

# UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE Science – Technologie – Santé

FACULTE des Sciences

Laboratoire XLIM Département -C<sup>2</sup>S<sup>2</sup> UMR CNRS 6172

Thèse N° 37-2006

Thèse

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Limoges

**Discipline / Spécialité : Télécommunications hautes fréquences et optiques**

présentée et soutenue par

Claire GOURSAUD-BRUGEAUD

le 12 Juillet 2006

**RECEPTION MULTIUTILISATEURS PAR  
ANNULATION PARALLELE D'INTERFERENCES  
DANS LES SYSTEMES CDMA OPTIQUES**

Thèse dirigée par Anne JULIEN-VERGONJANNE et Jean-Pierre CANCES

JURY :

Président

M. Philippe GALLION

Professeur à TELECOM PARIS

Rapporteurs

M. Gilles BUREL

Professeur à Université de Brest

M. Samir SAOUDI

Professeur à l'ENST Bretagne

Examineurs

Mme Anne JULIEN-VERGONJANNE

Maître de Conférences à l'ENSIL

M. Jean-Pierre CANCES

Maître de Conférences HDR à l'ENSIL

Mme Christelle AUPETIT-BERTHELEMOT

Maître de Conférences à l'ENSIL

Invités

M. Jean-Michel DUMAS

Professeur à l'ENSIL



## REMERCIEMENTS

Ce mémoire de thèse est le résultat d'un travail effectué pendant 3 années dans le département C2S2 du laboratoire XLIM, au sein du laboratoire *Etudes des Systèmes de Télécommunications* de l'ENSIL. Je tiens donc à remercier Monsieur Jean Michel DUMAS de m'avoir accueillie dans son équipe, pour me permettre de mener à bien cette thèse.

Je souhaite également exprimer ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur Jean Pierre CANCES, Professeur à l'ENSIL, pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ces trois années de recherche, ainsi que pour l'aide qu'il m'a apportée dans la réalisation de cette thèse.

Mes plus sincères remerciements s'adressent à mon co-directeur de thèse, Madame Anne JULIEN-VERGONJANNE Maître de Conférences à l'ENSIL. Ses compétences, sa disponibilité et sa gentillesse, entre autres, m'ont permis d'effectuer ces travaux de thèse dans un contexte très agréable.

Je souhaite aussi remercier Madame Christelle AUPETIT-BERTHELEMOT, Maître de Conférences à l'ENSIL, pour les nombreuses suggestions et les conseils qu'elle a pu me donner.

Je remercie également très sincèrement Monsieur Philippe GALLION, Professeur à Telecom Paris, pour l'intérêt qu'il a accordé à ce travail en acceptant de le juger et de présider le jury. Je remercie aussi Monsieur Gilles BUREL Professeur à l'Université de Brest et Monsieur Samir SAOUDI Professeur à l'ENST Bretagne, d'avoir accepté le rôle de rapporteurs. L'intérêt qu'ils ont manifesté pour mes travaux a permis d'apporter un regard extérieur critique et intéressant sur le sujet.

Un grand merci également à tous mes collègues de l'ENSIL, enseignants, chercheurs, doctorants, techniciens... pour leur sympathie et convivialité au sein du laboratoire. Je remercie en particulier Younes ZOUINE et Naufal SAAD pour leur aide au début de cette thèse, et Mikaël MORELLE et Stéphanie SAHUGUEDE pour m'avoir supportée dans notre bureau.

Pour finir, je tiens à remercier ma famille, mes parents, et Xavier en particulier, pour leur soutien permanent, et leurs encouragements.



## INTRODUCTION GENERALE

Le XX<sup>ème</sup> siècle a connu l'explosion des télécommunications personnelles, telles que la téléphonie (fixe ou mobile), visiophonie, internet, la télévision sur demande... De plus en plus de services sont proposés, pour apporter toujours plus de confort et de divertissement aux usagers. Cependant, l'augmentation du nombre et de la qualité de ces services entraîne un accroissement du débit d'informations à transmettre, en particulier dans le réseau d'accès filaire qui supporte la majorité des services.

En conséquence, le challenge des opérateurs de télécommunication est de proposer toujours plus de débit à leurs clients pour satisfaire leurs besoins et envies. Cependant, on estime que la technique ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*) ne pourra pas répondre à la demande car elle ne peut fournir de débits au-delà de 20Mbit/s. La limitation en débit est due au support cuivré qui ne permet pas la transmission de hauts débits sur les distances requises. Ainsi, le support de transmission doit être remplacé, et le meilleur candidat est la fibre optique.

En effet, la fibre optique offre un faible encombrement, une faible atténuation du signal, et surtout une grande bande passante (estimée de l'ordre du THz). Cependant, le coût d'un redéploiement total du réseau d'accès en fibre optique serait très important. Afin de réduire ces coûts, il est possible de partager la ressource entre plusieurs utilisateurs, en utilisant une structure de type PON (*Passive Optical Network*). Dans ce cas, il faut mettre en place des techniques d'accès multiple pour différencier les informations associées à chaque utilisateur. Les deux techniques d'accès multiple les plus utilisées pour les communications optiques sont le TDMA (*Time Division Multiple Access*) et le WDMA (*Wavelength Division Multiple Access*). Ces deux techniques peuvent constituer un frein économique, car la première nécessite la synchronisation de tous les équipements terminaux, et la deuxième nécessite des filtres en longueurs d'onde accordables pour pouvoir s'adapter à la longueur d'onde désirée. Une autre technique dérivée des systèmes radiofréquences est envisagée depuis plusieurs décennies pour les communications optiques : le CDMA (*Code Division Multiple Access*).

Cette technique est basée sur l'allocation d'un code à chaque utilisateur qui lui permet d'extraire du signal reçu, les informations qui lui sont destinées. Pour le CDMA hertzien, les codes utilisés sont bipolaires, c'est-à-dire constitués de '-1' et de '1'. Cependant, cette bipolarité est complexe et onéreuse à conserver pour les communications optiques. Nous nous sommes donc intéressés à des

systèmes incohérents utilisant des codes unipolaires, facilement réalisables par modulation de la puissance optique émise. Or, du fait de leur unipolarité, ces codes ne sont pas strictement orthogonaux. En conséquence, le signal d'un utilisateur subit des interférences dues aux autres utilisateurs. Avec un récepteur conventionnel (équivalent à un filtre adapté), les performances de la liaison sont dégradées par cette interférence, appelée Interférence d'Accès Multiple (IAM).

L'IAM peut être réduite en augmentant la longueur d'étalement des codes. Cependant, si on utilise des récepteurs électriques pour des raisons de coût, l'augmentation de la longueur de code entraîne une diminution du débit fourni à chaque utilisateur. Donc, pour répondre aux besoins du PON, le CDMA optique doit permettre à 32 utilisateurs de communiquer simultanément avec une probabilité d'erreur inférieure à  $10^{-9}$ , et une longueur d'étalement de codes raisonnable. Il est donc nécessaire de réduire l'IAM.

Dans ce contexte, l'objectif du travail présenté dans cette thèse est d'étudier différentes techniques de réduction d'IAM appliquées aux communications optiques CDMA. De plus, les imperfections du canal optique étant un facteur de dégradation des performances, nous avons développé une démarche qui prend en compte deux des principales limitations dues à la fibre et aux composants optoélectroniques de la chaîne : la dispersion et le bruit thermique. L'étude théorique des performances menée pour chaque cas étudié fournit les paramètres des codes d'étalement CDMA permettant de tenir les spécifications d'un réseau d'accès, c'est-à-dire  $TEB < 10^{-9}$  pour 32 utilisateurs. Les résultats obtenus permettent de conclure sur la faisabilité des techniques étudiées, dans le contexte d'une implantation des fonctions de codage-décodage CDMA dans le domaine électrique.

Ce mémoire est organisé en quatre chapitres. Le premier permet de situer le contexte de l'étude, en introduisant la technique CDMA, et son application aux réseaux d'accès optiques. Ensuite, après avoir justifié le choix de l'étude d'un système utilisant des codes unipolaires, différentes familles de codes unipolaires sont présentées. Nous avons considéré deux familles de codes temporels en 1 dimension : les OOC (*Optical Orthogonal Codes*), les PC (*Prime Codes*) et une famille de codes en 2 dimensions : les MWOOC (*Multi-Wavelength OOC*).

Le second chapitre traite de la réception mono-utilisateur. Après avoir défini le signal reçu considéré, le principe du récepteur conventionnel CCR (*Conventionnal Correlation Receiver*) est rappelé. L'analyse des performances de ce récepteur pour les familles de codes étudiées, confirme que le CCR est inapproprié pour le PON à cause d'une IAM trop importante. Ensuite, le HL+CCR c'est-à-dire un CCR précédé d'un limiteur HL (*Hard Limiter*) est présenté, ainsi que ses

performances. Nous montrons que l'amélioration apportée par le HL ne permet pas d'améliorer suffisamment la liaison.

Le troisième chapitre traite des structures de récepteurs multi-utilisateurs, et en particulier de deux structures à annulation d'interférence étudiées au cours de cette thèse : le SIC (*Serial Interference Cancellation*) et le PIC (*Parallel Interference Cancellation*). L'expression théorique approchée de la probabilité d'erreur du SIC est développée pour les codes dont l'intercorrélacion est 1, et l'analyse des performances est consacrée aux OOC. Nous montrons que ce récepteur permet d'améliorer significativement les performances. Néanmoins, le PIC est plus adapté aux liaisons OCDMA que le SIC, car il est moins coûteux en temps, et il est en outre plus facile à analyser. La deuxième partie du troisième chapitre lui est donc consacrée. Nous y développons l'analyse rigoureuse de tous les cas d'erreurs dans le cas synchrone, ce qui conduit à l'obtention des expressions théoriques exactes de la probabilité d'erreur de ce récepteur pour les codes dont l'intercorrélacion est '1' et '2'. A partir de ces expressions, nous présentons les performances obtenues pour les OOC, les PC et les MWOOC. Nous montrons que le PIC permet d'améliorer de façon significative les performances en réduisant l'IAM. En outre, les performances du PIC peuvent être améliorées très simplement en utilisant des HL. Trois nouvelles structures peuvent ainsi être obtenues. L'expression théorique de la probabilité d'erreur de chacune de ces structures est développée avant l'analyse comparative des performances qui montre l'amélioration apportée par le/les HL. Nous montrons dans ce chapitre que la structure PIC permet de réduire très significativement les longueurs de code, et ouvre des perspectives prometteuses, notamment avec l'utilisation de codes 2 dimensions.

Enfin, dans le quatrième chapitre, nous introduisons les limitations imposées par les composants optiques et optoélectroniques. Nous présentons plus particulièrement les travaux menés sur l'étude de l'impact de la dispersion chromatique de la fibre. Nous montrons que l'impact de la dispersion ne se fait pas ressentir pour les longueurs de fibre, les débits et les longueurs de code visés. Enfin, nous évaluons l'impact d'un bruit gaussien sur les performances d'une liaison OCDMA lorsque le récepteur est un CCR ou un PIC. Les développements théoriques menés dans le chapitre II et le chapitre III sont reconduits, et fournissent une borne supérieure de la probabilité d'erreur. Grâce à une analyse des performances, nous avons estimé le niveau de bruit maximum tolérable dans la liaison. Les résultats obtenus permettent de confirmer l'intérêt de la structure PIC.



# CHAPITRE I



<b>CHAPITRE I</b>	<b>PRESENTATION DU SYSTEME DS-OCDMA .....</b>	<b>11</b>
1.	INTRODUCTION : UN PEU D'HISTOIRE .....	11
2.	DIFFERENTES TECHNIQUES D'ACCES MULTIPLE.....	11
3.	CDMA.....	12
3.1.	<i>Avantages de la technique</i> .....	12
3.2.	<i>Description de la technique CDMA</i> .....	13
3.3.	<i>Utilisation actuelle et prévue de la technique CDMA</i> .....	14
3.3.1.	Radiocommunications.....	14
3.3.2.	La technique CDMA dans les réseaux optiques .....	15
4.	SYSTEME DS-OCDMA.....	19
4.1.	<i>Système OCDMA</i> .....	19
4.1.1.	Cohérent – Incohérent.....	19
4.1.2.	Codage .....	19
4.2.	<i>Emission</i> .....	21
4.2.1.	Codage 1 dimension temporel.....	22
4.2.1.1.	OOO (Optical Orthogonal Codes).....	23
4.2.1.2.	PC (Prime Codes).....	32
4.2.2.	Codage 1 dimension spectral .....	38
4.2.3.	Codage 2 dimensions .....	39
4.2.3.1.	Présentation générale.....	39
4.2.3.2.	Présentation des codes.....	40
4.2.3.3.	Familles de codes 2D .....	41
4.2.3.4.	Construction de codes 2D MWOOC( $F \times F, W, 1, 1$ ) .....	41
4.2.3.5.	Comparaison des cardinalités des codes OOO et MWOOC .....	42
4.2.3.6.	Construction des codes MWOOC ( $L \times F, W, 1, 1$ ).....	43
4.3.	<i>Conclusion</i> .....	45

## Liste des figures

Figure I-1 : Répartition en temps et en fréquence des techniques TDMA, FDMA et CDMA.....	12
Figure I-2 : Liaison CDMA .....	13
Figure I-3 : Exemple d'agencement de cellules hexagonales .....	15
Figure I-4 : Interconnexion entre le réseau métropolitain et le réseau d'accès.....	17
Figure I-6 : Classification de techniques OCDMA.....	21
Figure I-7 : Codage d'une donnée '0' et d'une donnée '1' .....	22
Figure I-8 : Fonction d'autocorrélation du code OOC [1 3 8].....	25
Figure I-9 : Fonction d'intercorrélation entre les codes OOC [1 3 8]et [1 4 7].....	26
Figure I-10 : Autocorrélation du code $c_0$ de la famille PC(49,7) .....	34
Figure I-11 : Autocorrélation du code $c_1$ de la famille PC(49,7).....	35
Figure I-12 : Intercorrélation du code $c_0$ avec le code $c_2$ de la famille PC(49,7) .....	36
Figure I-13 : Intercorrélation du code $c_1$ avec le code $c_2$ de la famille PC(49,7).....	37
Figure I-14 : Exemple de codage spectral.....	38
Figure I-15 : Exemple d'un code en 2D, avec une longueur temporelle de 10, et 4 longueurs d'onde40	

Liste des tableaux

Tableau I-1 : Cardinalités de différents codes 1D et 2D, de mêmes dimensions, pour $W=3$ . .....	43
Tableau I-2 : Etapes de calcul de la longueur minimale $F$ d'un code MWOOC ( $L \times F$ , $W=L$ , $1,1$ ) pour $N=32$ .....	44



# Chapitre I PRÉSENTATION DU SYSTÈME DS-OCDMA

## 1. Introduction : un peu d'histoire

L'histoire des télécommunications a commencé en 1792 avec le télégraphe optique de Chappe, conçu pendant la révolution française pour transmettre rapidement des informations entre le gouvernement et le pays. Ce télégraphe optique est remplacé à partir de 1838 par le télégraphe électrique de Morse. Puis, le téléphone fait son apparition en 1876, et les radiocommunications en 1895.

A l'origine, toutes ces techniques permettaient des liaisons point-à-point, mono-utilisateur. Cependant, avec l'augmentation de la demande, les liaisons mono-utilisateurs n'ont plus été adaptées. Des méthodes d'accès multiple ont donc été développées.

La première technique d'accès multiple est utilisée en 1920 pour les liaisons radio, sous le nom de FDMA (*Frequency Division Multiple Access* : Accès Multiple par Répartition en Fréquence). Par la suite, d'autres méthodes d'accès multiple ont été développées et appliquées afin d'optimiser l'utilisation des supports de transmission.

## 2. Différentes techniques d'accès multiple

Actuellement, les techniques d'accès multiple se répartissent en 3 grandes catégories [ 1 ](Figure I-1) :

- FDMA : *Frequency Division Multiple Access* ou AMRF (Accès Multiple par Répartition de Fréquence). A chaque utilisateur est allouée une bande de fréquence. La juxtaposition des bandes de fréquences est réalisée avant la transmission sur le canal. En réception, des filtres adaptés permettent de sélectionner la bande de fréquence désirée. Dans le cas des transmissions sur fibres optiques, on nomme cette technique WDMA (*Wavelength Division Multiple Access*) ou (Accès Multiple par Répartition en Longueur d'Onde). Dans ce cas, on alloue à chaque utilisateur une bande autour d'une longueur d'onde.
- TDMA : *Time Division Multiple Access* ou AMRT (Accès Multiple par Répartition de Temps). On affecte à chaque utilisateur un créneau temporel durant lequel l'utilisateur peut transmettre ses données. Les messages de tous les utilisateurs sont donc intercalés. En réception, seul le créneau temporel désiré est détecté.

- CDMA : *Code Division Multiple Access* ou AMRC (Accès Multiple par Répartition de Codes). Tous les utilisateurs ont un accès simultané à toute la bande. La différenciation entre les utilisateurs se fait par attribution d'un code spécifique à chaque utilisateur.

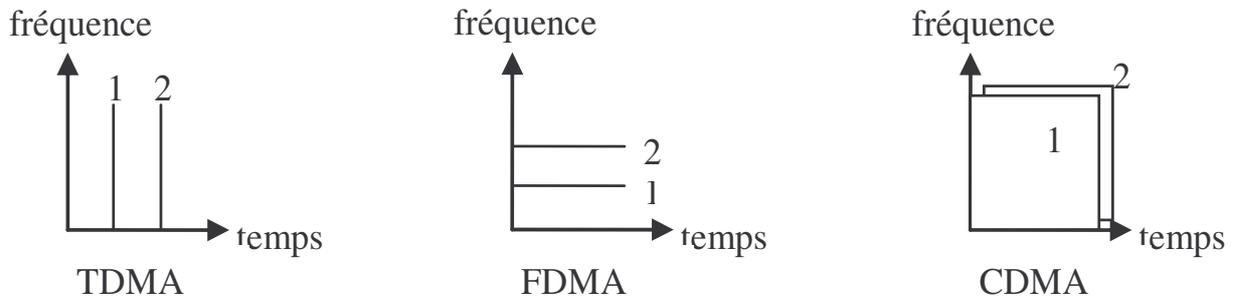


Figure I-1 : Répartition en temps et en fréquence des techniques TDMA, FDMA et CDMA

Ces différentes techniques peuvent être combinées, pour obtenir des techniques d'accès multiple dites 'hybrides', par exemple : FDMA/CDMA, TDMA/CDMA ou WDMA/CDMA. Dans un système FDMA/CDMA par exemple, on réalise un accès multiple de type CDMA sur chaque fréquence porteuse. Ainsi, plusieurs fréquences sont utilisées, et chaque fréquence est partagée entre plusieurs utilisateurs. Les techniques TDMA/CDMA ou WDMA/CDMA sont basées sur le même principe.

Ces techniques hybrides offrent un plus grand taux de multiplexage, mais au prix d'une plus grande complexité du système, car les techniques hybrides cumulent les difficultés de chaque technique employée.

### 3. CDMA

#### 3.1. Avantages de la technique

A l'origine, la technique CDMA a été développée pour les communications hertziennes militaires. En effet, le codage d'une donnée permettait :

- d'une part de sécuriser l'information car il est difficile de récupérer l'information transmise sans la connaissance du code,
- d'autre part, de résister au brouillage éventuel et au bruit, car le spectre du signal transmis est très large, et la multiplication par le code en réception permet de diminuer l'impact de perturbations.

Actuellement, la technique CDMA est exploitée pour les communications mobiles, principalement afin de maximiser la capacité du réseau.

Elle permet également de s'affranchir des difficultés respectives des deux autres techniques pour la mise en œuvre du réseau, qui sont la séparation des bandes allouées à chaque utilisateur pour la technique FDMA (ou WDMA), et la synchronisation sur la même horloge de l'ensemble des terminaux (émetteurs ou récepteurs) pour la technique TDMA.

### 3.2. Description de la technique CDMA

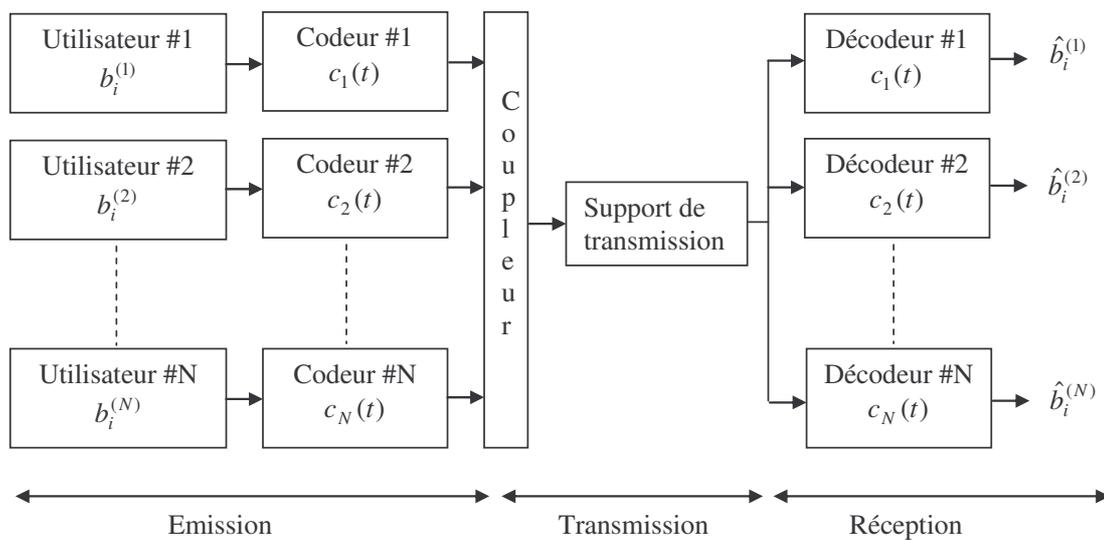


Figure I-2 : Liaison CDMA

Le schéma général d'une liaison CDMA [ 2 ] est présenté dans la Figure I-2. Elle est composée de 3 grandes parties :

- l'émission : pour chaque utilisateur, la donnée à envoyer est codée par le code de l'utilisateur. Puis les données étalées de tous les utilisateurs sont sommées.
- la transmission : les données étalées sont émises sur le support de transmission, qui peut être un câble (optique ou électrique), ou un canal hertzien.
- la réception : le signal reçu est reparti entre tous les récepteurs destinataires. Chaque récepteur va extraire du signal reçu le message qui lui est envoyé, en comparant le signal reçu avec le code de l'utilisateur à détecter. La donnée transmise sera estimée à partir du degré de ressemblance entre le signal reçu et le code de l'utilisateur désiré.

La qualité de la liaison obtenue dépend principalement de :

- la qualité du support de transmission (comme pour toute liaison de communication) : plus la déformation apportée par le canal de transmission sera faible, et meilleures seront les conditions de détection du signal.
- la capacité à distinguer les codes entre eux : comme les signaux de tous les utilisateurs sont additionnés, la qualité de la liaison va fortement dépendre de la capacité à extraire dans le signal reçu le signal envoyé par l'utilisateur désiré. Pour cela, on choisira des codes qui ont le moins de ressemblances possibles entre eux. Dans le cas idéal, pour lequel il n'y a aucune ressemblance entre les codes, on dit que les codes sont orthogonaux.

### **3.3. Utilisation actuelle et prévue de la technique CDMA**

#### *3.3.1. Radiocommunications*

Actuellement, la technique CDMA est utilisée dans les radiocommunications, pour la téléphonie mobile avec la technologie UMTS (*Universal Mobile Telecommunications System*) [ 3 ]. En pratique, deux niveaux de codage sont utilisés. En effet, pour les communications mobiles, le territoire couvert est divisé en zones appelées cellules. Selon le trafic demandé, il y aura dans chaque zone plus ou moins de cellules (cf Figure I-3).

Le premier niveau de codage sert à différencier les cellules entre elles, et limiter les interférences entre cellules voisines. Le deuxième niveau sert à différencier les utilisateurs au sein d'une cellule. Ainsi, une communication émise d'un téléphone mobile sera étalée 2 fois par un code CDMA : le code de la cellule dans laquelle l'utilisateur se trouve, et un code dédié (temporairement) à cet utilisateur.

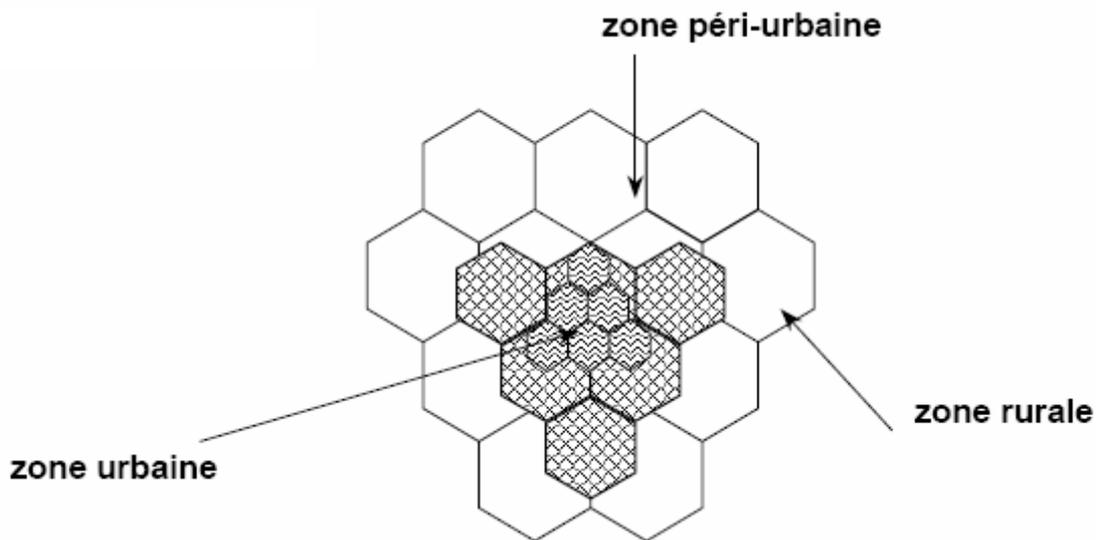


Figure I-3 : Exemple d'agencement de cellules hexagonales

Les liaisons UMTS souffrent principalement du phénomène de multi-trajet. Ce phénomène est dû à la présence d'objets dans l'environnement, qui perturbent la propagation du signal émis. Ainsi, le signal subit des réflexions multiples (façades des bâtiments), de la diffraction (toits ou coins des bâtiments), et de la diffusion (végétation)... Lorsque le signal est émis dans toutes les directions, chaque onde va suivre un trajet différent, plus ou moins long, et arriver de façon dispersée dans le temps au récepteur. En conséquence, à chaque instant, le signal reçu par le récepteur est constitué du signal désiré auquel s'ajoute des signaux envoyés antérieurement et postérieurement.

Une autre limitation de ces liaisons est l'Interférence d'Accès Multiple (IAM). Cette interférence est due à la superposition sur le signal désiré, de signaux d'autres utilisateurs. Malgré l'utilisation de codes adaptés, l'orthogonalité est rompue par l'asynchronisme engendré par les multi-trajets.

### 3.3.2. La technique CDMA dans les réseaux optiques

La technique CDMA a été envisagée pour les réseaux optiques, car la fibre optique offre une très grande bande passante (de l'ordre du THz), qui est sous-exploitée par les techniques actuelles. Le Japon dispose, par exemple, d'un réseau d'accès optique, permettant de raccorder au total 2 millions d'abonnés à un débit de 100Mbit/s, avec la technique de multiplexage temporel des données. La technique CDMA devrait permettre d'utiliser une plus grande partie de la bande passante disponible.

La principale application du CDMA pour l'optique concerne le réseau d'accès (ou boucle locale), pour plusieurs raisons :

- le réseau d'accès est l'élément clé des opérateurs pour pouvoir offrir aux abonnés de nouveaux services, et les liaisons optiques deviennent nécessaires au plus près du client. En effet, ces nouveaux services ne pourront être fournis que si le débit de données arrivant chez l'abonné augmente. Or, le débit maximal possible avec une technologie ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*) est de l'ordre de 20Mbit/s, ce qui risque ne pas être suffisant. De plus, comme les fibres optiques possèdent de grandes qualités (grande bande passante, faible atténuation, faible sensibilité aux ondes électromagnétiques), elles ont tout d'abord été utilisées pour les liens du réseau structurant, et se rapprochent de plus en plus du bord du réseau, donc du réseau d'accès. En conséquence, les opérateurs envisagent d'utiliser des liaisons optiques dans le réseau d'accès [ 4 ][ 5 ] : FTTH (*Fiber To The Home*), FTTB (*Fiber To The Building*), FTTC (*Fiber To The Curb*), FTTCab (*Fiber To The Cabinet*).
- le but du réseau d'accès étant de relier les utilisateurs à un réseau plus important, une topologie en arbre peut être utilisée, du terminal de l'utilisateur jusqu'à l'insertion dans le réseau structurant. L'intérêt de la topologie en arbre est surtout économique. En effet, dans le réseau d'accès, les distances à parcourir, bien que faibles (de l'ordre de 5 kms, mais on parle schématiquement de « dernier kilomètre (*last mile*)), deviennent significatives si il fallait installer des câbles séparés pour chaque utilisateur. Dans ce cas, il existe une partie de la liaison où les utilisateurs doivent partager la fibre optique, d'où l'intérêt d'une technique multi-utilisateurs. Or :
  - o la technique TDMA est désavantagée par la nécessité d'une synchronisation parfaite,
  - o la technique WDMA nécessite des récepteurs optiques accordables en longueur d'onde, sur un grand nombre de longueurs d'onde
 Ainsi, la technique CDMA est envisagée, afin de s'affranchir des problèmes des deux précédentes techniques
- la technique CDMA offre de nombreux avantages [ 4 ]-[ 9 ] :
  - o asynchronisme entre les utilisateurs, donc il n'y a pas besoin d'organe centralisé de contrôle, ni d'horloge pour synchroniser les utilisateurs.
  - o si les codes employés le permettent, on alloue à chaque utilisateur potentiel un code unique, qu'il utilisera à chaque fois qu'il désirera communiquer, donc il n'y a pas besoin de gérer l'allocation des codes.
  - o sécurité des informations transmises : il a été montré par Tancevski *et al* qu'il faudrait 1350 ans à un pirate pour examiner tous les codes possibles d'un système 2D (2

Dimensions) ayant 41 longueurs d'onde et un taux d'étalement temporel de 961 (en supposant que  $10^7$  codes peuvent être testés en 1 seconde)[ 10 ].

- Possibilité de fournir plusieurs services simultanément, comme la télévision, la connexion à internet, la téléphonie. Pour cela, on peut utiliser un codage CDMA à taux multiples, dont les bas débits seraient utilisés pour la messagerie électronique et le transfert de fichiers, alors que les hauts débits permettraient le transfert des données audio et vidéo.
- Zones rurales accessibles : le réseau optique permet de desservir même les zones les plus éloignées des nœuds du réseau structurant, grâce à la faible atténuation des fibres.
- Possibilité d'évolution : la fibre optique a une telle bande passante, que de nouveaux services pourront être déployés pendant de nombreuses années, donc l'installation des fibres pourra être rentabilisée.

Tous ces avantages ont amené de nombreuses équipes de recherches à s'intéresser à l'application de la technique CDMA pour les communications optiques, en particulier pour les réseaux d'accès [ 4 ], [ 5 ], [ 9 ].

Actuellement, le réseau d'accès dont la fonction est de relier l'abonné au réseau supérieur (le réseau métropolitain), a une topologie en arbre de type PON (*Passive Optical Network* : Réseau optique passif), comme illustré sur la Figure I-4. Comme son nom l'indique, le PON est composé d'éléments optiques passifs, car les distances à parcourir (environ 5 km) ne nécessitent pas de régénération du signal. Les éléments actifs nécessitant une infrastructure supplémentaire pour du courant électrique, le réseau est donc moins cher à installer, à faire fonctionner et entretenir.

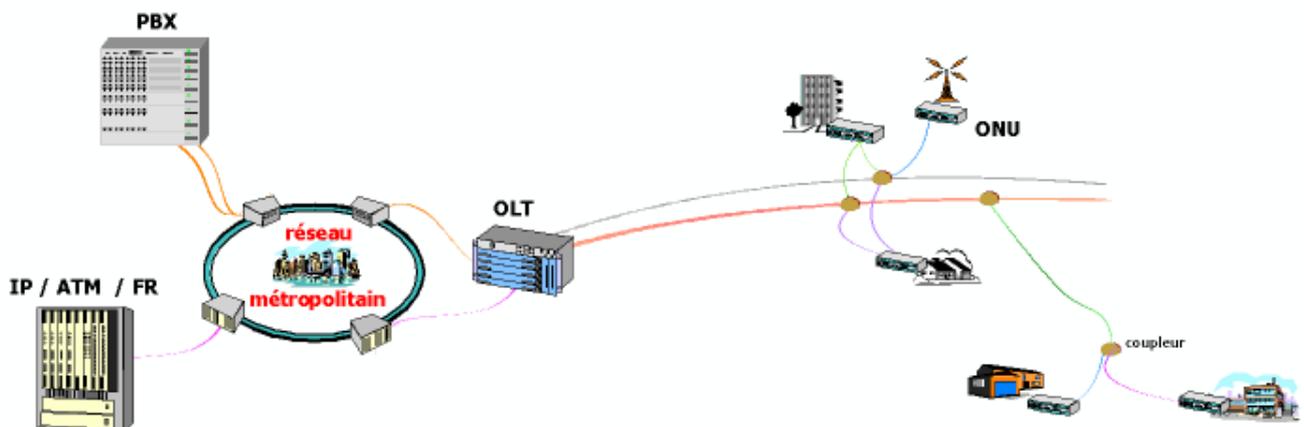


Figure I-4 : Interconnexion entre le réseau métropolitain et le réseau d'accès

Le PON est constitué de 2 équipements principaux :

- OLT (*Optical Line Termination* : Terminaison de ligne optique) qui fait l'interface entre le réseau métropolitain et le PON,
- ONU (*Optical Network Unit* : Unité du réseau optique) qui sélectionne les paquets à destination de l'abonné qui lui est raccordé.

Afin de séparer les voies montantes et descendantes, des longueurs d'onde différentes sont utilisées (1490 nm pour la voie descendante, et 1310 nm pour la voie montante).

Pour le transfert d'informations dans le sens descendant (du réseau métropolitain vers l'abonné), l'OLT diffuse les données des abonnés destinataires, multiplexées en temps. Puis, le signal est divisé par un « *splitter* » et dirigé vers les ONU. En conséquence, chaque ONU reçoit aussi les paquets qui ne lui sont pas adressés. L'ONU sélectionne le paquet qui lui est destiné et supprime les autres paquets.

Dans le sens montant (de l'abonné vers le réseau métropolitain), l'ONU émet ses données dans un intervalle de temps spécifique qui lui a été attribué. Cette transmission repose donc sur une technique TDMA. L'inconvénient principal de cette liaison est la nécessité de synchronisation des ONUs et OLTs.

Le CDMA optique peut être envisagé pour la voie montante et/ou la voie descendante [ 11 ]-[ 12 ]. En effet, il est communément admis que le débit de la voie descendante est élevé, cependant, les débits nécessaires pour la voie montante augmentent du fait, entre autres, des applications *peer-to-peer* [ 11 ]. L'utilisation du OCDMA pour la voie montante, permettrait de fournir les débits nécessaires, en s'affranchissant de la synchronisation pour cette voie. De plus, la technique OCDMA permettrait de mieux faire face à la réception en mode rafale (*burst*) des données au niveau de l'OLT [ 12 ].

## 4. Système DS-OCDMA

### 4.1. Système OCDMA

Le schéma général d'une liaison OCDMA est identique à celui de la Figure I-2 avec un support de transmission constitué d'une fibre optique. Il existe de nombreuses façons de mettre en œuvre la technique CDMA dans un réseau optique. Ces méthodes diffèrent par la façon de coder l'information à émettre.

#### 4.1.1. Cohérent – Incohérent

On peut tout d'abord différencier les systèmes optiques cohérents et incohérents [ 13 ].

Afin de calquer le CDMA optique sur le CDMA hertzien, des études ont porté sur la réalisation de systèmes CDMA optiques cohérents. Dans de tels systèmes, l'information est portée par l'amplitude et la phase du signal transmis. Les codes utilisés peuvent être ceux du CDMA hertzien (codes de Gold, codes de Hadamart, ...). Cependant, dans un système cohérent, le décodeur doit posséder un oscillateur local à la fréquence du signal optique reçu. Du fait de leur coût élevé (actuellement), le déploiement en nombre de tels récepteurs dans le réseau d'accès est fortement compromis.

L'alternative est de réaliser un système CDMA optique incohérent, pour se calquer sur le fonctionnement de la majorité des réseaux de transmissions optiques. Dans un système optique incohérent, les données sont codées par la puissance de la lumière reçue. Dans ce cas, les codes utilisés sont des codes unipolaires constitués de '0' et de '1'. Les systèmes incohérents sont moins coûteux à réaliser, mais les codes unipolaires utilisés ne sont pas orthogonaux, ce qui altère les performances du système.

Dans ce travail, nous considérerons un système incohérent, afin d'étudier des solutions qui pourraient être déployées à bas coût dans le réseau d'accès.

#### 4.1.2. Codage

On répertorie généralement différentes techniques CDMA [ 2 ] :

- *Direct Sequence CDMA* (DS-CDMA): CDMA par modulation directe: les données sont directement modulées par le code, on procède à une multiplication entre la donnée à transmettre et le code de l'utilisateur correspondant.

- *Frequency Hopping CDMA* (FH-CDMA) : CDMA par saut de fréquence : les données ne sont pas émises sur une fréquence porteuse fixe, mais sur des fréquences différentes qui changent périodiquement. On distingue 2 types de FH-CDMA :
  - o *Slow FH-CDMA* (SFH-CDMA) : FH-CDMA à saut de fréquence lent, où plusieurs données sont émises à la même fréquence avant un changement de fréquence,
  - o *Fast FH-OCDMA* (FFH-CDMA) : FH-CDMA à saut de fréquence rapide, où le saut de fréquence est plus rapide que le débit de données, une même donnée est transmise sur plusieurs fréquences.
- *Time Hopping CDMA* (TH-CDMA) : CDMA par saut de temps : la transmission de la donnée n'est pas faite de manière continue, une séquence pseudo-aléatoire définissant la position temporelle de la donnée à transmettre.

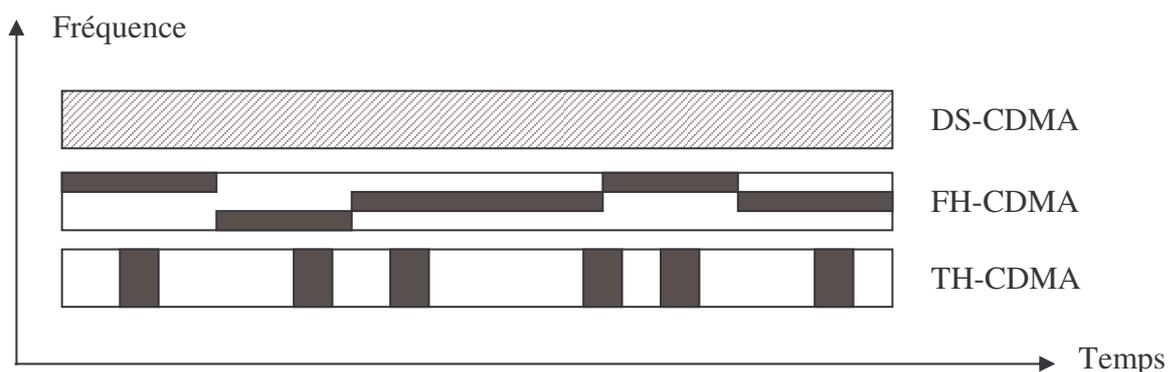


Figure I-5: Répartition en temps et en fréquence de techniques CDMA

Parmi ces différentes techniques, les plus explorées pour l'optique sont les techniques FH et FFH OCDMA [ 14 ][ 15 ] et la technique par modulation directe. Nous nous intéressons uniquement à la modulation directe. Elle peut être réalisée [ 13 ] :

- en temporel : *Direct-Sequence OCDMA* (DS-OCDMA) : OCDMA à séquence directe : la donnée est multipliée par un code temporel, c'est-à-dire un code dont la variation est temporelle,
- en spectral : *Spectral OCDMA* : OCDMA spectral : un code spectral donné (c'est-à-dire un code dont la variation est spectrale : pour certaines longueurs d'onde, la puissance sera non-nulle) est envoyé pour une donnée '1', et rien pour une donnée '0',
- en 2 dimensions : *2 Dimensional OCDMA* (2D OCDMA) : la donnée est multipliée par un code en 2 dimensions (temps/longueur d'onde).

Pour chacun de ces 3 systèmes, les codes utilisés ont des structures d'émission et de réception différentes.

La répartition des techniques OCDMA précédemment évoquées peut être représentée par la Figure I-6 ci-après :

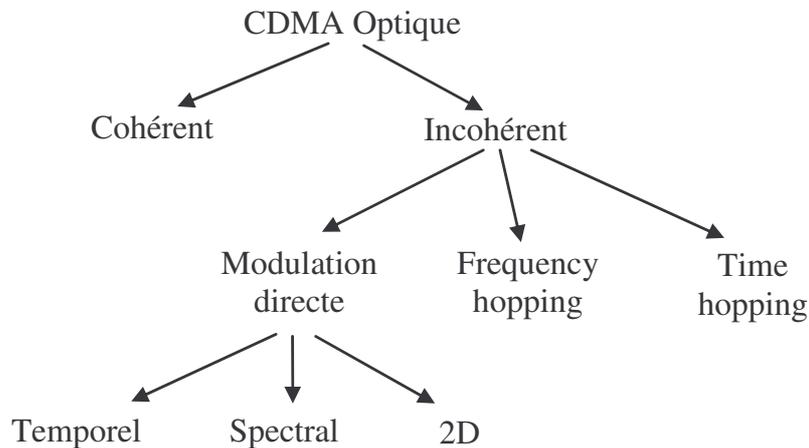


Figure I-6 : Classification de techniques OCDMA

A partir de maintenant, nous nous intéressons plus particulièrement à un système OCDMA incohérent à modulation directe.

#### 4.2. Emission

Dans un système OCDMA incohérent à modulation directe, l'émetteur multiplie la donnée à transmettre par la séquence de code de l'utilisateur correspondant. Cette multiplication peut être réalisée :

- électriquement, puis une conversion du signal électrique en signal optique sera réalisée pour transmettre le signal sur la fibre optique,
- optiquement : un laser émet une impulsion lorsque la donnée est un '1', et par exemple, un réseau de Bragg, ou des lignes à retard recomposent le motif du code à partir de cette impulsion [ 16 ].

Cependant, quel que soit le type de modulation utilisée, les codes sont identiques. Nous allons maintenant présenter les principaux codes 1D et 2D.

#### 4.2.1. Codage 1 dimension temporel

Dans le cas du codage temporel, le temps bit de la donnée à envoyer est divisé en  $F$  intervalles appelés '*chips*', où  $F$  est la longueur du code. Dans un système incohérent, chaque chip contient une puissance nulle ou une puissance positive quelconque. Classiquement, on attribue à tous les chips non-nuls une puissance égale, que nous allons normaliser à '1'. Nous appellerons ces chips « chip unité ».

Ainsi, le code est constitué d'une succession de '0' et de '1' formant un motif spécifique à chaque utilisateur. De plus, on appelle 'poids', le nombre de chips unité contenus dans un code.

Dans un système DS-OCDMA, la multiplication directe des données par le code, l'émetteur revient à envoyer le code lorsque la donnée est '1', et ne rien envoyer lorsque la donnée est '0', comme illustré sur la Figure I-7, avec un code pour lequel  $F = 10$  et  $W = 3$ .

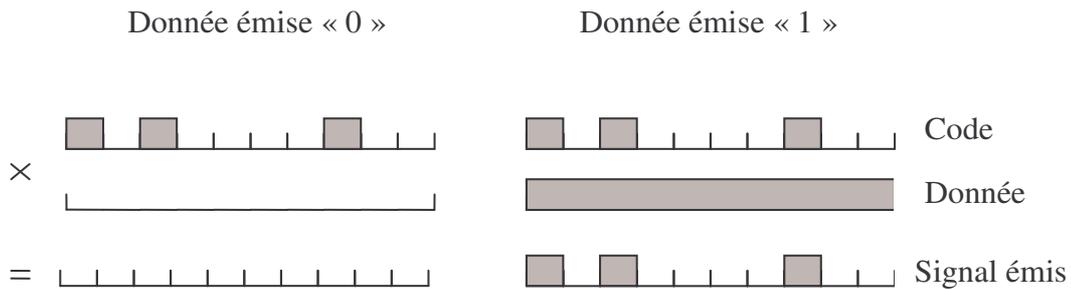


Figure I-7 : Codage d'une donnée '0' et d'une donnée '1'

Les codes utilisés dans un système DS-OCDMA peuvent être répartis dans 2 grandes familles de codes :

- les codes bipolaires utilisés dans les communications CDMA en hertzien : codes de Gold [ 17 ] - [ 20 ], ... Dans ce cas, il faut un module de conversion du signal bipolaire en unipolaire à l'émission, et d'unipolaire en bipolaire en réception. Cependant, cette conversion réduit la dynamique du signal. En conséquence, ces codes ne sont pas intensivement étudiés pour le CDMA optique. Ils ne seront pas détaillés dans ce mémoire.
- les codes optiques, construits spécifiquement pour le CDMA optique [ 21 ]-[ 28 ]. Ce sont des codes unipolaires. Ils permettent la réalisation optique de la multiplication de la donnée par le code, par modulation de la puissance optique émise. En conséquence, nous avons étudié ces types de codes.

Nous présentons différentes familles de codes optiques unipolaires.

#### 4.2.1.1. OOC (*Optical Orthogonal Codes*)

Les OOC (*Optical Orthogonal Codes*) ont été les premiers codes développés pour le CDMA optique. Ils sont proposés en 1989 par Jawad Salehi [ 21 ] et sont définis sous la forme :  $OOO(F, W, \lambda_a, \lambda_c)$ , où :

- $F$  est la longueur du code,
- $W$  est le poids du code,
- $\lambda_a$  la contrainte d'autocorrélation, c'est-à-dire le degré de ressemblance du code avec ses versions décalées. Plus cette valeur sera faible, plus il sera possible de différencier le code désiré d'une version décalée de ce code.
- $\lambda_c$  la contrainte d'intercorrélacion, c'est-à-dire le degré de ressemblance du code avec les autres codes de la famille. Plus cette valeur sera faible, plus il sera possible de différencier le code désiré des autres codes de la famille.

##### a) Représentation

Il existe plusieurs façons de représenter mathématiquement les codes OOC :

- Avec un vecteur donnant les positions des chips à 1 : ce vecteur est un vecteur ligne de dimension  $(1 \times W)$ . Chaque élément du vecteur indique la position dans la séquence de longueur  $F$  d'un chip unité. Tous les autres chips sont mis par défaut à 0. Par exemple, le vecteur position du code présenté dans la Figure I-7 est :  $P = [1 \ 3 \ 8]$ , avec  $F = 10$ . Nous considérons que les positions sont numérotées de 1 jusqu'à  $F$ . Ce vecteur permet de décrire de façon concise le code, donc nous utiliserons cette notation pour définir les codes utilisés.
- Avec un vecteur donnant les retards relatifs : c'est un vecteur ligne de dimension  $(1 \times W)$ . Chaque élément du vecteur indique le retard entre deux chips unité consécutifs. Comme pour le vecteur position, tous les autres chips ont par défaut une valeur 0. Par exemple, le vecteur retard du code de la Figure I-7 est :  $[2 \ 5 \ 3]$ . Cette écriture permet de décrire sans restrictions le code. En effet, les codes OOC sont définis de telle sorte qu'un code ayant subi une rotation circulaire corresponde au code initial. Par exemple, les vecteurs positions  $[1 \ 3 \ 8]$ ,  $[2 \ 4 \ 9]$  et  $[2 \ 7 \ 10]$  correspondent à un même code. Ainsi, le vecteur retard

permet de décrire le code dans sa globalité, sans fixer la valeur du pas de la rotation circulaire. Cette notation est surtout utilisée dans certaines méthodes de construction des codes, lorsque la génération des codes se fait à partir des retards relatifs.

- Avec un vecteur donnant la valeur de chaque chip : c'est un vecteur ligne de dimension  $(1 \times F)$   $c_i = [c_{i,j}]$ . Chaque élément du vecteur indique la valeur du chip concerné. Par exemple, le vecteur chip du code présenté dans la Figure I-7 est :  $[1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$ . Cette notation est principalement utilisée pour décrire et expliquer par l'exemple le fonctionnement du système.

- Avec une expression mathématique :  $c_i(t) = \sum_{j=1}^F c_{i,j} P_{T_c}(t - jT_c)$ , où  $c_{i,j}$  correspond au  $j^{\text{ème}}$

chip du code  $i$ , et  $P_{T_c}(t)$  est une porte unitaire de durée  $T_c$ . Cette expression mathématique décrit l'évolution temporelle du code pendant le temps bit. Contrairement aux représentations précédentes qui décrivent un code en particulier, cette expression est utilisée pour décrire l'ensemble des codes dans le cas général. Elle est utilisée pour décrire mathématiquement le système, quelques soient les codes choisis dans une famille.

Dans ce document, nous utiliserons principalement les vecteurs positions pour définir les codes utilisés en simulation, et l'expression mathématique  $c_i(t)$  pour le cas général.

#### b) Autocorrélation et intercorrélation des OOC

Les valeurs d'auto et d'intercorrélation des codes sont des paramètres clés pour les performances du système en présence de plusieurs utilisateurs. Pour  $\lambda_a$  et  $\lambda_c$  fixés, les codes d'une famille OOC doivent vérifier :

$$|Z_{c_i, c_i}(l)| = \left| \sum_{j=1}^F c_{i,j} c_{i,j+l} \right| = \begin{cases} W & \text{pour } l = 0 \\ \leq \lambda_a & \text{pour } 1 \leq l \leq F-1 \end{cases} \quad (\text{I-1})$$

et

$$|Z_{c_i, c_k}(l)| = \left| \sum_{j=1}^F c_{i,j} c_{k,j+l} \right| \leq \lambda_c \quad \text{pour } 0 \leq l \leq F-1 \quad (\text{I-2})$$

La première relation (I-1) revient à déterminer, pour toutes les valeurs de décalage circulaire, le nombre de chips à '1' en commun entre le code et sa version décalée. Il y a des « chips en commun » lorsque deux chips unitaire de deux codes différents occupent la même fenêtre temporelle. Par exemple, pour le code de la Figure I-7, pour un décalage circulaire  $l = 5$ , on compare les motifs suivants :

$$\begin{array}{l} [1 \ 0 \ \boxed{1} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \boxed{1} \ 0 \ 0] \quad \text{sans décalage} \\ [0 \ 0 \ \boxed{1} \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ \boxed{1} \ 0 \ 0] \quad \text{avec un décalage } l=5 \end{array}$$

Les motifs possèdent 2 chips unitaire en commun donc  $|Z(5)| = 2$ . Ce calcul est réalisé pour tous les décalages circulaires, et on obtient la fonction d'autocorrélation du code [1 3 8] :

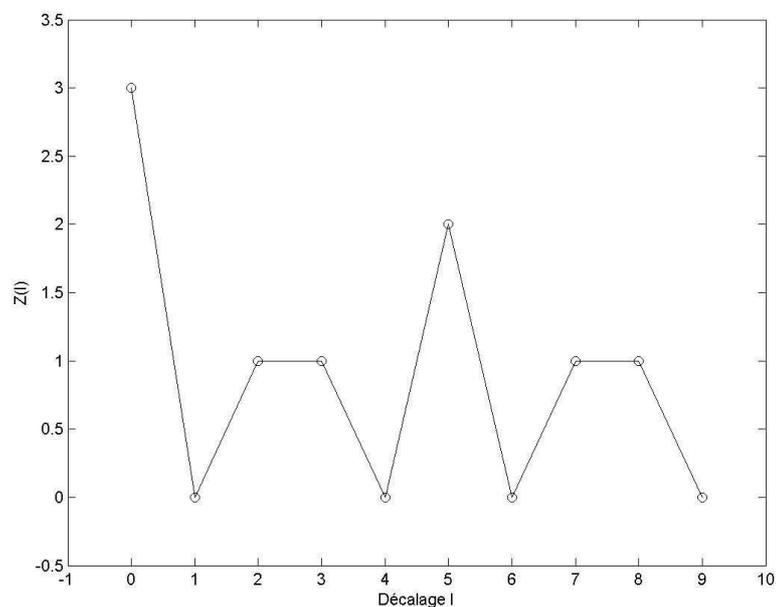


Figure I-8 : Fonction d'autocorrélation du code OOC [1 3 8]

On peut vérifier qu'on obtient un maximum d'autocorrélation pour  $l = 0$ , c'est-à-dire lorsque le code est comparé à sa réplique. De plus, on observe que les valeurs d'autocorrélation sont toujours positives et qu'il existe des décalages pour lesquels l'autocorrélation n'est pas nulle. Ceci est dû à l'unipolarité des codes : comme les codes sont constitués de '0' ou de '1', le résultat de la multiplication entre deux chips est soit '0' soit '1'. Donc, l'autocorrélation ne peut prendre que des valeurs positives ou nulles. De plus, comme il existe toujours un décalage non nul tel que les codes aient un de leurs chips unitaire en commun, donc une autocorrélation au moins égale à '1', la fonction d'autocorrélation aura toujours certaines valeurs non nulles pour  $l \neq 0$ .

Enfin, comme la valeur maximale de l'autocorrélation pour un décalage non nul est 2, ce code vérifie  $\lambda_a = 2$ .

La deuxième relation (I-2) revient à déterminer, le nombre de chips unité en commun entre deux codes de la famille, pour toutes les valeurs de décalage circulaire entre les 2 codes. Par exemple, la fonction d'intercorrélacion du code [1 3 8] et du code [1 4 7] est représentée Figure I-9 :

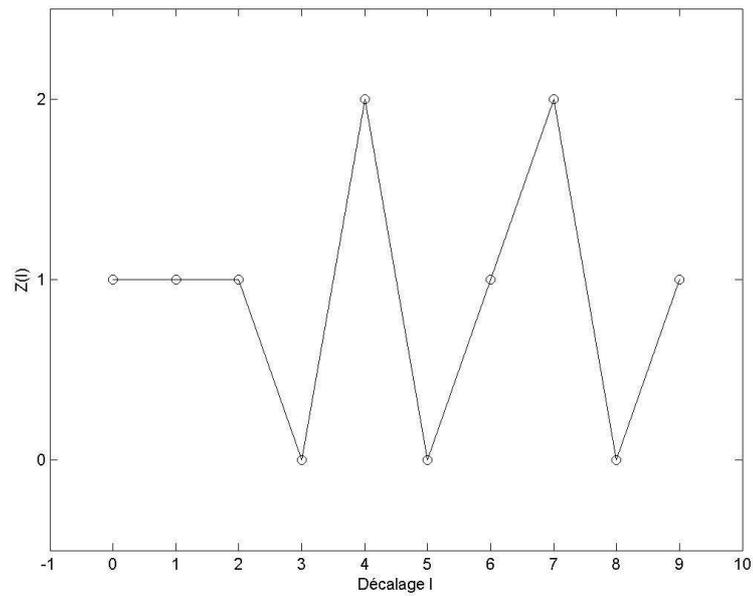


Figure I-9 : Fonction d'intercorrélacion entre les codes OOC [1 3 8] et [1 4 7]

On observe, comme pour la fonction d'autocorrélacion, que l'intercorrélacion est toujours positive ou nulle, et qu'il existe des décalages pour lesquels l'intercorrélacion n'est pas nulle, du fait de l'unipolarité des codes. Comme la valeur maximale de l'intercorrélacion est 2, ces codes vérifient  $\lambda_c = 2$ .

Pour obtenir la valeur  $\lambda_a$  (respectivement  $\lambda_c$ ) d'une famille de code, on calcule les fonctions d'autocorrélacion (respectivement d'intercorrélacion) pour tous les codes (respectivement tous les couples de codes), et on conserve la valeur maximale.

Dans le cas idéal, pour pouvoir reconnaître les codes de leurs versions décalées il faut que  $\lambda_a = 0$ . De plus, pour ne pas avoir d'interférence entre les codes, il faut que  $\lambda_c = 0$ . Dans ce cas, les codes

sont dits strictement orthogonaux. Cependant, cette orthogonalité stricte ne peut être obtenue pour les OOC car leur unipolarité ne permet pas d'avoir une auto et intercorrélations nulles quel que soit le décalage. En conséquence, la meilleure orthogonalité possible pour les OOC est obtenue pour  $\lambda_a = 1$  et  $\lambda_c = 1$ .

Il existera donc des cas pour lesquels deux codes auront un chip en commun. On dira alors qu'il y a recouvrement.

Calculons pour un code  $OOOC(F, W, \lambda_a = 1, \lambda_c = 1)$ , la probabilité de recouvrement entre deux chips unités de deux codes. Chaque chip du code du premier utilisateur peut être recouvert par chacun des  $W$  chips du code du deuxième utilisateur. En conséquence, il existe  $W \times W = W^2$  cas possibles de recouvrement. Comme nous considérons le cas synchrone, il y a  $F$  décalages possibles entre les codes parmi lesquels existeront  $W^2$  recouvrements. Donc la probabilité de recouvrement entre 2 codes  $OOOC(F, W, 1, 1)$  est :

$$\boxed{R = \frac{W^2}{F}} \quad (I-3)$$

### c) Cardinalité des OOC

Il a été montré par Salehi [ 21 ] que la cardinalité d'un code  $(F, W, \lambda_a = 1, \lambda_c = 1)$  est donnée par :

$$\boxed{N \leq \left\lfloor \frac{F-1}{W(W-1)} \right\rfloor} \quad (I-4)$$

Où  $\lfloor \cdot \rfloor$  est l'opérateur qui prend la partie entière d'un nombre par valeur inférieure.

Il est à noter que cette expression théorique donne une borne supérieure du nombre d'utilisateurs possibles dans une famille de code. Ainsi, certaines familles auront un nombre réel de codes inférieur à la valeur théorique.

On peut extrapoler des travaux de Johnson [ 29 ] que le nombre d'utilisateurs possibles dans une famille  $OOOC(F, W, \lambda_a, \lambda_c)$ , telle que  $\lambda_a = \lambda_c = \lambda$ , est donné par :

$$N(F, W, \lambda) = \left\lfloor \frac{1}{W} \left\lfloor \frac{F-1}{W-1} \left\lfloor \frac{F-2}{W-2} \left\lfloor \frac{F-3}{W-3} \dots \left\lfloor \frac{F-\lambda}{W-\lambda} \right\rfloor \right\rfloor \right\rfloor \right\rfloor \right\rfloor \quad (I-5)$$

#### d) Construction des codes

##### o Construction systématique

Pour construire les codes OOC, il existe plusieurs méthodes.

Tout d'abord, l'obtention des codes peut se faire par une méthode systématique, qui consiste à :

- générer tous les codes possibles de la famille ayant une longueur  $F$  et un poids  $W$
- sélectionner parmi les codes ceux qui vérifient  $|Z_{c_i, c_i}(l)| = \begin{cases} W & \text{pour } l = 0 \\ \leq \lambda_a & \text{pour } 1 \leq l \leq F - 1 \end{cases}$
- prendre le premier code parmi les codes précédemment sélectionnés, et tester successivement les autres codes jusqu'à obtenir un code  $c_k$  qui vérifie  $|Z_{c_1, c_k}(l)| \leq \lambda_c$  pour  $0 \leq l \leq F - 1$
- tester successivement les codes suivants jusqu'à obtenir un code  $c_m$  qui vérifie  $|Z_{c_1, c_m}(l)| \leq \lambda_c$  pour  $0 \leq l \leq F - 1$  et  $|Z_{c_k, c_m}(l)| \leq \lambda_c$  pour  $0 \leq l \leq F - 1$
- ...
- jusqu'à obtenir les  $N$  codes désirés. Si le premier code ne permet pas de construire la famille, on recommence avec le deuxième code ...

L'avantage de cette méthode réside dans la possibilité de fixer arbitrairement les paramètres  $F, W, \lambda_a$ , et  $\lambda_c$ . De plus, comme cette méthode est exhaustive, si aucune famille de taille  $N$  n'est trouvée à la fin de la recherche, cela signifie qu'il n'est pas possible de construire une famille de taille  $N$  avec les paramètres choisis.

Cependant, cette méthode nécessite beaucoup de temps de calcul lorsque le poids et la longueur du code augmentent. En conséquence, des méthodes de construction non exhaustives mais plus rapides ont été développées, comme par exemple :

- *Greedy algorithm* [ 22 ].
- BIBD (*Balanced Incomplete Block Design*) [ 30 ]

##### o Construction par l'algorithme « Greedy algorithm »

Cette méthode a été élaborée pour générer des familles de codes vérifiant les contraintes minimales  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ .

L'algorithme du Greedy a comme paramètres d'entrée le nombre  $N$  de codes, et le poids  $W$  désirés. A partir de ces valeurs, la longueur  $F$  du code sera déterminé par l'algorithme.

La méthode est basée sur l'obtention des retards relatifs entre les chips à 1 des codes. A partir des retards relatifs entre les chips unité consécutifs d'un code, on peut construire l'ensemble des retards relatifs entre n'importe quel couple de chips unité. Par exemple, pour un code de poids 4, dont le vecteur retard est :  $[\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \tau_4]$ , l'ensemble des retards relatifs entre n'importe quel couple de chips unité du code est :

$$\left\{ \begin{array}{cccc} \tau_1 & \tau_2 & \tau_3 & \tau_4 \\ \tau_1 + \tau_2 & \tau_2 + \tau_3 & \tau_3 + \tau_4 & \tau_4 + \tau_1 \\ \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 & \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 & \tau_3 + \tau_4 + \tau_1 & \tau_4 + \tau_1 + \tau_2 \end{array} \right\}$$

Il a été montré [ 21 ] que deux codes ont une intercorrélacion de '1' si et seulement si il n'existe aucune valeur commune entre les ensembles des retards relatifs des codes concernés. Ainsi, pour générer une famille de codes vérifiant  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ , l'algorithme va déterminer progressivement les retards relatifs  $\tau_{c_i,j}$  ( $j^{\text{ième}}$  retard relatif du code  $c_i$ ) permettant de n'avoir aucune valeur commune entre chaque couple de codes.

On peut distinguer 2 grandes phases de l'algorithme :

- la génération des  $W - 1$  retards aléatoires définissant les positions relatives des  $W$  chips unité :
  - o pour le premier retard :
    - on attribue au 1<sup>er</sup> code le premier retard possible :  $\tau_{c_{1,1}} = 1$
    - on attribue au 2<sup>ième</sup> code le premier retard non utilisé par les autres codes :  $\tau_{c_{2,1}} = 2$
    - ...
    - on attribue au  $N^{\text{ième}}$  code le premier retard non utilisé par les autres codes :  $\tau_{c_{N,1}} = N$
  - o pour les retards suivants : on attribue successivement à chaque code la première valeur de retard qui n'apparaît pas dans les ensembles des retards relatifs entre n'importe quel couple de chips à '1'. On répète cette opération jusqu'à obtenir  $W - 1$  retards relatifs par code.
- l'obtention de la longueur totale  $F$  du code : l'algorithme débute à partir de la valeur initiale  $F_i = R + Z$ .

où  $R$  correspond au dernier retard relatif attribué, augmenté de 1

et  $Z$  correspond à  $Z = \max_i(m(i))$  où  $m(i) = \sum_{j=1}^{W-1} \tau_{c_i,j}$

A partir de la valeur de  $F$ , on détermine tous les termes manquant de l'ensemble des retards relatifs, pour tous les codes. Puis, on compare ces ensembles : si il n'y a aucun élément en commun, les codes obtenus vérifient  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ , donc la génération de code est terminée. Sinon, on incrémente la valeur de la longueur de code  $F$  d'une valeur 1, et on recompare les nouveaux ensembles des retards relatifs ...

Par exemple, si on souhaite générer avec cet algorithme une famille contenant 3 codes, et dont le poids des codes est  $W = 5$ , à la fin de l'obtention du premier retard pour tous les codes, on obtient :

$$\tau_{c_1} = [1]$$

$$\tau_{c_2} = [2]$$

$$\tau_{c_3} = [3]$$

Pour les deuxièmes retards,

- le code 1 se voit attribuer le retard 4,
- le code 2 se voit attribuer le retard 6, et non 5, car le retard  $5=1+4$  est présent dans la liste des retards du code 1
- le code 3 se voit attribuer le retard 7

A la fin de l'attribution des  $W - 1$  retards relatifs, on obtient :

$$\tau_{c_1} = [1 \quad 4 \quad 9 \quad 18 \quad ]$$

$$\tau_{c_2} = [2 \quad 6 \quad 11 \quad 23 \quad ]$$

$$\tau_{c_3} = [3 \quad 7 \quad 15 \quad 24 \quad ]$$

La recherche de la longueur  $F$  donne  $F = 75$ . On en déduit donc la valeur du dernier retard relatif de chaque code. On obtient finalement les codes :

$$\tau_{c_1} = [1 \quad 4 \quad 9 \quad 18 \quad 43]$$

$$\tau_{c_2} = [2 \quad 6 \quad 11 \quad 23 \quad 33]$$

$$\tau_{c_3} = [3 \quad 7 \quad 15 \quad 24 \quad 26]$$

Avec cette méthode, on peut théoriquement générer des codes quelque soient le poids et le nombre d'utilisateurs. Cependant, pour un grand nombre d'utilisateurs, le temps de calcul est très long et ne conduit pas toujours à une solution.

On peut aussi noter, que cette méthode génère des codes dont la longueur correspond rarement à la longueur minimale nécessaire pour un poids et un nombre d'utilisateurs donnés, longueur minimale pouvant être estimée avec la relation (I-4).

○ Construction par la méthode BIBD

La méthode BIBD (*Balanced Incomplete Block Design*) [ 30 ] est une méthode de construction utilisable seulement lorsque la longueur souhaitée du code est un nombre premier.

Cette méthode fait appel à l'utilisation de racines primitives.

Une racine primitive est un nombre  $\alpha$  d'un corps de Galois GF(q) (corps fini, qui contient q éléments) [ 24 ] qui vérifie :

$$\alpha \in \text{GF}(q).$$

Chaque élément de GF(q) (excepté 0) peut être généré par une puissance de  $\alpha$ .

On peut donc écrire :

$$\text{GF}(q) = \{0\} \cup \{\alpha^i \pmod{q}, i = 1, 2, \dots, q-1\} \quad (\text{I-6})$$

Cette méthode de construction est basée sur un calcul mathématique, qui donne le vecteur positions des codes, à partir d'une longueur de code  $F$  ( $F$  étant un nombre premier), et du poids  $W$ . Le nombre de codes possibles est donné par l'équation (I-4).

