

UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE Science – Technologie - Santé
FACULTE des Sciences et Techniques

Année : 2006

Thèse n° 39-2006

Thèse

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES

Discipline : Electronique des Hautes Fréquences et Optoélectronique

Spécialité : Communications Optiques et Microondes

Présentée et soutenue publiquement par

Nicolas FAURE

Le 30 août 2006

**Modélisation électromagnétique en présence de charges
d'espace. Application à l'étude de tubes électroniques
de type magnétron**

Thèse dirigée par Monsieur le Professeur B. JECKO et Monsieur P. LEVEQUE

Jury :

Dominique CROS , Professeur, Xlim - MINACOM, Limoges	Président
Jean LAROUR , Chargé de Recherche CNRS, Ecole polytechnique, Palaiseau	Rapporteur
Laurent NICOLAS , Directeur de Recherche CNRS, CEGELY, Lyon	Rapporteur
Alain Joseph DURAND , Ingénieur, Thalès Electron Devices, Vélizy	Examineur
Bernard JECKO , Professeur des Universités, Xlim – OSA, Limoges	Examineur
Philippe LEVEQUE , Chargé de Recherche CNRS, Xlim – OSA, Limoges	Examineur
Denis DUMONT , Ingénieur, COVIMAG, Brive	Invité
Daniel DOUNIES , Ingénieur, COVIMAG, Brive	Invité

UNIVERSITE DE LIMOGES

ECOLE DOCTORALE Science – Technologie - Santé
FACULTE des Sciences et Techniques

Année : 2006

Thèse n° 39-2006

Thèse

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES

Discipline : Electronique des Hautes Fréquences et Optoélectronique

Spécialité : Communications Optiques et Microondes

Présentée et soutenue publiquement par

Nicolas FAURE

Le 30 août 2006

**Modélisation électromagnétique en présence de charges
d'espace. Application à l'étude de tubes électroniques
de type magnétron**

Thèse dirigée par Monsieur le Professeur B. JECKO et Monsieur P. LEVEQUE

Jury :

Dominique CROS , Professeur, Xlim - MINACOM, Limoges	Président
Jean LAROUR , Chargé de Recherche CNRS, Ecole polytechnique, Palaiseau	Rapporteur
Laurent NICOLAS , Directeur de Recherche CNRS, CEGELY, Lyon	Rapporteur
Alain Joseph DURAND , Ingénieur, Thalès Electron Devices, Vélizy	Examineur
Bernard JECKO , Professeur des Universités, Xlim – OSA, Limoges	Examineur
Philippe LEVEQUE , Chargé de Recherche CNRS, Xlim – OSA, Limoges	Examineur
Denis DUMONT , Ingénieur, COVIMAG, Brive	Invité
Daniel DOUNIES , Ingénieur, COVIMAG, Brive	Invité

*A mes parents,
A mon frère,
A tous ceux qui me sont chers,*

Un hamster de laboratoire dit à un congénère : « J'ai dressé le savant. Chaque fois que j'appuie sur ce bouton, il m'apporte à manger ».

Freddy Meyer.

« Je regrettais évidemment l'œuvre que j'avais réalisée pour elle-même et que j'aimais comme toutes les choses que nous avons créées. Tout cela maintenant allait mourir. Mais après tout, n'est-ce point la rançon de toutes les joies humaines ? Il faut les payer tôt ou tard par le renoncement et le sacrifice. Il est bon de le savoir, non pour arriver à l'indifférence et à l'inertie, qui logiquement seraient la suprême sagesse, mais pour être prêt à recommencer toujours avec sérénité ».

Henry De Monfreid

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier P. LEVEQUE, Chargé de Recherche au CNRS, qui m'a encadré dans mes recherches depuis le D.E.A.. Merci pour les conseils, les méthodes de travail, les connaissances transmises, la patience, le temps précieux qu'il a su m'accorder, la passion débordante qui l'anime ainsi que pour les maux de tête. L'élève n'a pas encore dépassé le maître mais je te promets dès à présent l'emploi de la deuxième personne du singulier.

Je remercie d'autre part Messieurs A. BARTHELEMY, Directeur de Recherche au CNRS, et P.Y. GUILLON, Professeur des Universités, pour m'avoir accueilli au sein de leur Laboratoire ainsi que Monsieur B. JECKO, Professeur des Universités, pour m'avoir accueilli au sein de son équipe.

J'exprime ma profonde gratitude et mes plus vifs remerciements à Messieurs J. LAROUE, Chargé de Recherche au CNRS, et L. NICOLAS, Directeur de Recherche au CNRS, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de rapporter ce manuscrit. Merci pour l'attention qu'ils ont portée à mes travaux.

Je remercie aussi Monsieur D DUMONT, PDG de COVIMAG, pour avoir souscrit à cette collaboration qui donne du relief à mes travaux. Une pensée pour les ingénieurs de COVIMAG pour l'aide précieuse et les connaissances qu'ils ont su me transmettre avec passion. Je pense en particulier à Messieurs D. DOUNIES et J.P. PROVENT.

Je remercie enfin D. CROS, Professeur des Universités, pour avoir accepté de présider cette soutenance.

Comment ne pas remercier Mademoiselle N. AYMARÉ pour sa patience, sa disponibilité, pour toutes les tracasseries dont elle nous soulage ainsi que pour ses poissons d'avril. J'associe à ces remerciements toutes mes collègues de bureau Laure, Marylène et Aïce qui, malgré leur acharnement, n'ont jamais réussi à me faire pleurer, sauf peut-être le jour de mon départ car je vais évidemment les regretter. Spéciale dédicace à Claire K. qui ne se reconnaîtra pas.

Un grand merci à tous ceux qui m'ont accompagné durant cette période universitaire et qui m'ont apporté humainement. Finalement, c'est bien là l'essentiel. Je ne les citerai pas tous mais il y a ceux qui font partie « du cercle de réflexions nocturnes » : Hervé (P'tit bichon maltais), Anthony (toto), Aymerie, Michael (Crash), François (Choupi), Sébastien (Youri), Sébastien (Sami), Éric (Dopo), Delphine (Mémé) (même les filles s'y mettent, où va le monde ?), les supporters des girondins : David (Bouigeoux), Laurent (Bix), Sébastien (Rain's), les adeptes des « débats engagés de midi » etc....

Comment oublier Vincent et Mathias (comme quoi on peut aller loin sans le BAC !), Fabien, Jenny, Benoît, Grégoire, Marthe, Arnaud (déjà un quart de siècle !). Déjà beaucoup de souvenirs en commun. Il faudra faire attention lorsqu'on se revoit, on dirait un troupeau de vieux qui se remémorent leur jeunesse. La seule différence c'est que nous, on s'en rappelle encore

Je garde évidemment le meilleur pour la fin, sans vouloir offenser les personnes précédemment citées. Je tiens à remercier tous ceux de ma famille qui ont réussi à suivre les épisodes de ma carrière universitaire en me supportant jusqu'au bout. J'ai une pensée émue pour ceux qui n'en connaîtront jamais le dénouement. Je tiens à remercier Claude, Chantal, Luc, Lise, mes grands-parents, mes tantes, Natacha, mon frère Éric et bien sûr mes parents à qui je dois beaucoup. Comme à mon habitude je resterai discret et mesuré dans l'expression de mes sentiments mais je n'en pense pas moins....

Table des matières

TABLE DES MATIERES

Table des matières	
INTRODUCTION GENERALE	1
1 CHAPITRE I : Présentation générale	7
1.1 Introduction	9
1.2 Les sources de puissance	9
1.2.1 Classification des tubes hyperfréquences.....	10
1.2.1.1 Tubes à interaction longitudinale	12
1.2.1.1.1 Formation du faisceau	12
1.2.1.1.2 Focalisation du faisceau	12
1.2.1.1.3 Mécanisme de fonctionnement en hyperfréquences	14
1.2.1.1.4 Tubes utilisant des lignes à structure périodique	15
1.2.1.1.5 Exemple du klystron.....	16
1.2.1.2 Tubes à champs croisés	17
1.2.1.2.1 Comportement statique	17
1.2.1.2.2 Mécanisme de fonctionnement en hyperfréquences	17
1.2.1.2.3 Le magnétron.....	18
1.3 Méthode Particule In Cell (PIC)	25
1.3.1 Modèle objet.....	28
1.3.2 Systèmes Maxwell-Vlasov	29
1.3.3 Méthode particulière - Force de Lorentz.....	30
1.3.4 Interpolation des grandeurs	31
1.3.5 Correction du champ électrique – Conservation de la quantité de charge	33
1.3.5.1 Boris	33
1.3.5.2 Langdon Marder	33
1.3.5.3 Méthode hyperbolique.....	34
1.3.5.4 Conclusion.....	34
1.3.6 Calcul du courant conservant la charge.....	35
1.3.6.1 Villasenor – Buneman	35
1.3.6.2 Umeda	38
1.3.6.3 Esirkepov.....	39
1.3.6.4 Conclusion.....	40

1.3.7	Traitements complémentaires	40
1.3.8	Méthode semi-lagrangienne	41
1.3.9	Codes existants	41
1.3.10	Choix de la méthode	41
	Bibliographie.....	43
2	CHAPITRE II : Outils et études numériques pour la modélisation de magnétron	47
2.1	Introduction	49
2.2	Définition des grandeurs fondamentales.....	49
2.2.1	Notion de champ	49
2.2.2	Champ électrique.....	50
2.2.3	Densité de charge	50
2.2.4	Densité de courant \vec{J}	50
2.2.5	Induction magnétique \vec{B}	52
2.2.6	Aimantation \vec{M}	52
2.2.7	Champ magnétique \vec{H} , perméabilité μ	52
2.2.8	Déplacement électrique \vec{D} , champ de polarisation \vec{P} , permittivité ϵ	53
2.3	Equations de l'électromagnétisme.	54
2.3.1	Equation de Maxwell - Forme locale	54
2.3.2	Equation de continuité.....	55
2.3.3	Potentiel vecteur magnétique	55
2.3.4	Potentiel scalaire (en régime statique)	55
2.4	Méthode numérique, modèle différences finies	56
2.5	Code magnétostatique.....	57
2.5.1	Introduction	57
2.5.2	Rappel de magnétostatique.....	58
2.5.3	Milieux magnétiques	58
2.5.3.1	Matériaux paramagnétiques	59
2.5.3.2	Matériaux diamagnétiques	59
2.5.3.3	Matériaux ferromagnétiques	59
2.5.4	Mise en équation du problème	61
2.5.4.1	Equations à résoudre	61

TABLE DES MATIERES

2.5.4.2	Prise en compte des termes sources	62
2.5.4.3	Traitement des interfaces	63
2.5.5	Discrétisation des équations en 2D	63
2.5.5.1	Traitement du laplacien	63
2.5.5.2	Traitement de l'excitation	65
2.5.5.3	Calcul de l'induction	66
2.5.6	Traitement des interfaces et conditions particulières	67
2.5.6.1	Condition dans l'axe.....	67
2.5.6.2	Limite du volume de calcul.....	67
2.5.6.3	Traitement des interfaces	68
2.5.7	Méthodes itératives et optimisation des performances	69
2.5.8	Vérification du code	71
2.5.8.1	Spire	72
2.5.8.2	Solénoïde fini	73
2.5.8.3	Prise en compte des aimants.....	73
2.5.8.3.1	Cylindre.....	73
2.5.8.3.2	Anneau	74
2.5.8.4	Vérifications expérimentales.....	74
2.5.9	Simulation de structures magnétiques type magnétron.....	74
2.5.10	Conclusion.....	75
2.6	Code électrostatique	76
2.6.1	Dualité électrostatique – magnétostatique.....	76
2.6.2	Discrétisation des équations	77
2.6.3	Validations de l'outil.....	78
2.7	Code PIC	79
2.7.1	Introduction	79
2.7.2	Equations générales.....	79
2.7.2.1	Equations de Maxwell.....	79
2.7.2.2	Déplacement des particules chargées.....	80
2.7.2.3	Calcul du courant avec conservation de la charge	81
2.7.2.4	Schéma itératif.....	81
2.7.3	Réalisation d'un code PIC 2D	83
2.7.3.1	Interpolation des champs.....	83
2.7.3.1.1	Centrage temporel	83

2.7.3.1.2 Centrage spatial	84
2.7.3.2 Déplacement des particules	85
2.7.3.3 Calcul des densités de courant	87
2.7.3.4 Schéma itératif propre à la méthode de calcul de densité	89
2.7.4 Vérification du code	90
2.8 Conclusion.....	90
Bibliographie.....	93
3 CHAPITRE III : Résultats statiques et électromagnétiques à froid....	95
3.1 Introduction	97
3.2 Présentation détaillée des structures du type magnétron strappé.....	98
3.3 Aspect statique.....	102
3.3.1 Magnétostatique	102
3.3.1.1 AMN245.....	102
3.3.1.1.1 Structure de référence.....	103
3.3.1.1.2 Influence de la perméabilité	106
3.3.1.1.3 Influence des bobines	107
3.3.1.2 Influence des matériaux magnétiques	108
3.3.1.2.1 Conclusion.....	112
3.3.1.3 AMN58.....	112
3.3.1.4 AMN30.....	114
3.3.1.5 Conclusion.....	117
3.3.2 Electrostatique	118
3.3.3 Conclusion.....	118
3.4 Electromagnétisme sans charge d'espace	119
3.4.1 Magnétron AMN245	119
3.4.1.1 Modélisation de la source en fdtd et observation des modes de la cavité.....	119
3.4.1.2 Analyse du spectre et des modes de cette cavité résonnante.....	120
3.4.1.3 Etude du mode pi.....	123
3.4.1.4 Remarque	125
3.4.2 Influence des straps	125
3.4.2.1 Répartition des charges sur les ailettes.....	125
3.4.2.2 Rôle des straps.....	126
3.4.2.3 Illustration sur le MAG245 sans strap.....	126

3.4.2.4	Structure « rising sun ».....	127
3.4.2.5	Etudes complémentaires.....	130
3.4.2.5.1	Influence de la position des straps.....	130
3.4.2.5.2	Influence du nombre de paires de straps sur les fréquences de résonance de la cavité du magnétron MAG245	132
3.4.2.5.3	Etude d'un magnétron à quatre paires de straps.....	133
3.4.2.5.4	Excitation d'un mode supérieur	134
3.4.2.6	Conclusion.....	138
3.4.3	Influence de la géométrie	138
3.4.3.1	Cathode.....	138
3.4.3.2	Nombre de cavités élémentaires.....	139
3.4.3.3	Hauteur des cavités.....	141
3.4.3.4	Taille des straps	142
3.4.4	Modèle équivalent pour mode pi.....	144
3.4.4.1	Modèle équivalent de type circuit	145
3.4.4.2	Calcul de self et capacité classique	146
3.4.4.3	Autre méthode de détermination de self et capacité dans une cavité.....	148
3.4.4.4	Résultats sur le AMN245	150
3.4.5	Tableau récapitulatif des principales structures étudiées. Comparaison entre expérimentation, simulation et prévision du modèle analytique.....	152
3.4.6	Conception d'une structure résonnante sur le mode pi à 3 GHz à partir du MAG245.....	153
3.5	Conclusion.....	156
	Bibliographie.....	159
4	CHAPITRE IV : Simulations PIC.....	161
4.1	Introduction	163
4.2	Traitement des particules	163
4.2.1	Traitement de l'anode.....	164
4.2.2	Traitement de la cathode	165
4.2.3	Application au code PIC et au traitement des particules entrantes et sortantes .	167
4.2.3.1	Définitions.....	167
4.2.3.2	Mise en place des charges dans le code PIC	169
4.2.3.2.1	Cas des particules entrantes.....	169

TABLE DES MATIERES

4.2.3.2.2 Cas des particules sortantes.....	170
4.2.3.2.3 Récapitulatif	171
4.3 Application au code PIC 2D cartésien.....	172
4.3.1 Justification de la synthèse d'un code 2D	172
4.3.2 Hypothèses de travail en deux dimensions	173
4.3.3 Normalisation des grandeurs.....	175
4.3.4 Validation du code 2D.....	176
4.3.5 Validation sur la structure rising-sun AX9	178
4.3.5.1 Modélisation de la transition cavité guide.....	178
4.3.5.2 Conditions de simulation.....	179
4.3.5.3 Résultats de simulations PIC 2D.....	181
4.3.5.4 Remarques d'ordre général	188
4.4 Application au code PIC 3D cartésien.....	191
4.4.1 Validation de l'outil	192
4.4.2 Commentaire	194
4.5 Conclusion.....	194
Bibliographie.....	197
CONCLUSION GENERALE	199
ANNEXES.....	205

INTRODUCTION GENERALE

Malgré l'essor de l'état solide au détriment des tubes électroniques, ce qui est le cas pour les émetteurs de télévision numérique par exemple, certaines applications spécifiques nécessitent l'utilisation de magnétrons en régime CW ou impulsionnel.

Les industriels fabriquant ces tubes sont donc obligés de faire évoluer leurs produits et deux voies sont alors envisagées. D'une part, la montée en puissance. Ces sources sont capables de générer de très fortes puissances notamment en régime pulsé. Une augmentation de la fréquence de fonctionnement peut d'autre part être obtenue. Les niches fréquentielles visées se situent en haut de spectre millimétrique voir même dans le spectre submillimétrique autour du TéraHertz où il n'y a quasiment pas de source commercialisée actuellement. Dans ce dernier cas, la puissance délivrée par la source reste très faible.

Notre travail s'inscrit dans le cadre du projet Onde et Santé mené au sein de l'équipe Ondes et Systèmes Associés de l'institut de Recherche XLIM. Ce projet s'intéresse à la conception et la caractérisation dosimétrique de systèmes d'exposition pour l'étude des interactions des ondes électromagnétiques avec le vivant. Il s'appuie sur le développement d'outils de simulation numérique, de sources à base de tubes électroniques (magnétron, carcinotron ...).

Le travail présenté dans ce mémoire fait référence à l'aspect source. Nous sommes en collaboration avec COVIMAG, un partenaire industriel fabricant de tubes à vide. Notre objectif est d'apporter notre contribution pour le développement ou la conception de magnétrons pouvant entraîner une réduction du temps et du coût de production. Notre apport concerne la modélisation numérique des sources qui est complémentaire au développement expérimental.

Très peu de codes commerciaux permettant de modéliser ce type de tubes sont disponibles. Le terme de code PIC, pour Particle-In-Cell, est couramment employé pour désigner les codes modélisant l'interaction entre le champ électromagnétique et la charge d'espace. Nous choisissons cependant de développer nos propres outils. Lorsque nous utilisons un logiciel de simulation, un certain nombre de critères nous paraissent importants. D'une part, la maîtrise du code, de ses possibilités et de ses limites. D'autre part la possibilité de le faire évoluer pour répondre à de nouveaux besoins. Nous avons de plus, au sein du laboratoire, une grosse expérience au niveau du développement de code et, par conséquent, les compétences pour développer un code PIC. Nous pouvons enfin remarquer que la

réalisation d'un tel code permettra au laboratoire d'acquérir de nouvelles compétences et de lancer ainsi de nouveaux partenariats.

Notre travail s'articule autour de quatre parties.

Dans le premier chapitre, nous présenterons tout d'abord le principe de fonctionnement des deux grandes familles de tubes hyperfréquence que sont les tubes à interaction longitudinale ou les tubes à champs croisés dont le magnétron fait partie. Cette source sera particulièrement détaillée car elle nous servira de référence durant toute cette étude. Nous exposerons ensuite de façon générale la méthode PIC avec différentes possibilités pour traiter la modélisation entre champs électromagnétiques et charge d'espace. Nous opterons pour une vision plutôt particulière que plasma qui est une bonne approche pour prendre en compte la charge d'espace dans les tubes à vide.

Dans un deuxième temps, les différents aspects inhérents aux magnétrons, la magnétostatique, l'électrostatique, l'électromagnétisme sans charge d'espace seront découplés de l'électromagnétisme avec charge d'espace. La méthode numérique à la base de ces codes est les Différences Finies dans le Domaine Temporel. Elle fera l'objet d'une présentation très succincte. Le traitement séparé de ces aspects permettra de mieux comprendre leur influence sur le fonctionnement global de la source. Nous effectuerons un rappel des grandeurs physiques fondamentales puis, après un rappel de magnétostatique, nous présenterons en détail tous les outils développés avec le schéma différences finies. Il est important que tous nos codes soient compatibles et respectent donc le même schéma. Chaque synthèse de code sera suivie d'une étape de validation théorique et dans certains cas expérimentale, indispensable pour homologuer les résultats.

Dans le troisième chapitre, nous mènerons une étude qualitative sur l'influence des éléments composant la source. D'un point de vue statique, un travail sera effectué sur le rôle des matériaux magnétiques. Au final, nous émettrons certaines règles de conception que nous appliquerons pour optimiser une structure existante et accroître ainsi ses performances en terme d'induction générée au centre de la cavité. Concernant l'aspect électromagnétique à froid, nos simulations permettront de confirmer les résultats analytiques présents dans la littérature. Nous caractériserons le mode de fonctionnement de la source classiquement utilisé et nous appréhenderons l'influence d'éléments constitutifs de la cavité sur la fréquence de résonance de ce mode. Les conclusions quant au rôle de ces éléments nous permettront

ensuite de proposer une structure résonnant à 3 GHz. En parallèle de l'étude électromagnétique numérique, nous examinerons les résultats donnés par un modèle équivalent simple de type circuit. Il est toujours intéressant, lorsque c'est possible, d'assimiler une structure à développer à un circuit équivalent pour la dimensionner rapidement.

Enfin, dans la dernière partie, après avoir introduit le traitement effectué sur les particules heurtant les électrodes, nous validerons le code PIC 2D. Certaines hypothèses de travail permettront, pour une structure de type rising-sun, de réduire l'étude à deux dimensions. Nous verrons que les résultats obtenus avec notre code 2D sont cohérents. Confortés dans les choix effectués, nous développerons un code PIC 3D reprenant les solutions envisagées en deux dimensions. Il s'ensuivra une étape de validation du code 3D semblable à celle effectuée en deux dimensions.

1 CHAPITRE I : Présentation générale

❖ **Les sources de puissance**

❖ **Méthode Particle-In-Cell**

❖ **Bibliographie**

1.1 Introduction

Nous allons tout d'abord nous attacher à présenter les deux grandes familles de tubes à vide à travers leur architecture et leur mode de fonctionnement. Nous nous attarderons en particulier sur le magnétron qui nous sert de référence dans la suite de cette étude. Nous exposerons ensuite différentes méthodes classiquement employées pour modéliser l'interaction entre une charge d'espace et un champ électromagnétique.

1.2 Les sources de puissance

Un tube hyperfréquence est une cavité sous vide poussé dans laquelle l'énergie d'un faisceau d'électrons permet de générer ou d'amplifier une onde électromagnétique. Le tube comporte essentiellement deux éléments distincts : le faisceau d'électrons (ou charge d'espace) constituant la source d'énergie cinétique ou potentielle et une cavité résonnante avec une charge de sortie dimensionnée de telle sorte que le faisceau cède une partie importante de son énergie à l'onde par interaction mutuelle à une fréquence donnée.

Le faisceau d'électrons se propageant dans le tube tire son énergie d'une alimentation continue délivrant une différence de potentiel élevée V entre deux électrodes. Cette tension correspond à l'énergie des électrons. Le tube constitue une cavité résonnante qui emmagasine une partie de cette énergie et en dissipe une autre par l'intermédiaire de sa charge. Nous avons donc une partie de la puissance emmagasinée qui est convertie en rayonnement hyperfréquence alors qu'une autre est dissipée sous forme de perte calorifique. Il est alors possible de définir le rendement d'un tube par le rapport entre la puissance disponible sur la charge de sortie et la puissance continue de l'alimentation. En d'autre terme, le rôle de telles sources de puissance est de convertir de l'énergie basse fréquence en énergie haute fréquence, par l'intermédiaire d'électrons, à fréquence donnée en régime pulsé ou Constant Wave. Différents ouvrages présentent la théorie des principaux types de tube [1], [2], [3], [4].

