute température » *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 33 N° 11, pp. 2463-2478.

[Perré 2001] P. Perré, B. K. May (2001) "A numerical drying model that accounts for the coupling between transfers and solid mechanics. Case of highly deformable products." *Drying Technology*. 19 (8) , pp. 1929-1643.

[Perera 2002] Dan Y. Perera (2002) "Effect of thermal and hygroscopic history on physical ageing of organic coatings" *Progress in Organic Coatings*. Vol. 44, pp. 55-62.

[Pittet 1996] Pittet V. (1996) « Etude expérimentale des couplages mécanosorptifs dans le bois soumis à variations hygrométriques contrôlées sous chargement de longue durée » Lausanne, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, Département des matériaux.

[Prigogine 1999] Prigogine I., Kondpudi D., *Thermodynamique : des moteurs thermiques aux structures dissipatives*, Editions Odile Jacob, 1999.

[Prud'homme 1999] M. Prud'homme, T. Hung Nguyen: Fourier analysis of conjugate gradient method applied to inverse heat conduction problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 42 (1999), pp. 4447-4460.

[Randriambololona 2003] Randriambololona H. (2003) « Modélisation du comportement différé du bois en environnement variable » Limoges, Faculté des Sciences et Techniques, Ecole Doctorale Science, Technologie et Santé.

[Rawat 1996] Rawat S. P. S., Khali D. P. (1996) « Enthalpie-Entropie Compensation During Sorption of Water in Wood » *Journal of Applied Polymer Science*, Vol. 60 pp. 787-790.

[Schapery 1987] Schapery R. A. (1987) “Characterization of time-dependent deformation behavior of polymeric composite materials, Design Criteria for paper performance, Seminar on progress in paper physics, pp. 151-192, Stockholm.

[Skaar 1988] C. Skaar. *Wood-Water Relations*. Springer Series in Wood Science. Springer Verlag Ed., Berlin, 1988.

[Toratti 2000] T. Toratti, S. Svensson (2000) “Mechano-sorptive experiments perpendicular to grain under tensile and compressive loads” *Wood Science and Technology*. Vol. 34, pp. 317-326.

[Tremblay 2000] C. Tremblay, A. Cloutier, Y. Fortin (2000) “Experimental determination of the convective heat and mass transfer coefficients for wood drying” *Wood Science and Technology*. Vol. 34, pp. 253-276.

[Van 1984] Van Den Berg C.(1984) « Description of water activity of food for engineering purposes by means of the GAB model of sorption » *international Engineering and foods*, p. 119-131.

[Verdu 2000] J. Verdu B. Fayolle (2000) «Effet du vieillissement chimique sur les propriétés mécaniques des polymères » *Matériaux et techniques*. vol. 88 , no 11-12 , pp. 3 – 10.

[Yamamoto 2001] H. Yamamoto, F. Sassus, M. Ninimya, J. Gril (2001) “A model of anisotropic swelling and shrinkage process of wood, Part 2. A simulation of shrinkage wood” *Wood Science and Technology*. Vol. 35, pp. 167-181.

[Zohoun 1998] S. Zohoun (1998) « détermination de la diffusivité massique dans le domaine hygroscopique du bois : comparaison des mesures en régimes permanent et transitoire », Thèse de Mécanique et d’Énergétique, Institut National Polytechnique Lorraine, Nancy. 110p.

[Zohoun 2003] S. Zohoun, E. Agoua., G. Degan, P. Perré (2003) “An experiment correction proposed for an accurate determination of mass diffusivity of wood in steady regime” Heat and Mass Transfer. Vol. 39, pp. 147-155.

[Wadso 1993] L. Wadso : Unsteady state water vapor adsorption in wood : an experimental study. Wood and Fiber Science, 26(1), p.36-50.

[Yeo 2002] H. Yeo, W. B. Smith, R. B. Hanna : Mass transfer in wood evaluated with a calorimetric technique and numerical analysis. Wood and Fiber Science. 2002, Vol. 34, N° 4, pp. 657-665.