Le calcul diffère selon la parité de  $W$  :

Si  $W$  est pair ( $W=2.m$ ) :

$$P_{c_i} = \{\alpha^{mi+jk}\} \cup \{0\} \quad (\text{I-7})$$

avec :  $k = WN = 2mN$  et  $i \in [0, N-1]$ ,  $j \in [0, W-2]$

Si  $W$  est impair ( $W = 2.m+1$ ) :

$$P_{c_i} = \{\alpha^{mi+jk}\} \quad (\text{I-8})$$

avec :  $k = (W-1)N = 2mN$  et  $i \in [0, N-1]$ ,  $j \in [0, W-1]$

Par exemple, pour  $F = 73$ ,  $W = 4$  : on obtient une racine primitive  $\alpha = 5$ , et il est possible de construire  $N = 6$  codes. On obtient les vecteurs positions des codes :  $[0 \ 1 \ 8 \ 64]$ ,  $[0 \ 25 \ 54 \ 67]$ ,  $[0 \ 36 \ 41 \ 69]$ ,  $[0 \ 3 \ 24 \ 46]$ ,  $[0 \ 2 \ 16 \ 55]$ ,  $[0 \ 35 \ 50 \ 61]$ .

Comme nous considérons que les positions sont numérotées de 1 jusqu'à  $F$ , et non de 0 jusqu'à  $F-1$ , nous incrémentons chaque valeur de position de '1', et nous obtenons :  $[1 \ 2 \ 9 \ 65]$ ,  $[1 \ 26 \ 55 \ 68]$ ,  $[1 \ 37 \ 42 \ 70]$ ,  $[1 \ 4 \ 25 \ 47]$ ,  $[1 \ 6 \ 17 \ 56]$ ,  $[1 \ 36 \ 51 \ 62]$ .

Cette méthode de construction donne les familles de codes quasi immédiatement, cependant, la longueur de code doit être un nombre premier, et après la génération des codes, il faut s'assurer que les codes vérifient  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ , car ce n'est pas toujours le cas.

#### 4.2.1.2. PC (Prime Codes)

##### a) Présentation et construction

Les PC (*Prime Codes*) ont d'abord été conçus par Cooper et Nettleton en 1978 pour les communications cellulaires [ 31 ]. Ils ont été adaptés aux communications optiques par Shaar et Davis en 1983 [ 32 ].

Contrairement aux OOC qui sont définis par de multiples paramètres, les PC [ 24 ] sont définis par une seule grandeur :  $p$ . Pour  $p$  fixé, la longueur est fixée à  $F = p^2$ , le poids est fixé à  $W = p$  et le nombre d'utilisateurs à  $N = p$ . Nous nous référerons aux PC sous la forme :  $PC(p^2, p)$ , par analogie à l'écriture des OOC. Il est à noter que les PC ne sont définis que pour des valeurs de  $p$  premières.

De plus, les PC sont construits mathématiquement avec comme paramètre la valeur de  $p$ , en utilisant les propriétés des corps de Galois. Donc la construction est immédiate et unique, contrairement aux codes OOC.

Pour  $p$  un nombre premier, il faut tout d'abord définir les *Prime Sequence* (PS) :

$$S_i = (s_{i,0}, s_{i,1}, \dots, s_{i,j}, \dots, s_{i,p-1}) \text{ où } s_{i,j} = i \times j \pmod{p} \quad (\text{I-9})$$

Puis, les PC peuvent être construits selon la règle suivante :

$$c_{i,k} = \begin{cases} 1 & \text{pour } k = s_{i,j} + j \cdot p \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I-10})$$

Par exemple, pour  $p = 7$ , on obtient les Prime Sequences suivantes :

$$S_0 = (0,0,0,0,0,0,0)$$

$$S_1 = (0,1,2,3,4,5,6)$$

$$S_2 = (0,2,4,6,1,3,5)$$

$$S_3 = (0,3,6,2,5,1,4)$$

$$S_4 = (0,4,1,5,2,6,3)$$

$$S_5 = (0,5,3,1,6,4,2)$$

$$S_6 = (0,6,5,4,3,2,1)$$

Ce qui permet d'obtenir la famille de PC(49,7) suivante :

$$c_0 = [1000000 \ 1000000 \ 1000000 \ 1000000 \ 1000000 \ 1000000 \ 1000000]$$

$$c_1 = [1000000 \ 0100000 \ 0010000 \ 0001000 \ 0000100 \ 0000010 \ 0000001]$$

$$c_2 = [1000000 \ 0010000 \ 0000100 \ 0000001 \ 0100000 \ 0001000 \ 0000010]$$

$$c_3 = [1000000 \ 0001000 \ 0000001 \ 0010000 \ 0000010 \ 0100000 \ 0000100]$$

$$c_4 = [1000000 \ 0000100 \ 0100000 \ 0000010 \ 0010000 \ 0000001 \ 0001000]$$

$$c_5 = [1000000 \ 0000010 \ 0001000 \ 0100000 \ 0000001 \ 0000100 \ 0010000]$$

$$c_6 = [1000000 \ 0000001 \ 0000010 \ 0000100 \ 0001000 \ 0010000 \ 0100000]$$

Ainsi, chaque code est divisé en  $p$  sous-parties composées chacune de  $p$  chips, et les *Prime Sequences* donnent la position du chip unité dans chacune des sous-parties.

#### b) Autocorrélation et intercorrélation

Comme pour les OOC, on peut calculer l'auto et l'intercorrélation des codes d'une famille PC( $p^2, p$ ).

L'autocorrélation d'un code PC est bornée par  $p$  ou  $p-1$ , selon le code de la famille considéré [ 24 ].

En effet, on peut observer sur l'exemple PC(49,7) que le code  $c_0$  est un code particulier dans la famille. En effet, le même motif (1 0 0 0 0 0 0) est répété sur toute la longueur du code. On peut vérifier que ceci est le cas dans toutes les familles PC( $p^2, p$ ).

La fonction d'autocorrélation du code  $c_0$  est représentée sur la Figure I-10 :

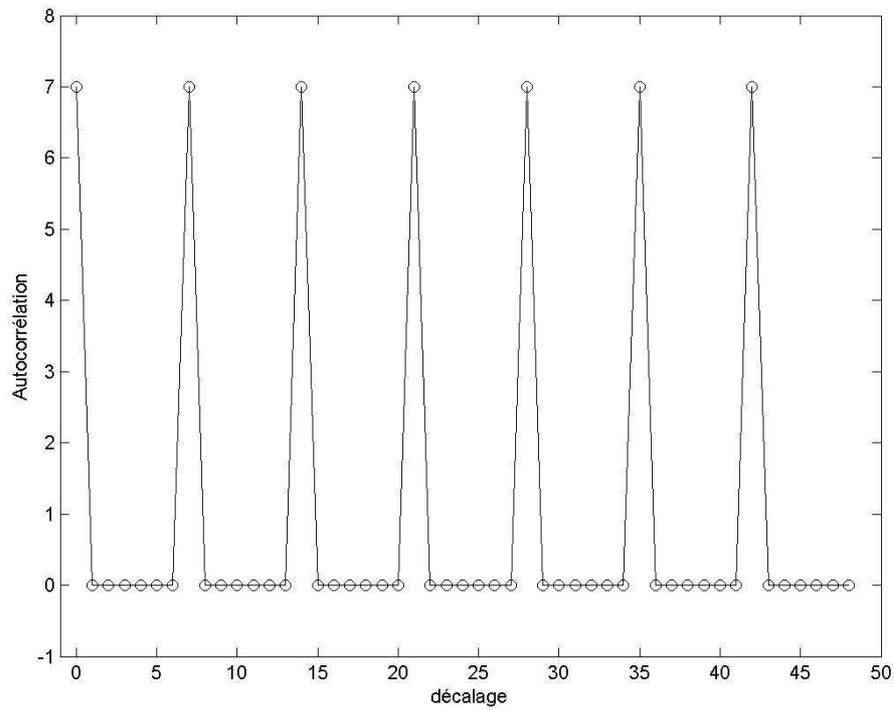
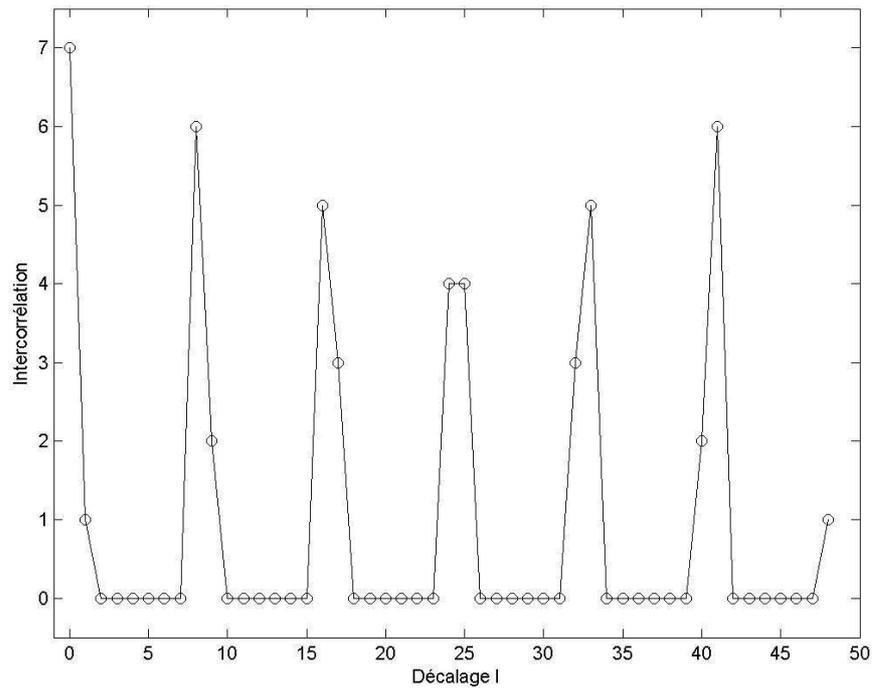


Figure I-10 : Autocorrélation du code  $c_0$  de la famille PC(49,7)

On retrouve comme pour les OOC, une valeur d'autocorrélation égale au poids pour un décalage  $l = 0$ . Cependant, on retrouve aussi cette valeur pour des décalages non-nuls (par exemple  $l = 7$ ,  $l = 14$ , ...). En conséquence, ce code vérifie  $\lambda_a = W = 7$ . Ceci signifie, que dans un cas mono-utilisateur et sans bruit, il est impossible de dissocier ce code de certaines de ses versions décalées. Ceci peut poser un problème pour synchroniser le récepteur sur le code émis.

A l'inverse, les codes autres que  $c_0$  sont plus facilement distinguables. Par exemple, la fonction d'autocorrélation du code  $c_1$  est présentée sur la Figure I-11 :

Figure I-11 : Autocorrélation du code  $c_1$  de la famille PC(49,7)

Dans ce cas, on obtient un maximum encore pour  $l = 0$ , mais pour les autres décalages, l'autocorrélation est au maximum de 6. Ainsi, dans un cas mono-utilisateur et sans bruit, il est possible de dissocier le code de ses versions décalées. Cependant, la valeur de l'autocorrélation est pour certains décalages presque égale au poids. En conséquence, la synchronisation sur le code peut être difficile en présence de bruit et d'autres utilisateurs. Ceci est un facteur limitatif par rapport aux codes OOC, pour lesquels on peut choisir une valeur d'autocorrélation minimale  $\lambda_a = 1$  afin de faciliter la synchronisation.

En ce qui concerne l'intercorrélation, il a été montré que sa valeur maximale est  $\lambda_c = 2$  [ 24 ]. Cependant, il faut une nouvelle fois considérer le cas particulier où l'un des codes considérés est le code  $c_0$ . Dans ce cas, on a  $\lambda_c = 1$ . Par exemple, la fonction d'intercorrélation du code  $c_0$  avec le code  $c_2$  est présentée sur la Figure I-12 :

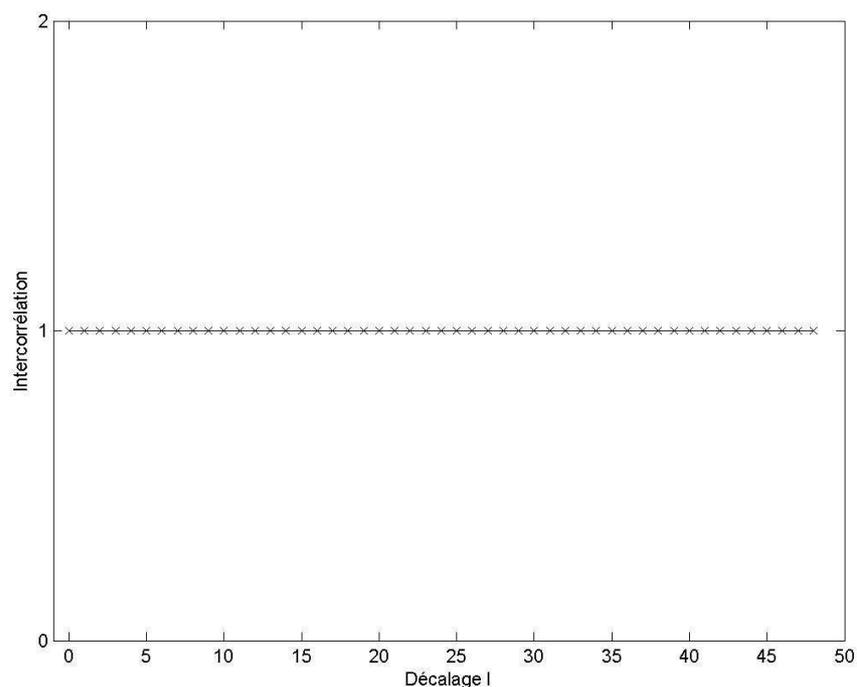


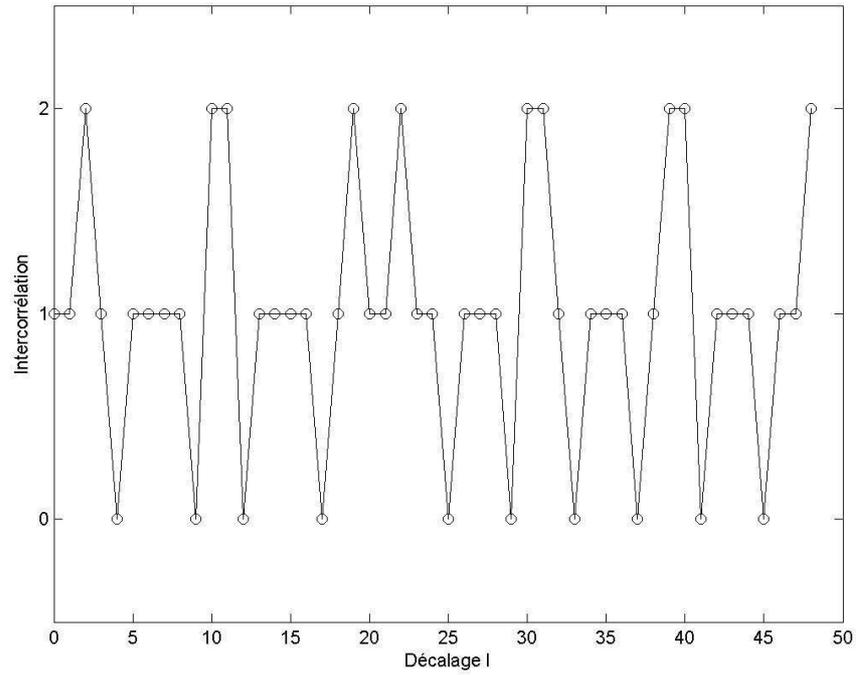
Figure I-12 : Intercorrélation du code  $c_0$  avec le code  $c_2$  de la famille PC(49,7)

On observe que, quelque soit le décalage, les deux codes ont une intercorrélacion égale à 1. Ceci signifie que les deux codes ont toujours un chip en commun. Cette propriété peut être vérifiée entre le code  $c_0$  et n'importe quel autre code de la famille, pour toutes les familles PC.

Ceci est dû à la construction des codes. En effet, les *Primes Sequences* définissent la position des chips unité dans chaque sous-partie du code. Or, excepté la séquence  $S_0$ , toutes les séquences sont composées de chiffres compris entre 0 et  $p-1$ , chacun n'étant répété qu'une seule fois. En conséquence, quel que soit le décalage (modulo  $p$ ), il existe toujours un chip à 1 qui se positionne sur le premier chip d'une sous-partie, et donc qui est en commun avec le chip de la sous-partie correspondante du code  $c_0$ .

En conséquence, il existe toujours un recouvrement entre le code  $c_0$  et les autres codes, quelque soit le décalage entre eux.

Par contre, lorsque des codes autres que  $c_0$  sont considérés, on obtient une distribution non-constante. Par exemple, la fonction d'intercorrélacion entre les codes  $c_1$  et  $c_2$  est présentée sur la Figure I-13 :

Figure I-13 : Intercorrélation du code  $c_1$  avec le code  $c_2$  de la famille PC(49,7)

On observe que selon le décalage introduit, les deux codes ont 0, 1 ou 2 chips en commun. On vérifie que l'intercorrélation est  $\lambda_c = 2$ . Ceci peut être vérifié pour les autres codes différents de  $c_0$ .

De plus, il a été montré [ 33 ] que, même en ne considérant pas  $c_0$ , la probabilité d'avoir 1 ou 2 chips en commun entre 2 codes dépend du choix des codes dans la famille. Néanmoins, en moyenne, sur l'ensemble des codes d'une famille PC( $p^2, p$ ), le nombre  $\bar{n}_i$  correspondant au nombre moyen de fois où il y a exactement  $i$  chips en commun entre 2 codes est donné par :

$$\bar{n}_2 = \frac{(p-2)(p+1)}{6} \quad (\text{I-11})$$

$$\bar{n}_1 + 2\bar{n}_2 = p^2 \quad (\text{I-12})$$

$$\bar{n}_0 + \bar{n}_1 + \bar{n}_2 = p^2 \quad (\text{I-13})$$

On en déduit ::

$$\bar{n}_2 = \bar{n}_0 = \frac{(p-2)(p+1)}{6} \quad (\text{I-14})$$

$$\bar{n}_1 = \frac{2p^2 + p + 2}{3} \quad (\text{I-15})$$

Donc la probabilité  $R_i$  qu'il y ait  $i$  chips en communs entre 2 codes PC de la famille est :  $R_i = \frac{\bar{n}_i}{p^2}$

$$R_2 = R_0 = \frac{(p-2)(p+1)}{6p^2} \quad (I-16)$$

$$R_1 = \frac{2p^2 + p + 2}{3p^2} \quad (I-17)$$

#### 4.2.2. Codage 1 dimension spectral

Dans le cas du codage spectral incohérent [ 34 ], un utilisateur émet un ensemble de plusieurs longueurs d'ondes simultanément. Ce type de codage est appelé « *Spectral Amplitude Coding* » (SAC) [ 35 ]-[ 37 ], car le codage est réalisé en amplitude sur plusieurs longueurs d'onde, par opposition à un codage réalisé sur la phase ou la polarisation de la lumière émise.

Le code correspond aux longueurs d'ondes mises en jeu dans l'émission d'une donnée '1'. Le motif de code peut être physiquement réalisé de 2 façons :

- avec un ensemble de lasers bande étroite, réalisant chaque composante spectrale du code
- avec un seul laser large bande, suivi d'un ensemble de filtres enlevant successivement une partie du spectre afin de ne laisser que les composantes constituant le code désiré.

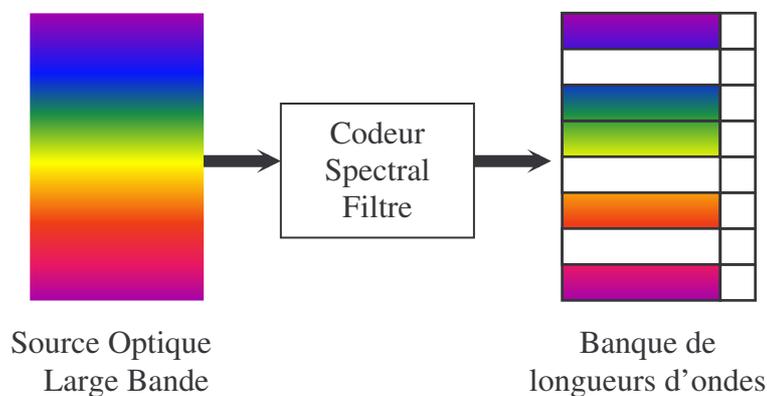


Figure I-14 : Exemple de codage spectral

En comparaison avec les codes temporels, les codes d'une famille doivent uniquement avoir de bonnes propriétés d'intercorrélations. En effet, il est impossible de confondre le code avec une version

de lui-même qui aurait subi une « rotation spectrale », car le code ne peut subir de « rotation spectrale ». Donc la contrainte d'autocorrélation n'a aucune signification physique.

En réception, un filtre identique à celui utilisé à l'émission est appliqué au signal reçu. La superposition des puissances présentes à chaque longueur d'onde du code conduit au choix de la donnée estimée en fonction de la valeur de la puissance cumulée.

Afin d'améliorer les performances, une détection différentielle peut être mise en place : le signal reçu est réparti sur 2 voies, la première réalisant une détection avec le code désiré, et la deuxième réalisant une détection avec le code complémentaire. Ceci permet, en utilisant des codes adaptés, de supprimer complètement l'IAM [ 38 ][ 39 ].

Les codes utilisés sont comme pour les codes temporels, soit des codes utilisés dans les communications CDMA en hertzien (par exemple : codes de Hadamart [ 40 ], m sequences [ 38 ]), soit des codes construits spécifiquement pour le CDMA optique spectral, dérivés des codes OOC [ 35 ], ou des PC [ 39 ].

Ces codes n'ayant pas été étudiés au cours de cette thèse, nous n'allons pas développer ces familles de codes.

### 4.2.3. Codage 2 dimensions

#### 4.2.3.1. *Présentation générale*

Dans le cas du codage en 2 Dimensions (2D), chaque utilisateur émet sur plusieurs longueurs d'onde, à des instants différents spécifiques à chaque longueur d'onde. L'intérêt de ce codage en 2 dimensions est d'effectuer à la fois un étalement en temporel et un étalement en longueur d'onde ou spectral, afin de permettre d'augmenter le nombre possible d'utilisateurs dans la famille.

D'autre part, ce type de codage permet de réduire les contraintes sur l'étalement temporel et l'étalement spectral. En effet, les différentes approches de codage en 1 Dimension ont chacune leurs propres limitations. La technique spectrale peut être limitée par le nombre de longueurs d'onde disponible et, le codage temporel est limité par la longueur des codes d'étalement. Il peut être intéressant de combiner les avantages des deux techniques en utilisant deux degrés de liberté.

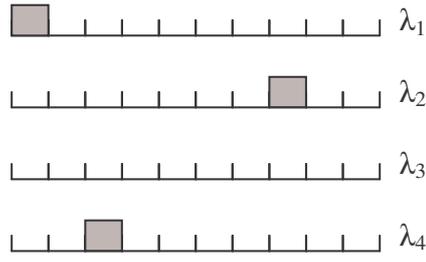


Figure I-15 : Exemple d'un code en 2D, avec une longueur temporelle de 10, et 4 longueurs d'onde

Contrairement au code spectral ou temporel, la difficulté consiste à réaliser la détection à la fois en temps et en longueur d'onde. La principale méthode utilisée est la détection des chips unité sur chaque longueur d'onde, de façon synchronisée afin de pouvoir sommer la puissance reçue sur chaque longueur d'onde. La donnée est finalement estimée en fonction de la valeur de la puissance cumulée.

#### 4.2.3.2. Présentation des codes

Par analogie aux codes OOC, un code en 2 dimensions est souvent présenté de la manière suivante  $(L \times F, W, \lambda_a, \lambda_c)$  avec :

$F$  : Longueur temporelle du code

$L$  : Longueur spectrale du code ou nombre de longueurs d'onde.

$W$  : Poids de Hamming du code.

$\lambda_a, \lambda_c$  : Contraintes d'auto et d'intercorrélacion.

Le code peut être représenté par une matrice de dimension  $(m, n)$ , avec  $m = L$  correspondant aux  $L$  longueurs d'onde, et  $n = F$  colonnes correspondant à l'étalement temporel  $F$ .

Les contraintes d'auto et d'intercorrélacion sont définies de la façon suivante :

$$|Z_{c_i, c_i}(l)| = \left| \sum_{m=1}^L \sum_{j=1}^F c_{i,(m,j)} c_{i,(m,j+l)} \right| = \begin{cases} W & \text{pour } l = 0 \\ \leq \lambda_a & \text{pour } 1 \leq l \leq F-1 \end{cases} \quad (\text{I-18})$$

et

$$|Z_{c_i, c_k}(l)| = \left| \sum_{m=1}^L \sum_{j=1}^F c_{i,(m,j)} c_{k,(m,j+l)} \right| \leq \lambda_c \quad \text{pour } 0 \leq l \leq F-1 \quad (\text{I-19})$$

Avec  $c_{i,(m,j)}$  l'élément de la  $m^{\text{ième}}$  ligne,  $j^{\text{ième}}$  colonne de la matrice de code  $c_i$ .

On considère (comme en une dimension) les codes 2D tels que  $\lambda_a = \lambda_c = 1$  pour se placer dans les conditions optimales de performances.

#### 4.2.3.3. Familles de codes 2D

Le codage 2D est basé sur les séquences de codes obtenues en 1 Dimension [ 41 ]-[ 43 ]. En conséquence, de nombreuses sortes de codes peuvent être générées, si on combine toutes les possibilités de génération 1D pour l'étalement temporel et l'étalement spectral.

Le but de ces études est d'obtenir des codes avec une grande cardinalité, pour un nombre minimal de longueurs d'onde et de longueur du code temporel, tout en respectant les contraintes minimales d'auto et d'intercorrélacion. Dans ces codes, il n'y a qu'un seul chip au maximum à '1' par longueur d'onde.

Des travaux récents proposent de nouvelles familles de codes 2D avec plusieurs chips par longueur d'onde ou par colonne qui améliorent l'efficacité spectrale et la cardinalité par rapport aux autres familles [ 42 ][ 43 ].

Dans ce rapport de thèse, nous étudierons uniquement une méthode de construction basée sur le double étalement OOC/OOC : les MWOOC (*Multi-Wavelength Optical Orthogonal Codes*) ( $L \times F, W, 1, 1$ ).

#### 4.2.3.4. Construction de codes 2D MWOOC( $F \times F, W, 1, 1$ )

La construction de codes MWOOC est détaillée dans [ 41 ]. La première étape consiste à générer toutes les séquences de codes présentes dans un code OOC ( $F, W, 1, 1$ ). On obtient donc  $N = N_{OOC}$  séquences de codes position de longueur  $F$  et de poids  $W$  sous la forme :

$$c_i = [a_{i,0}, a_{i,1}, \dots, a_{i,j}, \dots, a_{i,W-1}] \text{ avec } i \in [0, N_{OOC} - 1]$$

Puis, on détermine les positions des chips unité dans les matrices du code 2D de la manière suivante :

$$\left\{ \left( a_{i,0} + k \pmod{F}, j \times a_{i,0} \pmod{F} \right), \right. \\ \left. \left( a_{i,1} + k \pmod{F}, j \times a_{i,1} \pmod{F} \right), \right. \\ \dots \\ \left. \left( a_{i,W-1} + k \pmod{F}, j \times a_{i,W-1} \pmod{F} \right) \right\} \quad (\text{I-20})$$

Avec  $i \in [0, N_{OOC} - 1]$ ,  $j \in [0, F - 1]$ ,  $k \in [0, F - 1]$ .

Nous obtenons pour chaque code 1D  $c_i$ ,  $F^2$  couples de points  $(v, h)$  pour chaque utilisateur 1D, où  $v$  représente l'indice de la longueur d'onde à émettre et  $h$  la position temporelle du chip. En conséquence,  $N_{OOC} \times F^2$  codes 2D sont générés.

On peut ajouter à ces matrices, celles qui sont constituées des  $N_{OOC}$  séquences de codes émises à chaque longueur d'onde (OCDMA+WDMA).

Cependant, le fait de rajouter les  $N_{OOC}$  séquences de code sur chaque longueur d'onde altère les performances. En conséquence, nous considérerons des familles de codes MWOOC  $((L = F) \times F, W, 1, 1)$  où seulement un code a été rajouté par longueur d'onde. Dans ce cas, la cardinalité d'une telle famille est :

$$N_{MWOOC} = F(N_{OOC} \times F + 1) \quad (\text{I-21})$$

De plus, il a été montré [ 26 ] que la probabilité moyenne de recouvrement entre deux codes MWOOC  $(F \times F, W, 1, 1)$  est

$$\boxed{R = \frac{W^2}{F^2}} \quad (\text{I-22})$$

#### 4.2.3.5. Comparaison des cardinalités des codes OOC et MWOOC

Dans les tableaux suivants, nous présentons les cardinalités maximales possibles pour trois types de codage qui ont le même nombre de chips :

- OOC  $(F^2, W, 1, 1)$  : dans ce cas  $N = N_{OOC}(F^2, W, 1, 1)$
- OOC  $(F, W, 1, 1)$  multiplexé sur  $F$  longueurs d'onde (WDMA+OCDMA), dans ce cas :
$$N = N_{OOC}(F, W, 1, 1) * F \quad (\text{I-23})$$

- MWOOC  $(F \times F, W, 1, 1)$  : dans ce cas :
$$N = F(N_{OOC}(F, W, 1, 1) \times F + 1) \quad (\text{I-24})$$

Cette comparaison est effectuée sur le Tableau I-1 pour différentes valeurs de  $F$  et pour  $W=3$ .

F	7	11	13	19	37
$N_{OOC(F^2,3,1,1)} : (I-4)$	8	20	28	60	228
$N_{OCDMA+WDMA} = N_{OOC} * F (I-23)$	7	11	26	57	222
$N_{MWOOC(F \times F, 3, 1, 1)} : (I-24)$	56	132	351	1102	8251

Tableau I-1 : Cardinalités de différents codes 1D et 2D, de mêmes dimensions, pour  $W=3$ .

On vérifie comme prévu que les codes MWOOC ( $(L = F) \times F, W, 1, 1$ ) permettent d'obtenir un nombre d'utilisateurs plus élevé que les deux autres méthodes de codage.

Cependant, cette construction nous impose de disposer d'un nombre de longueurs d'onde égal à l'étalement temporel. Or, nous allons montrer dans le chapitre suivant que pour obtenir de bonnes performances, il faut une longueur de code grande. Donc, pour  $L = F$ , cela induit un étalement spectral important, rendant le système plus sensible au bruit interférométrique. En conséquence, une méthode de construction de codes MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) tels que  $L \ll F$ , basée sur la construction des MWOOC précédemment présentée a été développée [ 41 ].

#### 4.2.3.6. Construction des codes MWOOC ( $L \times F, W, 1, 1$ )

Le principe de cette méthode consiste :

- à construire avec la précédente méthode les codes MWOOC( $F \times F, W, 1, 1$ ),
- à conserver en fonction des codes obtenus, les  $L$  longueurs d'onde qui permettent de maintenir le maximum de codes. Comme les MWOOC( $F \times F, W, 1, 1$ ) possèdent au maximum 1 chip unité par longueur d'onde, et que le code doit en contenir  $W$  au total, le nombre minimal de longueurs d'onde est  $L = W$ .

L'optimisation de la sélection des longueurs d'onde (détaillée dans [ 41 ]), est basée sur un algorithme itératif :

- on sélectionne tout d'abord un jeu de  $W$  longueurs d'onde, permettant d'avoir au moins un code,
- on sélectionne une première longueur d'onde qui permet d'obtenir un maximum de codes avec les  $W + 1$  longueurs d'onde obtenues
- on sélectionne une deuxième longueur d'onde qui permet d'obtenir un maximum de codes avec les  $W + 2$  longueurs d'onde obtenues

- ... jusqu'à obtenir un jeu de  $L$  longueurs d'onde.

Un fois le jeu de longueurs d'onde connu, on ne conserve que les codes de la famille  $MWOOC(F \times F, W, 1, 1)$  dont tous les chips unités sont sur les longueurs d'onde sélectionnées.

Le code a un nombre minimal de longueurs d'onde pour  $L = W$ , donc nous considérerons à partir de maintenant que les codes  $MWOOC(W \times F, W, 1, 1)$ . Il a été montré dans [ 41 ] que la cardinalité de la famille  $MWOOC(W \times F, W, 1, 1)$  est :

$$\boxed{N_{MWOOC(W \times F, W, 1, 1)} = F + W} \quad (I-25)$$

La méthode de construction impose une longueur temporelle  $F$  minimale, pour obtenir un nombre donné d'utilisateurs  $N$  dans une famille  $MWOOC(W \times F, W, 1, 1)$ . Cette longueur temporelle minimale est due à plusieurs conditions :

- (a) la construction étant basée sur des codes 1D de type OOC, il est nécessaire d'avoir au moins une séquence 1D. La relation (I-4) doit être égale à 1, c'est à dire :  $F=L(L-1)+1$
- (b) pour une valeur de  $N$ , on doit respecter la relation (I-25) donc :  $F=N-L$
- (c)  $F$  est un nombre premier
- (d) le code OOC utilisé pour la génération doit posséder des contraintes d'auto et d'inter corrélation unitaires.

Pour illustrer l'application successive de ces différentes conditions pour le calcul de la longueur temporelle d'un code 2D, un exemple est présenté sur le tableau I pour  $N = 32$  :

		$L$					
		3	4	5	6	7	8
$F$	(a)	7	13	21	31	43	57
	(b)	29	28	27	31	43	57
	(c)	29	29	29	31	43	59
	(d)	29	29	29	31	53	67

Tableau I-2 : Etapes de calcul de la longueur minimale  $F$  d'un code  $MWOOC(L \times F, W=L, 1, 1)$  pour  $N=32$

De plus, la nouvelle probabilité de recouvrement de la famille de codes MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) est, si on ne considère pas les codes portés par une seule longueur d'onde :

$$\boxed{R = \frac{W^2}{L \times F}} \quad (\text{I-26})$$

En effet, les codes 2D MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) (autres que ceux portés par une seule longueur d'onde) ont au maximum 1 chip à '1' par longueur d'onde. Donc, la probabilité que 2 codes aient un

chip sur la même longueur d'onde est :  $\frac{W^2}{L}$ . De plus, pour 2 codes ayant un chip sur la même

longueur d'onde, la probabilité que ces chips coïncident temporellement est  $\frac{1}{F}$ . Donc la probabilité

de recouvrement entre 2 codes MWOOC ( $L \times F, W, 1, 1$ ) est  $\frac{W^2}{L \times F}$ .

### 4.3. Conclusion

Parmi les différentes techniques d'accès multiple, il a été montré que la technique CDMA permet, en affectant un code à chaque utilisateur, de sécuriser les informations transmises, et de réduire l'impact du bruit. Cette technique est envisagée pour les réseaux d'accès optiques afin d'utiliser au mieux la bande passante fournie par la fibre optique.

Elle est particulièrement envisagée pour les futurs réseaux d'accès haut débit. Cependant, pour que cette technique puisse être déployée dans le réseau d'accès PON, le coût de la liaison doit être faible. La solution à laquelle nous nous sommes intéressés est basée sur un système optique incohérent utilisant un codage temporel.

Il existe différents types de codes temporels applicables aux CDMA optiques incohérents. Leur particularité est qu'ils sont constitués d'impulsions à '0' et '1' contrairement aux codes du CDMA hertzien. L'enjeu est donc, puisqu'ils ne sont pas strictement orthogonaux, de chercher des codes avec la plus grande capacité et les meilleures propriétés de corrélation. Nous avons principalement étudié les codes 1D OOC, car ce sont les codes de références, et qu'ils possèdent les meilleures propriétés d'auto et d'intercorrélation ( $\lambda_a = \lambda_c = 1$ ). De plus, nous nous sommes aussi intéressés aux codes 1D PC, car ils permettent d'avoir une plus grande cardinalité que les OOC, pour une longueur temporelle plus faible.

Puis nous avons abordé les codes 2D MWOOC( $W \times F, W, 1, 1$ ), car ils permettent d'avoir à la fois des propriétés d'auto et d'intercorrélations minimales  $\lambda_a = \lambda_c = 1$ , et une grande cardinalité.

Dans le chapitre II, nous allons présenter les performances de ces codes lorsque le récepteur est un récepteur mono-utilisateur.

# CHAPITRE II



<b>CHAPITRE II. DETECTION MONO UTILISATEUR .....</b>	<b>53</b>
1. INTRODUCTION .....	55
2. RECEPTEUR CONVENTIONNEL PAR CORRELATION .....	56
2.1. <i>Présentation</i> .....	56
2.2. <i>Variable décisionnelle</i> .....	57
2.3. <i>Probabilité d'erreur du CCR</i> .....	59
2.3.1. Probabilité d'erreur du CCR pour des codes tels que $\lambda_c=1$ .....	59
2.3.1.1. Application aux OOC(F,W,1,1) .....	60
2.3.1.2. Application aux MWOOC(L×F,W,1,1) .....	60
2.3.2. Probabilité d'erreur du CCR pour des codes tels que $\lambda_c=2$ .....	60
2.3.2.1. Application aux PC(P <sup>2</sup> ,P,1,1) .....	62
2.4. <i>Performances</i> .....	62
2.4.1. Performances des OOC(F,W,1,1) .....	62
2.4.2. Performances des MWOOC(L×F,W,1,1) .....	69
2.4.3. Performances des PC(P <sup>2</sup> ,P).....	72
2.4.4. Conclusion .....	76
3. RECEPTEUR CONVENTIONNEL AVEC LIMITEUR.....	77
3.1. <i>Présentation</i> .....	77
3.2. <i>Probabilité d'erreur du HL+CCR</i> .....	79
3.2.1. Probabilité d'erreur du HL+CCR pour des codes tels que $\lambda_c=1$ .....	79
3.2.1.1. Application aux OOC(F,W,1,1) .....	80
3.2.1.2. Application aux MWOOC(L×F,W,1,1) .....	81
3.2.2. Probabilité d'erreur du CCR pour des codes tels que $\lambda_c>1$ .....	81
3.2.2.1. Application aux PC(P <sup>2</sup> ,P,1,1) .....	81
3.3. <i>Performances</i> .....	82
3.3.1. Performances des OOC(F,W,1,1) .....	82
4. DOUBLE HARD LIMITER.....	87
5. CHIP LEVEL RECEIVER.....	89
6. DETECTION AVEUGLE.....	90
7. CONCLUSION.....	90

## Liste des figures

Figure II-1 : Codeur et décodeur basé sur un système de lignes à retard .....	53
Figure II-2 : Interférence dans le cas synchrone et asynchrone.....	55
Figure II-3 : Récepteur Conventionnel de l'utilisateur 1 .....	56
Figure II-4 : TEB d'un code OOC(121,3,1,1) avec N=20 utilisateurs en fonction du seuil de décision .....	63
Figure II-5 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC(F,7,1,1) avec N=20 utilisateurs, et un seuil optimal S=7 .....	65
Figure II-6 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC(1000,W,1,1) avec N=20 utilisateurs, pour S=4 et S=W.....	66
Figure II-7 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC (1000,7,1,1) avec N utilisateurs, pour S=7 .....	67
Figure II-8 : Longueur minimale requise d'un OOC(F,W,1,1) pour avoir un TEB fixé pour N=32 utilisateurs, pour un seuil optimal S=W.....	68
Figure II-9 : Performances simulées et théoriques du CCR pour un code MWOOC(5×29,5,1,1) pour N utilisateurs .....	70
Figure II-10 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code MWOOC(L×64,5,1,1) avec 20 utilisateurs, pour un seuil optimal S=5 .....	71
Figure II-11 : Longueur minimale requise d'un MWOOC(W×F,W,1,1) pour avoir un TEB fixé pour N=32 utilisateurs, avec un CCR ayant un seuil optimal S=W.....	72
Figure II-12 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code PC(49,7) avec N=7 utilisateurs en fonction du seuil de décision.....	73
Figure II-13 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code PC(P <sup>2</sup> ,P) avec P utilisateurs, pour un seuil optimal S=P.....	74
Figure II-14 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code PC(529,23) pour S=23, en fonction du nombre d'utilisateurs.....	75
Figure II-15 : Effet du Hard Limiter sur un exemple de signal reçu .....	77
Figure II-16 : Exemple de détection d'un signal reçu avec un CCR et un HL+CCR.....	78
Figure II-17 : TEB d'un code OOC(121,3,1,1) avec N=20 utilisateurs en fonction du seuil de décision .....	82
Figure II-19 : TEB des codes OOC(F,7,1,1) avec N=20 utilisateurs, pour un seuil optimal S=7 .....	84
Figure II-20 : TEB des codes OOC(1000,W,1,1) avec N=20 utilisateurs, pour S=W.....	84
Figure II-21 : TEB des codes OOC(1000,7,1,1) avec N utilisateurs, pour un seuil optimal S=7.....	85
Figure II-22 : Longueur minimale d'un OOC requise pour avoir un TEB fixé pour N=32 utilisateurs, pour un seuil optimal S=W .....	86
Figure II-23 : Structure du Double Hard limiter.....	88
Figure II-24 : Principe de fonctionnement du <i>Double Hard Limiter</i> .....	88

Liste des tableaux

Tableau II-1 : Comparaison des codes optimaux OOC et MWOCC pour un CCR.....	72
Tableau II-2 : Codes optimaux du CCR pour une performance visée .....	76
Tableau II-3 : Comparaison des codes OOC optimaux du CCR et HL+CCR.....	86



## Chapitre II. DETECTION MONO UTILISATEUR

Le récepteur est une partie critique, car selon sa structure et son adéquation aux codes considérés, il va conditionner les performances du système. De nombreuses études ont portées sur la structure du récepteur, afin d'évaluer celui qui permettrait d'obtenir les meilleures performances [ 44 ].

Au niveau de la réception, le décodage le plus simple consiste à multiplier le signal reçu par le code de l'utilisateur dont on souhaite décoder les données, puis on intègre le résultat pour le comparer à un seuil de détection. Il peut être réalisé de deux façons, comme pour l'émission :

- optiquement : le signal reçu est, par exemple, réparti sur un jeu de lignes à retard, qui regroupe les chips unité du signal à la fin du temps bit (Figure II-1). Puis, la puissance optique est comparée au seuil de décision. Le même principe peut être réalisé avec des réseaux de Bragg à la place des lignes à retard [ 16 ]. D'autres structures « tout-optique » ont été proposées pour réduire l'interférence apportée par les autres utilisateurs [ 44 ]-[ 49 ]
- électriquement, après une conversion du signal optique reçu en signal électrique. Dans le cas d'un décodage électrique, la détection à seuil n'est pas l'unique possibilité. On peut également utiliser des techniques de traitement du signal, comme la détection multi-utilisateur, ou l'annulation d'interférence. L'autre avantage des récepteurs électriques est leur faible coût comparé aux récepteurs optiques, ainsi que leur reconfigurabilité.

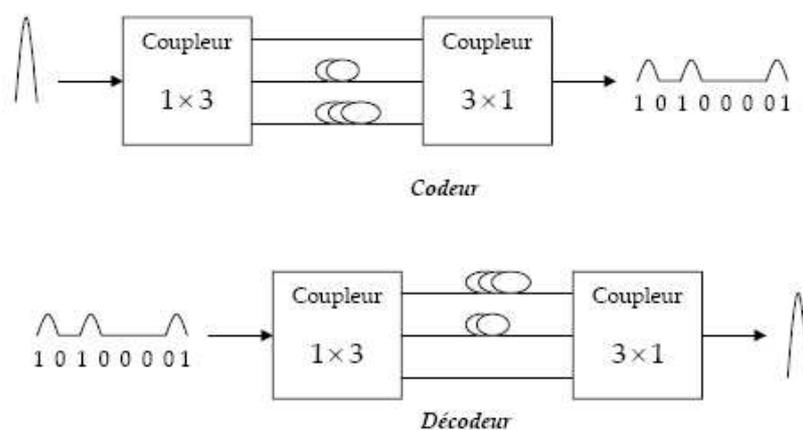


Figure II-1 : Codeur et décodeur basé sur un système de lignes à retard

Comme nous visons un système bas coût, nous considérons que les fonctions de décodage sont réalisées électriquement, après conversion optique-électrique. Nous allons donc nous intéresser au principe de fonctionnement des décodeurs et non à leur réalisation pratique.

Cependant, l'utilisation de décodeurs électriques introduit une limitation supplémentaire au système. En effet, ces décodeurs sont limités par la bande passante de l'électronique. Or le débit des informations à traiter est le débit de chips, qui correspond au débit binaire multiplié par la longueur temporelle du code utilisé. En conséquence, pour une bande passante donnée, plus la longueur du code est petite, plus le débit de données par utilisateurs est grand. Il est donc capital de choisir des codes avec une longueur d'étalement la plus faible possible.

Nous allons donc étudier différentes structures de récepteurs et comparer leur efficacité en terme de nombre d'utilisateurs pouvant communiquer simultanément avec un Taux d'Erreur Binaire (TEB) visé, et avec la plus petite longueur temporelle possible.

Parmi les principaux récepteurs envisagés pour le CDMA optique, on peut distinguer différents types :

- les récepteurs mono-utilisateurs, pour lesquels seule la connaissance du code de l'utilisateur désiré est nécessaire. Pour ces récepteurs, l'interférence générée par les autres utilisateurs n'est pas prise en compte et est considérée comme du bruit. Comme cette interférence augmente de façon significative avec le nombre d'utilisateurs actifs, ces récepteurs réalisent de nombreuses erreurs dans un réseau chargé.
- les récepteurs multi-utilisateurs, pour lesquels la connaissance des codes des autres utilisateurs est nécessaire. Ces récepteurs sont plus complexes que les récepteurs mono-utilisateurs. Ils utilisent la connaissance des codes des utilisateurs non-désirés pour estimer de façon plus fiable l'utilisateur désiré. En conséquence, ils permettent l'obtention de meilleures performances.

Dans ce chapitre, nous présentons les principaux récepteurs mono-utilisateurs étudiés pour le OCDMA. Comme les performances d'un récepteur dépendent du signal reçu, nous commençons par exprimer le signal reçu, avant de nous intéresser aux récepteurs.

### 1. Introduction

Nous allons considérer dans les chapitres II et III, que les éléments du domaine optique sont idéaux. Dans ce cas, le signal reçu à l'entrée du récepteur est composé uniquement des signaux de chacun des utilisateurs actifs :

$$r(t) = \sum_{k=1}^N s_k(t - \tau_k) \tag{II-1}$$

où  $r(t)$  représente le signal reçu

et  $s_k(t - \tau_k)$  est le signal émis par l'utilisateur # $k$ .

On se place dans le cas synchrone ( $\tau_k = 0$ ) qui permet d'évaluer la borne supérieure des performances d'un système asynchrone. En effet, la seule limitation dans le cas sans bruit, est l'Interférence d'Accès Multiple (IAM). Or l'IAM est maximale lorsque les utilisateurs du réseau sont synchronisés en temps chip. En effet, lorsque les chips sont synchrones, et qu'un utilisateur non-désiré interfère sur l'utilisateur désiré, toute la puissance optique comprise dans le chip interfèrent de l'utilisateur non-désiré est prise en compte dans la détection de l'utilisateur désiré. A l'inverse, lorsque les chips ne sont pas synchrones, il n'y a qu'une partie de la puissance qui est prise en compte, donc l'interférence engendrée est moins importante. Ceci est illustré sur la Figure II-2.

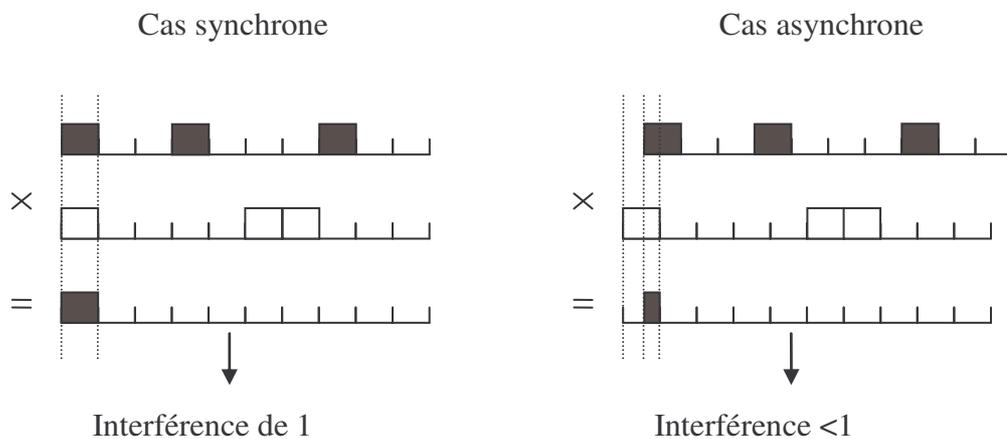


Figure II-2 : Interférence dans le cas synchrone et asynchrone

On considère donc que le signal émis par l'utilisateur # $k$  est :

$$s_k(t) = b_k(t)c_k(t) \tag{II-2}$$

où  $b_k(t)$  est l'ensemble des données envoyées au cours du temps, et  $c_k(t)$  le code de l'utilisateur # $k$ .

D'où :

$$r(t) = \sum_{k=1}^N b_k(t)c_k(t) \quad (\text{II-3})$$

Pour simplifier l'écriture, nous considérerons l'envoi du  $i^{\text{ème}}$  bit de donnée, donc  $b_k(t) = b_i^{(k)}$ .

## 2. Récepteur Conventionnel par Corrélation

### 2.1. Présentation

Le récepteur conventionnel par corrélation CCR (*Conventional Correlation Receiver*) est le récepteur le plus simple d'une chaîne DS-OCDMA [ 21 ]. Il estime la puissance présente dans les chips unité du code, pour la comparer au seuil de décision. Il est composé de 3 fonctions :

- multiplication du signal reçu par le code de l'utilisateur désiré. Cette étape, équivalente à la réalisation d'un masque entre le signal reçu et la séquence de code, permet de ne conserver que la puissance présente dans les chips unité du code,
- intégration du signal obtenu sur le temps bit : cette étape évalue la puissance totale présente sur le signal précédemment obtenu, pendant l'intervalle d'un temps bit. Cette étape fournit la valeur de la variable décisionnelle.
- prise de décision par comparaison à un seuil : la comparaison de la variable décisionnelle avec le seuil de décision permet d'obtenir la donnée estimée.

Le schéma du CCR associé à l'utilisateur #1 est présenté dans la Figure II-3.

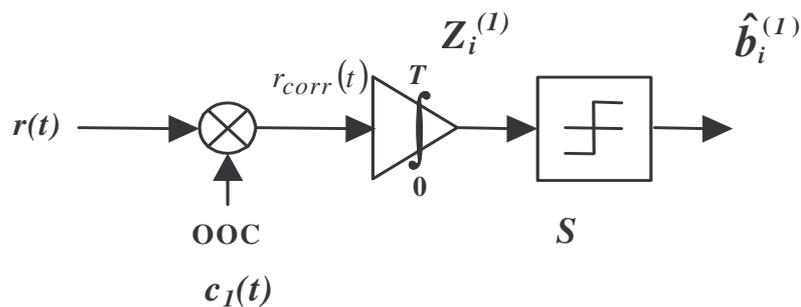


Figure II-3 : Récepteur Conventionnel de l'utilisateur 1

D'un point de vue mathématique, les opérations successives se traduisent par les expressions suivantes :

- la multiplication du signal reçu par le code de l'utilisateur désiré donne :

$$\begin{aligned}
r_{corr}(t) &= r(t).c_1(t) \\
&= \left( \sum_{k=1}^N b_i^{(k)}.c_k(t) \right).c_1(t) \\
&= b_1(t).c_1^2(t) + \sum_{k=2}^N b_i^{(k)}.c_k(t).c_1(t)
\end{aligned} \tag{II-4}$$

- l'intégration du signal obtenu fournit la variable décisionnelle  $Z_i^{(1)}$  du  $i^{\text{ième}}$  bit de donnée de l'utilisateur #1 de la forme :

$$\begin{aligned}
Z_i^{(1)} &= \int_0^{T_b} b_i^{(1)}.c_1(t)dt + \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt \\
&= W.b_i^{(1)} + \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt
\end{aligned} \tag{II-5}$$

- la prise de décision par comparaison à un seuil  $S$  suit la règle de décodage suivante :

$$\begin{cases} \text{si } Z_i^{(1)} \geq S & \Rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 1 \\ \text{si } Z_i^{(1)} < S & \Rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 0 \end{cases} \tag{II-6}$$

## 2.2. Variable décisionnelle

Pour déterminer la probabilité d'erreur du CCR [ 21 ], il faut analyser l'expression de la variable décisionnelle. Considérons la variable décisionnelle  $Z_i^{(1)}$  du  $i^{\text{ième}}$  bit de donnée  $b_i^{(1)}$  de l'utilisateur #1 :

$$Z_i^{(1)} = W.b_i^{(1)} + \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt \tag{II-7}$$

Le premier terme  $W.b_i^{(1)}$  correspond à la contribution de l'utilisateur désiré. Elle est nulle si l'utilisateur a envoyé  $b_i^{(1)} = 0$ , et égale au poids  $W$  si l'utilisateur a envoyé  $b_i^{(1)} = 1$ .

Le deuxième terme  $I_1 = \sum_{k=2}^N b_i^{(k)} \int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt$  correspond à l'interférence due aux autres

utilisateurs : c'est l'Interférence d'Accès Multiple (IAM). Il peut s'écrire  $I_1 = \sum_{k=2}^N I_k^{(1)}$ .

Le terme d'interférence  $I_k^{(1)}$  de l'utilisateur non-désiré # $k$  sur l'utilisateur désiré #1, dépend :

- de la donnée émise  $b_i^{(k)}$
- de l'intercorrélation entre le code de l'utilisateur désiré  $c_1(t)$  et celui de l'utilisateur non désiré  $c_k(t)$ .

Si  $b_i^{(k)} = 1$ , alors  $I_k^{(1)} = \int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt$ . Comme  $\int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt$  est une grandeur positive ou nulle, le terme d'interférence est positif ou nul, et sera au plus égal à la valeur maximale d'intercorrélation. Si l'intercorrélation  $\int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt$  est non nulle, on dira que l'utilisateur #k est « interférent ».

Sinon  $I_k^{(1)} = 0$ .

Comme chaque terme d'interférence prend des valeurs positives ou nulles, le terme d'IAM  $I_1$  a une valeur positive ou nulle.

En conséquence :

- si  $b_i^{(1)} = 1$ , alors la variable décisionnelle s'écrit  $Z_i^{(1)} = W + I_1$  avec  $I_1 \geq 0$ . Donc :  $Z_i^{(1)} \geq W$ . Si  $S \leq W$ , d'après la règle de décodage, on ne peut pas faire d'erreur de décision sur  $\hat{b}_i^{(1)}$  lorsque  $b_i^{(1)} = 1$ .
- si  $b_i^{(1)} = 0$ , alors la variable décisionnelle s'écrit  $Z_i^{(1)} = I_1$  avec  $I_1 \geq 0$ . Donc  $Z_i^{(1)} \geq 0$ . Si  $Z_i^{(1)} = I_1 \geq S$ , on peut faire une erreur sur  $\hat{b}_i^{(1)}$ , mais on en fera d'autant moins que la valeur du seuil S est grande.

D'autre part, le récepteur doit parfaitement décoder les données d'un seul utilisateur dans la chaîne de transmission. Donc, dans le cas sans bruit, il faut que :

- $S \leq W$  pour détecter correctement un '1'
- $S > 0$  pour détecter correctement un '0'

Donc, il faut que  $0 < S \leq W$ . D'après l'analyse précédente, cela signifie que, quelque soit le nombre d'utilisateurs actifs, une donnée '1' sera toujours correctement détectée. Pour diminuer au maximum le nombre d'erreurs sur un '0', et donc obtenir la plus faible probabilité d'erreur possible, le seuil optimal sera le plus élevé possible donc :

$$\boxed{S_{optCCR} = W} \quad (II-8)$$

### 2.3. Probabilité d'erreur du CCR

#### 2.3.1. Probabilité d'erreur du CCR pour des codes tels que $\lambda_c=1$

On considère un système OCDMA avec  $N$  utilisateurs actifs. Nous considérons un CCR dont le seuil est  $S$  tel que  $0 < S \leq W$ . Le calcul de la probabilité d'erreur a été mené dans [ 21 ] et nous le redémontrons complètement dans l'annexe A.

D'une manière générale, la probabilité d'erreur s'écrit :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{II-9})$$

Nous avons montré au paragraphe précédent que, pour un système OCDMA, la probabilité d'erreur sur un '1' est nulle. Donc  $P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) = 0$ . D'où :

$$\begin{aligned} P_{eCCR} &= \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) \\ &= \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} \geq S / b_i^{(1)} = 0) \\ &= \frac{1}{2} P(I_1 \geq S) \end{aligned} \quad (\text{II-10})$$

Le terme d'interférence  $I_1$  est la somme de  $N - 1$  variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées  $I_k^{(1)}$  telles que :  $I_k^{(1)} = b_i^{(k)} \int_0^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) dt$ . Nous redémontrons en annexe A que  $I_k^{(1)}$  ne peut prendre que les valeurs :

- 0 avec la probabilité  $\left(1 - \frac{R}{2}\right)$
- '1' avec la probabilité  $\frac{R}{2}$ .

Donc  $I_1$  suit une loi binomiale, comme montré dans l'annexe A et on a :

$$P(I_1 = i) = Q_1\left(t = i, T = N - 1, q = \frac{R}{2}\right) = C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i}. \quad (\text{II-11})$$

Il y a une erreur si  $I_1 \geq S$ . Comme la valeur maximale de l'interférence est  $N - 1$ , il y a une erreur

pour  $S \leq I_1 \leq N - 1$ , d'où :  $P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{i=S}^{N-1} P(I_1 = i)$ .

Finalement, on obtient la probabilité d'erreur du CCR pour un code dont l'intercorrélacion maximale est 1 :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{i=S}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} \quad (\text{II-12})$$

avec  $R$  la probabilité d'avoir 1 chip en commun entre 2 codes

On peut remarquer que, si  $N-1 < S$ , c'est-à-dire, si  $N \leq S$ , alors il n'y a pas de termes dans la sommation, donc la probabilité d'erreur est nulle.

### 2.3.1.1. Application aux OOC( $F, W, 1, 1$ )

Pour les codes OOC( $F, W, 1, 1$ ), on a  $R = \frac{W^2}{F}$ .

La probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC( $F, W, 1, 1$ ) :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{i=S}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{W^2}{2F}\right)^i \left(1 - \frac{W^2}{2F}\right)^{N-1-i} \quad (\text{II-13})$$

### 2.3.1.2. Application aux MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ )

Pour les codes MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ), si on ne considère pas les codes portés par une seule longueur d'onde, la probabilité de recouvrement est :  $R = \frac{W^2}{L \times F}$ .

Donc, la probabilité d'erreur du CCR pour un code MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{i=S}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{W^2}{2L \times F}\right)^i \left(1 - \frac{W^2}{2L \times F}\right)^{N-1-i} \quad (\text{II-14})$$

### 2.3.2. Probabilité d'erreur du CCR pour des codes tels que $\lambda_c=2$

On considère un système OCDMA avec  $N$  utilisateurs actifs. Nous considérons un CCR dont le seuil est  $S$  tel que  $0 < S \leq W$ . Le calcul de la probabilité d'erreur a été mené dans [ 23 ] pour des OOC tels que  $\lambda_c=2$ , et dans [ 24 ] pour les PC.

Comme pour le cas  $\lambda_c=1$ , la probabilité d'erreur s'écrit :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) = \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} \geq S / b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{II-15})$$

car la probabilité d'erreur sur une donnée émise '1' est nulle pour  $S \leq W$ .

En considérant  $Z_i^{(1)} = Wb_i^{(1)} + I_1$  et  $b_i^{(1)} = 0$ , on obtient :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} P(I_1 \geq S) \quad (\text{II-16})$$

$$\text{Avec } I_1 = \sum_{k=2}^{N-1} I_k^{(1)}$$

Le terme d'interférence  $I_1$  est la somme de  $N - 1$  variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées  $I_k^{(1)}$ . Nous redémontrons en annexe B que  $I_k^{(1)}$  ne peut prendre que les valeurs :

- 0 avec la probabilité  $\left(1 - \frac{R_1}{2} - \frac{R_2}{2}\right)$
- 1 avec la probabilité  $\frac{R_1}{2}$
- 2 avec la probabilité  $\frac{R_2}{2}$

où  $R_1$  est la probabilité d'avoir 1 chip en commun entre 2 codes, et  $R_2$  est la probabilité d'avoir 2 chips en commun entre 2 codes

Donc la probabilité  $Q_2(t_1 = i_1, t_2 = i_2, T = N - 1, q_1 = \frac{R_1}{2}, q_2 = \frac{R_2}{2})$  (cf Annexe B) que exactement  $t_1 = i_1$  individus identiques parmi  $T = N - 1$  vérifient simultanément une propriété 1, en sachant que chacun d'eux vérifie la propriété 1 avec une probabilité  $q_1$ , et que exactement  $t_2 = i_2$  autres individus identiques vérifient simultanément une propriété 2, en sachant que chacun d'eux vérifie la propriété 2 avec une probabilité  $q_2$ , est :

$$\begin{aligned} P(i_1, i_2) &= Q_2(t_1 = i_1, t_2 = i_2, T = N - 1, q_1 = \frac{R_1}{2}, q_2 = \frac{R_2}{2}) \\ &= C_{N-1}^{i_1} C_{N-1-i_1}^{i_2} \left(\frac{R_1}{2}\right)^{i_1} \left(\frac{R_2}{2}\right)^{i_2} \left(1 - \frac{R_1}{2} - \frac{R_2}{2}\right)^{N-1-i_1-i_2} \end{aligned} \quad (\text{II-17})$$

Il y a une erreur si  $P_{eCCR} = \frac{1}{2} P(I_1 \geq S)$ , donc il y a une erreur si le terme d'interférence est supérieur au seuil  $S$ , c'est-à-dire si  $I_1 = i_1 + 2i_2 \geq S$ .

De plus, comme il y a au maximum  $N - 1$  utilisateurs non-désirés, il faut que  $i_1 + i_2 \leq N - 1$ .

La probabilité d'erreur est obtenue en réalisant la somme sur les valeurs de  $i_1$  et  $i_2$  qui vérifient  $i_1 + 2i_2 \geq S$  et  $i_1 + i_2 \leq N - 1$ . D'où :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i_1 + 2i_2 \geq S \\ i_1 + i_2 \leq N-1}} P(i_1, i_2) \quad (\text{II-18})$$

Finalement, on obtient la probabilité d'erreur du CCR pour un code dont l'intercorrélation maximale est 2 :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S-1} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S-1-i_1)/2 \rfloor} C_{N-1}^{i_1} C_{N-1}^{i_2} \left( \frac{R_1}{2} \right)^{i_1} \left( \frac{R_2}{2} \right)^{i_2} \left( 1 - \frac{R_1}{2} - \frac{R_2}{2} \right)^{N-1-i_1-i_2} \right) \quad (\text{II-19})$$

où  $R_1$  est la probabilité d'avoir 1 chip en commun entre 2 codes, et  $R_2$  la probabilité d'avoir 2 chips en commun entre 2 codes

### 2.3.2.1. Application aux PC( $P^2, P, 1, 1$ )

Pour les codes PC( $P^2, P$ ), on a  $R_1 = \frac{2P^2 + P + 2}{3P^2}$  et  $R_2 = \frac{(P-2)(P+1)}{6P^2}$ .

En conséquence, on obtient la probabilité d'erreur du CCR pour un code PC( $P^2, P$ ) :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S-1} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S-1-i_1)/2 \rfloor} C_{N-1}^{i_1} C_{N-1}^{i_2} \left( \frac{2P^2 + P + 2}{6P^2} \right)^{i_1} \left( \frac{(P-2)(P+1)}{12P^2} \right)^{i_2} \left( 1 - \frac{2P^2 + P + 2}{6P^2} - \frac{(P-2)(P+1)}{12P^2} \right)^{N-1-i_1-i_2} \right) \quad (\text{II-20})$$

On peut noter, que cette expression donne une valeur approchée de la probabilité d'erreur, car son obtention ne tient pas compte de la particularité des PC, qui est que pour chaque famille de PC, le code  $c_0$  a une intercorrélation de "1" avec chacun des autres codes, quelque soit le décalage entre eux.

## 2.4. Performances

### 2.4.1. Performances des OOC( $F, W, 1, 1$ )

Avant d'étudier les variations théoriques de la probabilité d'erreur, nous vérifions tout d'abord par simulation et avec la formule théorique, que le choix optimal du seuil de détection  $S$  est égal à  $W$ , conformément à (II-8).

Les résultats de simulation présentés dans ce document ont été obtenus en utilisant le logiciel MATLAB<sup>®</sup>. Les différentes familles de codes utilisées ont été générées par les algorithmes présentés au chapitre I. Les différentes structures de réception sont simulées sous MATLAB<sup>®</sup>, dans un cas synchrone en temps chip. Nous détaillons en annexe C, l'algorithme utilisé par exemple pour simuler les performances du CCR pour les codes OOC.

Nous avons tracé sur la Figure II-4 l'évolution des performances simulées du CCR pour un code OOC(121,3,1,1) avec  $N = 20$  utilisateurs, pour un seuil  $S$  variant de 0 à 4 par pas de 0,1.

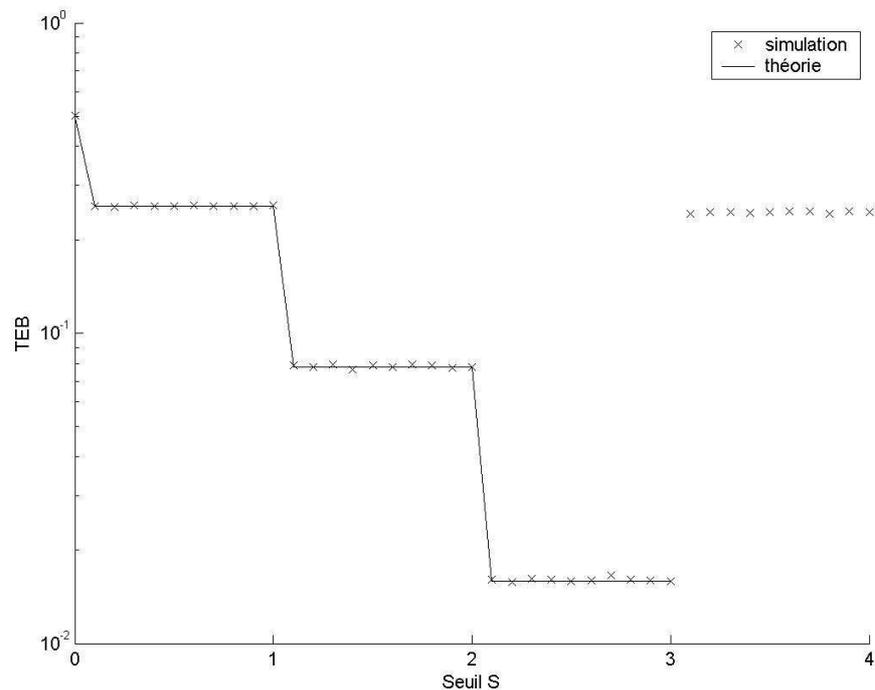


Figure II-4 : TEB d'un code OOC(121,3,1,1) avec  $N=20$  utilisateurs en fonction du seuil de décision

Nous pouvons tout d'abord constater que l'utilisation de la formule théorique conduit aux mêmes résultats que la simulation, pour un seuil inférieur au poids comme montré dans [ 50 ]. Cependant, pour un seuil supérieur au poids, les valeurs obtenues par simulation diffèrent considérablement des valeurs obtenues théoriquement ( de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-3}$  non reportées sur le graphique). En effet, l'expression théorique n'évalue que les erreurs sur les '0', alors que pour  $S > W$  il existe des erreurs sur les '1'. Cependant, l'expression théorique est validée pour  $S \leq W$ , et nous l'utiliserons pour étudier les performances du CCR pour des codes OOC.