1.2.1 Classification des tubes hyperfréquences

Il existe différents types de tubes hyperfréquences mais nous distinguons deux familles principales : les tubes à interaction longitudinale de type « O » comme ordinaire et les tubes à champs croisés de type « M » comme magnétron. Dans les deux cas, les échanges d'énergie se font avec une condition de synchronisme entre la vitesse de déplacement des électrons et la vitesse de phase de l'onde électromagnétique présente dans la cavité résonnante. Dans la première famille figurent les klystrons, les gyrotrons, les tubes à onde progressive ou régressive ainsi que des tubes hybrides. Dans le second groupe, nous pouvons classer les magnétrons, les carcinotrons et les amplificateurs à champs croisés. Le Tableau 1 traduit l'état de l'art sur les différentes sources déjà citées.

Tubes	Fréquence ----- Largeur de bande	Puissance de sortie	Avantages ----- Inconvénients	Application
Klystron	0.1 – 300 GHz 5 – 10 %	10 kW cw 10 MW pulsé	Forte puissance Faible bruit ----- faible largeur de bande	Radar, télévision, chauffage industriel, satellite, médecine
TOP à hélice	1 – 90 GHz 2 à 3 octaves	20 W cw 20 kW cw	Large bande ----- rendement manutention	Spatial, radar, télécoms, contre- mesure
TOP à cavités couplées	1 – 200 GHz 10 – 20 %	300 W cw 250 kW pulsé	Puissance moyenne ----- complexité, coût,	Radar avion, satellite, télécoms
Gyrotron	30 – 200 GHz 10 %	0.2 – 3 Mw pulsé	Forte puissance, haute fréquence ----- forte tension	Radar, accélérateur, chauffage industriel
Magnétron	1– 300 GHz	10 kW cw 10 MW pulsé	Simplicité, coût, robustesse ----- bruit	Médecine, chauffage industriel
Amplificateur à champs croisés	1 – 30 GHz 10 – 20 %	1 kW cw 5 MW pulsé	Compacité, rendement ----- coût, complexité	Radar mobile, radar, chauffage industriel

Tableau 1 Classification des tubes à vide et performances.

1.2.1.1 Tubes à interaction longitudinale

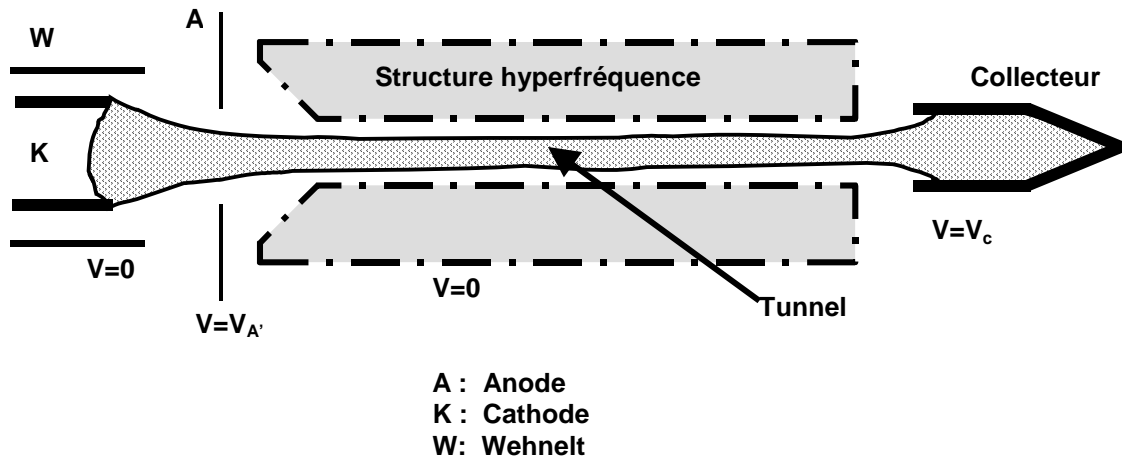


Figure 1 Tube à interaction longitudinale.

1.2.1.1.1 Formation du faisceau

Ces tubes comportent un faisceau long et fin circulant dans un tunnel faisant partie du circuit hyperfréquence Figure 1. Il existe plusieurs mécanismes de création et de formation de faisceaux d'électrons. Initialement, les électrons sont émis à partir d'une cathode, portée à très haute température pour abaisser l'énergie d'extraction, puis accélérés par une différence de potentiel V_0 appliquée entre la cathode et le tunnel. Le canon à électron le plus répandu est celui de Pierce. Il est formé par une cathode en forme de calotte sphérique et d'une électrode de focalisation appelée wehnelt. Celle-ci entoure la cathode et permet d'avoir un faisceau convergent. Le faisceau, peut être éventuellement contrôlé en intensité soit par une grille placée au voisinage de la cathode et portée à une tension très faible ($V_0/100$ par exemple), soit par une anode de contrôle, intercalée entre la cathode et l'entrée du tunnel ou l'anode A. Le faisceau termine sa course sur un collecteur qui, comme le canon, ne comporte pas d'éléments hyperfréquences.

1.2.1.1.2 Focalisation du faisceau

Les effets de répulsion mutuelle des électrons ou effets de charge d'espace, s'opposent au maintien d'un faisceau fin et long. Pour tenir compte de ces effets, un dispositif de focalisation est nécessaire. Il existe essentiellement deux méthodes de focalisation : la focalisation électrostatique et la focalisation magnétique.

Focalisation électrostatique : le tunnel n'est plus à potentiel constant, mais est constitué d'une suite de lentilles électrostatiques. Malgré sa faible masse, ce système n'est pratiquement pas utilisé par suite des tensions élevées qu'il conduit à appliquer tout le long du tube.

Focalisation magnétique : c'est de beaucoup le dispositif le plus utilisé. Il s'appuie sur le fait qu'un champ magnétique exerce sur un électron une force égale à $-\vec{e}\vec{v} \wedge \vec{B}$, où \vec{B} est l'induction magnétique, e la charge de l'électron et \vec{v} la vitesse de celui-ci. S'il apparaît, par la divergence du faisceau, une vitesse radiale, celle-ci donne, sous l'action d'un champ magnétique longitudinal, une force azimuthale. L'électron prend donc un mouvement de rotation autour de l'axe : cette vitesse de rotation entraîne, de la part du champ magnétique, une force dirigée vers l'axe et qui s'oppose à la divergence du faisceau. Le changement de sens du champ magnétique se traduit simplement par un changement du sens de rotation, sans modification de la force qui rappelle l'électron vers l'axe. Le champ magnétique longitudinal peut être créé par une bobine Figure 2 ou un aimant tubulaire Figure 3. Sa valeur minimale, déterminée par Brillouin, correspond à la condition pour laquelle un faisceau reste parfaitement cylindrique.

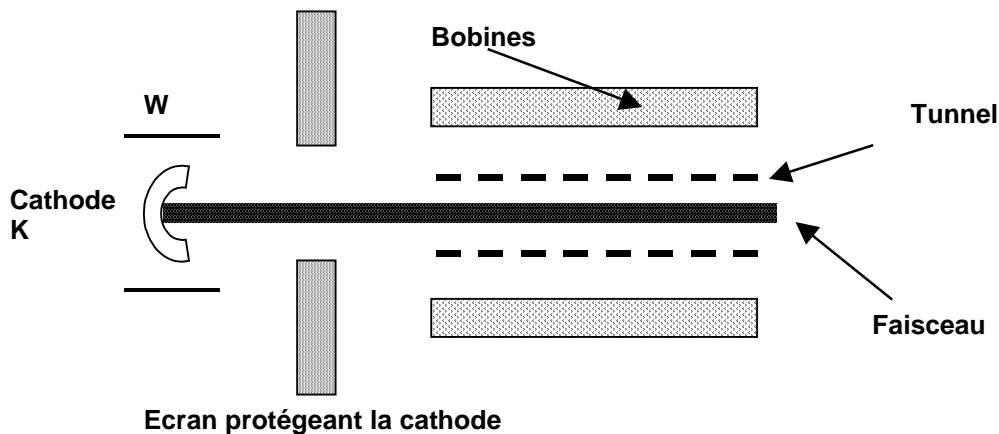


Figure 2 *Focalisation par solénoïde.*

Si nous changeons brutalement de sens le champ magnétique, à condition que ce changement se fasse sur une distance relativement courte, les propriétés de focalisation du système sont inchangées. Nous pouvons étendre ce dispositif et arriver à une focalisation par champs magnétiques alternés Figure 3a. Dans ce cas, le champ magnétique sur l'axe a une allure sinusoïdale Figure 3b. Ce dispositif de focalisation alternée conduit à un ensemble très léger et compact.

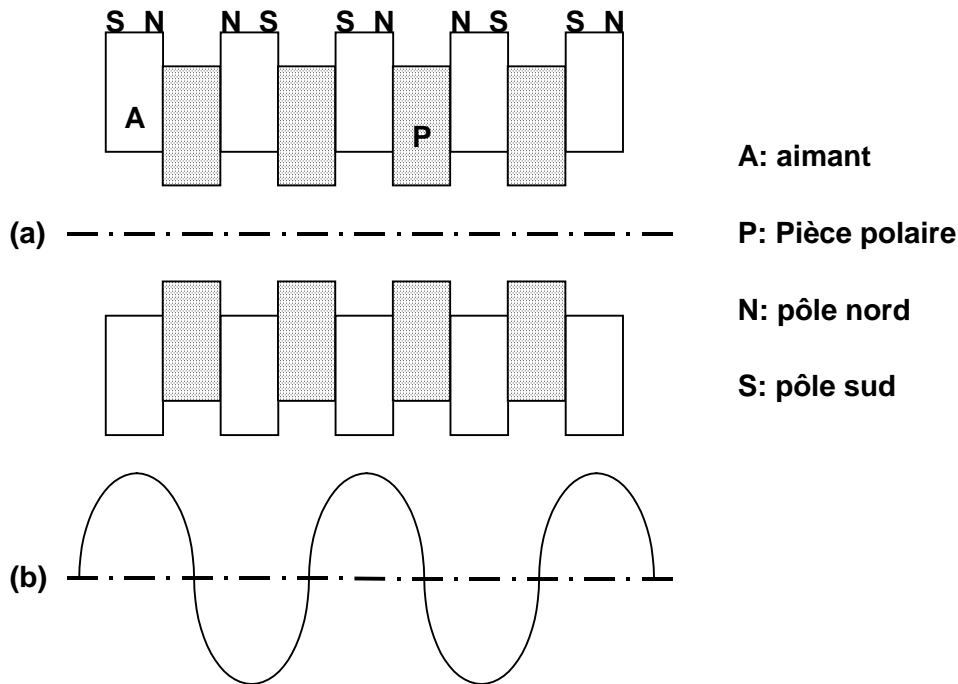


Figure 3 Focalisation par champs magnétiques.

1.2.1.1.3 Mécanisme de fonctionnement en hyperfréquences

Il est basé sur trois actions successives :

- modification périodique de la vitesse des électrons par le champ, soit d'une cavité, soit d'une ligne à structure périodique ;
- groupement en paquets des électrons sous l'influence de cette variation ou modulation de vitesse, les électrons accélérés tendant à rattraper ceux qui, passés plus tôt, ont été freinés ;
- excitation d'une cavité ou d'une ligne à structure périodique par le passage dans son champ de ces paquets d'électrons. L'énergie hyperfréquence, cédée par le faisceau à la cavité ou à la ligne à structure périodique, est prélevée sur l'énergie cinétique des électrons.

Lorsque les paquets tendent à se former, les forces de répulsion mutuelle des électrons s'opposent à ce rapprochement. Tant que les composantes alternatives restent petites par rapport aux composantes continues correspondantes, nous pouvons représenter, au moins de façon approchée, le comportement du faisceau par la superposition de deux ondes de charge d'espace, une onde lente et une onde rapide. Nous constatons, lorsque les électrons se déplacent le long du tube, que la modulation de vitesse diminue progressivement le long de

l'axe et qu'une modulation d'intensité, ou courant alternatif, apparaît. La transformation est complète à une distance qui dépend de la vitesse initiale des électrons, de la fréquence angulaire et d'une constante de propagation.

Ce mécanisme est exactement celui d'un klystron amplificateur à deux cavités, tube dans lequel, l'énergie Haute Fréquence fournie à la première cavité module la vitesse du faisceau. Le courant créé par le rassemblement des électrons entre les deux cavités, excite la cavité de sortie et permet d'en tirer une puissance supérieure à celle qui a été fournie à la première cavité.

1.2.1.1.4 Tubes utilisant des lignes à structure périodique

Dans ces tubes, les actions de modulation de vitesse, de groupement des électrons en paquets et d'excitation du circuit se font simultanément. Pour qu'elles aient lieu, il faut que les champs des cellules successives de la ligne agissent à peu près en synchronisme sur le faisceau. Si le champ dans la première cellule est $\sin(\omega t)$, les champs des cellules successives sont en $\sin(\omega t - \Psi)$, $\sin(\omega t - 2\Psi)$, etc.

En notant p la distance entre cellules, si l'instant de passage d'un électron dans la première cellule est t_0 , il est dans les cellules successives :

$$t_0 + \frac{p}{v_e}, \quad t_0 + \frac{2p}{v_e}, \quad \text{etc ...}$$

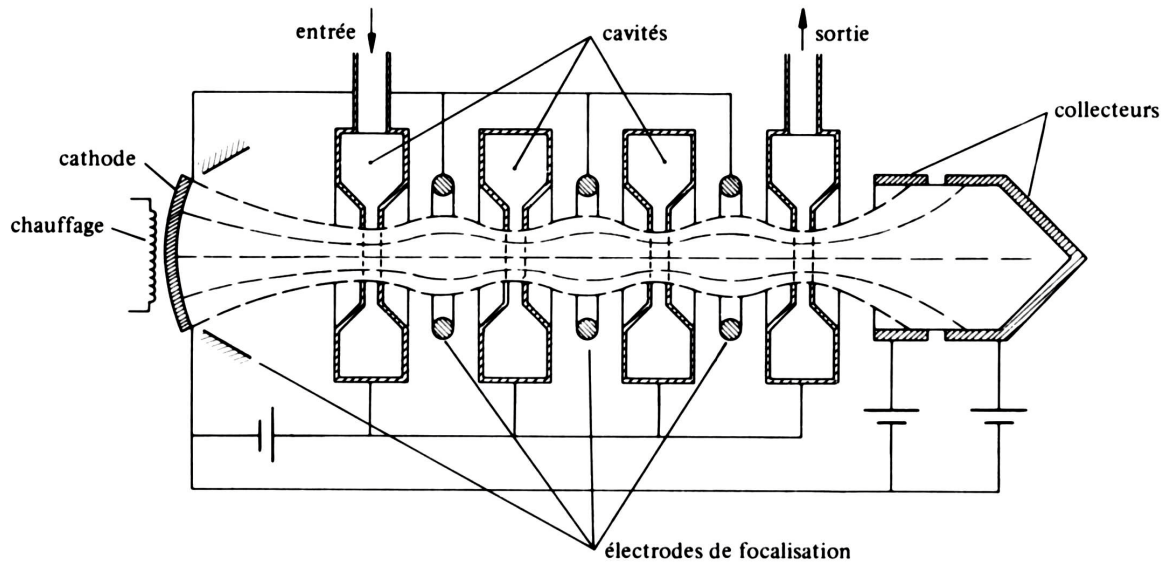
Cet électron voit donc le champ successivement comme : $\sin \omega t_0$, $\sin \left[\omega \left(t_0 + \frac{p}{v_e} \right) - \Psi \right]$, etc.

La condition de synchronisme s'écrit :

$$\omega p / v_e = \Psi + 2n\pi$$

La condition de synchronisme coïncide avec l'égalité de la vitesse des électrons et de l'une des vitesses de phase supportée par la ligne. Cette onde, en synchronisme avec le faisceau, peut être progressive ou régressive. Cela donne naissance à deux catégories de tubes, les tubes à ondes progressives (TOP), dans lesquels l'énergie se déplace dans le même sens que le faisceau, et les tubes à ondes régressives (TOR), dans lesquels l'énergie se déplace en sens inverse du faisceau.

1.2.1.1.5 Exemple du klystron

Figure 4 *klystron multicavités [2].*

Ce sont des tubes à interaction longitudinale à cavités Figure 4. Celles-ci, généralement au nombre de 2 à 5, sont séparées par des espaces de glissement, qui sont des tunnels de diamètre nettement inférieur à la longueur d'onde et qui ne couplent donc pas les cavités entre elles. La cavité d'entrée est reliée à la source à amplifier, la cavité de sortie à l'organe d'utilisation (la charge utile). Les cavités intermédiaires ne sont en général pas reliées à l'extérieur. Il arrive cependant que, pour ajuster la bande passante, elles soient chargées de façon à en abaisser le coefficient de qualité. La première cavité est excitée par le signal à amplifier, qui provoque une modulation de la vitesse du faisceau ; dans le premier espace de glissement, cette modulation de vitesse donne un courant alternatif. Ce courant excite les oscillations de la deuxième cavité, créant entre ses bornes une tension alternative qui soumet le faisceau à une nouvelle modulation. Dans le deuxième espace de glissement, le faisceau, déjà groupé et soumis aux modulations de vitesse provoquées par les première et deuxième cavités, subit un nouveau groupement et transporte un courant alternatif qui excite la troisième cavité. Ce mécanisme se poursuit jusqu'à la cavité de sortie, qui donne à la charge utile la plus grande partie de l'énergie qu'elle extrait du faisceau.

1.2.1.2 Tubes à champs croisés

1.2.1.2.1 Comportement statique

Ces tubes font intervenir deux types d'influences : celle du champ magnétique, produit généralement par des aimants en ferrite, et celle du champ électrique généré par une différence de potentiel appliquée entre deux électrodes parallèles, planes ou circulaires. L'ordre de grandeur de l'induction magnétique est de 0.4 Tesla soit dix mille fois l'induction magnétique terrestre moyenne. Le champ magnétique est le plus souvent créé par des aimants permanents. Il peut aussi y avoir des bobines qui permettent d'ajuster la valeur du champ. Des éléments magnétiques, appelés pièces polaires, sont ajoutés afin de confiner l'induction magnétique. La différence de potentiel quant à elle peut atteindre plusieurs dizaines de kV dans le cas de magnétrons relativistes. Nous reviendrons par la suite sur l'influence des champs statiques au niveau du fonctionnement de la source. Le champ magnétique est parallèle à l'axe de la cathode alors que le champ électrique est dans un plan perpendiculaire à cet axe. C'est d'ailleurs pour cette raison que nous parlons de tubes à champs croisés. Nous pouvons aussi noter que la cathode est portée à un potentiel négatif alors que l'anode, pour des raisons de sécurité est au potentiel nul.

1.2.1.2.2 Mécanisme de fonctionnement en hyperfréquences

Les tubes à champs croisés sont des tubes à ondes progressives. L'interaction se produit lorsqu'il y a synchronisme entre la vitesse d'entraînement des électrons, au moins pour ceux qui sont les plus proches de la ligne, et la vitesse de phase de l'onde présente dans la structure résonnante. L'électrode négative peut être ou ne pas être émissive (cathode, sole émissive, sole non émissive). En outre, ces tubes peuvent être courbés autour de la direction du champ magnétique. Il en résulte une assez grande variété de structures.

Le mécanisme de fonctionnement, beaucoup plus difficile à analyser que celui des tubes à faisceau linéaire, peut être schématisé comme suit :

- les électrons sont émis par la cathode chauffée, nous parlons d'émission thermoïonique,
- pour les électrons de bonne phase initiale, c'est-à-dire rencontrant un champ longitudinal qui tend à les freiner, leur vitesse azimutale diminue et avec elle, la force de rappel magnétique. Les électrons vont donc vers l'anode, ce qui correspond à une perte d'énergie potentielle mais aussi à un gain en énergie cinétique. Ces particules ayant tendance à être

freinées, c'est le champ HF qui emmagasiner l'énergie. Dans ces tubes le bombardement de l'anode par le faisceau électronique est donc lié au mécanisme de fonctionnement lui-même,

- les électrons qui ne sont pas mis en phase bombardent la cathode ou la sole, en prélevant un peu d'énergie haute fréquence,
- le rendement peut être élevé, si le faisceau, en l'absence du champ alternatif, se déplace à faible vitesse, c'est-à-dire près de la sole.

1.2.1.2.3 Le magnétron

1.2.1.2.3.1 *Structure et accord mécanique des magnétrons*

Le magnétron est une cavité résonnante à géométrie cylindrique constituée de deux électrodes. D'une part la cathode, au centre de la cavité, de forme cylindrique (hélicoïdale, pleine ou grillagée), d'autre part l'anode, entourant la cathode, formée par un nombre pair de cavités (de 8 à 22) déterminant la fréquence de résonance. L'espace séparant les électrodes est appelé espace d'interaction, il est maintenu sous vide poussé. Nous définissons également des cavités élémentaires délimitées par les ailettes, ces ailettes pouvant éventuellement être reliées par des anneaux métalliques appelés straps.

Si l'anode comporte un nombre pair N de cavités élémentaires, il n'a que $(N/2)$ fréquences distinctes de résonance, correspondant à des déphasages d'une cavité à l'autre de $\frac{2\pi n}{N}$ avec $n=1, 2, \dots, N/2$. Les fréquences correspondant à des valeurs de déphasages comprises entre π et 2π sont confondues avec les précédentes, nous parlons de modes dégénérés.

Il y a donc une grande variété de mode d'oscillation, parmi lesquels nous choisissons, en général, celui qui correspond à une valeur π du déphasage entre deux cavités adjacentes, mode qui permet d'obtenir le rendement le plus élevé. Ce mode est d'ailleurs communément appelé « mode Pi »

La Figure 5 représente le circuit qui a été réalisé dans les premiers magnétrons. Ce circuit à cavités possède un désavantage puisque les fréquences de résonance des divers modes sont très voisines. Or, il existe un critère de stabilité, donné par la littérature [5], qui impose un certain écart en fréquence entre les différents modes afin d'avoir un

fonctionnement stable en fréquence. Pour éloigner ces modes les uns des autres, deux méthodes sont envisageables :

- L'utilisation de straps reliant une ailette sur deux dans les cas d'un fonctionnement en mode pi. Figure 6
- L'utilisation d'une structure de type rising-sun pour laquelle les cavités n'ont pas toutes les mêmes dimensions. Figure 7

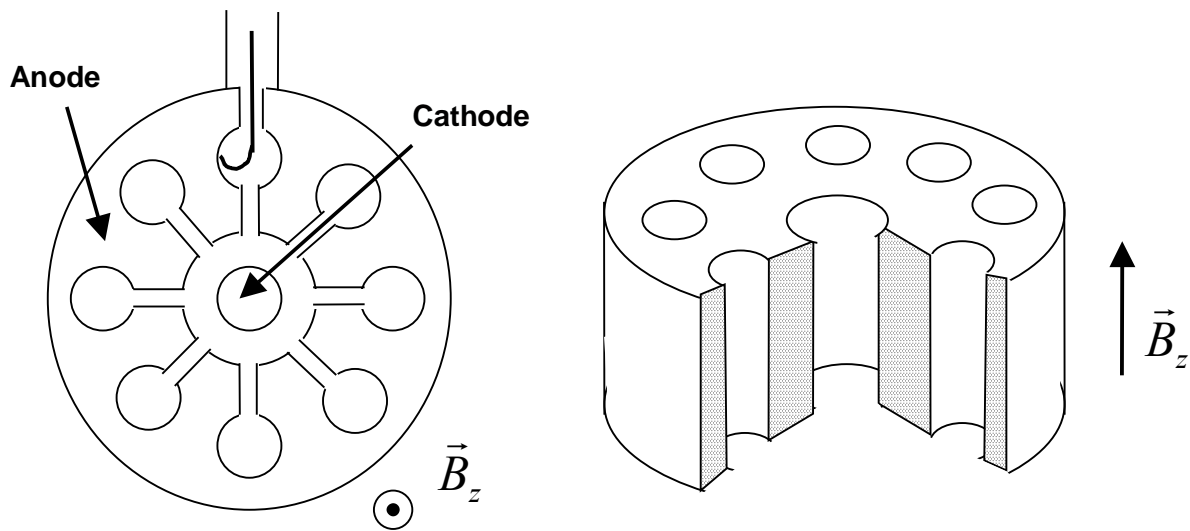


Figure 5 *Magnétron à cavités simples.*

Nous utilisons plus fréquemment aujourd'hui les circuits à vannes strappées.

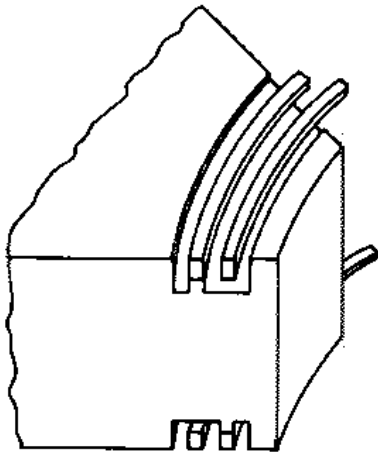


Figure 6 *Magnétron à double strap.*

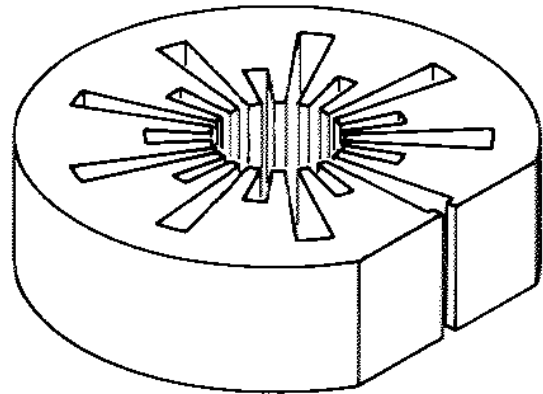


Figure 7 *Structure rising sun.*

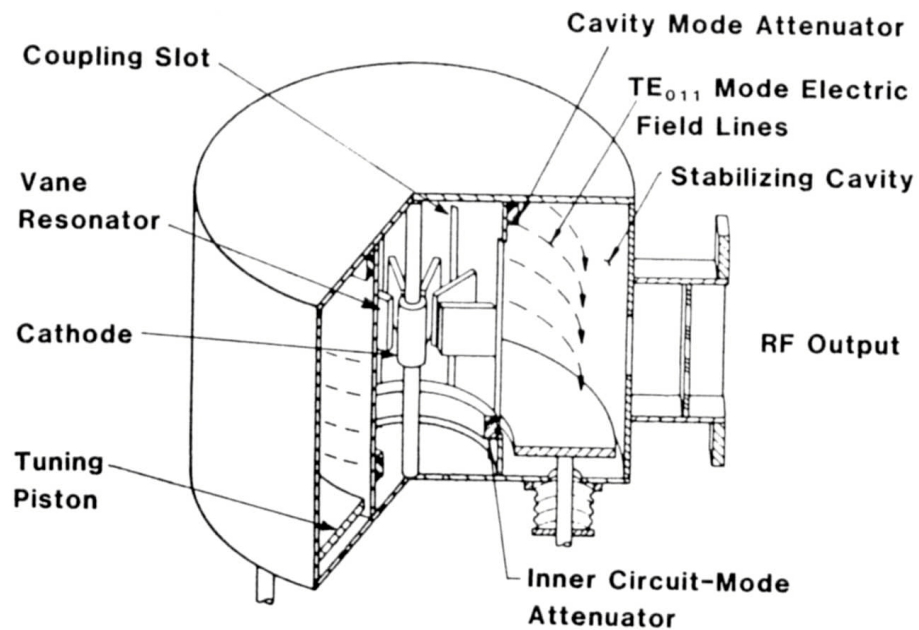


Figure 8 *Magnétron coaxial [48].*

Pour les petites puissances ou les fréquences relativement basses (< 4 GHz), l'énergie est prélevée au moyen d'une ligne coaxiale couplée à l'une des cavités par une boucle Figure 8. Dans les autres cas, l'énergie est prélevée par un guide d'ondes couplé au circuit du magnétron par un transformateur d'impédance convenable Figure 9.

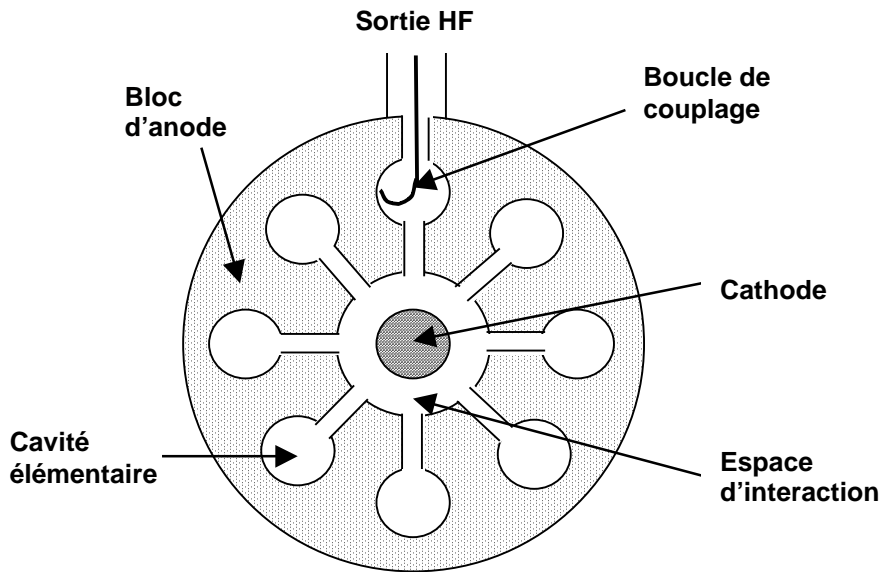


Figure 9 *Boucle de couplage.*

La cathode du magnétron est bombardée par des électrons accélérés par le champ HF. Ce bombardement en retour chauffe la cathode. Ce chauffage, peut obliger à réduire ou même arrêter complètement le chauffage normal de la cathode lorsque le magnétron oscille, le chauffage de la cathode est alors dit entretenu. C'est l'une des sources de limitation de la puissance des magnétrons. Certains modèles très puissants (100 kW en régime permanent) sont munis d'une cathode froide en platine ou en béryllium, qui est alors refroidie par un courant d'huile. Les magnétrons usuels sont munis d'une cathode à oxydes ou d'une cathode imprégnée (corps poreux de tungstène imprégné d'aluminate de baryum ou de calcium). Cette dernière, qui fonctionne à une température plus élevée que la cathode à oxydes, est plus robuste et permet d'atteindre des puissances moyennes environ deux fois plus élevées.

1.2.1.2.3.2 *Nuage électronique en régime pré-oscillatoire – régime de Brillouin*

Nous avons vu précédemment que des électrons étaient arrachés à la cathode chauffée par l'intermédiaire de la différence de potentiel entre anode et cathode. Ceux-ci sont soumis à la force de Lorentz qui fait intervenir les champs électrique et magnétique et la vitesse des électrons dans la relation :

$$\text{éq. 1} \quad \vec{F} = e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}). \quad (\text{N})$$

La force électrique a tendance à faire déplacer les électrons de la cathode vers l'anode alors que la force magnétique incurve leur trajectoire autour de la cathode. Il existe donc une valeur de B pour laquelle les électrons ne parviennent plus à l'anode. Pour cette valeur limite, la trajectoire des électrons sera un cylindre centré sur l'axe de la cathode. Cette condition dite de coupure, correspond au régime de Brillouin [7], [8]. Il est possible d'exprimer l'induction limite. Soit E_0 , le champ électrostatique lié au potentiel V_0 entre anode et cathode, B_{0z} , l'induction induite par les aimants, permettant l'établissement de ce régime. Nous travaillerons en coordonnées cylindriques en faisant l'approximation d'une

géométrie parfaitement cylindrique, c'est à dire : $\frac{\partial V_0}{\partial z} = 0$ $\frac{\partial V_0}{\partial \theta} = 0$

$$B_{0\rho} = 0 \quad B_{0\theta} = 0 .$$

Nous considérons de plus qu'il n'y a pas de répulsion entre électrons. Il vient alors $m\vec{a} = q(\vec{E}_0 + \vec{v} \wedge \vec{B}_0)$ où a représente l'accélération et m la masse de la particule, soit en coordonnées cylindriques,

$$\text{éq. 2} \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \rho \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right)^2 = \frac{e}{m} \left(\frac{\partial V_0}{\partial \rho} - \rho \frac{\partial \theta}{\partial t} B_{0z} \right)$$

$$\text{éq. 3} \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial t} \left(\rho^2 \frac{\partial \theta}{\partial t} \right) = \frac{e}{m} \frac{\partial \rho}{\partial t} B_{0z}$$

Nous définissons la pulsation de Larmor comme $\omega_L = \frac{e}{2m} B_{0z}$. Notons ρ_c le rayon de la cathode, ρ_a celui de l'anode. En supposant que les électrons ne sont pas encore en rotation lorsqu'ils sont arrachés à la cathode, nous déduisons : $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ pour $\rho = \rho_c$. Par

intégration de éq. 3, nous obtenons $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \omega_L \left(1 - \frac{\rho_c^2}{\rho^2} \right)$ puis par report dans éq. 2 :

$$\text{éq. 4} \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \rho \omega_L^2 \left(1 - \frac{\rho_c^4}{\rho^4} \right) = \frac{e}{m} \frac{\partial V}{\partial \rho}$$

En multipliant éq. 4 par $2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \partial t$ puis en intégrant, nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} \right)^2 = 2 \frac{e}{m} V(\rho) - \rho^2 \omega_L^2 \left(1 - \frac{\rho_c^2}{\rho^2} \right)^2, \text{ sachant que pour } \rho = \rho_a, \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \text{ et } V(\rho_a) = V_0,$$

L'expression de l'induction de coupure vaut, in fine :

$$\text{éq. 5} \quad B_c = 2 \frac{\sqrt{V_0}}{\rho_a} \sqrt{\frac{2m}{e}} \left(1 - \frac{\rho_c^2}{\rho_a^2} \right)^{-1}.$$

Cette expression permet de tracer la parabole de coupure Hull qui donne l'évolution de la différence de potentiel en fonction de l'induction magnétique.

Dans le cas de simulations où les électrons deviennent relativistes, il faut compenser leur masse de façon à ce que leur vitesse ne dépasse pas celle de la lumière. Nous

multiplierons m par γ tel que, $\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{-1/2}$.

A potentiel donné, nous sommes capables de déterminer la valeur B_c de l'induction, au-delà de laquelle les électrons ne peuvent plus atteindre l'anode. Ils forment alors un nuage de charge d'espace qui tourne autour de la cathode et d'autant plus près de celle-ci que le champ magnétique est plus grand. Dans les conditions de fonctionnement normal des magnétrons, le nuage d'électrons s'étend à peu près jusqu'à mi-distance de l'anode et de la cathode.

1.2.1.2.3.3 Condition de synchronisme

Tout comme pour les tubes à interaction longitudinale, il faut qu'il y ait une condition d'accord de phase entre le faisceau tournant et une harmonique d'espace transportée sur la ligne circulaire. Cette condition permettra d'avoir un transfert de puissance entre les électrons et le mode présent dans la cavité. L'anode étant une ligne à retard, nous

pouvons à nouveau déterminer la vitesse de phase par : $v_\phi = \frac{\omega \cdot p}{\varphi + 2k\pi}$ où p est la distance

entre cavité soit $p = \rho_a \frac{2\pi}{N}$, $\varphi = \frac{2\pi \cdot n}{N}$ avec n numéro du mode excité et N le nombre de

cavité élémentaires. Nous rappelons que, $n = 0, 1, 2, \dots, \frac{N}{2}$. Nous obtenons la vitesse angulaire

des électrons $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{v_\phi}{\rho_a} = \frac{\omega_n}{n + kN}$. Il y aura un couplage important entre le champ dans la

cavité et le faisceau d'électrons si, cette vitesse angulaire est égale à la vitesse de phase angulaire de l'harmonique considérée. Nous déduisons la condition de synchronisme sur

l'accord de phase : $\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{eB_{0z}}{2m} \left(1 - \frac{\rho_c^2}{\rho_a^2} \right) = \frac{\omega_n}{n + kN}$.

Hartree a montré que le synchronisme était maintenu au-delà de la condition de coupure tant que la relation suivante était vérifiée :

$$\text{éq. 6} \quad eV_0 = \frac{1}{2} eB_{0z} \omega (\rho_a^2 - \rho_c^2) - \frac{m}{2} \omega^2 \rho_a^2.$$

C'est la condition de Hartree qui permet l'obtention d'une relation linéaire entre tension anode-cathode et induction magnétique. En posant $v_s = \frac{m}{2e} \omega^2 \rho_a^2$ et

$b_s = \frac{2m}{e} \omega \left(1 - \frac{\rho_c^2}{\rho_a^2} \right)^{-1}$ il vient les formes suivantes des conditions de Hartree et de Hull :

$$\begin{cases} \frac{V}{v_s} = 2 \frac{B_{0z}}{b_s} - 1 \\ \frac{V}{v_s} = \left(\frac{B_{0z}}{b_s} \right)^2 \end{cases}$$

Nous pouvons constater que la parabole de Hull est uniquement liée aux caractéristiques géométriques du magnétron alors que la droite de Hartree fait aussi intervenir la fréquence de résonance du mode considéré. Si nous traçons sur un même graphique les caractéristiques de Hull et Hartree pour une source donnée Figure 10, nous constatons tout d'abord que les droites sont tangentes à la parabole mais aussi, que la pente de la droite est d'autant plus grande que la fréquence de résonance du mode est élevée. Pour un mode donné, la zone de fonctionnement du magnétron se situera entre la parabole et la droite correspondant à ce mode.

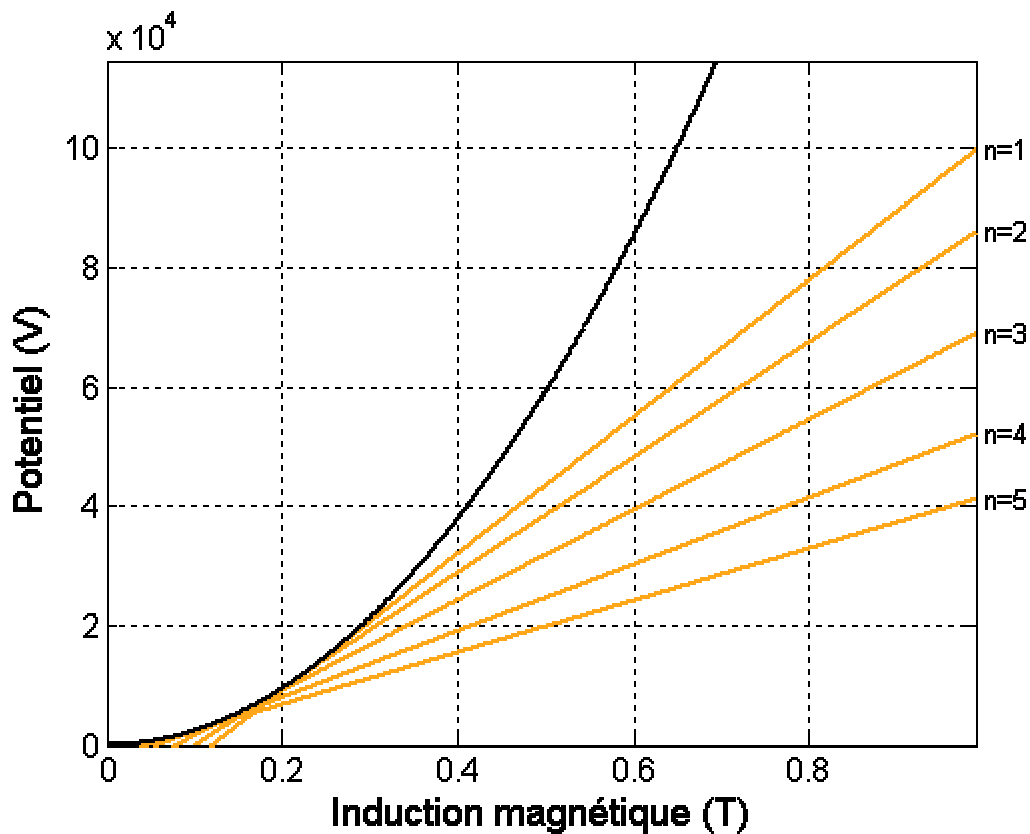


Figure 10 *Caractéristiques statiques classiques d'un magnétron.*

1.3 Méthode Particule In Cell (PIC)

La nature complexe des problèmes rencontrés dans la physique des plasmas a donné à la simulation numérique un grand intérêt. In fine, celle-ci eut un rôle important dans le développement de la théorie des plasmas de par la pertinence des résultats prédits par les simulations numériques. L'étude des plasmas peut être abordée suivant deux angles distincts que sont la description sous forme de fluide ou l'aspect cinétique. Tandis que, dans le premier cas nous considérons les équations de la magnétohydrodynamique (MHD), dans le second, l'évolution et l'interaction des particules avec les champs électromagnétiques sont prises en compte en détail. Dans ce cas, deux philosophies sont principalement utilisées :

- la première consiste à résoudre en même temps les équations de Vlasov (décrivant l'évolution du plasma) couplées aux équations de Maxwell que nous aborderons par la suite
- la plus populaire est basée sur l'utilisation de codes particuliers appelés code PIC (Particles-In-Cell) pour lesquels le système de Vlasov est remplacé par celui des équations du mouvement d'un ensemble de particules. Cette méthode nécessite un grand nombre de particules pour limiter le bruit numérique. Néanmoins, elle permet d'obtenir une assez bonne description de l'évolution d'un plasma ou d'un faisceau de particules, malgré un nombre restreint de particules.

L'origine des codes PIC date de la fin des années 1950 avec la mise en place par Buneman [10] et Dawson [11] de calculs auto-cohérents. Dans ces premiers modèles physiques, l'influence de la charge d'espace était prise en compte par l'intermédiaire de la solution de la loi de Coulomb et la trajectoire des électrons était calculée dans des systèmes périodiques. Ce type de modèle permit de mettre en évidence les possibilités et l'intérêt suscités par la modélisation de plasma ou de faisceaux. Dans la décennie suivante, de nouveaux modèles désignés sous le nom de Cloud-In-cell (CIC) ou Particle-In-Cell (PIC) furent créés afin de simuler un plus grand nombre de particules. Ces schémas, incluant les effets de charge d'espace, furent appliqués avec succès aux problèmes des plasmas. En 1964, Dawson [12] mit en évidence l'atténuation de Landau prévue par la théorie mais jamais observée expérimentalement. D'autres mirent en évidence l'intérêt de ce type de code et formalisèrent le schéma PIC dans les années 1970. Les ouvrages de référence écrits par Birdsall - Langdon [9] et Hockney - Eastwood [13] rendent compte d'une grande partie de la théorie de la méthode PIC. Dans les années 1980, l'essor est venu d'un traitement plus rigoureux des conditions limites [14] qui a permis de modéliser des circuits extérieurs et de finalement pouvoir simuler des dispositifs plus réalistes. Enfin, dans les années 1990, des méthodes statistiques sont apparues pour gérer les phénomènes de collision entre particules [15]. De nouvelles méthodes de calcul de courant conservant la quantité de charge [16], [17], [18] ont aussi amené un perfectionnement des codes existants. Le développement des calculateurs mais aussi des méthodes de programmation ont finalement permis d'obtenir des codes performants en 2D et 3D.

Les plasmas ont de nombreuses applications dans notre vie quotidienne : microélectronique, écrans plats, néons, sources de puissance. Une application importante qui

est à l'état de recherche sera la production d'une énergie propre par la fusion nucléaire. Les faisceaux de particules auxquels nous nous intéresserons par la suite, appelés aussi plasmas non neutres, obéissent aux mêmes lois physiques que les plasmas. De fait, la recherche en physique des plasmas est importante et prend un essor de plus en plus grand. L'expérimentation sur les plasmas coûtant cher, il est indispensable de développer la simulation numérique. Nous disposons actuellement de trois types de modèles :

- Le modèle microscopique : nous considérons le mouvement individuel de chaque particule, régi par la loi de Newton. Mais le nombre de particules dans un plasma étant trop grand, il est impossible d'appliquer ce modèle.
- Le modèle mésoscopique ou cinétique : l'évolution de la fonction de distribution de chaque espèce de particule est décrite dans l'espace des phases (i.e. des positions et des vitesses). En supposant les interactions binaires entre particules proches dominantes, nous obtenons l'équation de Boltzmann. En considérant les interactions entre particules régies par le champ moyen qu'elles engendrent, nous obtenons l'équation de Vlasov qui est non linéairement couplée aux équations de Maxwell. Nous détaillerons ce modèle par la suite.
- Le modèle macroscopique : lorsque le plasma est proche de l'équilibre thermodynamique, nous pouvons le décrire par sa densité, sa vitesse moyenne et sa température, qui répondent aux équations des fluides d'Euler.

Sous certains aspects, un plasma est un fluide parfait conducteur, c'est-à-dire qu'il peut être modélisé, comme s'il s'agissait d'un milieu continu, par les équations qui régissent les fluides classiques, auxquelles nous ajoutons les équations de Maxwell, la loi d'Ohm et l'action des forces de Lorentz, pour obtenir les équations de MHD. Cependant, de nombreuses propriétés des plasmas ne peuvent être abordées par la MHD et leurs propriétés n'apparaissent seulement qu'au travers de leur comportement microscopique. Ces comportements sont mieux modélisés par les méthodes de la théorie cinétique, c'est-à-dire par les méthodes qui prennent en compte le mouvement de chaque particule qui compose le plasma : le milieu est dit alors discret ou particulaire.

1.3.1 Modèle objet

Le modèle mathématique utilisé consiste en un couplage entre les équations de Maxwell déterminant les champs électromagnétiques auto-cohérents engendrés par le plasma et l'équation de Vlasov décrivant l'évolution d'une espèce de particule ou encore, la force de Lorentz dans le cas d'une méthode particulière. La résolution de ce système peut être effectuée avec une méthode différences finies [9], éléments finis [19] ou volumes finis. Dans le cadre des plasmas, la résolution numérique des équations de Vlasov décrivant le déplacement des particules est souvent réalisée par des méthodes PIC qui consistent donc à modéliser l'évolution en temps de ces équations par un nombre fini de particules discrètes. Chaque particule virtuelle représente alors un certain nombre de particules réelles, nous parlons alors de macro particule. L'interaction entre les champs électromagnétiques et les particules se fait par l'intermédiaire d'un maillage sur lequel nous interpolons d'une part, la densité de charge engendrée par les particules sur les nœuds et d'autre part les champs sur les positions des particules afin de calculer leur vitesse à l'aide de l'équation de mouvement. Si nous voulons nous approcher de façon précise du modèle physique, un grand nombre de particules est nécessaire et la résolution numérique du modèle complet peut se révéler coûteuse en temps de calcul et en place mémoire.