De plus, nous pouvons observer que le TEB évolue par paliers. En effet, dans les intervalles  $]0,1[$ ,  $]1,2[$ ,  $]2,3[$ , et  $]3,4[$ , le TEB est constant. Ceci est dû au fait que nous considérons une liaison synchrone en temps chip, pour laquelle la puissance contenue dans un chip unité est normalisée à '1'.

En conséquence, soit la puissance contenue dans chaque chip est prise en compte en totalité, soit elle n'est pas considérée du tout. Donc la valeur de la variable décisionnelle est toujours une valeur

entière. De plus, la règle de décision est :  $\begin{cases} \text{si } Z_i^{(1)} \geq S & \Rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 1 \\ \text{si } Z_i^{(1)} < S & \Rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 0 \end{cases}$ . Donc, si une valeur entière est

comparée à un seuil  $S = 3,7$  ou  $S = 4$  par exemple, la prise de décision est identique. Ainsi, une valeur de seuil non-entière conduit aux mêmes résultats que la valeur entière immédiatement supérieure. Donc, à partir de maintenant, comme nous considérons des liaisons synchrones, nous évaluerons les performances pour des seuils à valeur entière.

D'autre part, on constate que la valeur la plus faible du TEB ( $\approx 1,5 \cdot 10^{-2}$ ) est obtenue pour  $S \in ]2,3]$ . Donc  $S = W = 3$  est bien la valeur entière optimale du seuil du CCR.

Pour étudier les performances du CCR pour des codes OOC, nous considérerons dans la suite de l'étude un seuil optimal, c'est à dire  $S = W$ .

D'après l'équation (II-13), les paramètres autres que le seuil qui ont un impact sur les performances du CCR sont : la longueur du code  $F$ , le poids du code  $W$ , et le nombre d'utilisateurs  $N$ . Afin d'estimer l'impact de chacun de ces paramètres sur les performances du CCR, nous avons tracé sur :

- la Figure II-5, l'évolution théorique des performances en fonction de la longueur du code  $F$ , pour  $W = 7$  et  $N = 20$
- la Figure II-6, l'évolution théorique des performances en fonction du poids du code  $W$ , pour  $F = 1000$  et  $N = 20$
- la Figure II-7, l'évolution théorique des performances en fonction du nombre d'utilisateurs  $N$ , pour  $F = 1000$  et  $W = 7$ .

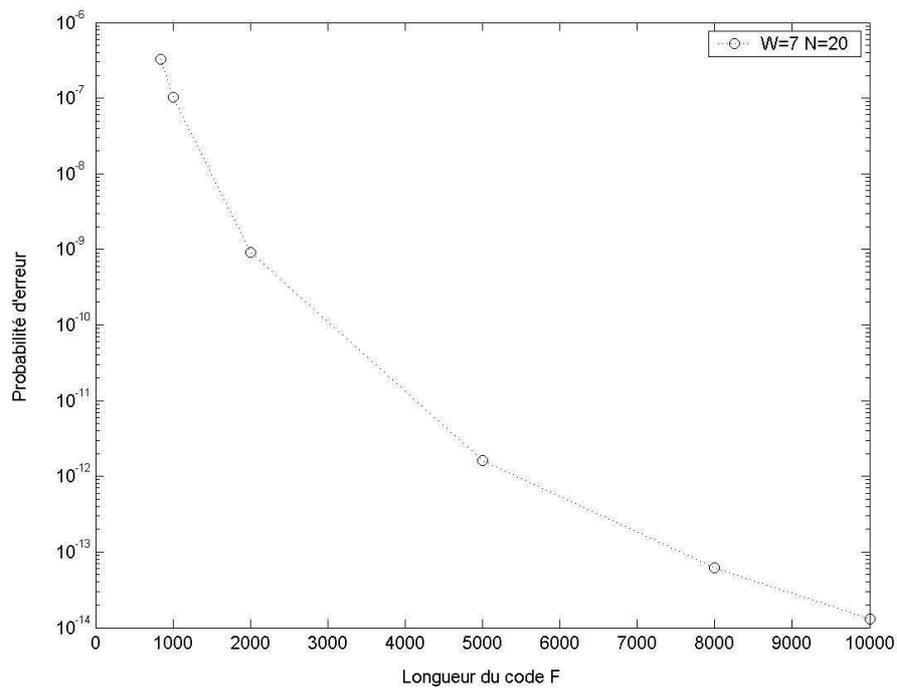


Figure II-5 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC(F,7,1,1) avec  $N=20$  utilisateurs, et un seuil optimal  $S=7$

Sur la Figure II-5, nous pouvons constater que plus la longueur de code  $F$  est grande, plus la probabilité d'erreur diminue. Ce résultat s'explique par le fait que la probabilité que deux codes aient un chip unité en commun (donc qu'il puisse y avoir de l'IAM), est inversement proportionnelle à la longueur du code  $F$ . Ainsi, plus  $F$  est grande, moins il y a d'IAM, donc les performances sont meilleures.

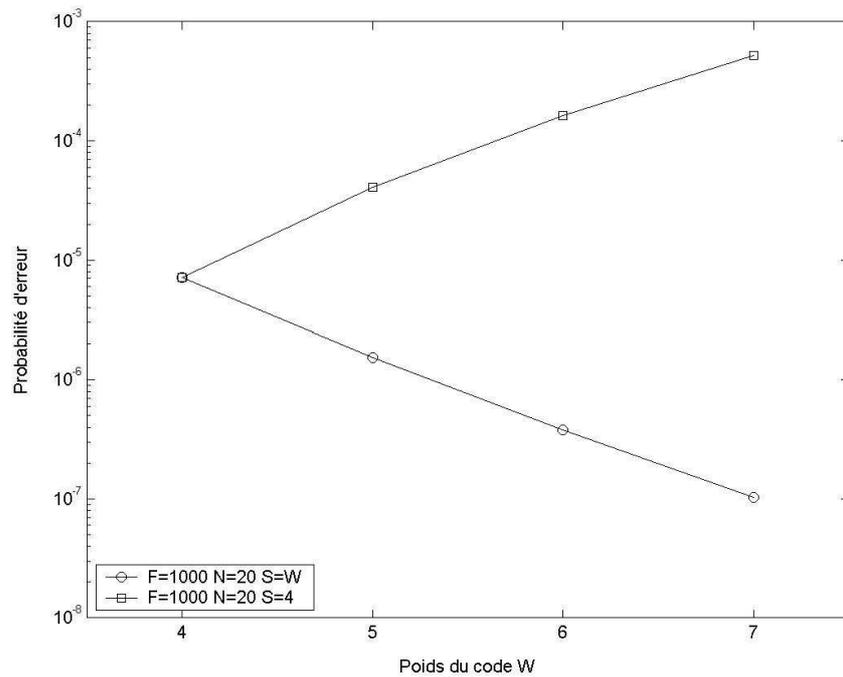


Figure II-6 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC(1000,W,1,1) avec N=20 utilisateurs, pour S=4 et S=W

Sur la Figure II-6, nous avons tracé l'évolution de la probabilité d'erreur en fonction du poids du code  $W$ , pour un seuil variable fixé au poids (seuil optimal), et pour un seuil fixé à 4.

On constate que lorsque le seuil est constant, la probabilité d'erreur augmente avec le poids. En effet, lorsque le poids augmente, la probabilité de recouvrement  $R$  augmente, donc l'IAM augmente. En conséquence pour un seuil fixe, le nombre d'erreur augmente.

Cependant, on observe que, lorsque le seuil est maintenu à sa valeur optimale, la probabilité d'erreur diminue, malgré l'augmentation du poids, et donc de l'IAM. Ceci est lié au fait que plus le seuil de décision est grand, plus il doit y avoir d'interférents, donc moins il est probable d'avoir des combinaisons conduisant à une erreur. Ainsi, malgré l'augmentation d'IAM, l'augmentation du poids permet, avec l'utilisation du seuil optimal d'améliorer les performances.

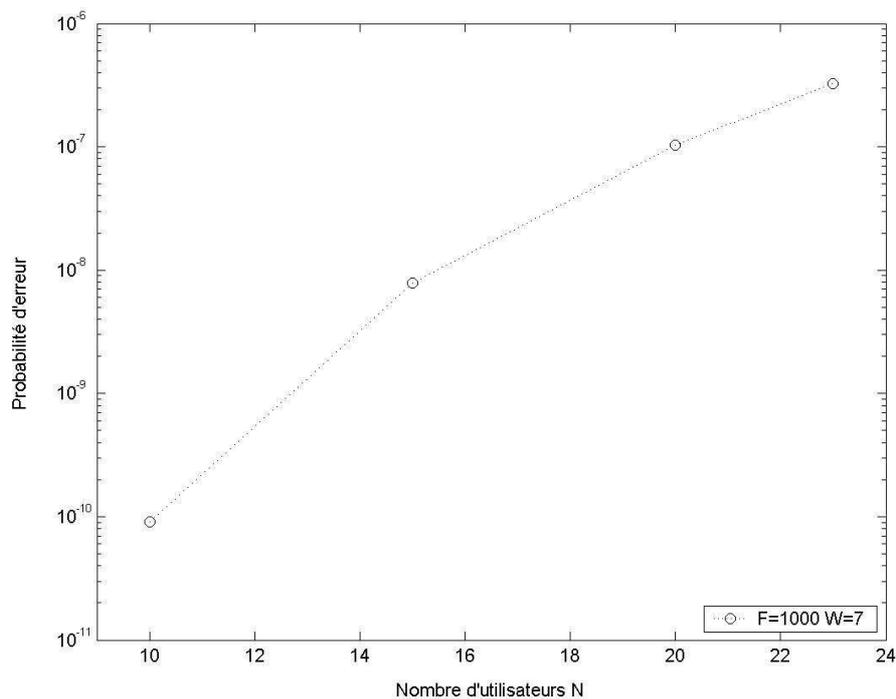


Figure II-7 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC (1000,7,1,1) avec N utilisateurs, pour S=7

Sur la Figure II-7, nous pouvons constater que plus le nombre d'utilisateurs  $N$  est grand, plus la probabilité d'erreur se dégrade. En effet, plus il y a d'utilisateurs actifs dans la liaison, et plus le terme d'IAM est grand dans le signal reçu.

En conclusion, les performances du CCR s'améliorent si :

- $S = W$
- la longueur de code  $F$  augmente
- le poids de code  $W$  augmente
- le nombre d'utilisateurs  $N$  diminue

La première condition est la plus facile à réaliser car il n'y a pas de contrainte pour fixer la valeur du seuil à une valeur particulière. A l'inverse, les 3 conditions suivantes sont plus problématiques car :

- une augmentation de la longueur du code implique la division du temps bit en un plus grand nombre de chips. En conséquence, pour un temps bit donné, le débit chip augmente donc il faut que les fonctions de codage et décodage soient plus rapides,

- une augmentation du poids implique d'une part, une augmentation de la puissance à transmettre sur un temps bit si la puissance contenue dans chaque chip reste inchangée, et d'autre part une diminution du nombre d'utilisateurs possibles dans une famille de code pour une longueur donnée (II-8). Donc, pour des questions de coût et de capacité, il vaut mieux que  $W$  soit faible.
- la diminution du nombre d'utilisateurs est délicate car le but du OCDMA est de permettre au plus grand nombre d'utilisateurs de communiquer via la fibre optique simultanément.

En conséquence, nous avons essayé de déterminer si il existait des codes permettant d'obtenir une performance fixée pour un nombre d'utilisateurs donné. Comme la contrainte sur la longueur du code est déterminante pour la réalisation pratique du système, nous cherchons les codes optimaux ayant la longueur la plus faible possible. Pour définir ces codes optimaux, nous avons tracé sur la Figure II-8, la longueur minimale requise pour obtenir un TEB de  $10^{-3}$ ,  $10^{-6}$  et  $10^{-9}$  pour  $N = 32$  utilisateurs actifs, en fonction du poids  $W$ .

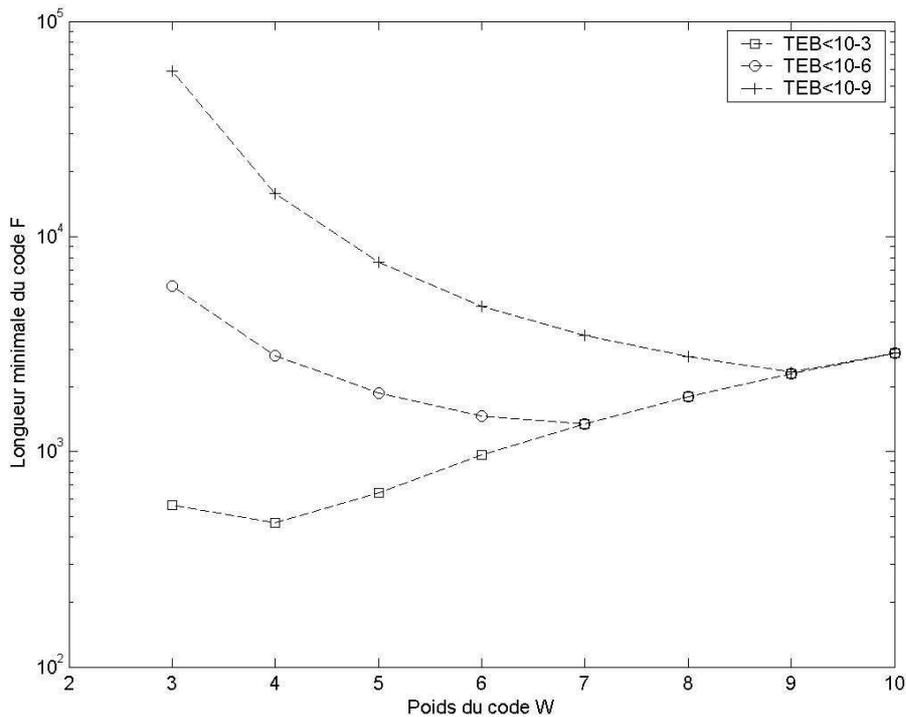


Figure II-8 : Longueur minimale requise d'un OOC(F,W,1,1) pour avoir un TEB fixé pour N=32 utilisateurs, pour un seuil optimal S=W

On constate que les 3 courbes sont d'abord décroissantes puis croissantes. La décroissance est due au fait que lorsque le poids augmente, la probabilité d'erreur diminue pour une longueur fixée. Ainsi,

lorsque  $W$  augmente, on peut diminuer la longueur du code jusqu'à obtenir le TEB fixé. Ensuite, la croissance des courbes est due au fait que, lorsque  $W$  augmente, il faut que la longueur  $F$  du code augmente pour avoir les 32 utilisateurs voulus dans la famille de codes (II-8). A partir de ces courbes, on peut définir un code « optimal » pour lequel la longueur  $F$  est minimale.

Les codes sont :

- ( $F = 459, W = 4, 1, 1$ ) pour avoir  $TEB < 10^{-3}$ ,
- ( $F = 1345, W = 7, 1, 1$ ) pour avoir  $TEB < 10^{-6}$ ,
- ( $F = 2339, W = 9, 1, 1$ ) pour avoir  $TEB < 10^{-9}$ ,

On constate que, comme on pouvait s'y attendre, plus le TEB visé est faible, plus la longueur de code et le poids sont importants. Cependant, on peut observer que cette recherche des codes optimaux est importante, car elle permet de réduire de façon significative la longueur du code, au faible détriment du poids. Par exemple, si on souhaite obtenir un  $TEB < 10^{-9}$  avec une valeur de poids fixée à 4, la longueur minimale associée est de l'ordre de 16000. La recherche optimale en fonction du poids a permis dans ce cas de diviser la longueur du code par 6.

#### 2.4.2. Performances des MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ )

Pour valider l'expression théorique (II-14), nous avons tout d'abord tracé sur la Figure II-9, les performances simulées et théoriques du CCR pour un code MWOOC( $5 \times 29, 5, 1, 1$ ) en fonction du nombre d'utilisateurs. Nous pouvons vérifier que l'expression théorique décrit correctement les performances.

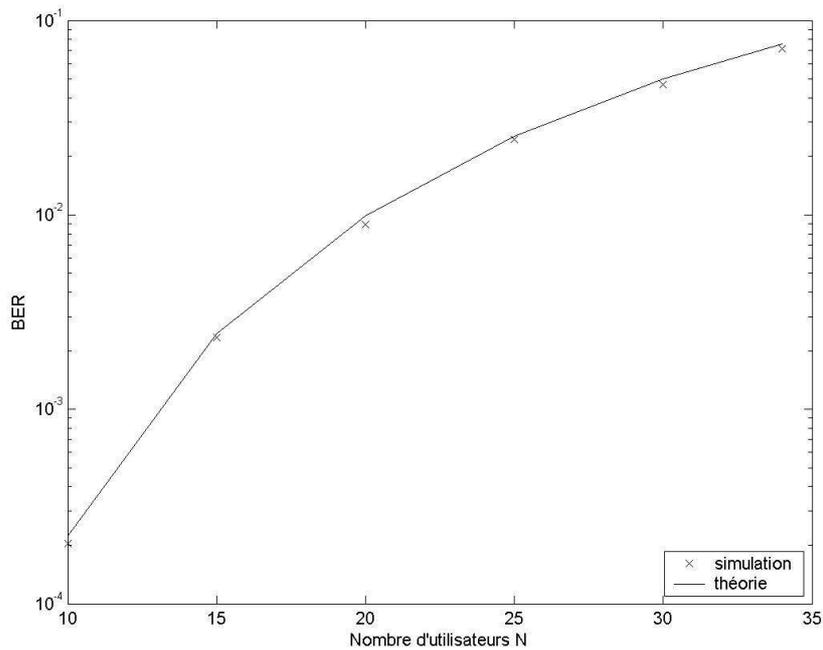


Figure II-9 : Performances simulées et théoriques du CCR pour un code MWOOC(5×29,5,1,1) pour N utilisateurs

Etant donné l'analogie entre les formules théoriques de la probabilité d'erreur du CCR pour les codes OOC et celle des MWOOC, les résultats théoriques d'un code MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) sont ceux d'un code OOC « équivalent » de longueur  $L \times F$ , et de poids  $W$ . En conséquence, le seuil optimal du CCR pour les codes MWOOC est identique à celui des OOC :  $S=W$ . De plus, il peut facilement être vérifié que les performances du CCR s'améliorent si :

- $S = W$
- la longueur  $L \times F$  augmente, donc si  $L$  ou  $F$  augmente
- le poids de code  $W$  augmente
- le nombre d'utilisateurs  $N$  diminue

Nous présentons ici uniquement la vérification que les performances s'améliorent lorsque le nombre de longueurs d'onde  $L$  augmente.

Pour cela, nous avons tracé sur la Figure II-10 l'évolution des performances simulées du CCR pour un code MWOOC( $L \times 64, 5, 1, 1$ ) avec  $N = 20$  utilisateurs, en fonction du nombre de longueurs d'onde  $L$ .

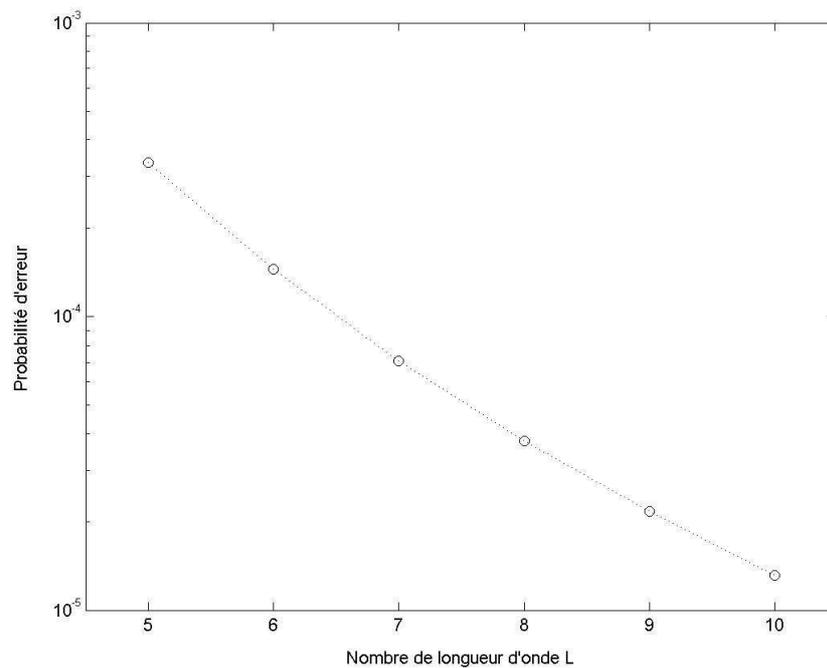


Figure II-10 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code MWOOC( $L \times 64, 5, 1, 1$ ) avec 20 utilisateurs, pour un seuil optimal  $S=5$

Ainsi, on vérifie bien que l'augmentation du nombre de longueur d'onde permet d'améliorer les performances.

Comme pour les OOC, nous avons déterminé les codes optimaux ayant la longueur la plus faible possible, et pour lesquels  $L = W$ , qui permettent d'avoir un TEB de  $10^{-3}$ ,  $10^{-6}$  et  $10^{-9}$  pour  $N = 32$  utilisateurs actifs. Les résultats sont reportés sur la Figure II-11.

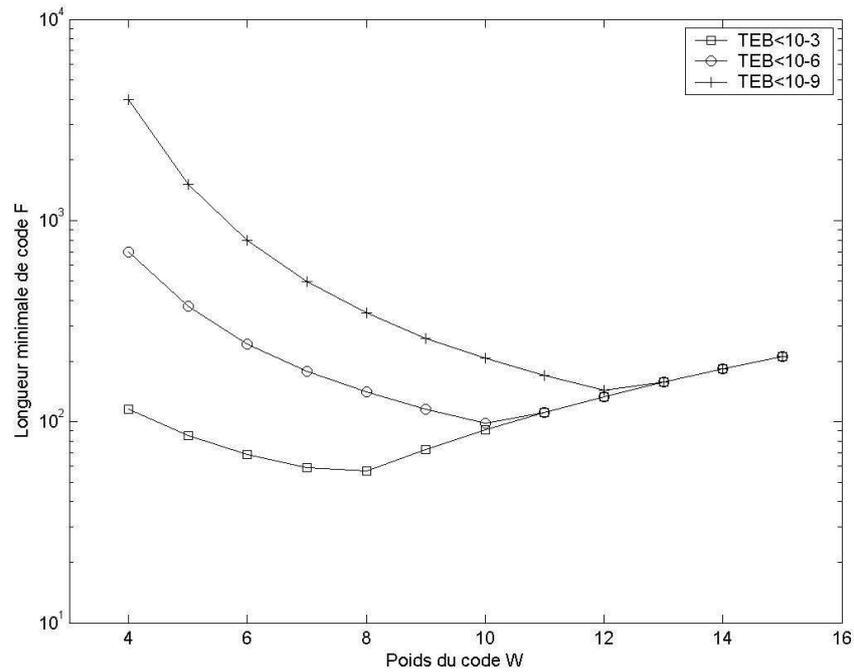


Figure II-11 : Longueur minimale requise d'un MWOOC( $W \times F, W, 1, 1$ ) pour avoir un TEB fixé pour  $N=32$  utilisateurs, avec un CCR ayant un seuil optimal  $S=W$

On constate la même évolution que pour les courbes associées au OOC (décroissance puis croissance). Nous avons reporté les codes optimaux MWOOC, pour  $N = 32$  utilisateurs dans le Tableau II-1 :

	MWOCC
TEB < 10 <sup>-3</sup>	(( $L = 8$ ) × ( $F = 57$ ), $W = 8, 1, 1$ )
TEB < 10 <sup>-6</sup>	(( $L = 10$ ) × ( $F = 98$ ), $W = 10, 1, 1$ )
TEB < 10 <sup>-9</sup>	(( $L = 12$ ) × ( $F = 143$ ), $W = 12, 1, 1$ )

Tableau II-1 : Comparaison des codes optimaux OOC et MWOCC pour un CCR

On constate que, comme pour les OOC, la longueur de code et le poids nécessaires augmentent lorsque les performances visées diminuent.

#### 2.4.3. Performances des $PC(P^2, P)$

Comme pour les OOC, nous vérifions tout d'abord que le choix optimal du seuil de détection  $S$  correspond au poids  $P$ .

Pour cela, nous avons tracé sur la Figure II-12 l'évolution des performances simulées et théoriques du CCR pour un code PC(49,7) avec  $N = 7$  utilisateurs, en fonction du seuil, pour un seuil  $S$  variant de 0 à 8 par pas de 0,1.

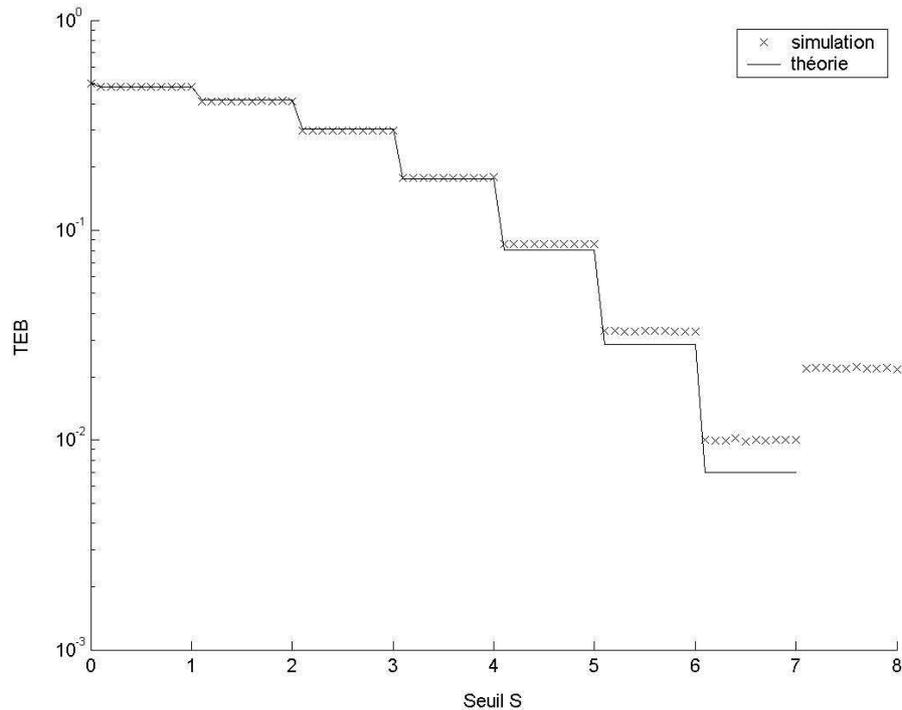


Figure II-12 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code PC(49,7) avec  $N=7$  utilisateurs en fonction du seuil de décision

Comme précédemment, nous n'avons pas tracé les résultats théoriques pour un seuil supérieur au poids. D'autre part, nous pouvons constater que l'utilisation de la formule théorique conduit à l'obtention d'une borne inférieure des performances pour un seuil inférieur au poids. La différence s'explique par l'utilisation d'une expression approchée de la probabilité de recouvrement.

En outre, comme nous sommes dans un cas synchrone, le TEB évolue par paliers, et on constate que la valeur la plus faible du TEB ( $\approx 1.10^{-2}$ ) est obtenue pour  $S \in ]6,7]$ . Donc  $S = P = 7$  est bien la valeur entière optimale du seuil du CCR.

Nous considérerons donc  $S = W = P$  pour le CCR lorsque les codes PC sont utilisés.

Dans le cas des PC, les deux paramètres de la liaison sont : le nombre premier  $P$  (qui fixe la longueur et le poids du code), et le nombre d'utilisateurs  $N$ . Afin d'estimer l'impact de chacun de ces paramètres sur les performances du CCR, nous avons tracé sur :

- La Figure II-13, l'évolution des performances en fonction du nombre premier  $P$ , et  $N = P$
- La Figure II-14, l'évolution des performances en fonction du nombre d'utilisateurs  $N$ , pour  $P = 23$ .

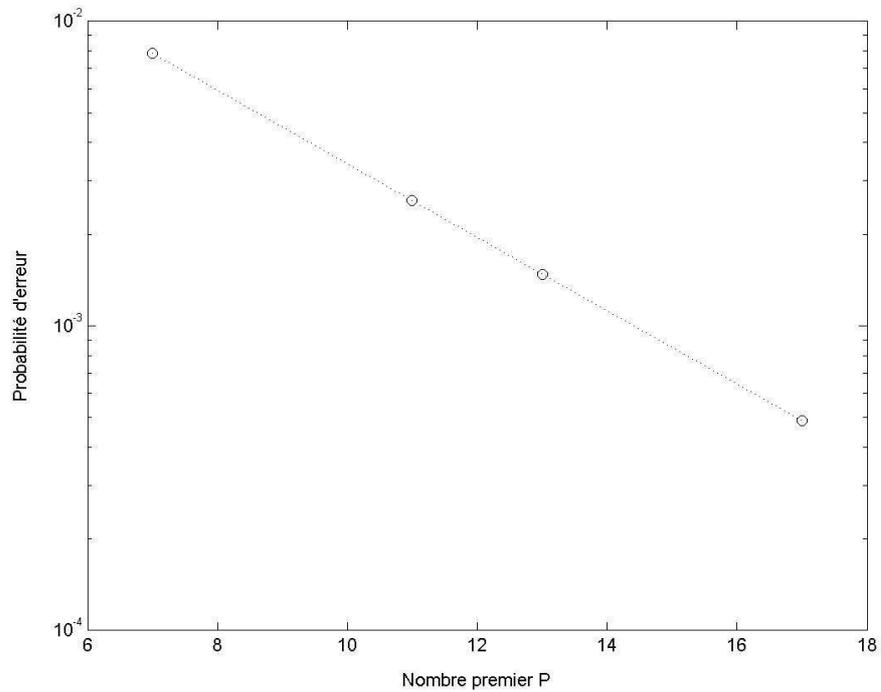


Figure II-13 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code  $PC(P^2, P)$  avec  $P$  utilisateurs, pour un seuil optimal  $S=P$

Sur la Figure II-13, nous pouvons constater que plus le nombre  $P$  est grand, plus la probabilité d'erreur diminue, même si le nombre d'utilisateurs augmente. Ce résultat s'explique par le fait que, comme pour les OOC, le seuil de décision augmente avec le poids, et donc réduit l'effet de l'IAM.

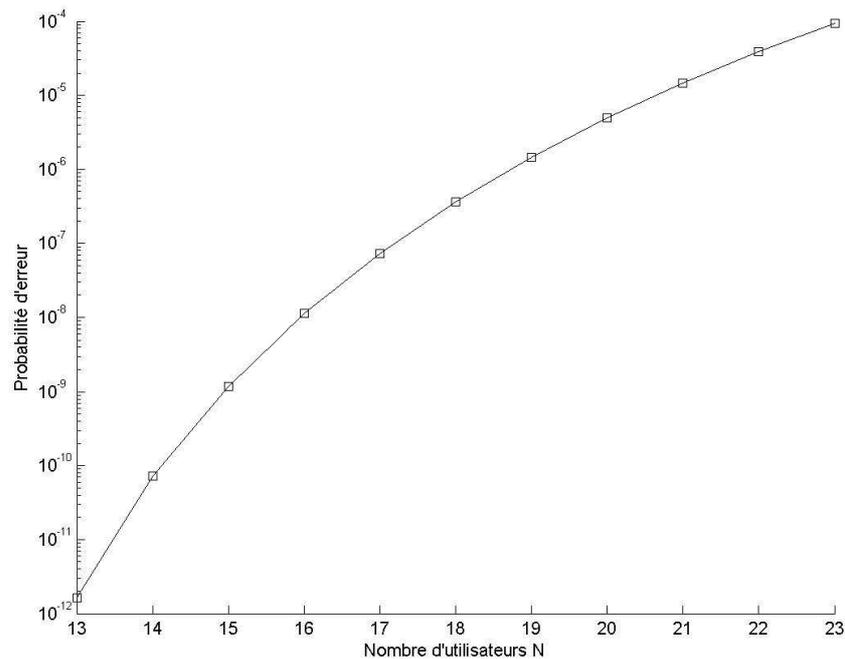


Figure II-14 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code PC(529,23) pour S=23, en fonction du nombre d'utilisateurs

Sur la Figure II-14, nous pouvons constater que plus le nombre d'utilisateurs  $N$  est grand, plus le TEB se dégrade. En effet, plus il y a d'utilisateurs actifs dans la liaison, et plus le terme d'IAM est grand dans le signal reçu.

En conclusion, les performances du CCR s'améliorent pour les PC si  $P$  augmente et si le nombre d'utilisateurs diminue, comme pour les OOC.

Comme pour les OOC, nous avons cherché le nombre premier  $P$  qui permet d'obtenir une probabilité d'erreur de  $10^{-3}$ ,  $10^{-6}$  et  $10^{-9}$  pour  $N = 32$  utilisateurs actifs.

Ces nombres premiers sont :

- $P = 37$  pour avoir  $TEB < 10^{-3}$ , ce qui correspond à un code PC(1369,37)
- $P = 37$  pour avoir  $TEB < 10^{-6}$ , ce qui correspond à un code PC(1369,37)
- $P = 41$  pour avoir  $TEB < 10^{-9}$ , ce qui correspond à un code PC(1681,41)

On peut noter que théoriquement, la valeur  $P = 32$  permet de vérifier  $TEB < 10^{-3}$  et  $TEB < 10^{-6}$ , et  $P = 40$  permet de vérifier  $TEB < 10^{-9}$ . Cependant, comme ces valeurs ne sont pas des nombres

premiers, elles ne conviennent pas, et il faut considérer le nombre premier immédiatement supérieur. Donc la longueur temporelle et le poids du code sont augmentés.

Néanmoins, avec le CCR, les PC permettent d'obtenir une longueur temporelle plus faible que celle des OOC, au détriment d'un poids beaucoup plus grand.

#### 2.4.4. *Conclusion*

Nous avons reporté sur le Tableau II-2 les codes optimaux OOC, PC et MWOOC nécessaires pour obtenir un TEB inférieur à  $10^{-3}$ ,  $10^{-6}$  et  $10^{-9}$  avec un CCR.

	OOC(F,W,1,1)	PC(P <sup>2</sup> ,P)	MWOOC(L×F,W,1,1)
TEB<10 <sup>-3</sup>	(459,4,1,1)	PC(1369,37)	(8×57,8,1,1)
TEB<10 <sup>-6</sup>	(1345,7,1,1)	PC(1369,37)	(10×98,10,1,1)
TEB<10 <sup>-9</sup>	(2339,9,1,1)	PC(1681,41)	(12×143,12,1,1)

Tableau II-2 : Codes optimaux du CCR pour une performance visée

Tout d'abord, on peut constater que les OOC sont plus intéressants que les PC pour de forts TEB ( $10^{-3}$ ) car ils nécessitent une longueur temporelle plus faible, mais la situation s'inverse pour de faibles TEB ( $10^{-9}$ ).

De plus, on observe que, quel que soit le TEB visé, l'utilisation des MWOOC permet de réduire de façon très significative la longueur temporelle du code. En contrepartie, le poids du code est légèrement augmenté, et plusieurs longueurs d'onde sont utilisées. En conséquence, si le seul critère à minimiser est la longueur temporelle, les MWOOC sont plus intéressants. Ainsi, si on considère une bande passante de 10GHz, alors le débit par utilisateur est pour une performance visée de  $10^{-9}$  est de  $D = \frac{B}{F} = 4Mbit/s$  pour les OOC,  $D = 6Mbit/s$  pour les PC, et  $D = 70Mbit/s$  pour les MWOOC. Ainsi, la réduction de la longueur temporelle permet d'augmenter significativement le débit.

### 3. Récepteur Conventionnel avec Limiteur

#### 3.1. Présentation

Nous avons vu que le CCR conduisait à des erreurs sur les données  $b_i^{(1)} = 0$  de l'utilisateur désiré, même lorsque le seuil considéré est le seuil optimal  $S = W$ . Une façon simple de réduire le nombre de cas conduisant à une erreur, est de placer un limiteur en amont du CCR. Le récepteur obtenu sera appelé « HL+CCR » [ 21 ][ 44 ][ 45 ].

En effet, la fonction idéale de ce composant appelé « *Hard Limiter* »(HL) est définie par :

$$g(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 1 \\ 0 & 0 \leq x < 1 \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

En pratique, ce composant supprime une partie de la puissance reçue pour avoir au final un signal dont chaque chip contient une puissance nulle ou égale à '1'.



Figure II-15 : Effet du Hard Limiter sur un exemple de signal reçu

Par exemple, sur le schéma de la Figure II-15, on observe que le HL a supprimé une partie de la puissance contenue dans le premier chip, et laissé inchangé le reste du signal. En effet, la puissance contenue dans le premier chip du signal reçu a une valeur de 2, alors que celle contenue dans le même chip après l'action du HL est de 1. Ainsi, le HL a éliminé une partie de l'interférence contenue dans le premier chip. Par contre, les chips contenant une puissance égale à 1 avant le HL restent inchangés, ainsi que ceux pour lesquels la puissance était nulle.

Comme nous considérons un cas synchrone sans bruit, la puissance contenue dans chaque chip est une valeur entière. En conséquence, les niveaux 0 et 1 seront inchangés, et les niveaux supérieurs à 1 seront ramenés à 1.

Cette limitation de la puissance dans chaque chip permet de réduire l'IAM, et de supprimer certains motifs d'interférence conduisant à une erreur. En effet, considérons le signal reçu de la Figure II-15, décodé pour un utilisateur dont le code est représenté en blanc sur la Figure II-16.

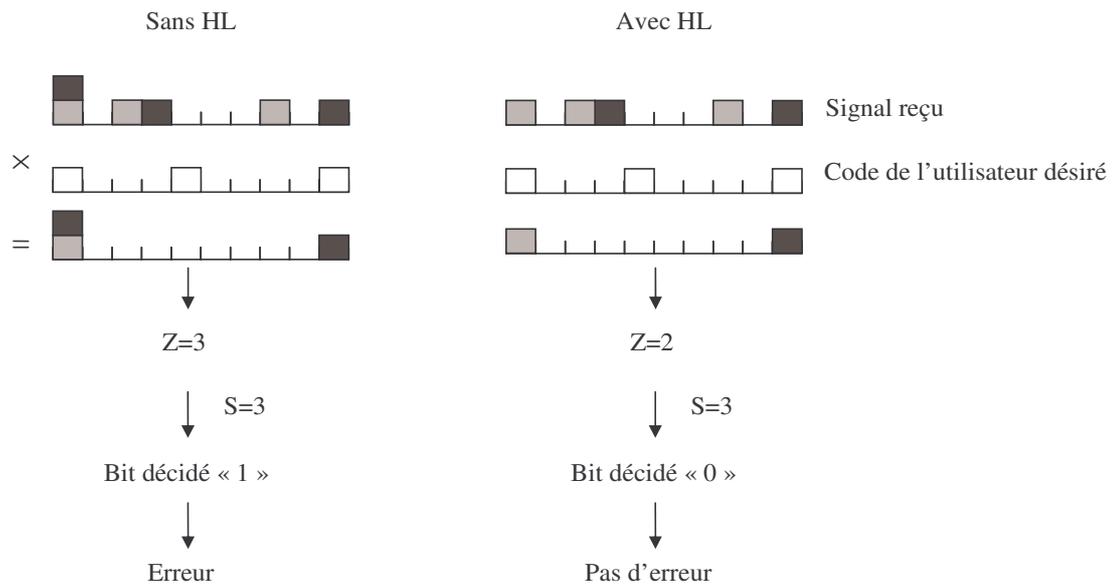


Figure II-16 : Exemple de détection d'un signal reçu avec un CCR et un HL+CCR

Dans le cas où le signal reçu est traité directement par le CCR, la multiplication du signal reçu par le code donne un signal pour lequel le premier chip contient une puissance de 2, et le dernier une puissance de 1. Puis, l'intégration de ce signal donne une variable décisionnelle de 3, qui lorsqu'elle est comparée au seuil optimal de décision  $S = W = 3$  conduit à la décision  $\hat{b} = 1$ . Or, on observe que l'utilisateur désiré a envoyé un '0' puisque son code n'apparaît pas dans le signal reçu. On a donc dans ce cas, une erreur de décision.

A l'inverse, dans le cas où le signal reçu est traité par le CCR après avoir utilisé un HL, la multiplication du signal reçu par le code donne un signal pour lequel le premier chip contient une puissance de 1, et le dernier une puissance de 1. Donc, l'intégration donne une variable décisionnelle de 2, qui lorsqu'elle est comparée au seuil optimal de décision  $S = W = 3$  conduit à la décision  $\hat{b} = 0$ . On a donc, dans ce cas, détecté correctement la donnée envoyée. En effet, le HL a permis de supprimer une partie de l'IAM présente sur le premier chip, ce qui a permis dans ce cas, de ne pas avoir d'erreur. Le HL permet donc de supprimer certains motifs d'interférence.

D'une façon générale, en limitant à '1' la puissance contenue dans chaque chip, le HL limite à '1', l'IAM induite sur chaque chip. En conséquence, avec un seuil optimal  $S = W$ , le seul cas qui conduira à une erreur sera celui pour lequel il y a au moins une interférence sur chacun des chips du code de l'utilisateur désiré, alors que ce dernier a envoyé une donnée '0'. Pour un seuil quelconque

$S$ , il y aura une erreur si il existe parmi les  $W$  chips du code de l'utilisateur désiré, au moins  $S$  chips contenant au moins une interférence, et que l'utilisateur désiré a envoyé un '0'.

De plus, on peut facilement vérifier que la présence du HL n'introduira pas d'erreur sur les bits envoyés '1'. En effet, chaque chip unité du code de l'utilisateur désiré possède avant le HL une puissance au moins égale à 1, donc en sortie du HL, chaque chip unité du code de l'utilisateur désiré aura une puissance de '1'. Ainsi, après multiplication et intégration, la variable décisionnelle sera égale au poids, donc une donnée '1' sera décidée, si on considère un seuil  $S \leq W$ .

En conclusion, le HL permet d'améliorer les performances car il n'introduit pas d'erreur sur les '1' et diminue le nombre de cas où intervient une erreur sur les '0'.

### 3.2. Probabilité d'erreur du HL+CCR

#### 3.2.1. Probabilité d'erreur du HL+CCR pour des codes tels que $\lambda_c=1$

Pour chiffrer l'amélioration apportée par le HL, nous exprimons la probabilité d'erreur du HL+CCR. D'une manière générale, elle s'écrit :

$$P_{eHL+CCR} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{II-22})$$

Nous avons montré au paragraphe précédent que, pour un système OCDMA, la probabilité d'erreur sur un '1' est nulle pour  $S \leq W$ . D'où, comme pour le CCR :

$$P_{eHL+CCR} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{II-23})$$

Or, lorsque l'utilisateur désiré a envoyé un 0, nous avons montré qu'une erreur se produit si il existe parmi les  $W$  chips unité du code de l'utilisateur désiré, au moins  $S$  chips contenant au moins une interférence. Cette interférence peut être générée par les  $N-1$  utilisateurs non-désirés.

Un chip unité particulier du code de l'utilisateur désiré subira une interférence si un utilisateur non-désiré ayant envoyé un '1' possède un chip unité à la position du chip unité considéré de l'utilisateur désiré.

En considérant que  $R_c$  est la probabilité qu'un utilisateur non-désiré ait un chip en commun avec un chip donné de l'utilisateur désiré, alors la probabilité qu'un utilisateur interfère sur ce chip est  $\frac{R_c}{2}$ .

Donc la probabilité que  $(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0)$ , c'est-à-dire la probabilité  $Q_3(k=S, K=W, T=N-1, q=\frac{R_c}{2})$  (Annexe D) que  $T = N-1$  utilisateurs non-désirés génèrent une interférence sur au moins  $k=S$  chips parmi  $K=W$ , en sachant qu'un individu génère une interférence sur 1 chip avec une probabilité  $q = \frac{R_c}{2}$  est :

$$P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) = Q_3(k, K, T, q) \leq C_W^S \times \prod_{i=0}^{S-1} \left( 1 - \left( 1 - \frac{R_c}{2} \right)^{N-1-i} \right) \quad (\text{II-24})$$

Finalement on obtient la borne supérieure de la probabilité du HL+CCR :

$$\boxed{P_{eHL+CCR} \leq \frac{1}{2} C_W^S \times \prod_{i=0}^{S-1} \left( 1 - \left( 1 - \frac{R_c}{2} \right)^{N-1-i} \right)} \quad (\text{II-25})$$

avec  $R_c$  la probabilité que le chip considéré de l'utilisateur désiré soit en commun avec un chip de l'utilisateur non-désiré.

### 3.2.1.1. Application aux OOC(F,W,1,1)

Pour les codes OOC(F, W, 1,1), on a :

$$\boxed{R_c = \frac{W}{F}} \quad (\text{II-26})$$

En effet, un chip donné du code de l'utilisateur désiré peut être recouvert par chacun des  $W$  chips du code de l'utilisateur non-désiré. Comme nous considérons le cas synchrone, il y a  $F$  décalages possibles entre les codes parmi lesquels existeront  $W$  recouvrements. Donc la probabilité qu'un chip unité donné soit recouvert par un autre code OOC(F, W, 1,1) est  $\frac{W}{F}$ .

En conséquence, on obtient la probabilité d'erreur du HL+CCR pour un code OOC(F,W,1,1) :

$$\boxed{P_{eHL+CCR} \leq \frac{1}{2} C_W^S \times \prod_{i=0}^{S-1} \left( 1 - \left( 1 - \frac{W}{2F} \right)^{N-1-i} \right)} \quad (\text{II-27})$$

### 3.2.1.2. Application aux MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ )

Pour les codes MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) :

$$\boxed{R_c = \frac{W}{L \times F}} \quad (\text{II-28})$$

En effet, les codes 2D MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) ont au maximum 1 chip unité par longueur d'onde. Donc, la probabilité qu'un chip du code de l'utilisateur non-désiré soit sur la même longueur d'onde que le chip considéré est :  $\frac{W}{L}$ . De plus, pour 2 codes ayant un chip sur la même longueur d'onde, la probabilité que ces chips coïncident temporellement est  $\frac{1}{F}$ . Donc la probabilité de recouvrement entre 1 chip de l'utilisateur désiré et le code de l'utilisateur non-désiré pour une famille de codes MWOOC ( $L \times F, W, 1, 1$ ) est  $\frac{W}{L \times F}$ .

En conséquence, on obtient la probabilité d'erreur du HL+CCR pour un code MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ) :

$$\boxed{P_{eHL+CCR} \leq \frac{1}{2} C_W^S \times \prod_{i=0}^{S-1} \left( 1 - \left( 1 - \frac{W}{2L \times F} \right)^{N-1-i} \right)} \quad (\text{II-29})$$

### 3.2.2. Probabilité d'erreur du CCR pour des codes tels que $\lambda_c > 1$

Pour les codes dont l'intercorrélacion maximale n'est pas 1, l'obtention de la probabilité d'erreur du HL+CCR est beaucoup plus complexe. De plus, nous montrerons ultérieurement que l'effet de l'IAM peut être totalement supprimé pour des codes PC dans un cas sans bruit, sans utiliser de HL. En conséquence, l'étude complète de la probabilité d'erreur du HL+CCR pour les PC a un intérêt limité.

Néanmoins, nous reportons, pour information, les résultats publiés dans la littérature [ 45 ] :

$$P_{eHL+CCR} = \frac{1}{2} \sum_{j=S}^W C_W^j \sum_{i=0}^j (-1)^{j-i} C_j^i \left( q_0 + q_1 \frac{i}{W} + q_2 \frac{C_i^2}{C_W^2} + \dots + q_{\lambda_c} \frac{C_i^{\lambda_c}}{C_W^{\lambda_c}} \right)^N \quad (\text{II-30})$$

avec  $q_i$  la probabilité que l'intercorrélacion entre 2 codes de la famille soit égale à  $i$ .

#### 3.2.2.1. Application aux PC( $P^2, P, 1, 1$ )

Pour les codes PC( $P^2, P$ ), on utilisera la formule précédente en considérant :

$$R_1 = \frac{2P^2 + P + 2}{3P^2} \text{ et } R_2 = \frac{(P-2)(P+1)}{6P^2} \quad (\text{II-31})$$

$$\text{et } q_1 = \frac{R_1}{2} \text{ et } q_2 = \frac{R_2}{2} \text{ et } q_0 = 1 - q_1 - q_2 = \frac{7P^2 - P - 2}{12P^2} \quad (\text{II-32})$$

Comme pour le CCR, cette expression donne une valeur approchée de la probabilité d'erreur, car elle ne tient pas compte de la particularité du code  $c_0$ .

### 3.3. Performances

#### 3.3.1. Performances des OOC( $F,W,L,1$ )

Avant d'étudier les variations théoriques de la probabilité d'erreur du HL+CCR, nous vérifions tout d'abord avec le code OOC(121,3,1,1), que, comme pour le CCR, le seuil optimal  $S$  est égal à  $W$ .

Pour cela, nous avons tracé sur la Figure II-17 l'évolution des performances simulées et théoriques du HL+ CCR pour un code OOC(121,3,1,1) avec  $N = 20$  utilisateurs, en fonction du seuil, pour un seuil  $S$  variant de 0 à 4 par pas de 0,1.

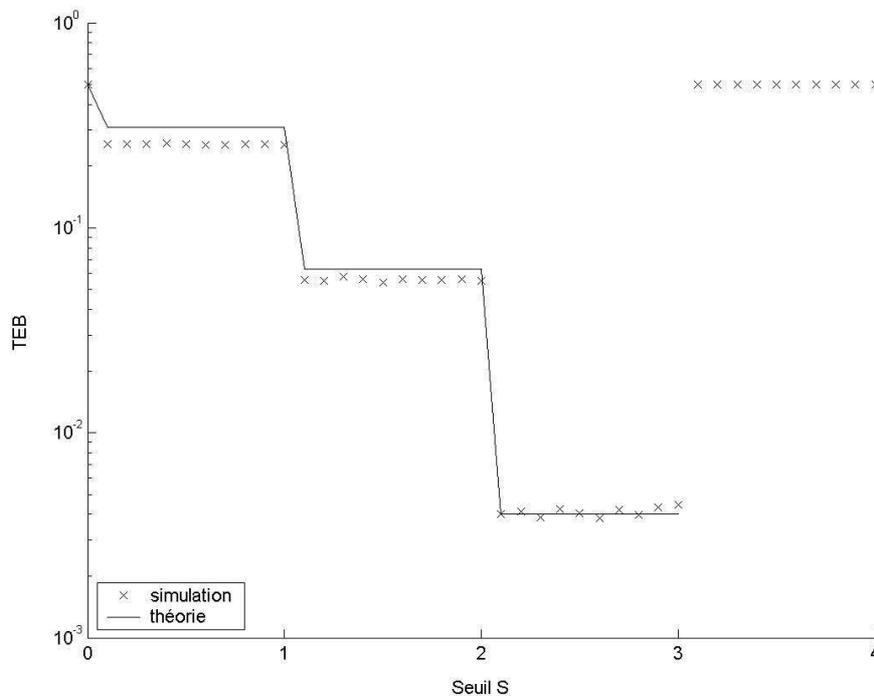


Figure II-17 : TEB d'un code OOC(121,3,1,1) avec  $N=20$  utilisateurs en fonction du seuil de décision

Les valeurs obtenues en théorie et simulation coïncident pour  $S \leq W$ , donc l'expression théorique (II-30) est validée.

Nous pouvons tout d'abord observer que le TEB varie encore une fois par paliers, car nous sommes dans un cas synchrone.

De plus, on constate que la valeur la plus faible du TEB ( $\approx 4 \cdot 10^{-3}$ ) est obtenue pour  $S \in ]2,3]$ . Donc  $S = W = 3$  est bien la valeur entière optimale du seuil du HL+CCR.

Nous considèrerons donc  $S = W$  pour obtenir les performances du HL+CCR avec des OOC.

Enfin nous pouvons observer que pour l'intervalle  $S \in ]3,4]$ , le TEB est de l'ordre de  $5.10^{-1}$  pour le HL+CCR, alors que pour le CCR nous avons  $2,4.10^{-1}$ . Donc pour de tels seuils, les performances sont dégradées par le HL. Ceci est dû au fait que, pour le HL+CCR, lorsque la donnée envoyée est un '1', toutes les interférences des utilisateurs non-désirés sur les chips du code sont supprimées, donc la variable décisionnelle est toujours égale au poids  $W$ . Pour un seuil supérieur au poids, la donnée est donc détectée comme étant un '0'. Donc une donnée '1' est toujours mal détectée, ce qui donne une probabilité d'erreur de  $\frac{1}{2}$ .

Avec le CCR, il y a moins d'erreurs dans ce cas car l'interférence n'est pas supprimée donc la variable décisionnelle est au moins égale au poids. Il existe donc des cas pour lesquels la variable décisionnelle est supérieure au seuil de décision et où la donnée est bien détectée comme étant un '1'. Il y a donc moins d'erreur que pour le HL+CCR.

Afin d'estimer le gain en performance apporté par le HL, nous avons tracé pour les 2 récepteurs sur :

- La Figure II-18, l'évolution des performances théoriques en fonction de la longueur du code  $F$ , pour  $W = 7$  et  $N = 20$
- la Figure II-19, l'évolution des performances théoriques en fonction du poids du code  $W$ , pour  $F = 1000$  et  $N = 20$
- la Figure II-20, l'évolution des performances théoriques en fonction du nombre d'utilisateurs  $N$ , pour  $F = 1000$  et  $W = 7$ .

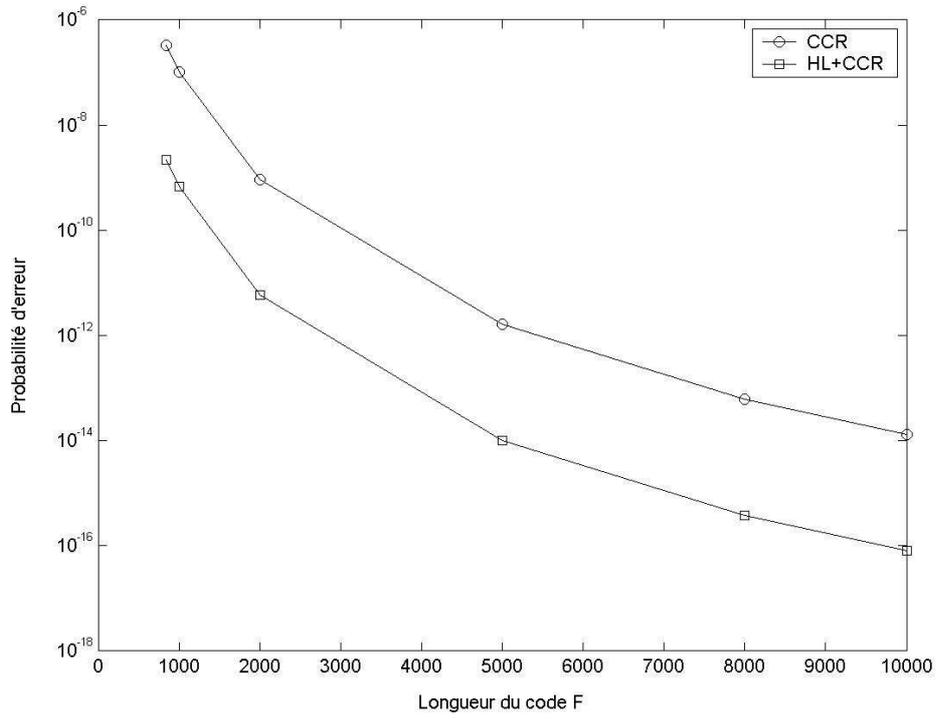


Figure II-18 : TEB des codes  $OOC(F,7,1,1)$  avec  $N=20$  utilisateurs, pour un seuil optimal  $S=7$

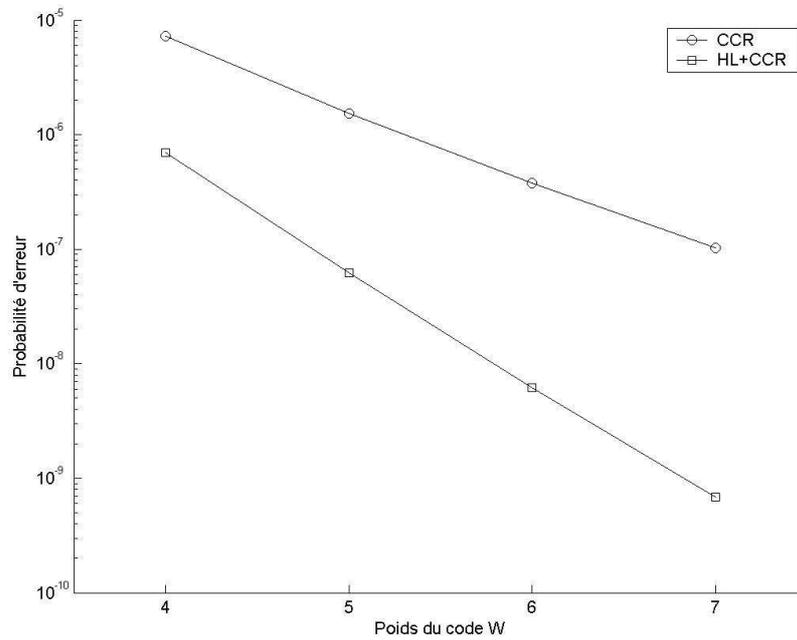


Figure II-19 : TEB des codes  $OOC(1000,W,1,1)$  avec  $N=20$  utilisateurs, pour  $S=W$

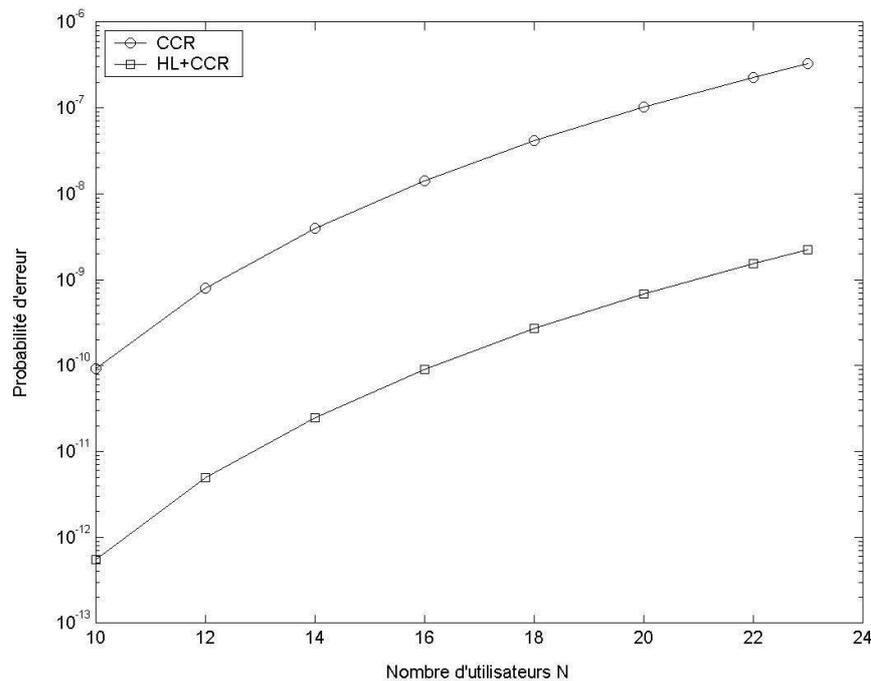


Figure II-20 : TEB des codes OOC(1000,7,1,1) avec N utilisateurs, pour un seuil optimal  $S=7$

On vérifie bien sur toutes les figures que le HL+CCR permet d'obtenir de meilleures performances que le CCR, lorsque les seuils considérés sont optimaux. Ceci est dû à la capacité du HL de supprimer certains motifs d'interférence.

De plus nous pouvons observer qu'une variation de poids entraîne une variation du gain en performance, tandis que la variation du gain est peu sensible à la longueur du code ou au nombre d'utilisateurs. Ceci s'explique par le fait que lorsque la longueur du code ou le nombre d'utilisateurs varient, la proportion de motifs d'erreur non-supprimables par le HL par rapport au nombre total de motifs d'erreur est à peu près constant. En effet, en augmentant la longueur du code ou en diminuant le nombre d'utilisateurs par exemple, on réduit de façon quasi uniforme la probabilité d'apparition de chaque motif d'erreur du CCR. Donc la répartition des motifs d'erreur supprimables et non supprimables par le HL+CCR reste constant. On a donc un gain constant entre le HL+CCR et le CCR.

A l'inverse, lorsque le poids augmente, la proportion de motifs non-supprimables par le HL diminue. En effet, plus le poids est grand, et plus il existe de motifs permettant de créer une erreur pour le CCR. Or, comme avec un seuil optimal  $S = W$ , le seul motif non-supprimable par le HL est celui qui a au moins une interférence sur chaque chip du code, la proportion de motifs non-supprimables décroît, donc le gain en performance croît.

Enfin, pour terminer l'étude du HL+CCR, nous avons cherché, comme nous l'avons fait pour le CCR, les codes OOC optimaux ayant la longueur la plus faible possible, permettant d'obtenir un TEB de  $10^{-3}$ ,  $10^{-6}$  et  $10^{-9}$  pour  $N = 32$  utilisateurs actifs. Les résultats sont présentés sur la Figure II-21.

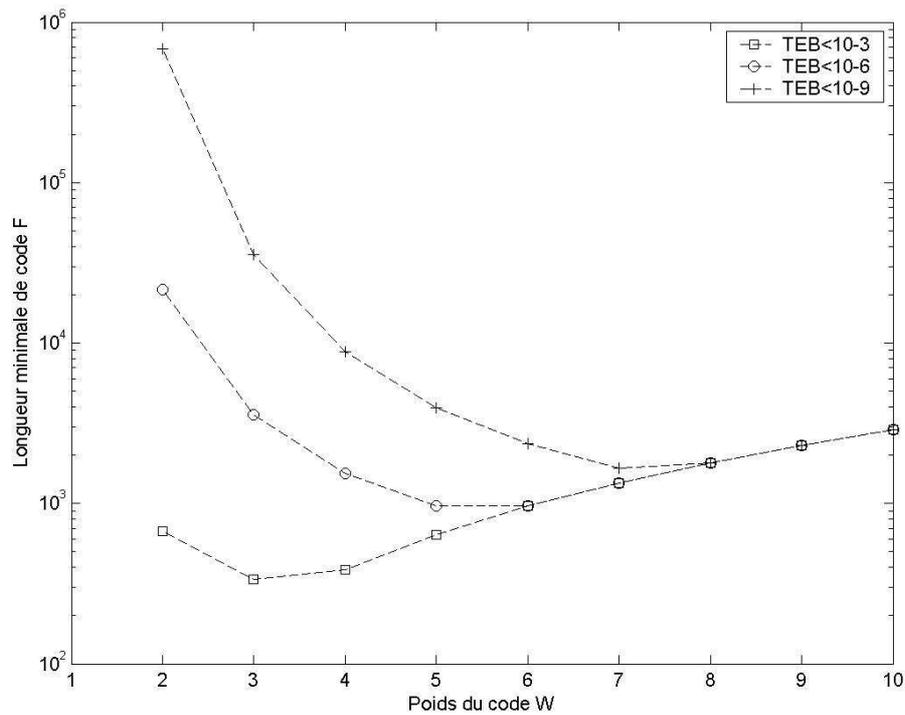


Figure II-21 : Longueur minimale d'un OOC requise pour avoir un TEB fixé pour  $N=32$  utilisateurs, pour un seuil optimal  $S=W$

On constate la même évolution que pour les courbes associées au CCR : décroissance puis croissance. Nous avons reporté les codes optimaux du HL+CCR dans le Tableau II-3 les comparant avec ceux du CCR.

	CCR	HL+CCR
TEB < $10^{-3}$	( $F = 459, W = 4, 1, 1$ )	( $F = 335, W = 3, 1, 1$ )
TEB < $10^{-6}$	( $F = 1345, W = 7, 1, 1$ )	( $F = 961, W = 6, 1, 1$ )
TEB < $10^{-9}$	( $F = 2339, W = 9, 1, 1$ )	( $F = 1662, W = 7, 1, 1$ )

Tableau II-3 : Comparaison des codes OOC optimaux du CCR et HL+CCR

On observe que l'utilisation du HL permet de réduire de façon significative les paramètres des codes optimaux, puisque quelque soit le TEB considéré, la réduction concerne à la fois la longueur du code et le poids. Ainsi, le HL prouve son efficacité à améliorer les performances de la liaison en supprimant une partie de l'IAM présente dans le signal reçu, pour permettre la réduction des paramètres de code.

Cependant, si on considère une bande passante de 10GHz, alors le débit par utilisateur est pour une performance visée de  $10^{-9}$  :  $D = \frac{B}{F} = 6Mbit/s$ .

Ainsi, on obtient un débit comparable à celui pouvant être fourni par la technologie ADSL. Le HL+CCR ne permet donc pas de rendre l'OCDMA avantageux au point de vue débit, par rapport à la technique d'accès en place.

Enfin, nous ne présentons pas de résultats du HL+CCR pour les codes PC et MWOOC car :

- nous montrerons au chapitre suivant qu'il est possible de supprimer complètement l'impact de l'interférence pour les codes PC
- les performances d'un code MWOOC correspondent à celles d'un code OOC qui aurait pour longueur temporelle  $L \times F$ .

#### 4. Double Hard Limiter

Le HL peut aussi être utilisé dans une autre configuration : appelée *Double Hard Limiter* (DHL) [ 46 ]-[ 48 ]. Dans ce récepteur, deux HL sont utilisés, un avant la fonction de corrélation, et l'autre après, comme schématisé sur la

Figure II-22 :

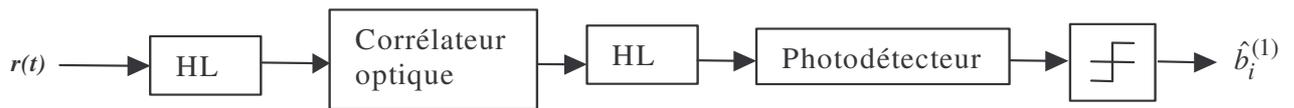


Figure II-22 : Structure du Double Hard limiter

Le premier HL joue le même rôle que celui décrit dans le paragraphe précédent : il supprime une partie des motifs d'interférence présents dans le signal.

Le deuxième HL supprime aussi une partie de l'interférence, mais le but est de rendre la variable décisionnelle obtenue après le corrélateur moins sensible aux bruits générés par la photodiode. Considérons l'exemple décrit sur la Figure II-23, d'un utilisateur désiré ayant envoyé un '0', en présence de 3 autres utilisateurs ayant envoyé un '1'. Les codes considérés ont une longueur de 9 et un poids de 3.