A partir du modèle mathématique, nous pouvons chercher soit la solution analytique, lorsque ce modèle est suffisamment simple, soit une solution numérique. Un grand nombre d'hypothèses simplificatrices doivent être faites pour résoudre analytiquement le système aussi, lorsque nous voulons résoudre le problème physique, nous sommes amenés, dans la plupart des cas, à déterminer une solution numérique et donc à définir un modèle discrétisé. Ce modèle est une approximation du modèle mathématique. Il est totalement indépendant de l'implémentation.

Dans le cas de simulation de plasma, nous distinguons :

- Les champs électrique et magnétique, connus sur les arrêtes et les faces du maillage par exemple, solutions des équations de Maxwell,
- Des groupes de macro particules dont nous connaissons la position, la vitesse, la charge et la masse. Dans le cas d'une méthode particulière, les équations de Vlasov sont remplacées par les équations du mouvement,

- Les frontières du domaine sur lesquelles sont définies les conditions aux limites des équations des champs et des particules.

Nous allons par la suite faire un tour d'horizon des principales méthodes permettant de traiter ce type de problème.

1.3.2 Systèmes Maxwell-Vlasov

L'équation de base de la théorie cinétique des plasmas fait intervenir la fonction de distribution des vitesses et l'équation de Boltzmann qui s'écrit sous sa forme non-relativiste, pour une espèce de particule α de distribution $f(\vec{v}, \vec{x}, t)$:

$$\text{éq. 7} \quad \frac{\partial \bar{f}_\alpha}{\partial t} + \bar{\nabla} f_\alpha \cdot \bar{v} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \bar{F} \cdot \bar{\nabla}_v f_\alpha = \frac{df_\alpha}{dt} \Big|_{\text{collisions}}$$

où q_α et m_α sont respectivement la charge et la masse de la particule considérée. \bar{F} représente la force de Lorentz éq. 1. En négligeant le terme de collision, nous obtenons l'équation de Vlasov :

$$\text{éq. 8} \quad \frac{\partial \bar{f}_\alpha}{\partial t} + \bar{\nabla} f_\alpha \cdot \bar{v} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \bar{F} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial v} = 0$$

Cette équation caractérise l'évolution, dans le temps et l'espace, de la distribution des particules d'un plasma non collisionnel. Les quantités macroscopiques (densité, température etc.) sont ensuite classiquement déduites de cette fonction de distribution. L'évolution de la distribution des vitesses de ces particules est régie par l'équation éq. 8. Sa résolution permet d'exprimer les fonctions de distribution à partir des champs électriques et magnétiques (statiques et/ou dynamiques) et d'en déduire les densités de charge ρ et de courant J définies par :

$$\rho_{ext}(\vec{x}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int f_{\alpha} dv \quad \text{et} \quad \vec{J}_{ext}(\vec{x}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int \vec{v} \cdot f_{\alpha} dv$$

En reportant ces grandeurs dans les équations de Maxwell, nous obtenons un système complet auto-consistant des équations dynamiques cinétiques du plasma.

$$\text{éq. 9} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{V/m}^2)$$

$$\text{éq. 10} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_{ext} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{A/ m}^2)$$

$$\text{éq. 11} \quad \text{div} \vec{D} = \rho_{ext} \quad (\text{As/m}^3)$$

$$\text{éq. 12} \quad \text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{Vs/ m}^3)$$

$$\text{éq. 13} \quad \frac{\partial \rho_{ext}}{\partial t} + \text{div} \vec{J}_{ext} = 0 \quad (\text{A/ m}^3)$$

1.3.3 Méthode particulière - Force de Lorentz

Pour cette méthode, l'équation de Vlasov vue précédemment est remplacée par le traitement de l'équation du mouvement d'un ensemble de macro particules. Cette méthode est très utilisée pour modéliser des faisceaux de particules. Lors de ce traitement nous considérons, tout comme pour la méthode ci-dessus, que les collisions entre particules sont négligeables. Nous considérons les particules une à une en leur appliquant la deuxième loi de Newton éq. 14 sachant que la seule force appliquée est celle de Lorentz éq. 15. La résolution de ce système nous permet de déduire la vitesse de chaque particule et son déplacement sur une itération temporelle. Finalement, nous avons accès à la densité de courant générée par ce déplacement suivant éq. 16. Un schéma de type leap-frog (« saute-mouton ») est généralement utilisé pour résoudre ce système, nous reviendrons dessus au prochain chapitre.

$$\text{éq. 14} \quad \vec{F} = m * \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\text{éq. 15} \quad \vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

$$\text{éq. 16} \quad \vec{J}_{particule} = \rho * \vec{v}_{particule}$$

1.3.4 Interpolation des grandeurs

Pour résoudre les équations du mouvement, il faut connaître le champ électromagnétique agissant sur les particules. Celui-ci est déterminé par la résolution des équations de Maxwell, avec des méthodes numériques classiques déjà évoquées, de façon discrète. Au final, les champs seront définis sur les nœuds du maillage alors que les particules auront une position quelconque dans ce maillage. Il sera donc nécessaire de faire le lien entre, les champs (le maillage) et les particules pour appliquer l'équation du mouvement puis, entre les particules et les champs (le maillage) au travers de la densité de charge et donc la densité de courant pour déterminer la position des termes sources dans l'équation d'Ampère éq. 10. Nous employons alors le terme d'interpolation.

- Interpolation particules vers maillage: l'objectif est de répartir la charge sur un ou plusieurs nœuds. Pour cela nous utilisons un facteur de forme S :

$$\text{éq. 17 } \rho_j = \sum_{i(\text{particule})} p_i q_i S(X_j - x_i)$$

p_i est le poids associé à la particule, q_i la charge de la particule, X_j la position du nœud j et x_i la position de la particule, S est le facteur de forme ou fonction de forme qui est la plupart du temps d'ordre 0, 1 ou 2.

- De la même façon, nous définissons les champs électrique et magnétique sur chaque particule par :

$$\text{éq. 18 } E_i = \sum_{j(\text{noeud})} E_j S(X_j - x_i)$$

$$\text{éq. 19 } H_i = \sum_{j(\text{noeud})} H_j S(X_j - x_i)$$

D'après les travaux de Hockney et Eastwood [13], il est nécessaire d'utiliser le même facteur de forme pour les interpolations afin d'éviter la présence de « self force » non physique.

Les facteurs de forme couramment utilisés sont les fonctions spline d'ordre m définis à partir de la fonction d'ordre 0 par $m+1$ convolutions:

$$S^m(x) = (S^0)^{*m+1}(x) \quad \text{où} \quad S^0(x) = 1 \quad \text{si} \quad -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad 0 \quad \text{sinon}$$

Nous déduisons les splines d'ordre 1 et 2 :

$$S^1(x) = \begin{cases} 1-|x| & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$S^2(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} - |x| \right)^2 & \text{si } -\frac{3}{2} \leq x \leq -\frac{1}{2} \text{ ou } \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ \frac{3}{4} - |x|^2 & \text{si } -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Nous pouvons représenter schématiquement les facteurs de forme comme suit.

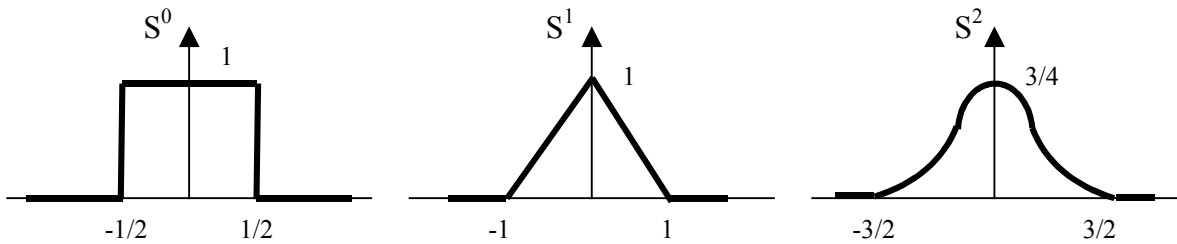


Figure 11 Splines S^0 , S^1 , S^2 .

Pour illustrer l'influence du facteur de forme, nous allons traiter le cas d'une particule. Le spline S^0 revient à considérer que la charge a une influence sur un seul nœud, le nœud le plus proche de la position de la particule. Cette répartition est aussi appelée méthode NGP (Nearest Grid Point). Pour le spline S^1 , la charge est répartie sur les 4 nœuds les plus proches Figure 12 et pour le spline S^2 la répartition s'effectue sur les 9 nœuds les plus proches.

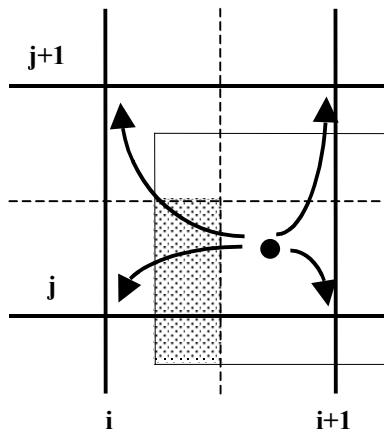


Figure 12 Répartition de q pour S^1 .

1.3.5 Correction du champ électrique – Conservation de la quantité de charge

Lorsque les densités de courant et de charge calculées par la méthode PIC ne satisfont pas l'équation de conservation de la charge discrète éq. 13, c'est à dire que la solution déduite des équations d'Ampère éq. 10 et de Faraday éq. 9 ne vérifie pas loi de Poisson éq. 11, il est nécessaire d'effectuer une correction sur le champ électrique à chaque itération de calcul ou régulièrement. Ces erreurs proviennent le plus souvent d'approximations effectuées lors de la résolution du problème ou liées directement à la méthode de traitement choisie. Nous allons, par la suite, donner différents exemples de méthodes permettant de compenser ces erreurs.

1.3.5.1 Boris

La correction de Boris (1970) [21] consiste à compenser, à chaque pas de temps, le champ électrique calculé avec l'équation d'Ampère par un potentiel de façon à ce que la loi de Gauss éq. 11 soit satisfaite. Nous modifions ainsi la partie longitudinale de champ électrique :

$$\vec{E}_{\text{corrigé}} = \vec{E} - \overrightarrow{\text{grad}}(\phi) \text{ où le potentiel } \phi \text{ est défini par :}$$

$$\text{div}(\vec{E}_{\text{corrigé}}) = \frac{\rho}{\epsilon} \Leftrightarrow \Delta\phi = \text{div}(\vec{E}) - \frac{\rho}{\epsilon}$$

Cette méthode est très efficace et très utilisée. Elle présente néanmoins l'inconvénient de devoir résoudre à chaque pas de calcul un laplacien ce qui est pénalisant en terme de temps de calcul, malgré l'utilisation de méthode performante du type Red-Black avec de la sur-relaxation sur laquelle nous reviendrons par la suite.

1.3.5.2 Langdon Marder

Comme alternative à la méthode illustrée ci-dessus, Marder proposa un autre type de correction en 1987 basée sur l'introduction d'un pseudo courant dans l'équation d'Ampère [22]:

$$\vec{E}_{\text{corrigé}}^{n+1} = \vec{E}^{n+1} + \Delta t * \overrightarrow{\text{grad}}[d * (\text{div}(\vec{E}^n - \rho^n / \epsilon)]$$

E^{n+1} est le champ avancé par l'équation d'Ampère. Dans le cas d'un maillage cartésien uniforme 2D et d'une discrétisation par différences finies, afin d'assurer la stabilité de la

méthode, le paramètre de diffusion d doit satisfaire : $d \leq \frac{1}{2 * \Delta t} * \left(\frac{\Delta x^2 * \Delta y^2}{\Delta x^2 + \Delta y^2} \right)$

Langdon proposa en 1992 [23] une amélioration de ce schéma en tenant compte de l'erreur sur la loi de Gauss à l'instant $n+1$:

$$\vec{E}_{\text{corrigé}}^{n+1} = \vec{E}^{n+1} + \Delta t * \overrightarrow{\text{grad}}[d * (\text{div}(\vec{E}^{n+1}) - \rho^{n+1} / \epsilon)]$$

Il montra également que sa méthode est équivalente à faire une itération de l'algorithme de Jacobi pour inverser le laplacien de la méthode de Boris, et que, par conséquent, son schéma converge asymptotiquement vers celui de Boris lorsque nous augmentons le nombre d'itération par pas de temps [24].

1.3.5.3 Méthode hyperbolique

Il existe une autre formulation purement hyperbolique qui permet de corriger le champ électrique [25]. Nous ne détaillerons pas l'application de cette méthode de correction.

1.3.5.4 Conclusion

Pour ces différentes méthodes de correction, le calcul est réalisé en deux étapes :

- La résolution des équations de Maxwell
- La correction du champ électrique obtenue avec une méthode type Boris, Langdon,...

Nous pouvons constater que, pour les méthodes citées ci-dessus, le coût dû aux corrections est totalement indépendant du nombre de particules, il ne dépend que de la taille du maillage utilisé pour la résolution des équations de Maxwell. En ce qui concerne ces méthodes, le traitement de Boris fournit par définition une solution exacte de l'équation de Poisson contrairement aux méthodes de Marder, Langdon ou hyperbolique. Cela dit, elle devient rapidement pénalisante d'un point de vue temps CPU et mémoire puisqu'il s'agit de résoudre un système de grande taille avec une méthode itérative à chaque itération temporelle. La méthode de Boris est par ailleurs plus difficile à implémenter pour des

géométries complexes et elle complique davantage l'implémentation parallèle du code ce qui n'est pas le cas des autres méthodes [26], [27].

1.3.6 Calcul du courant conservant la charge

Dans ce paragraphe, nous décrivons des méthodes de calcul des champs électromagnétiques dans un code PIC 2D qui permettent de déterminer directement les solutions du problème à partir d'un calcul précis des densités de charge et de courant. Ce type de solution permet d'éviter l'utilisation des méthodes de correction du champ électrique vu précédemment, qui sont des méthodes itératives et par conséquent pénalisantes en temps de calcul d'autant plus qu'elles peuvent fournir des solutions qui s'éloignent de la physique. Les méthodes que nous allons décrire de façon synthétique, s'appliquent également en 3D [16], [20], [17].

1.3.6.1 Villasenor – Buneman

Le premier à proposer une méthode de calcul de courant conservant la quantité de charge fut Buneman en 1968 avec une méthode de répartition des charges de type NGP. Cette solution s'avère souffrir d'un grand bruit numérique. Morse et Nielsen en 1971 complètent cette méthode en décomposant la trajectoire des particules en deux mouvements orthogonaux et en considérant une répartition de charge d'ordre 1 (méthode CIC). Nous décrivons par la suite la méthode de Villasenor – Buneman [17] datant de 1992. La méthode originale n'est valable que pour des facteurs de forme de l'ordre 1 sur des maillages cartésiens uniformes. La trajectoire de chaque particule est considérée comme rectiligne entre chaque pas temporel. Du fait de l'utilisation d'un facteur de forme d'ordre 1, la particule est vue comme un nuage uniformément chargé, de la taille d'une maille, centré sur la particule.

Avant de détailler la méthode de calcul du courant, nous rappellerons le schéma de la maille en différences finies afin de fixer la position des grandeurs à traiter. Dans la méthode de Villasenor – Buneman, la densité de charge est définie au centre de la maille, le champ magnétique sur les nœuds et le champ électrique ainsi que la densité de courant au milieu des arêtes. Nous allons plutôt utiliser le schéma de Yee [24] où la densité de charge est définie sur les nœuds, le champ magnétique au milieu des faces et le champ électrique ainsi que la densité de courant au milieu des arêtes Figure 13.

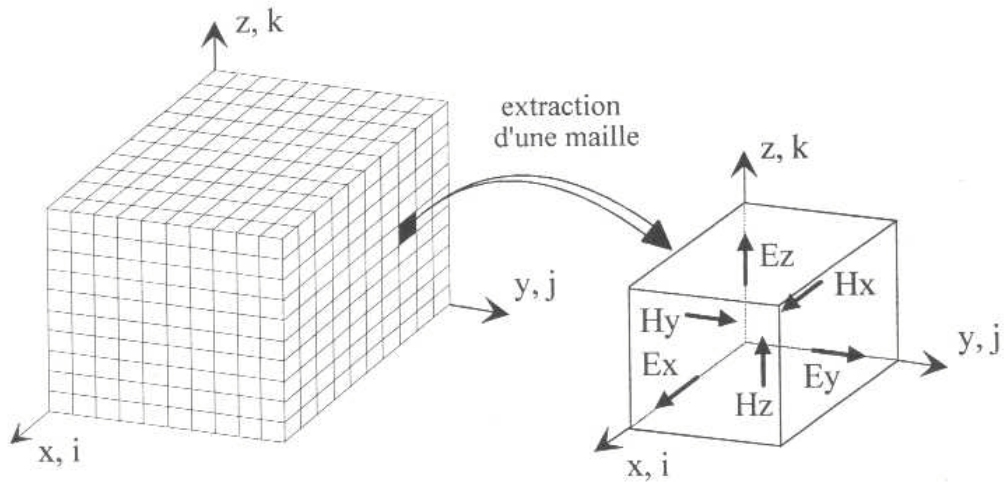


Figure 13 Cellule de Yee.

La conservation de la charge éq. 13 traduit que le changement de distribution temporel de la densité de charge correspond exactement au flux de J . Pour illustrer cela, nous nous plaçons dans le cas d'un problème 2D cartésien avec un maillage uniforme. Le courant $J_{x_{i+1/2},j}^{n+1/2}$ est défini comme étant la quantité de charge traversant l'arête $\{X_{i+1/2}\} \times [Y_{j-1/2}, Y_{j+1/2}]$ durant l'intervalle de temps $[t^n, t^{n+1}[$ Figure 14. Soient (x^n, y^n) et (x^{n+1}, y^{n+1}) les positions connues à t^n et t^{n+1} .

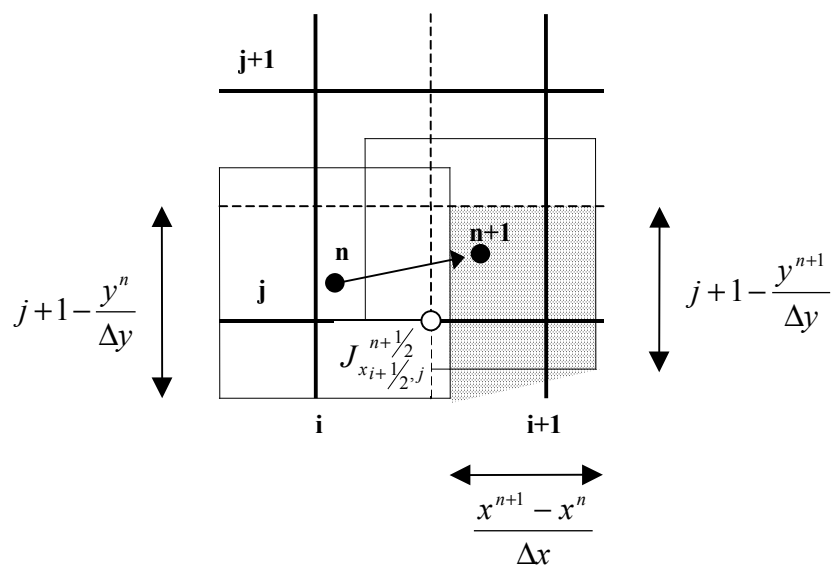


Figure 14 Calcul de J_x .

La condition de convergence du code pour des maillages fddd 2D étant : $c.dt \leq \sqrt{dx^2 + dy^2}$ Courant-Friedrich-Lewy (CFL), le déplacement d'une particule durant un pas temporel ne peut pas être supérieur à une maille. Nous en déduisons donc trois situations concernant le déplacement de la particule ou, en d'autres termes, le calcul de la densité de courant sur une itération temporelle:

- La particule reste dans la même maille, ce qui donne lieu à quatre courants. Ce cas est appelé déplacement 4 frontières. Figure 15 a
- La particule traverse une arête, ce qui donne lieu à sept courants. Ce cas est appelé déplacement 7 frontières et sera décomposé comme deux déplacements 4 frontières. Figure 15 b
- La particule traverse deux arêtes, ce qui donne lieu à 10 courants. Ce cas est appelé déplacement 10 frontières et sera décomposé comme trois déplacements 4 frontières. Figure 15 c

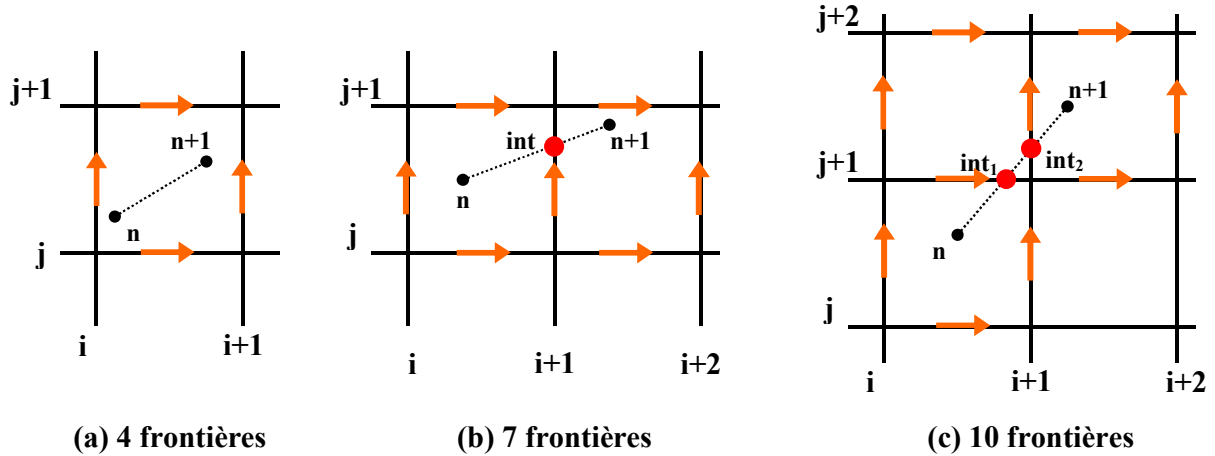


Figure 15 Types de déplacements.

Dans le cas d'un déplacement 4 frontières pour un maillage 2D cartésien et pour un facteur de forme d'ordre 1, quatre courants sont générés et valent :

- $J_{x_{i+1/2},j}^{n+1/2} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (x^{n+1} - x^n) * \frac{1}{\Delta y} \left(Y_{j+1} - \frac{y^{n+1} + y^n}{2} \right)$
- $J_{x_{i+1/2},j+1}^{n+1/2} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (x^{n+1} - x^n) * \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{y^{n+1} + y^n}{2} - Y_j \right)$

- $J_{y_{i,j+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (y^{n+1} - y^n) * \frac{1}{\Delta x} \left(X_{i+1} - \frac{x^{n+1} + x^n}{2} \right)$
- $J_{y_{i+1,j+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (y^{n+1} - y^n) * \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{x^{n+1} + x^n}{2} - X_i \right)$

Nous pouvons noter que les courants créés sont proportionnels à des surfaces de trapèze, dans le cas où nous considérons le nuage uniformément chargé sur $\Delta x * \Delta y$ Figure 14.

Cette méthode qui est initialement conçue pour des maillages uniformes et des facteurs d'ordre 1 est maintenant généralisée à tous les ordres pour des maillages non uniformes. [20]

1.3.6.2 Umeda

Umeda a présenté en 2003 [18] une méthode, appelée zigzag, de calcul du courant conservant la charge dont le principe est identique à la méthode de Buneman avec une décomposition de la trajectoire de la particule en ligne brisée ou zigzag. Cette méthode présente l'avantage d'accélérer la vitesse de calcul et d'être facile à implémenter. Elle peut être utilisée pour n'importe quel facteur de forme mais uniquement pour des maillages cartésiens.