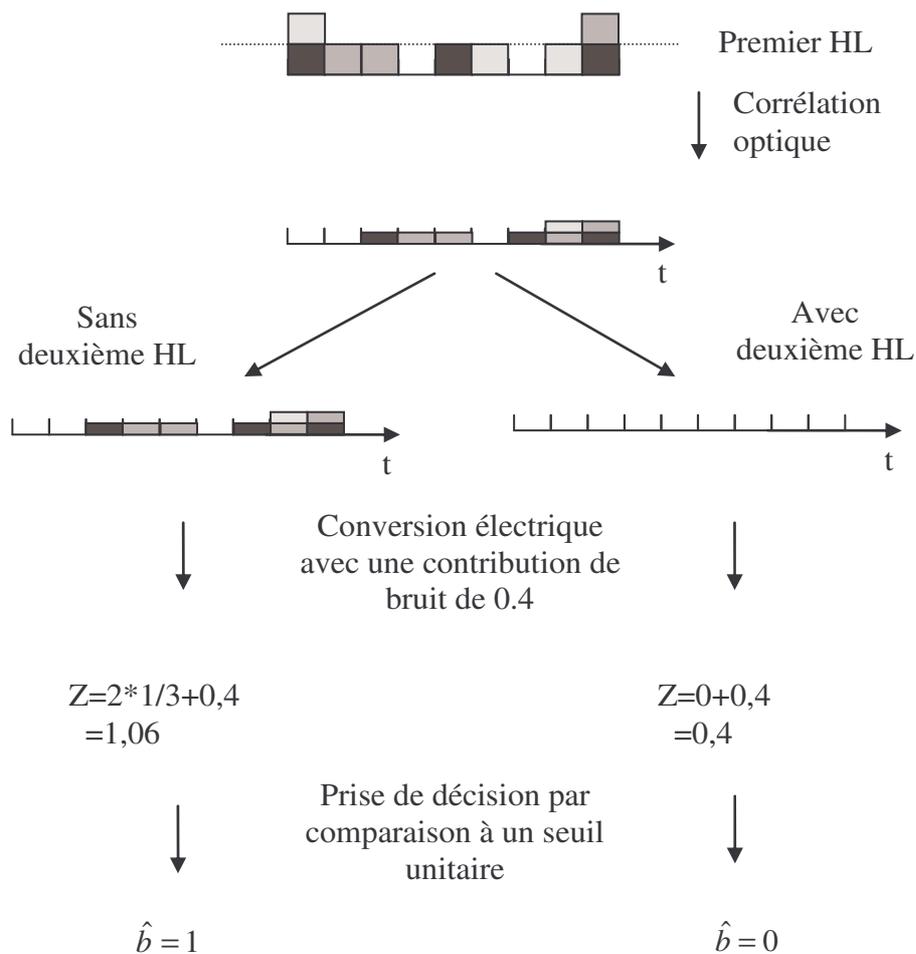


Figure II-23 : Principe de fonctionnement du *Double Hard Limiter*

Le premier HL supprime une interférence sur le premier et sur le dernier chip. Après corrélation optique par des lignes à retard, on obtient alors la fonction de corrélation temporelle entre le signal reçu et le code de l'utilisateur désiré. La puissance optique contenue dans le dernier chip de ce signal va être convertie en signal électrique. Dans l'exemple, le niveau du dernier chip est 2. Comme le photodétecteur introduit du bruit dans la réception, il est possible que la sortie du photodétecteur ait un niveau de 3 ou plus. En conséquence, un circuit de décision avec un seuil de 3 déciderait que la donnée est un '1'.

Lorsqu'on utilise un deuxième HL, on ramène la valeur du dernier chip à 0. Ainsi, il faut un bruit beaucoup plus important pour que la sortie du photodétecteur ait un niveau 3. Les erreurs sont donc plus rares.

Ce détecteur étant basé sur des composants optiques, alors que nous envisageons des détecteurs électriques, nous ne le considérerons pas dans la suite de ce document.

## 5. Chip level receiver

Le *Chip Level Receiver* (CLR) a été présenté en 1998 par Shalaby [ 49 ].

Le principe du CLR est le suivant : on teste séparément la puissance comprise dans chaque chip du code :

- si tous les chips possèdent une puissance supérieure à un seuil fixé, alors la donnée est décidée comme étant un '1'.
- dans le cas inverse, c'est-à-dire si au moins un chip possède une puissance inférieure au seuil, alors la donnée est décidée comme étant un '0'.

Or, dans le cas sans bruit, nous avons montré que le HL+CCR détectait :

- une donnée "1" si tous les chips du code de l'utilisateur désiré contenaient une puissance supérieure ou égale à 1. Ce test est réalisé après passage du signal dans le HL, et sommation des puissances contenues dans chacun des chips.
- une donnée "0" dans le cas inverse.

En conséquence, dans le cas sans bruit, les 2 récepteurs sont équivalents.

En revanche, en présence de bruit, le CLR est moins sensible au bruit car il considère chaque chip séparément, contrairement au HL qui en sommant les puissances contenues, somme les contributions

de bruit présentes dans chaque chip et donc est sujet à un bruit plus important [ 49 ]. Le CLR est donc une façon plus efficace d'implanter la fonction HL en présence de bruit thermique, si le courant d'obscurité est négligeable. Néanmoins, il a été montré [ 44 ], qu'en présence de courant d'obscurité, les performances se dégradent.

Compte tenu des préoccupations de ce mémoire, nous considérons que le CLR est une des façons de réaliser physiquement la fonction HL.

## 6. Détection aveugle

Tous les récepteurs présentés précédemment essayaient d'extraire au mieux la donnée envoyée en essayant de réduire au maximum l'impact de l'interférence, mais sans estimer cette interférence. Pour la détection aveugle (« *blind detection* ») [ 51 ][ 52 ], l'interférence va être estimée afin de pouvoir mieux détecter l'utilisateur désiré.

Cependant, pour ce type de détection, on considère que seul le code de l'utilisateur désiré est connu. En conséquence, il faut estimer de façon « aveugle » l'interférence. Pour cela, on estime de façon statistique l'interférence présente dans le signal reçu. Cette estimation est basée sur les caractéristiques statistiques du bruit d'interférence, et du signal reçu.

Dans une deuxième étape, l'interférence estimée est prise en compte pour la détection de l'utilisateur désiré.

Ce type de détection conduit à de meilleures performances que le récepteur conventionnel.

## 7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la réception mono-utilisateur pour une liaison OCDMA.

Nous avons tout d'abord étudié le récepteur conventionnel : le CCR. Nous avons montré que dans le cas sans bruit, ce récepteur ne fait d'erreur que lorsque la donnée envoyée est un '0', quel que soit le code unipolaire considéré. Ce récepteur est le plus simple à réaliser, cependant il conduit à de nombreuses erreurs dans une liaison comportant beaucoup d'utilisateurs. Une façon de réduire l'impact de l'interférence est d'augmenter la longueur du code. L'augmentation de la longueur induisant une diminution du débit de données, cette solution est à éviter.

En effet, nous avons montré que pour une performance de  $10^{-9}$  pour 32 utilisateurs, la longueur minimale d'un code OOC est de 2339 (ce qui permet un débit de 4 Mbit/s en considérant une bande passante de 10 GHz). En utilisant un code PC, le débit maximal pouvant être obtenu est de 6Mbit/s,

donc l'amélioration est faible. Avec un code MWOOC, cela monte à 70 Mbit/s, cependant, plusieurs longueurs d'onde sont utilisées.

L'utilisation d'un limiteur appelé HL est une autre façon d'améliorer les performances. Ce composant supprime une partie de l'interférence, et permet de réduire les cas conduisant à une erreur. Cela permet de réduire la longueur du code pour une performance et un nombre d'utilisateurs donnés. Cependant, cela ne suffit pas à rendre l'OCDMA compétitif pour le réseau d'accès. En effet, l'utilisation d'un HL permet d'obtenir un débit de 6 Mbit/s, avec un code OOC. Le débit obtenu avec le HL+CCR est légèrement supérieur à celui du CCR, mais reste comparable aux débits offerts par l'ADSL.

D'autres détecteurs mono-utilisateurs permettent eux aussi d'améliorer les performances du CCR, cependant, on peut obtenir de bien meilleurs résultats en ce qui concerne la réduction de l'IAM, avec une détection multi-utilisateurs.

Nous allons donc nous intéresser, dans le chapitre III à la détection multi-utilisateur.



# CHAPITRE III



<b>CHAPITRE III. DETECTION MULTI-UTILISATEURS.....</b>	<b>99</b>
1. ETAT DE L'ART.....	99
1.1. Méthode de détection optimale .....	99
1.2. Détection sous-optimale linéaire .....	99
1.3. Détection à annulation d'interférence soustractive.....	100
1.4. Autres détections.....	101
2. ANNULATION SERIE D'INTERFERENCE .....	101
2.1. Principe.....	101
2.2. Probabilité d'erreur du SIC pour des codes tels que $\lambda_c=1$ .....	102
2.2.1. Expression de la probabilité d'erreur .....	103
2.2.2. Application aux OOC(F,W,1,1) et MWOOC(L×F,W,1,1).....	107
2.2.3. Analyse des performances du SIC avec des codes OOC(F,W,1,1) .....	107
2.2.3.1. Validation de l'expression théorique.....	107
2.2.3.2. Performances du récepteur SIC en fonction des paramètres de code.....	108
2.2.3.3. Performances du SIC en fonction du nombre d'étages d'annulation.....	109
2.2.3.4. Conclusion.....	110
3. ANNULATION PARALLELE D'INTERFERENCE.....	112
3.1. Principe.....	112
3.2. Probabilité d'erreur du PIC pour des codes tels que $\lambda_c=1$ .....	113
3.2.1. Expression de la probabilité d'erreur .....	113
3.2.2. Analyse des performances .....	121
3.2.2.1. Analyse de l'expression théorique .....	121
3.2.2.2. Validation de l'expression théorique.....	121
3.2.2.3. Seuils optimaux .....	122
3.2.2.4. Analyse des performances du PIC.....	123
3.2.3. Amélioration .....	127
3.2.3.1. HL+PIC .....	127
3.2.3.2. PIC+HL .....	131
3.2.3.3. HL+PIC+HL.....	134
3.2.3.4. Synthèse.....	136
3.2.3.5. Performances .....	138
3.3. Probabilité d'erreur du PIC pour des codes tels que $\lambda_c=2$ .....	143
3.3.1. Expression de la probabilité d'erreur .....	143
3.3.2. Application aux PC .....	148
4. CONCLUSION .....	150

## Liste des figures

Figure III-1 : Schéma du récepteur SIC .....	101
Figure III-2 : Performances théoriques et simulées du SIC avec 3 annulations pour un code OOC(64,4,1,1), et $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$ .....	108
Figure III-3 : Probabilité d'erreur du SIC pour un code OOC(361,W,1,1) avec N utilisateurs, avec $S_2 = \dots = S_{k+1} = 4$ et $S_1 = 3$ , en fonction du nombre d'étages d'annulation k .....	110
Figure III-4 : Schéma du récepteur PIC .....	112
Figure III-5 : Probabilité d'erreur simulée et théorique du PIC pour un code OOC(64,4,1,1) pour N=5 utilisateurs .....	121
Figure III-6 : TEB du code OOC(121,3,1,1) pour N=20 utilisateurs .....	123
Figure III-7 : Probabilité d'erreur du PIC pour un code OOC(F,4,1,1) pour N=10 utilisateurs .....	124
Figure III-8 : Probabilité d'erreur du PIC pour un code OOC(361,W,1,1) pour N=10 utilisateurs ..	125
Figure III-9 : Probabilité d'erreur du PIC pour un code OOC(361,4,1,1) pour N utilisateurs .....	126
Figure III-10 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du HL+PIC avec un code OOC(64,4,1,1) et N=5 utilisateurs .....	130
Figure III-11 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du PIC+HL avec un code OOC(64,4,1,1) et N=5 utilisateurs .....	134
Figure III-12 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du HL+PIC+HL avec un code OOC(64,4,1,1) et N=5 utilisateurs .....	136
Figure III-13 : Probabilité d'erreur pour un code OOC(F,4,1,1) pour N=10 utilisateurs .....	139
Figure III-14 : Probabilité d'erreur pour un code OOC(361,W,1,1) pour N=10 utilisateurs .....	139
Figure III-15 : Probabilité d'erreur pour un code OOC(361,4,1,1) pour N utilisateurs .....	140
Figure III-16 : Longueur minimale requise pour avoir une probabilité d'erreur inférieure à $10^{-9}$ pour N=32 utilisateurs .....	142
Figure III-17 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du PIC avec un code PC(25,5) et N=5 utilisateurs .....	148

Liste des tableaux

Tableau III-1 : Valeurs possibles de l'interférence créée par un utilisateur non-désiré #j .....	115
Tableau III-2 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC pour un code OOC(F,4,1,1) pour N=10 utilisateurs .....	125
Tableau III-3 : Nom du récepteur en fonction des récepteurs des utilisateurs non-désirés et désiré.	137
Tableau III-4 : Expressions de $P_I$ et $P_e$ pour les récepteurs PICs .....	137
Tableau III-5 : Codes minimaux pour obtenir une probabilité d'erreur inférieure à $10^{-9}$ , et performances associées .....	142
Tableau III-6 : Valeurs possibles de l'interférence créée par un utilisateur non-désiré #j .....	144



## Chapitre III. DÉTECTION MULTI-UTILISATEURS

Afin d'obtenir de meilleures performances que celles obtenues par la détection mono-utilisateur, la détection multi-utilisateurs a été étudiée pour les liaisons OCDMA [ 53 ][ 54 ]. En effet, ce type de détection, déjà utilisé pour le CDMA hertzien a prouvé son efficacité à réduire l'impact de l'interférence sur les performances [ 55 ].

L'avantage de la détection multi-utilisateurs par rapport à la détection mono-utilisateur est la connaissance des codes des utilisateurs non-désirés qui permet d'évaluer plus finement l'interférence présente dans le signal reçu. En conséquence, les données sont mieux détectées.

De nombreuses recherches ont été menées sur le sujet, principalement inspirées des travaux réalisés pour le CDMA hertzien.

### 1. Etat de l'art

#### 1.1. Méthode de détection optimale

La méthode de détection multi-utilisateurs optimale a été proposée en 1986 par Verdu [ 56 ]. Elle est connue sous le nom de « détection à maximum de vraisemblance » (*Maximum likelihood detection*).

La prise de décision est faite en sélectionnant parmi toutes les combinaisons possibles de données et de codes envoyés, la combinaison  $c$  qui maximise la probabilité que  $c$  ait été envoyée en sachant que le signal  $r(t)$  est reçu. On cherche la combinaison la plus probable parmi toutes les combinaisons possibles.

Le problème de ce type de détection est que, pour un système qui supporte  $N$  utilisateurs utilisant des codes de longueur temporelle  $F$ , il a été montré que le nombre total de combinaisons possibles est  $2^{NF}$ . En conséquence, une recherche exhaustive est impossible pour les nombres typiques d'utilisateurs visés.

Cette méthode n'est donc pas envisageable pour une implantation pratique d'un système OCDMA. Donc, des méthodes sous-optimales, plus simples à réaliser pratiquement, ont été développées pour essayer d'améliorer les performances sans trop complexifier le récepteur.

#### 1.2. Détection sous-optimale linéaire

Un premier groupe concerne les méthodes de détection sous-optimales linéaires. Ces détecteurs appliquent une transformation linéaire (représentée par une matrice) à la sortie des corrélateurs

appliqués au signal reçu, afin de donner un nouveau jeu de sorties plus fiable pour la prise de décision. Leur complexité varie linéairement avec le nombre d'utilisateurs.

Dans les systèmes CDMA hertziens, on retient deux principales variantes [ 55 ].

Pour le décorrélateur, la transformation correspond à la multiplication par l'inverse de la matrice d'intercorrélacion. Cependant ce récepteur provoque une augmentation du niveau de bruit.

Pour le récepteur basé sur le minimum d'erreur quadratique moyenne (MMSE : *Minimum Mean Squared Error*), la matrice de transformation est obtenue en calculant l'inverse d'une matrice prenant aussi en compte le bruit, ceci afin de ne pas l'augmenter. Du fait de cette prise en compte, le MMSE conduit à de meilleurs résultats que le décorrélateur.

Ces méthodes n'ont pas été, à notre connaissance, appliquées pour des liaisons OCDMA. Ceci est vraisemblablement dû à la difficulté de calculer les matrices inverses en temps réel, puisqu'on peut être amené à recalculer ces matrices d'un bit à l'autre. En raison de leur difficulté de réalisation, nous ne nous sommes pas intéressés à ce type de récepteurs.

### **1.3. Détection à annulation d'interférence soustractive**

Un autre groupe concerne les méthodes de détection par annulation d'interférence soustractive. Ces détecteurs, contrairement aux premiers, ont un fonctionnement en deux principales étapes :

- l'estimation de tout ou partie de l'interférence présente dans le signal reçu,
- la détection de la donnée de l'utilisateur désiré après soustraction au signal reçu de l'interférence estimée

On distingue deux détecteurs principaux dans ce groupe :

- le SIC (*Successive Interference Cancellation receiver* : récepteur à annulation série d'interférence) : chaque étage de ce récepteur estime et régénère l'un après l'autre, une estimation de la contribution d'un utilisateur, pour le soustraire au signal. L'intérêt de ce récepteur est d'avoir, au fur et à mesure des étages d'annulation, de moins en moins d'interférence.
- le PIC (*Parallel Interference Cancellation receiver* : récepteur à annulation parallèle d'interférence) : ce récepteur fournit une estimation simultanée de la contribution de chaque utilisateur non-désiré, pour soustraire au signal reçu une estimation de l'interférence totale, avant détection de l'utilisateur désiré.

L'application de ces techniques aux systèmes OCDMA a fait l'objet de plusieurs travaux [ 52 ] [ 57 ] [ 58].

### 1.4. Autres détections

Des méthodes d'estimation d'interférence, pour lesquelles l'interférence estimée n'est pas retranchée au signal reçu, mais permet, par exemple de modifier la valeur du seuil ont aussi été développées [ 59 ].

Certains récepteurs alliant à la fois l'utilisation du HL, et des techniques d'estimation d'interférence ont été présentées dans [ 48 ]. L'utilisation du HL permet dans ce cas d'améliorer l'estimation de l'interférence.

Cependant, les méthodes de détection à annulation d'interférence soustractive étant les plus simples à implanter pratiquement, nous nous sommes intéressés aux performances des récepteurs SIC et PIC.

## 2. Annulation Série d'Interférence

### 2.1. Principe

Afin de présenter le Récepteur par Annulation Série d'Interférence ou *Serial Interference Cancellation Receiver* (SIC), nous considérons, sans perdre en généralité, que l'utilisateur désiré est l'utilisateur #1. On se place dans le cas où chaque utilisateur contribue au signal reçu avec la même énergie (pas d'effet près loin).

Nous considérons aussi que le système comporte  $N$  utilisateurs actifs.

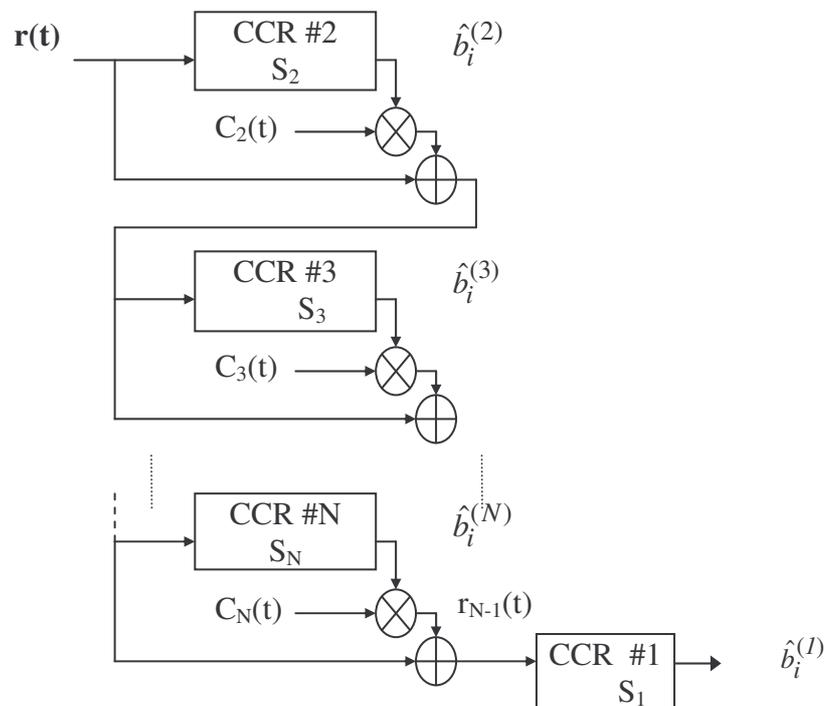


Figure III-1 : Schéma du récepteur SIC

Le principe du SIC, présenté dans [ 50 ] est de reproduire pas à pas, le motif d'interférence dû aux utilisateurs non-désirés, afin de l'enlever au signal total reçu.

Pour cela, le SIC nécessite plusieurs étapes (Figure III-1):

- La première étape consiste à détecter la donnée envoyée par un utilisateur non-désiré fixé, pour retrancher au signal reçu la contribution estimée de cet utilisateur. Pour cela, la donnée émise par l'utilisateur est estimée grâce à un CCR ayant un seuil de décision  $S_2$ . Puis, le signal émis estimé est reconstruit par multiplication avec le code de l'utilisateur non-désiré, et soustrait du signal reçu. On obtient alors un nouveau signal :  $r_1(t) = r(t) - \hat{b}_i^{(2)} c_2(t)$
- La deuxième étape consiste à réitérer l'étape précédente pour un deuxième utilisateur non-désiré, en considérant le signal obtenu à l'étape précédente comme étant le signal reçu . On obtient alors un nouveau signal :  $r_2(t) = r(t) - \hat{b}_i^{(2)} c_2(t) - \hat{b}_i^{(3)} c_3(t)$
- ...
- Ce processus peut être répété soit sur la totalité des utilisateurs non-désirés (dans ce cas, le SIC comporte  $N - 1$  étages), soit sur une partie des utilisateurs non-désirés.
- A la fin de la procédure, le signal  $r_{N-1}(t)$  est appliqué à l'entrée du récepteur conventionnel de l'utilisateur désiré n°1 :

$$\begin{aligned}
 r_{N-1}(t) &= r(t) - \hat{b}_i^{(2)} c_2(t) - \hat{b}_i^{(3)} c_3(t) - \dots - \hat{b}_i^{(N)} c_N(t) \\
 &= b_i^{(1)} c_1(t) + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \cdot c_j(t)
 \end{aligned} \tag{III-1}$$

Sur la Figure III-1, le premier utilisateur non-désiré détecté est l'utilisateur #2, puis le deuxième est l'utilisateur #3... Comme nous considérons qu'il n'y a pas d'effet près loin, le choix des utilisateurs non-désirés à détecter n'a pas d'incidence sur les performances. Cependant, dans le cas où les utilisateurs n'ont pas la même puissance, il convient de détecter les utilisateurs non-désirés en commençant par celui qui a la plus grande puissance, puis de poursuivre avec les puissances décroissantes.

## 2.2. Probabilité d'erreur du SIC pour des codes tels que $\lambda_c=1$

Nous considérons dans cette partie un système utilisant des codes ayant une intercorrélacion maximale de '1' dans la famille, avec N utilisateurs actifs.

### 2.2.1. Expression de la probabilité d'erreur

D'une manière générale, la probabilité d'erreur s'écrit :

$$P_{eSIC} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{III-2})$$

La prise de décision pour obtenir  $\hat{b}_i^{(1)}$  est liée d'une part au seuil de décision  $S$  du CCR final et à la règle de décision du comparateur à seuil, et d'autre part à la variable de décision, qui vaut après  $k$  étages d'annulation :

$$\begin{aligned} Z_i^{(1)} &= \int_0^T c_1(t) r_k(t) dt \\ &= \int_0^T c_1(t) \cdot (b_i^{(1)} \cdot c_1(t) + \sum_{j=2}^{k+1} (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \cdot c_j(t) + \sum_{j=k+2}^N b_i^{(j)} \cdot c_j(t)) dt \end{aligned} \quad (\text{III-3})$$

D'où, en tenant compte du fait que  $\int_0^T c_1(t) \cdot c_1(t) dt = W$ .

$$\begin{aligned} Z_i^{(1)} &= W \cdot b_i^{(1)} + \sum_{j=2}^{k+1} (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \cdot \int_0^T c_1(t) \cdot c_j(t) dt + \sum_{j=k+2}^N b_i^{(j)} \cdot \int_0^T c_1(t) \cdot c_j(t) dt \\ &= W \cdot b_i^{(1)} + A_k + I_k \end{aligned} \quad (\text{III-4})$$

Le terme  $A_k = \sum_{j=2}^{k+1} (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t) \cdot c_j(t) dt$  est le terme dû aux erreurs de détections des utilisateurs précédents.

Le terme  $I_k = \sum_{j=k+2}^N b_i^{(j)} \int_0^T c_1(t) \cdot c_j(t) dt$  correspond aux contributions des utilisateurs qui n'ont pas été détectés.

Les erreurs sont dues à ces termes dans le cas sans bruit. Nous considérons que les grandeurs  $A_i$ , et  $I_i$  sont indépendantes.

Etant donné que le SIC possède une structure en cascade ou série (Figure III-1), le calcul de la probabilité d'erreur de chaque étage dépend de la probabilité d'erreur aux étages précédents.

Néanmoins, le cas où le SIC comporte 1 étage d'annulation est un cas particulier. En effet, le CCR ne fait d'erreur que sur les données de l'utilisateur non-désiré, donc le terme d'annulation ne prend que deux valeurs : '0' et '-1'. Le calcul de la probabilité d'erreur après 1 étage d'annulation est détaillé en annexe E.

Nous considérons ici le cas général de k annulations en série.

Le calcul de la probabilité d'erreur de l'utilisateur #1, après k étages d'annulation s'écrit :

$$P_{e_k} = \frac{1}{2}P_{e_{k0}} + \frac{1}{2}P_{e_{k1}} \quad (\text{III-5})$$

où  $P_{e_{k0}}$  (respectivement  $P_{e_{k1}}$ ) est la probabilité d'erreur du SIC après k étages d'annulation lorsque l'utilisateur désiré a envoyé un '0' (respectivement un '1').

• Calcul de  $P_{e_{k1}}$  :

$$\begin{aligned} P_{e_{k1}} &= P\left(Z_i^{(1)} < S_1 / b_i^{(1)} = 1\right) \\ &= P\left(W + \sum_{j=1}^k A_j + I_k < S_1 / b_i^{(1)} = 1\right) \end{aligned} \quad (\text{III-6})$$

• Considérons tout d'abord les termes d'annulation  $A_j$ .

Les termes  $A_j$  avec  $j \geq 1$ , correspondant à l'annulation de l'utilisateur #(j+1), peuvent prendre les valeurs '1', '0' et '-1'. Pour exprimer de façon simple, les probabilités d'obtention de ces valeurs, nous considérons que la contribution d'un utilisateur précédemment annulé sur la variable décisionnelle de l'utilisateur #(j+1), est nulle. Dans ce cas :

$$\begin{aligned} P(A_j = -1 / b_i^{(1)} = 1) &= P(b_i^{(j+1)} - \hat{b}_i^{(j+1)} = -1 / b_i^{(1)} = 1) \cdot P\left(\int_0^T c_{j+1}(t)c_1(t)dt = 1\right) \\ &= \frac{R}{2} \cdot P\left(Z_i^{(j+1)} \geq S_{j+1} / b_i^{(1)} = 1 \cap b_i^{(j+1)} = 0 \cap \int_0^T c_{j+1}(t)c_1(t)dt = 1\right) \end{aligned} \quad (\text{III-7})$$

$$= \frac{R}{2} \cdot P\left(1 + \sum_{k=j+2}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_k(t).c_{j+1}(t)dt \geq S_{j+1}\right)$$

$$\boxed{P(A_j = -1 / b_i^{(1)} = 1) = \frac{R}{2} \sum_{i=S_{j+1}-1}^{N-j-1} C_{N-j-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-j-1-i}} \quad (\text{III-8})$$

De même :

$$\begin{aligned} P(A_j = 1 / b_i^{(1)} = 1) &= P(b_i^{(j+1)} - \hat{b}_i^{(j+1)} = 1 / b_i^{(1)} = 1) \cdot P\left(\int_0^T c_{j+1}(t)c_1(t)dt = 1\right) \\ &= \frac{R}{2} \cdot P\left(Z_i^{(j+1)} < S_{j+1} / b_i^{(1)} = 1 \cap b_i^{(j+1)} = 1 \cap \int_0^T c_{j+1}(t)c_1(t)dt = 1\right) \\ &= \frac{R}{2} \cdot P\left(W + 1 + \sum_{k=j+2}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_k(t).c_{j+1}(t)dt < S_{j+1}\right) \end{aligned} \quad (\text{III-9})$$

$$P(A_j = 1/b_i^{(1)} = 1) = \frac{R}{2} \sum_{i=0}^{S_{j+1}-W-2} C_{N-j-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-j-1-i} \quad (\text{III-10})$$

De plus :

$$P(A_j = 0/b_i^{(1)} = 1) = 1 - P(A_j = -1/b_i^{(1)} = 1) - P(A_j = 1/b_i^{(1)} = 1) \\ = 1 - \frac{R}{2} \sum_{i=S_{j+1}-1}^{N-j-1} C_{N-j-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-j-1-i} - \frac{R}{2} \sum_{i=0}^{S_{j+1}-W-2} C_{N-j-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-j-1-i} \quad (\text{III-11})$$

Nous pouvons remarquer que, pour  $j = 1$  nous retrouvons les mêmes expressions que dans l'annexe E, pour  $P(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 0)$  et  $P(A_1 = 0/b_i^{(1)} = 0)$ , et que  $P(A_1 = 1/b_i^{(1)} = 0) = 0$ .

- Considérons maintenant le terme d'interférence  $I_k$ .

Le terme d'interférence correspond aux contributions des utilisateurs qui n'ont pas été détectés. Comme la contribution d'un utilisateur non-annulé est soit '0' soit '1' pour un code dont l'intercorrélacion maximale est de '1', et qu'il reste, après  $k$  étages d'annulation  $N - k - 1$  utilisateurs non-désirés non-détectés,  $I_1$  peut prendre des valeurs positives entre 0 et  $N - k - 1$ .

La probabilité que l'interférence  $I_k$  générée par  $N - k - 1$  utilisateurs non-détectés soit supérieure (respectivement inférieure) à ' $i_k$ ' est :

$$prob(I_k \geq i_k) = \sum_{i=i_k}^{N-k-1} C_{N-k-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-k-1-i} \quad (\text{III-12})$$

$$prob(I_k < i_k) = \sum_{i=0}^{i_k-1} C_{N-k-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-k-1-i} \quad (\text{III-13})$$

D'où, en décomposant la probabilité d'erreur selon la valeur des termes d'annulation  $A_j = a_j$ , avec  $a_j \in \{-1, 0, 1\}$ , on obtient :

$$P_{e_{k1}} = P\left(W + \sum_{j=1}^k A_j + I_k < S_1 / b_i^{(1)} = 1\right) \\ = \sum_{a_1=-1}^0 \sum_{a_2=-1}^1 \dots \sum_{a_j=-1}^1 P(W + I_k + \sum_{j=1}^k a_j < S_1) * P(A_1 = a_1) \dots P(A_k = a_k) \quad (\text{III-14})$$

$$P_{e_{k1}} = \sum_{a_1=-1}^0 \sum_{a_2=-1}^1 \dots \sum_{a_j=-1}^1 \left[ \sum_{i=0}^{S_1 - W - \sum_{j=1}^k a_j - 1} C_{N-k-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-k-1-i} * P(A_1 = a_1) \dots P(A_k = a_k) \right] \quad (\text{III-15})$$

- Calcul de  $P_{e_{k0}}$  .

$$\begin{aligned}
P_{e_{k0}} &= P\left(Z_i^{(1)} \geq S_1/b_i^{(1)} = 0\right) \\
&= P\left(\sum_{j=1}^k A_j + I_k \geq S_1 / b_i^{(1)} = 0\right)
\end{aligned} \tag{III-16}$$

- Considérons tout d'abord les termes d'annulation  $A_j$ .

En calculant les probabilités d'obtention des termes  $A_j$  de la même façon que précédemment, on obtient :

$$\begin{aligned}
P\left(A_j = -1/b_i^{(1)} = 0\right) &= P\left(b_i^{(j+1)} - \hat{b}_i^{(j+1)} = -1/b_i^{(1)} = 0\right) \cdot P\left(\int_0^T c_{j+1}(t)c_1(t)dt = 1\right) \\
&= \frac{R}{2} \sum_{i=S_{j+1}}^{N-j-1} C_{N-j-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-j-1-i}
\end{aligned} \tag{III-17}$$

$$\begin{aligned}
P\left(A_j = 1/b_i^{(1)} = 0\right) &= P\left(b_i^{(j+1)} - \hat{b}_i^{(j+1)} = 1/b_i^{(1)} = 0\right) \cdot P\left(\int_0^T c_{j+1}(t)c_1(t)dt = 1\right) \\
&= \frac{R}{2} \sum_{i=0}^{S_{j+1}-W-1} C_{N-j-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-j-1-i}
\end{aligned} \tag{III-18}$$

$$P\left(A_j = 0/b_i^{(1)} = 0\right) = 1 - P\left(A_j = -1/b_i^{(1)} = 0\right) - P\left(A_j = 1/b_i^{(1)} = 0\right) \tag{III-19}$$

- Considérons maintenant le terme d'interférence  $I_k$ .

La valeur du terme d'interférence ne dépendant pas de la valeur du bit de l'utilisateur désiré,  $I_1$  prend des valeurs positives entre 0 et  $N - k - 1$ , avec la même probabilité que dans le cas précédent.

$$\begin{aligned}
P_{e_{k0}} &= P\left(\sum_{j=1}^k A_j + I_k \geq S_1 / b_i^{(1)} = 0\right) \\
&= \sum_{a_1=-1}^0 \sum_{a_2=-1}^1 \dots \sum_{a_j=-1}^1 P\left(I_k + \sum_{j=1}^k a_j \geq S_1\right) * P(A_1 = a_1) \dots P(A_k = a_k)
\end{aligned} \tag{III-20}$$

$$P_{e_{k0}} = \sum_{a_1=-1}^0 \sum_{a_2=-1}^1 \dots \sum_{a_j=-1}^1 \left( \left[ \sum_{i=S_1 - \sum_{j=1}^k a_j}^{N-k-1} C_{N-k-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-k-1-i} \right] * P(A_1 = a_1) \dots P(A_k = a_k) \right) \tag{III-21}$$

D'où :

$$\boxed{P_{e_k} = \frac{1}{2}P_{e_{k0}} + \frac{1}{2}P_{e_{k1}}} \quad (\text{III-22})$$

Avec

$$\boxed{P_{e_{k1}} = \sum_{a_1=-1}^0 \sum_{a_2=-1}^1 \dots \sum_{a_j=-1}^1 \left( \sum_{i=0}^{S_1 - W - \sum_{j=1}^k a_j - 1} C_{N-k-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-k-1-i} \right) * P(A_1 = a_1) \dots P(A_k = a_k)} \quad (\text{III-23})$$

$$\boxed{P_{e_{k0}} = \sum_{a_1=-1}^0 \sum_{a_2=-1}^1 \dots \sum_{a_j=-1}^1 \left( \sum_{i=S_1 - \sum_{j=1}^k a_j}^{N-k-1} C_{N-k-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-k-1-i} \right) * P(A_1 = a_1) \dots P(A_k = a_k)} \quad (\text{III-24})$$

où  $R$  est la probabilité que deux codes aient un chip en commun.

On peut observer que le nombre de termes dans l'expression (III-22) évolue de façon exponentielle par rapport au nombre d'étages d'annulation. En conséquence, plus le nombre d'utilisateurs, et le nombre d'étages d'annulation est grand, plus le temps de calcul de la probabilité d'erreur est important.

### 2.2.2. Application aux OOC( $F, W, 1, 1$ ) et MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ )

Pour les codes OOC( $F, W, 1, 1$ ), on considère  $R = \frac{W^2}{F}$  dans les équations (III-22), (III-23) et (III-24).

Pour les codes MWOOC( $L \times F, W, 1, 1$ ), on considère  $R = \frac{W^2}{L \times F}$ .

### 2.2.3. Analyse des performances du SIC avec des codes OOC( $F, W, 1, 1$ )

#### 2.2.3.1. Validation de l'expression théorique

Afin de valider l'expression théorique  $P_{eSIC}$ , nous avons simulé sous MATLAB une liaison O-CDMA avec un récepteur SIC.

Nous avons considéré un code OOC(64,4,1,1), avec  $N = 5$  utilisateurs actifs. Nous considérons un récepteur SIC avec 3 étages d'annulation. Nous avons tracé sur la figure, les résultats théoriques et obtenus par simulation en fonction de la valeur des seuils utilisés tels que  $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$ .

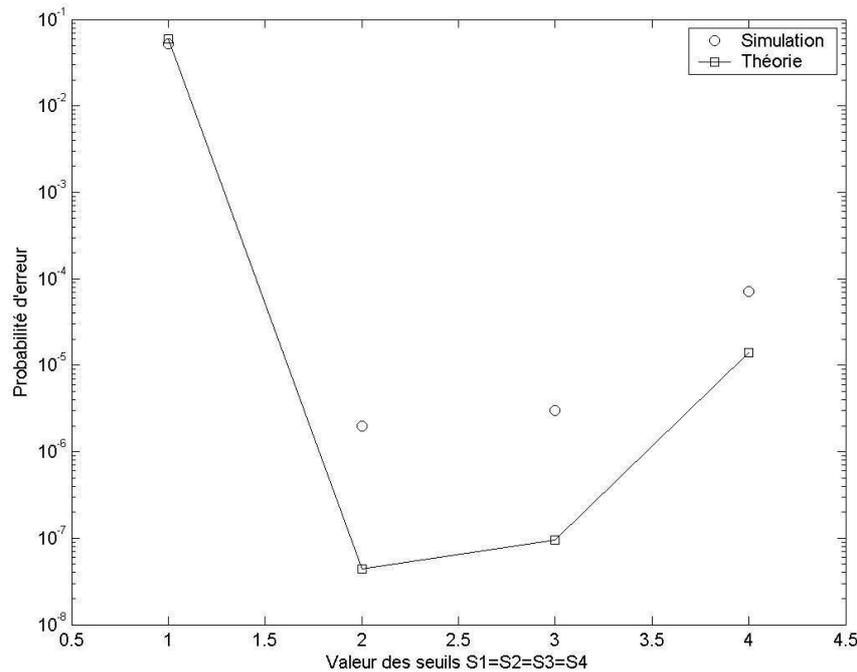


Figure III-2 : Performances théoriques et simulées du SIC avec 3 annulations pour un code OOC(64,4,1,1), et  $S_1 = S_2 = S_3 = S_4$

Nous pouvons observer un écart entre la courbe de simulation, et la courbe théorique. Cet écart est dû à l'approximation faite pour simplifier l'obtention de l'expression théorique. En effet, nous avons considéré que pour la détection des utilisateurs non-désirés, les étages précédents étaient correctement annulés. Or, ce n'est pas toujours le cas, et ces erreurs d'annulation créent des erreurs sur les étages suivants. En conséquence, notre théorie sous-estime le nombre d'erreurs possible. Nous avons donc développé, comme le prouve la Figure III-2, l'expression théorique d'une borne inférieure de la probabilité du SIC.

### 2.2.3.2. Performances du récepteur SIC en fonction des paramètres de code

Il a été montré dans [ 50 ] que le SIC permet d'obtenir de meilleures performances que le CCR et le HL+CCR. De plus, on peut vérifier dans [ 50 ] que comme pour les récepteurs CCR et HL+CCR, les performances du récepteur SIC s'améliorent lorsque :

- la longueur du code  $F$  augmente,
- le poids  $W$  augmente,
- le nombre d'utilisateurs  $N$  diminue.

En effet, comme le SIC est constitué de CCR, plus la probabilité d'erreur du CCR diminue, meilleure est la détection du premier utilisateur à annuler. En conséquence, le premier utilisateur est mieux annulé et il est moins pénalisant pour la détection des utilisateurs suivants, qui seront, à leur tour mieux détectés. Ainsi, les performances du CCR et du SIC évoluent de la même manière en fonction des paramètres de code, et du nombre d'utilisateurs.

Afin d'optimiser la détection, il est possible d'affecter à chaque étage d'annulation une valeur de seuil différente. Néanmoins, la recherche des valeurs optimales de seuil nécessite le test de  $W^{k+1}$  combinaisons de seuil, ce qui demande beaucoup de temps de calcul pour un grand nombre d'utilisateurs à annuler. En conséquence, les résultats présentés dans la suite correspondent à l'optimisation partielle des seuils réalisée sur deux valeurs de seuil :

$$- \text{ les seuils des étages d'annulation } S_2 = \dots = S_{k+1} = W \quad (\text{III-25})$$

$$- \text{ le seuil de l'utilisateur désiré } S_1 = W - 1 \quad (\text{III-26})$$

### 2.2.3.3. Performances du SIC en fonction du nombre d'étages d'annulation

Nous souhaitons maintenant estimer le nombre optimal d'étages d'annulation. Pour cela, nous avons tracé sur la Figure III-3 la probabilité d'erreur théorique du SIC en fonction du nombre d'étages d'annulation, pour un code OOC(361,4,1,1), pour  $N=10$  et  $20$  utilisateurs, et les seuils de décision  $S_2 = \dots = S_{k+1} = 4$  et  $S_1 = 3$ .

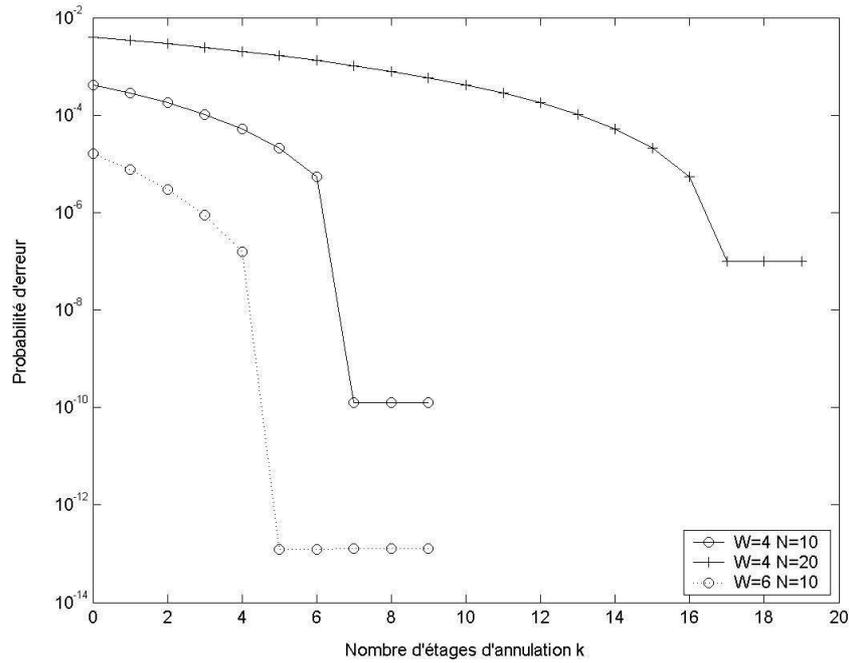


Figure III-3 : Probabilité d'erreur du SIC pour un code OOC(361,W,1,1) avec N utilisateurs, avec  $S_2 = \dots = S_{k+1} = 4$  et  $S_1 = 3$ , en fonction du nombre d'étages d'annulation k

Nous pouvons observer que, lorsque le nombre d'étages d'annulation augmente, la probabilité d'erreur diminue puis atteint un palier. Donc à partir d'un certain nombre d'étages d'annulation, il est inutile d'en rajouter car les performances ne s'améliorent pas.

Le nombre optimal d'étages d'annulation correspond au plus petit nombre permettant d'avoir la probabilité d'erreur du palier. En observant les courbes, nous pouvons estimer que le nombre optimal peut être obtenu par la relation :

$$k_{opt} = N - W + 1 \quad (III-27)$$

En effet, à partir de  $k_{opt}$ , on constate que la probabilité d'une erreur résiduelle est principalement liée à des erreurs sur des données '1' et non plus sur des données '0'

#### 2.2.3.4. Conclusion

Le SIC permet, par annulations successives de l'interférence, d'obtenir de meilleures performances que le CCR.

Cependant, cette structure est très complexe à analyser théoriquement de façon exacte, du fait de l'interdépendance des termes constitutifs de la variable décisionnelle. En outre, malgré

l'approximation réalisée, le temps de calcul de la probabilité d'erreur dépend de façon exponentielle du nombre d'étages d'annulation, et devient rapidement très important.

De plus, ce récepteur est particulièrement adapté aux liaisons pour lesquelles les contributions en puissance de chaque utilisateur sont différentes. Dans ce cas, le fait de détecter en premier les utilisateurs présentant les plus grandes puissances, permet d'exploiter au mieux la structure SIC. Mais, nous considérons que les utilisateurs ont la même puissance à l'arrivée au récepteur.

En conséquence, nous nous sommes tourné vers un autre récepteur annuleur d'interférence, plus simple à analyser et exploiter : le récepteur à annulation parallèle d'interférence.

### 3. Annulation Parallèle d'Interférence

#### 3.1. Principe

Afin de présenter le Récepteur par Annulation Parallèle d'Interférence (*Parallel Interference Cancellation*) (PIC) [ 58 ], nous considérons, sans perdre en généralité, que l'utilisateur désiré est l'utilisateur #1. On se place dans le cas où le signal transmis a la même énergie quel que soit l'utilisateur concerné (pas d'effet près loin).

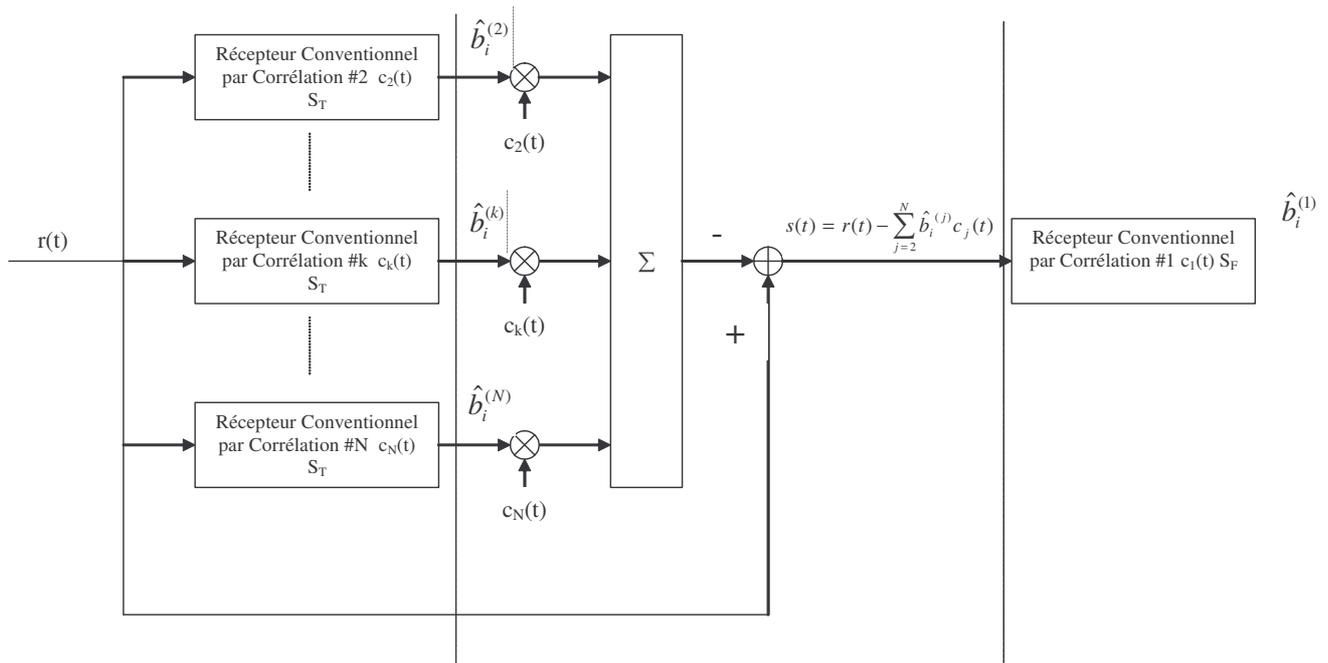


Figure III-4 : Schéma du récepteur PIC

Le principe du PIC est de reproduire le motif d'interférence dû aux utilisateurs non-désirés, afin de l'enlever au signal total reçu.

Pour cela, le PIC nécessite plusieurs étapes (Figure III-4):

- La première étape consiste à détecter les données envoyées par chacun des utilisateurs non-désirés, avec un CCR ayant un seuil de décision  $S_T$ . Chaque récepteur fournit l'estimation  $\hat{b}_i^{(j)}$  de la donnée envoyée par l'utilisateur non-désiré #j.
- La deuxième étape consiste à reconstruire les signaux émis par les utilisateurs non-désirés en multipliant les données estimées  $\hat{b}_i^{(j)}$  par le code correspondant  $c_j(t)$ .
- La troisième étape est la sommation de ces signaux reconstruits, et leur soustraction au signal reçu. L'expression du signal obtenu est :

$$s(t) = r(t) - \sum_{j=2}^N \hat{b}_i^{(j)} c_j(t) = b_i^{(1)} c_1(t) + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) c_j(t) \quad (\text{III-28})$$

- La dernière étape est la détection de la donnée de l'utilisateur désiré #1 à partir du signal « nettoyé » des interférences  $s(t)$ . Cette détection se fait grâce à un CCR ayant un seuil de décision  $S_F$ .

L'obtention de la probabilité d'erreur dépend, comme pour le CCR, de l'intercorrélacion maximale. Nous développons donc les expressions théoriques pour  $\lambda_c=1$  et  $\lambda_c=2$  séparément.

### 3.2. Probabilité d'erreur du PIC pour des codes tels que $\lambda_c=1$

Nous considérons dans cette partie un système utilisant les codes dont l'intercorrélacion maximale dans la famille est '1', avec N utilisateurs actifs.

#### 3.2.1. Expression de la probabilité d'erreur

D'une manière générale, la probabilité d'erreur s'écrit :

$$P_{e\text{PIC}} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{III-29})$$

La prise de décision pour obtenir  $\hat{b}_i^{(1)}$  est liée :

- d'une part au seuil de décision  $S_F$  et à la règle de décision du comparateur à seuil,
- d'autre part à la variable de décision, que l'on peut exprimer de la façon suivante :

$$\begin{aligned} Z_i^{(1)} &= \int_0^T c_1(t) s(t) dt \\ &= \int_0^T c_1(t) \cdot (b_i^{(1)} \cdot c_1(t) + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) c_j(t)) dt \end{aligned} \quad (\text{III-30})$$

D'où, en tenant compte du fait que  $\int_0^T c_1(t) c_1(t) dt = W$ .

$$\boxed{Z_i^{(1)} = W b_i^{(1)} + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt} \quad (\text{III-31})$$

Le terme  $I = \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt$  est le terme d'interférence. Les erreurs sont dues à ce terme dans le cas sans bruit.

Afin d'estimer la probabilité d'erreur, nous évaluons ce terme. Considérons un utilisateur non-désiré #j. Nous voulons exprimer l'interférence  $I_i^{(j)} = (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt$  causée par l'utilisateur #j sur l'utilisateur #1.

1) Si  $\int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 0$ , alors, il n'y a pas de terme d'interférence dû à l'utilisateur #j.  $I_i^{(j)} = 0$ ,

2) Inversement, si  $\int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1$ , l'utilisateur #j peut générer une interférence non nulle sur la variable décisionnelle de l'utilisateur #1. Ceci dépend de la valeur de  $(b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)})$  :

2.1) Si  $b_i^{(j)} = 0$  alors,

2.1.1) Soit la donnée émise par l'utilisateur #j est correctement estimée, et  $\hat{b}_i^{(j)} = 0$ . Dans ce cas,  $(b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) = 0$ , donc l'utilisateur #j n'interfère pas sur l'utilisateur #1.  $I_i^{(j)} = 0$

2.1.2) Soit la donnée est mal estimée, et  $\hat{b}_i^{(j)} = 1$ . Dans ce cas,  $(b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) = -1$ , donc  $I_i^{(j)} = -1$ , donc l'utilisateur #j interfère sur l'utilisateur #1. Cet utilisateur #j est appelé utilisateur interférent. Du fait de cette interférence, la valeur de la variable décisionnelle de l'utilisateur #1 est diminuée de '1'.

2.2) Si  $b_i^{(j)} = 1$ , alors la donnée est toujours bien estimée, car un récepteur conventionnel ne fait jamais d'erreur sur les '1'. Ainsi,  $(b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) = 0$ . L'utilisateur #j n'interfère pas sur l'utilisateur #1.  $I_i^{(j)} = 0$

Les valeurs possibles de l'interférence  $I_i^{(j)}$  sont résumées sur le Tableau III-1.

Ainsi, le terme d'interférence  $I = \sum_{j=2}^N I_i^{(j)}$  est une somme de '0' et de '-1'. Donc,  $I$  est toujours négatif ou nul. On peut noter que comme un utilisateur interférent génère une interférence de '-1', k utilisateurs interférents génèrent une interférence de « -k ». Ainsi,  $|I|$  est un nombre entier égal à k qui correspond au nombre k d'utilisateurs non-désirés interférents.

$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt$	$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt=0$				$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt=1$			
$b_i^{(j)}$	$b_i^{(j)}=0$		$b_i^{(j)}=1$		$b_i^{(j)}=0$		$b_i^{(j)}=1$	
$\hat{b}_i^{(j)}$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$
$(b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)})$	0	-1	x	0	0	-1	x	0
$I_i^{(j)} = (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt$	0	0	x	0	0	-1	x	0
Groupe	3	3	x	1	3	2	x	1

Tableau III-1 : Valeurs possibles de l'interférence créée par un utilisateur non-désiré #j

Comme le terme  $I$  est négatif ou nul,  $Z_i^{(1)}$  la variable décisionnelle de l'utilisateur désiré est inférieure ou égale à ce qu'elle aurait dû être.

Or, de façon générale, pour le récepteur PIC, il peut exister des erreurs dans deux cas :

$$\text{Cas (a) : } b_i^{(1)}=0 \quad \text{et } Z_i^{(1)} = \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = I \geq S_F \quad \Rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 1$$

$$\text{Cas (b) : } b_i^{(1)}=1 \quad \text{et } Z_i^{(1)} = W + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = W + I < S_F \quad \Rightarrow \hat{b}_i^{(1)} = 0$$

On considère que le seuil de décision  $S_F$  est choisi tel que :  $0 \leq S_F \leq W$ .

Ainsi, dans le cas (a), on a :  $Z_i^{(1)} = -|I| \leq 0$  donc  $Z_i^{(1)} < S_F, \forall S_F \geq 0$ . En sortie du comparateur à seuil, on obtient :  $\hat{b}_i^{(1)} = 0$ . Il n'y a pas d'erreur.

A l'inverse, dans le cas (b),  $Z_i^{(1)} = W - |I|$ , donc il peut y avoir une erreur si  $W - |I| < S_F$ , c'est-à-dire, si  $|I| \geq W + 1 - S_F$ .

En résumé, pour un récepteur PIC, il n'y a pas d'erreur si l'utilisateur désiré a émis une donnée 0, mais il peut y en avoir pour une donnée 1, contrairement au récepteur conventionnel CCR.

En conséquence, l'expression de la probabilité d'erreur peut être simplifiée, et devient :

$$P_{ePIC} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1)$$

Pour calculer  $P_{ePIC}$ , on considère que les utilisateurs non-désirés se répartissent en 3 groupes, comme résumé sur le Tableau III-1 :

- 1) Groupe 1 : utilisateurs non-désirés ayant envoyé  $b_i^{(j)}=1$ . Soit  $N_1$  le nombre d'utilisateurs non-désirés du groupe. Il peut y avoir au maximum  $(N-1)$  utilisateurs dans ce groupe, et il peut y en avoir au minimum 0. Donc on a :  $0 \leq N_1 \leq N-1$ . La probabilité d'avoir  $N_1 = n_1$  utilisateurs parmi  $(N-1)$  ayant envoyé une donnée  $b_i^{(j)}=1$  est :

$$P_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \cdot C_{N-1}^{n_1} \quad (\text{III-32})$$

- 2) Groupe 2 : utilisateurs non-désirés ayant envoyé  $b_i^{(j)}=0$ , et qui génèrent une interférence sur l'utilisateur #1 ( $I_i^{(j)} \neq 0$ ). Ces utilisateurs sont ceux que l'on nomme les utilisateurs interférents. Soit  $N_2$  le nombre d'utilisateurs dans ce groupe. Pour  $N_1$  donné, il peut y avoir au maximum  $(N-1-N_1)$  utilisateurs dans ce groupe, et au minimum 0. Ainsi,  $0 \leq N_2 \leq N-1-N_1$ . De plus, la probabilité d'avoir  $N_2 = n_2$  utilisateurs parmi  $(N-1-N_1)$  ayant envoyé une donnée  $b_i^{(j)}=0$ , avec  $N_1 = n_1$  est

$$P_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n_2} \cdot C_{N-1-n_1}^{n_2} \quad (\text{III-33})$$

- 3) Groupe 3 : utilisateurs non-désirés ayant envoyé  $b_i^{(j)}=0$ , et qui ne génèrent aucune interférence sur l'utilisateur #1 ( $I_i^{(j)}=0$ ). Soit  $N_3$  le nombre d'utilisateurs dans ce groupe. Pour  $N_1$  et  $N_2$  donnés, ce groupe comporte  $(N-1-N_1-N_2)$  utilisateurs. La probabilité d'avoir  $N_3 = N-1-N_1-N_2$  ayant envoyé une donnée  $b_i^{(j)}=0$ , avec  $N_1 = n_1$  et  $N_2 = n_2$  est

$$P_3 = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1-n_1-n_2} \quad (\text{III-34})$$

Si on décompose l'expression de la probabilité d'erreur, en fonction de toutes les valeurs possibles pour  $N_1$  et  $N_2$ , l'expression devient :

$$P_{ePIC} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) \quad (\text{III-35})$$

$$P_{ePIC} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1-n_1} P(N_1 = n_1 | b_i^{(1)} = 1) P(N_2 = n_2 | n_1 \cap b_i^{(1)} = 1) P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2)$$

$P(N_1 = n_1 | b_i^{(1)} = 1)$  est la probabilité qu'il y ait  $n_1$  utilisateurs dans le groupe 1, c'est-à-dire  $n_1$  utilisateurs ayant envoyé un 1. D'où  $P(N_1 = n_1 | b_i^{(1)} = 1) = P_1$ .

De plus,  $P(N_2 = n_2 | n_1 \cap b_i^{(1)} = 1)$  est la probabilité d'avoir exactement  $n_2$  utilisateurs non-désirés ayant envoyé un 0 et qui génèrent une interférence de '-1' sur l'utilisateur désiré, sachant que  $N_1 = n_1$ . Donc,  $P(N_2 = n_2 | n_1 \cap b_i^{(1)} = 1)$  est la probabilité d'avoir :

$$\left\{ b_i^{(j)} = 0 \cap \hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t).c_j(t).dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(1)} = 1 \right\} \text{ pour exactement } n_2 \text{ utilisateurs non-désirés,}$$

C'est à dire :

$$\begin{aligned} P(N_2 = n_2 | n_1 \cap b_i^{(1)} = 1) &= P \left( b_i^{(j)} = 0 \cap \hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t).c_j(t).dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(1)} = 1, \text{ pour } n_2 \text{ } j \right) \\ &= P_2 \times P_3 \times P \left( \hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t).c_j(t).dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1, \text{ pour } n_2 \text{ } j \right) \end{aligned} \quad (\text{III-36})$$

Les prises de décision sur chacun des utilisateurs #  $j$  étant indépendantes entre elles, on considère :

$$\begin{aligned} &P \left( \hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t).c_j(t).dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1, \text{ pour } n_2 \text{ } j \right) \\ &= P \left( \hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t).c_j(t).dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \right)^{n_2} \\ &\times P \left( \hat{b}_i^{(j)} = 0 \cup \int_0^T c_1(t).c_j(t).dt = 0 / n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \right)^{N-1-n_1-n_2} \\ &= P_I^{n_2} \times (1 - P_I)^{N-1-n_1-n_2} \end{aligned} \quad (\text{III-37})$$

$P_I$  correspond à la probabilité qu'un utilisateur non-désiré interfère sur la variable décisionnelle de l'utilisateur désiré.

En considérant (III-37), l'équation (III-36) devient :

$$P_{ePIC} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1-n_1} P_1 P_2 P_3 P_I^{n_2} (1-P_I)^{N-1-n_1-n_2} \times P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) \quad (\text{III-38})$$

Nous allons donc maintenant établir l'expression théorique de la probabilité  $P_I$  qu'un utilisateur non-désiré #  $j$  ayant envoyé une donnée  $b_i^{(j)} = 0$ , ait un chip en commun avec l'utilisateur #1, et soit mal détecté ( $\hat{b}_i^{(j)} = 1$ ), en sachant que  $N_1 = n_1$  utilisateurs non-désirés ont envoyé un 1. Cette probabilité s'écrit :

$$\begin{aligned} P_I &= P\left(\hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1\right) \\ &= P\left(\int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1\right) \times P\left(\hat{b}_i^{(j)} = 1 / b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1\right) \\ &= R \times P\left(\hat{b}_i^{(j)} = 1 / b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1\right) \\ &= R \times P\left(Z_i^{(j)} \geq S_T / b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1\right) \end{aligned} \quad (\text{III-39})$$

Or, la variable décisionnelle  $Z_i^{(j)}$  de l'utilisateur #  $j$  s'écrit :

$$\begin{aligned} Z_i^{(j)} &= \int_0^T c_j(t) r(t) dt \\ &= W b_i^{(j)} + b_i^{(1)} \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt + \sum_{\substack{k=2 \\ k \neq j}}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \end{aligned} \quad (\text{III-40})$$

Donc, en considérant  $b_i^{(j)} = 0, b_i^{(1)} = 1$  et  $\int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1$ , on obtient :

$$Z_i^{(j)} = 1 + \sum_{\substack{k=2 \\ k \neq j}}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \quad (\text{III-41})$$

On observe que dans ces conditions, l'utilisateur #1 génère toujours une interférence de valeur « +1 » sur la variable décisionnelle de l'utilisateur #  $j$ . En conséquence, l'utilisateur #  $j$  sera mal détecté si la contribution des autres utilisateurs est supérieure à  $S_T - 1$ . En effet,

$$Z_i^{(j)} = 1 + \sum_{\substack{k=2 \\ k \neq j}}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \geq S_T \Rightarrow \sum_{\substack{k=2 \\ k \neq j}}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \geq S_T - 1 \quad (\text{III-42})$$

Or, tous les utilisateurs qui ont envoyé un '1' (hormis l'utilisateur #1) appartiennent au groupe 1.

Donc on peut écrire :

$$P \left( \sum_{\substack{k=2 \\ k \neq j}}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \geq S_T - 1 \right) = P \left( \sum_{\substack{k=2 \\ k \in N_1}}^N \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \geq S_T - 1 \right) \quad (\text{III-43})$$

Pour que l'inégalité soit vérifiée, il doit y avoir parmi les  $N_1 = n_1$  utilisateurs du groupe au moins  $S_T - 1$  utilisateurs ayant un chip en commun avec l'utilisateur #  $j$ . En conséquence, pour qu'il y ait une erreur, il est nécessaire que  $n_1 \geq S_T - 1$ , et que au moins  $S_T - 1$  utilisateurs # $k$  vérifient

$\int_0^T c_j(t) c_k(t) dt = 1$ . En considérant  $n_1 \geq S_T - 1$ , on a :

$$\begin{aligned} P \left( \sum_{\substack{k=2 \\ k \in N_1}}^N \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \geq S_T - 1 \right) &= \sum_{m_1=S_T-1}^{n_1} C_{n_1}^{m_1} \left( P \left( \int_0^T c_k(t) c_j(t) dt = 1 \right) \right)^{m_1} \left( P \left( \int_0^T c_k(t) c_j(t) dt = 0 \right) \right)^{n_1 - m_1} \\ &= \sum_{m_1=S_T-1}^{n_1} C_{n_1}^{m_1} (R)^{m_1} (1-R)^{n_1 - m_1} \end{aligned} \quad (\text{III-44})$$

Donc la probabilité  $P_I$  qu'un utilisateur non-désiré ayant envoyé un 0 appartienne au groupe 2 s'écrit :

$$P_I = R \cdot \sum_{m_1=S_T-1}^{n_1} C_{n_1}^{m_1} (R)^{m_1} (1-R)^{n_1 - m_1} \quad \text{avec } n_1 \geq S_T - 1. \quad (\text{III-45})$$

On peut donc vérifier, que, en accord avec les résultats obtenus pour le CCR, les plus grandes valeurs possibles de  $S_T$  permettront d'obtenir une probabilité d'interférence la plus faible possible.

Il reste donc à exprimer la probabilité  $P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2)$ .

$$\begin{aligned} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) &= P(Z_i^{(1)} < S_F / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) \\ &= P(W + I < S_F / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) \end{aligned} \quad (\text{III-46})$$

Il ne pourra y avoir  $n_2$  utilisateurs interférents que si il y a suffisamment d'utilisateurs ayant envoyé un '1', c'est-à-dire si  $n_1 \geq S_T - 1$ , d'où :

$$\begin{aligned}
P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) &= P(W + I < S_F / n_1 \cap n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1) \\
&= P(W - n_2 < S_F / n_1 \cap n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1)
\end{aligned} \tag{III-47}$$

En effet,  $I = -n_2$  car chaque utilisateur appartenant au groupe 2 génère une interférence de '-1' sur l'utilisateur désiré.

Ainsi, les grandeurs  $n_1$  et  $n_2$  étant fixées, nous obtenons un produit, dont chaque terme est égal à 1 ou 0 selon que l'inéquation est ou n'est pas réalisée. Donc, ce produit sera non nul si et seulement si les 2 inéquations sont réalisées simultanément. En effet :

$$\begin{aligned}
P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) &= P(n_2 > W - S_F / n_1 \cap n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1) \\
&= \begin{cases} 1 & \text{si } n_2 > W - S_F \text{ et } n_1 \geq S_T - 1 \\ 0 & \text{si } n_2 \leq W - S_F \text{ ou } n_1 < S_T - 1 \end{cases}
\end{aligned} \tag{III-48}$$

D'où :

$$P_{ePIC} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} P_1 P_2 P_3 P_I^{n_2} (1-P_I)^{N-1-n_1-n_2} \tag{III-49}$$

Finalement, en remplaçant  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  par leurs expressions, on obtient :

$$P_{ePIC} = \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} C_{N-1}^{n_1} C_{N-1-n_1}^{n_2} (P_I)^{n_2} (1-P_I)^{N-1-n_1-n_2} \tag{III-50}$$

$$\text{avec } P_I = \frac{W^2}{F} \cdot \sum_{m_1=S_T-1}^{n_1} C_{n_1}^{m_1} (R)^{m_1} (1-R)^{n_1-m_1}. \tag{III-51}$$

Les deux expressions  $P_{ePIC}$  et  $P_I$  sont respectivement liées :

- au récepteur de l'utilisateur désiré :  $P_{ePIC}$  est la probabilité d'erreur sur l'utilisateur désiré, donc dépend, de la structure du récepteur utilisé pour détecter cet utilisateur après l'annulation des interférences,
- au récepteur des utilisateurs non-désirés :  $P_I$  est la probabilité qu'un utilisateur non-désiré soit interférent, donc dépend entre autres, de la structure du récepteur utilisé pour les utilisateurs non-désirés.

3.2.2. Analyse des performances

3.2.2.1. Analyse de l'expression théorique

En observant l'équation (III-50), on peut relever, que :

$$- W+1-S_F \leq n_2 \leq N-1-n_1 \tag{III-52}$$

- la valeur minimale de  $n_1$  est  $S_T - 1$

En conséquence,  $W+1-S_F \leq n_2 \leq N-S_T$ . Donc si  $W+1-S_F > N-S_T$ , alors il n'y aura aucun terme dans la sommation de l'équation (III-50). Dans ce cas,  $P_{ePIC}$  est nulle. Ainsi, il n'y aura jamais d'erreur si :

$$\boxed{W+1-S_F+S_T > N} \tag{III-53}$$

3.2.2.2. Validation de l'expression théorique

Afin de valider l'expression théorique  $P_{ePIC}$ , et de confirmer l'inégalité (III-53), nous avons simulé sous MATLAB une liaison O-CDMA avec un récepteur PIC.

Nous comparons sur la Figure III-5, les résultats de simulation et les résultats théoriques obtenus pour un code OOC ( $F=64, W=4$ ), avec  $N=5$  utilisateurs, en fonction de  $S_F$  et  $S_T$ , seuils respectifs des utilisateurs désirés et non-désirés, dans le cas synchrone en temps chip.

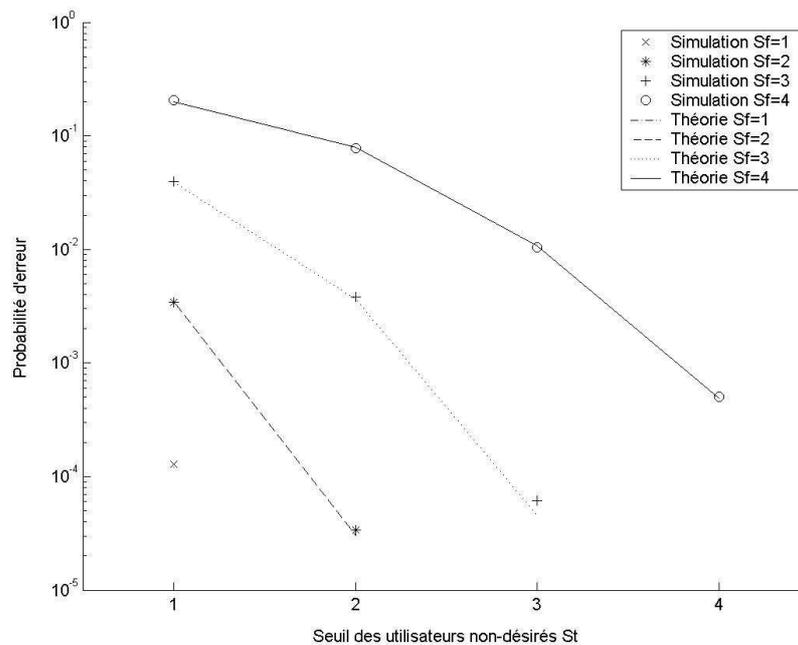


Figure III-5 : Probabilité d'erreur simulée et théorique du PIC pour un code OOC(64,4,1,1) pour N=5 utilisateurs

Nous pouvons tout d'abord constater que les courbes théoriques et simulées se superposent, donc l'expression (III-50) décrit correctement les performances du récepteur PIC.

De plus, nous pouvons noter des points manquants sur les courbes. Ces points correspondent aux valeurs de seuils vérifiant l'inégalité (III-53). Pour valider cette inégalité, nous nous sommes placés dans un cas limite vérifiant l'inégalité :  $S_F = 1$  et  $S_T = 2$ . En effet, dans ce cas, nous avons bien :

$$4+1-1+2=6>5$$

Nous avons réalisé une simulation pour  $10^{13}$  bits avec de tels seuils pour le PIC, et nous n'avons obtenu aucune erreur. Nous pouvons en déduire que la probabilité d'erreur est inférieure à  $10^{-12}$ . En comparant cette valeur aux probabilités non nulles de la figure (au minimum  $10^{-5}$ ), nous constatons que cette valeur leur est très inférieure. Nous pouvons donc considérer que la probabilité d'erreur est nulle dans ce cas. Donc, la simulation valide l'inégalité (III-53).

En conséquence, notre étude théorique est validée. Donc, par la suite, nous utiliserons l'expression (III-50).

### 3.2.2.3. Seuils optimaux

A partir du précédent graphique, nous pouvons estimer que les seuils optimaux d'un PIC sont  $S_F = 1$  et  $S_T = W$ .

Afin de confirmer la valeur optimale des seuils, l'évolution des performances simulées d'un code ( $F = 121, W = 3$ ), pour  $N = 20$  utilisateurs, est tracée sur la Figure III-6 en fonction de la valeur des seuils  $S_T$  et  $S_F$ , avec  $0 \leq S_T \leq 6$  et  $0 \leq S_F \leq 4$ .

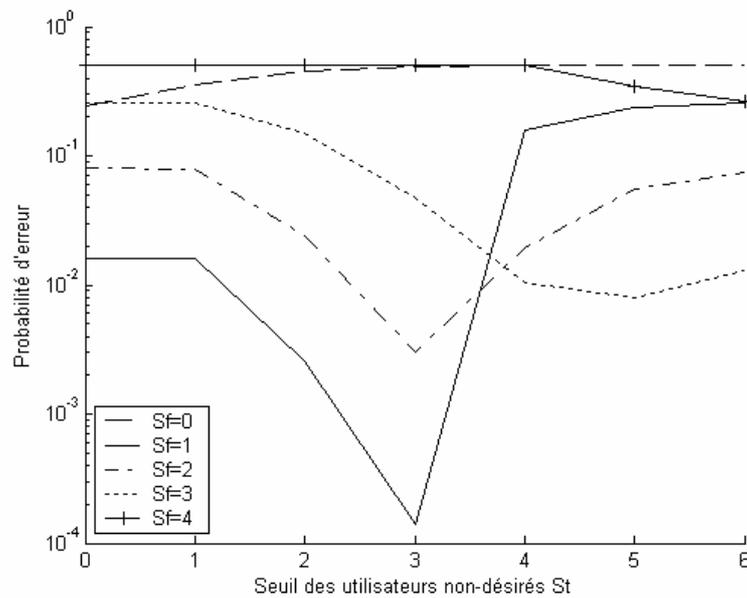


Figure III-6 : TEB du code OOC(121,3,1,1) pour N=20 utilisateurs

Nous pouvons observer que les seuils ( $S_T = 3 = W, S_F = 1$ ) permettent d'obtenir les meilleures performances.

En effet, pour le récepteur conventionnel, on obtient un minimum d'erreur lorsque  $S_T = W$ . Donc, dans ce cas, il y a un minimum d'interférence sur la variable décisionnelle de l'utilisateur désiré.

De plus, comme l'utilisateur désiré subit des interférences négatives, son seuil optimal est le plus petit entier positif, c'est-à-dire  $S_F = 1$ .

Ainsi, les seuils optimaux d'un PIC sont : ( $S_T = W, S_F = 1$ ).

En considérant les seuils optimaux, l'inéquation (III-53) décrivant les cas sans erreurs devient :

$$2W > N$$

Or, pour le CCR, il n'y a pas d'erreur si  $W \geq N$ . Ainsi, le PIC permet d'avoir deux fois plus d'utilisateurs sans erreur que le CCR dans le cas sans bruit.

#### 3.2.2.4. Analyse des performances du PIC

Dans ce paragraphe, nous étudions l'évolution des performances du PIC en fonction des paramètres des codes OOC et de la liaison, c'est-à-dire, en fonction de la longueur  $F$ , du poids  $W$ , et du nombre d'utilisateurs  $N$ .

Nous menons notre étude paramétrique à partir des valeurs test suivantes :  $F=361$ ,  $W=4$ ,  $N=10$ .

Sur la Figure III-7, la probabilité d'erreur pour le PIC est comparée avec celles d'un récepteur conventionnel avec et sans limiteur, en fonction de la longueur du code  $F$ , pour un nombre d'utilisateurs  $N=10$ , et un poids  $W=4$ .

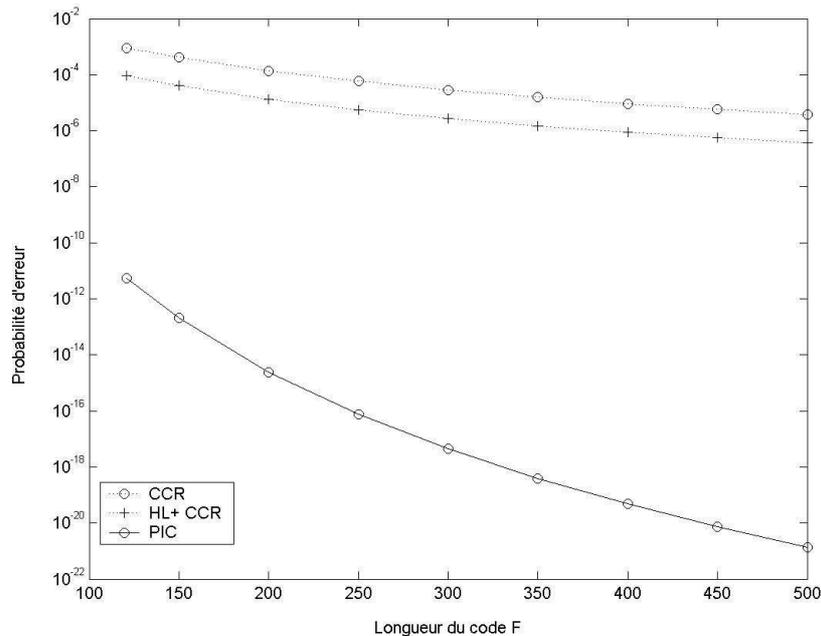


Figure III-7 : Probabilité d'erreur du PIC pour un code OOC(F,4,1,1) pour N=10 utilisateurs

Nous pouvons constater que les performances des 3 récepteurs s'améliorent lorsque la longueur du code augmente.

En outre, on peut déduire de la figure que pour un poids et un nombre d'utilisateurs donnés, le PIC permet l'obtention d'une probabilité d'erreur donnée pour une longueur de code bien moins importante que le CCR ou le HL+CCR. En effet, pour  $N=10$  et  $W=4$ , pour obtenir une probabilité d'erreur de  $10^{-11}$ , il faut une longueur  $F = 121$  pour le PIC, alors que le CCR nécessite une longueur de l'ordre de 10000. Cette réduction de longueur de code permet de réduire le débit de chips pour un débit binaire donné, ou d'augmenter le débit binaire pour un débit chip donné.

Enfin, plus la longueur  $F$  est importante, plus on observe un gain important entre le PIC et les récepteurs conventionnels. En effet, pour  $F$  faible, l'IAM dans le signal reçu est importante, donc il est difficile de l'estimer. En conséquence, le signal appliqué à l'entrée du CCR de l'utilisateur désiré est mal « nettoyé » et conduit à des erreurs. A l'inverse, pour  $F$  grand, l'IAM est plus faible, donc

elle peut être mieux estimée. En conséquence, l'IAM est mieux annulée, et cela conduit à encore moins d'erreurs. Ainsi, comme nous pouvons le constater sur le Tableau III-2, pour  $F = 150$  le gain est de l'ordre de 9 décades, et pour  $F = 250$  le gain est de l'ordre de 12 décades. Donc, la structure à annulation parallèle d'interférence a amplifié le gain en performances obtenu à la sortie de l'étage d'annulation.

	F=150	F=250
CCR	$4.10^{-4}$	$5,8.10^{-5}$
PIC	$2.10^{-13}$	$7,6.10^{-17}$

Tableau III-2 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC pour un code OOC(F,4,1,1) pour N=10 utilisateurs

Sur la Figure III-8, nous avons comparé la probabilité d'erreur binaire pour le PIC avec celles d'un récepteur conventionnel avec et sans limiteur, en fonction du poids du code  $W$ , pour un nombre d'utilisateurs  $N=10$  et une longueur de code  $F = 361$ .

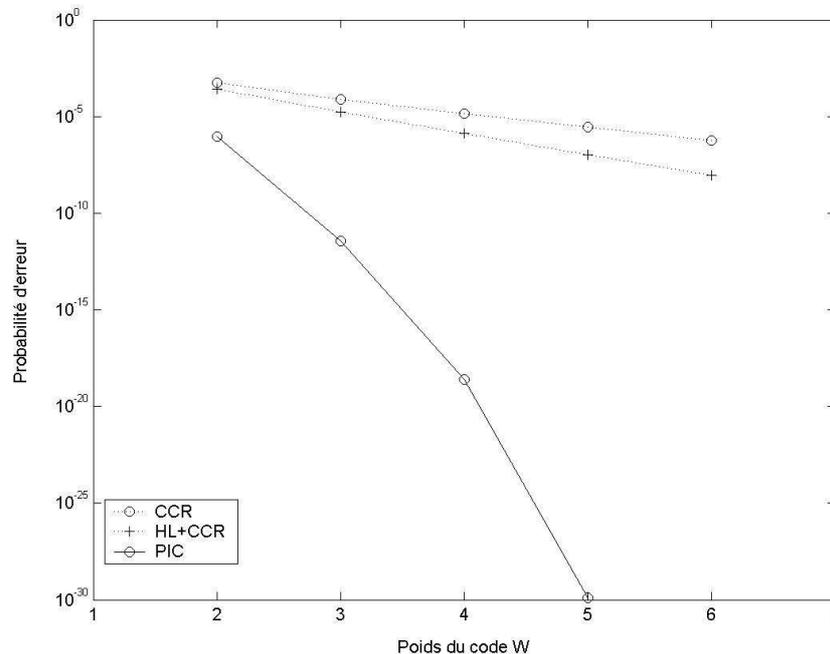


Figure III-8 : Probabilité d'erreur du PIC pour un code OOC(361,W,1,1) pour N=10 utilisateurs

Comme précédemment, nous pouvons constater que les performances des 3 récepteurs s'améliorent, et que le gain augmente, lorsque le poids du code augmente.

De plus, nous pouvons observer que pour une longueur et un nombre d'utilisateurs donnés, le PIC permet d'atteindre une performance donnée pour un poids plus faible. Ceci présente deux avantages. Premièrement, la réduction du poids permet de réduire la puissance totale à transmettre par bit, puisqu'il y a moins de chips unités dans le code. Deuxièmement, la réduction du poids permet d'augmenter le nombre de codes dans une même famille OOC conformément à l'équation (I-4). Par exemple dans le cas  $F = 361$  et  $N=10$  utilisateurs actifs, pour obtenir un TEB de  $10^{-6}$ , le poids minimum est de 6 pour le CCR (ce qui correspond à une capacité maximale de 12 utilisateurs), alors qu'il est de 2 pour le PIC (dans ce cas, la capacité maximale est de 180 utilisateurs). Or, une plus grande capacité permet une plus grande flexibilité dans le système. En effet, on peut dans l'exemple cité, choisir 10 utilisateurs parmi 180 lorsque l'on utilise le PIC, et seulement 10 parmi 12 si on utilise un CCR.

Sur la Figure III-9, nous avons comparé la probabilité d'erreur binaire du PIC avec celles d'un récepteur conventionnel avec et sans limiteur, en fonction du nombre d'utilisateurs actifs  $N$ , pour un poids de code  $W=4$  et une longueur de code  $F = 361$ .

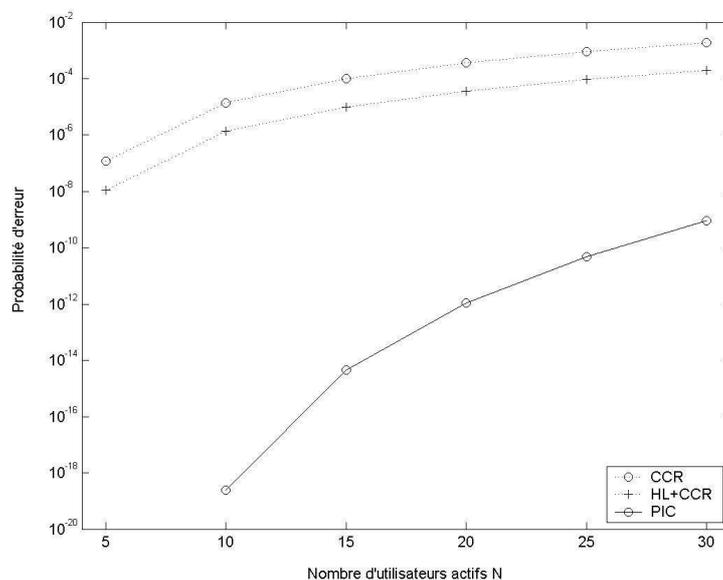


Figure III-9 : Probabilité d'erreur du PIC pour un code OOC(361,4,1,1) pour N utilisateurs

Comme précédemment, nous pouvons constater de meilleures performances pour les 3 récepteurs, et un gain plus important, pour un nombre d'utilisateur plus faible.

De plus, nous pouvons observer que pour un code donné et une probabilité d'erreur donnée, le PIC permet un nombre d'utilisateurs actifs plus important que les CCR ou HL+CCR. En effet, pour un

code ( $F = 361, W = 4$ ) et une probabilité d'erreur de  $10^{-9}$ , le PIC permet à 30 utilisateurs simultanés de communiquer, alors que le CCR et le HL+CCR ne permettent qu'à 5 utilisateurs d'être actifs sur le réseau.

En conclusion, quand  $F$  et  $W$  augmentent et  $N$  diminue, la probabilité d'erreur du PIC diminue comme celle du CCR et du HL+CCR, et l'écart entre les courbes s'accroît. Ceci est dû au fait que le premier étage du PIC est constitué de CCR. Ainsi, plus la probabilité d'erreur est faible pour un CCR et plus les utilisateurs non-désirés sont bien estimés, réduisant ainsi la probabilité d'erreur pour l'utilisateur désiré.

De plus, aux vues de l'étude paramétrique réalisée, nous pouvons constater que le PIC peut permettre :

- d'améliorer les performances pour  $F$ ,  $W$  et  $N$  donnés
- de réduire  $F$  pour  $W$ ,  $N$  et une performance donnés
- de réduire  $W$  pour  $F$ ,  $N$  et une performance donnés
- d'augmenter  $N$  pour  $F$ ,  $W$  et une performance donnés

Ainsi, le PIC permet de relâcher en particulier les contraintes sur les paramètres de code pour un TEB visé pour un nombre d'utilisateurs donné, ce qui facilite l'implantation de la liaison.

### 3.2.3. Amélioration

Les performances du PIC peuvent être améliorées de façon très simple en utilisant des HL. Ces HL peuvent être utilisés soit devant les récepteurs des utilisateurs non-désirés (HL+PIC), soit devant le détecteur final de l'utilisateur désiré (PIC+HL), soit pour les 2 (HL+PIC+HL). Nous allons étudier ces 3 récepteurs, et déterminer la probabilité d'erreur correspondante.

#### 3.2.3.1. *HL+PIC*

Afin d'améliorer les performances du PIC, la détection des utilisateurs non désirés peut être réalisée par un récepteur HL+CCR. Nous appellerons le récepteur obtenu HL+PIC. Grâce aux limiteurs placés devant les récepteurs des utilisateurs non désirés, les données sont mieux estimées donc la contribution des utilisateurs non désirés dans le signal reçu est mieux évaluée.

On peut remarquer que cette amélioration peut être réalisée soit en plaçant réellement un HL devant le CCR associé à chaque utilisateur non-désiré, soit de façon optimisée en plaçant un seul HL juste avant la répartition du signal dans chacune des branches des utilisateurs non-désirés. La dernière solution est plus simple, moins coûteuse à implanter et conduit aux mêmes résultats. Néanmoins, pour simplifier le raisonnement théorique, nous considérerons que le HL est devant chaque CCR.

a) Expression de la probabilité d'erreur

En modifiant la structure du récepteur utilisé pour la détection des utilisateurs non-désirés, la probabilité  $P_i$  qu'un utilisateur non désiré soit un interférent est modifiée, mais la structure de la probabilité d'erreur totale reste inchangée puisque le récepteur final est inchangé.

Donc la probabilité d'erreur sera :

$$P_{eHL+PIC} = \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} C_{N-1}^{n_1} C_{N-1-n_1}^{n_2} (P_{IHL})^{n_2} (1-P_{IHL})^{N-1-n_1-n_2} \quad (\text{III-54})$$

Nous devons donc exprimer la probabilité  $P_{IHL}$  qu'un utilisateur non désiré soit un interférent, c'est-à-dire qu'un utilisateur non-désiré #  $j$  ayant envoyé une donnée  $b_i^{(j)}=0$ , ait un chip en commun avec l'utilisateur #1, et soit détecté par un HL+CCR comme  $\hat{b}_i^{(j)}=1$ , en supposant que  $N_1=n_1$  utilisateurs non désirés ont envoyé un 1.

De la même façon que pour  $P_i$ , on obtient :

$$P_{IHL} = P \left( \hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \right) \quad (\text{III-55})$$

$$= \frac{W^2}{F} \times P \left( Z_i^{(j)} \geq S_T / b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1 \right)$$

Or, en considérant  $b_i^{(j)} = 0$ ,  $b_i^{(1)} = 1$  et  $\int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1$ , la variable décisionnelle  $Z_i^{(j)}$  de l'utilisateur #  $j$  s'écrit :

$$Z_i^{(j)} = 1 + \sum_{\substack{k=2 \\ k \neq j}}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \quad (\text{III-56})$$

Donc, l'utilisateur #1 génère une interférence de '1' sur l'un des chips du code.

Or, le HL implique que, pour un seuil  $S_T$ , les seuls motifs d'interférence entraînant une erreur sont ceux pour lesquels au moins  $S_T$  chips différents du code subissent une interférence. Comme on considère que l'utilisateur désiré #1 génère une interférence sur l'un des chips, une erreur surviendra si au moins  $S_T - 1$  autres chips supplémentaires sont en commun avec des utilisateurs non-désirés ayant émis un 1. Il existe  $C_{W-1}^{S_T-1}$  combinaisons possibles d'avoir  $S_T - 1$  recouvrements parmi les  $W - 1$  chips restants.

D'où :

$$P_{IHL} = P \left( \hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1/n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \right) \quad (\text{III-57})$$

$$= \frac{W^2}{F} \times C_{W-1}^{S_T-1} \times P(S_T - 1 \text{ autres chips sont recouverts})$$

Nous avons montré en annexe D que la probabilité que  $S$  chips soient recouverts par  $N - 1$  interférents potentiels est :

$$P(S \text{ chips sont recouverts}) \leq P_{N-1} \times P_{N-2} \dots \times P_{N-S} = \prod_{i=0}^{S-1} P_{N-1-i} = \prod_{i=0}^{S-1} (1 - (1-q)^{N-1-i}) \quad (\text{III-58})$$

Avec  $q$  la probabilité d'interférence d'un utilisateur.

Ici, nous savons que les chips du code de l'utilisateur peuvent être recouvert par n'importe lequel des  $N_1 = n_1$  utilisateurs ayant envoyé un 1. Donc  $N - 1 = n_1$ .

De plus, comme nous savons que ces  $N_1 = n_1$  utilisateurs ont envoyé un '1', leur probabilité d'interférence sur l'utilisateur #  $j$  est la probabilité d'avoir un chip en commun avec l'utilisateur #  $j$  :  $q = P_{Ic}$ .

Donc, la probabilité que l'utilisateur #  $j$  subisse des interférences sur  $S_T - 1$  chips différents parmi les  $W - 1$  restants est :

$$P(S_T - 1 \text{ autres chips sont recouverts}) = \prod_{i=0}^{S_T-2} (1 - (1 - P_{Ic})^{n_1-i}) \quad (\text{III-59})$$

Nous obtenons finalement :

$$P_{IHL} = \frac{W^2}{F} \times C_{W-1}^{S_T-1} \times \prod_{i=0}^{S_T-2} (1 - (1 - P_{Ic})^{n_1-i}) \quad (\text{III-60})$$

D'où

$$P_{eHL+PIC} = \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} C_{N-1}^{n_1} C_{N-1-N_1}^{n_2} (P_{IHL})^{n_2} (1-P_{IHL})^{N-1-n_1-n_2} \quad (\text{III-61})$$

Avec

$$P_{IHL} = \frac{W^2}{F} \times C_{W-1}^{S_T-1} \times \prod_{i=0}^{S_T-2} (1 - (1-P_{Ic})^{n_1-i}) \quad (\text{III-62})$$

### b) Validation de l'expression théorique

Pour valider l'expression théorique, nous avons reporté sur la Figure III-10, les valeurs obtenues par simulation et par théorie, de la probabilité d'erreur du HL+PIC pour un code OOC(64,4,1,1) avec  $N = 5$  utilisateurs, en fonction des seuils des utilisateurs non-désirés  $S_T$ , et du seuil de l'utilisateur désiré  $S_F$ .

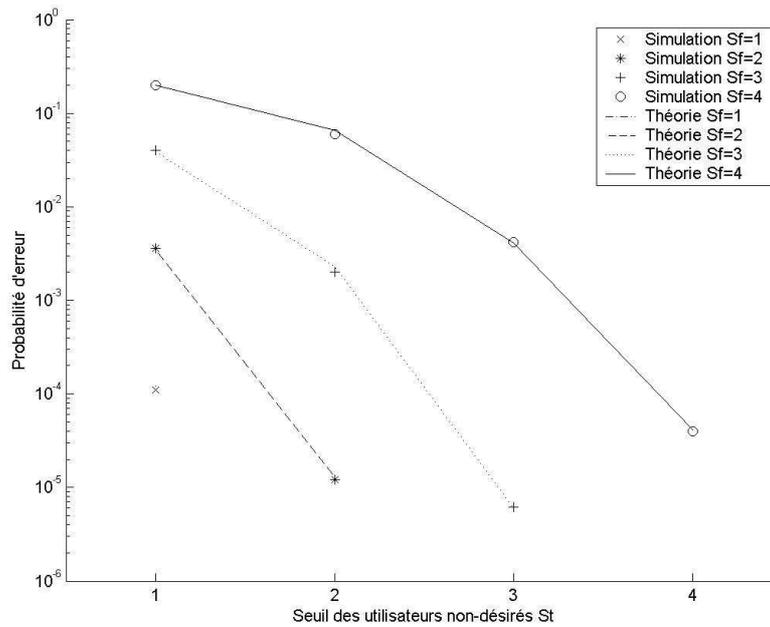


Figure III-10 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du HL+PIC avec un code OOC(64,4,1,1) et  $N=5$  utilisateurs

Nous pouvons tout d'abord remarquer que les courbes théoriques et les courbes de simulation se superposent. Nous pouvons donc en déduire que l'expression théorique (III-61) décrit correctement les performances d'un HL+PIC.

De plus, nous pouvons constater que, en ayant réalisé la validation dans les mêmes conditions que pour le PIC, les courbes du PIC et du HL+PIC présentent les mêmes points manquants. En effet, le HL réduit le nombre d'erreurs faites par un CCR, mais ne les supprime pas complètement. En conséquence :

- dans le cas où le PIC conduisait à aucune erreur, le HL+PIC ne fait pas d'erreur non plus
- dans le cas où le PIC conduisait à des erreurs, le HL+PIC permet d'avoir moins d'erreurs.

Enfin, nous pouvons déduire de la Figure III-10, que la probabilité d'erreur sera minimale pour  $S_T = W$  et  $S_F = I$ , comme pour le PIC.

A partir de maintenant, nous utiliserons l'expression théorique (III-61) pour estimer les performances du HL+PIC.

### 3.2.3.2. PIC+HL

Une autre façon d'améliorer les performances du PIC est d'utiliser un récepteur HL+CCR pour la détection de l'utilisateur désiré. Ainsi, l'interférence créée par la mauvaise détection des utilisateurs non-désirés est diminuée. Nous appellerons ce récepteur 'PIC+HL'.

#### a) Expression de la probabilité d'erreur

Comme le récepteur utilisé pour la détection des utilisateurs non-désirés est inchangé par rapport à la structure initiale du PIC, la probabilité qu'un utilisateur non-désiré soit interférent est inchangée. Par contre, l'expression de la probabilité d'erreur totale doit être redéveloppée.

Comme pour le PIC, on peut montrer que le PIC+HL ne fait des erreurs que lorsque la donnée envoyée est '1'. Donc :

$$P_{ePIC+HL} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1)$$

En considérant, de la même façon que pour le PIC, que :

- $N_1 = n_1$  utilisateurs non-désirés ont envoyé  $b_i^{(j)} = 1$
- $N_2 = n_2$  utilisateurs non-désirés ayant envoyé  $b_i^{(j)} = 0$  sont interférents sur l'utilisateur désiré

On en déduit, comme pour le PIC que :

$$P_{ePIC+HL} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1-n_1} P_{n_1, n_2} \times P_I^{n_2} (1 - P_I)^{N-1-n_1-n_2} \times P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) \quad (\text{III-63})$$

Nous devons alors exprimer la probabilité  $P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2)$ , en sachant que le détecteur utilisé pour l'utilisateur désiré est un HL+CCR. On a :

$$P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) = P(Z_i^{(1)} < S_F / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) \quad (\text{III-64})$$

Dans le cas mono-utilisateur, en considérant que la donnée envoyée est  $b_i^{(1)} = 1$ , la variable décisionnelle est  $Z_i^{(1)} = W$ . Dans le cas multi-utilisateurs, nous avons montré que l'annulation parallèle pouvait générer des termes d'interférence négatifs (considérés au nombre de  $N_2 = n_2$ ) sur la variable décisionnelle de l'utilisateur désiré, réduisant en conséquence la valeur de  $Z_i^{(1)}$ .

En présence du HL, si les  $N_2 = n_2$  termes d'interférence se répartissent sur  $M = m$  chips, alors la variable décisionnelle s'écrit :

$$Z_i^{(1)} = W - m \quad (\text{III-65})$$

Dans ce cas, (III-64) devient :

$$\begin{aligned} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) &= P(W - m < S_F / n_1 \cap n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1) \\ &= P(W - S_F < m / n_1 \cap n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1) \\ &= P(W - S_F + 1 \leq m / n_1 \cap n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1) \end{aligned} \quad (\text{III-66})$$

En conséquence, une erreur se produit si les  $N_2 = n_2$  termes d'interférence se répartissent sur plus de  $W - S_F + 1$  chips parmi les  $W$  chips de l'utilisateur.

La probabilité  $f(m, N_2)$  que les  $N_2 = n_2$  termes d'interférences soient répartis sur exactement  $m$  chips donnés correspond à la probabilité que :

- il y a 1 interférent par chip sur les  $m - 1$  premiers chips, et les  $(n_2 - (m - 1))$  restants sont sur le dernier chip
- il y a 1 interférent par chip sur les  $m - 2$  premiers chips, 2 interférents sur l'avant-dernier chip, et les  $(n_2 - (m - 2) - 2)$  restants sont sur le dernier chip,
- il y a 1 interférent par chip sur les  $m - 2$  premiers chips, 3 interférents sur l'avant-dernier chip, et les  $(n_2 - (m - 2) - 3)$  restants sont sur le dernier chip
- ...

Comme la probabilité qu'un interférent interfère sur un chip particulier du code est  $\frac{1}{W}$ , l'écriture mathématique de  $f(m, n_2)$  est :

$$\boxed{f(m, n_2) = \left(\frac{1}{W}\right)^{n_2} \sum_{i_1=1}^{n_2} \sum_{i_2=1}^{n_2-i_1} \dots \sum_{i_{m-1}=1}^{n_2-i_1-\dots-i_{m-2}} C_{n_2}^{i_1} C_{n_2-i_1}^{i_2} \dots C_{n_2-i_1-\dots-i_{m-2}}^{i_{m-1}}} \quad (\text{III-67})$$

De plus, il y a  $C_W^m$  façons de choisir les  $m$  chips parmi les  $W$  chips du code. Donc la probabilité que les  $N_2 = n_2$  termes d'interférences soient répartis sur exactement  $m$  chips quelconques est  $C_W^m f(m, n_2)$ .

Donc la probabilité que au moins  $W - S_F + 1$  chips soient recouverts par les  $N_2 = n_2$  termes d'interférence, c'est-à-dire la probabilité d'avoir une erreur est :

$$P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap n_2) = \sum_{m=W-S_F+1}^W C_W^m f(m, n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1) \quad (\text{III-68})$$

Donc (III-63) devient :

$$P_{ePIC+HL} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \sum_{n_2=0}^{N-1-n_1} P_{n_1, n_2} \times P_I^{n_2} (1 - P_I)^{N-1-n_1-n_2} \times \sum_{m=W-S_F+1}^W C_W^m f(m, n_2) \times P(n_1 \geq S_T - 1) \quad (\text{III-69})$$

Si  $n_1 < S_T - 1$ , ou si  $n_2 < W - S_F + 1$ , alors respectivement  $P(n_1 \geq S_T - 1) = 0$  et  $f(m, n_2) = 0$ , et si  $n_1 \geq S_T - 1$ , alors  $P(n_1 \geq S_T - 1) = 1$ . Donc on peut modifier les bornes des sommes, et écrire :

$$P_{ePIC+HL} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} P_{n_1, n_2} \times P_I^{n_2} (1 - P_I)^{N-1-n_1-n_2} \times \sum_{m=W-S_F+1}^W C_W^m f(m, n_2) \quad (\text{III-70})$$

Finalement la probabilité d'erreur du PIC+HL est :

$$P_{ePIC+HL} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} P_{n_1, n_2} \times P_I^{n_2} (1 - P_I)^{N-1-n_1-n_2} \times \sum_{m=W-S_F+1}^W C_W^m f(m, n_2) \quad (\text{III-71})$$

$$\text{avec } P_I = \frac{W^2}{F} \cdot \sum_{m_1=S_T-1}^{n_1} C_{n_1}^{m_1} \left( \frac{W^2}{F} \right)^{m_1} \left( 1 - \frac{W^2}{F} \right)^{n_1 - m_1} \quad (\text{III-72})$$

#### b) Validation de l'expression théorique

Pour valider l'expression théorique, nous avons encore une fois considéré le code OOC(64,4,1,1) avec  $N = 5$  utilisateurs. Nous avons tracé les performances simulées et théoriques sur la Figure III-11, en fonction des seuils des utilisateurs non-désirés  $S_T$ , et du seuil de l'utilisateur désiré  $S_F$ .

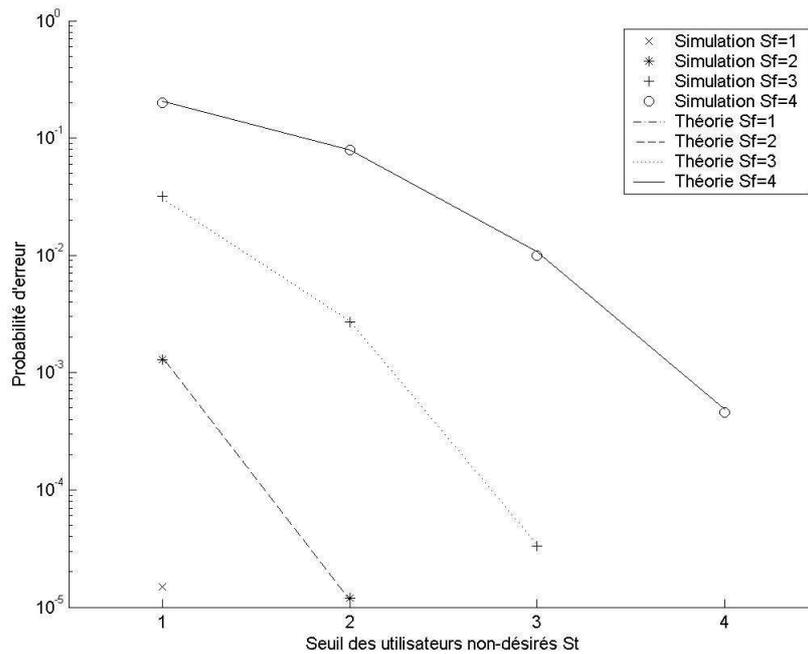


Figure III-11 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du PIC+HL avec un code OOC(64,4,1,1) et N=5 utilisateurs

L'expression théorique du PIC+HL est validée car les courbes obtenues théoriquement, et par simulation se superposent.

De plus, comme précédemment, les mêmes combinaisons de seuils conduisent à une probabilité d'erreur nulle. La présence du HL devant le CCR de l'utilisateur désiré ne modifie pas les conditions d'absence d'erreur.

De plus, sa présence ne modifie pas non plus la valeur des seuils optimaux qui sont  $S_T = W$  et  $S_F = 1$ , comme pour le PIC et le HL+PIC.

A partir de maintenant, nous utiliserons l'expression théorique (III-71) pour estimer les performances du PIC+HL.

### 3.2.3.3. HL+PIC+HL

#### a) Expression de la probabilité d'erreur

Enfin, un HL peut être rajouté simultanément devant les récepteurs des utilisateurs non-désirés, et le récepteur de l'utilisateur désiré. Ainsi, on diminue le risque d'erreur sur les utilisateurs non-désirés,

et on diminue l'impact de l'interférence générée par l'étage d'annulation. On obtient alors le récepteur que nous appellerons HL+PIC+HL.

Dans ce cas, la probabilité qu'un utilisateur non-désiré soit un interférent est la probabilité que l'utilisateur soit détecté avec une erreur par le HL+CCR, et ait un chip en commun avec l'utilisateur désiré. Cette probabilité correspond à la probabilité  $P_{IHL}$  (III-62).

De plus, la probabilité d'erreur totale, est la probabilité que l'utilisateur désiré soit mal détecté par le HL+CCR. Son expression correspond à l'expression  $P_{ePIC+HL}$  (III-71).

Donc :

$$P_{eHL+PIC+HL} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} P_{n_1, n_2} \times P_{IHL}^{n_2} (1 - P_{IHL})^{N-1-n_1-n_2} \times \sum_{m=W-S_F+1}^W C_W^m f(m, n_2) \quad (III-73)$$

avec

$$P_{IHL} = \frac{W^2}{F} \times C_{W-1}^{S_T-1} \times \prod_{i=0}^{S_T-2} (1 - (1 - P_{Ic})^{n_1-i}) \quad (III-74)$$

#### b) Validation de l'expression théorique

Nous considérons toujours le code OOC(64,4,1,1) avec  $N = 5$  utilisateurs. Les performances simulées et théoriques sont tracées sur la Figure III-12, en fonction des seuils des utilisateurs non-désirés  $S_T$ , et du seuil de l'utilisateur désiré  $S_F$ .

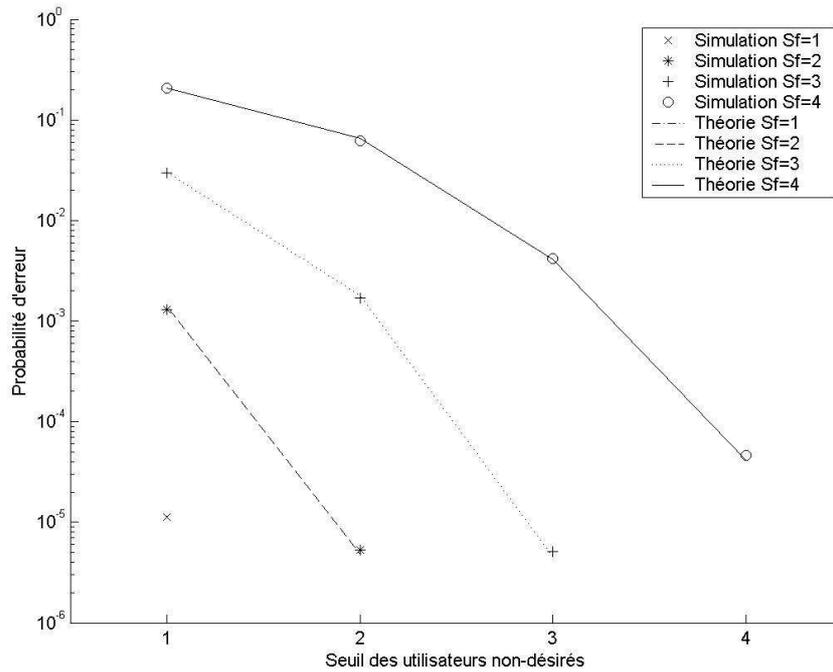


Figure III-12 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du HL+PIC+HL avec un code OOC(64,4,1,1) et N=5 utilisateurs

Comme les valeurs obtenues par simulation et en utilisant la formule théorique coïncident, l'expression théorique du HL+PIC+HL est validée.

De plus, nous obtenons une nouvelle fois une probabilité d'erreur nulle, pour les mêmes combinaisons de valeurs de seuil. De plus, les seuils optimaux sont toujours  $S_T = W$  et  $S_F = 1$ , comme les 3 autres structures basées sur l'annulation parallèle d'interférence.

A partir de maintenant, les performances du HL+PIC+HL seront obtenues grâce à l'expression théorique (III-73).

#### 3.2.3.4. Synthèse

Nous venons d'étudier théoriquement des récepteurs basés sur l'annulation parallèle d'interférence. La structure de départ de ces récepteurs est le PIC, auquel nous avons rajouté devant les récepteurs des utilisateurs non-désirés, et/ou devant le récepteur de l'utilisateur désiré un HL.

Nous avons ainsi obtenu 4 récepteurs, selon le Tableau III-3:

		Type de récepteur de l'utilisateur désiré	
		CCR	HL+CCR
Type de récepteur des utilisateurs non-désirés	CCR	PIC	PIC+HL
	HL+CCR	HL+PIC	HL+PIC+HL

Tableau III-3 : Nom du récepteur en fonction des récepteurs des utilisateurs non-désirés et désiré

De plus, nous avons exprimé les probabilités d'erreur de chacun de ces récepteurs en fonction de 2 termes :

- la probabilité qu'un utilisateur non-désiré soit interférent  $P_I$  qui dépend de la structure des récepteurs des utilisateurs non-désirés,
- la probabilité d'erreur de l'utilisateur désiré  $P_e$ , qui dépend de la structure du récepteur de l'utilisateur désiré.

Nous pouvons donc obtenir les probabilités d'erreur des 4 récepteurs, en prenant pour  $P_I$  et  $P_e$  les expressions correspondantes, à partir du Tableau III-4:

	$P_I$	$P_e$
PIC	$P_{ICCR}$	$P_{eCCR}$
HL+PIC	$P_{IHL}$	$P_{eCCR}$
PIC+HL	$P_{ICCR}$	$P_{eHL}$
HL+PIC+HL	$P_{IHL}$	$P_{eHL}$

Tableau III-4 : Expressions de  $P_I$  et  $P_e$  pour les récepteurs PICs

Avec :

$$P_{ICCR} = \frac{W^2}{F} \cdot \sum_{m_1=S_T-1}^{n_1} C_{n_1}^{m_1} \left(\frac{W^2}{F}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{W^2}{F}\right)^{n_1 - m_1} \tag{III-75}$$

$$P_{IHL} = \frac{W^2}{F} \times C_{W-1}^{S_T-1} \times \prod_{i=0}^{S_T-2} \left(1 - (1 - P_{IC})^{n_1 - i}\right) \tag{III-76}$$

$$P_{eCCR} = \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} C_{N-1}^{n_1} C_{N-1-n_1}^{n_2} (P_I)^{n_2} (1-P_I)^{N-1-n_1-n_2} \quad (\text{III-77})$$

$$P_{eHL} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=S_T-1}^{N-1} \sum_{n_2=W-S_F+1}^{N-1-n_1} P_{n_1, n_2} \times P_I^{n_2} (1-P_I)^{N-1-n_1-n_2} \times \sum_{m=W-S_F+1}^W C_W^m f(m, n_2) \quad (\text{III-78})$$

### 3.2.3.5. Performances

Nous présentons maintenant les performances des 4 récepteurs à annulation parallèle d'interférence, en fonction des paramètres des codes OOC :

- en fonction de la longueur  $F$  sur la Figure III-13
- en fonction du poids  $W$  sur la Figure III-14
- en fonction du nombre d'utilisateurs  $N$  sur la Figure III-15.

Nous considérons les valeurs de référence suivantes :  $F=361$ ,  $W=4$ ,  $N=10$ . Les probabilités d'erreur tracées sont obtenues avec les expressions théoriques, pour les seuils optimaux, c'est-à-dire :

- $S = W$  pour le CCR et le HL+CCR
- $S_T = W$  et  $S_F = 1$  pour le PIC, le HL+PIC, le PIC+HL et le HL+PIC+HL.

On peut noter que la courbe du CCR (respectivement du HL+CCR), donne les performances du récepteur, mais aussi la probabilité d'erreur à la sortie de l'étage d'annulation des récepteurs PIC et PIC+HL (respectivement HL+PIC et HL+PIC+HL).

De plus, pour une meilleure lisibilité des courbes et de leur légende, nous avons inversé la position du HL+PIC et du PIC+HL dans la légende, par rapport à leur ordre de présentation.

Enfin, nous désignerons l'ensemble des 4 structures de récepteurs PIC, HL+PIC, PIC+HL et HL+PIC+HL, avec le terme 'les PICs'.

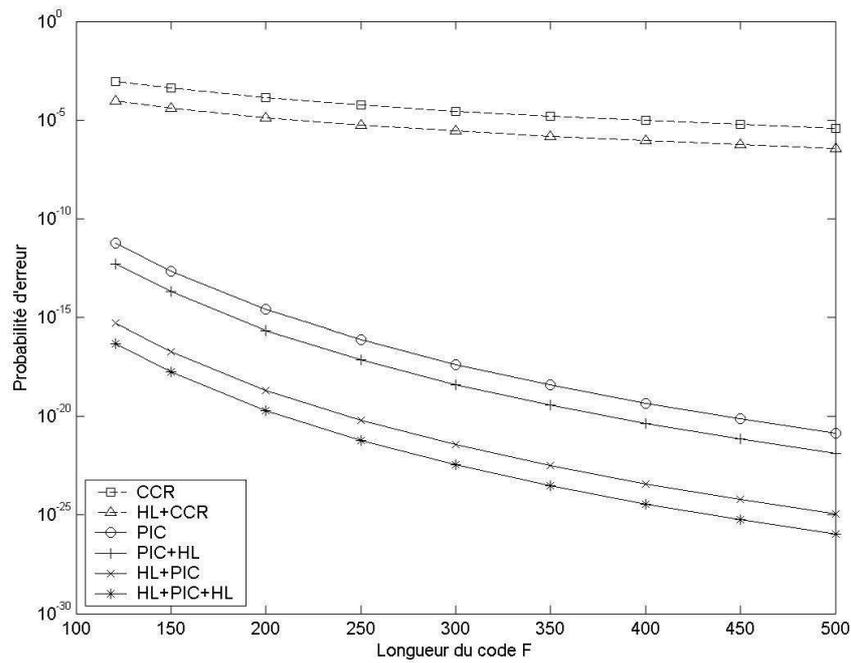


Figure III-13 : Probabilité d'erreur pour un code OOC(F,4,1,1) pour N=10 utilisateurs

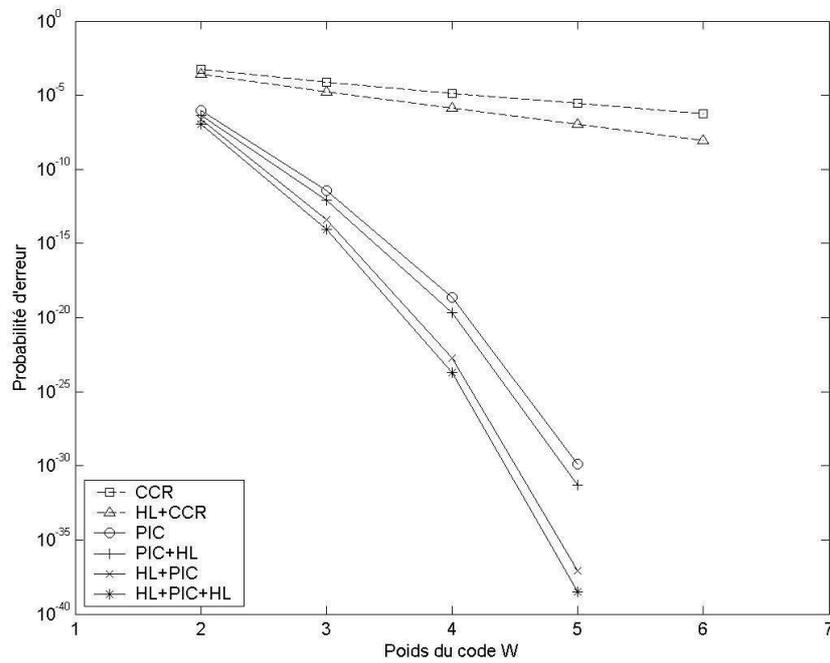


Figure III-14 : Probabilité d'erreur pour un code OOC(361,W,1,1) pour N=10 utilisateurs

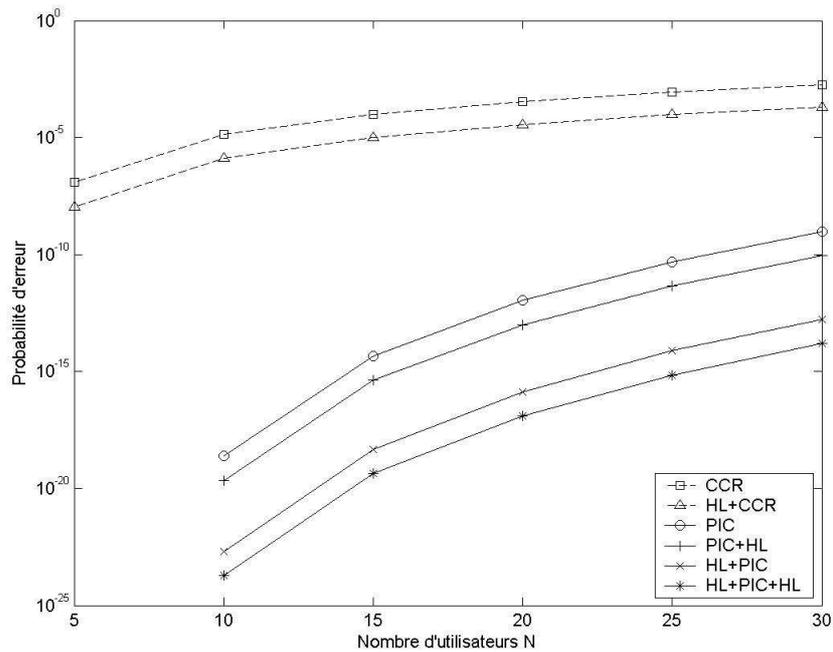


Figure III-15 : Probabilité d'erreur pour un code OOC(361,4,1,1) pour N utilisateurs

Nous pouvons constater que, quel que soit le récepteur considéré, les performances s'améliorent lorsque :

- la longueur du code  $F$  augmente,
- le poids du code  $W$  augmente,
- le nombre d'utilisateurs  $N$  diminue

Ceci est en accord avec le fait que les PICs sont constitués de CCR, donc leurs performances ont la même dépendance vis-à-vis des paramètres de code.

D'autre part, plus la probabilité d'erreur à la sortie de l'étage d'annulation est faible, plus le gain en sortie des PICs est important. A l'inverse, pour un poids de code constant, le HL placé devant le récepteur de l'utilisateur désiré apporte sensiblement le même gain, quelle que soit la probabilité d'erreur initiale, et quel que soit le récepteur initial. Ainsi, on observe la même amélioration (environ 1 décade) entre le CCR et le HL+CCR d'une part, le PIC et le PIC+HL d'autre part, et enfin entre le HL+PIC et le HL+PIC+HL. Ceci est dû au fait que le HL supprime la même proportion d'erreur pour un poids constant.

De plus, on observe que le classement des récepteurs en fonction de leur efficacité est le suivant :  $CCR < HL+CCR < PIC < PIC+HL < HL+PIC < HL+PIC+HL$ .

En conséquence, l'ajout de HL permet bien d'améliorer les performances de la structure PIC initiale, et le récepteur le plus performant et celui qui possède des HL devant les récepteurs des utilisateurs non-désirés et désiré. En effet, le premier HL réduit les erreurs sur les utilisateurs non-désirés, et le deuxième réduit l'impact de ces erreurs.

Ensuite, on peut noter que, en particulier, le HL+PIC est plus performant que le PIC+HL. Or, ces deux structures peuvent être toutes les deux obtenues en rajoutant un HL au PIC, et donc possèdent la même complexité. Mais le HL est plus efficace lorsqu'il est utilisé pour la détection des utilisateurs non-désirés, que pour la détection finale de l'utilisateur désiré. En effet, pour HL+PIC, le HL permet de réduire le nombre d'erreurs à la sortie de l'étage d'annulation. Comme montré précédemment, ce gain est amplifié par la structure du PIC. A l'inverse, pour le PIC+HL, le gain est celui apporté par le HL à l'étage final, mais sans amplification. En conséquence, le HL placé devant les récepteurs des utilisateurs non-désirés apporte un gain plus important. En conclusion, ces deux structures étant équivalentes en composition, il est plus intéressant d'utiliser la structure HL+PIC que la structure PIC+HL.

Enfin, les figures montrent que le gain en performances est surtout dû à l'utilisation de la structure à annulation parallèle. En effet, on observe un écart plus important entre les courbes du PIC et des deux récepteurs conventionnels, qu'entre les courbes des PICs. L'ajout des HLs permet donc des améliorations significatives des performances, mais cependant moins importantes que l'amélioration apportée par la structure PIC de base.

Pour compléter cette étude, nous avons cherché, comme dans le chapitre précédent, la longueur minimale requise par les PICs, pour une valeur donnée de poids, pour permettre à  $N = 32$  utilisateurs de communiquer simultanément avec une probabilité d'erreur inférieure à  $10^{-9}$ . Les valeurs minimales de  $F$  sont tracées sur la Figure III-16 en fonction du poids.

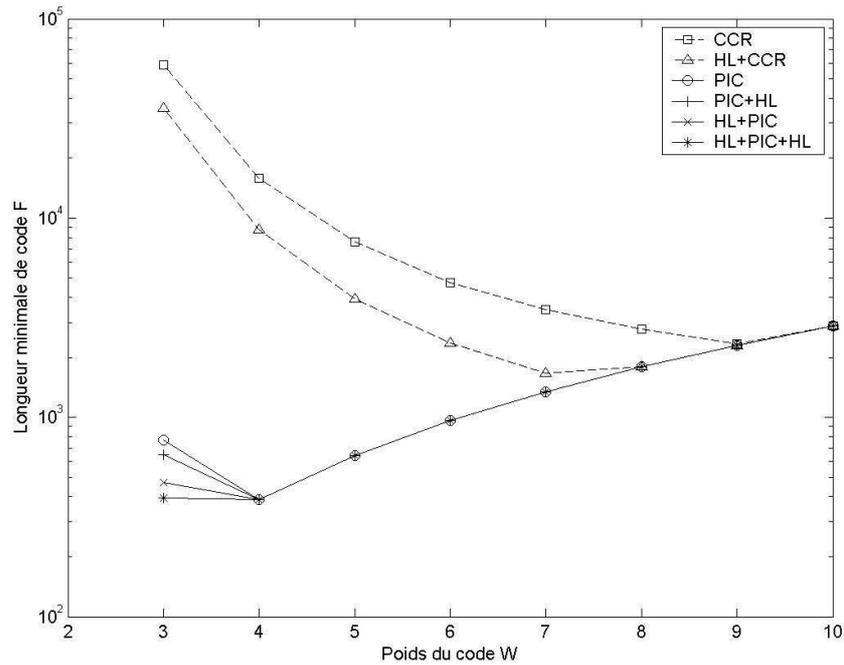


Figure III-16 : Longueur minimale requise pour avoir une probabilité d'erreur inférieure à  $10^{-9}$  pour  $N=32$  utilisateurs

On observe que comme pour le CCR et le HL+CCR, on peut déterminer pour les PICs les caractéristiques du code ayant une longueur de code  $F$  minimale. Les codes sont reportés dans le Tableau III-5, ainsi que la probabilité d'erreur associée.

Récepteur	OOO(F, W)	$P_e$
CCR	(2345,9)	$9,7 \cdot 10^{-10}$
HL+CCR	(1662,7)	$9,98 \cdot 10^{-10}$
PIC	(386,4)	$9,99 \cdot 10^{-10}$
PIC+HL	(385,4)	$9,7 \cdot 10^{-11}$
HL+PIC	(385,4)	$1,9 \cdot 10^{-13}$
HL+PIC+HL	(385,4)	$1,8 \cdot 10^{-14}$

Tableau III-5 : Codes minimaux pour obtenir une probabilité d'erreur inférieure à  $10^{-9}$ , et performances associées

Nous pouvons tout d'abord constater que l'utilisation des structures PICs permet de réduire très significativement la longueur du code. En effet, la longueur nécessaire pour les PICs est 6 fois plus petite que celle requise pour le CCR. En conséquence, pour un débit de bit fixé, le débit de chips sera divisé par 6, donc les fonctions de codage et décodage pourront être moins rapides, ou inversement. De plus, le poids nécessaire est 2 fois plus faible que celui des récepteurs conventionnels, donc la puissance à transmettre est moins importante. En conclusion, l'utilisation des PICs permet une implantation moins coûteuse.

De plus, les codes optimaux des PICs sont quasi-identiques, du fait, entre autres, qu'un nombre d'utilisateurs et un poids fixés imposent une longueur minimale, afin que la famille de code existe. L'utilisation de la structure la plus simple : le PIC, semble donc la plus appropriée. Cependant, en comparant les probabilités d'erreur de ces récepteurs, on s'aperçoit que l'ajout de HL permet de réduire la probabilité d'erreur, donc de créer une marge permettant, par exemple de réduire les contraintes sur les caractéristiques des composants utilisés. En effet, les probabilités d'erreur ont été développées en considérant des composants idéaux. Cependant, la prise en compte des caractéristiques réelles dégradera les performances.

Enfin, nous pouvons observer sur la Figure III-16, que pour le HL+PIC+HL, les longueurs requises pour un poids de 3 et un poids de 4 sont équivalentes. En effet, les codes correspondants sont OOC(395,3,1,1) et OOC(385,4,1,1), donc les longueurs temporelles diffèrent peu. En revanche, la première famille a une cardinalité de 65, tandis que la cardinalité de la seconde est 32. En conséquence, la première famille permet plus de flexibilité pour l'assignation des codes.

En conclusion, l'annulation parallèle d'interférence permet de réduire le coût de réalisation. D'autre part, l'ajout de HL permet soit de relâcher les contraintes sur les composants, soit d'apporter de la flexibilité sur le choix des codes des utilisateurs actifs. L'utilisation des PICs est donc intéressante dans un système DS-OCDMA. Ce pendant, avec une bande passante de 10 GHz, le débit maximal est de 26 Mbit/s, ce qui n'est pas suffisant pour pouvoir concurrencer l'ADSL. Nous avons donc étudié les codes tels que  $\lambda_c=2$  qui permettent l'utilisation de longueurs temporelles plus faibles.

### 3.3. Probabilité d'erreur du PIC pour des codes tels que $\lambda_c=2$

Nous considérons maintenant le cas des codes dont l'intercorrélacion maximale est de 2.

#### 3.3.1. Expression de la probabilité d'erreur

Comme précédemment, la probabilité d'erreur s'écrit :

$$\begin{aligned} P_{ePIC} &= \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0) \\ &= \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} < S_F / b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} \geq S_F / b_i^{(1)} = 0) \end{aligned} \quad (\text{III-79})$$

Avec

$$Z_i^{(1)} = W b_i^{(1)} + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt \quad (\text{III-80})$$

Pour évaluer le terme d'interférence  $\sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt$ , la valeur de l'interférence

$I_i^{(j)} = (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt$  causée par l'utilisateur #j sur l'utilisateur #1 est détaillée sur le Tableau

III-6.

$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt$	$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt=0$		$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt=1$		$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt=2$							
$b_i^{(j)}$	0	1	0	1	0	1						
$\hat{b}_i^{(j)}$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	2
$(b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)})$	0	-1	x	0	0	-1	x	0	0	-1	x	0
$I_i^{(j)}$	0	0	x	0	0	-1	x	0	0	-2	x	0

Tableau III-6 : Valeurs possibles de l'interférence créée par un utilisateur non-désiré #j

Ainsi, le terme d'interférence  $I = \sum_{j=2}^N I_i^{(j)}$  est une somme de '0', de '-1' et de '-2'. En considérant que

$N_{21} = n_{21}$  (respectivement  $N_{22} = n_{22}$ ) utilisateurs non-désirés génèrent une interférence de '-1' (respectivement '-2'), alors :

$$I = -n_{21} - 2n_{22} \quad (\text{III-81})$$

Le terme  $I$  est négatif ou nul, donc comme pour le cas de l'intercorrélacion  $\lambda_c = 1$ , une erreur est possible seulement si l'utilisateur désiré a émis une donnée 1.

Donc, l'expression simplifiée de la probabilité d'erreur est :

$$P_{ePIC} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) \quad (\text{III-82})$$

Nous considérons que :

- $N_1$  utilisateurs non-désirés ont envoyé  $b_i^{(j)} = 1$
- $N_{21}$  utilisateurs non-désirés ont envoyé  $b_i^{(j)} = 0$ , et génèrent une interférence de '-1' sur l'utilisateur #1
- $N_{22}$  utilisateurs non-désirés ont envoyé  $b_i^{(j)} = 0$ , et génèrent une interférence de '-2' sur l'utilisateur #1

-  $N_3 = N - 1 - N_1 - N_{21} - N_{22}$  utilisateurs non-désirés ont envoyé  $b_i^{(j)} = 0$ , et ne génèrent aucune interférence sur l'utilisateur #1

On a :

$$\begin{aligned}
 P_{ePIC} &= \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} P(n_1) \times P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} C_{N-1}^{n_1} \times P(Z_i^{(1)} < S_F / b_i^{(1)} = 1 \cap n_1) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} C_{N-1}^{n_1} \times P(W - n_{21} - 2n_{22} < S_F / n_1) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} C_{N-1}^{n_1} \times P(n_{21} + 2n_{22} \geq W - S_F + 1 / n_1)
 \end{aligned} \tag{III-83}$$

La probabilité d'avoir exactement  $n_{21}$  utilisateurs non-désirés générant une interférence de '-1', et  $n_{22}$  utilisateurs non-désirés générant une interférence de '-2', parmi les  $N - 1 - n_1$  utilisateurs ayant envoyé un '0', suit une loi trinômiale, et s'écrit (annexe B) :

$$P(n_{21}, n_{22}) = C_{N-1-n_1}^{n_{21}} C_{N-1-n_1-n_{21}}^{n_{22}} (P_{i1})^{n_{21}} (P_{i2})^{n_{22}} (1 - P_{i1} - P_{i2})^{N-1-n_1-n_{21}-n_{22}} . \tag{III-84}$$

Avec  $P_{i1}$  la probabilité qu'un utilisateur ayant envoyé un '0' génère une interférence de '-1',

Et  $P_{i2}$  la probabilité qu'un utilisateur ayant envoyé un '0' génère une interférence de '-2'

Donc ,

$$\begin{aligned}
 P_{ePIC} &= \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} C_{N-1}^{n_1} \times \sum_{\substack{n_{21}+2n_{22} \geq W-S_F+1 \\ n_{21}+n_{22} \leq N-1-n_1}} P(n_{21}, n_{22}) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} C_{N-1}^{n_1} \times \left( 1 - \sum_{n_{21}=0}^{W-S_F} \sum_{n_{22}=0}^{\lfloor (W-S_F-n_{21})/2 \rfloor} C_{N-1-n_1}^{n_{21}} C_{N-1-n_1-n_{21}}^{n_{22}} (P_{i1})^{n_{21}} (P_{i2})^{n_{22}} (1 - P_{i1} - P_{i2})^{N-1-n_1-n_{21}-n_{22}} \right)
 \end{aligned} \tag{III-85}$$

Nous allons donc maintenant établir l'expression théorique de la probabilité  $P_{i1}$  (respectivement  $P_{i2}$ ) qu'un utilisateur non-désiré #  $j$  ayant envoyé une donnée  $b_i^{(j)} = 0$ , génère une interférence de

‘-1’ (respectivement ‘-2’) sur l'utilisateur désiré, en sachant que  $N_1 = n_1$  utilisateurs non-désirés ont envoyé un 1.

- Calcul de  $P_{i1}$

$$\begin{aligned}
 P_{i1} &= P\left(\hat{b}_i^{(j)} = 1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1 / n_1 \cap b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1\right) \\
 &= P\left(\int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1\right) \times P\left(\hat{b}_i^{(j)} = 1 / b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1\right) \\
 &= P_{I_1} \times P\left(Z_i^{(j)} \geq S_T / b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1\right)
 \end{aligned} \tag{III-86}$$

Or, en considérant  $b_i^{(1)} = 1$  et  $\int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 1$ , l'utilisateur désiré génère une interférence de ‘1’,

donc la variable décisionnelle  $Z_i^{(j)}$  de l'utilisateur #  $j$  s'écrit, :

$$\begin{aligned}
 Z_i^{(j)} &= 1 + \sum_{\substack{k=2 \\ k \neq j}}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_j(t) c_k(t) dt \\
 &= 1 + i_1 + 2i_2
 \end{aligned} \tag{III-87}$$

avec  $i_1$  et  $i_2$  le nombre d'utilisateurs générant une interférence de ‘1’ et ‘2’ sur l'utilisateur #  $j$ .

D'où :

$$P_{i1} = P_{I_1} \times P(i_1 + 2i_2 \geq S_T - 1 / n_1) \tag{III-88}$$

Ainsi, l'utilisateur #  $j$  sera mal détecté si la contribution des autres utilisateurs est supérieure à  $S_T - 1$ . Or, les seuls utilisateurs pouvant créer une interférence non-nulle, sont les  $n_1$  utilisateurs qui ont envoyé un ‘1’. Ils génèrent une interférence de ‘1’ (respectivement ‘2’) avec une probabilité  $P_{I_1}$ , (respectivement  $P_{I_2}$ ).