Dans la méthode de Villasenor – Buneman, nous avons vu qu'il y avait trois types de déplacements possibles pour une particule. Dans cette méthode, tout déplacement est décomposé en la somme de deux déplacements type 4 frontières. Pour illustrer cette méthode, prenons un exemple sur un maillage 2D cartésien uniforme.

- Si la particule reste dans la même maille, nous introduisons une position intermédiaire (x^{int}, y^{int}) telle que :

$$x^{int} = \frac{x^n + x^{n+1}}{2} \quad \text{et} \quad y^{int} = \frac{y^n + y^{n+1}}{2} \quad \text{Figure 16 a}$$

- Si la particule traverse une arête, nous introduisons une position intermédiaire sur cette arête dont la coordonnée restante est une moyenne. Si l'arête traversée est $\{X_{i+1}\} \times [Y_j, Y_{j+1}]$, nous avons :

$$x^{int} = X_{i+1} \quad \text{et} \quad y^{int} = \frac{y^n + y^{n+1}}{2} \quad \text{Figure 16 b}$$

- Si la particule traverse deux arêtes, la position intermédiaire est le nœud le plus proche des positions entre les temps t^n et t^{n+1} . Si la particule traverse les arêtes $\{X_{i+1}\} \times [Y_j, Y_{j+1}[$ et $[X_{i+1}, X_{i+2}[\times \{Y_{j+1}\}$ alors :

$$x^{int} = X_{i+1} \quad \text{et} \quad y^{int} = Y_{i+1} \quad \text{Figure 16 c}$$

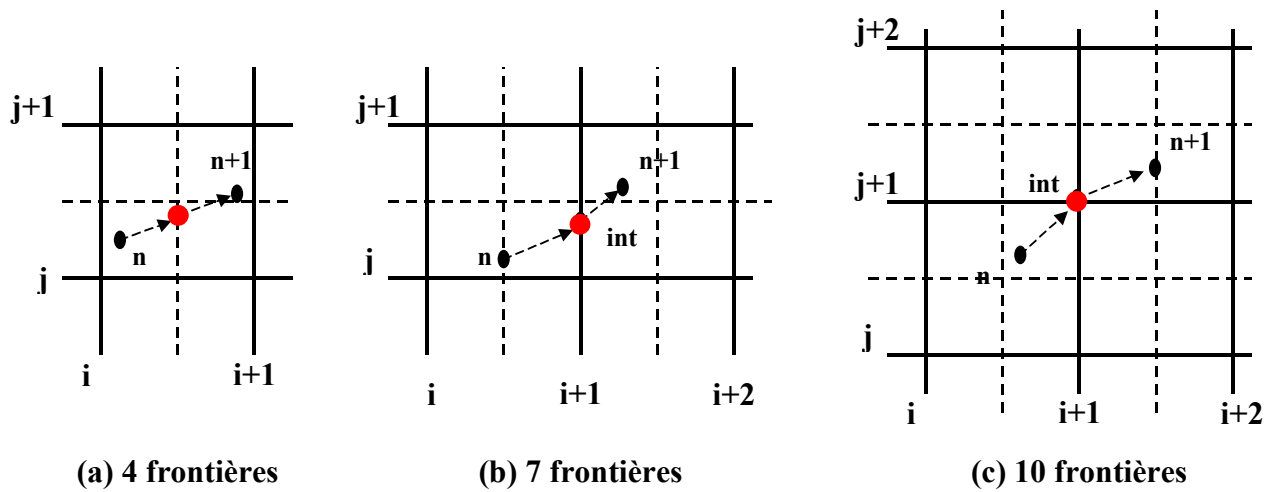


Figure 16 Positions intermédiaires (méthode zigzag).

Le courant total créé par le déplacement de la particule est la somme des courants créés par les deux déplacements entre (x^n, y^n) et (x^{int}, y^{int}) puis entre (x^{int}, y^{int}) et (x^{n+1}, y^{n+1}) calculés avec la méthode Villasenor – Buneman 4 frontières.

1.3.6.3 Esirkepov

Une nouvelle méthode adaptée à des facteurs de forme arbitraires fut proposée en 2001 par Esirkepov [17], elle est aussi appelée méthode de décomposition de la densité. Elle revient à décomposer la trajectoire de la particule en sous trajectoires suivant les axes de coordonnées, en répartissant la charge de la particule sur les nœuds du maillage. La résolution de la densité de courant découle directement de l'équation de conservation de la charge. La variation temporelle de la densité de charge est décomposée comme suit :

$$\rho_{i,j,k}^{n+1} - \rho_{i,j,k}^n = q (W_{x_{i,j,k}} + W_{y_{i,j,k}} + W_{z_{i,j,k}}) \quad \text{avec} \quad \frac{W_{x_{i,j,k}}}{\Delta t} = \frac{J_{x_{i+1/2,j,k}} - J_{x_{i-1/2,j,k}}}{\Delta x} \quad \text{etc.}$$

$W_{x_{i,j,k}}, W_{y_{i,j,k}}, W_{z_{i,j,k}}$ s'expriment comme une combinaison linéaire des facteurs de forme évalués sur les nœuds du maillage où les charges peuvent être présentes. Il est possible de montrer que la combinaison linéaire est unique moyennant certaines hypothèses réalistes. Il suffit alors de calculer de façon analytique les coefficients de la décomposition puis de reconstruire les densités de courant [17], [20].

1.3.6.4 Conclusion

Ces trois méthodes donnent des résultats très proches et ont des performances relativement similaires [20]. Elles décrivent globalement bien l'évolution de plasma ou de faisceau de particules, même avec un nombre restreint de particules, pour un coût en temps de simulation faible. Le choix entre ces méthodes sera effectué en fonction des limitations qu'elles imposent (facteur de forme, type de maillage toléré etc.) et du besoin que nous avons. Nous pouvons cependant noter que ces méthodes engendrent du bruit numérique lié directement au nombre insuffisant de particules simulées. Il est possible d'atténuer ce phénomène en utilisant des facteurs de forme d'ordre élevé.

1.3.7 Traitements complémentaires

Nous avons vu que, pour toutes les méthodes évoquées ci-dessus, les collisions entre particules étaient négligées. Il est cependant possible de prendre en compte ces collisions en utilisant une méthode statistique du type Monte-Carlo combinée au code PIC nommé code PIC-MCC [15], [29], [30]. Certaines applications demandent aussi de prendre en compte des phénomènes d'émission ou d'émission secondaire de charges [32]. Des études ont aussi été menées concernant le traitement des conditions aux limites [34], en particulier, la modélisation de circuit extérieur prenant en compte une source de tension et un circuit RLC [33]. Un autre complément peut être apporté dans le cas de plasma ou faisceau relativistes. Dans ce cas, il sera nécessaire de compenser la masse de la particule suivant la relation :

$$m = \frac{m_e}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}} \quad \text{où } m_e \text{ est la masse de la particule et } c \text{ sa vitesse.}$$

1.3.8 Méthode semi-lagrangienne

Il existe une autre façon de traiter les problèmes de plasma qui est basée sur la résolution des caractéristiques de l'équation de Vlasov de telle façon que ces caractéristiques passent toujours par une grille fixe eulérienne dans l'espace des phases. Cette méthode dite semi-lagrangienne permet de résoudre directement le système couplé des équations de Vlasov et Maxwell. L'intérêt de ce traitement tient à ce qu'il combine les avantages des méthodes classiques PIC et des méthodes eulériennes sans certains des inconvénients. Il n'y a, par exemple, aucune limitation due aux conditions type CFL qui affectent le pas temporel en différences finies. Ce type de traitement permet d'obtenir des résultats plus précis mais nécessite une parallélisation performante [31]. Parmi les autres méthodes, utilisées à moindre degré, il y a les méthodes spectrales en position et vitesse de Klimas et Farell [35] ou une méthode de type volumes finis de Fijalkow [36].

1.3.9 Codes existants

Différents codes PIC, reprenant les techniques présentées ci-dessus, existent. Les applications pour lesquels ils ont été réalisés sont différentes et diverses. Certains de ces codes sont commercialisés (MAGIC, Lsp, Quicksilver, CST) d'autres sont disponibles (Tristan, XOOPIK) alors que certains ne sont pas diffusés (GCPIC, Par-T, MEP, Twoquick, Osiris Pegasus, WARP). Cette liste n'est évidemment pas exhaustive.

1.3.10 Choix de la méthode

Il faut en premier lieu déterminer les configurations de simulations que nous aurons à traiter afin de choisir une méthode pour résoudre notre problème. Ce choix est important car il n'est pas nécessaire d'implémenter un code complet si, avec un code plus compact, nous pouvons obtenir des résultats comparables. Nous aurons à simuler des structures métalliques (cavités résonnantes) dans lesquelles des porteurs de même charge se déplaceront, sous vide, en présence de champs électrique et magnétique Haute Fréquence et continus. Les phénomènes d'émission secondaire, de collision entre charges seront négligés. Nous reviendrons plus en détails sur les hypothèses de simulation lors du chapitre IV. Nous avons choisi un code de type particulière, c'est à dire que nous n'allons pas traiter l'équation de Vlasov mais directement le mouvement de chaque macro particule avec Newton-Lorentz. Cela revient schématiquement à mettre en avant l'aspect faisceau de particule plutôt que

plasma. Le calcul du courant sera effectué avec la méthode Villasenor-Buneman et un facteur de forme d'ordre 1. Nous sommes confortés dans ce choix par la généralisation récente de cette méthode à tout ordre et pour des maillages non uniformes. Cela nous permettra, le cas échéant, de faire évoluer le code [20].

Bibliographie

- [1] Slater J C, 1950 « Microwave electronics » D Vaan Nostrand Inc, New-York
- [2] Gardiol F, 1987 « Traité d'électricité - Hyperfréquences » Volume 13
- [3] Okress E, 1961, « Crossed-field microwave devices » , Academic Press
- [4] Department of defense (USA), 1997 « Industrial assessment of the microwave power tube industry »
- [5] Collins G, 1949 « Microwave magnetrons », MacGraw-Hill, New York
- [6] Leblond A, 1973 « Les tubes hyperfréquences », Masson et C^{ie}
- [7] Brillouin L, 1941 « Theory of magnetron », Vol 1, Physical Review 60 pp 385-396
- [8] Brillouin L, 1943 « Theory of magnetron », Vol 3, Physical Review 63 pp 127
- [9] Birdsall C K and Langdon A B, 1985 « Plasma Physics via Computer Simulation » New-York : McGraw-Hill
- [10] Buneman O, 1959 « Dissipation of current in ionized media » Phys Rev, 115, 503-17
- [11] Dawson J M, 1962 « One dimensional plasma model » Phys fluids, 5, 445-59
- [12] Dawson J M, 1964 « Thermal relaxation in a one-species, one-dimensional plasma » Phys fluids, 7, 419-25
- [13] Hockney R W and Eastwood J W, 1981 « Computer simulation using particles » New-York : McGraw-Hill
- [14] Takizuka T and Abe H, 1977 « A binary collision model for plasma simulation with a particle code » Journal of Computational Physics, 25, 205-19
- [15] Vahedi V and Surenda M, 1995 « Monte Carlo collision model for particle-in-cell method : Application to argon and oxygen discharges » Computer Physics Communication, 87,179-98
- [16] Villasenor J and Buneman O, 1992 « Rigorous charge conservation for electromagnetic field solvers » Journal of Computational Physics, 69, pp 306-316
- [17] Esirkepov T Zh, 2001 « Exact charge conservation scheme for Particle-In-Cell simulation with an arbitrary form-factor » Computer Physics Communication, 135, pp 144-153

- [18] Umeda T, Omura Y, Tominaga T and Matsumoto H, 2003 « A new charge conservation method in electromagnetic particle-in-cell simulations » Computer Physics Communication, 156, pp 73-85
- [19] Assous F, Degond P, Heintze E, Raviart P A, Segré J, 1993 « On a finite-element method for solving the three-dimensional Maxwell equation » Journal of Computational Physics, 109, 222-237
- [20] Barthelmé R, 2005 « Le problème de conservation de la charge dans le couplage des équations de Vlasov et de Maxwell » Thèse en mathématique avancée, Université Louis Pasteur Strasbourg
- [21] Boris J P, 1970 « Relativistic plasma simulations- Optimization of a hybrid code » Proc. 4th Conf Num Sim of Plasmas Washington, pp 3-67
- [22] Marder B, 1987 « A method for incorporating Gauss'law into electromagnetic PIC codes » Journal of Computational Physics ,68 ,pp 48-55
- [23] Langdon A B, 1992 « On enforcing Gauss'law in electromagnetic PIC codes » Computer Physics Communications, 70, pp 447-450
- [24] Yee K S, 1966 « Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media » IEEE Trans Antennas Propagat vol. AP-14, pp 302-307
- [25] Munz C D, Omnes P, Schneider R, Sonnendrucker E, Voss U, 1999 « Divergence correction techniques for Maxwell solvers based on a hyperbolic model » Journal of Computer in Physics, 161, 484-511
- [26] Mardahl P J, Verboncoeur J P, 1997 « Charge conservation in electromagnetic PIC codes ; spectral comparison of Boris/DADI and Langdon-Marder methods » Computer Physics Communication, 106, pp 219-229
- [27] Viry L, 2000 « Traitement de couches limites et méthodes PIC : Algorithme et Approche Objet » Thèse en mathématiques appliquées, Université Henry Poincaré – Nancy
- [28] Bouchut F, 1998 « On the discrete conservation of the Gauss-Poisson equation of plasma physics » Communications in Numerical Methods in Engineering, vol 14, 23-24
- [29] Verboncoeur J P 2005 « Particle simulation of plasma : review and advances » Plasma Phys.Control. Fusion 45 A231-A260

- [30] Hammel J.R., 2002 « Development of an unstructured 3D direct simulation Monte-Carlo/PIC code » Thèse, Faculty of the Worcester Polytechnic Institute in Mechanical Engineering
- [31] Sonnendrücker E, Roche E, Bertrand P and Ghizzo A, 1998 « The semi-lagrangian method for the numerical resolution of Vlasov equations » Rapport de recherche n°3393
- [32] Gopinath V P, Verboncoeur J P, Birdsall C K, « Multipactor electron discharge physics using an improved secondary emission model » Physics of Plasmas vol 5, n° 5, may 1998
- [33] Verboncoeur J P, Alves M V, Vahedi V, Birdsall C K, « Simultaneous potential and circuit solution for 1D bounded plasma particle simulation codes » Journal of Computational Physics, vol 104, pp 321-328, Feb 1993
- [34] Pasik M, Seidel D, Lemke R, 1999 « A modified PML implementation for use in electromagnetic PIC codes » Journal of Computational Physics 148, pp 125–132
- [35] Klimas A J, Farrell W M, 1994 « A Splitting Algorithm for Vlasov Simulation with Filamentation Filtration » Journal of Computational Physics, 110, pp 150-163
- [36] Fijalkow E, 1999 « A numerical solution to the Vlasov equation » Computer Physics Communications, 116, pp 319-328

2 CHAPITRE II : Outils et études numériques pour la modélisation de magnétron

- ❖ Définition des grandeurs fondamentales**
- ❖ Equation de l'électromagnétisme**
- ❖ Méthode numérique, modèle différences finies**
- ❖ Code magnétostatique**
- ❖ Code électrostatique**
- ❖ Code PIC**

2.1 Introduction

Comme nous l'avons vu précédemment, il existe un certain nombre d'outils permettant de modéliser l'interaction onde particule. Nous avons cependant fait le choix de développer notre propre outil. Ce choix est motivé d'une part, par l'expérience déjà acquise au sein de l'équipe dans le développement de codes électromagnétiques utilisant la méthode FDTD. D'autre part, cela nous permet une maîtrise totale du logiciel et des ses limites. Nous aurons enfin la possibilité de coupler différents types de codes. Nous pourrons en effet coupler le code PIC avec un code thermique pour prendre en compte les phénomènes d'évacuation de chaleur au niveau de l'anode inhérents au fonctionnement de la source.

Ce chapitre fait l'objet d'une définition rapide des grandeurs fondamentales de l'électromagnétisme, d'une présentation des équations mises en jeu, d'un rappel succinct sur la méthode des différences finies. Nous décrirons ensuite les codes magnétostatique, électrostatique et PIC réalisés. Il est bon de préciser que les codes statiques réalisés l'ont été pour prendre en main les techniques de programmation et obtenir une première expérience dans ce domaine. Durant cette étape, nous avons appris à modéliser des sources, traiter des interfaces avec des conditions limites appropriées, mettre en place un schéma différences finies ou encore comparer des méthodes itératives.

2.2 Définition des grandeurs fondamentales.

2.2.1 Notion de champ

Chaque particule de l'univers est soumise à l'influence combinée de toutes les autres, qui se manifeste par des forces d'origine gravitationnelle (mécanique), électromagnétique ou encore nucléaire. Pour déterminer le mouvement d'une particule, il faudrait en principe connaître les forces produites par toutes les autres.

Il est nécessaire de limiter l'étude à la détermination de l'effet global, en un point de l'espace, pour chaque type d'interaction (on considère ici les influences électriques et magnétiques seulement). En plaçant une particule de propriétés connues en un point de l'espace et en mesurant les forces qui s'exercent sur elle, on peut déterminer les propriétés locales de l'espace en ce point, que l'on appelle du nom de « champs ».

2.2.2 Champ électrique

L'ensemble des charges électriques exerce sur une charge immobile q ($As = \text{Coulomb}$) une force \vec{F}_e (newton). Cette force étant proportionnelle à la charge, il en résulte que le rapport \vec{F}_e / q est un invariant, qui représente une propriété locale de l'espace : on l'appelle le champ électrique défini par :

$$\vec{E} = \vec{F}_e / q \quad (\text{V/m})$$

L'unité du champ électrique est le volt / mètre.

2.2.3 Densité de charge

L'étude des phénomènes électriques ne considère pas seulement des charges ponctuelles, mais également des distributions continues de charge sur 1, 2 ou 3 dimensions. Ces distributions sont définies par les trois types suivants de densités :

- ρ densité de charge volumique, (C/m^3)
- ρ_s densité de charge surfacique, (C/m^2)
- ρ_l densité de charge linéique, (C/m)

Les densités de charge sont définies par la valeur limite que prend le rapport entre la charge contenue dans un volume (sur une surface, sur une ligne) et ce volume (surface, longueur de ligne) lorsque ces éléments deviennent très petits (mais restent néanmoins suffisamment grands par rapport aux dimensions atomiques pour que l'électromagnétisme classique soit encore valable).

2.2.4 Densité de courant \vec{j}

Dans tous les milieux contenant des charges libres, l'application d'un champ électrique produit une force sur chacune des charges. Par conséquent, celles-ci se déplacent

dans la direction du champ, ce qui produit un courant électrique circulant dans le volume du milieu considéré.

La densité de courant est définie par :

$$\vec{J} = \sum_i \rho_i \vec{v}_i \quad (\text{A/m}^2)$$

La sommation porte sur tous les types de charges libres présents dans le milieu, la charge de type i étant caractérisée par une densité volumique ρ_i et une vitesse moyenne \vec{v}_i . Comme cette dernière est proportionnelle au champ électrique et que les densités de charge sont une propriété du milieu considéré, nous pouvons alors écrire :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{A/m}^2)$$

Cette relation est connue sous le nom de « loi d'Ohm ». Le facteur de proportionnalité est la conductivité σ (s/m).

Les milieux qui contiennent des charges libres sont :

- les métaux, dans lesquels la conduction est due à la présence d'électrons libres. L'échauffement d'un conducteur est lié au carré de la densité de courant \vec{J} (effet Joule),
- les semi-conducteurs,
- les sels en solution,
- les gaz à haute température ou plasmas dans lesquels les atomes sont partiellement ou entièrement dissociés en ions positifs et négatifs,
- quand l'amplitude du champ électrique atteint une valeur critique, appelée champ disruptif, la force produite sur chaque atome du milieu est suffisante pour lui arracher des électrons, provoquant l'apparition d'un plasma (décharge, arc électrique, étincelle).

2.2.5 Induction magnétique \vec{B}

Une particule chargée en mouvement subit, en plus des forces d'origine électrique, gravitationnelle et nucléaire, une force d'origine magnétique \vec{F}_m qui est proportionnelle à la charge q , au module de la vitesse \vec{v} de la particule et qui s'exerce perpendiculairement à cette dernière. Cette force est proportionnelle et perpendiculaire à l'induction \vec{B} existant en ce point de l'espace, satisfaisant à la relation :

$$\vec{F}_m = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \quad (\text{N})$$

L'unité du champ d'induction est le tesla (T) ou (Vs/m²).

2.2.6 Aimantation \vec{M}

Dans la plupart des matériaux, les atomes possèdent le même nombre d'électrons à moment magnétique positif et d'électrons à moment magnétique négatif: il y a compensation des deux effets et ces atomes ne possèdent pas de propriétés magnétiques notoires dues aux électrons.

Certains matériaux de transition, que l'on appelle ferromagnétiques ou ferrimagnétiques, font exception à cette règle. Il s'agit principalement du fer, du cobalt, du nickel, de certaines terres rares, ainsi que de leurs alliages, composés et oxydes. Les atomes de ces éléments possèdent des nombres différents d'électrons à moment magnétique positif et à moment magnétique négatif; ce déséquilibre provoque l'apparition d'une aimantation, définie par la densité volumique de moments magnétiques résultants et mesurée en ampère par mètre. Nous reviendrons sur ces définitions par la suite.

2.2.7 Champ magnétique \vec{H} , perméabilité μ

Le champ magnétique est défini à partir de l'induction \vec{B} et de l'aimantation \vec{M} par la relation :

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0 - \vec{M} \quad (\text{A/m})$$

où μ_0 est la constante magnétique ou perméabilité absolue du vide, qui vaut :

$$\mu_o = 4\pi 10^{-7} \quad (\text{Vs/Am})$$

Dans un matériau linéaire, il existe une relation de proportionnalité entre \vec{B} et \vec{M} , on peut alors écrire :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{T})$$

Le coefficient constant μ est appelé la perméabilité du matériau.

2.2.8 Déplacement électrique \vec{D} , champ de polarisation \vec{P} , permittivité ϵ

Les milieux matériels sont formés de charges, positives et négatives, liées à l'intérieur d'atomes et de molécules. Lorsque le centre de gravité des charges positives d'une molécule et celui de ses charges négatives coïncident, l'ensemble est électriquement neutre. Si ces centres ne coïncident pas dans l'espace, la molécule se comporte comme deux charges de même amplitude mais de signe opposé, séparées par une distance déterminée par la géométrie de la molécule. Cet assemblage de deux charges de signe opposé est appelé un dipôle permanent.

Lorsqu'on applique un champ électrique \vec{E} à un milieu matériel, les dipôles permanents qu'il contient s'alignent dans la direction du champ. D'autre part, les charges liées positives et négatives des molécules neutres se déplacent légèrement et en sens opposé le long du champ, par suite des forces électriques appliquées ; le champ provoque l'apparition de dipôles induits. Tous ces dipôles sont caractérisés par un moment dipolaire dont l'amplitude est le produit de la charge par la distance séparant les charges. Le champ de polarisation \vec{P} est défini par la densité volumique de moments dipolaires lorsque l'élément de volume devient très petit.

L'effet du champ électrique est représenté par le déplacement électrique \vec{D} qui est défini par :

$$\vec{D} = \epsilon_o \vec{E} + \vec{P} \quad (\text{As/m}^2)$$

où ϵ_0 est la constante électrique, ou permittivité absolue du vide qui vaut :

$$\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \quad (\text{As/Vm})$$

Dans un milieu linéaire, la polarisation \vec{P} est proportionnelle au champ électrique \vec{E} et on a dans ce cas :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{As/m}^2)$$

Le coefficient constant ϵ est appelé permittivité du matériau.

Dans le vide, et approximativement dans l'air, la polarisation \vec{P} est nulle, il en résulte donc :

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad (\text{As/m}^2)$$

2.3 Equations de l'électromagnétisme.

2.3.1 Equation de Maxwell - Forme locale

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale d'un champ (électrique ou magnétique) en un point de l'espace entraîne (ou est due à) l'existence, ou la variation temporelle, d'un autre champ au même point de l'espace. Il s'agit là de leur forme locale ou différentielle : nous avons un système de quatre équations vectorielles aux dérivées partielles [37].

$$\text{éq. 20} \quad \vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{V/m}^2)$$

$$\text{éq. 21} \quad \vec{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{A/m}^2)$$

$$\text{éq. 22} \quad \text{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{As/m}^3)$$

$$\text{éq. 23 } \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{Vs/ m}^3)$$

2.3.2 Equation de continuité

A partir des relations précédentes, nous pouvons exprimer la relation :

$$\text{éq. 24 } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{J} = 0$$

Cette relation lie la variation temporelle de la densité de charge à la divergence de la densité de courant causée par le déplacement de charges. Elle exprime la conservation des charges électriques et est encore appelée équation de continuité.

2.3.3 Potentiel vecteur magnétique

Sachant que la divergence de l'induction \vec{B} est nulle, et que d'autre part la divergence d'un rotationnel est toujours identiquement nulle, on peut en tout point de l'espace identifier l'induction avec le rotationnel d'une grandeur vectorielle \vec{A} (Vs/m).

$$\text{éq. 25 } \vec{B} = \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{A} \quad (\mathbf{T})$$

Nous disons que l'induction \vec{B} dérive de \vec{A} , que nous appelons le potentiel vecteur magnétique. Il faut noter ici que la relation précédente ne définit \vec{A} qu'à un vecteur irrotationnel près. L'emploi du potentiel vecteur permet de simplifier la résolution de problèmes électromagnétiques, notamment ceux de magnétostatiques.

2.3.4 Potentiel scalaire (en régime statique)

Dans un système électrique dont les grandeurs ne varient pas dans le temps, que l'on appelle par conséquent statique, toutes les dérivées par rapport au temps sont nulles. Il en résulte que le rotationnel du champ \vec{E} est égal à zéro. Comme le rotationnel d'un gradient est toujours identiquement nul, il est possible ici d'identifier le champ \vec{E} au gradient d'une fonction scalaire V que l'on appelle potentiel.

$$\text{éq. 26 } \vec{E} = -\overrightarrow{\operatorname{grad}} V \quad (\text{V/m})$$

2.4 Méthode numérique, modèle différences finies

Les équations ne pouvant se résoudre analytiquement que dans certains cas particuliers, il faut recourir à des techniques d'analyse numérique qui remplace le problème posé par un problème approché et fournissent un algorithme de calcul adapté. Les différences finies représentent une des méthodes de résolution utilisée depuis des années en électromagnétisme [38]. Pour cette technique, l'opérateur différentiel est transformé en un opérateur aux différences où chaque dérivée est remplacée par une différence de valeurs en un certain nombre fini de points. Si l'on considère G fonction de la variable u connue en deux points $u_0 + \delta/2$ et $u_0 - \delta/2$ de part et d'autre du point u_0 , le développement en série de Taylor donne :

$$G(u_0 + \delta/2) = G(u_0) + \frac{\delta}{2} G'(u_0) + \frac{\delta^2}{8} G''(u_0) + \theta(\delta^2)$$

$$G(u_0 - \delta/2) = G(u_0) - \frac{\delta}{2} G'(u_0) + \frac{\delta^2}{8} G''(u_0) + \theta(\delta^2)$$

la somme et la différence de ces deux décompositions conduisent à :

$$\frac{dG}{du} = \frac{G(u_0 + \delta/2) - G(u_0 - \delta/2)}{\delta}$$

$$\frac{d^2G}{du^2} = \frac{G(u_0 + \delta/2) + G(u_0 - \delta/2) - 2 * G(u_0)}{(\delta/2)^2}$$

L'erreur induite lors de l'approximation est de l'ordre de δ^2 et sera négligeable pour des valeurs de δ suffisamment petites.

Cette formulation des dérivées sera appliquée aux dérivées spatiales pour les problèmes statiques mais aussi aux dérivées temporelles pour l'électromagnétisme avec ou sans charge d'espace. Dans ce dernier cas, la discrétisation temporelle induit un critère de stabilité lié au pas temporel, qui est dans le vide pour un maillage 3D cartésien:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)}} \text{ où } c \text{ est la vitesse de la lumière dans le vide.}$$

2.5 Code magnétostatique

2.5.1 Introduction

L'objectif de cette étude est d'analyser, de façon numérique, l'aspect magnétique intervenant dans le fonctionnement du magnétron. La structure magnétique du magnétron est composée de bobines et d'aimants permanents qui sont des sources d'induction, mais aussi, de matériaux magnétiques doux (paramagnétiques) qui sont sensibles à l'induction. De par la géométrie et les caractéristiques des structures à analyser, nous concevrons un code 2D cylindrique à symétrie de révolution Figure 17. La simulation sera effectuée dans un plan zOr. Nous imposons :

- $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$ invariance suivant φ due à la symétrie de révolution
 - \vec{A} suivant \vec{e}_φ
 - ou
 - \vec{B} suivant \vec{e}_φ inexistant
- pour les structures à étudier

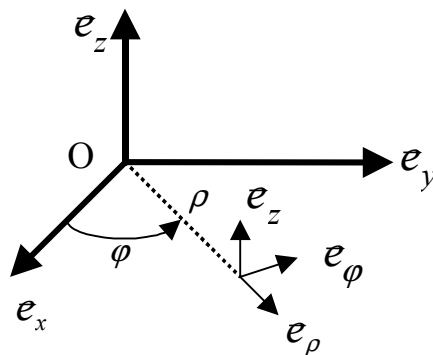


Figure 17 *Repère cylindrique.*

2.5.2 Rappel de magnétostatique

$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$	$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$	$\mu_r = 1 + \chi$	$\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H}$
B : induction magnétique	Tesla		
H : champ magnétique	A/m		
A : potentiel vecteur	T.m		
μ_0 : perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$	$H.m^{-1}$	
μ_r : perméabilité relative			
J ou M : aimantation (moment magnétique)	A/m (A.m ²)		
B_r : induction rémanente (aimantation restante dans un aimant permanent après avoir mis H à une valeur maximum puis H à zéro)	Tesla		
H_c : champ coercitif (correspond à une annulation de l'aimantation)	A/m		
χ : susceptibilité magnétique	sans unité		

2.5.3 Milieux magnétiques

Dans le vide, les grandeurs vectorielles induction magnétique (B) et champ magnétique (H) sont liées dans une relation linéaire par la perméabilité magnétique du vide μ_0 . Dans un milieu magnétique isotrope, une nouvelle grandeur se superpose au champ pour traduire l'influence du milieu : l'aimantation (J). Elle est liée au champ magnétique par la susceptibilité magnétique χ du matériau [39].

Dans le vide : $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ donc \vec{B} et \vec{H} sont colinéaires

Dans un milieu magnétique : $\vec{J} = \chi \vec{H}$

Soit : $\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{J}$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad \mu_r = (1 + \chi)$$

μ_r est la perméabilité relative du matériau, elle traduit le comportement magnétique de celui-ci. Cette valeur permet de classer les matériaux magnétiques en trois catégories : paramagnétiques, diamagnétiques ou ferromagnétiques.

Le magnétisme est souvent expliqué à partir d'un modèle de la structure atomique de la matière. Celle-ci comporte des dipôles magnétiques permanents capables de s'orienter dans un champ extérieur. Ces dipôles ont une origine, soit atomique – orbitale (couches électroniques incomplètes), soit électronique (spin électronique) ou encore nucléaire (spin

nucléaire). A l'état d'équilibre, sans champ appliqué, l'agitation thermique oriente les dipôles dans toutes les directions avec une probabilité égale. Il n'y a alors aucun moment magnétique résultant dans le matériau à l'échelle macroscopique.

En présence d'un champ magnétique extérieur le nombre de domaines alignés avec ce champ augmente, il y a un moment magnétique résultant dans le matériau qui est dit polarisé.

2.5.3.1 Matériaux paramagnétiques

Pour ce type de matériaux, χ est faible ($\mu_r \approx 1$) et supérieure à zéro. Les vecteurs \vec{H} et \vec{J} sont de même sens et l'aimantation disparaît avec l'excitation. Les moments magnétiques permanents s'alignent sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, mais cette orientation ne compense pas l'agitation thermique qui reste prépondérante. L'aimantation globale reste faible. La plupart des gaz et certains métaux font partie de cette catégorie.

2.5.3.2 Matériaux diamagnétiques

χ est toujours faible mais négative. Par conséquent \vec{H} et \vec{J} sont de sens contraire et l'aimantation disparaît avec l'excitation. Dans ce cas, le champ magnétique provoque un mouvement orbital des électrons. Le comportement est alors similaire à une spire créant un courant qui s'oppose au champ.

2.5.3.3 Matériaux ferromagnétiques

La microstructure du matériau conditionne la facilité ou la difficulté qu'il peut y avoir à le polariser et à maintenir cette polarisation lorsque le champ extérieur est supprimé. Les domaines s'opposant au retour à l'état désorganisé antérieur, il reste une polarisation résiduelle appelée rémanence. Pour annuler cette rémanence, il faut appliquer un champ extérieur opposé au champ initial, l'intensité de ce champ est appelé champ coercitif d'induction H_c . Il s'agit d'une caractéristique importante du matériau magnétique, car cette valeur indique sa résistance à la désaimantation. Les matériaux magnétiques doux ont des champs coercitifs de quelques ampères par mètre. Pour ce qui est des aimants permanents le champ coercitif est supérieur à 1 KA/m.

Pour ces matériaux χ est très grande et dépend fortement de l'excitation J et de la température. On remarque qu'au-delà d'une certaine température (température de Curie), le matériau ferromagnétique se comporte comme un matériau amagnétique, c'est-à-dire que toute aimantation initiale est perdue.

L'induction magnétique dépend aussi du sens de variation de \vec{H} , ce qui introduit la notion de rémanence et de cycle d'hystérésis.

Matériaux ferromagnétiques : fer, cobalt, nickel et leurs alliages.

Cycle d'hystérésis : à partir d'un point (H, B) de la courbe de première aimantation, on diminue le champ H . L'induction B ne repasse pas sur la même courbe, pour $H = 0$, il subsiste une aimantation rémanente B_r qui peut être annulée en appliquant un champ $-H_c$. B_{sat} est l'induction de saturation. Figure 18

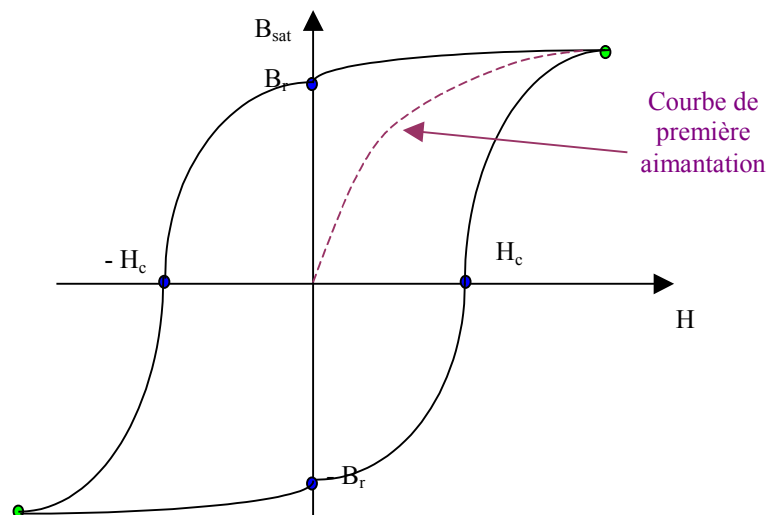


Figure 18 Cycle d'hystérésis.

Nous notons que le champ magnétique H dépend uniquement de la source alors que l'induction B dépend aussi du milieu.

Ordre de grandeur de sources d'induction magnétique :

Espace interstellaire	$\approx 10^{-8}$ T
Champ magnétique terrestre	$B \approx 2 \cdot 10^{-5}$ T
Corps humain	$3 \cdot 10^{-4}$ T
Bobine supraconductrice	≈ 20 T
Etoile à neutron	10^8 T
Noyau atomique	10^{12} T

L'induction s'exprime soit en Tesla, soit en Gauss sachant que $1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$

2.5.4 Mise en équation du problème

Comme nous l'avons précisé précédemment, les différentes équations mises en jeu seront discrétisées suivant la méthode des différences finies. Il sera alors nécessaire d'utiliser une méthode itérative afin de résoudre le problème posé.

2.5.4.1 Equations à résoudre

$$\text{éq. 27 } \overrightarrow{\text{rot}} \left[\frac{\vec{B}}{\mu} \right] = \underbrace{\vec{J} + \overrightarrow{\text{rot}}[\vec{H}]}_{\text{termes sources}}$$

Soit encore:

$$\text{éq. 28 } \overrightarrow{\text{rot}} \left[\frac{1}{\mu_r} \overrightarrow{\text{rot}}[A] \right] = \mu_o \vec{J} + \overrightarrow{\text{rot}} \left[\frac{B_r}{\mu_r} \right]$$

Connaissant les termes sources nous en déduisons le potentiel vecteur \vec{A} puis l'induction magnétique avec la relation $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$. Il faut remarquer que \vec{A} est un potentiel vecteur en opposition au potentiel scalaire V en électrostatique, ce qui a pour effet d'ajouter des termes supplémentaires dans les équations. D'autre part, μ_r est lui un scalaire ce qui implique :

$$\text{éq. 29 } \overrightarrow{\text{rot}} \left[\frac{1}{\mu_r} \overrightarrow{\text{rot}}[\vec{A}] \right] = \frac{1}{\mu_r} \overrightarrow{\text{rot}}[\overrightarrow{\text{rot}}[\vec{A}]] + \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{1}{\mu_r} \right) \wedge \overrightarrow{\text{rot}}[\vec{A}]$$

Nous allons cependant décomposer l'étude et le traitement en deux parties. Dans le cas d'un milieu de même nature magnétique, il y aura invariance de $1/\mu_r$ suivant la position et par conséquent, $\overrightarrow{\text{grad}}[1/\mu_r] = \vec{0}$. Nous aurons ensuite à prendre en compte les interfaces entre les milieux différents. Nous avons dans un premier temps considéré que la transition était prise en compte grâce au deuxième terme de l'équation éq. 29. Nous avons néanmoins constaté que, pour d'importantes variations de perméabilité de part et d'autre d'une interface, ce traitement n'engendrait aucune solution stable. Nous avons donc traité les interfaces par l'intermédiaire de conditions limites de base.

Nous pouvons aussi constater que $\overrightarrow{rot}[\overrightarrow{rot}[\vec{A}]] = -\Delta.\vec{A}$ sachant que $div(\vec{A}) = 0$. Nous retombons alors sur l'équation de Poisson appliquée à la magnétostatique. $\Delta.\vec{A} = -\mu\vec{J} - \overrightarrow{rot}[\vec{B}_r]$. Finalement, avec nos hypothèses initiales, l'équation éq. 29 se réduit à :

$$\overrightarrow{rot}[\overrightarrow{rot}[\vec{A}]] = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\phi)}{\partial \rho} \right] \\ 0 \end{pmatrix}$$

soit encore :

$$\text{éq. 30 } \frac{1}{\mu_r} \overrightarrow{rot}[\overrightarrow{rot}[\vec{A}]] = \left[-\frac{1}{\mu_r} \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial z^2} - \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial^2 A_\phi}{\partial \rho^2} - \frac{1}{\mu_r \rho} \frac{\partial A_\phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\mu_r \rho^2} A_\phi \right] \vec{e}_\phi$$

La condition limite utilisée doit faire intervenir la perméabilité des différents milieux. Nous prenons :

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{0}$$

\vec{n} : vecteur normal à la surface

\vec{H}_2 et \vec{H}_1 : champs magnétiques de part et d'autre de l'interface

Ceci conduit à la continuité des champs tangentiels à l'interface soit encore [41]:

$$\text{éq. 31 } \boxed{\frac{\vec{B}_{2tg}}{\mu_{r2}} = \frac{\vec{B}_{1tg}}{\mu_{r1}}}$$

2.5.4.2 Prise en compte des termes sources

La source peut être de deux types, soit une source de courant définie par son courant, soit un aimant permanent défini par son aimantation rémanente B_r exprimée en Tesla. Le courant sera obligatoirement orienté suivant \vec{e}_ϕ , quant à l'induction B_r , elle aura une composante suivant \vec{e}_ρ et une autre suivant \vec{e}_z .

$$\text{Soit : } \vec{\text{rot}}[\vec{B}_r] = \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{\partial B_{r\rho}}{\partial z} - \frac{\partial B_{rz}}{\partial \rho} \\ 0 \end{vmatrix}$$

Quel que soit le terme source, il engendrera bien un potentiel \vec{A} suivant \vec{e}_φ uniquement. Cela reste cohérent avec nos hypothèses initiales.

2.5.4.3 Traitement des interfaces

L'induction \vec{B} peut être exprimée à partir du potentiel vecteur $\vec{A} = A_\varphi \vec{e}_\varphi$ par l'intermédiaire de l'équation $\vec{B} = \vec{\text{rot}} \vec{A}$.

Après simplification, nous obtenons :

$$\text{éq. 32 } \vec{B} = \begin{vmatrix} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial \rho} \end{vmatrix}$$

A l'aide de l'équation éq. 31, nous obtenons le système suivant permettant de déduire les potentiels aux interfaces à partir des potentiels calculés avec l'équation générale éq. 28.

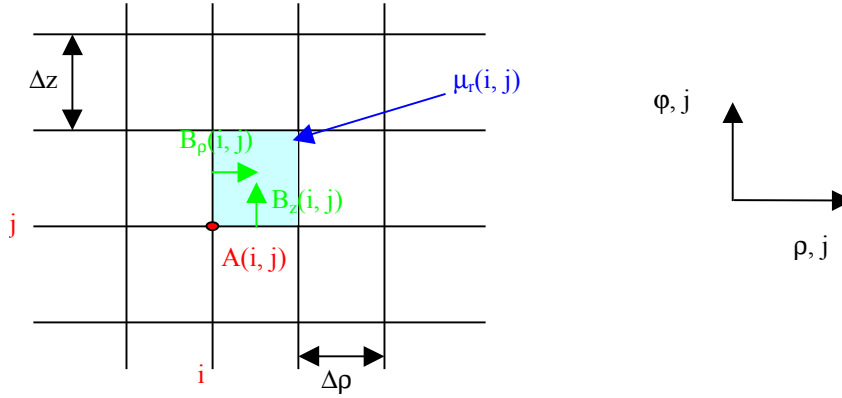
$$\text{éq. 33 } \frac{1}{\mu_{r1}} \frac{\partial A_{\varphi 1}}{\partial z} \vec{e}_\varphi = \frac{1}{\mu_{r2}} \frac{\partial A_{\varphi 2}}{\partial z} \vec{e}_\varphi$$

$$\text{éq. 34 } \frac{1}{\mu_{r1} \rho_1} \frac{\partial(\rho_1 A_{\varphi 1})}{\partial \rho} \vec{e}_z = \frac{1}{\mu_{r2} \rho_2} \frac{\partial(\rho_2 A_{\varphi 2})}{\partial \rho} \vec{e}_z$$

2.5.5 Discrétisation des équations en 2D

2.5.5.1 Traitement du laplacien

Il nous faut maintenant discrétiser les équations précédentes suivant la méthode des différences finies afin de les résoudre numériquement.


 Figure 19 *Maillage ftd.*

Nous commençons par la discrétisation de l'équation générale .

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{\mu_r} \overrightarrow{\text{rot}} \left[\overrightarrow{\text{rot}} \left[\overrightarrow{A_\varphi} \right] \right] &= \left[-\frac{1}{\mu_r(i, j)} \frac{A(i, j+1) + A(i, j-1) - 2A(i, j)}{\Delta_z^2} - \frac{1}{\mu_r(i, j)} \frac{A(i+1, j) + A(i-1, j) - 2A(i, j)}{\Delta_\rho^2} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{1}{\mu_r(i, j) \rho(i, j)} \frac{A(i+1, j) - A(i-1, j)}{2\Delta_\rho} + \frac{1}{\mu_r(i, j) \rho(i, j)} A(i, j) \right] \overrightarrow{e_\varphi} \\
 &= \left[A(i, j) \left[\frac{1}{\mu_r(i, j) \rho^2(i, j)} + \frac{2}{\mu_r(i, j)} \left[\frac{1}{\Delta_z^2} + \frac{1}{\Delta_\rho^2} \right] \right] \right. \\
 &\quad \left. - A(i, j+1) \left[\frac{1}{\Delta_z^2 \mu_r(i, j)} \right] - A(i, j-1) \left[\frac{1}{\Delta_z^2 \mu_r(i, j)} \right] \right. \\
 &\quad \left. - A(i+1, j) \left[\frac{1}{\Delta_\rho^2 \mu_r(i, j)} + \frac{1}{2\Delta_\rho \rho(i, j) \cdot \mu_r(i, j)} \right] \right. \\
 &\quad \left. - A(i-1, j) \left[\frac{1}{\Delta_\rho^2 \mu_r(i, j)} - \frac{1}{2\Delta_\rho \rho(i, j) \cdot \mu_r(i, j)} \right] \right] \overrightarrow{e_\varphi} \\
 &\quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C(i, j)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_1(i, j)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_2(i, j)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_3(i, j)} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{C_4(i, j)}
 \end{aligned}$$

En reprenant l'équation éq. 28, nous déduisons :

$$\text{éq. 35 } A(i,j) = \frac{1}{C(i,j)} [C_1(i,j)A(i,j+1) + C_2(i,j)A(i,j-1) + C_3(i,j)A(i+1,j) + C_4(i,j)A(i-1,j) + exc(i,j)]$$

Le potentiel en (i, j) sera donc déterminé à partir des potentiels adjacents et éventuellement d'un terme d'excitation placé en (i,j) Figure 20.

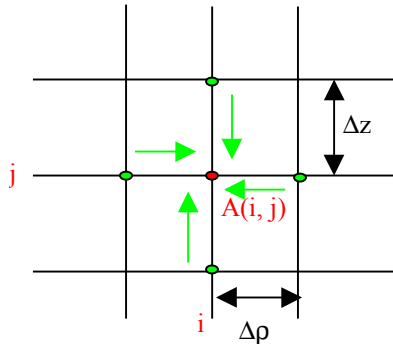


Figure 20 Calcul du potentiel en (i,j).

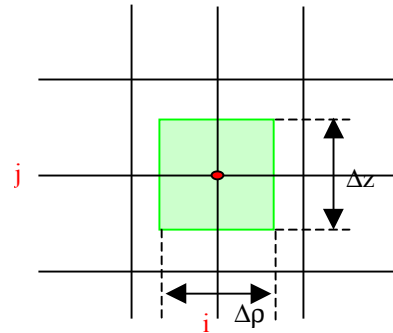


Figure 21 Surface allouée au point source.