La probabilité d'avoir exactement  $i_1$  utilisateurs non-désirés générant une interférence de ‘1’, et  $i_2$  utilisateurs non-désirés générant une interférence de ‘2’ sur l'utilisateur #  $j$ , parmi les  $n_1$  utilisateurs ayant envoyé un ‘1’, suit une loi trinômiale, et s'écrit (annexe B) :

$$P(i_1, i_2) = C_{n_1}^{i_1} C_{n_1 - i_1}^{i_2} (P_{I_1})^{i_1} (P_{I_2})^{i_2} (1 - P_{I_1} - P_{I_2})^{n_1 - i_1 - i_2}. \tag{III-89}$$

Donc,

$$\begin{aligned}
P_{i1} &= P_{I_1} \times \sum_{\substack{i_1+2i_2 \geq S_T-1 \\ i_1+i_2 \leq n_1}} P(i_1, i_2) \\
&= P_{I_1} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S_T-2} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S_T-2-i_1)/2 \rfloor} C_{n_1}^{i_1} C_{n_1-i_1}^{i_2} (P_{I_1})^{i_1} (P_{I_2})^{i_2} (1-P_{I_1}-P_{I_2})^{n_1-i_1-i_2} \right)
\end{aligned} \tag{III-90}$$

- Calcul de  $P_{i2}$

En suivant la même méthodologie que pour  $P_{i1}$ , on obtient :

$$P_{i2} = P_{I_2} \times P \left( Z_i^{(j)} \geq S_T / b_i^{(j)} = 0 \cap b_i^{(1)} = 1 \cap n_1 \cap \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt = 2 \right) \tag{III-91}$$

Comme l'intercorrélacion est maintenant égale à 2, la contribution d'interférence de l'utilisateur désiré est de 2, en conséquence les autres interférents doivent générer une interférence totale supérieure à  $S_T - 2$  pour créer une erreur :

$$P_{i2} = P_{I_2} \times P(i_1 + 2i_2 \geq S_T - 2 / n_1) \tag{III-92}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
P_{i2} &= P_{I_2} \times \sum_{\substack{i_1+2i_2 \geq S_T-2 \\ i_1+i_2 \leq n_1}} P(i_1, i_2) \\
&= P_{I_2} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S_T-3} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S_T-3-i_1)/2 \rfloor} C_{n_1}^{i_1} C_{n_1-i_1}^{i_2} (P_{I_1})^{i_1} (P_{I_2})^{i_2} (1-P_{I_1}-P_{I_2})^{n_1-i_1-i_2} \right)
\end{aligned} \tag{III-93}$$

Finalement, on obtient la probabilité d'erreur du PIC pour des codes dont l'intercorrélacion maximale est '2' :

$$P_{ePIC} = \frac{1}{2} \sum_{n_1=0}^{N-1} \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} C_{N-1}^{n_1} \times \left( 1 - \sum_{n_{21}=0}^{W-S_F} \sum_{n_{22}=0}^{\lfloor (W-S_F-n_{21})/2 \rfloor} C_{N-1-n_1}^{n_{21}} C_{N-1-n_1-n_{21}}^{n_{22}} (P_{i1})^{n_{21}} (P_{i2})^{n_{22}} (1-P_{i1}-P_{i2})^{N-1-n_1-n_{21}-n_{22}} \right) \tag{III-94}$$

$$\text{avec } P_{i1} = P_{I_1} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S_T-2} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S_T-2-i_1)/2 \rfloor} C_{n_1}^{i_1} C_{n_1-i_1}^{i_2} (P_{I_1})^{i_1} (P_{I_2})^{i_2} (1-P_{I_1}-P_{I_2})^{n_1-i_1-i_2} \right) \tag{III-95}$$

$$\text{et } P_{i2} = P_{I_2} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S_T-3} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S_T-3-i_1)/2 \rfloor} C_{n_1}^{i_1} C_{n_1-i_1}^{i_2} (P_{I_1})^{i_1} (P_{I_2})^{i_2} (1-P_{I_1}-P_{I_2})^{n_1-i_1-i_2} \right) \tag{III-96}$$

### 3.3.2. Application aux PC

Pour les codes PC( $P^2, P$ ), on obtient la probabilité d'erreur en considérant dans les expressions (III-94), (III-95) et (III-96) :

$$P_{I_1} = \frac{2p^2 + p + 2}{3p^2} \text{ et } P_{I_2} = \frac{(p-2)(p+1)}{6p^2}.$$

Pour valider l'expression théorique, nous avons reporté sur la Figure III-17, les valeurs obtenues par simulation et par théorie, de la probabilité d'erreur du PIC pour un code PC(25,5) avec  $N = 5$  utilisateurs, en fonction des seuils des utilisateurs non-désirés  $S_T$ , et du seuil de l'utilisateur désiré  $S_F$ .

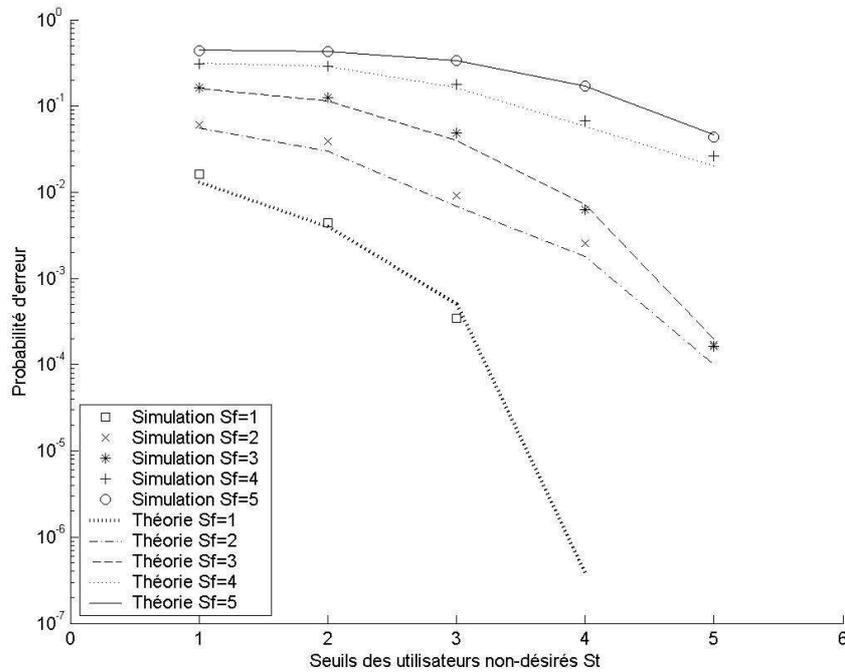


Figure III-17 : Probabilité d'erreur théorique et simulée du PIC avec un code PC(25,5) et N=5 utilisateurs

Nous pouvons observer que l'expression théorique (III-94) fournit une bonne évaluation des performances du PIC pour des codes PC, mais que les points de simulation et de théorie ne coïncident pas exactement. Ceci est dû au fait que les expressions  $P_{I_1}$  et  $P_{I_2}$  donnent la probabilité moyenne de recouvrement d'un et de deux chips entre 2 codes. Cependant, il a été montré [ 24 ], que ces probabilités dépendent des codes choisis dans la famille. L'utilisation des probabilités moyennes

ne permet pas de décrire exactement la liaison, et conduit seulement à une estimation de la probabilité d'erreur.

De plus, nous pouvons observer que le point  $S_T = P = 5$  et  $S_F = 1$  est manquant, à la fois en théorie et en simulation. En effet, pour ce point, la probabilité d'erreur est nulle car il n'y a pas suffisamment d'utilisateurs actifs pour que le PIC puisse conduire à une erreur. Ceci est vrai pour tous les codes PC. En effet, pour que l'utilisateur désiré soit mal détecté, il faut qu'il ait envoyé un '1' et que sa variable décisionnelle soit inférieure au seuil. Pour cela, il doit subir une interférence supérieure à  $W - S_F + 1 = P - 1 + 1 = P$ . Comme chaque utilisateur peut générer au maximum une interférence de '-2' sur l'utilisateur désiré, il faut donc au moins  $\left\lceil \frac{P}{2} \right\rceil$  utilisateurs interférents, c'est à dire ayant entre autres envoyé un '0'. De plus, un utilisateur non-désiré est interférent si il est mal détecté, donc subit une interférence totale supérieure au seuil  $S_T = P$ . Chaque utilisateur générant au maximum une interférence de '2' sur un autre utilisateur, il faut au moins  $\left\lceil \frac{P}{2} \right\rceil$  utilisateurs ayant envoyé un '1'. En conséquence, il doit y avoir au minimum  $2 \times \left\lceil \frac{P}{2} \right\rceil = P + 1$  utilisateurs actifs (car  $P$  est un nombre premier). Or, on dénombre seulement  $P$  codes dans une famille  $PC(P^2, P)$ , donc il est impossible d'avoir une erreur pour de tels seuils.

Enfin, il existe une autre combinaison de seuils pour lesquels nous n'avons pas pu obtenir en simulation d'erreur, malgré une probabilité théorique non-nulle :  $S_T = 4$  et  $S_F = 1$ . En reprenant le raisonnement précédent et en considérant que l'utilisateur ayant le code  $c_0$  possède une intercorrélacion de '1' avec les autres codes, on peut vérifier que le nombre d'utilisateurs dans la liaison ne suffit toujours pas à créer une erreur pour le PIC. Notre formule théorique ne tenant pas compte de la particularité du code  $c_0$ , elle donne une valeur non-nulle.

Ainsi, le PIC permet la suppression des erreurs dues à l'IAM pour les codes PC. Ceci est surprenant au premier abord, car les PC subissent une IAM élevée du fait de leur intercorrélacion de 2, et de leur poids important. Cependant, le nombre maximal d'utilisateurs dans un famille PC ne permet aucune combinaison d'erreur pour les seuils optimaux, en raison d'une valeur importante de poids.

Enfin, pour compléter l'étude, le code PC qui permet à  $N = 32$  utilisateurs de communiquer simultanément avec une probabilité d'erreur nulle, donc inférieure à  $10^{-9}$ , est le  $PC(37^2, 37)$ . La

longueur temporelle (égale à 1369) est donc bien plus importante que celle obtenue avec les OOC ( $F = 386$ ). En conséquence, malgré l'efficacité du PIC à supprimer tous les motifs d'interférence dans une liaison utilisant des codes PC dans le cas sans bruit, l'utilisation de codes OOC est plus intéressante, car ils permettent l'utilisation de longueurs temporelles de codes plus faibles.

#### 4. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux structures de réception multi-utilisateurs à annulation d'interférence : le SIC et le PIC. Le SIC est plus complexe à analyser, et plus approprié aux systèmes dans lesquels il existe un effet près-loin, ce qui n'est pas le cas dans la liaison OCDMA envisagée pour le réseau d'accès optique passif (de type PON). Donc, nous nous sommes concentrés sur la structure PIC.

La contribution majeure de ce travail est d'avoir déterminé et validé l'expression théorique exacte de la probabilité d'erreur du PIC pour une liaison DS-OCDMA pour les codes ayant une intercorrélation maximale de '1' et de '2', dans le cas synchrone en temps chip. Cette étude donne une borne supérieure des performances car le cas synchrone en temps chip correspond au pire cas d'interférence.

Les formules obtenues permettent d'obtenir les performances en fonction des paramètres du système. Nous avons donc utilisé ces expressions pour évaluer les probabilités d'erreur pour les codes  $OOO(F,W,1,1)$  et  $PC(P^2,P)$ . Nous avons montré que le PIC permettait d'améliorer significativement les performances, et que cette structure conduisait même à une probabilité d'erreur nulle pour les  $PC(P^2,P)$ , malgré leur intercorrélation plus élevée.

Afin d'améliorer les performances sans trop complexifier le récepteur, nous avons inséré dans la structure PIC des HL, afin de réduire l'interférence sur les utilisateurs non-désirés et désirés. Nous avons mené une étude théorique afin d'obtenir la probabilité d'erreur de ces récepteurs pour les codes ayant une intercorrélation maximale de '1' seulement, la probabilité d'erreur étant déjà nulle pour les  $PC(P^2,P)$ .

Ainsi, nous avons étudié les performances de toutes les configurations de la structure PIC pour les codes temporels les plus utilisés dans un système OCDMA incohérent, et nous avons montré l'efficacité du PIC à réduire la longueur temporelle du code requise. Cette réduction permet la

réalisation de liaisons optiques acheminant des données avec un débit plus important pour une bande passante donnée.

Cependant, nous avons montré que la longueur minimale requise est  $F = 385$  pour  $N = 32$  utilisateurs. Or avec une bande passante de 10GHz, le débit maximum possible par utilisateur est de 26 Mbit/s, ce qui correspond au débit pouvant être fourni par l'ADSL. En conséquence, la longueur temporelle doit encore être réduite. Les codes 2D permettant, grâce à l'utilisation de plusieurs longueurs d'onde, la réduction de la longueur temporelle, il sera intéressant d'évaluer les codes MWOOC optimaux. Cette perspective fait l'objet d'études menées actuellement au laboratoire.

Néanmoins, tous les résultats précédents sont obtenus en considérant une chaîne de transmission idéale. Pour évaluer les performances d'une chaîne plus proche de la réalité, il est important de tenir compte des imperfections du canal optique. Nous étudions donc dans le chapitre IV, l'impact de certaines des imperfections de la chaîne de transmission sur les performances.



# CHAPITRE IV



<b>CHAPITRE IV IMPERFECTIONS DE LA CHAINE OCDMA.....</b>	<b>159</b>
1. IMPACT DE LA DISPERSION CHROMATIQUE DE LA FIBRE .....	160
1.1. Analyse de l'impact de la dispersion sur les performances du CCR.....	162
1.1.1. Impact de la dispersion en fonction de la longueur de fibre .....	163
1.1.2. Impact de la dispersion en fonction de la longueur du code.....	164
1.1.3. Impact de la dispersion en fonction du débit .....	165
1.1.4. Impact de la dispersion en fonction du nombre d'utilisateurs .....	166
1.1.5. Conclusion .....	166
2. IMPACT DU BRUIT.....	168
2.1. Cas du récepteur conventionnel CCR.....	168
2.1.1. Expression de la variable décisionnelle .....	168
2.1.2. Expression de la probabilité d'erreur .....	170
2.1.2.1. Expression de la probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 0$ .....	170
2.1.2.2. Expression de la probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 1$ .....	171
2.1.2.3. Expression de la probabilité d'erreur totale dans le cas d'une puissance chip égale à 1 .....	172
2.1.2.4. Expression de la probabilité d'erreur totale dans le cas d'une puissance chip $P_c$ .....	172
2.1.3. Application aux OOC(F,W,1,1) et MWOOC(L×F,W,1,1).....	174
2.1.4. Analyse du CCR en présence de bruit .....	174
2.1.4.1. Validation de l'expression théorique de la probabilité d'erreur.....	174
2.1.4.2. Etude paramétrique.....	176
2.1.4.3. Etude du SNR requis pour obtenir $TEB < 10^{-9}$ .....	182
2.2. Cas du récepteur PIC.....	185
2.2.1. Probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 0$ .....	187
2.2.2. Probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 1$ .....	189
2.2.3. Probabilités $p_0^+$ , $p_0^-$ , $p_1^+$ et $p_1^-$ .....	190
2.2.4. Probabilité d'erreur totale .....	191
2.2.5. Validation.....	192
2.2.6. Analyse des performances .....	193
2.2.6.1. Efficacité du PIC en fonction du SNR .....	193
2.2.6.2. Etude paramétrique.....	195
2.2.6.3. Sensibilité au bruit du CCR et du PIC pour une IAM équivalente .....	198
2.2.6.4. SNR minimum requis pour $TEB < 10^{-9}$ avec le code optimal du cas sans bruit .....	199
2.3. Conclusion .....	200

## Liste des figures

Figure IV-1 : Etalement d'un chip .....	160
Figure IV-2 : Modélisation de l'étalement d'un chip .....	161
Figure IV-3 : TEB en fonction du débit.....	161
Figure IV-4 : TEB en fonction de la longueur de la fibre $F=181$ , $D=220\text{Mbit/s}$ et $N=5$ .....	163
Figure IV-5 : TEB en fonction de la longueur du code, pour $D=220\text{ Mbit/s}$ et $N=5$ utilisateurs.....	164
Figure IV-6 : TEB en fonction de débit pour $F=181$ et $N=5$ .....	165
Figure IV-7 : TEB en fonction de $N$ , $F=181$ et $D=220\text{Mbit/s}$ .....	166
Figure IV-8 : TEB en fonction du seuil pour différents SNR pour un code $(64,4,1,1)$ et $N=5$ .....	175
Figure IV-9 : Probabilité d'erreur du CCR pou un code $\text{OOC}(64,4,1,1)$ , $N=5$ utilisateurs et un $\text{SNR}=10\text{dB}$ .....	176
Figure IV-10 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code $\text{OOC}(F,4,1,1)$ pour $N=10$ utilisateurs, et pour $\text{SNR}=15\text{dB}$ .....	177
Figure IV-11 : TEB en fonction du SNR pour plusieurs codes $(W^2*\text{cste}, W, 1, 1)$ , $S=2$ et $N=4$ .....	178
Figure IV-12 : TEB en fonction du SNR pour plusieurs codes $(W^2*\text{cste}, W, 1, 1)$ , $S=S_{\text{opt}}$ et $N=4$ ....	179
Figure IV-13 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code $\text{OOC}(361,4,1,1)$ pour $\text{SNR}=15\text{dB}$ en fonction du nombre d'utilisateurs $N$ .....	180
Figure IV-14 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code $\text{OOC}(361,4,1,1)$ pour $N=10$ utilisateurs en fonction du SNR.....	181
Figure IV-15 : SNR minimum pour obtenir un TEB inférieur à $10^{-9}$ .....	184
Figure IV-16 : TEB théorique et simulé du PIC pour un code $\text{OOC}(64,4,1,1)$ pour $N=5$ utilisateurs, et $\text{SNR}=10\text{dB}$ .....	192
Figure IV-17 : Performances du CCR et du PIC pour $N=32$ utilisateurs, et performances du CCR pour $N=1$ utilisateur, en fonction du SNR, pour un code $\text{OOC}(700,4)$ . .....	194
Figure IV-18 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code $\text{OOC}(F,4,1,1)$ , $N=10$ , et $\text{SNR}=15\text{dB}$ .....	195
Figure IV-19 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code $\text{OOC}(361,W,1,1)$ , $N=10$ , et $\text{SNR}=15\text{dB}$ .....	196
Figure IV-20 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code $\text{OOC}(361,4,1,1)$ , et $\text{SNR}=15\text{dB}$ .....	196
Figure IV-21 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code $\text{OOC}(361,4,1,1)$ , et $\text{SNR}=25\text{dB}$ .....	197
Figure IV-22 : Probabilité d'erreur en fonction du SNR, pour $N=32$ utilisateurs .....	198

Liste des tableaux

Tableau IV-1 : SNR minimum pour chaque code pour avoir $10^{-9}$ pour 10 utilisateurs avec le CCR	182
Tableau IV-2 : SNR minimum pour chaque code pour avoir $10^{-9}$ pour 32 utilisateurs avec le CCR	182
Tableau IV-3 : Valeurs possibles de l'interférence créée par un utilisateur non-désiré #j .....	186
Tableau IV-4 : SNR minimum pour chaque code pour avoir $10^{-9}$ pour 32 utilisateurs avec le PIC	199



## Chapitre IV IMPERFECTIONS DE LA CHAÎNE OCDMA

Dans les chapitres précédents nous avons étudié les performances d'une chaîne OCDMA dans le cas idéal, où seule l'IAM provoque des erreurs de détection. Cependant, il existe des imperfections dans la chaîne de transmission, qui déforment le signal émis et peuvent conduire à des erreurs supplémentaires.

Différentes imperfections du canal optique peuvent être considérées [ 60 ] :

- l'atténuation d'une fibre optique : elle n'est pas aussi importante que dans d'autres milieux de transmission, ce qui permet l'utilisation de la fibre sur de très longues distances (à 1550nm l'atténuation est minimale). Dans notre étude, sur les longueurs envisagées pour l'accès optique (inférieures à une vingtaine de kilomètres), nous ne tenons pas compte de ce paramètre.
- la dispersion : dans un système à fibre optique, elle provoque l'étalement dans le temps du signal qui se propage, ce qui induit un phénomène d'Interférence Entre Symboles (IES), dont l'importance est lié au débit et à la longueur de la fibre. Dans le cas du OCDMA pour le réseau d'accès, nous considérons une fibre monomode (du type G652) de longueur faible (inférieure à 20 km). Il n'y a donc pas de dispersion intra modale, et la dispersion de polarisation (*Polarization Mode Dispersion* PMD) est négligeable pour les distances considérées. Nous étudierons donc uniquement l'effet de la dispersion chromatique de la fibre.
- le bruit : il est introduit par les circuits électroniques, optoélectroniques (diodes photo détectrices), les composants optiques (laser, amplificateur par exemple) et la fibre optique. On distingue ainsi plusieurs types de bruit : le bruit thermique et le « *shot noise* » liés aux photo détecteurs, le RIN (« *Relative Intensity Noise* ») dû au laser d'émission, le bruit ASE (« *Amplified Spontaneous Emission* ») lié aux amplificateurs optiques....On classe également dans la catégorie des bruits, une limitation appelé « *beat noise* », introduite par la loi quadratique du détecteur optique en réception, qui fournit en sortie un signal proportionnel à la puissance lumineuse reçue. Il a été montré que si le temps de cohérence de la source lumineuse est très inférieur au temps chip du signal OCDMA en temporel, l'effet du beat noise est négligeable [ 61 ][ 62 ]. Nous ne considérerons dans cette étude, que le bruit thermique.
- les effets non linéaires : ils dépendent de la puissance optique. Les non linéarités introduisent généralement des interférences entre les longueurs d'onde (FWM « *Four Wave Mixing* », XPM « *Cross Phase Modulation* »...). Ces effets sont négligeables pour de faibles longueurs de fibre et pour de faibles puissances [ 63 ]. Dans le contexte du OCDMA pour le réseau d'accès, nous n'avons pas considéré les effets non linéaires.

## 1. Impact de la dispersion chromatique de la fibre

Lors de sa transmission sur la fibre optique, le signal est dispersé [ 64 ]. La puissance contenue à l'émission dans un seul chip est étalée sur plusieurs chips, créant de l'interférence dans les chips adjacents. Cette interférence se rajoute à l'IAM et génère de nouvelles erreurs.

Pour étudier l'impact de la dispersion sur les performances d'une liaison OCDMA, avec des temps de simulation courts (par rapport au temps nécessaire aux logiciels de simulation système), nous avons utilisé un modèle pour décrire le signal dispersé reçu.

L'allure d'un chip après étalement est présentée sur la Figure IV-1.

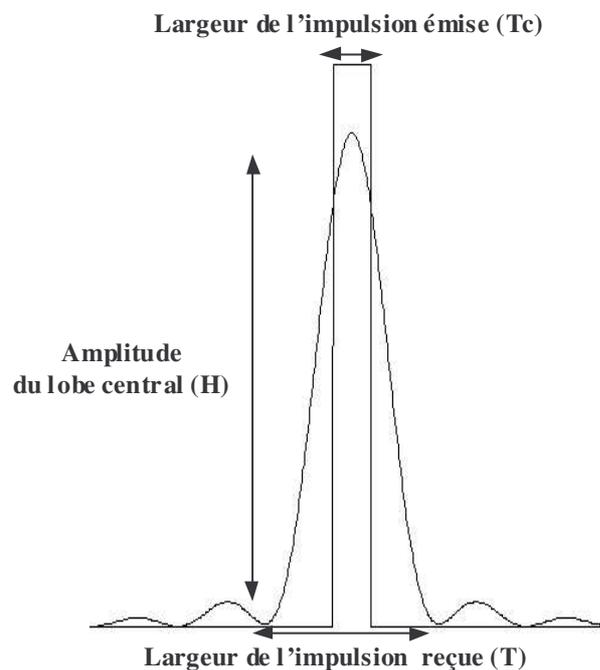


Figure IV-1 : Étalement d'un chip

On peut observer que la plus grande partie de la puissance est contenue dans le lobe central. Nous avons donc modélisé le signal étalé par un triangle de base  $T$  et de hauteur  $H$ . Les valeurs de  $T$  et de  $H$  sont calculées en fonction du temps chip initial  $T_c$ , de la longueur de la fibre et de la dispersion [ 64 ]. En annexe F, nous avons reporté les valeurs de  $T$  et de  $H$  pour une fibre monomode G652 pour différentes valeurs de  $T_c$  et de  $L$ .

La valeur de  $T$ , liée à l'étalement en temps (Figure IV-2 (a)), détermine le nombre de chips adjacents perturbés par le signal, puis la répartition de la puissance sur les chips est estimée (Figure IV-2 (b)).

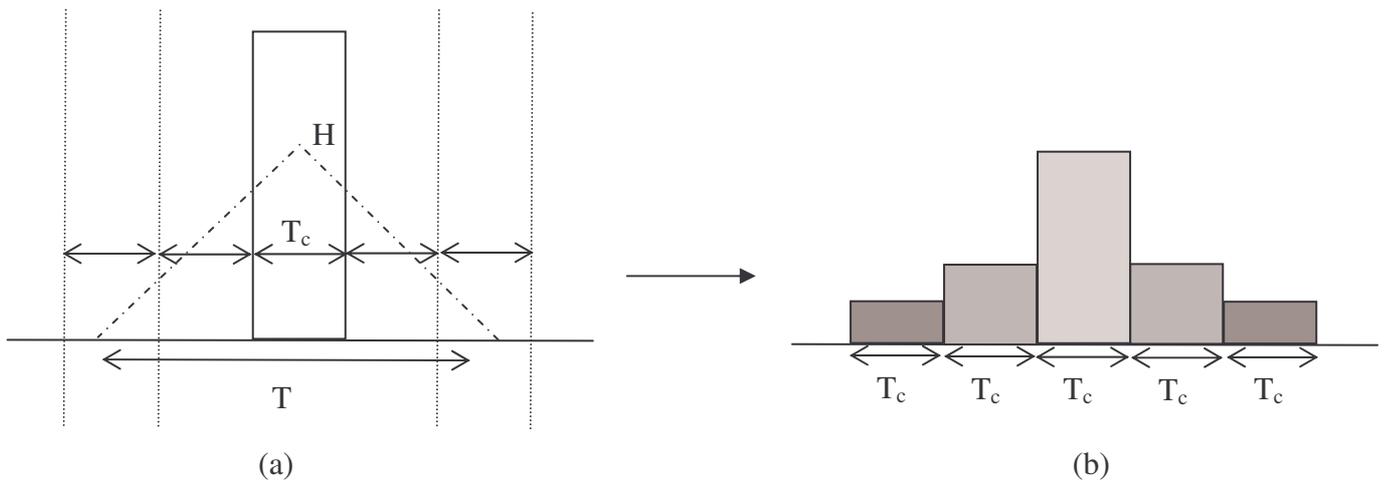


Figure IV-2 : Modélisation de l'étalement d'un chip

Le détail du calcul pour obtenir le modèle utilisé en simulation est développé dans l'annexe F.

Pour valider cette modélisation, une comparaison de résultats de simulation MATLAB<sup>®</sup> et COMSIS<sup>®</sup> a été effectuée [ 64 ] (Figure IV-3), pour un code OOC(181,4,1,1), pour  $N = 5$  utilisateurs et un seuil normalisé à  $S = 2 \times H$ . Nous n'avons pas réalisé la comparaison pour le seuil optimal  $S = W \times H = 4 \times H$  car le temps de simulation du logiciel COMSIS<sup>®</sup> aurait été trop important.

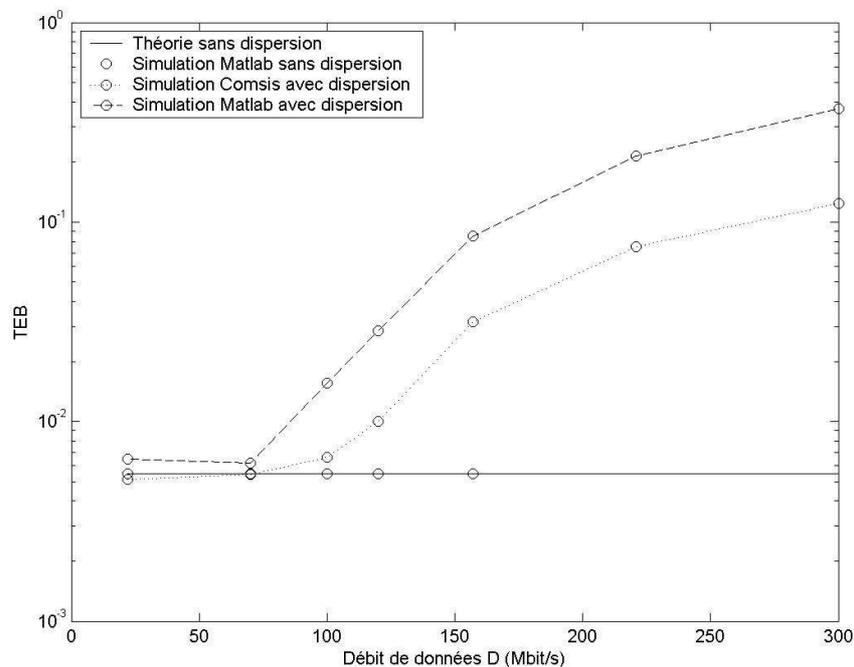


Figure IV-3 : TEB en fonction du débit.

Nous constatons que la courbe du TEB obtenue d'après le modèle développé évolue de la même façon que celle de COMSIS<sup>®</sup>. On peut donc considérer que les résultats issus de la modélisation donnent une borne supérieure pour l'étude de l'effet de la dispersion chromatique.

### **1.1. Analyse de l'impact de la dispersion sur les performances du CCR**

Pour une fibre donnée, l'impact de la dispersion dépend de :

- la longueur de la fibre,
- la largeur de l'impulsion émise. Ce paramètre dépend lui-même de la longueur du code, et du débit par utilisateur.

En conséquence, nous avons réalisé une étude paramétrique en fonction :

- de la longueur de la fibre  $L$ , sur la Figure IV-4
- de la longueur du code  $F$ , sur la Figure IV-5
- du débit  $D$ , sur la Figure IV-6

Nous menons notre étude paramétrique à partir des valeurs initiales suivantes :  $F=181$ ,  $W=4$ ,  $D=220\text{Mbits/s}$ ,  $N=5$ , et nous considérons une dispersion chromatique de  $17\text{ps/nm/km}$ .

### 1.1.1. Impact de la dispersion en fonction de la longueur de fibre

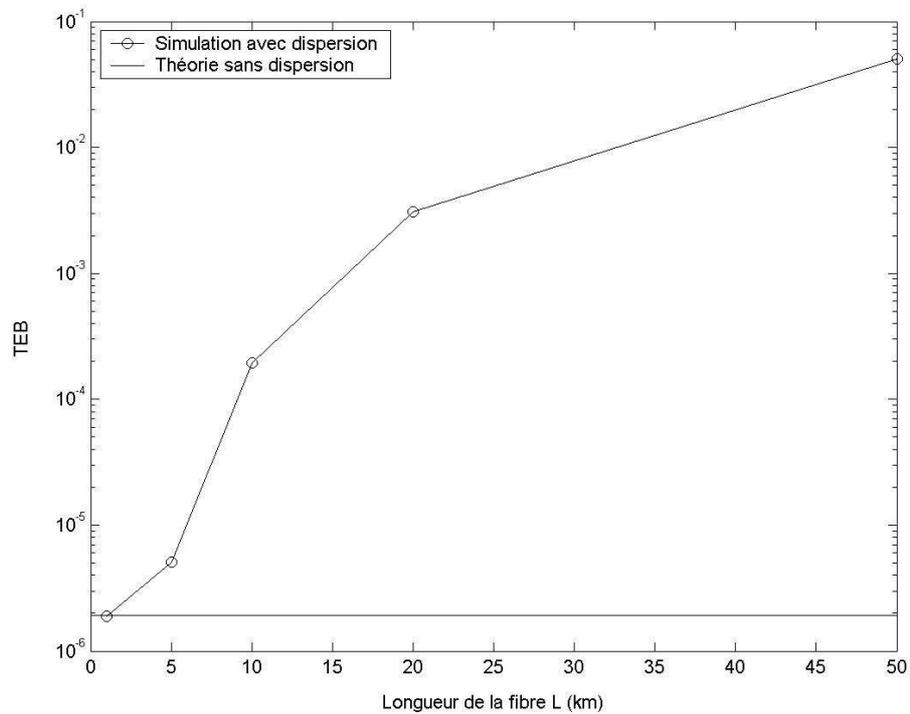


Figure IV-4 : TEB en fonction de la longueur de la fibre  $F=181$ ,  $D=220\text{Mbit/s}$  et  $N=5$

Comme on pouvait l'attendre, les résultats présentés sur la Figure IV-4 prouvent que l'impact de la dispersion chromatique n'est pas négligeable. On constate que les performances se dégradent très rapidement quand la longueur de la fibre augmente. Au delà d'une longueur de fibre de 5 km les performances sont fortement dégradées, pour la longueur de code et le débit considérés.

### 1.1.2. Impact de la dispersion en fonction de la longueur du code

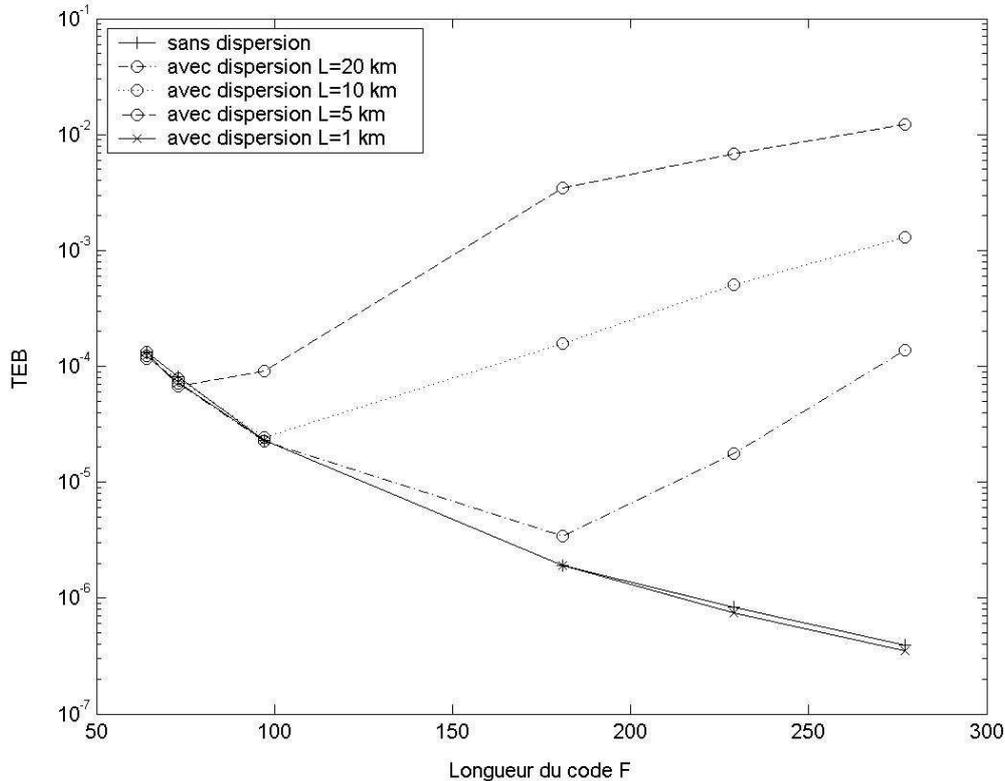


Figure IV-5 : TEB en fonction de la longueur du code, pour  $D=220$  Mbit/s et  $N=5$  utilisateurs

On remarque que lorsque la longueur du code augmente le TEB dans un premier temps diminue, puis augmente. Il est à noter que pour une longueur de 1 km la dispersion n'a aucun impact.

Pour des distances supérieures à 5 km et pour de faibles longueurs du code, le résultat est identique : il n'y a pas d'impact de la dispersion. Le TEB obtenu ne dépend que de l'IAM. Pour de grandes longueurs de fibre, la dispersion dégrade les performances. Ainsi, il existe donc une zone dans laquelle l'IAM domine et une autre dans laquelle la dispersion chromatique qui contribue à augmenter l'IAM devient plus importante. Le point critique à partir duquel la dispersion devient prépondérante correspond à des longueurs de codes d'autant plus petites que la fibre est longue.

Les résultats obtenus montrent qu'un choix optimal des caractéristiques du code OOC, par exemple la longueur du code, peut éviter l'utilisation d'un composant de compensation de la dispersion chromatique. Par exemple, ( $D=220$  Mbit/s) pour une longueur de fibre de 20 km, la longueur de code maximale est  $F=73$  avec un  $TEB=6.6 \cdot 10^{-5}$ , et pour  $L=5$  km cette longueur est  $F=181$  avec un  $TEB = 3.4 \cdot 10^{-6}$ .

### 1.1.3. Impact de la dispersion en fonction du débit

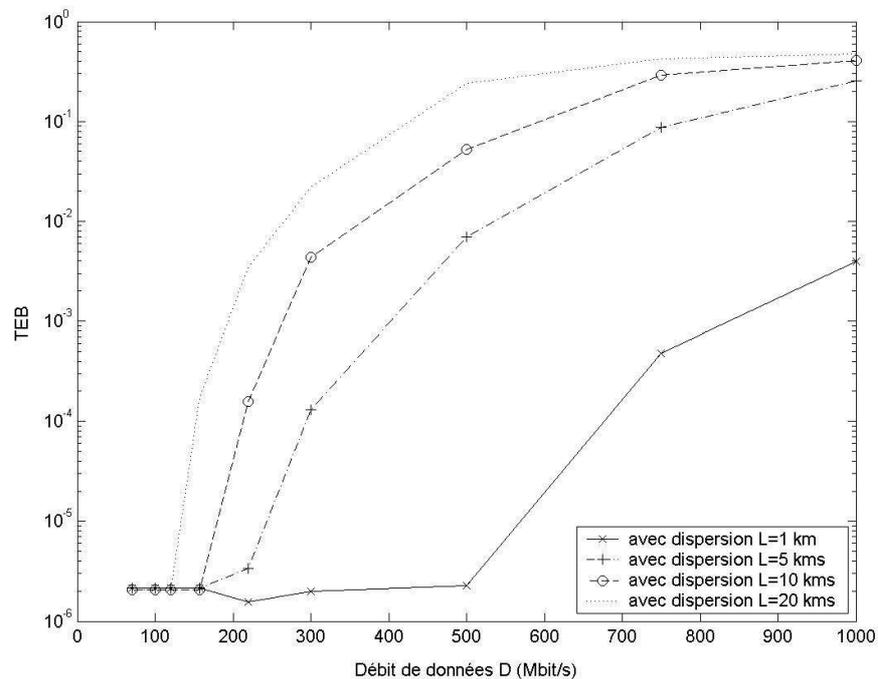


Figure IV-6 : TEB en fonction de débit pour F=181 et N=5

Nous pouvons remarquer que pour une longueur de fibre de 1km les performances commencent à se dégrader à partir d'un débit supérieur à 600 Mbit/s. En revanche pour une longueur de 20km la qualité de transmission est pénalisée à partir d'un débit de 100 Mbit/s. Donc, pour s'affranchir de l'utilisation d'un composant de compensation de dispersion pour une longueur de fibre donnée il faut faire un compromis entre la longueur du code F et le débit des données D.

En conclusion, l'impact de la dispersion chromatique est d'autant plus important que la longueur temporelle du code  $F$ , le débit  $D$  et la longueur de la fibre  $L$  sont grands. Cependant, nous avons pu observer qu'il existe une longueur optimale de code permettant de réaliser un compromis entre l'impact de l'IAM et de la dispersion chromatique.

L'IAM étant aussi liée au nombre d'utilisateurs actifs dans la liaison, nous avons donc estimé l'importance de l'effet de la dispersion chromatique comparé à l'Interférence d'Accès Multiple quand le nombre d'utilisateurs  $N$  augmente.

#### 1.1.4. Impact de la dispersion en fonction du nombre d'utilisateurs

Considérons maintenant les paramètres initiaux. L'évaluation des performances du système avec et sans fibre optique pour deux longueurs de fibre  $L=5\text{km}$  et  $L=10\text{km}$  est présentée sur la Figure IV-7 pour  $F=181$ ,  $W=4$ , et  $D=220\text{ Mbit/s}$ .

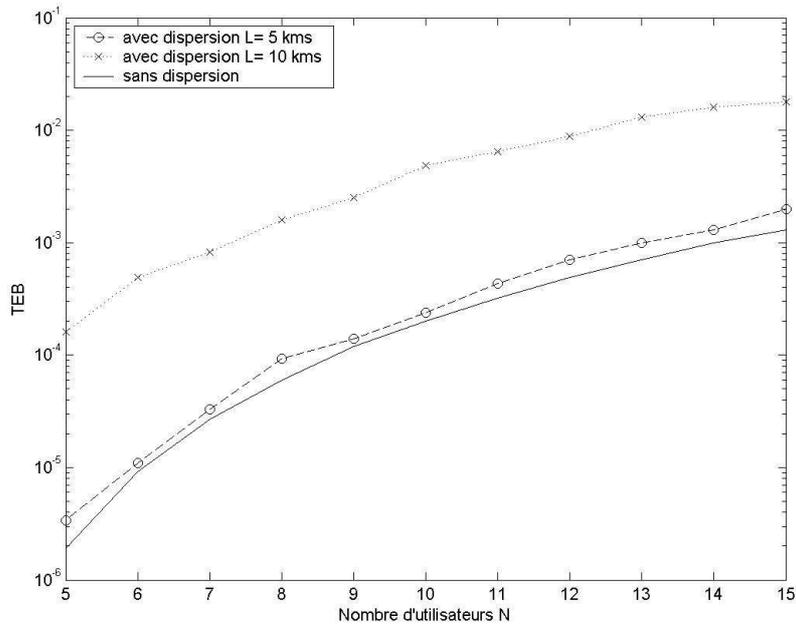


Figure IV-7 : TEB en fonction de  $N$ ,  $F=181$  et  $D=220\text{Mbit/s}$

En accord avec les résultats précédents, pour une longueur de  $5\text{km}$  et un nombre d'utilisateurs  $N=5$ , l'effet de la dispersion chromatique est négligeable. On peut remarquer aussi que quand  $N$  augmente les performances restent identiques à celles du cas sans dispersion.

Pour une longueur de fibre  $L=10\text{km}$ , la dispersion chromatique réduit significativement les performances. Cependant, cette dégradation évolue en fonction du nombre d'utilisateurs. En effet la dégradation de TEB est de l'ordre de deux décades pour  $N=5$ , or elle est réduite à une décade pour  $N=15$ . En conséquence, le système est plus sensible à la dispersion quand il y a peu d'utilisateurs, c'est-à-dire quand l'IAM est faible.

#### 1.1.5. Conclusion

Il apparaît que selon la configuration de la liaison utilisée, la dispersion est plus ou moins importante que l'IAM due à la technique OCDMA. Les figures fournies pour chaque étude permettent de définir le point à

partir duquel il sera nécessaire de compenser l'effet de la dispersion de la fibre avec les techniques de compensation actuelles.

En considérant que les fonctions de codage et décodage sont réalisées électriquement, les longueurs de code doivent être courtes. Dans ce cas, la dispersion est réduite, et l'IAM est la principale source d'erreurs.

De plus, en considérant l'application aux réseaux d'accès, la longueur de la fibre optique est faible. Or, nous avons vu que pour des longueurs inférieures à 5km, la dispersion a peu d'impact sur les performances.

Nous négligerons donc l'impact de la dispersion dans la suite du document.

## 2. Impact du bruit

Le bruit est une perturbation aléatoire se rajoutant au signal transmis, lié aux composants optiques et optoélectroniques de la liaison. Nous considérons dans ce chapitre que les bruits peuvent être assimilés à des bruits additifs gaussiens.

Nous allons développer l'expression théorique de la probabilité d'erreur du CCR et du PIC en présence de bruit gaussien, puis nous en déduisons en particulier, l'importance de l'impact du bruit thermique introduit par le photodétecteur en réception sur les performances.

On considère un système DS-OCDMA en présence de bruit blanc additif gaussien de variance  $\sigma_b^2$ .

On considère des codes dont l'intercorrélacion maximale est '1'.

### 2.1. Cas du récepteur conventionnel CCR

Nous cherchons tout d'abord à exprimer l'expression théorique de la probabilité d'erreur du CCR, en présence de bruit gaussien.

#### 2.1.1. Expression de la variable décisionnelle

Le signal reçu à l'entrée du CCR est la somme des contributions de tous les utilisateurs et du bruit :

$$r(t) = \sum_{j=1}^N b_i^{(j)} * c_j(t) + b(t) \quad (\text{IV-1})$$

En considérant que l'utilisateur désiré est l'utilisateur #1, nous en déduisons la variable décisionnelle :

$$\begin{aligned} Z_i^{(1)} &= \int_0^T r(t) * c_1(t).dt \\ &= \int_0^T \left( \sum_{j=1}^N b_i^{(j)} * c_j(t) + b(t) \right) * c_1(t).dt \end{aligned} \quad (\text{IV-2})$$

$$= \sum_{j=1}^N b_i^{(j)} \int_0^T c_j(t) * c_1(t).dt + \int_0^T b(t) * c_1(t).dt$$

$$Z_i^{(1)} = b_i^{(1)} * W + \sum_{j=2}^N b_i^{(j)} \int_0^T c_j(t) * c_1(t).dt + \int_0^T b(t) * c_1(t).dt \quad (\text{IV-3})$$

Le deuxième terme et le troisième terme dépendent de la valeur de termes d'intégration. Dans le cas d'un récepteur électrique, l'intégration ne peut pas être réalisée directement. Sa valeur est estimée par échantillonnage du signal reçu, et moyennage de la puissance associée à chaque échantillon.

Dans le cas synchrone, quelle que soit la méthode utilisée pour évaluer l'intégrale,  $\int_0^T c_j(t) * c_1(t).dt$  peut prendre 2 valeurs : 0 ou 1 (avec la puissance contenue dans un chip normalisée à 1W). En effet, dans le cas d'un échantillonnage, on réalise une moyenne des échantillons. En considérant que chaque chip est échantillonné  $K$  fois, on a :

$$\int_0^T c_j(t) * c_1(t).dt = \sum_{k=1}^{K*F} c_j(kT_c / K) * c_1(kT_c / K) / K \quad (\text{IV-4})$$

Or, dans le cas synchrone, les codes ont soit :

- 1 chip unité entier en commun : dans ce cas, le produit est nul pour tous les autres chips, donc la somme ne se fait que sur les échantillons du chip en commun. On obtient :

$$\int_0^T c_j(t) * c_1(t).dt = \sum_{k=1}^K c_j(T_{ci} + kT_c / K) * c_1(T_{ci} + kT_c / K) / K = \sum_{k=1}^K 1 / K = 1$$

$T_{ci}$  correspond à la position temporelle du début du chip en commun entre les codes des 2 utilisateurs #1 et #j.

- aucun chip en commun : le résultat de l'intégration est nul.

En conséquence,  $I = \sum_{j=2}^N b_i^{(j)} \int_0^T c_j(t) * c_1(t).dt$  est un entier, qui correspond au nombre d'utilisateurs non

désirés interférents. Donc, comme le terme  $I$  est dû aux  $N-1$  utilisateurs non désirés, sa valeur est comprise entre 0 (l'utilisateur #1 ne subit aucune interférence) et  $N-1$  (tous les utilisateurs non désirés génèrent une interférence sur l'utilisateur #1).

Pour le troisième terme de (IV-3) qui correspond à la composante de bruit  $B$ , l'évaluation de l'intégrale par la prise de  $K$  échantillons par chips conduit à :

$$\int_0^T b(t) * c_1(t).dt = \sum_{k=1}^{K*F} b(kT_c / K) * c_1(kT_c / K) / K \quad (\text{IV-5})$$

Or,  $c_1(t)$  est non nul seulement au niveau de ses chips unité, donc le bruit n'apporte une contribution que sur les chips unité du code. Ainsi, une partie des termes de la somme précédente est nulle.

Pour simplifier l'écriture, on peut écrire

$$\int_0^T b(t) * c_1(t).dt = \sum_{m=1}^W \sum_{k=1}^K b(Tc_m + kT_c / K) / K = \sum_{m=1}^W B_m = B \quad (\text{IV-6})$$

où  $Tc_m$  correspond à la position temporelle du début du  $m^{\text{ième}}$  chip unité du code  $c_1(t)$ .

Si on considère que le bruit additif gaussien centré  $b(t)$  a une variance  $\sigma_b^2$ , alors  $B_m$  est un bruit gaussien centré de variance  $\sigma_{B_m}^2 = \sigma_b^2 / K$ . En effet,  $B_m$  est le bruit  $b(t)$  moyenné sur  $K$  échantillons, donc la variance du bruit résultant est divisée par  $K$ .

De plus,  $B$  est la somme de  $W$  échantillons du bruit  $B_m$ , donc  $B$  est un bruit gaussien centré dont la variance est  $W$  fois celle de  $B_m$ . Ainsi, nous avons :

$$\sigma_B^2 = W * \sigma_{B_m}^2 = W * \sigma_b^2 / K \quad (\text{IV-7})$$

A partir de maintenant, nous ne considérerons que le bruit gaussien centré additif  $B$  de variance  $\sigma_B^2 = W * \sigma_b^2 / K$  se rajoutant à la variable décisionnelle de l'utilisateur désiré, pour le calcul de l'expression théorique de la probabilité d'erreur.

En conclusion, la variable décisionnelle s'écrit :

$$\boxed{Z_i^{(1)} = b_i^{(1)} * W + I + B} \quad (\text{IV-8})$$

### 2.1.2. Expression de la probabilité d'erreur

D'une manière générale, la probabilité d'erreur s'écrit :

$$\begin{aligned} P_{ECCR_{\text{bruit}}} &= P(b_i^{(1)} = 0) * P(Z_i^{(1)} \geq S / b_i^{(1)} = 0) + P(b_i^{(1)} = 1) * P(Z_i^{(1)} < S / b_i^{(1)} = 1) \\ &= \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} \geq S / b_i^{(1)} = 0) + \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} < S / b_i^{(1)} = 1) \end{aligned} \quad (\text{IV-9})$$

Nous allons considérer les cas  $b_i^{(1)} = 0$  et  $b_i^{(1)} = 1$  séparément.

#### 2.1.2.1. Expression de la probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 0$

$$\boxed{Pe_0 = P(Z_i^{(1)} \geq S / b_i^{(1)} = 0)} \quad (\text{IV-10})$$

Lorsque  $b_i^{(1)} = 0$ , la variable décisionnelle associée à l'utilisateur #1 s'écrit :

$$Z_i^{(1)} = b_i^{(1)} * W + I + B = I + B \quad (\text{IV-11})$$

D'où on obtient :

$$Pe_0 = P(I + B \geq S) \quad (\text{IV-12})$$

Comme on considère le cas synchrone et le cas où la puissance d'un chip est prise à  $1W$ ,  $I$  est un entier, dont la valeur est comprise entre 0 et  $N - 1$ . Donc, on peut décomposer l'expression de la probabilité d'erreur en fonction de la valeur de  $I$  :

$$Pe_0 = P(I + B \geq S) = \sum_{i=0}^{N-1} P(I = i) * P(i + B \geq S) \quad (\text{IV-13})$$

Or, la probabilité d'avoir une interférence de  $I = i$  utilisateurs non désirés parmi  $N - 1$ , est (Annexe A) :

$$\begin{aligned}
P(I = i) &= Q_1\left(t = i, T = N - 1, q = \frac{R}{2}\right) \\
&= C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i}
\end{aligned} \tag{IV-14}$$

$\frac{R}{2}$  est la probabilité qu'un utilisateur non-désiré crée une interférence de '1'.

D'autre part,  $P(i + B \geq S) = P(B \geq S - i)$ . Or,  $B$  est une variable aléatoire gaussienne de variance  $\sigma_B^2$ , donc la probabilité que  $B$  soit supérieure à  $S - i$  est (Annexe G) :

$$\begin{aligned}
P(B \geq S - i) &= Q_4(x = B, \sigma_x = \sigma_B, s = S - i) \\
&= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S - i}{\sigma_B \sqrt{2}}\right)
\end{aligned} \tag{IV-15}$$

D'où la probabilité de faire une erreur lorsque le bit envoyé est un 0 :

$$\begin{aligned}
Pe_0 &= P(I + B \geq S) \\
&= \sum_{i=0}^{N-1} P(I = i) * P(i + B \geq S)
\end{aligned} \tag{IV-16}$$

$$\boxed{Pe_0 = \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S - i}{\sigma_B \sqrt{2}}\right)} \tag{IV-17}$$

### 2.1.2.2. Expression de la probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 1$

De la même façon, lorsque  $b_i^{(1)} = 1$ , la variable décisionnelle associée à l'utilisateur #1 s'écrit :

$$Z_i^{(1)} = b_i^{(1)} * W + I + B = W + I + B \tag{IV-18}$$

D'où on obtient :

$$Pe_1 = P(Z_i^{(1)} < S / b_i^{(1)} = 1) = P(W + I + B < S) \tag{IV-19}$$

Comme pour le cas  $b_i^{(1)} = 0$ , on décompose la probabilité avec une somme conditionnée sur la valeur de l'interférence générée par les utilisateurs non désirés :

$$Pe_1 = P(W + I + B < S) = \sum_{i=0}^{N-1} P(I = i) * P(W + i + B < S) \tag{IV-20}$$

Comme pour  $b_i^{(1)} = 0$ , on a :

$$P(I = i) = C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} \tag{IV-21}$$

Par contre,  $P(W + i + B < S) = P(B < S - i - W)$ .

Or,  $B$  est une variable aléatoire gaussienne de variance  $\sigma_B^2$ , donc la probabilité que  $B$  soit inférieure à  $S-i-W$  est (Annexe G) :

$$\begin{aligned} P(B < S - i - W) &= Q_5(x = B, \sigma_x = \sigma_B, s = S - i - W) \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i - S}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (\text{IV-22})$$

D'où la probabilité de faire une erreur lorsque le bit envoyé est un 1 :

$$\begin{aligned} Pe_1 &= P(W + I + B < S) \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} P(I = i) * P(W + i + B < S) \end{aligned} \quad (\text{IV-23})$$

$$Pe_1 = \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i - S}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \quad (\text{IV-24})$$

### 2.1.2.3. Expression de la probabilité d'erreur totale dans le cas d'une puissance chip égale à 1

La probabilité d'erreur totale dans le cas d'un récepteur conventionnel en présence de bruit est :

$$\begin{aligned} Pe_{CCRbruit} &= \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S - i}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i - S}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (\text{IV-25})$$

$$Pe_{CCRbruit} = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} * \left( \operatorname{erfc}\left(\frac{S - i}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i - S}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \right) \quad (\text{IV-26})$$

### 2.1.2.4. Expression de la probabilité d'erreur totale dans le cas d'une puissance chip $P_c$

L'expression théorique a été exprimée dans le cas d'une puissance chip normalisée à  $1W$ , car cela correspond au cas le plus simple à mettre en équation. Pour généraliser, nous considérons maintenant que le signal reçu a une amplitude  $A$ , donc une puissance  $P_c = A^2$ .

Il y a 2 façons de prendre en compte l'énergie réelle dans le calcul :

- Dans la première méthode, on exprime la variable décisionnelle et le seuil en fonction de l'amplitude  $A$  du signal reçu  $r(t)$ . Dans ce cas, l'expression du signal reçu est :

$$r(t) = \sum_{j=1}^N b_i^{(j)} * A * c_j(t) + b(t) \quad (\text{IV-27})$$

En conséquence, la variable décisionnelle s'écrit :

$$\begin{aligned} Z_i^{(1)} &= b_i^{(1)} \int_0^T A * c_j(t) * c_1(t).dt + \sum_{j=2}^N b_i^{(j)} \int_0^T A * c_j(t) * c_1(t).dt + \int_0^T b(t) * c_1(t).dt \\ &= b_i^{(1)} * W * A + I * A + B \end{aligned} \quad (IV-28)$$

En considérant un seuil égal à  $S * A$  au lieu de  $S$ , et en reconduisant les calculs précédents on obtient :

$$Pe = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} * \left( \operatorname{erfc}\left(\frac{S * A - i * A}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{W * A + i * A - S * A}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \right) \quad (IV-29)$$

C'est-à-dire :

$$Pe = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} * \left( \operatorname{erfc}\left(\frac{A * (S - i)}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{A * (W + i - S)}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \right) \quad (IV-30)$$

- Dans la seconde méthode, on continue de considérer que la puissance contenue dans un chip est 1, mais on modifie la variance du bruit de façon à obtenir le bon rapport signal à bruit (*Signal to Noise Ratio* SNR). On considère ici, le rapport signal à bruit au niveau de la variable décisionnelle, donc le bruit considéré est le bruit équivalent  $B$ . Ainsi, pour un bruit donné (c'est-à-dire une variance  $\sigma_B^2$  donnée) et une puissance chip  $P_c$  donnée, le rapport signal à bruit est :

$$SNR = 10 \log\left(\frac{P_c}{N_0}\right) = 10 \log\left(\frac{P_c}{\sigma_B^2}\right) \quad (IV-31)$$

Pour avoir le même rapport signal à bruit que le précédent, mais avec une puissance chip normalisée à 1, il faut une variance  $\sigma_1^2$  telle que :

$$SNR = 10 \log\left(\frac{P_c}{\sigma_B^2}\right) = 10 \log\left(\frac{1}{\sigma_1^2}\right) \quad (IV-32)$$

D'où il faut

$$\frac{P_c}{\sigma_B^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} \text{ c'est-à-dire } \sigma_1^2 = \frac{\sigma_B^2}{P_c} \quad (IV-33)$$

Ainsi, dans l'expression de la probabilité d'erreur, la valeur de la variance n'est plus  $\sigma_B^2$ , mais  $\sigma_1^2$  d'où :

$$Pe = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} * \left( \operatorname{erfc}\left(\frac{S - i}{\sigma_1 \sqrt{2}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i - S}{\sigma_1 \sqrt{2}}\right) \right) \quad (IV-34)$$

On peut vérifier que si on remplace  $\sigma_1^2$  par sa valeur on retrouve la probabilité d'erreur obtenue avec la première méthode. En effet, comme  $P_c = A^2$ , on peut exprimer  $\sigma_1$  en fonction de  $A$  :

$$\sigma_1^2 = \frac{\sigma_B^2}{A^2} \text{ c'est-à-dire } \sigma_1 = \frac{\sigma_B}{A} \quad (\text{IV-35})$$

On retrouve bien la même expression pour la probabilité d'erreur quelle que soit la méthode utilisée.

### 2.1.3. Application aux OOC(F,W,1,1) et MWOOC(L×F,W,1,1)

Pour les codes OOC(F,W,1,1), on considère  $R = \frac{W^2}{F}$  dans l'équation (IV-26), et pour les codes MWOOC(L×F,W,1,1), on considère  $R = \frac{W^2}{L \times F}$ .

### 2.1.4. Analyse du CCR en présence de bruit

#### 2.1.4.1. Validation de l'expression théorique de la probabilité d'erreur

Nous avons tracé sur la Figure IV-8 l'évolution du TEB du CCR en présence de bruit en fonction du seuil de décision  $S$ , pour un code OOC(64,4,1,1) et  $N=5$ , pour un échantillonnage de  $K=1$  et pour différents SNR. Nous avons reporté les valeurs théoriques et les valeurs simulées. On considère que la puissance d'un chip est normalisée à  $1W$ .

Pour l'analyse des performances, nous considérons, non pas le SNR au niveau de la variable décisionnelle, mais le SNR du signal étalé reçu à l'entrée du récepteur CCR. Dans ce cas, le SNR s'exprime en fonction de la variance du bruit ( $\sigma_b^2$ ). Pour une puissance normalisée  $P_c = 1W$ , le SNR vaut :

$$SNR_{dB} = 10 \log \left( \frac{1}{\sigma_b^2} \right) \quad (\text{IV-36})$$

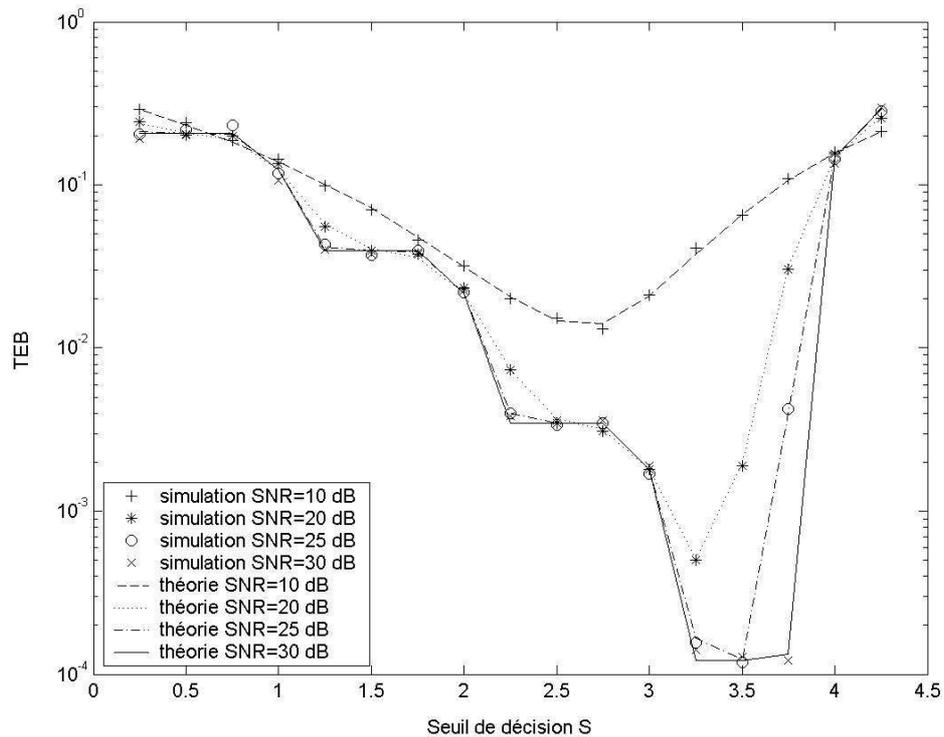


Figure IV-8 : TEB en fonction du seuil pour différents SNR pour un code (64,4,1,1) et N=5

Nous pouvons constater que les courbes théoriques et de simulation sont confondues, donc l'expression théorique décrit correctement l'impact du bruit sur la probabilité d'erreur.

De plus, nous pouvons vérifier que, comme dans tous les systèmes de transmission de données, plus le SNR est faible, plus le bruit dégrade les performances.

D'autre part, nous pouvons constater que selon la valeur du SNR, le seuil pour lequel on obtient les meilleures performances évolue. En effet, pour un SNR de 10 dB, le seuil optimal est d'environ  $S_{opt} = 2.75$ , alors qu'à partir d'un SNR de 25 dB, le seuil est de  $S_{opt} = 3.5$ .

Pour les faibles SNR, le bruit est prédominant sur l'IAM, donc on peut considérer que la seule source de perturbation est le bruit. On peut donc modéliser le système par un lien de transmission d'éléments binaires codés en OOK, pour lequel l'amplitude maximale est  $W$ . Dans ce cas, le seuil optimal est  $\frac{W}{2}$ , donc dans le cas d'un code (64,4,1,1) : 2.

A l'inverse, lorsque le SNR est élevé, l'IAM est prépondérante sur le bruit, donc le seuil optimal se rapproche de  $W$ . Cependant, le seuil optimal ne sera jamais  $W$ , en présence de bruit. En effet, si le seuil

de décision est  $S = W$ , on aura des erreurs sur des données envoyées '1' avec une probabilité de  $\frac{1}{2}$ .

Donc, le seuil optimal est toujours inférieur à  $W$ .

Ainsi, selon la valeur du SNR, le seuil optimal sera compris entre  $\frac{W}{2}$  et  $W$ , en se rapprochant de  $W$  pour un fort SNR et en s'en éloignant pour un faible SNR.

Enfin, nous pouvons constater que, pour un code (64,4,1,1), à partir d'un SNR supérieur à 25, on peut choisir un seuil tel que le bruit ait une influence négligeable sur le TEB, car les performances pour un seuil optimum correspondent aux performances du CCR sans bruit.

Par la suite, les résultats sont obtenus pour des valeurs de seuil optimales à 0.1 près.

#### 2.1.4.2. Etude paramétrique

##### a) Influence du nombre d'échantillons par chips

Nous avons tracé sur la Figure IV-9, l'évolution de la probabilité d'erreur pour un CCR avec un code OOC(64,4,1,1), N=5 utilisateurs et un SNR=10dB, en fonction du nombre d'échantillons par chips.

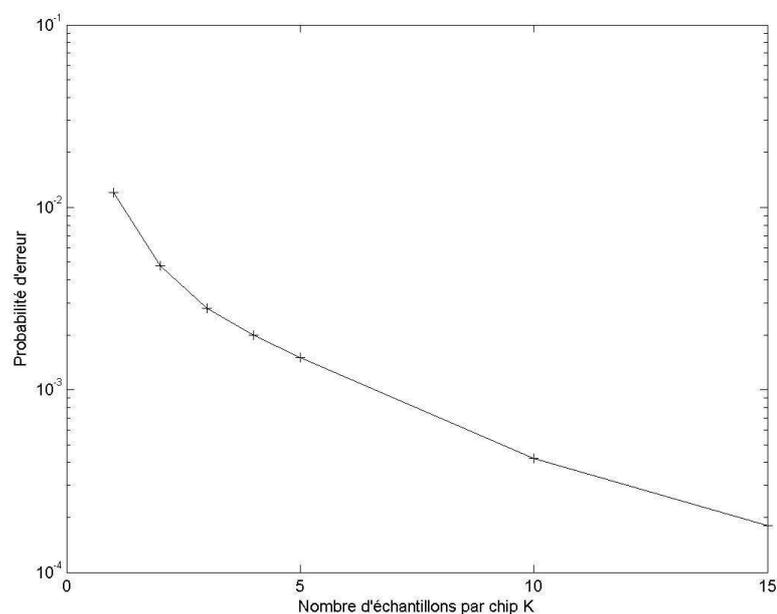


Figure IV-9 : Probabilité d'erreur du CCR pou un code OOC(64,4,1,1), N=5 utilisateurs et un SNR=10dB

Nous pouvons vérifier que plus le nombre d'échantillons par chip est important, plus la probabilité d'erreur diminue. En effet, en considérant plus d'échantillons, on moyenne le bruit sur un plus grand

nombre de valeurs, donc la contribution de bruit est statistiquement moins importante que sur un seul échantillon.

De plus, on observe que les performances théoriques sans bruit peuvent être obtenues, pour ce code et ce nombre d'utilisateurs, à condition de prendre  $K = 15$  échantillons. Cependant, lorsque  $K$  échantillons par chips sont pris, le débit d'échantillons est  $K$  fois supérieur au débit de chips. Donc, pour une bande passante donnée, le débit de chips, donc le débit de bits, est divisé par  $K$ . En conséquence, pour permettre l'utilisation maximale de la bande passante de la liaison, nous considérerons à partir de maintenant que  $K = 1$ .

b) *Influence de la longueur du code*

Nous avons tracé sur la Figure IV-10, l'évolution de la probabilité d'erreur du CCR en fonction de la longueur du code  $F$ , pour un code OOC(F,4,1,1), pour  $N=10$ , et pour  $SNR=15dB$ . Nous avons reporté les valeurs théoriques pour une puissance chip normalisée à 1W, et la prise d'un échantillon par chip ( $K = 1$ ).

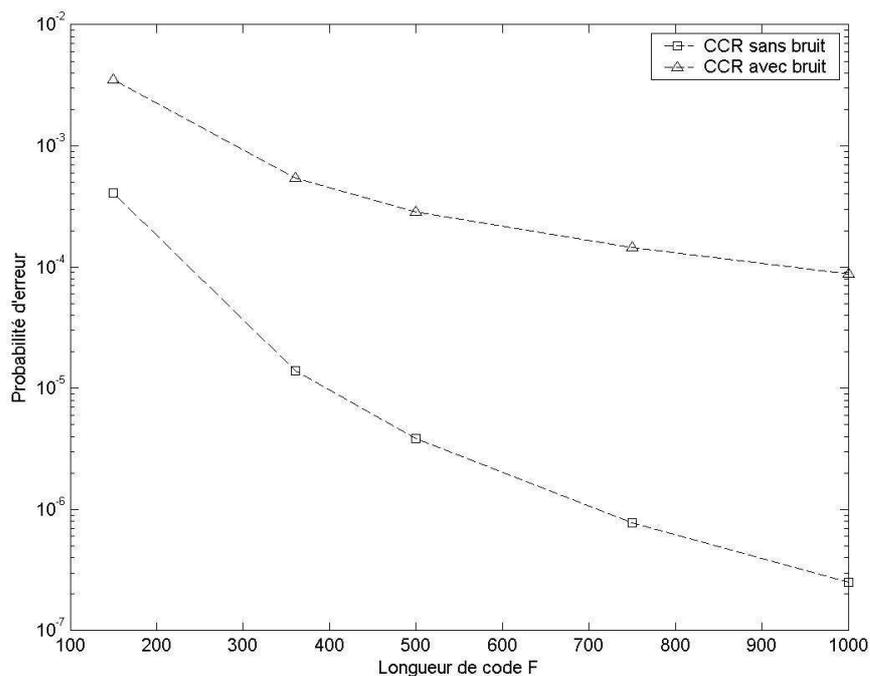


Figure IV-10 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC(F,4,1,1) pour  $N=10$  utilisateurs, et pour  $SNR=15dB$

Nous pouvons observer que nous obtenons les mêmes allures de courbes dans le cas sans et avec bruit. Cependant, lorsque la longueur augmente l'écart entre les courbes se creuse. Ceci est lié au fait que la longueur du code influe directement sur l'IAM. Ainsi, lorsque la longueur du code augmente, l'IAM diminue, donc les erreurs dues à une combinaison d'IAM et de bruit sont plus rares. En conséquence, les performances s'améliorent.

Cependant, lorsque l'IAM est très faible, le bruit devient la limitation prépondérante, et les performances tendent vers un palier, correspondant à la probabilité d'erreur, où les erreurs sont uniquement dues au bruit. A l'inverse, dans le cas sans bruit, la probabilité d'erreur décroît toujours, générant un écart de plus en plus important avec le palier.

c) *Influence du poids*

Nous avons montré théoriquement que le poids avait une influence sur la contribution de bruit sur la variable décisionnelle. Pour valider cette démonstration, nous avons étudié des codes dont l'IAM est équivalente : nous avons considéré des codes tels que  $\frac{W^2}{F} \approx cste = 0.107$ . Nous avons considéré pour ces codes le même nombre d'utilisateurs  $N = 4$ , et le même seuil de décision  $S = 2$ . Nous avons vérifié que dans le cas sans bruit, on obtient sensiblement les mêmes performances  $Pe = 4,2.10^{-3}$ . Ainsi, l'impact de l'IAM est le même pour tous les codes.

Nous avons tracé sur la Figure IV-11 l'évolution des performances en fonction du SNR paramétré par le poids des codes choisis.

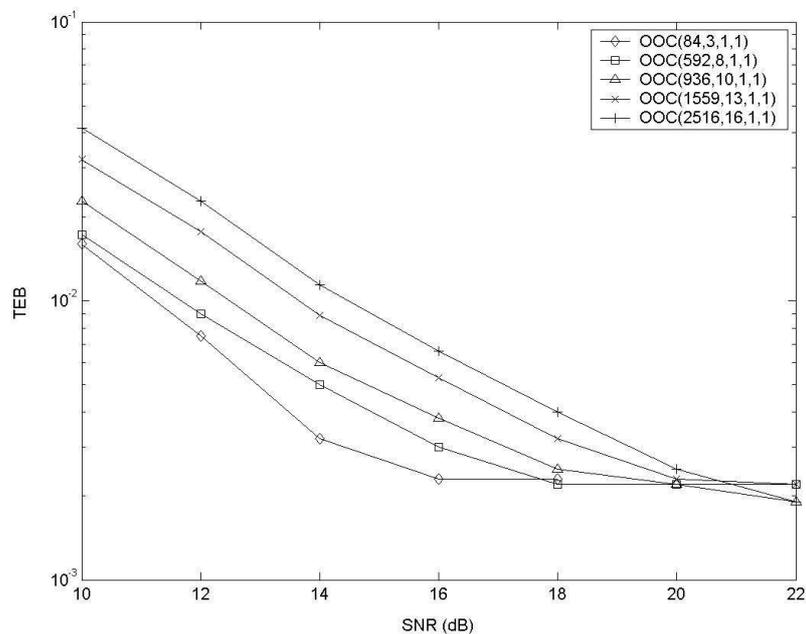


Figure IV-11 : TEB en fonction du SNR pour plusieurs codes ( $W^2 \cdot cste, W, 1, 1$ ),  $S=2$  et  $N=4$

Nous pouvons constater que plus le poids du code est faible, plus les performances sont bonnes pour un SNR donné. De plus, plus le poids est faible, plus le SNR minimal requis pour obtenir les performances

optimales est faible. Ainsi, un poids important a un impact négatif sur les performances en présence de bruit, pour une inférence d'accès multiple donnée. Ceci, confirme bien l'étude théorique, puisque nous avons montré que la variance du bruit équivalent se rajoutant à la variable décisionnelle est  $\sigma_B^2 = W * \sigma_b^2 / K$ . Plus le poids est important, plus il augmente cette variance équivalente, et plus il augmente l'impact du bruit.

Cependant, nous avons considéré pour cette étude un seuil fixe quelle que soit la valeur du poids. Nous avons donc comparé les performances des deux premiers codes pour un seuil optimal, en fonction du SNR sur la Figure IV-12.

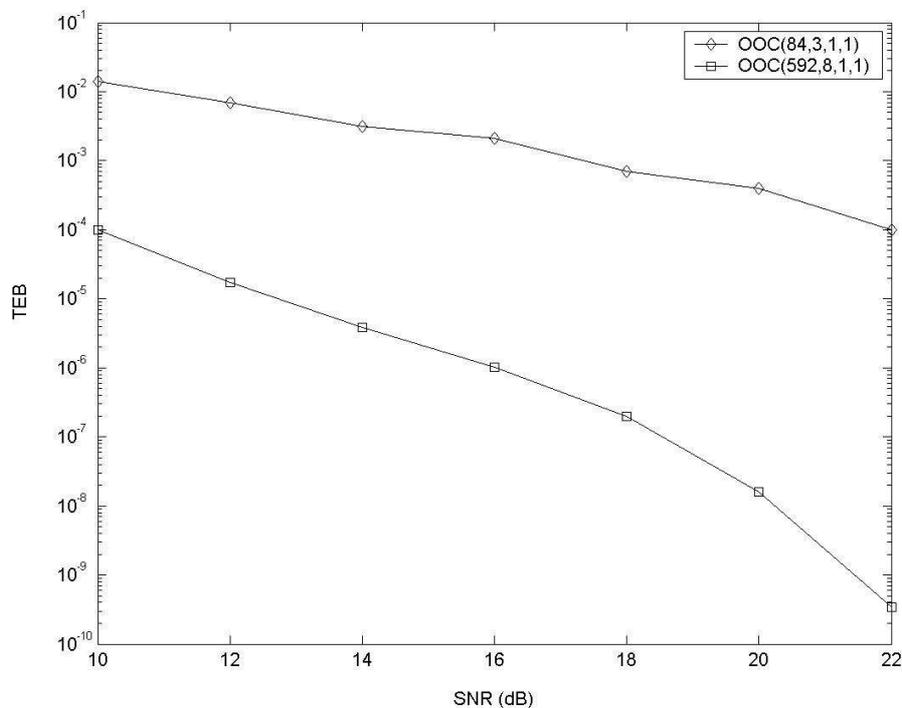


Figure IV-12 : TEB en fonction du SNR pour plusieurs codes ( $W^2 * cste, W, 1, 1$ ),  $S=S_{opt}$  et  $N=4$

Nous pouvons constater sur la Figure IV-12, contrairement à la Figure IV-11 où le seuil était fixé à 2, que si on considère le seuil optimum, les performances sont meilleures lorsque le poids augmente. En effet, la probabilité d'avoir une interférence sur l'utilisateur désiré est identique, mais lorsque le poids augmente, le seuil de décision peut être lui aussi plus élevé, donc la probabilité d'erreur diminue.

Ainsi, malgré le fait que l'augmentation du poids accentue le bruit équivalent sur la variable décisionnelle, un code avec un poids important aura de meilleures performances qu'un code avec un poids faible.

d) *Influence du nombre d'utilisateurs*

Nous avons tracé sur la Figure IV-13, l'évolution de la probabilité d'erreur du CCR en présence de bruit, pour un code (361,4,1,1), pour un SNR=15dB, en fonction du nombre d'utilisateurs.

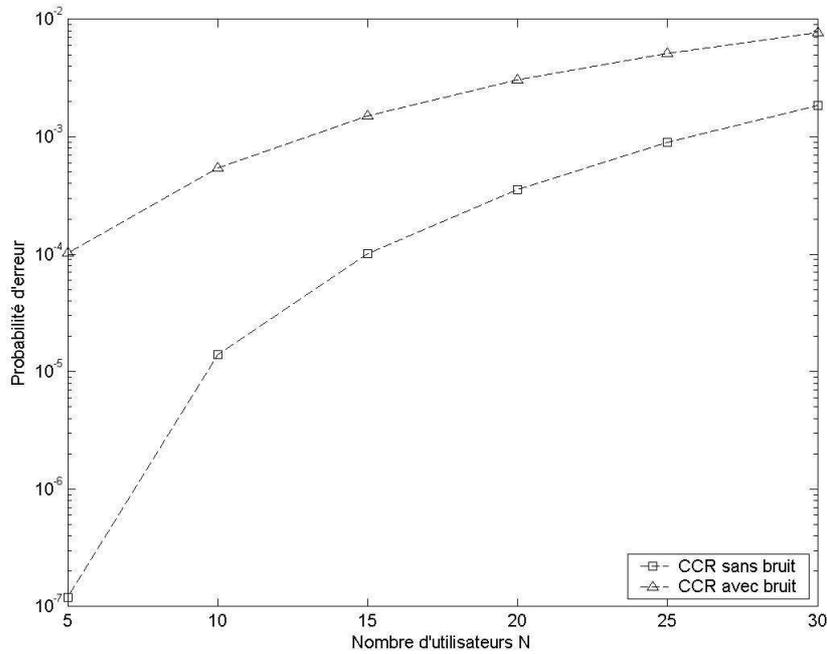


Figure IV-13 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC(361,4,1,1) pour SNR=15dB en fonction du nombre d'utilisateurs N

Nous pouvons constater que plus le nombre d'utilisateurs est important, et plus la probabilité d'erreur augmente. De plus, comme précédemment, l'écart entre le cas avec et sans bruit augmente au fur et à mesure de la diminution de l'IAM liée à la diminution du nombre d'utilisateurs.

e) *Influence du SNR*

Nous avons tracé sur la Figure IV-14, l'évolution de la probabilité d'erreur du CCR en présence de bruit, pour un code (361,4,1,1), pour N=10 utilisateurs, en fonction du SNR.

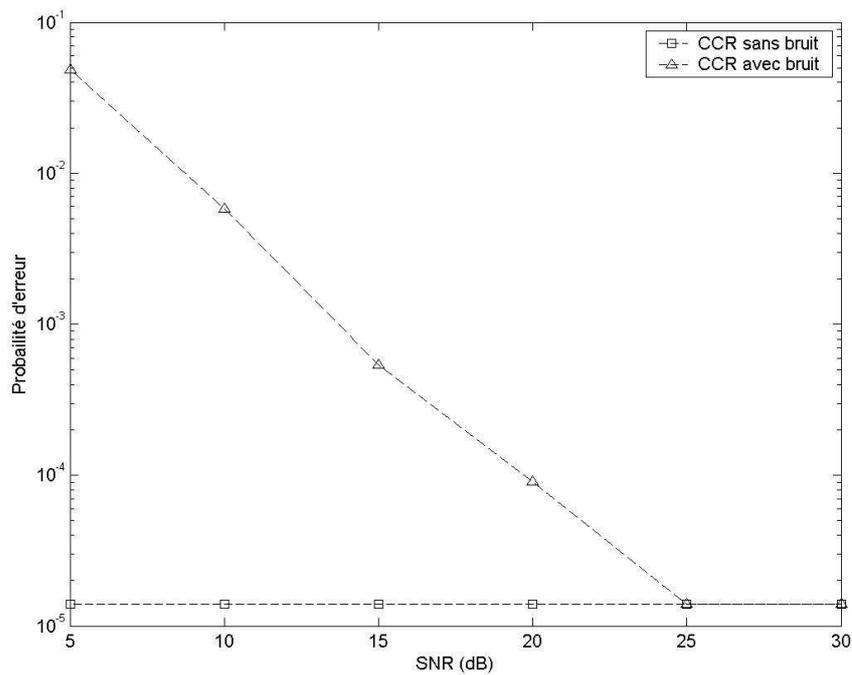


Figure IV-14 : Probabilité d'erreur du CCR pour un code OOC(361,4,1,1) pour N=10 utilisateurs en fonction du SNR

Nous pouvons vérifier que plus le SNR est important, plus les performances se rapprochent de celles du cas sans bruit, et que à partir d'un SNR de 25dB, le bruit n'a plus d'impact sensible sur les performances. En effet pour  $SNR > 25dB$ , les probabilités d'erreur avec et sans bruit sont confondues. L'IAM est donc principalement responsable des erreurs commises, et le bruit est négligeable.

#### f) Conclusion

D'après cette étude paramétrique, nous pouvons souligner que :

- l'évolution de la probabilité d'erreur dans le cas avec bruit est identique au cas sans bruit, lorsque les seuils optimaux sont considérés.
- selon le niveau de bruit, soit l'IAM est principalement responsable des erreurs, soit c'est le bruit, soit les erreurs sont dues conjointement à ces deux limitations.

### 2.1.4.3. Etude du SNR requis pour obtenir $TEB < 10^{-9}$

#### a) SNR minimum requis pour $TEB < 10^{-9}$ avec le code optimal du cas sans bruit

Nous avons voulu tout d'abord estimer la valeur du SNR permettant d'obtenir un TEB équivalent à celui du cas sans bruit, lorsque ce dernier est de l'ordre de  $10^{-9}$ .

Pour cela, nous avons déterminé la valeur minimale de la longueur du code permettant d'avoir un TEB inférieur à  $10^{-9}$  pour un nombre d'utilisateurs donné, et un poids donné. Puis, nous avons déterminé la valeur minimale du SNR permettant d'obtenir un TEB inférieur à  $10^{-9}$  pour ces codes. Nous avons reporté dans les Tableau IV-1 et Tableau IV-2 respectivement, le poids, la longueur minimale requise et le SNR minimum requis pour 10 et 32 utilisateurs respectivement.

W	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F	300000	15636	4000	1798	1054	709	561	721	901
SNR	25	28	30	31	31	31	28	22	19

Tableau IV-1 : SNR minimum pour chaque code pour avoir  $10^{-9}$  pour 10 utilisateurs avec le CCR

W	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F	1000000	58923	15895	7581	4761	3475	2773	2339	2881
SNR	25	28	29	30	31	31	32	32	24

Tableau IV-2 : SNR minimum pour chaque code pour avoir  $10^{-9}$  pour 32 utilisateurs avec le CCR

Nous pouvons tout d'abord constater que pour la majorité des codes étudiés, la valeur du SNR minimum requis est de l'ordre de 30 dB. Dans un système de réception, l'élément introduisant le plus de bruit est la photodiode [ 65 ]. Ce bruit peut être modélisé par un bruit blanc gaussien de variance  $\sigma_b^2 = 1,97.10^{-11}$  pour une photodiode de bande passante  $B = 60GHz$ . Ainsi :

$$SNR = 10 \log \left( \frac{Pc}{\sigma_b^2} \right) = 10 \log \left( \frac{Pc}{1,97.10^{-11}} \right) = 30 \text{ d'où } Pc = 1,97.10^{-8} \text{ W} \quad (IV-37)$$

Or  $Pc = A^2$  avec l'amplitude du signal telle que  $A = Sens * Popt$  où *Sens* est la sensibilité de la photodiode (classiquement *Sens* = 0,8) et *Popt* la puissance optique reçue.

Ainsi, on obtient

$$Popt = 1,75.10^{-4} \text{ W} = -37,6 \text{ dB} = -7,6 \text{ dBm} \quad (IV-38)$$

En conclusion, une puissance optique de  $Popt = -7,6 \text{ dBm}$  minimum est requise pour être insensible à l'effet du bruit.

Ce type de composant possède des spécifications compatibles avec les résultats obtenus puisque les puissances minimales sont de l'ordre de -17dBm. On peut donc dire que dans ce cas, le bruit thermique n'est pas un facteur limitatif pour la liaison OCDMA.

De plus, on peut constater que la valeur minimale du SNR croît dans un premier lieu, puis décroît. La croissance du SNR est liée au fait que plus le poids est important, plus l'impact du bruit est fort à SNR donné. Donc, pour conserver les mêmes performances, il faut augmenter le SNR lorsque le poids augmente.

La décroissance est liée au fait que, à partir d'un certain moment, la longueur minimale requise pour avoir un TEB inférieur à  $10^{-9}$  est plus faible que la longueur minimale requise pour pouvoir supporter le nombre d'utilisateurs choisis. Ainsi, dans ce cas, la valeur de la longueur minimale de code est imposée par le nombre d'utilisateurs. Pour cette longueur, le TEB est nettement inférieur à  $10^{-9}$ . Ainsi, le code subit moins d'erreurs dues à l'IAM, donc nous retrouvons un TEB équivalent à  $10^{-9}$  pour un SNR plus faible.

*b) Couples  $(F, SNR)$  requis pour  $TEB < 10^{-9}$  pour un poids donné*

Comme les erreurs sont liées conjointement à la longueur du code, au poids, et au bruit, nous avons évalué, et tracé sur la Figure IV-1, le SNR minimum requis pour obtenir un TEB inférieur à  $10^{-9}$ , lorsque l'on fait varier la longueur du code, à poids et nombre d'utilisateurs fixés.

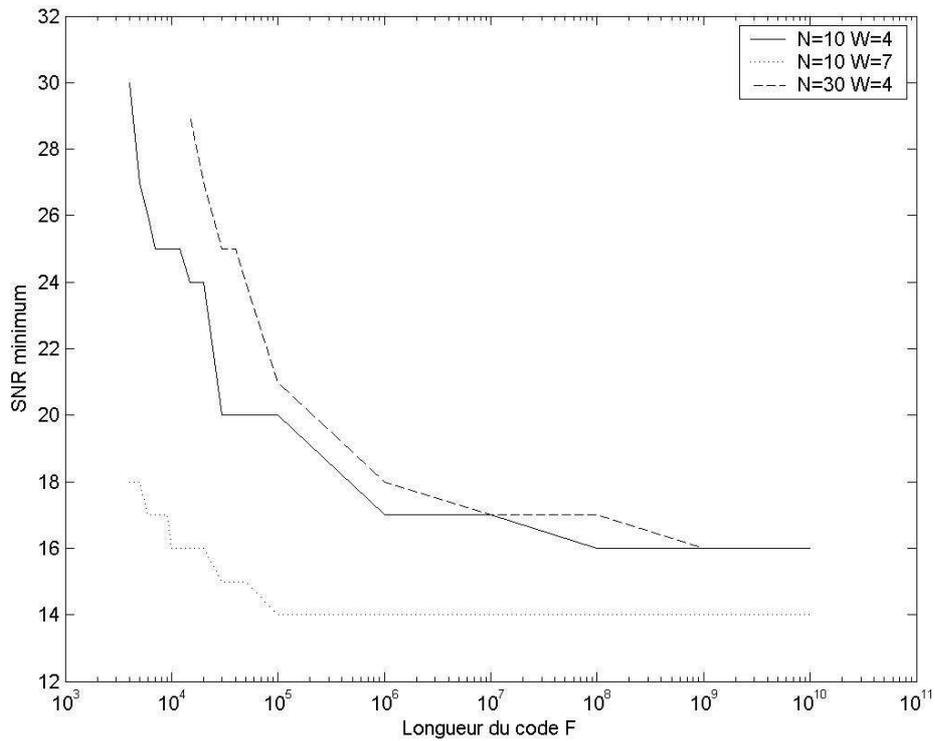


Figure IV-15 : SNR minimum pour obtenir un TEB inférieur à  $10^{-9}$

Nous pouvons constater, que plus la longueur du code est importante, et plus le SNR requis est faible. Cependant, pour les longueurs importantes, on observe un palier. Ceci signifie qu'en dessous de ce palier, quel que soit le code utilisé, le SNR est trop faible pour permettre au système des performances de l'ordre de  $10^{-9}$ , avec un CCR.

Nous observons que le nombre d'utilisateurs a peu d'influence sur le SNR requis, et même aucune sur la valeur du SNR pallier.

Enfin, on vérifie que, malgré le fait qu'un poids important renforce la contribution de bruit, de plus faibles SNR sont possibles avec un fort poids, du fait de la diminution de l'impact de la MAI.

## 2.2. Cas du récepteur PIC

Nous allons maintenant développer l'expression théorique de la probabilité d'erreur du PIC en présence de bruit gaussien  $b(t)$  de variance  $\sigma_b^2$ , dans le cas synchrone en chip.

Nous considérons les codes dont l'intercorrélacion maximale est '1', et  $N$  utilisateurs actifs.

Nous considérons comme dans le cas sans bruit que le seuil de décision pour les utilisateurs non-désirés est  $S_T$  et que le seuil de l'utilisateur désiré est  $S_F$ . Nous développerons l'expression théorique en supposant que l'utilisateur désiré est l'utilisateur #1.

D'une manière générale, la probabilité d'erreur s'écrit :

$$P_{EPICbruit} = \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) + \frac{1}{2} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0/b_i^{(1)} = 1) \quad (IV-39)$$

La prise de décision dépend du seuil de décision  $S_F$  et de la variable décisionnelle :

$$\begin{aligned} Z_i^{(1)} &= \int_0^T c_1(t) s(t) dt \\ &= \int_0^T c_1(t) \cdot (b_i^{(1)} c_1(t) + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) c_j(t) + c_1(t) b(t)) dt \end{aligned} \quad (IV-40)$$

$$Z_i^{(1)} = W b_i^{(1)} + \sum_{j=2}^N (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t) c_j(t) dt + B \quad (IV-41)$$

avec  $B$  bruit gaussien centré additif de variance  $\sigma_B^2 = W * \sigma_b^2 / K$ .

Les erreurs sont dues conjointement à la contribution de bruit  $B$ , et aux interférences des utilisateurs non-désirés.

Nous avons estimé, à l'aide du tableau I, les niveaux d'interférence qu'un utilisateur non-désiré peut générer.

La différence par rapport au cas sans bruit est que l'utilisateur non-désiré peut être mal détecté quelle que soit la donnée émise ('0' ou '1').

$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt$	$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt=0$				$\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt=1$			
$b_i^{(j)}$	$b_i^{(j)}=0$		$b_i^{(j)}=1$		$b_i^{(j)}=0$		$b_i^{(j)}=1$	
$\hat{b}_i^{(j)}$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$	$\hat{b}_i^{(j)}=0$	$\hat{b}_i^{(j)}=1$
$(b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)})$	0	-1	1	0	0	-1	1	0
$I_i^{(j)} = (b_i^{(j)} - \hat{b}_i^{(j)}) \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt$	0	0	0	0	0	-1	1	0

Tableau IV-3 : Valeurs possibles de l'interférence créée par un utilisateur non-désiré #j

Nous pouvons observer que, nous obtenons un nouveau niveau d'interférence '1' qui n'apparaissait pas dans le cas sans bruit. Ceci est lié au fait que, contrairement au cas sans bruit, le CCR en présence de bruit peut réaliser des erreurs lorsque la donnée envoyée est un '1'.

Nous obtenons donc trois niveaux d'interférence possibles: '-1', '0' et '1'. En conséquence, nous considérons que le terme d'interférence est composé de trois parties :

- $I^+$  : somme des contributions des utilisateurs non-désirés qui génèrent une interférence '1' :  $I^+$  est égal au nombre des utilisateurs vérifiant cette condition
- $I^-$  : somme des contributions des utilisateurs non-désirés qui génèrent une interférence '-1' :  $I^-$  est égal à l'opposé du nombre des utilisateurs vérifiant cette condition
- $I^0$  : somme des contributions des utilisateurs non-désirés qui génèrent une interférence '0' :  $I^0$  est nul.

La variable décisionnelle peut donc être exprimée sous la forme :

$$Z_i^{(1)} = W b_i^{(1)} + I^+ + I^- + B \quad (IV-42)$$

Donc l'expression de la probabilité d'erreur devient :

$$\begin{aligned} P_{EPICbruit} &= \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} \geq S_F / b_i^{(1)} = 0) + \frac{1}{2} P(Z_i^{(1)} < S_F / b_i^{(1)} = 1) \\ &= \frac{1}{2} P(I^+ + I^- + B \geq S_F / b_i^{(1)} = 0) + \frac{1}{2} P(W + I^+ + I^- + B < S_F / b_i^{(1)} = 1) \end{aligned} \quad (IV-43)$$

Nous allons exprimer séparément les deux termes de  $P_{EPICbruit}$  qui correspondent au cas  $b_i^{(1)}=0$  et  $b_i^{(1)}=1$ .

### 2.2.1. Probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 0$

Nous voulons estimer :

$$P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) = P(I^+ + I^- + B \geq S_F) \quad (\text{IV-44})$$

Comme  $I^+$  et  $I^-$  dépendent respectivement du nombre d'utilisateurs non-désirés qui ont envoyé un '1' et un '0' respectivement, nous appelons  $N_1$  le nombre d'utilisateurs non-désirés qui ont envoyé un '1'. En conséquence,  $N-1-N_1$  utilisateurs non-désirés ont envoyé '0'. La probabilité que exactement  $N_1$  utilisateurs non-désirés aient envoyé '1' et exactement  $N-1-N_1$  aient envoyé '0' est :

$$\begin{aligned} P(N_1) &= Q_1(t = N_1, T = N-1, q = \frac{1}{2}) \\ &= C_{N-1}^{N_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \end{aligned} \quad (\text{IV-45})$$

Nous décomposons l'expression de la probabilité d'erreur en fonction de la valeur de  $N_1$  :

$$\begin{aligned} P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) &= \sum_{N_1=0}^{N-1} P(N_1) * P(I^+ + I^- + B \geq S_F / b_i^{(1)} = 0 \cap N_1) \\ &= \sum_{N_1=0}^{N-1} C_{N-1}^{N_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} P(I^+ + I^- + B \geq S_F / b_i^{(1)} = 0 \cap N_1) \end{aligned} \quad (\text{IV-46})$$

De plus, nous pouvons aussi décomposer l'expression  $P(I^+ + I^- + B \geq S_F / b_i^{(1)} = 0 \cap N_1)$  selon les valeurs de  $I^+$  et  $I^-$ .

$$P(I^+ + I^- + B \geq S_F / b_i^{(1)} = 0 \cap N_1) = \sum_{i^+=0}^{N_1} \sum_{i^-=0}^{N-1-N_1} P(I^+ = i^+ | N_1) * P(I^- = i^- | N-1-N_1) * P(i^+ - i^- + B \geq S_F) \quad (\text{IV-47})$$

Or :

$P(I^+ = i^+ | N_1 \cap b_i^{(1)} = 0)$  est la probabilité d'avoir  $i^+$  utilisateurs parmi les  $N_1$  utilisateurs non-désirés ayant envoyé un '1', qui créent une interférence de '1'. Donc, en considérant que  $p_0^+$  (développée ci-après) est la probabilité qu'un utilisateur qui a envoyé '1' génère une interférence de '1', on a :

$$\begin{aligned} P(I^+ = i^+ | N_1 \cap b_i^{(1)} = 0) &= Q_1(t = i^+, T = N_1, q = p_0^+) \\ &= C_{N_1}^{i^+} (p_0^+)^{i^+} (1-p_0^+)^{N_1-i^+} \end{aligned} \quad (\text{IV-48})$$

De même, on a

$$\begin{aligned}
 P(I^- = i^- | N-1-N_1 \cap b_i^{(1)} = 0) &= Q_1(t = i^-, T = N_1, q = p_0^-) \\
 &= C_{N-1-N_1}^{i^-} (p_0^-)^{i^-} (1-p_0^-)^{N-1-N_1-i^-}
 \end{aligned} \tag{IV-49}$$

avec  $p_0^-$  la probabilité qu'un utilisateur qui a envoyé '0' génère une interférence de '-1', on a :

D'autre part :

$$\begin{aligned}
 P(i^+ - i^- + B \geq S_F) &= P(B \geq S_F - i^+ + i^-) \\
 &= Q_4(x = B, \sigma_x = \sigma_B, s = S_F - i^+ + i^-) \\
 &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{S_F - i^+ + i^-}{\sigma_B \sqrt{2}} \right)
 \end{aligned} \tag{IV-50}$$

D'où, on obtient finalement :

$$\begin{aligned}
 P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0 \cap N_1) &= \sum_{i^+=0}^{N_1} \sum_{i^-=0}^{N-1-N_1} C_{N_1}^{i^+} (p_0^+)^{i^+} (1-p_0^+)^{N_1-i^+} C_{N-1-N_1}^{i^-} (p_0^-)^{i^-} (1-p_0^-)^{N-1-N_1-i^-} \\
 &\quad * \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{S_F - i^+ + i^-}{\sigma_B \sqrt{2}} \right)
 \end{aligned} \tag{IV-51}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
 P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) &= \sum_{N_1=0}^{N-1} C_{N-1}^{N_1} \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{i^+=0}^{N_1} \sum_{i^-=0}^{N-1-N_1} C_{N_1}^{i^+} (p_0^+)^{i^+} (1-p_0^+)^{N_1-i^+} C_{N-1-N_1}^{i^-} (p_0^-)^{i^-} (1-p_0^-)^{N-1-N_1-i^-} \\
 &\quad * \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{S_F - i^+ + i^-}{\sigma_B \sqrt{2}} \right)
 \end{aligned} \tag{IV-52}$$

### 2.2.2. Probabilité d'erreur lorsque $b_i^{(1)} = 1$

Dans ce paragraphe, nous estimons :

$$P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) = P(W + I^+ + I^- + B < S_F)$$

Comme précédemment, nous décomposons l'expression de la probabilité d'erreur en fonction de la valeur de  $N_1$ , de  $I^+$  et de  $I^-$  :

$$\begin{aligned} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) &= \sum_{N_1=0}^{N-1} P(N_1) * P(W + I^+ + I^- + B < S_F / b_i^{(1)} = 1 \cap N_1) \\ &= \sum_{N_1=0}^{N-1} C_{N-1}^{N_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{i^+=0}^{N_1} \sum_{i^-=0}^{N-1-N_1} P(I^+ = i^+ | N_1 \cap b_i^{(1)} = 1) * P(I^- = -i^- | N_1 \cap b_i^{(1)} = 1) * P(W + i^+ - i^- + B < S_F) \end{aligned} \quad (IV-53)$$

Or :

- $P(I^+ = i^+ | N_1 \cap b_i^{(1)} = 1) = C_{N_1}^{i^+} (p_1^+)^{i^+} (1 - p_1^+)^{N_1 - i^+}$ , avec  $p_1^+$  (développée ci-après) la probabilité qu'un utilisateur qui a envoyé '1' génèrent une interférence de '1',
- $P(I^- = -i^- | N_1 \cap b_i^{(1)} = 1) = C_{N-1-N_1}^{i^-} (p_1^-)^{i^-} (1 - p_1^-)^{N-1-N_1-i^-}$  avec  $p_1^-$  la probabilité qu'un utilisateur qui a envoyé '0' génèrent une interférence de '-1',
- $P(W + i^+ - i^- + B < S_F) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i^+ - i^- - S_F}{\sigma_e \sqrt{2}}\right)$  (IV-54)

D'où, on obtient finalement :

$$\begin{aligned} P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1) &= \sum_{N_1=0}^{N-1} C_{N-1}^{N_1} \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{i^+=0}^{N_1} \sum_{i^-=0}^{N-1-N_1} C_{N_1}^{i^+} (p_1^+)^{i^+} (1 - p_1^+)^{N_1 - i^+} C_{N-1-N_1}^{i^-} (p_1^-)^{i^-} (1 - p_1^-)^{N-1-N_1-i^-} \\ &\quad * \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i^+ - i^- - S_F}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (IV-55)$$

### 2.2.3. Probabilités $p_0^+$ , $p_0^-$ , $p_1^+$ et $p_1^-$

-  $p_{\alpha}^+$  ( $\alpha \in \{0,1\}$ ) correspond à la probabilité qu'un utilisateur non-désiré ayant envoyé un '1' génère une interférence de '1' (c'est-à-dire qu'il soit détecté comme un '0'), en sachant que  $b_i^{(1)} = \alpha$ . D'où :

$$\begin{aligned}
 p_{\alpha}^+ &= P(\hat{b}_i^{(j)} = 0 \mid \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1 \mid N_1 \cap b_i^{(1)} = \alpha \cap b_i^{(j)} = 1) \\
 &= P(\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1) * P(\hat{b}_i^{(j)} = 0 \mid N_1 \cap b_i^{(1)} = \alpha \cap b_i^{(j)} = 1 \mid \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1) \\
 &= R * P(Z_i^{(j)} < S_T \mid N_1 \cap b_i^{(1)} = \alpha \cap b_i^{(j)} = 1 \mid \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1)
 \end{aligned} \tag{IV-56}$$

Comme  $\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1$ , l'utilisateur #1 génère une interférence de ' $\alpha$ ' sur la variable décisionnelle de l'utilisateur non-désiré #j. De plus, nous avons considéré qu'il y a  $N_1$  utilisateurs non-désirés qui ont envoyé un '1'. Or, comme l'utilisateur non-désiré #j a envoyé un '1', il reste  $N_1 - 1$  utilisateurs non-désirés ayant envoyé un '1' pouvant créer de l'interférence sur la variable décisionnelle de l'utilisateur #j. En considérant que le niveau de l'interférence totale créée par les  $N_1 - 1$  utilisateurs non-désirés est  $I_j$ , la variable décisionnelle de l'utilisateur #j est :

$$Z_i^{(j)} = W + \alpha + I_j + B_j \tag{IV-57}$$

Donc,

$$\begin{aligned}
 p_{\alpha}^+ &= R * P(W + \alpha + I_j + B_j < S_T) \\
 &= R * \sum_{i=0}^{N_1-1} P(I_j = i) * P(W + \alpha + i + B_j < S_T) \\
 &= R * \sum_{i=0}^{N_1-1} C_{N_1-1}^i (R)^i (1-R)^{N_1-1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{W + \alpha + i - S_T}{\sigma_B \sqrt{2}} \right)
 \end{aligned} \tag{IV-58}$$

-  $p_{\alpha}^-$  ( $\alpha \in \{0,1\}$ ) correspond à la probabilité qu'un utilisateur non-désiré #j ayant envoyé un '0' génère une interférence de '-1' (c'est-à-dire qu'il soit détecté comme un '1'), en sachant que  $b_i^{(1)} = \alpha$ . D'où :

$$\begin{aligned}
 p_{\alpha}^{-} &= P(\hat{b}_i^{(j)} = 1 | \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1 | N_1 \cap b_i^{(1)} = \alpha \cap b_i^{(j)} = 0) \\
 &= P\left(\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1\right) * P(\hat{b}_i^{(j)} = 0 | N_1 \cap b_i^{(1)} = \alpha \cap b_i^{(j)} = 1 | \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 0) \\
 &= R * P(Z_i^{(j)} \geq S_T | N_1 \cap b_i^{(1)} = \alpha \cap b_i^{(j)} = 0 | \int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1)
 \end{aligned} \tag{IV-59}$$

Comme  $\int_0^T c_1(t)c_j(t)dt = 1$ , l'utilisateur #1 génère une interférence de 'α' sur la variable décisionnelle de l'utilisateur non-désiré #j. De plus, il y a  $N_1$  utilisateurs non-désirés qui ont envoyé un '1', donc qui peuvent créer de l'interférence sur la variable décisionnelle de l'utilisateur #j. En considérant que le niveau de l'interférence totale créée par les  $N_1$  utilisateurs non-désirés est  $I_j$ , la variable décisionnelle de l'utilisateur #j est :

$$Z_i^{(j)} = \alpha + I_j + B_j \tag{IV-60}$$

Donc,

$$\begin{aligned}
 p_{\alpha}^{-} &= R * P(\alpha + I_j + B_j \geq S_T) \\
 &= R * \sum_{i=0}^{N_1} P(I_j = i) * P(\alpha + i + B_j \geq S_T) \\
 &= R * \sum_{i=0}^{N_1} C_{N_1}^i (R)^i (1-R)^{N_1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S_T - \alpha - i}{\sigma_B \sqrt{2}}\right)
 \end{aligned} \tag{IV-61}$$

#### 2.2.4. Probabilité d'erreur totale

Finalement, nous obtenons la probabilité d'erreur du PIC en présence de bruit additif gaussien de variance  $\sigma_b^2$ , dans le cas synchrone en chip..

$$\begin{aligned}
 P_E &= \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{N_1=0}^{N-1} C_{N-1}^{N_1} \sum_{i^+=0}^{N_1} \sum_{i^-=0}^{N-1-N_1} \\
 &\left( C_{N_1}^{i^+} (p_0^+)^{i^+} (1-p_0^+)^{N_1-i^+} C_{N-1-N_1}^{i^-} (p_0^-)^{i^-} (1-p_0^-)^{N-1-N_1-i^-} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{S_F - i^+ + i^-}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \right. \\
 &\left. + C_{N_1}^{i^+} (p_1^+)^{i^+} (1-p_1^+)^{N_1-i^+} C_{N-1-N_1}^{i^-} (p_1^-)^{i^-} (1-p_1^-)^{N-1-N_1-i^-} \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{W + i^+ - i^- - S_F}{\sigma_B \sqrt{2}}\right) \right)
 \end{aligned} \tag{IV-62}$$

avec :

$$\sigma_B^2 = W * \sigma_b^2 / K \quad (IV-63)$$

$$p_0^+ = R * \sum_{i=0}^{N_1-1} C_{N_1-1}^i (R)^i (1-R)^{N_1-1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{W+i-S_T}{\sigma_B \sqrt{2}} \right) \quad (IV-64)$$

$$p_0^- = R * \sum_{i=0}^{N_1} C_{N_1}^i (R)^i (1-R)^{N_1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{S_T-i}{\sigma_B \sqrt{2}} \right) \quad (IV-65)$$

$$p_1^+ = R * \sum_{i=0}^{N_1-1} C_{N_1-1}^i (R)^i (1-R)^{N_1-1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{W+i+1-S_T}{\sigma_B \sqrt{2}} \right) \quad (IV-66)$$

$$p_1^- = R * \sum_{i=0}^{N_1} C_{N_1}^i (R)^i (1-R)^{N_1-i} * \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{S_T-i-1}{\sigma_B \sqrt{2}} \right) \quad (IV-67)$$

avec  $R$  exprimé au chapitre I.

### 2.2.5. Validation

Pour valider notre analyse théorique, nous avons tracé sur la Figure IV-16, le TEB simulé et théorique du PIC dans une liaison bruitée, pour un code OOC(64,4,1,1),  $N=5$  utilisateurs, et un  $\text{SNR}=10\text{dB}$ .

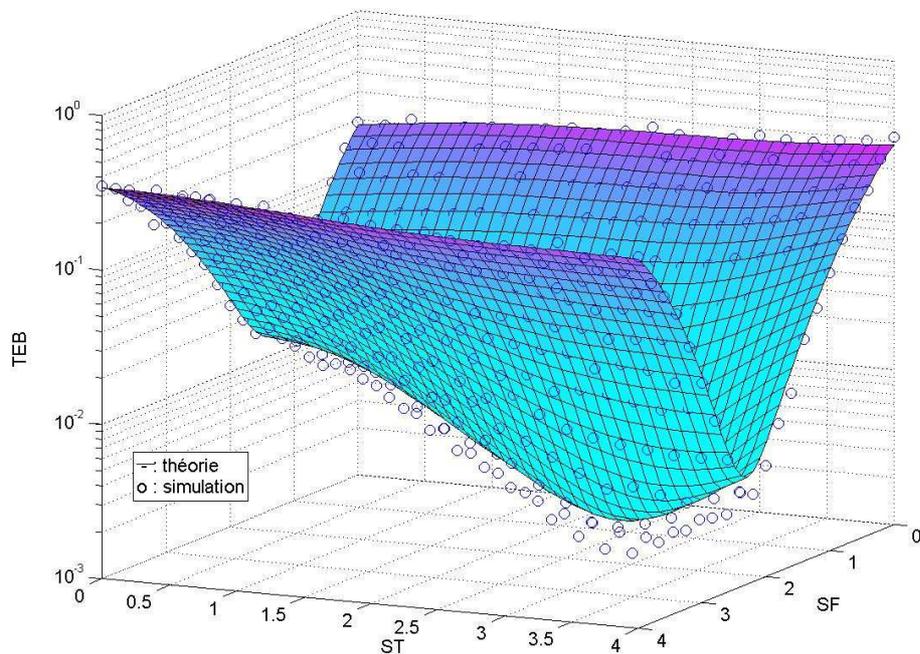


Figure IV-16 : TEB théorique et simulé du PIC pour un code OOC(64,4,1,1) pour  $N=5$  utilisateurs, et  $\text{SNR}=10\text{dB}$

Nous pouvons observer que l'expression théorique décrit correctement l'évolution des performances en fonction des seuils  $S_T$  et  $S_F$ , et fournit une borne supérieure des résultats obtenus par simulation. Nous utiliserons donc l'expression théorique (IV-62) pour évaluer les performances du PIC en présence d'un bruit gaussien.

De plus, il apparaît que les seuils optimaux ne sont plus  $S_T = W = 4$  et  $S_F = 1$  comme dans le cas sans bruit. En effet, l'optimalité de ces seuils a été définie par rapport à l'IAM uniquement. Il faut donc réévaluer les seuils optimaux en prenant en compte le bruit. La valeur des seuils optimaux dépend du niveau de bruit considéré, ainsi que du code utilisé. Il faut donc les estimer pour chaque cas. Sur la Figure IV-16, les codes optimaux sont  $S_T = 2.75$ ,  $S_F = 1.75$ .

Par la suite, les résultats présentés correspondent aux résultats théoriques obtenus pour les valeurs optimales de seuils, c'est-à-dire la probabilité d'erreur minimale.

### 2.2.6. Analyse des performances

#### 2.2.6.1. *Efficacité du PIC en fonction du SNR*

Afin d'évaluer l'efficacité du PIC, nous avons tracé sur la Figure IV-17, la probabilité d'erreur du CCR et du PIC pour un code OOC(700,4,1,1), pour N=32 utilisateurs, en fonction du SNR. Nous avons aussi tracé la courbe représentant les performances d'un CCR avec N=1 utilisateurs. Cette courbe décrit l'évolution des performances en l'absence d'IAM, donc elle donne l'évolution de la probabilité d'erreur lorsque les erreurs sont dues uniquement au bruit.

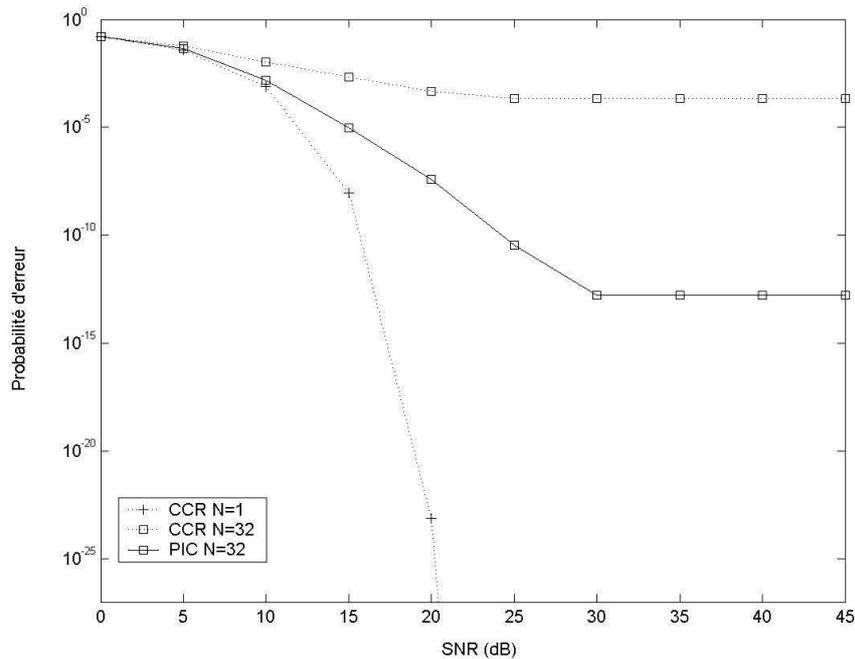


Figure IV-17 : Performances du CCR et du PIC pour N=32 utilisateurs, et performances du CCR pour N=1 utilisateur, en fonction du SNR, pour un code OOC(700,4).

Nous pouvons tout d'abord remarquer que pour N=32 utilisateurs, les courbes décroissent, puis atteignent un plancher. La valeur de ces planchers correspond à la probabilité d'erreur dans le cas sans bruit du CCR et du PIC. Ainsi, on peut vérifier que pour des valeurs de SNR suffisamment grandes, les performances du système tendent vers celles du cas idéal sans bruit.

De plus, nous pouvons observer que pour des SNR très faibles (entre 0 et 5 dB), nous obtenons des performances identiques pour les trois courbes, même pour N=1. Ceci signifie donc que pour de tels SNR, les erreurs sont dues uniquement au bruit, et l'IAM peut être négligée.

Puis, pour des SNR de l'ordre de 5-10 dB, le CCR avec un seul utilisateur conduit à de meilleurs résultats que le CCR avec N=32 utilisateurs. Donc l'IAM n'est plus négligeable devant le bruit, et les erreurs sont dues conjointement au bruit et à l'IAM pour le CCR. De plus, le PIC obtient des performances équivalentes à celles du cas sans IAM (N=1). On peut en déduire que le PIC, en enlevant une partie de l'IAM, rend l'interférence résiduelle négligeable devant le bruit, et permet d'obtenir les mêmes performances que le cas sans IAM.

Puis, au fur et à mesure que le SNR augmente (SNR=10-30dB), la contribution de bruit diminue, et l'IAM résiduelle ne peut plus être négligée par rapport au bruit. En conséquence, le PIC obtient de moins bonnes performances que le CCR dans le cas sans IAM. Les erreurs du PIC sont dues simultanément au bruit et à l'IAM résiduelle.

Enfin, pour les forts SNR ( $\text{SNR} > 30\text{dB}$ ), le CCR et le PIC atteignent, pour  $N=32$  utilisateurs, le plancher correspondent au cas sans bruit. Pour de tels SNR, la contribution de bruit devient négligeable devant l'IAM.

En conclusion, selon le SNR considéré, les erreurs sont dues à l'IAM, au bruit, ou aux deux. Pour le code OOC(700,4,1,1) le PIC permet d'améliorer les performances par rapport au CCR, pour des SNR supérieurs à 5dB. Cependant, comme cette valeur définit la frontière pour laquelle l'IAM n'est plus négligeable devant le bruit, elle varie selon le code et le nombre d'utilisateurs choisis. Ainsi, le PIC permet d'améliorer les performances par rapport au CCR lorsque les erreurs sont en partie dues à l'IAM.

### 2.2.6.2. Etude paramétrique

Afin d'étudier le gain en performances apporté par le PIC par rapport à un CCR dans une liaison bruitée, nous avons considéré un code OOC(361,4,1,1) avec  $N = 10$  utilisateurs et un SNR de 15dB. A partir de ces valeurs initiales, nous avons tracé l'évolution des performances du CCR et du PIC, avec et sans bruit, en fonction de :

- la longueur du code  $F$ , sur la Figure IV-18
- le poids du code  $W$  sur la Figure IV-19
- le nombre d'utilisateur  $N$  sur la Figure IV-20

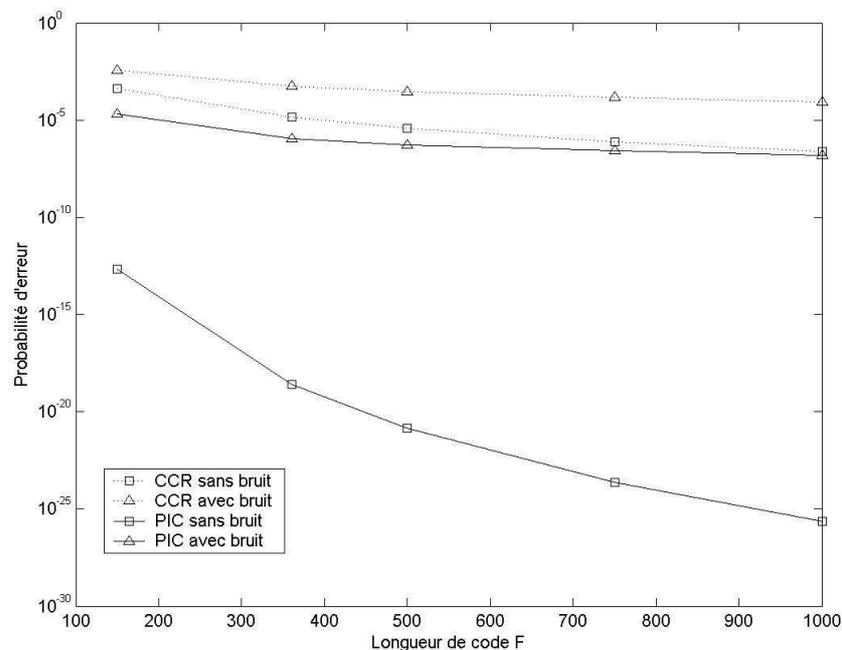


Figure IV-18 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code OOC(F,4,1,1),  $N=10$ , et  $\text{SNR}=15\text{dB}$

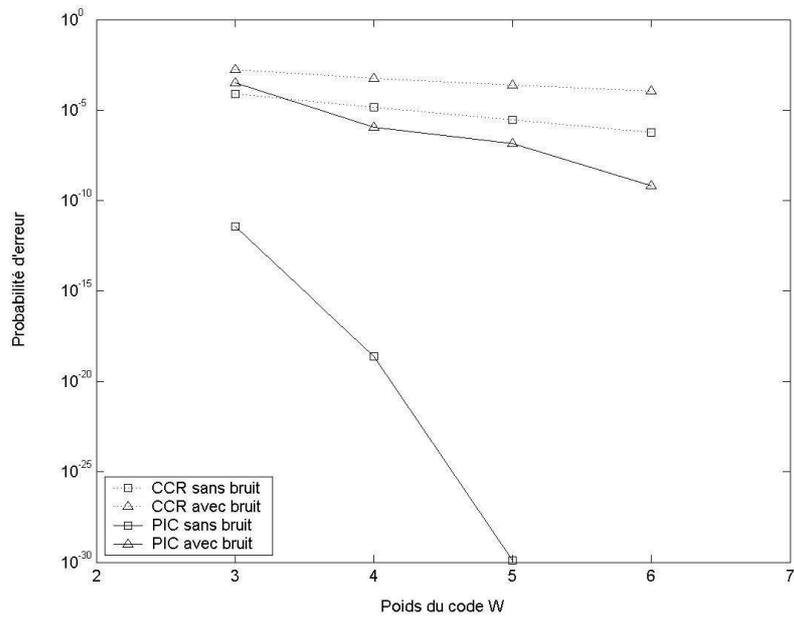


Figure IV-19 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code OOC(361,W,1,1), N=10, et SNR=15dB

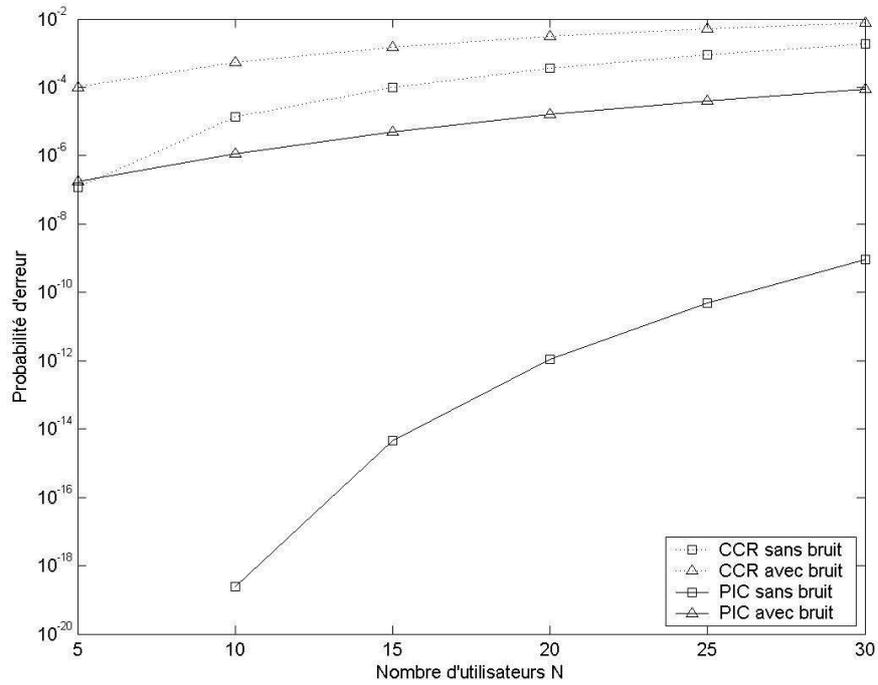


Figure IV-20 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code OOC(361,4,1,1), et SNR=15dB

Nous pouvons constater sur chacune des trois figures, que l'évolution des quatre courbes est semblable. De plus, même en présence de bruit, le PIC conduit à de meilleures performances que le CCR. Ainsi, même en présence de bruit, l'annulation d'interférence est efficace, et permet d'améliorer les performances.

En outre, pour obtenir une performance donnée, le PIC peut permettre, pour un SNR donné, soit de réduire la longueur de code ou le poids, soit d'augmenter le nombre d'utilisateurs actifs.

Cependant, le bruit détériore les performances théoriques, et l'écart est d'autant plus important que l'IAM diminue. En effet, pour un SNR donné, lorsque l'IAM diminue, le bruit devient prépondérant, et impose une valeur minimale de TEB. En conséquence, l'annulation d'interférence a un impact moins important que dans le cas sans bruit. Néanmoins, plus le SNR augmente, plus les performances en présence de bruit se rapprochent de celles du cas sans bruit. Ceci se vérifie sur la Figure IV-21, correspondant à la Figure IV-20, mais pour un SNR de 25dB.

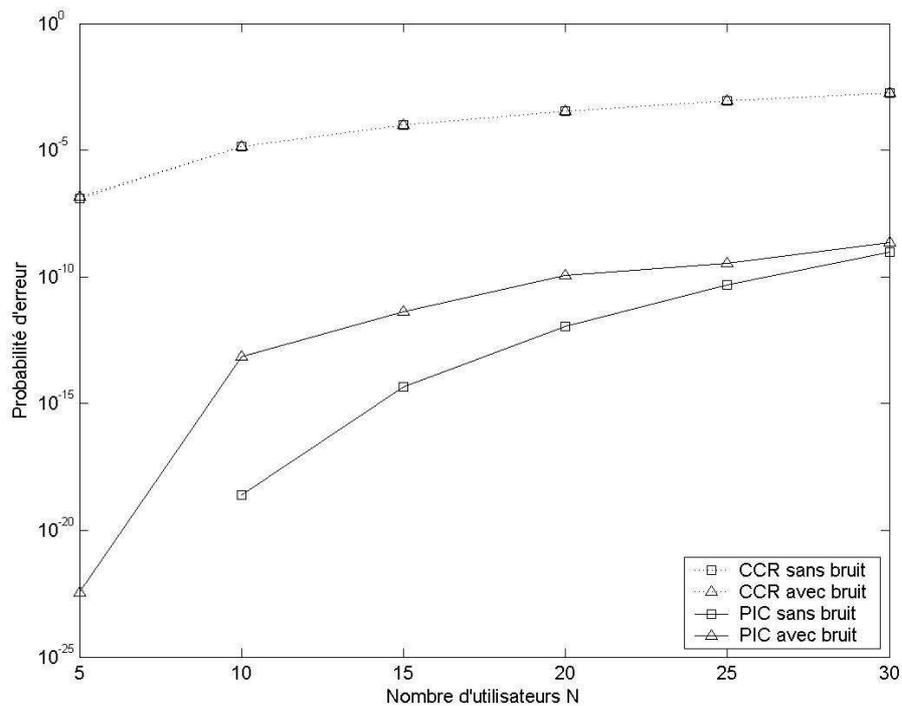


Figure IV-21 : Probabilité d'erreur du CCR et PIC, avec et sans bruit, pour un code OOC(361,4,1,1), et SNR=25dB

Nous pouvons vérifier que les performances en présence de bruit sont plus proches du cas sans bruit que pour un SNR de 15dB. En particulier, pour le CCR, les courbes sont confondues, donc l'IAM est la principale source d'erreur pour le CCR dans le cas sans bruit. En revanche, puisque le PIC supprime une partie de l'IAM, le bruit redevient source d'erreur conjointement à l'IAM. Le PIC est donc plus sensible au bruit que le CCR pour un code donné, car la réduction de l'IAM rend l'impact du bruit plus perceptible.

### 2.2.6.3. Sensibilité au bruit du CCR et du PIC pour une IAM équivalente

D'autre part, pour compléter cette étude, nous avons tracé l'évolution des performances d'un système contenant  $N=32$  utilisateurs en fonction du SNR, pour :

- le CCR avec un code OOC(2339,9,1,1) (code optimal pour avoir une probabilité d'erreur inférieure à  $10^{-9}$  avec un CCR pour  $N=32$  utilisateurs dans le cas sans bruit)
- le PIC avec un code OOC(2339,9,1,1)
- le PIC avec un code OOC(386,4,1,1) (code optimal pour avoir une probabilité d'erreur inférieure à  $10^{-9}$  avec un PIC pour  $N=32$  utilisateurs dans le cas sans bruit).

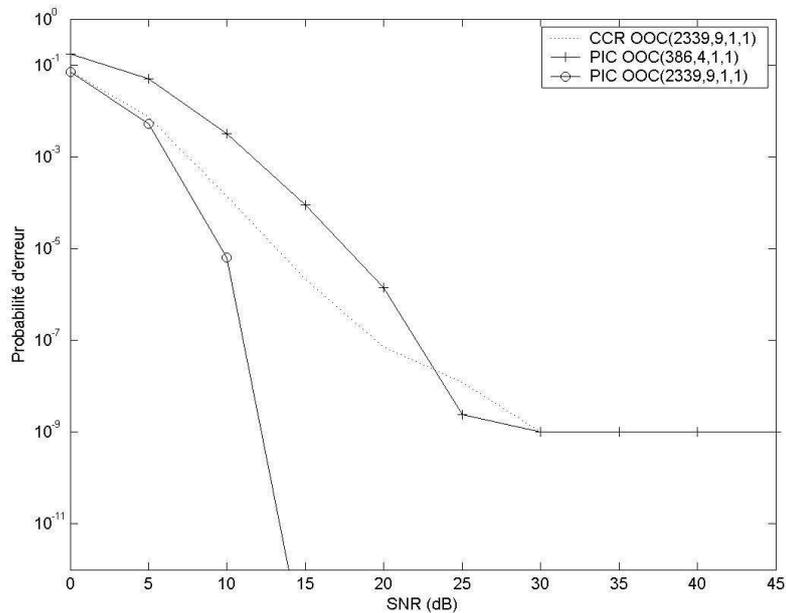


Figure IV-22 : Probabilité d'erreur en fonction du SNR, pour  $N=32$  utilisateurs

Nous pouvons vérifier que les performances s'améliorent lorsque le SNR augmente, et que le CCR avec le code OOC(2339,9,1,1) ainsi que le PIC avec le code OOC(386,4,1,1) atteignent, pour de forts SNR le plancher théorique de  $10^{-9}$ .

En outre, pour un SNR inférieur à 25 dB, et une IAM équivalente, le PIC est plus sensible au bruit que le CCR. Ceci est dû au fait que le code utilisé pour le PIC a un poids plus faible que celui du CCR. En effet, même si un code ayant un poids important subit plus d'échantillons de bruit, la contribution de bruit doit être plus importante pour atteindre le seuil optimal.

De plus, nous pouvons constater que le PIC avec le OOC(2339,9,1,1) permet d'obtenir une probabilité d'erreur de  $10^{-9}$  pour un SNR de 13dB, tandis que le CCR l'atteint pour un SNR de 32dB. En conséquence, pour un code donné, l'utilisation du PIC permet de relâcher la contrainte sur le SNR. Cette réduction de SNR peut permettre d'utiliser des composants moins performants, et donc moins chers, ou d'éviter l'amplification du signal reçu.

D'autre part, le PIC avec le code OOC(386,4,1,1) permet d'obtenir une probabilité d'erreur de  $10^{-9}$  pour SNR=29dB. En conséquence, le PIC permet dans ce cas de diviser la longueur temporelle du code par 6, et de réduire le SNR de 3dB.

Ainsi, le PIC permet de réduire le SNR requis et/ou la longueur temporelle du code, nécessaires pour permettre à un nombre donné d'utilisateurs de communiquer avec une probabilité d'erreur bornée. Pour N=32 utilisateurs, le gain maximal en SNR est de 29dB en conservant la même longueur de code, et il est de 3dB si on choisit la longueur minimale de code. Parallèlement à ça, il est possible d'obtenir des gains intermédiaires, avec des longueurs temporelles intermédiaires.

#### 2.2.6.4. SNR minimum requis pour $TEB < 10^{-9}$ avec le code optimal du cas sans bruit

Enfin, nous avons estimé la valeur du SNR permettant de retrouver le  $TEB < 10^{-9}$  avec les codes optimaux déterminés dans le cas sans bruit, pour N=32 utilisateurs.

Pour cela, nous avons déterminé la valeur minimale de la longueur du code permettant d'avoir un TEB inférieur à  $10^{-9}$  pour un nombre d'utilisateurs donné, et un poids donné. Puis, nous avons déterminé la valeur minimale du SNR permettant de retrouver un TEB inférieur à  $10^{-9}$  avec ces codes. Nous avons reporté dans le Tableau IV-4, le poids, la longueur minimale requise et le SNR minimum requis pour 32 utilisateurs.

W	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F	7600	771	386	641	961	1345	1793	2305	2881
SNR	26	28	29	21	16	15	13	13	12

Tableau IV-4 : SNR minimum pour chaque code pour avoir  $10^{-9}$  pour 32 utilisateurs avec le PIC

Nous pouvons tout d'abord constater que, comme pour le CCR, le SNR minimum requis augmente, puis diminue. On peut remarquer que ce changement d'évolution coïncide, comme pour le CCR, au changement d'évolution de la longueur minimale requise.

Néanmoins, le poids à partir duquel le SNR décroît est beaucoup plus faible pour le PIC que le CCR. En effet, il décroît à partir de  $W = 10$  pour le CCR, et à partir de  $W = 5$  pour le PIC. En conséquence, le PIC

permet dans ce cas, par exemple pour un poids de 5, de diviser la longueur de code par 10, et de réduire le SNR requis de 9 dB. Le PIC peut donc apporter une double amélioration pour un poids donné. De plus, on peut vérifier que, comme montré précédemment, même quand on conserve la longueur temporelle minimale, le gain en SNR est de 3dB.

### **2.3. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord étudié l'effet de la dispersion chromatique de la fibre. Un modèle de l'étalement du signal en fonction de la dispersion de la fibre, du temps chip  $T_c$ , et de la longueur de la fibre a été établi et validé. La modélisation a permis de réaliser une étude paramétrique de l'impact de la dispersion dans une liaison OCDMA. Nous avons montré que, pour des longueurs de code courtes (nécessaires si on souhaite utiliser des récepteurs électriques), et pour les longueurs typiques de fibre dans le réseau d'accès, il y a peu d'impact de la dispersion. L'effet de la dispersion chromatique peut donc être négligé pour la suite de l'étude.

D'autre part, nous avons étudié l'effet d'un bruit gaussien ajouté au signal reçu. La contribution majeure de ce chapitre, est l'obtention de l'expression théorique de la probabilité d'erreur du CCR et plus particulièrement du PIC pour les codes OOC. A partir des expressions théoriques, nous avons évalué la robustesse des récepteurs en fonction du niveau de bruit et d'IAM.

Nous avons montré dans le chapitre III que le PIC permettait, dans le cas sans bruit, de réduire la longueur temporelle requise, pour obtenir des performances données. Ceci est toujours le cas en présence de bruit, même si pour un code donné, l'écart entre le cas sans et avec bruit est plus important pour le PIC que pour le CCR. En effet, le PIC est plus sensible au bruit que le CCR, car l'interférence est réduite.

Néanmoins, même si le PIC est plus sensible au bruit, le PIC permet aussi de réduire les contraintes sur le SNR. En effet, nous avons montré que pour obtenir une performance donnée pour un nombre d'utilisateurs actifs donné, l'utilisation d'un PIC permet de réduire à la fois la longueur de code et le SNR requis de 3-4 dB, par rapport au CCR.

Le PIC est donc une structure efficace, qui en réduisant certaines contraintes au prix d'une certaine complexité peut faciliter la faisabilité d'une liaison OCDMA pour l'accès.

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce mémoire, nous avons étudié la technique d'accès multiple CDMA envisagée pour les communications optiques, en particulier dans les réseaux d'accès PON (32 utilisateurs,  $TEB < 10^{-9}$ ,  $D_{\min} = 155 \text{ Mbit/s}$ ). Afin de limiter le coût de la liaison, une solution d'implantation électrique des fonctions de codage-décodage a été retenue, ce qui introduit une limitation supplémentaire liée à la bande passante. En conséquence, pour maintenir des débits élevés, la longueur d'étalement temporel du code doit être la plus faible possible. Dans ce cas et pour un système incohérent, il a été montré que l'Interférence d'Accès Multiple IAM, liée à l'utilisation de codes unipolaires quasi-orthogonaux, est très importante et ne permet pas de maintenir la qualité de la liaison. Il est donc nécessaire de réduire l'IAM afin de pouvoir se rapprocher des spécifications.

L'objectif principal de ce travail de thèse était donc d'étudier l'efficacité de structures de réduction d'interférence dans les systèmes DS-OCDMA incohérents.

Deux structures ont été étudiées : le SIC (*Serial Interference Cancellation*) et le PIC (*Parallel Interference Cancellation*). Nous avons tout d'abord développé l'expression théorique approchée de la probabilité d'erreur du SIC pour les codes unipolaires dont l'intercorrélacion est égale à 1. Nous avons vérifié que le SIC permet d'améliorer les performances par rapport au CCR (*Conventionnal Correlation Receiver*). Du fait de la dépendance d'un étage aux étages précédents, l'analyse théorique exacte est très difficile à mener. D'autre part, cette structure est surtout très efficace pour les systèmes dans lesquels il existe un effet près-loin, ce qui n'est pas le cas des systèmes étudiés.