Dans l'équation éq. 35, nous notons : $exc(i) = \mu_o \vec{J} + \overrightarrow{rot} \left[\frac{\vec{B}_r}{\mu_r} \right]$

2.5.5.2 Traitement de l'excitation

Nous voulons traiter des champs générés par des bobines ou des aimants permanents. Pour ce qui est des aimants permanents, nous imposons forcément l'induction rémanente B_r . Pour la source de courant, nous pouvons imposer le courant I ou la densité de courant J. Dans cette étude, nous avons choisi d'imposer I. Il faudra donc définir une surface sur laquelle nous imposerons le courant pour obtenir une notion de densité de courant, et ceci que la source soit imposée sur un ensemble de maille ou ponctuellement.

Nous avons vu précédemment qu'un potentiel était calculé à partir des quatre potentiels adjacents, c'est-à-dire placés à une distance Δ_z ou Δ_ρ du potentiel recherche. La surface représentant la source mesurera donc $\Delta_z \times \Delta_\rho$ Figure 21.

Cette méthode nous permettra de simuler des sources de courant ponctuelles ou maillées.

Pour un aimant, la connaissance de la valeur de son induction rémanente $\vec{B}_r = \vec{B}_{r\rho} + \vec{B}_{rz}$ nous permet de remonter à la valeur de l'excitation

$$\text{rot} \left[\frac{\vec{B}_r}{\mu_r} \right] = \left[\frac{\partial B_{r\rho}}{\partial z} - \frac{\partial B_{rz}}{\partial \rho} \right] \vec{e}_\varphi \text{ ce qui donne une fois discrétisé:}$$

$$\text{rot} \left[\frac{\vec{B}_r}{\mu_r} \right] (i, j) = \frac{1}{\mu_r(i, j)} \left[\frac{B_{r\rho}(i, j) - B_{r\rho}(i, j-1)}{\Delta_z} - \frac{B_{rz}(i, j) - B_{rz}(i-1, j)}{\Delta_\rho} \right] \vec{e}_\varphi$$

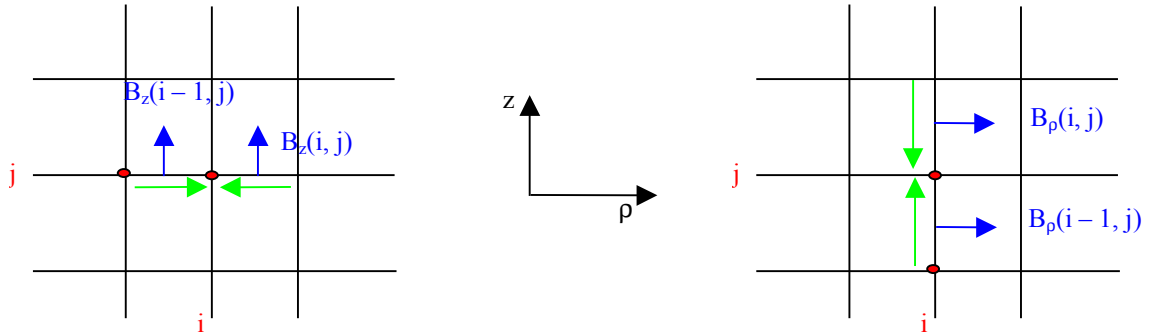


Figure 22 Calcul de l'excitation liée à l'induction rémanente.

2.5.5.3 Calcul de l'induction

Connaissant le potentiel A_φ dans tout le volume de calcul, l'induction B sera calculée par l'intermédiaire de la relation éq. 32 qui est donnée ci-dessous sous forme discrétisée.

$$B_\rho(i, j) = \frac{A_\varphi(i, j) - A_\varphi(i, j+1)}{\Delta_z}$$

$$B_z(i, j) = \frac{A_\varphi(i+1, j) - A_\varphi(i, j)}{\Delta_\rho} + \frac{A_\varphi(i+1, j) + A_\varphi(i, j)}{2} \cdot \frac{1}{\rho(i, j) + \frac{\Delta_\rho}{2}}$$

Nous remarquerons qu'au lieu de prendre $\frac{A(i, j)}{\rho(i, j)}$, nous préférons faire un recentrage spatial du potentiel vecteur, c'est à dire une moyenne de $A(i, j)$ et $A(i + 1, j)$, afin de ramener un pseudo potentiel à l'endroit où $B(i, j)$ est calculée Figure 23.

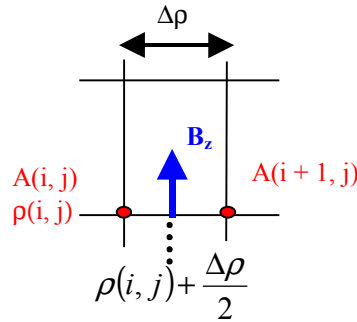


Figure 23 Centrage spatial du potentiel.

2.5.6 Traitement des interfaces et conditions particulières

2.5.6.1 Condition dans l'axe

Du fait des structures à symétrie de révolution étudiées, il y a opposition du potentiel de part et d'autre de l'axe de symétrie, ce qui correspond dans l'axe à $A_\phi = 0$. De façon plus pratique, pour $i = 1$ (première maille de calcul), soit $\rho = 0$, on imposera $A_\phi = 0$.

2.5.6.2 Limite du volume de calcul

Sur la périphérie du volume, ailleurs que dans l'axe de révolution, nous imposerons soit une condition de court-circuit magnétique, c'est-à-dire $B_{\text{tangential}} = 0$, soit un potentiel A nul. La deuxième condition nécessite d'avoir un volume de calcul assez grand de façon à ce qu'elle n'interfère pas sur le résultat final.

Pour un court-circuit magnétique en $z = \text{constante}$:

$$B_\rho = 0 \quad \text{soit} \quad A(i, j) = A(i, j+1)$$

Pour un court-circuit magnétique en $\rho = \text{constante}$

$$B_z = 0 \quad \text{soit} \quad A(i, j) = \frac{\rho(i, j) + \Delta_\rho}{\rho(i, j)} A(i+1, j)$$

2.5.6.3 Traitement des interfaces

Nous décomposons le traitement en trois étapes :

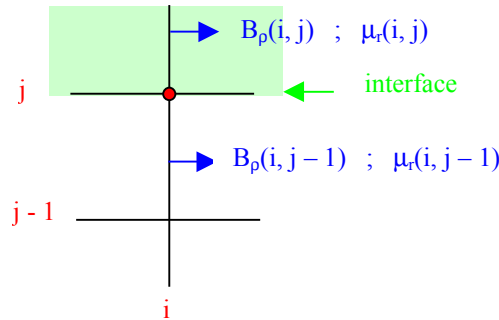
- interface suivant ρ ou à $z = \text{constante}$,
- interface suivant z ou à $\rho = \text{constante}$,
- traitement des coins.

Nous appliquons la condition éq. 31 qui impose la continuité de la composante tangentielle à l'interface.

- Si l'interface est à $z = \text{constante}$, il y a continuité de B_ρ

Soit :

$$A(i, j) = \frac{\mu_r(i, j)}{\mu_r(i, j) + \mu_r(i, j-1)} A(i, j-1) + \frac{\mu_r(i, j)}{\mu_r(i, j) + \mu_r(i, j-1)} A(i, j+1)$$

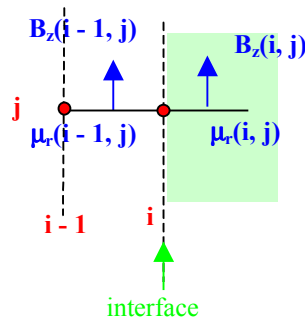


- Si l'interface est à $\rho = \text{constante}$, il y a continuité de B_z

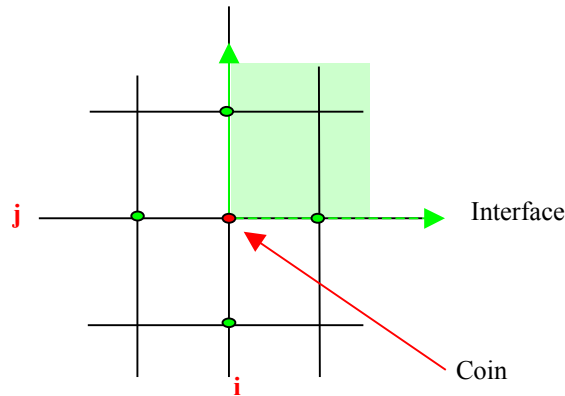
Soit :

$$A(i, j) \left[\mu_r(i-1, j) \left(\frac{1}{\Delta_\rho} - \frac{1}{2\rho(i, j) + \Delta_\rho} \right) + \mu_r(i, j) \left(\frac{1}{\Delta_\rho} + \frac{1}{2\rho(i-1, j) + \Delta_\rho} \right) \right] =$$

$$A(i+1, j) \mu_r(i-1, j) \left[\frac{1}{\Delta_\rho} + \frac{1}{\Delta_\rho + 2\rho(i, j)} \right] + \mu_r(i, j) A(i-1, j) \left[\frac{1}{\Delta_\rho} - \frac{1}{\Delta_\rho + 2\rho(i-1, j)} \right]$$



- Dans les coins, qui sont engendrés par le type de maillage utilisé, l'application de la condition est plus délicate. Nous avons cependant choisi d'imposer les deux conditions précédentes avec des coefficients pondérateurs.



Pour déterminer le potentiel au niveau de la double interface, nous irons donc chercher les quatre potentiels adjacents, avec les perméabilités correspondantes, en appliquant les deux conditions ci-dessus.

2.5.7 Méthodes itératives et optimisation des performances

La résolution de tels systèmes nécessite l'utilisation de méthodes itératives. Ces méthodes commencent avec une première approximation, satisfaisant aux conditions limites, qui est améliorée jusqu'à l'obtention d'une solution dont la précision est jugée suffisante. La méthode est dite convergente lorsque la différence entre la solution exacte et les approximations successives tend vers zéro. Il existe classiquement deux méthodes de résolution que sont Jacobi et Gauss-Seidel. Pour la première, les valeurs calculées à l'itération n sont utilisées pour déduire celles de l'itération $n+1$. Pour la seconde, les valeurs calculées à l'itération $n+1$ seront déduites des valeurs de l'itération en cours, si elles sont mises à jour et de celles de l'itération précédente si elles ne sont pas encore calculées. A partir de ces deux méthodes, une nouvelle famille de méthode appelée méthode de sur-relaxation peut être conçue, faisant intervenir un paramètre additionnel permettant d'augmenter la vitesse de convergence. Le principe général de la méthode est le suivant :

$$X^{n+1} = \omega * X_*^{n+1} + (1 - \omega) * X^n$$

X_*^{n+1} : valeur calculée classiquement

X^{n+1} : valeur corrigée en fin d'itération

ω : facteur de sur-relaxation $1 < \omega < 2$

Différentes méthodes comme : la relaxation Zebra-Line, la sur-relaxation successive symétrique (SSOR), la sur-relaxation successive par ligne (SLOR), la relaxation Red-Black, utilisent cette technique.

Nous avons initialement réalisé un code sous Matlab avec un traitement de type Jacobi. Puis, dans un souci d'optimisation des performances du code, nous avons testé différentes méthodes itératives afin de sélectionner la meilleure en terme de temps de calcul. Les tests ont été effectués avec un code électrostatique 1D, sur un volume de calcul de 60 cellules ou on impose 1 Volt sur la maille n°1 et 0 Volt sur la maille n°60. Le critère d'arrêt est relié directement aux valeurs de potentiel et non à l'erreur quadratique. En effet, ce dernier critère n'est pas très précis pour stopper le calcul car, suivant la vitesse de convergence de la méthode, les niveaux de potentiel au final seront différents

Méthode	Nombre d'itérations	Temps de calcul cpu (s)
Jacobi – boucle « pour »	2858	6.406
Gauss - Seidel	2858	3.729
Jacobi – produit de matrice	5762	1.459
G-S et relaxation $\omega = 1.9$	211	0.266
Red-Black $\omega = 1.9$	94	0.031

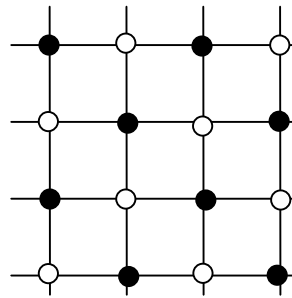
Tableau 2 *Comparatif des résultats obtenus avec chaque méthode testée en terme d'itération et de temps de calcul cpu.*

Nous constatons Tableau 2 une grosse hétérogénéité aussi bien au niveau du nombre d'itérations que du temps de calcul. Nous savions par ailleurs, que l'utilisation de boucle « for » était pénalisante d'un point de vue temps de calcul par rapport au produit matriciel. Ceci est mis en exergue ligne 1 et 3 du tableau avec un facteur 4 en temps entre les deux traitements Jacobi. Notre choix s'était donc porté sur la méthode Jacobi, avec produit de matrice, à laquelle nous avons superposé la technique de sur-relaxation. Nous avons cependant remarqué que, dans ce cas, le code divergeait systématiquement. Ceci s'explique par une évolution non uniforme du potentiel entre les mailles paires et impaires en 1D

(mailles blanches et mailles noires d'un échiquier en 2D) liée au traitement matriciel. Au final nous avons utilisé la méthode Red-Black avec sur-relaxation qui permet justement de traiter séparément les mailles blanches et les mailles noires. Cette technique induit une diminution du temps de calcul de l'ordre de 45 (pour un $\omega=1.9$) par rapport à la méthode Jacobi avec produit de matrice.

Pour cette méthode, nous supposons que les mailles sont colorées alternativement à la manière d'un échiquier. Le processus de calcul consiste à mettre à jour dans un certain ordre tous les points blancs du maillage en laissant inchangés les points noirs. Ensuite on fait l'inverse etc. Si nous utilisons l'indice $n+1/2$ pour indiquer la moitié de la procédure, alors le schéma de relaxation Red-Black s'écrit :

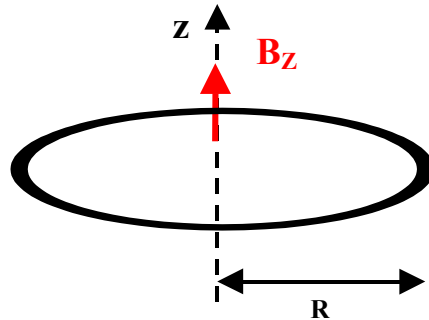
$$X_{noir}^{n+1} = \omega * X_{blanc}^{n+1/2} + (1 - \omega) * X_{noir}^n$$



2.5.8 Vérification du code

Il est nécessaire de vérifier le code réalisé sur différents cas canoniques afin de légitimer les résultats. C'est dans cette optique que nous avons étudié la spire et le solénoïde pour valider la prise en compte de la source de courant, mais aussi des aimants permanents cylindrique et annulaire pour la source d'induction magnétique. Nous avons aussi testé la prise en compte des milieux magnétiques. Une dernière vérification est effectuée, et ça pour tous les cas canoniques testés par la suite, au niveau de la transparence de la discrétisation. En effet, quelles que soient les dimensions du maillage, elles ne doivent pas intervenir sur les résultats de simulation, dans la mesure où elles permettent de bien prendre en compte les dimensions de la structure à étudier.

2.5.8.1 Spire



↳ Nous connaissons théoriquement le champ magnétique axial crée par une spire de rayon R.

$$\vec{B}_{\text{axe}} = \mu_r \mu_o \frac{I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z = \mu_r \mu_o \frac{I}{2} \frac{R^2}{(h^2 + z^2)^{3/2}} \vec{e}_z$$

↳ Nous savons aussi exprimer l'inductance propre d'une spire en fonction de sa géométrie :

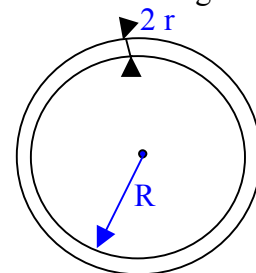
Si $R \gg r$
$$L = \mu_o \mu_r R \left[\ln \frac{8R}{r} - 1,75 \right]$$

Numériquement, nous déduisons L sachant que :

$$\phi = L I \approx \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

avec :

$$\phi = R \sum_o^R \left[B_z(i, j) \cdot \Delta_\rho \cdot 2\pi \cdot \left[\rho(i, j) + \frac{\Delta_\rho}{2} \right] \right]$$

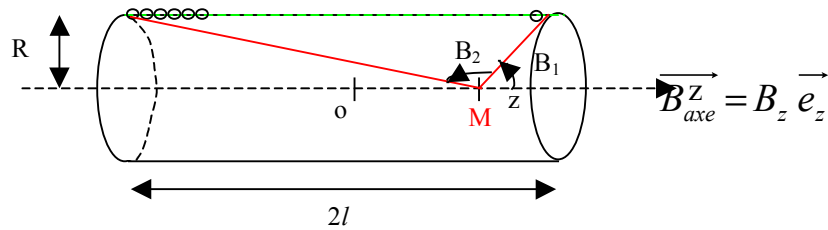


↳ Nous vérifions aussi qu'en effectuant une circulation de courant autour de la source, nous retrouvons bien le courant d'excitation, théorème d'Ampère :

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_o \mu_r I$$

La simulation nous permet de retrouver les valeurs d'induction dans l'axe de la spire, de self et de courant dans la spire prédites par la théorie [40]. Notons que, lorsque nous changeons la perméabilité relative du milieu, l'induction B augmente proportionnellement à μ_r alors que le champ H reste le même. Les caractéristiques de la spire testée ainsi que les résultats sont donnés ANNEXE 1.

2.5.8.2 Solénoïde fini



Avec :

$$B_z = \frac{n \mu_0 \mu_r I}{2} (\cos B_1 - \cos B_2)$$

Ou encore :

$$B_z = \frac{n \mu_0 \mu_r I}{2} \left[\frac{\ell + z}{\sqrt{R^2 + (\ell + z)^2}} + \frac{\ell - z}{\sqrt{R^2 + (\ell - z)^2}} \right]$$

I : courant dans chaque spire

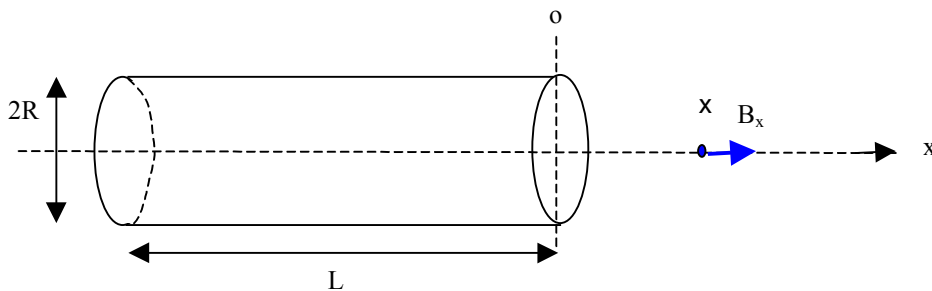
n : densité linéique de spire

Dans ce cas aussi nous retrouvons les prédictions de la théorie [40]. Les caractéristiques du solénoïde testé ainsi que les résultats sont donnés ANNEXE 2.

2.5.8.3 Prise en compte des aimants

Nous avons accès au champ créé par différentes géométries d'aimants dans leur axe de symétrie. Pour valider notre code 2D cylindrique à symétrie de révolution, nous avons testé le cas d'aimants cylindrique et annulaire [42]. Dans les deux cas, les résultats en induction donnés par le code concordent avec les prévisions théoriques.

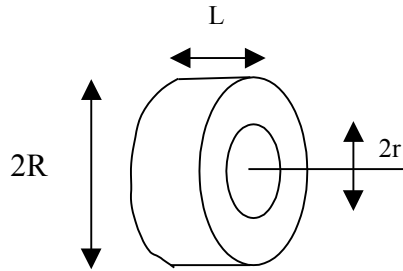
2.5.8.3.1 Cylindre



$$\vec{B}_x = \frac{B_r}{2} \left[\frac{L+x}{\sqrt{R^2 + (L+x)^2}} - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} \right] \vec{e}_x$$

Les caractéristiques de l'aimant testé ainsi que les résultats sont donnés ANNEXE 3.

2.5.8.3.2 Anneau



$$\vec{B}_x = \frac{B}{2} \left[\frac{L+x}{\sqrt{R^2 + (L+x)^2}} - \frac{L+x}{\sqrt{r^2 + (L+x)^2}} - \frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}} \right] \vec{e}_x$$

Les caractéristiques de l'aimant testé ainsi que les résultats sont donnés ANNEXE 4.

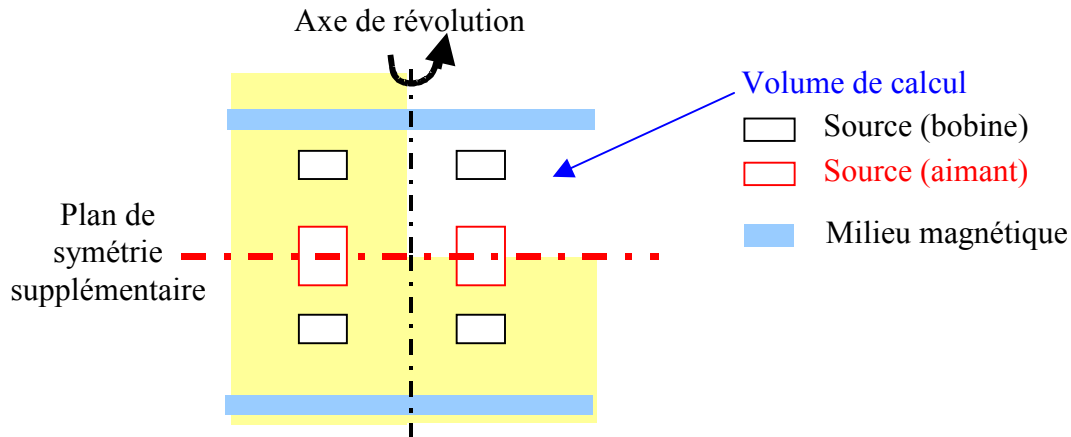
2.5.8.4 Vérifications expérimentales

Pour les quatre configurations testées ci-dessus, la simulation permet de remonter aux grandeurs prévues par la théorie. D'autres validations expérimentales nous ont permis de valider le code.

2.5.9 Simulation de structures magnétiques type magnétron

Dans le cadre de l'analyse magnétostatique du magnétron, nous constatons qu'en plus de la symétrie de révolution, la structure présente aussi une symétrie planaire. Ce plan étant perpendiculaire à l'axe de révolution, il nous sera possible d'introduire une seconde symétrie, afin de diviser par deux le volume de calcul et de diminuer d'autant le temps de calcul.

La symétrie est testée sur la structure suivante :



Pour vérifier la bonne prise en compte de la nouvelle symétrie, nous comparons les valeurs de potentiel obtenues, sur l'axe de symétrie et de part et d'autre de celui-ci, dans le cas de la structure entière ou avec symétrie. Nous constatons une erreur maximum de 10^{-4} % entre les deux configurations qui nous permet de conclure quant à la bonne prise en compte de la symétrie.

Pour la même structure, nous réalisons une seconde étude sur la prise en compte de condition de court-circuit magnétique (CCM). Pour cela, nous plaçons des conditions de CCM à la place du milieu magnétique. Cela nous permet de constater que pour des perméabilités importantes (supérieures à 100), nous avons quasiment une condition de CCM.

2.5.10 Conclusion

Au final, nous avons synthétisé un code performant qui, pour les différentes structures étudiées par la suite, permettra d'amener un certain nombre de renseignements sur le rôle et l'influence des différentes pièces intervenant au niveau de l'aspect magnétostatique. Ces résultats permettront d'une part d'évaluer la répartition de l'induction magnétique dans la structure, d'autre part d'optimiser certains systèmes en cours de développement.

2.6 Code électrostatique

Le magnétron est aussi le siège de phénomènes électrostatiques dus à la différence de potentiel imposée entre les deux électrodes. De la même façon qu'il est nécessaire de connaître la répartition et la valeur de l'induction magnétique, il faut déterminer le champ électrostatique statique, afin d'initialiser les champs statiques dans le code PIC. Nous avons pour cela réalisé un code électrostatique en reprenant la philosophie utilisée pour le code magnétostatique notamment pour ce qui est de la méthode de résolution.