Nous avons ensuite étudié l'efficacité de la structure PIC pour des codes unipolaires dont l'intercorrélacion est '1'. La contribution majeure de ce travail est l'analyse rigoureuse du PIC qui a permis de déterminer les cas conduisant à des erreurs, et l'expression théorique exacte de la probabilité d'erreur de ce récepteur pour une transmission synchrone en temps chip. Cette étude théorique a permis d'obtenir les performances d'un système utilisant les codes appelés OOC, et pourrait être appliquée à tous les codes dont l'intercorrélacion est égale à 1. Nous avons montré que le PIC permet de diviser la longueur de code requise pour les OOC d'un facteur 6, ce qui permet de

multiplier le débit de données par 6. Cependant, les spécifications des réseaux d'accès ne sont toujours pas atteintes avec des fonctions de codage-décodage électrique.

En conséquence, nous avons inséré des limiteurs (HL) dans la structure PIC. Nous avons étudié théoriquement et par simulation trois configurations différentes de récepteur. Malgré une amélioration des performances, la longueur temporelle du code n'a pas été sensiblement réduite, car on ne peut descendre en dessous de la longueur temporelle nécessaire pour avoir 32 utilisateurs dans la famille de code.

Nous avons alors étudié l'application du PIC aux codes unipolaires appelés PC, car ces codes permettent une plus grande cardinalité pour une longueur et un poids donnés. Nous avons développé l'expression théorique de la probabilité d'erreur, et nous avons montré que le PIC permet d'améliorer significativement les performances de ces codes, au point que la probabilité d'erreur est nulle dans le cas sans bruit, malgré leur valeur d'intercorrélacion élevée. Cependant, la longueur minimale requise pour avoir 32 utilisateurs est beaucoup plus élevée que pour les OOC, à cause d'une valeur de poids importante liée à la définition des codes PC. Ainsi, les OOC et les PC ne permettent pas de réduire suffisamment la longueur temporelle du code.

Enfin, l'IAM n'étant pas la seule limitation des performances, nous avons étudié l'impact de certaines des imperfections de la chaîne de transmission.

Nous avons tout d'abord considéré l'effet de la dispersion chromatique. Pour cela, nous avons modélisé son effet sur le signal transmis, et une étude paramétrique a permis de définir les contraintes pour s'affranchir de l'impact de la dispersion, en fonction de la longueur temporelle du code, du débit par utilisateur, pour différentes longueurs de fibre. Nous avons montré ainsi que pour les longueurs caractéristiques de fibre dans le réseau d'accès, l'impact de la dispersion chromatique est négligeable.

Nous avons aussi considéré le bruit apporté par les composants de la liaison. Nous avons développé l'expression théorique de la probabilité d'erreur du CCR et du PIC en présence d'un bruit blanc additif gaussien dans le signal reçu. Puis, nous avons évalué la robustesse de ces récepteurs au bruit. Nous avons montré que le PIC permet non seulement de réduire la longueur de code en présence de bruit, mais aussi de réduire le SNR requis d'au minimum 3 dB, par rapport au CCR.

Ainsi, les résultats obtenus montrent que le PIC est une structure efficace, et confirment l'intérêt de cette structure.

Cependant, en considérant des codes temporels, le PIC ne permet pas d'atteindre les spécifications de l'accès, à cause d'une longueur temporelle trop importante. L'utilisation de codes en deux dimensions, tels que les MWOOC, devrait permettre de réduire cette contrainte, grâce à leur double étalement temporel-spectral. Ceci est en cours d'étude dans le laboratoire, et les résultats obtenus prouvent l'intérêt des codes MWOOC, en particulier avec la structure PIC en réception.

D'autre part, on peut aussi imaginer d'améliorer la détection en utilisant du codage correcteur d'erreur. En effet, un projet d'élèves de 3<sup>ème</sup> année réalisé à l'ENSIL a permis de vérifier que l'utilisation du code correcteur d'erreur Reed-Solomon permet d'améliorer significativement les performances du CCR. On peut étudier l'efficacité du codage RS couplé à un récepteur PIC. D'autres types de codages correcteurs d'erreur peuvent aussi être envisagés, en particulier en tenant compte du fait que le CCR conduit à des erreurs sur les '0' et que le PIC ne fait d'erreur que sur les '1'.

De plus, le *beat noise* est une perturbation importante dans le cas où le temps de cohérence de la source n'est pas très inférieur au temps chip. L'impact de ce bruit devra donc être estimé.

Enfin, la réalisation d'un démonstrateur permettrait de valider les résultats de cette étude théorique, et de s'assurer que toutes les limitations ont bien été prises en compte. La réalisation des fonctions de codage et décodage avec des circuits électronique est actuellement en développement dans le laboratoire.



## RÉFÉRENCES

- [ 1 ] John G. Proakis, « Digital Communications », *Mac Graw Hill International Edition*, 1989
- [ 2 ] Savo Glisic, Branka Vucetic « Spread Spectrum CDMA Systems for Wireless Communications » *Artech House*, 1997, 383 pages
- [ 3 ] R. Kreher, T. Rüdebusch , “UMTS Signalling - UMTS Interfaces, Protocols, Message Flows and Procedures Analyzed and Explained” *Wiley*, 2005
- [ 4 ] A. Stok, E. H. Sargent « Lighting the local area: Optical Code-Division Multiple Access and Quality of Service Provisioning » *IEEE Network*, pp. 42-46, Nov/Dec 2000.
- [ 5 ] A. Stok and E. H. Sargent, « The role of optical CDMA in access networks », *IEEE Communications Magazine*, pp. 83-87, sept. 2002.
- [ 6 ] Salehi, J. A. et Brackett, C. A. “Code Division Multiple Access Techniques in Optical Fiber Networks - Part II : Systems performance analysis”. *IEEE Transactions on communications*, 37, vol 8, pp 834-842, 1989.
- [ 7 ] M. E. Mahric, « Trends in optical cdma » *SPIE Multigigabit Fiber Communication*, vol 1787, Toulouse1992
- [ 8 ] I. Sasase, « Optical Code Division Multiple Access”, 2004, [www.sasase.ics.keio.ac.jp/pdf/Manuscript\\_COE\\_J3\\_Workshop\\_Iwao\\_Sasase.pdf](http://www.sasase.ics.keio.ac.jp/pdf/Manuscript_COE_J3_Workshop_Iwao_Sasase.pdf) (page consultée le 15/05/2006)
- [ 9 ] J.A. Salehi, « Emerging Optical Code Division Multiple Access Communications Systems », *IEEE Network*, vol. 3, no. 2, pp. 31-39, mars 1989
- [ 10 ] L. Tancevski, I Andonovic, « Hybrid wavelength Hopping/Time spreading Schemes for use in Massive Optical Networks with Increased Security », *Journal of Lightwave Technology*, vol 14, n 12, dec 1996, pp 2636-2647
- [ 11 ] K.-I. Kitayama, X. Wang, H. Sotobayashi, “Gigabit-Symmetric FTTH-OCDMA over WDM PON”, *Conference on Optical Network Design and Modeling*, pp 273-281, Feb 2005.
- [ 12 ] Y. Zhang, « Design and implementation of an optical code division multiple access system combined with dense wavelength multiplexing », thèse, Université de Stuttgart, Allemagne, 2003, disponible sur :[http://www.inue.uni-stuttgart.de/publications/pub\\_2003/zhang\\_dissertation.pdf](http://www.inue.uni-stuttgart.de/publications/pub_2003/zhang_dissertation.pdf), (page consultée le 09/05/2006)
- [ 13 ] X.Wang « Keys towards practical OCDMA networks », 7<sup>th</sup> *IEEE Int. Conf. on Optoelectronics, Fiber optics and Photonics (Photonics 2004)*,Cochin (Inde), 2004
- [ 14 ] Inaty, E.; Shalaby, H.M.H.; Fortier, P.; Rusch, L.A. « Multirate optical fast frequency hopping CDMA system using power control », *Journal of Lightwave Technology*, vol 20, n 2, pp 167-177, feb 2002
- [ 15 ] Fathallah, H.; Rusch, L.A.; LaRochelle, S.; « Optical frequency-hop multiple access communications system », *IEEE International Conference on Communications ICC 98.*, 1998., Volume 3, 7-11, pp 1269-1273, June 1998
- [ 16 ] Mounia Lourdiane « CDMA à séquence directe appliqué aux communications optiques » thèse, Telecom Paris, 2005

- [ 17 ] S.Tamura,S.Nakano and K.Okazaki « Optical code-multiplex transmission by Gold sequences » *IEEE Journal of Lighthwave Technology*,vol.3,n°1,pp.121-127, 1985
- [ 18 ] L.Tancevski, L.Bazgaloski, I.Andonovic and J.Budin « Incoherent asynchronous optical CDMA using gold codes » *Electronic Letters* n°30, vol 9, pp. 721-723, Sept.1994
- [ 19 ] L.Nguyen, B. Aazhang and J.F. Young « All optical CDMA with bipolar codes » *Electronic Letters*, n° 31, vol 6, pp. 469-470, March 1995
- [ 20 ] T-W F. Chang and E.H. Sargent « Spectral efficiency limit of bipolar signaling in incoherent optical CDMA systems » *Global Telecommunication Conference GLOBECOM 2001*, Vol. 3, pp.1484 – 1486, Nov.2001
- [ 21 ] Jawad.A.Salehi, «Code division multiple-access techniques in optical fiber networks - part I: Fundamental principles,» *IEEE Transactions on Communications*, vol. 37, pp. 824-833, Aug. 1989.
- [ 22 ] F.R.K. Chung, Jawad A. Salehi and V. K. Wei, «Optical orthogonal codes: Design, analysis, and applications,» *IEEE Transactions on Information theory*, vol. 35, pp. 595-605, 1989.
- [ 23 ] M. Azizoglu, Jawad.A.Salehi, and Y. Li, «Optical CDMA via temporal codes,» *IEEE Transactions on Communications*, vol. 40, pp. 1162-1170, 1992.
- [ 24 ] Guu-Chang Yang, Wing C. Kwong , « Prime Codes with Applications to Optical and Wireless Networks », *Artech House Publishers* , 2002.
- [ 25 ] Zou Wei; Ghafouri-Shiraz, H.; « Codes for spectral-amplitude-coding optical CDMA systems » *Journal of Lighthwave Technology*, vol 20, n 8, august 2002, pp 1284-1291
- [ 26 ] G.C.Yang, W.C.Kwong, « Performance Comparison of Multiwavelength CDMA and WDMA + CDMA for Fiber-Optic Networks », *IEEE Transaction on Communications* , vol.45, n°11, pp.1426-1434, nov. 1997
- [ 27 ] Mendez, A.J.; Gagliardi, R.M.; Hernandez, V.J.; Bennett, C.V.; Lennon, W.J.; « Design and performance analysis of wavelength/time (W/T) matrix codes for optical CDMA » *Journal of Lighthwave Technology*, vol 21, n 11, nov 2003, pp 2524-2533
- [ 28 ] S.Lee and S-W.Seo, « New construction of Multiwavelength Optical Orthogonal Codes », *IEEE Transaction on Communications*, vol. 50, n°12, pp. 2003-2008, dec. 2002.
- [ 29 ] SM Johnson « A new upper bound for error-correcting codes », *IRE Transactions on Information Theory*, vol IT-8, pp 203-207, April 1962
- [ 30 ] H. Chung and P. Kumar, « Optical Orthogonal Codes – New bounds and an optimal construction », *IEEE Transactions on Information theory*, vol. 36, pp. 866-873, July 1990
- [ 31 ] Cooper G., Nettleton R, « A spread-spectrum technique for high capacity mobile communications », *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol 27, n°4, pp. 264-275, 1978
- [ 32 ] A.A. Shaar and P.A. Davis, «Prime sequence: quasi-optimal sequences for OR channel code division multiplexing» *Electronics Letters*, vol. 19, pp. 88-890, 1983.
- [ 33 ] Y. Shimura, H. Yashima, J. Suzuki, « An analysis of the cross-correlation properties of prime code and bit error rate in an optical CDMA system », *Electronics and Communications In Japan (Part III: Fundamental Electronic Science)*, vol 83, Issue 9, pp 94-103, 2000.
- [ 34 ] Guillaume Pille « Multiplexage optique à répartition par codes spectraux en optique intégrée » thèse, Université Montpellier II, 2005

- [ 35 ] Djordjevic I. B., Vasic B, « Unipolar codes for spectral-amplitude-coding optical CDMA systems based on projective geometry », *IEEE photonics technology letters*, vol 15, n°9, pp. 1318-1320, septembre 2003
- [ 36 ] Zou Wei, H.M.H. Shalaby, H. Ghafouri-Shiraz, « Modified quadratic congruence codes for fiber Bragg-grating-based spectral-amplitude-coding optical CDMA systems » *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol 19 , Issue: 9 , pp. 1274-1281, 2001
- [ 37 ] Zou Wei, H. Ghafouri-Shiraz, « Unipolar codes with ideal in-phase cross-correlation for spectral amplitude coding optical CDMA systems », *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, n° 8 , pp. 1209-1212, 2002
- [ 38 ] Ayotte, S. Rochette, M. Magne, J. Rusch, L.A. LaRochelle, S. « Experimental verification and capacity prediction of FE-OCDMA using superimposed FBG »: *Journal of Lightwave Technology*, vol: 23 , Issue: 2, pp. 724- 731, Feb. 2005
- [ 39 ] Lin, C.-H. Wu, J. Tsao, H.-W. Yang, C.-L « Spectral Amplitude-Coding Optical CDMA System Using Mach–Zehnder Interferometers ». *Journal of Lightwave Technology* Volume:23, Issue: 4 On page(s): 1543 – 1555. April 2005
- [ 40 ] Rochette, M. Ayotte, S Rusch, L.A « Analysis of the spectral efficiency of frequency-encoded OCDMA systems with incoherent sources »: *Journal of Lightwave Technology* Volume: 23 , Issue: 4, pp. 1610-1619, avr. 2005
- [ 41 ] Morelle Mikael, « Construction et génération de codes d'étalement CDMA optique en 2 dimensions (Temps-Longueur d'onde) », rapport de DEA, Université de Limoges, 2005
- [ 42 ] R.M.H. Yim, L.R Chen, and J. Bajcsy, « Design and Performance of 2-D codes for wavelength-time optical CDMA », *IEEE Photonics Technology Letters*, May 2002
- [ 43 ] E.S. Shivaleela, A. Selvarajan, T. Srinivas, « Two Dimensional optical orthogonal codes for fiber-optic CDMA networks », *Journal of Lightwave Technology* Vol. 23, N°2, pp. 647-654, fev.2005.
- [ 44 ] S. Zahedi and Jawad.A.Salehi, ``Analytical comparison of various fiber-optic cdma receiver structures," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 18, pp. 1718-1727, Dec. 2000.
- [ 45 ] J.-J. Chen and G.-C. Yang, ``Cdma fiber-optic systems with optical hard limiters," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 19, pp. 950-958, July 2001.
- [ 46 ] T. Ohtsuki, K. Sato, I. Sasase, and S. Mori, "Direct-detection optical synchronous CDMA systems with double optical hard-limiters using modified prime sequence codes," *J. Select. Areas Commun.*, vol. 14, pp. 1897–1887, December. 1996.
- [ 47 ] T. Ohtsuki, ``Performance analysis of direct-detection optical asynchronous cdma systems with double optical hard-limiters," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, pp. 452-457, Mar. 1997.
- [ 48 ] K. Wakafuji, T. Ohtsuki, « Direct –Detection Optical CDMA Receiver with Interference estimation and Double Hard Limiters », *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 21, pp. 2182-2188, October 2003
- [ 49 ] H. M.H.Shalaby, ``Chip-level detection in optical code division multiple access," *IEEE Journal of Lightwave Technology*, vol. 16, pp. 1077-1087, June 1998
- [ 50 ] N. M. Saad « Contribution à l'étude de l'application de la technique CDMA aux systèmes de transmission optique ». Thèse, Université de Limoges (2005).

- [ 51 ] A. S. Motahari, M. Nasiri-Kenari "Multiuser Detections for Optical CDMA networks Based on Expectation-Maximization Algorithm" in *IEEE Trans. on Comm* , vol 52, n°4, pp 652-660, April 2004.
- [ 52 ] J. T. Tang and K. B. Letaief, "Optical cdma communication systems with multiuser and blind detection," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, pp. 1211-1217, Aug. 1999
- [ 53 ] L. B. Nelson, V. Poor, « Performance of Multiuser detection for Optical CDMA – Part I : Error Probabilities», *IEEE Transaction on Communications*, vol 43, n°11, pp 2803-2811, November 1995
- [ 54 ] L. B. Nelson, V. Poor, « Performance of Multiuser detection for Optical CDMA – Part II : Asynptotic analysis», *IEEE Transaction on Communications*, vol 43, n°12, pp 3015-3024, December 1995
- [ 55 ] S. Moshavi, "Multi-user detection for DS-CDMA communications", *IEEE Communication Magazine*, pp 124-136, October 1996
- [ 56 ] S. Verdù "Multiuser detection", in *Cambridge University Press*, New-York, USA, 1998
- [ 57 ] R. Fantacci, A. Tani, and G. Vannuccini "Performance evaluation of an interference cancellation receiver for noncoherent optical CDMA systems", in *GLOBECOM 2002*, vol 3, pp 2823-2827
- [ 58 ] M.K. Varasani and B. Aazhang «Multistage detection in asynchronous code division multiple access communications» *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, n°4, pp. 509-519, 1990.
- [ 59 ] H. H. Shalaby, M. A. Mangoud, S. A. El-Khamy, "A new interference cancellation technique for synchronous CDMA communication systems using modified Prime Codes", *Second IEEE Symposium on Computers and Communications*, 1997
- [ 60 ] P. Govind Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*, John Wiley & Sons, 2002
- [ 61 ] Bin Ni, James S. Lehnert and Jin Zhang « Impact of beat noise on an incoherent CDMA system with temporal spreading », *Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, pp. 103-105, 2004
- [ 62 ] X. Wang and K.I. Kitayama, « Analysis of beat noise in coherent and incoherent time-spreading OCDMA », *IEEE J. of Lightwave Technol.*, vol. 22, n°10, pp. 2226-2235, 2004
- [ 63 ] M. Forkan Uddin, S. Prasad Majumder «Power limitations due to four wave mixing in a direct sequence optical CDMA transmission system», *Asia Pacific Conference on Communication*, pp 1038-1042, 2005
- [ 64 ] Younes Zouine, "Contribution par la simulation système à l'étude des contraintes des composants optoelectroniques sur la transmission optique utilisant la technique CDMA", Université de Limoges, 2005, 162p
- [ 65 ] De la physique du capteur au signal électrique - Mesure et Instrumentation 1, édition Hermes

## Annexe A. PROBABILITE D'ERREUR DU CCR POUR DES CODES TELS QUE $\lambda_c=1$

On considère un système OCDMA avec un code de longueur temporelle  $F$ , de poids  $W$  et avec  $N$  utilisateurs actifs.

D'une manière générale, la probabilité d'erreur du CCR s'écrit :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2}P(\hat{b}_i^{(1)} = 0/b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2}P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{A-1})$$

Nous avons montré au chapitre II que, pour un système OCDMA, la probabilité d'erreur sur un '1' est nulle pour  $S \leq W$ . Donc  $P(\hat{b}_i^{(1)} = 0/b_i^{(1)} = 1) = 0$ . D'où :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2}P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{A-2})$$

D'après la règle de décodage, cette probabilité s'écrit :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2}P(Z_i^{(1)} \geq S/b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{A-3})$$

Comme  $Z_i^{(1)} = Wb_i^{(1)} + I_1$  et en considérant  $b_i^{(1)} = 0$ , on obtient :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2}P(I_1 \geq S) \quad (\text{A-4})$$

Le terme d'interférence  $I_1$  est la somme de  $N-1$  variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées  $I_k^{(1)}$  telles que :  $I_k^{(1)} = b_i^{(k)} \int_0^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) dt$ . Nous avons montré que  $I_k^{(1)}$  ne

peut prendre que les valeurs : 0 ou  $\int_0^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) dt$ .

Dans le cas des codes pour lesquels l'intercorrélacion maximale est 1,  $\int_0^{T_b} c_k(t) \cdot c_1(t) dt$  vaut soit 0

soit 1 dans le cas synchrone. En conséquence,  $I_k^{(1)}$  ne peut prendre que les valeurs 0 ou 1. Donc le terme  $I_1$ , qui est la somme de tous les termes d'interférences, peut prendre n'importe quelle valeur entre 0 et  $N-1$ .

La probabilité que le terme  $I_1$  soit égal exactement à une valeur donnée  $i$ , est la probabilité d'avoir exactement  $i$  utilisateurs non-désirés qui génèrent une interférence de '1', et que les  $(N-1-i)$  autres utilisateurs non-désirés génèrent une interférence de '0'.

La probabilité qu'un utilisateur # $k$  soit interférent, est

$$P\left(b_i^{(k)} \int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt = 1\right) = P(b_i^{(k)} = 1) \times P\left(\int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt = 1\right) \quad (\text{A-5})$$

$$= \frac{1}{2} \times R$$

où  $R$  est la probabilité d'avoir un recouvrement, c'est-à-dire 1 chip en commun entre 2 codes.

Donc la probabilité  $Q_1(t, T, q)^*$  que exactement  $t = i$  individus identiques parmi  $T = N - 1$  vérifient simultanément la propriété « l'utilisateur génère une interférence de '1' », en sachant que chacun d'eux vérifie la propriété avec une probabilité  $q = \frac{R}{2}$ , est :

$$P(I_1 = i) = Q_1\left(t = i, T = N - 1, q = \frac{R}{2}\right) = C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} \quad (\text{A-6})$$

Il y a une erreur si  $I_1 \geq S$ , donc il y a une erreur si le terme d'interférence est supérieur au seuil  $S$ . Comme la valeur maximale de l'interférence est  $N - 1$ , on a donc une erreur pour  $S \leq I_1 \leq N - 1$ ,

$$\text{d'où : } P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{i=S}^{N-1} P(I_1 = i).$$

Finalement, on obtient la probabilité d'erreur du CCR pour un code dont l'intercorrélacion maximale est 1 :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{i=S}^{N-1} C_{N-1}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-1-i} \quad (\text{A-7})$$

avec  $R$  la probabilité d'avoir 1 chip en commun entre 2 codes

\*  $Q_1(t, T, q)$  est la probabilité d'avoir exactement  $t$  individus qui vérifient une propriété avec une probabilité  $q$ , et que les  $(T - t)$  autres individus ne vérifient pas la propriété. Or :

- il y a  $C_T^t$  combinaisons pour sélectionner les  $t$  individus parmi  $T$ .
- la probabilité qu'un individu vérifie la propriété est  $q$ , donc :
  - la probabilité que  $t$  individus vérifient la propriété est  $q^t$
  - la probabilité que  $T - t$  individus ne vérifient pas la propriété est  $(1 - q)^{T-t}$

En conséquence la probabilité que  $t$  individus donnés vérifient la propriété, et que les  $T - t$  autres individus ne la vérifient pas est :  $q^t (1 - q)^{T-t}$ .

Donc, pour  $t$  donné, la probabilité d'avoir exactement  $t$  individus parmi les  $T$  vérifiant la propriété est :

$$Q_1(t, T, q) = C_T^t q^t (1 - q)^{T-t} \quad (\text{A-8})$$

## Annexe B.      PROBABILITE D'ERREUR DU CCR POUR DES CODES TELS QUE $\lambda_c=2$

On considère un système OCDMA avec un code de longueur temporelle  $F$ , de poids  $W$  et avec  $N$  utilisateurs actifs.

D'une manière générale, la probabilité d'erreur du CCR s'écrit :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2}P(\hat{b}_i^{(1)} = 0/b_i^{(1)} = 1) + \frac{1}{2}P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{B-1})$$

Nous avons montré au chapitre II que, pour un HL+CCR, la probabilité d'erreur sur un '1' est nulle pour  $S \leq W$ . Donc  $P(\hat{b}_i^{(1)} = 0/b_i^{(1)} = 1) = 0$ . D'où :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2}P(\hat{b}_i^{(1)} = 1/b_i^{(1)} = 0) \quad (\text{B-2})$$

En considérant  $Z_i^{(1)} = Wb_i^{(1)} + I_1$  et  $b_i^{(1)} = 0$ , (B-2) devient :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2}P(I_1 \geq S) \quad (\text{B-3})$$

avec  $I_1 = \sum_{k=2}^{N-1} I_k^{(1)}$

Selon la valeur de  $b_i^{(k)}$ ,  $I_k^{(1)} = b_i^{(k)} \times \int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt$  prend les valeurs : 0 ou  $\int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt$ . Dans

le cas des codes pour lesquels l'intercorrélacion maximale est 2,  $\int_0^{T_b} c_k(t).c_1(t)dt$  vaut soit 0, soit 1, soit 2 dans le cas synchrone. En conséquence,  $I_k^{(1)}$  peut prendre les valeurs 0 ou 1 ou 2.

Pour calculer la probabilité d'erreur, nous allons évaluer la probabilité d'avoir :

- $i_1$  utilisateurs non-désirés générant une interférence de « +1 », sachant que la probabilité qu'un utilisateur # $k$  génère une interférence de « +1 », est  $q_1 = \frac{R_1}{2}$ , où  $R_1$  est la probabilité d'avoir 1 chip en commun entre 2 codes.
- $i_2$  utilisateurs non-désirés générant une interférence de « +2 », sachant que la probabilité qu'un utilisateur # $k$  génère une interférence de « +2 », est  $q_2 = \frac{R_2}{2}$  où  $R_2$  est la probabilité d'avoir 2 chips en commun entre 2 codes
- $N - 1 - i_1 - i_2$  ne générant pas d'interférence,

Donc la probabilité  $Q_2(t_1 = i_1, t_2 = i_2, T = N - 1, q_1 = \frac{R_1}{2}, q_2 = \frac{R_2}{2})$  \* que exactement  $t_1 = i_1$  individus identiques parmi  $T = N - 1$  vérifient simultanément une propriété 1, en sachant que chacun d'eux vérifie la propriété 1 avec une probabilité  $q_1$ , et que exactement  $t_2 = i_2$  autres individus identiques vérifient simultanément une propriété 2, en sachant que chacun d'eux vérifie la propriété 2 avec une probabilité  $q_2$ , est (cf Annexe B) :

$$\begin{aligned} P(i_1, i_2) &= Q_2(t_1 = i_1, t_2 = i_2, T = N - 1, q_1 = \frac{R_1}{2}, q_2 = \frac{R_2}{2}) \\ &= C_{N-1}^{i_1} C_{N-1-i_1}^{i_2} \left(\frac{R_1}{2}\right)^{i_1} \left(\frac{R_2}{2}\right)^{i_2} \left(1 - \frac{R_1}{2} - \frac{R_2}{2}\right)^{N-1-i_1-i_2} \end{aligned} \quad (\text{B-4})$$

Il y a une erreur si  $I_1 \geq S$ , donc il y a une erreur si le terme d'interférence est supérieur au seuil  $S$ , c'est-à-dire si  $I_1 = i_1 + 2i_2 \geq S$ .

De plus, comme il y a au maximum  $N - 1$  utilisateurs non-désirés, il faut que  $i_1 + i_2 \leq N - 1$ .

La probabilité d'erreur est obtenue en réalisant la somme sur les valeurs de  $i_1$  et  $i_2$  qui vérifient  $i_1 + 2i_2 \geq S$  et  $i_1 + i_2 \leq N - 1$ . D'où :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i_1+2i_2 \geq S \\ i_1+i_2 \leq N-1}} P(i_1, i_2) \quad (\text{B-5})$$

Cette expression peut s'écrire :

$$\begin{aligned} P_{eCCR} &= \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_{\substack{i_1+2i_2 < S \\ i_1+i_2 \leq N-1}} P(i_1, i_2) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_{\substack{i_1+2i_2 \leq S-1 \\ i_1+i_2 \leq N-1}} P(i_1, i_2) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S-1} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S-1-i_1)/2 \rfloor} P(i_1, i_2) \right) \end{aligned} \quad (\text{B-6})$$

Finalement, on obtient la probabilité d'erreur du CCR pour un code dont l'intercorrélacion maximale est 2 :

$$P_{eCCR} = \frac{1}{2} \left( 1 - \sum_{i_1=0}^{S-1} \sum_{i_2=0}^{\lfloor (S-1-i_1)/2 \rfloor} C_{N-1}^{i_1} C_{N-1-i_1}^{i_2} \left(\frac{R_1}{2}\right)^{i_1} \left(\frac{R_2}{2}\right)^{i_2} \left(1 - \frac{R_1}{2} - \frac{R_2}{2}\right)^{N-1-i_1-i_2} \right) \quad (\text{B-7})$$

\*  $Q_2(t_1, t_2, T, q_1, q_2)$  est la probabilité d'avoir exactement  $t_1$  individus qui vérifient une propriété 1 avec la probabilité  $q_1$ , et  $t_2$  autres individus identiques qui vérifient une propriété 2 avec la probabilité  $q_2$ , et que les  $(T - t_1 - t_2)$  autres individus ne vérifient aucune des propriétés. Or :

- il y a  $C_T^{t_1}$  combinaisons pour sélectionner les  $t_1$  individus parmi  $T$ , puis il y a  $C_{T-t_1}^{t_2}$  combinaisons pour sélectionner les  $t_2$  individus parmi les  $T - t_1$  restants. Donc il y a  $C_T^{t_1} C_{T-t_1}^{t_2}$  façons de sélectionner les  $t_1$  et  $t_2$  individus.
- la probabilité qu'un individu vérifie la propriété 1 est  $q_1$ , donc la probabilité que  $t_1$  individus vérifient la propriété est  $q_1^{t_1}$
- la probabilité qu'un individu vérifie la propriété 2 est  $q_2$ , donc la probabilité que  $t_2$  individus vérifient la propriété est  $q_2^{t_2}$
- la probabilité que  $T - t_1 - t_2$  individus ne vérifient aucune propriété est  $(1 - q_1 - q_2)^{T-t_1-t_2}$

En conséquence la probabilité que  $t_1$  individus vérifient la propriété 1, et  $t_2$  autres individus identiques vérifient la propriété 2, et que les  $(T - t_1 - t_2)$  autres individus ne vérifient aucune propriété est :  
 $q_1^{t_1} q_2^{t_2} (1 - q_1 - q_2)^{T-t_1-t_2}$ .

Donc, pour  $t$  donné, la probabilité d'avoir exactement  $t$  individus parmi les  $T$  vérifiant la propriété est :

$$Q_2(t_1, t_2, T, q_1, q_2) = C_T^{t_1} C_{T-t_1}^{t_2} q_1^{t_1} q_2^{t_2} (1 - q_1 - q_2)^{T-t_1-t_2} \quad (\text{B-8})$$



## Annexe C. ALGORITHME DE SIMULATION DU CCR AVEC DES CODES OOC

Les paramètres de la simulation sont :

- F : la longueur du code
- W : le poids du code
- L : la valeur maximale d'intercorrélation
- N : le nombre d'utilisateurs actifs dans la liaison
- S : le seuil de décision du CCR
- Nbit : le nombre de bits à envoyer par chaque utilisateur

Les trois premiers paramètres correspondent à la famille de code OOC étudiée, et générée préalablement sous forme de vecteurs positions.

L'algorithme est le suivant :

*le compteur d'erreur Nerreur est initialisé à 0*

Puis, une boucle dont le nombre d'itérations est Nbit démarre :

*for i=1 : Nbit*

*génération aléatoire d'un bit par utilisateur*

*génération aléatoire d'un retard par utilisateur (ce retard permet de simuler l'asynchronisme entre les utilisateurs en temps bit. Par contre le système est synchrone en temps chip)*

*tirage aléatoire des N utilisateurs actifs parmi les utilisateurs de la famille*

*multiplication de la donnée de l'utilisateur désiré par le code (étalement)*

*étalement des données des utilisateurs non-désirés et ajout de leur contribution au signal de l'utilisateur désiré*

*multiplication du signal reçu par le code puis intégration (corrélation, intégration)*

*prise de décision par comparaison de la valeur obtenue avec S*

*comparaison du bit décidé avec le bit envoyé, et incrémentation du compteur d'erreur Nerreur si les deux valeurs sont différentes*

*fin de boucle*

Enfin, le Taux d'erreur Binaire est estimée en réalisant l'opération suivante :

$TEB = Nerreur / Nbit$

La visualisation du nombre d'erreurs comptabilisées permet de s'assurer de la fiabilité du TEB obtenu. Plus le nombre d'erreurs est important, plus on obtient de chiffres significatifs. Ainsi, pour les résultats présentés, au moins 100 erreurs ont été obtenues, afin que le premier chiffre soit significatif.



## Annexe D.    PROBABILITE QUE T INDIVIDUS IDENTIQUES GENERENT UNE INTERFERENCE SUR AU MOINS K CHIPS PARMIS K

Nous exprimons la probabilité  $Q_3(k, K, T, q)$  que  $T$  individus identiques gènèrent une interférence sur au moins  $k$  chips parmi  $K$ , en sachant qu'un individu gènère une interférence sur 1 chip avec une probabilité  $q$ .

Il y a  $C_K^k$  possibilités de sélectionner les  $k$  chips parmi les  $K$ . D'où :

$$Q_3(k, K, T, q) = C_K^k \times P(\text{les } k \text{ chips sont recouverts}) \quad (\text{D-1})$$

Tout d'abord, exprimons la probabilité  $P_n$  qu'un chip soit recouvert, en considérant  $n$  interférents potentiels.

La probabilité qu'un individu interfère sur ce chip est  $q$ , donc, la probabilité qu'un individu n'interfère pas sur ce chip est  $1-q$ . En conséquence, la probabilité que  $n$  individus n'interfèrent pas sur ce chip est  $(1-q)^n$

On en déduit que la probabilité qu'un chip soit recouvert en considérant  $n$  interférents potentiels est :

$$P_n = 1 - (1-q)^n \quad (\text{D-2})$$

Maintenant, nous utilisons ce résultat pour exprimer la probabilité  $P(\text{les } k \text{ chips sont recouverts})$ .

$$P(\text{les } k \text{ chips sont recouverts}) = P(1^{\text{er}} \text{ chip recouvert}) \times P(\text{les } k-1 \text{ chips sont recouverts} / 1 \text{ chip recouvert}) \quad (\text{D-3})$$

On a  $P(1^{\text{er}} \text{ chip recouvert}) = P_T$  car il y a  $n=T$  individus qui peuvent interférer sur le premier chip. D'où :

$$\begin{aligned} P(S \text{ chips sont recouverts}) &= P_T \times P(k-1 \text{ chips sont recouverts} / 1 \text{ chip recouvert}) \\ &= P_T \times P(2^{\text{eme}} \text{ chip recouvert} / 1 \text{ chip recouvert}) \\ &\quad \times P(k-2 \text{ chips sont recouverts} / 2 \text{ chip recouvert}) \end{aligned} \quad (\text{D-4})$$

On a  $P(2^{\text{eme}} \text{ chip recouvert}) \leq P_{T-1}$  car, comme le premier chip est recouvert, il y a au moins 1 individu qui ne peut plus interférer sur le 2<sup>ème</sup> chip. En effet, l'intercorrélacion maximale est de 1, donc chaque individu ne peut interférer au plus que sur 1 chip. En conséquence, il reste au maximum  $T-1$  individus qui peuvent interférer sur le deuxième chip. D'où :

$$\begin{aligned} P(S \text{ chips sont recouverts}) &= P_T \times P(k-1 \text{ chips sont recouverts} / 1 \text{ chip recouvert}) \\ &\leq P_T \times P_{T-1} \times P(k-2 \text{ chips sont recouverts} / 2 \text{ chip recouvert}) \end{aligned} \quad (\text{D-5})$$

...

Par itération successives, on aboutit à :

$$P(\text{les } k \text{ chips sont recouverts}) \leq P_T \times P_{T-1} \dots \times P_{T-k+1} = \prod_{i=0}^{k-1} P_{T-i} = \prod_{i=0}^{k-1} (1 - (1-q)^{T-i}) \quad (\text{D-6})$$

Donc, la probabilité la probabilité  $Q_3(k, K, T, q)$  s'écrit :

$$Q_3(k, K, T, q) \leq C_K^k \times \prod_{i=0}^{k-1} (1 - (1-q)^{T-i}) \quad (\text{D-7})$$

## Annexe E.    PROBABILITE DU SIC POUR UN ETAGE D'ANNULATION

La structure du récepteur SIC pour un étage d'annulation est la suivante :

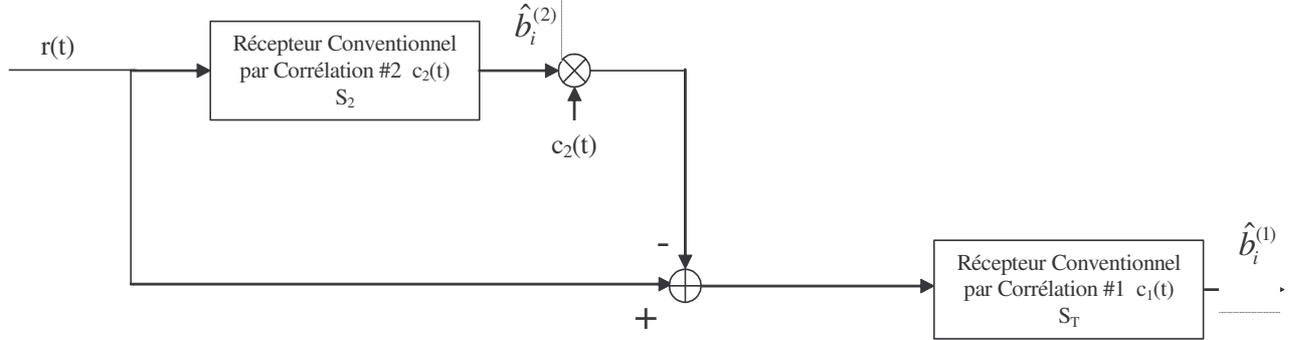


Figure E-1 : SIC à une annulation série

L'utilisateur interférent #2 est détecté par un récepteur conventionnel de seuil  $S_2$ , puis sa contribution estimée est retranchée du signal reçu  $r(t)$ .

$$r(t) = \sum_{k=1}^N b_i^{(k)} c_k(t) \quad (E-1)$$

$$r_1(t) = r(t) - \hat{b}_i^{(2)} c_2(t) = b_i^{(1)} c_1(t) + (b_i^{(2)} - \hat{b}_i^{(2)}) c_2(t) + \sum_{k=3}^N b_i^{(k)} c_k(t) \quad (E-2)$$

La variable de décision de l'utilisateur désiré s'écrit :

$$Z_i^{(1)} = W b_i^{(1)} + A_1 + I_1 \quad (E-3)$$

avec

$$A_1 = (b_i^{(2)} - \hat{b}_i^{(2)}) \int_0^{T_b} c_2(t) c_1(t) dt \quad \text{le terme d'annulation du premier étage}$$

$$I_1 = \sum_{k=3}^N \int_0^{T_b} b_i^{(k)} c_k(t) c_1(t) dt \quad \text{le terme d'interférence}$$

Pour simplifier le calcul de la probabilité d'erreur, les variables  $A_1$  et  $I_1$  (par la suite  $A_i$  et  $I_i$ ) sont supposées indépendantes.

Le calcul de la probabilité d'erreur de l'utilisateur #1, après 1 étage d'annulation s'écrit :

$$P_{e1} = \frac{1}{2} P_{e10} + \frac{1}{2} P_{e11} \quad (E-4)$$

avec  $P_{e10} = P(\hat{b}_i^{(1)} = 1 / b_i^{(1)} = 0)$  la probabilité d'erreur sur un '0' après 1 annulation

et  $P_{e11} = P(\hat{b}_i^{(1)} = 0 / b_i^{(1)} = 1)$  la probabilité d'erreur sur un '1' après 1 annulation

Nous allons exprimer ces 2 probabilités séparément.

- Calcul de  $P_{e_{11}}$  :

$$\begin{aligned} P_{e_{11}} &= P\left(Z_i^{(1)} < S_1/b_i^{(1)} = 1\right) \\ &= P\left(W + I_1 + A_1 < S_1/b_i^{(1)} = 1\right) \end{aligned} \quad (\text{E-5})$$

- Considérons tout d'abord le terme d'annulation  $A_1$ .

Il a été montré [ 50 ] que chaque terme d'annulation  $A_i$  peut prendre 3 valeurs : '1', '0' et '-1', mais que le terme  $A_1$  ne peut prendre que 2 valeurs : '0' et '-1'. L'absence de la valeur '1' pour le premier terme d'annulation est due au fait que le récepteur conventionnel utilisé pour l'utilisateur #2 est un CCR, donc il n'y a pas d'erreur lorsque  $b_i^{(2)} = 1$ . Pour les termes d'annulation suivants, une erreur peut être générée lorsque  $b_i^{(j)} = 1$  à cause de l'annulation aux étages précédents.

La probabilité que  $A_1$  soit égal à '-1' est :

$$\begin{aligned} P(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 1) &= P(\hat{b}_i^{(2)} - b_i^{(2)} = -1/b_i^{(1)} = 1) \cdot P\left(\int_0^T c_2(t)c_1(t)dt = 1\right) \\ &= R \cdot P\left(\hat{b}_i^{(2)} = 1/b_i^{(1)} = 1 \cap b_i^{(2)} = 0 \cap \int_0^T c_2(t)c_1(t)dt = 1\right) \cdot P(b_i^{(2)} = 0) \\ &= R \cdot P\left(Z_i^{(2)} \geq S_2/b_i^{(1)} = 1 \cap b_i^{(2)} = 0 \cap \int_0^T c_2(t)c_1(t)dt = 1\right) \times \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (\text{E-6})$$

Or, en considérant  $b_i^{(1)} = 1 \cap b_i^{(2)} = 0 \cap \int_0^T c_2(t)c_1(t)dt = 1$ , on obtient la valeur de la variable décisionnelle de l'utilisateur 2 :

$$\begin{aligned} Z_i^{(2)} &= W \cdot b_i^{(2)} + b_i^{(1)} \int_0^T c_1(t) \cdot c_2(t) dt + \sum_{k=3}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_2(t) \cdot c_k(t) dt \\ &= 1 + \sum_{k=3}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_2(t) \cdot c_k(t) dt \end{aligned} \quad (\text{E-7})$$

Donc,

$$\begin{aligned} P(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 1) &= \frac{R}{2} \cdot P\left(1 + \sum_{k=3}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_2(t) \cdot c_k(t) dt \geq S_2\right) \\ &= \frac{R}{2} \cdot P\left(\sum_{k=3}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_2(t) \cdot c_k(t) dt \geq S_2 - 1\right) \end{aligned} \quad (\text{E-8})$$

Or,  $b_i^{(k)} \int_0^T c_2(t) \cdot c_k(t) dt$  prend la valeur '1' avec la probabilité  $\frac{R}{2}$ , et prend la valeur '0' sinon. Donc,

d'après l'Annexe A,  $\sum_{k=3}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_2(t) \cdot c_k(t) dt = i$  avec une probabilité  $C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i}$ , d'où :

$$P(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 1) = \frac{R}{2} \sum_{i=S_2-1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \quad (\text{E-9})$$

De la même façon, la probabilité que  $A_1$  soit égal à '0' est :

$$\begin{aligned}
P(A_1 = 0/b_i^{(1)} = 1) &= 1 - P(A_1 = 0/b_i^{(1)} = -1) \\
&= 1 - \frac{R}{2} \sum_{i=S_2-1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i}
\end{aligned} \tag{E-10}$$

- Considérons maintenant le terme d'interférence  $I_1$ .

Le terme d'interférence correspond aux contributions des utilisateurs qui n'ont pas été détectés. Comme la contribution d'un utilisateur est soit 0 soit 1 pour un code dont l'intercorrélacion maximale est de '1', et qu'il reste après un étage d'annulation  $N - 2$  utilisateurs non-détectés,  $I_1$  peut prendre des valeurs positives entre 0 et  $N - 2$ .

La probabilité que l'interférence  $I_1$  générée par  $N - 2$  utilisateurs non-détectés soit supérieure (respectivement inférieure) à ' $i_1$ ' est :

$$\text{prob}(I_1 \geq i_1) = \sum_{i=i_1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \tag{E-11}$$

$$\text{prob}(I_1 < i_1) = \sum_{i=0}^{i_1-1} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \tag{E-12}$$

En considérant que  $A_1$  et  $I_1$  sont indépendants, et que  $A_1$  prend seulement les valeurs '0' et '-1', on en déduit :

$$\begin{aligned}
P_{e_{11}} &= P\left(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 1\right) \cdot P\left(W + I_1 - 1 < S_1/b_i^{(1)} = 1\right) + P\left(A_1 = 0/b_i^{(1)} = 1\right) \cdot P\left(W + I_1 < S_1/b_i^{(1)} = 1\right) \\
&= P\left(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 1\right) \cdot P\left(I_1 < S_1 - W + 1/b_i^{(1)} = 1\right) + P\left(A_1 = 0/b_i^{(1)} = 1\right) \cdot P\left(I_1 < S_1 - W/b_i^{(1)} = 1\right)
\end{aligned} \tag{E-13}$$

D'où :

$$\begin{aligned}
P_{e_{11}} &= \frac{R}{2} \sum_{i=S_2-1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \cdot \sum_{i=0}^{S_1-W} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \\
&\quad + \left(1 - \frac{R}{2}\right) \sum_{i=S_2-1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \cdot \sum_{i=0}^{S_1-W-1} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i}
\end{aligned} \tag{E-14}$$

Comme  $0 \leq S_1 \leq W$ , alors  $S_1 - W - 1 < 0$ , donc il n'y a pas de terme dans la somme  $\sum_{i=0}^{S_1-W-1} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i}$ , donc cette somme est nulle. Nous obtenons donc :

$$P_{e_{11}} = \frac{R}{2} \sum_{i=S_2-1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \cdot \sum_{i=0}^{S_1-W} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \tag{E-15}$$

- Calcul de  $P_{e_{10}}$  .

$$\begin{aligned} P_{e_{10}} &= P\left(Z_i^{(1)} \geq S_1/b_i^{(1)} = 0\right) \\ &= P\left(I_1 + A_1 \geq S_1/b_i^{(1)} = 0\right) \end{aligned} \quad (\text{E-16})$$

- Considérons tout d'abord le terme d'annulation  $A_1$ .

Comme précédemment, le terme d'annulation ne prend que 2 valeurs : 0 et  $-1$ , mais avec des probabilités d'apparition différentes.

La probabilité que  $A_1$  soit égal à ' $-1$ ' est :

$$\begin{aligned} P(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 0) &= P(b_i^{(2)} - \hat{b}_i^{(2)} = -1/b_i^{(1)} = 0) \cdot P\left(\int_0^T c_2(t)c_1(t)dt = 1\right) \\ &= \frac{R}{2} \cdot P\left(W.b_i^{(2)} + b_i^{(1)} \int_0^T c_1(t).c_2(t)dt + \sum_{k=3}^N b_i^{(k)} \int_0^T c_2(t).c_k(t)dt \geq S_2\right) \\ &= \frac{R}{2} \sum_{i=S_2}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \end{aligned} \quad (\text{E-17})$$

De plus, la probabilité que  $A_1$  soit égal à ' $0$ ' est :

$$\begin{aligned} P(A_1 = 0/b_i^{(1)} = 0) &= 1 - P(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 0) \\ &= 1 - \frac{R}{2} \sum_{i=S_2}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \end{aligned} \quad (\text{E-18})$$

- Considérons maintenant le terme d'interférence  $I_1$ .

La valeur du terme d'interférence ne dépendant pas de la valeur du bit de l'utilisateur désiré,  $I_1$  prend des valeurs positives entre 0 et  $N - 2$ , avec la même probabilité que dans le cas précédent..

En considérant que  $A_1$  et  $I_1$  sont indépendants, et que  $A_1$  prend seulement les valeurs ' $0$ ' et ' $-1$ ', on en déduit :

$$\begin{aligned} P_{e_{10}} &= P(A_1 = -1/b_i^{(1)} = 0) \cdot P(I_1 \geq S_1 + 1/b_i^{(1)} = 0) + P(A_1 = 0/b_i^{(1)} = 0) \cdot P(I_1 \geq S_1/b_i^{(1)} = 0) \\ &= \frac{R}{2} \sum_{i=S_2}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \cdot \sum_{i=S_1+1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \\ &\quad + \left(1 - \frac{R}{2} \sum_{i=S_2}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i}\right) \cdot \sum_{i=S_1}^{N-2} C_{N-2}^i \left(\frac{R}{2}\right)^i \left(1 - \frac{R}{2}\right)^{N-2-i} \end{aligned} \quad (\text{E-19})$$

## Annexe F. MODELISATION DE L'ETALEMENT DU A LA DISPERSION CHROMATIQUE

La dispersion chromatique de la fibre induit un élargissement temporel du signal émis. Dans le modèle proposé, l'étalement d'une impulsion « chip » de durée  $T_c$  est modélisé par un triangle de base  $T$  et de hauteur  $H$ . (Figure F-1)

Les valeurs de  $T$  et  $H$  dépendent de la largeur de l'impulsion  $T_c$  de la longueur de la fibre et de la valeur de la dispersion chromatique.

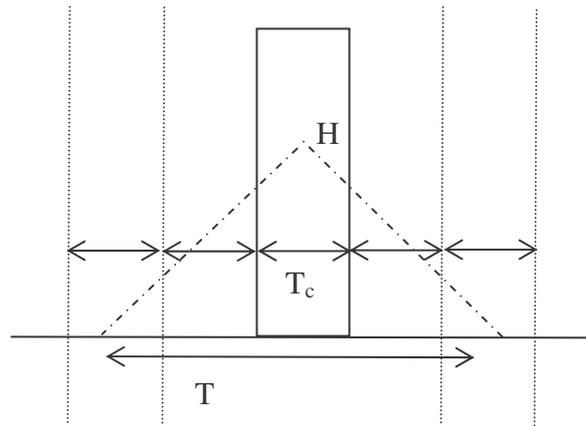


Figure F-1 : modélisation de l'étalement du à la dispersion

L'étalement de l'impulsion crée une interférence sur les temps chips adjacents. Le nombre de chips perturbés par l'étalement du chip considéré est obtenu en divisant  $T$  par  $T_c$ .

Puis on calcule les pourcentages de puissance répartis dans chaque impulsion chip.

Pour cela, on normalise la puissance contenue dans le signal étalé modélisé par un triangle à  $1W$ , ce qui signifie que l'amplitude du triangle  $H$  est normalisée à  $\frac{2}{T}$ .

La normalisation se justifie car nous considérons un cas de transmission sans bruit.

On obtient alors un signal constitué d'impulsions rectangulaires de durée  $T_c$  et d'amplitudes décroissantes en fonction de l'étalement. (Figure F-2)

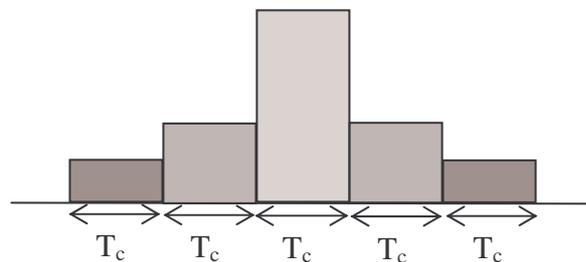


Figure F-2 : Modèle simplifié de l'étalement d'une impulsion chip du à la dispersion

Nous avons considéré dans notre étude, une fibre monomode de type G652 de longueur  $L$  variant entre 1 et 20 km. La valeur de la dispersion est : 17 ps/nm/km.

Pour ce type de fibre les valeurs de l'élargissement  $T$  lié à la dispersion en fonction de  $T_c$  et  $L$  sont reportées sur le Tableau F-1.

	$T_c(ps)$	$T(ps)$
L=1 km	71	72.5
	62.2	66.3
	46.9	50.6
	19.8	26.9
	16.4	33
L=5 km	71	74
	62.2	70.6
	46.9	51.9
	19.8	68.1
	16.4	84.3
L=10 km	71	88.1
	62.2	71.9
	46.9	72.5
	19.8	135.6
	16.4	168.1
L=20 km	71	101.8
	62.2	108.7
	46.9	116.2
	19.8	271.8
	16.4	335.6

Tableau F-1 : Valeurs de l'élargissement temporel  $T$  pour une fibre G652 (17ps/nm/km)

Considérons par exemple une liaison OCDMA à codage OOC(277,4,1,1). Le débit des données par utilisateur est 220 Mbit/s et la longueur de la fibre est 5 km. La valeur de  $T_c$  est dans ce cas

$$T_c = \frac{l}{F \cdot D} = 16.4 ps$$

Du Tableau A-1, on obtient le rapport  $\frac{T_c}{T} = 5.1$ . On prend la valeur impaire supérieure, ce qui donne :  $\frac{T_c}{T} = 7$ , c'est-à-dire 3 chips perturbés de part et d'autre du chip central.

Le pourcentage de puissance dans le chip central par exemple, est obtenu en calculant l'aire de la figure correspondant à l'intersection du chip et du triangle de hauteur  $H$  normalisée (Figure A-3).

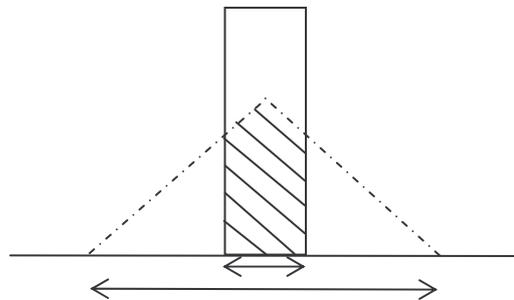


Figure F-3 : Pourcentage de puissance dans le chip central

Comme la figure est symétrique le calcul se réduit à celui de la partie gauche par exemple, de l'aire hachurée sur la figure F-3.

Dans le cas du chip central, cela correspond au calcul de l'aire d'un trapèze de base  $\frac{T_c}{2}$ .

L'aire du trapèze de base  $B = \frac{T_c}{2}$  et de hauteurs  $h_1 = \frac{2}{T}$  et  $h_2 = \frac{2}{T} - \frac{2T_c}{T^2}$  s'exprime par la relation :

$$A = \frac{B(h_1 + h_2)}{2}$$

Dans l'exemple traité, on trouve  $2A = 35\%$

Cela signifie que 35% de la puissance étalée est contenue dans le chip central.

Pour les autres chips, la procédure est identique et on calcule l'aire de trapèzes

En résumé, dans l'exemple traité on trouve :

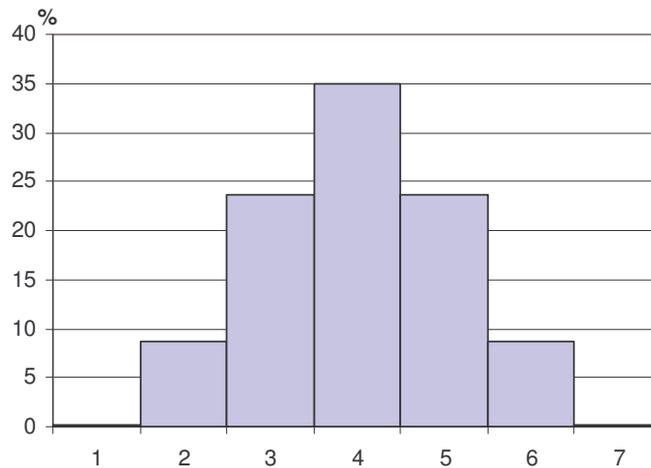


Figure F-4 : Pourcentage de puissance dans chaque chip



## Annexe G.    PROBABILITE QU'UNE VARIABLE ALEATOIRE GAUSSIENNE SOIT SUPERIEURE OU INFERIEURE A UN SEUIL

Nous exprimons la probabilité  $Q_4(x, \sigma_x, s)$  qu'une variable aléatoire gaussienne  $X$  de variance  $\sigma_x^2$  soit supérieure à un seuil  $s$

$X$  est une variable aléatoire gaussienne de variance  $\sigma_x^2$ , donc sa densité de probabilité s'écrit :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] \quad (\text{G-1})$$

$$\text{Donc } P(x \geq s) = \int_s^{+\infty} \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] dx \quad (\text{G-2})$$

on en déduit :

$$\begin{aligned} P(x \geq s) &= \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} * \sqrt{2}\sigma_x \int_s^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{dx}{\sigma_x} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_s^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{dx}{\sigma_x} \end{aligned} \quad (\text{G-3})$$

En faisant un changement de variable :  $u = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{x}{\sigma_x}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} P(x \geq s) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{s}{\sigma_x \sqrt{2}}}^{+\infty} \exp[-u^2] du \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{s}{\sigma_x \sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (\text{G-4})$$

$$\text{Avec } \operatorname{erfc}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^{+\infty} \exp(-u^2) du.$$

Donc, la probabilité  $Q_4(x, \sigma_x, s)$  qu'une variable aléatoire gaussienne  $X$  de variance  $\sigma_x^2$  soit supérieure à un seuil  $s$  est

$$Q_4(x, \sigma_x, s) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{s}{\sigma_x \sqrt{2}}\right) \quad (\text{G-5})$$

Nous exprimons la probabilité  $Q_5(x, \sigma_x, s)$  qu'une variable aléatoire gaussienne  $X$  de variance  $\sigma_x^2$  soit inférieure à un seuil  $s$

$x$  est une variable aléatoire gaussienne de variance  $\sigma_x^2$ , donc sa densité de probabilité s'écrit :

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] \quad (\text{G-6})$$

$$\text{Donc } P(x < s) = \int_{-\infty}^s \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] dx \quad (\text{G-7})$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} P(x < s) &= -\frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} * \sqrt{2}\sigma_x \int_{-\infty}^s \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{dx}{\sigma_x}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-s}^{+\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma_x}\right)^2\right] \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{dx}{\sigma_x}\right) \end{aligned} \quad (\text{G-8})$$

En faisant un changement de variable :  $u = -\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{x}{\sigma_x}$ , on en déduit :

$$\begin{aligned} P(x < s) &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{-s}{\sigma_x \sqrt{2}}}^{+\infty} \exp[-u^2] du \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{-s}{\sigma_x \sqrt{2}}\right) \end{aligned} \quad (\text{G-9})$$

$$\text{Avec } \operatorname{erfc}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_y^{+\infty} \exp(-u^2) du.$$

Donc, la probabilité  $Q_5(x, \sigma_x, s)$  qu'une variable aléatoire gaussienne  $X$  de variance  $\sigma_x^2$  soit inférieure à un seuil  $s$  est

$$Q_5(x, \sigma_x, s) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{-s}{\sigma_x \sqrt{2}}\right) \quad (\text{G-10})$$

## GLOSSAIRE

ADSL :	<i>Asymmetric Digital Subscriber Line</i>
AMRC :	Accès Multiple par Répartition de Codes
AMRF :	Accès Multiple par Répartition de Fréquence
AMRT	Accès Multiple par Répartition de Temps
ASE :	<i>Amplified Spontaneous Emission</i>
BIBD :	<i>Balanced Incomplete Block Design</i>
CCR :	<i>Conventionnal Correlation Receiver</i>
CDMA :	<i>Code Division Multiple Access</i>
CLR :	<i>Chip Level Receiver</i>
DHL :	<i>Double Hard Limiter</i>
DS-CDMA:	<i>Direct Sequence CDMA</i>
FDMA :	<i>Frequency Division Multiple Access</i>
FFH-CDMA :	<i>Fast FH-CDMA</i>
FTTB :	<i>Fiber To The Building</i>
FTTC :	<i>Fiber To The Curb</i>
FTTCab :	<i>Fiber To The Cabinet</i>
FTTH :	<i>Fiber To The Home</i>
FWM :	<i>Four Wave Mixing</i>
HL :	<i>Hard Limiter</i>
IAM :	Interférence d'Accès Multiple
IES :	Interférence Entre Symboles
MWOOC :	<i>Multi-Wavelength Optical Orthogonal Codes</i>
OCDMA	<i>Optical CDMA</i>
OLT :	<i>Optical Line Termination</i>
ONU :	<i>Optical Network Unit</i>
OOC :	<i>Optical Orthogonal Codes</i>
PC :	<i>Prime Codes</i>
PIC :	<i>Parallel Interference Cancellation receiver</i>
PMD :	<i>Polarization Mode Dispersion</i>
PON :	<i>Passive Optical Network</i>

RIN :	<i>Relative Intensity Noise</i>
SAC :	<i>Spectral Amplitude Coding</i>
SFH-CDMA :	<i>Slow FH-CDMA</i>
SIC :	<i>Successive Interference Cancellation receiver</i>
SNR :	<i>Signal to Noise Ratio</i>
TDMA :	<i>Time Division Multiple Access</i>
TEB :	Taux d'Erreur Binaire
TH-CDMA :	<i>Time Hopping CDMA</i>
UMTS :	<i>Universal Mobile Telecommunications System</i>
WDMA :	<i>Wavelength Division Multiple Access</i>
XPM :	<i>Cross Phase Modulation</i>
2D OCDMA :	<i>2 Dimensional OCDMA</i>

## PUBLICATIONS DE L'AUTEUR

### Publications dans des revues internationales

- [R1] C. GOURSAUD, SAAD M. NAUFAL, Y. ZOUINE, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS, «Parallel multiple access interference cancellation in optical DS-CDMA systems», *Annals of Telecommunications*, 59, n° 9-10, 2004, pp.1212 - 1227.
- [R2] C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “DS-OCDMA receivers based on parallel interference cancellation and hard limiters” **à paraître** dans *IEEE Transactions on Communications*.
- [R3] C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS «Parallel interference cancellation efficiency for noisy signals in O-CDMA system” **à paraître** dans *Annals of Telecommunications*.

### Publications dans des congrès internationaux

- [CI 1] Y. ZOUINE, SAAD M. NAUFAL, C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS «The influence of the optical successive interference cancellation in the optical CDMA network», XV IEE Int. Symp. on Service and Local Access 2004 (ISSLS 2004), Edinburgh, UK, 21-24 March 2004, CDROM, Session : Optical Networks Applied, n° 032.
- [CI 2] C. GOURSAUD, SAAD M. NAUFAL, Y. ZOUINE, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS «Performances of parallel cancellation (PIC) receivers in high-speed access optical-networks», *Wireless and Optical Communications 2004 (WOC 2004)*, Banff, Canada, July 8-10, 2004, pp. 738-743.
- [CI 3] C. GOURSAUD, Y. ZOUINE, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS «Effects of the fiber chromatic dispersion on the performances of an O-CDMA scheme for high-speed access networks”, *IEEE and IFIP Int. Conf. On Wireless and Optical Communications Networks 2005 (WOCN 2005)*, 5 - 8 march 2005, Dubaï, UAE, CD ROM : Session 1, Inspec accession n° : 8623153.
- [CI 4] Y. ZOUINE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “Use of a system simulator to analyze the impact of PIN and APD photodiodes on the performances of realistic DS-OCDMA systems for future access networks”, *Proc. 7<sup>th</sup> Int. Conf. on Transparent Optical Networks 2005 (ICTON 2005)*, July 3-7, 2005, Barcelona, Spain, pp. 397 – 400 (CDROM, ISBN 0-7803-9237-X).
- [CI 5] C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, Y. ZOUINE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “Parallel interference cancellation technique applied to DS-CDMA systems”, *IEEE Workshop Statistical Signal Processing (SSP 2005)*, July 17-20, 2005, Bordeaux, F, CDROM : Session : Signal Processing for Wireless Communications, n° 397.
- [CI 6] C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “Study of parallel interference cancellation structures for incoherent DS-OCDMA systems”, *11<sup>th</sup> IEEE Asia Pacific Conference on Communications 2005 (APCC2005)*, Perth, Australia, 3-5 Oct. 2005, CDROM, ISBN 0-7803-9132-2.
- [CI 7] Y. ZOUINE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “Analyse of realistic DS-OCDMA all-optical receiver modules for future access networks using COMSIS software” *Simulation Tools for*

Research and Education in Optical Networks (STREON 2005), 26 – 27 th October, 2005, Brest, F, CDROM, Session 3 : Local and access networks simulation, communication O3.2.

- [CI 8] C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, Y. ZOUINE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “Improvement of parallel interference cancellation technique with hard limiter for DS-OCDMA systems”, IEEE GLOBECOM 2005, St-Louis, MO, USA, 28 Nov – 2 Dec, 2005. CDROM, ISBN 0-7803-9251-5, Session Photonic Technologies PT06.
- [CI 9] M. MORELLE, C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “Capacity of a 2-Dimensional Optical CDMA system with electrical coding and decoding functions”, **acceptée** à International Conference on Telecommunications (ICT), Funchal, Madère (Portugal), 09-12May 2006.
- [CI 10] C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “MAI Impact suppression with parallel interference cancellation in DS-OCDMA systems using prime codes”, **acceptée** à IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), Toulouse, May 14 – 19, 2006.
- [CI 11] M. MORELLE, C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS “2-Dimensionnal Optical CDMA system performance with Parallel Interference Cancellation”, **acceptée** à IEEE International Symposium on Computers and Communications (ISCC),Puglia, Cagliari (Italie), 26-29 june 2006
- [CI 12] C. GOURSAUD, M. MORELLE, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS, «Optimal code design for multi-wavelength-OOC optical CDMA system», **acceptée** à 5<sup>th</sup> Int. Symp.Communications Systems, Networks and Digital Processing, (CSNDSP), Patras, Greece,19-21 July 2006.

#### Publications dans des congrès nationaux

- [CN 1] C. Goursaud, Naufal M. Saad, Y. Zouine, A. Vergonjanne, C. Aupetit-Berthelemot, J. Zaninetti, J.P. Cances et J.M. Dumas, «Application du CDMA optique temporel aux réseaux d'accès hauts débits », 23èmes Journées Nationales d'Optique Guidée (JNOG 2004), Paris, 25-27 octobre 2004.
- [CN 2] C. GOURSAUD, Y. ZOUINE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, A. VERGONJANNE, J.P. CANCES et J.M. DUMAS, «Liaison CDMA optique à haut débit : Influence de la dispersion chromatique», Workshop of IEEE Lasers and Electro-Optics Society (LEOS), French Chapter, ENST, 28 octobre 2004.
- [CN 3] Y. ZOUINE, C. GOURSAUD, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, A. JULIEN-VERGONJANNE, J.P. CANCES et J.M. DUMAS, «Prise en compte de la dispersion chromatique pour la simulation d'une liaison CDMA optique à haut débit», *ibid*, pp. 539 – 542.
- [CN 4] C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS «Annulation d'interférence dans les systèmes optiques à accès multiple par répartition de code(O-CDMA)», 20<sup>ème</sup> Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images, Louvain-la-Neuve (B), 6-9 septembre 2005, CDROM : Session P2.2 : Systèmes multi-utilisateurs et multi-capteurs.
- [CN 5] C. GOURSAUD, Y. ZOUINE, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS «Prise en compte du bruit thermique pour le dimensionnement d'un système DS-OCDMA», 23èmes Journées Nationales d'Optique Guidée 2005 (JNOG 2005), Chambéry,8-10 novembre 2005, pp.228-230.
- [CN 6] M. MORELLE, C. GOURSAUD, A. JULIEN-VERGONJANNE, C. AUPETIT-BERTHELEMOT, J.P. CANCES AND J.M. DUMAS «Codage 2D (temps – longueurs d'onde) pour les systèmes CDMA optiques, *ibid.*, pp. 231-233.