2.6.1 Dualité électrostatique – magnétostatique

	$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$	$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$
	$\text{div } \vec{D} = \rho$	$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}$
	$\vec{D} = \epsilon_o \epsilon_r \vec{E}$	$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$
	$\text{div}(\epsilon_r \overrightarrow{\text{grad}} V) = -\frac{\rho}{\epsilon_o}$	$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu_r} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}\right) = \mu_o \vec{J}$
Milieu homogène	$\text{div } \overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{\rho}{\epsilon_o \epsilon_r}$	$\overrightarrow{\text{rot}} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \mu_o \mu_r \vec{J}$
POISSON	$\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_o \epsilon_r}$	$\Delta \vec{A} = -\mu_o \mu_r \vec{J}$
LAPLACE	$\Delta V = 0$	$\Delta \vec{A} = 0$
		$\epsilon_o \mu_o c^2 = 1$
Potentiel		$V \Leftrightarrow c^2 \vec{A}$
Charge, courant		$\rho \Leftrightarrow \vec{J}$
Champ		$\vec{E} \Leftrightarrow \vec{B}$
Détermination de self et capacité		
	$C = \frac{Q}{V}$	$L = \frac{\phi}{I}$

$$Q = \oiint \vec{D} \cdot \vec{dS}$$

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

Potentiel $V \Rightarrow$ champ $\vec{E} \Rightarrow$ champ $\vec{D} \Rightarrow$ charge $Q \Rightarrow$ capacité C

Potentiel vecteur $\vec{A} \Rightarrow$ champ $\vec{B} \Rightarrow$ flux $\phi \Rightarrow$ self L

$$C = \frac{\oiint \vec{D} \cdot \vec{dS}}{V}$$

$$L = \frac{\phi}{\oint \vec{H} \cdot \vec{dl}}$$

V et ϕ étant les sources.

Q et I étant calculés.

Par analogie, nous pouvons calculer la self à partir de la capacité déterminée en l'absence de diélectrique, en tenant compte du facteur $1/c^2$.

$$c^2 L = \frac{1}{C_o} \quad \Rightarrow \quad L = \frac{1}{c^2 C_o}$$

2.6.2 Discrétisation des équations

Afin de déterminer la répartition du champ électrostatique imposé par la différence de potentiel entre anode et cathode, nous allons résoudre l'équation de Laplace appliquée à l'électrostatique. Sa résolution au sens des différences finies, pour une discrétisation 2D, conduit à l'équation :

$$V(i, j) = \left(\frac{\Delta x^2 \cdot \Delta y^2}{2(\Delta x^2 + \Delta y^2)} \right) * \left(\frac{\varepsilon(i-1, j)V(i-1, j) + \varepsilon(i+1, j)V(i+1, j)}{\varepsilon(i, j)\Delta x^2} + \frac{\varepsilon(i, j-1)V(i, j-1) + \varepsilon(i, j+1)V(i, j+1)}{\varepsilon(i, j)\Delta y^2} \right)$$

A l'interface, nous prendrons la valeur de ε du milieu considéré en ayant pris soin de définir une permittivité équivalente Figure 24.

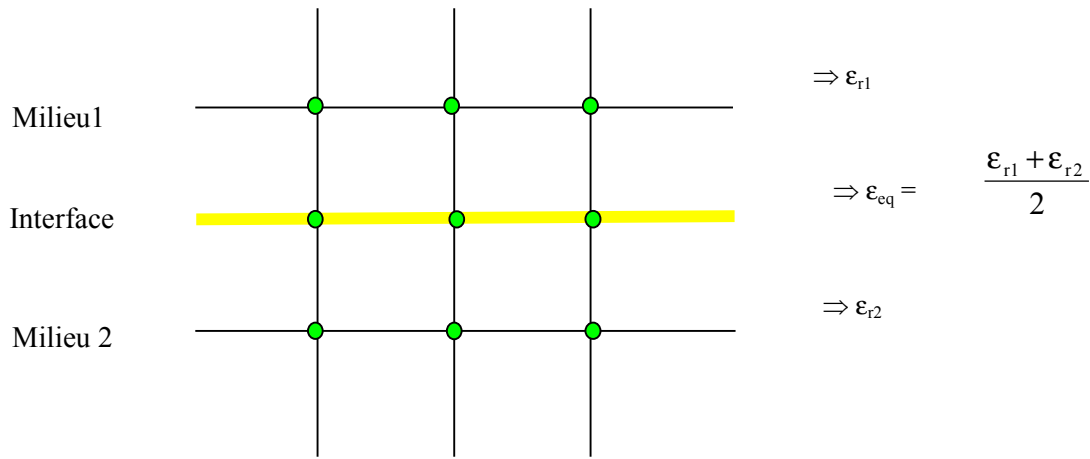


Figure 24 *Permittivité équivalente.*

Dans les configurations magnétrons traitées par la suite, nous serons en présence d'un milieu homogène, en l'occurrence le vide. Il n'y aura donc pas de notion d'interface diélectrique et le terme ϵ disparaîtra de l'équation précédente.

A partir du potentiel calculé, nous appliquerons l'équation éq. 26 pour déduire la répartition de champ électrostatique. La discrétisation de cette équation donne lieu à deux composantes de champ pour un code 2D comme suit :

$$E_x = -\frac{1}{\Delta x}(V(i+1, j) - V(i, j)) \quad \text{et} \quad E_y = -\frac{1}{\Delta y}(V(i, j+1) - V(i, j))$$

Ce traitement 2D est extrapolé en 3D et présenté en ANNEXE 5.

2.6.3 Validations de l'outil

Nous avons validé cet outil par rapport à deux cas canoniques : la ligne micro ruban et la ligne coaxiale ANNEXE 6 et ANNEXE 7. Les simulations permettent de remonter aux valeurs de self, capacité et d'impédance caractéristique données pour ces différentes lignes [43].

2.7 Code PIC

La méthode numérique la plus utilisée actuellement pour résoudre ce type de problème, en raison de son aptitude à décrire convenablement l'évolution globale des particules avec des ressources comparativement faibles, est la méthode PIC. Elle permet de résoudre les équations de Maxwell sur un maillage donné et de prendre en compte le déplacement des électrons indépendamment du maillage. Le lien entre champs et particules est réalisé par l'intermédiaire de la relation de Newton-Lorentz éq. 15 en interpolant les champs sur les positions des particules.

2.7.1 Introduction

Les particules chargées apparaissent essentiellement dans deux catégories de problèmes physiques : les faisceaux de particules et les plasmas. Nous ne nous intéresserons par la suite qu'à l'aspect faisceaux de particules. Nous avons vu dans le chapitre I que, pour des dispositifs tels que les tubes à vide, il y avait interaction entre électrons se déplaçant dans un vide poussé et les champs électromagnétiques régnant dans une cavité. Nous avons, lors de ce chapitre, justifié le choix d'un code particulier pour lequel nous appliquons la loi de Newton-Lorentz à chaque macro particule avec une méthode de type saute-mouton. La méthode de calcul de courant et celle de Villasenor-Buneman d'ordre 1. Nous allons, par la suite, développer la technique utilisée pour modéliser cette interaction avec un schéma de type fdtd. Afin de faciliter la compréhension, la discrétisation des équations sera présentée dans le cadre d'un maillage 2D cartésien puis détaillé en 3D en annexe.

2.7.2 Equations générales

2.7.2.1 Equations de Maxwell

Pour le traitement des champs électromagnétiques, nous utilisons de façon classique les équations de Maxwell éq. 20 et éq. 21 discrétisées suivant le schéma fdtd [45]. Il sera nécessaire de vérifier qu'il y a continuité des charges lorsque nous couplerons le traitement

électromagnétique avec le déplacement des électrons. Dans le cas d'un code Pic 3D, il faudra aussi vérifier que l'équation éq. 23 soit satisfaite.

La forme locale des équations de Maxwell en rotationnel permet de calculer les champs électrique et magnétique de façon entrelacée dans l'espace mais aussi dans le temps ANNEXE 8. Si Nous considérons une cellule élémentaire du maillage fdtd, les composantes du champ électrique sont calculées au milieu des arêtes alors que celles du champ magnétique sont définies au milieu des faces suivant le formalisme de Yee évoqué au chapitre I Figure 13.

L'avantage d'une méthode temporelle réside dans le fait qu'elle fournit des résultats directement interprétables, qu'elle permet de considérer les phénomènes transitoires déterminants dans le cas de simulations de tels systèmes mais aussi quelle donne accès à une étude fréquentielle large bande.

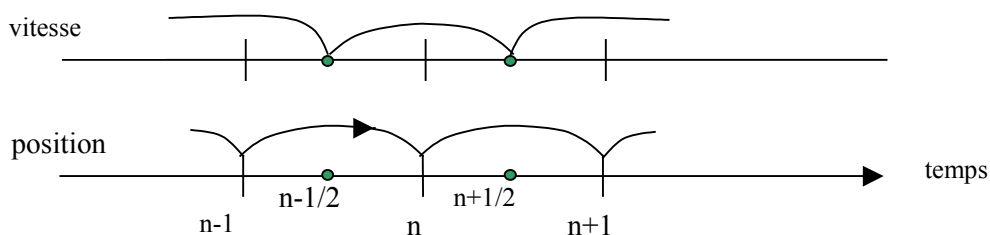
2.7.2.2 Déplacement des particules chargées

Dans un plasma, l'équation de déplacement des particules est couplée avec les champs électromagnétiques. Les équations du mouvement pour des particules non relativistes s'expriment sous forme vectorielle par :

$$\text{éq. 36 } m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = q (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

avec $\frac{d\vec{OM}}{dt} = \vec{v}$

La méthode « saute mouton », illustrée schématiquement sur la figure ci-dessous, permet d'obtenir une précision de second ordre sur le temps avec l'utilisation d'un décalage d'un demi pas temporel entre la vitesse et la position des particules.



Dans le code réalisé, nous ne considérons que des électrons non relativistes. Nous pourrions, si cela était nécessaire, conformément à la théorie de la relativité, prendre en compte des électrons relativistes en corrigeant leur masse suivant la relation :

$$m = \frac{m_e}{\sqrt{(1 - v^2/c^2)}}$$

2.7.2.3 Calcul du courant avec conservation de la charge

Nous avons fait le choix d'un calcul du courant permettant de garantir la conservation de la quantité de charge éq. 24. La méthode choisie est celle de Villasenor – Buneman avec un facteur de forme d'ordre 1 pour la répartition de la charge sur le maillage fdt.

2.7.2.4 Schéma itératif

Le code réalisé comprend donc, une partie électromagnétique classique avec la résolution des équations de Maxwell suivant la méthode fdt et une partie traitement des particules au travers de leur déplacement et du courant généré par chacune d'elles. L'algorithme utilisé peut se décomposer de la façon suivante Figure 25.

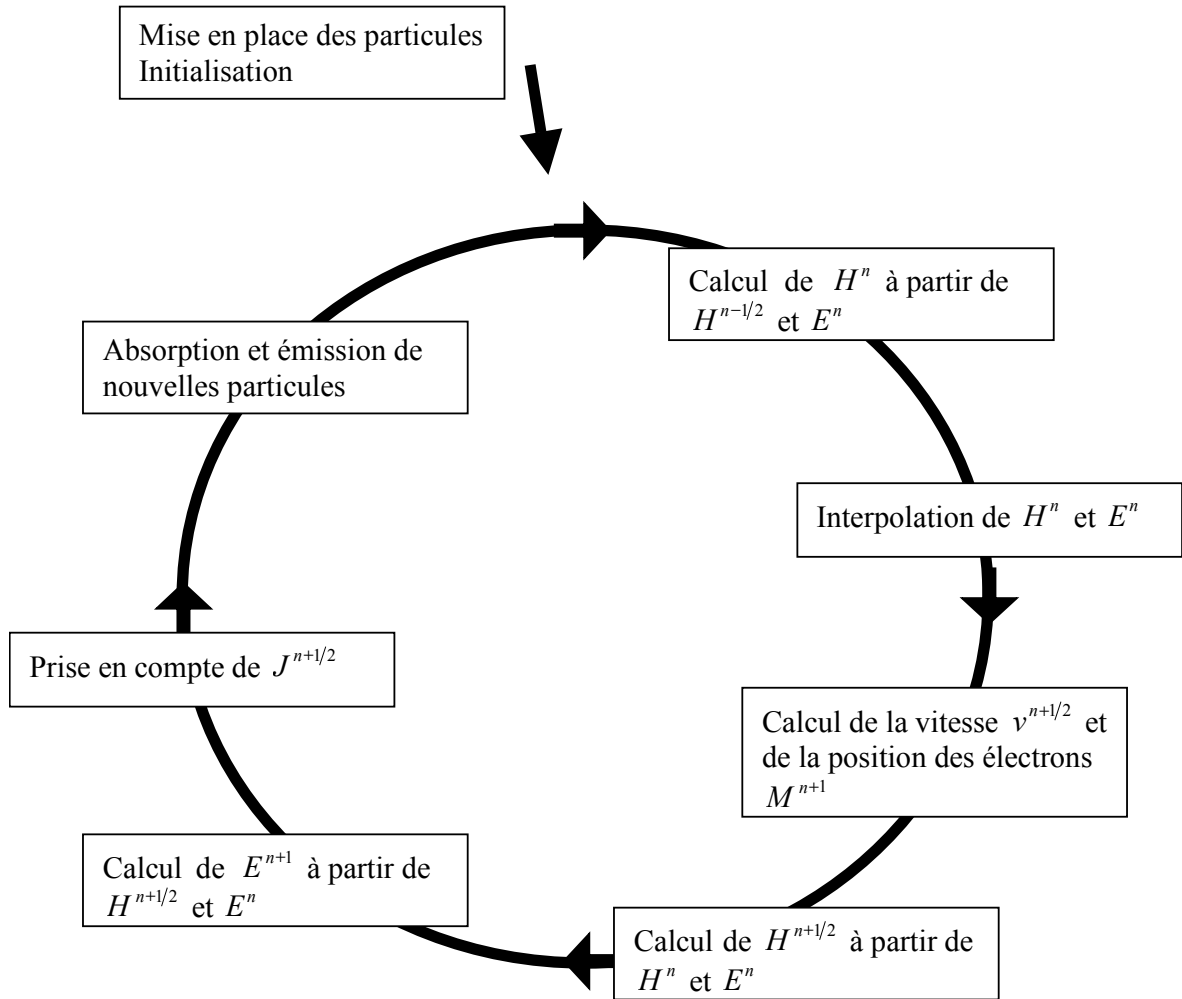


Figure 25 Décomposition de l'algorithme.

Nous constatons que, du fait de la discrétisation temporelle, toutes les grandeurs ne sont pas connues au même instant. Il sera donc nécessaire pour certains calculs de recentrer temporellement les composantes. La Figure 26 illustre la discrétisation temporelle.

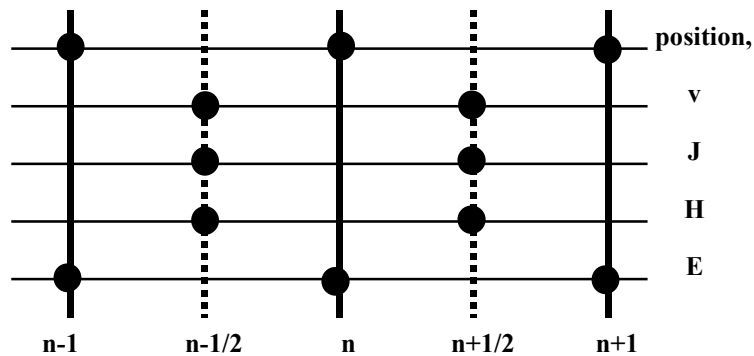


Figure 26 Discrétisation temporelle des grandeurs manipulées.

2.7.3 Réalisation d'un code PIC 2D

Nous avons dans un premier temps réalisé un code PIC cartésien en deux dimensions. Nous pouvons ainsi nous familiariser aux techniques mises en jeu pour la résolution de tels problèmes et avoir des résultats significatifs sur des structures de types rising-sun, compatibles avec ce type de code 2D. Nous allons par la suite détailler le programme et ses principaux aspects.

2.7.3.1 Interpolation des champs

Nous rappelons à nouveau que, dans la méthode mise en œuvre, l'interaction entre champs électromagnétiques et particules se fait tout d'abord par l'intermédiaire de la force de Lorentz. Il est donc nécessaire de connaître, au même instant, les champs électrique et magnétique, afin de pouvoir appliquer la relation éq. 36. Il faut aussi déterminer la valeur de ces champs à l'endroit où est la particule. Dans ce cas précis, il faut faire le lien entre le maillage fdtd, où les composantes de champ sont définies de façon discrète, et le traitement des particules qui n'est pas sensible au maillage.

2.7.3.1.1 Centrage temporel

Afin d'éviter de stocker les valeurs du champ magnétique aux instants $n-1/2$, n et $n+1/2$, nous allons décomposer le calcul de H en deux étapes. Nous déterminerons le champ magnétique à l'instant n à partir $H^{n-1/2}$ et E^n , ce qui revient à faire un demi calcul de cette composante. Nous en effectuerons un deuxième ultérieurement durant la boucle temporelle pour respecter le schéma des différences finies.

- premier demi pas temporel :

$$H_z^n = H_z^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{2\mu} \nabla \times E^n$$

- deuxième demi pas temporel :

$$H_z^{n+1/2} = H_z^n - \frac{\Delta t}{2\mu} \nabla \times E^n$$

- au final, nous respectons bien le schéma de discrétisation :

$$H_z^{n+1/2} = H_z^{n-1/2} - \frac{\Delta t}{\mu} \nabla \times E^n$$

L'équation du mouvement des particules sera donc effectuée à partir des composantes de champ électromagnétique connues à l'instant n.

2.7.3.1.2 Centrage spatial

Il est donc nécessaire d'interpoler les composantes de champ, connues en des points particuliers du maillage fdtd, sur les positions des particules. Pour ce faire, nous repérons la position de chaque particule par rapport au maillage puis nous allons chercher, pour E_x , E_y et H_z , les 4 composantes (facteur de forme d'ordre 1) les plus proches de la particule que nous additionnons avec des coefficients pondérateurs, qui dépendent de la distance entre la particule et la position de ces quatre composantes sur le maillage. Cette interpolation est réalisée pour chaque particule. Ci-dessous, nous illustrons cette interpolation dans le cas de la composante de champ électrique suivant x.

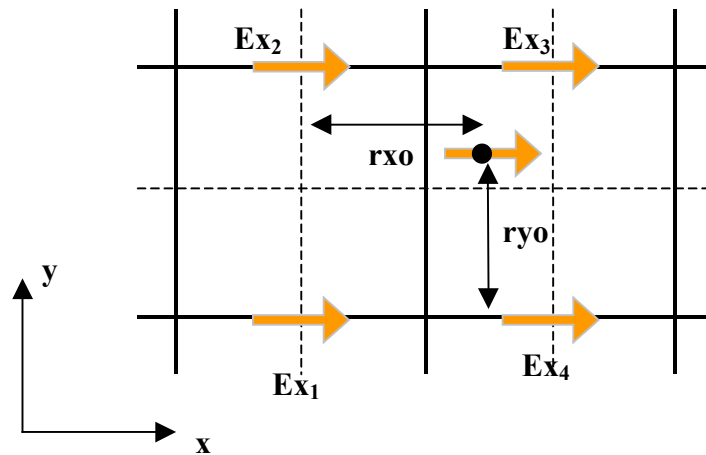


Figure 27 Interpolation de la composante E_x en 2D.

$$E_{x_{elec}} = (1 - rxo)(1 - ryo) * Ex_1 + (1 - rxo) * ryo * Ex_2 + rxo * ryo * Ex_3 + rxo * (1 - ryo) * Ex_4$$

avec $(1 - rxo)(1 - ryo) + (1 - rxo) * ryo + rxo * ryo + rxo * (1 - ryo) = 1$

Au final nous obtenons des composantes de champ à l'instant n centrées sur les particules, permettant de déduire la nouvelle vitesse de chaque particule. Le même type d'interpolation est effectué lors de la répartition de la charge sur quatre nœuds du maillage. Le détail de l'interpolation pour les six composantes d'un maillage 3D cartésien est donné en ANNEXE 9.

2.7.3.2 Déplacement des particules

Les propriétés liées aux centrages temporels des équations discrétisées permettent d'obtenir une décomposition en séries de Taylor avec une précision du second ordre. La méthode de discrétisation ainsi utilisée demande de stocker en mémoire un minimum d'informations en regard de la vitesse et la position. En effet, les nouvelles valeurs de vitesse et position peuvent être obtenues directement à partir des valeurs précédentes et seulement un jeu de composantes des positions et vitesses doit être stocké.

Pour la résolution du problème complet, il est nécessaire de coupler le déplacement des électrons avec le champ électromagnétique. En effet, le déplacement de particules crée un courant variable, l'existence de ce dernier impliquant l'existence de champ électromagnétique. Dans le code P.I.C., ce couplage s'effectue par l'intermédiaire de la force appliquée à une particule chargée qui correspond à la force de Lorentz.

Cette équation peut être résolue en utilisant le centrage temporel du champ magnétique, avec une approche de type saute-mouton. La forme discrétisée de l'équation conduit à :

$$\frac{\vec{v}^{n+1/2} - \vec{v}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\vec{E}^n + \frac{\vec{v}^{n+1/2} + \vec{v}^{n-1/2}}{2} \wedge \vec{B}^n \right)$$

Comme la vitesse à l'instant précédent est connue, nous obtenons un jeu de trois équations à trois inconnues pour le calcul de la vitesse au nouvel instant temporel. Cependant, la résolution n'est pas directe, et différentes techniques ont été développées pour le calcul de la nouvelle vitesse. La méthodologie retenue ici est celle proposée par Birdsall en 1991 à partir des travaux de Boris (1970) [9]. Les forces électriques et magnétiques peuvent être complètement séparées en substituant deux nouvelles variables dans l'équation :

$$\text{éq. 37 } \vec{v}^{n-1/2} = \vec{v}^- - \frac{q\vec{E}^n \Delta t}{m} \frac{\Delta t}{2}$$

$$\text{éq. 38 } \vec{v}^{n+1/2} = \vec{v}^+ + \frac{q\vec{E}^n \Delta t}{m} \frac{\Delta t}{2}$$

Il est ainsi possible d'écrire l'équation en éliminant complètement la contribution du champ électrique, faisant apparaître la rotation due aux champs magnétiques.

$$\frac{\vec{v}^+ - \vec{v}^-}{\Delta t} = \frac{q}{2m} (\vec{v}^+ + \vec{v}^-) \wedge \vec{B}^n$$

La moitié de la contribution du champ électrique est ajoutée à la vitesse initiale pour obtenir \vec{v}^- , la rotation est calculée pour obtenir \vec{v}^+ et la seconde moitié de la contribution du champ électrique est ajoutée à \vec{v}^+ .

L'amplitude de l'angle de rotation peut être évaluée par construction à partir des vecteurs \vec{v}^+ et \vec{v}^- en tenant compte du fait que :

$$\left| \tan \frac{\theta}{2} \right| = \frac{|\vec{v}_\perp^+ - \vec{v}_\perp^-|}{|\vec{v}_\perp^+ + \vec{v}_\perp^-|} = \frac{q |\vec{B}| \Delta t}{m \cdot 2}$$

Les composantes du vecteur vitesse dans cette équation sont perpendiculaires au champ magnétique et θ est l'angle entre les vecteurs vitesses.

Plusieurs étapes sont nécessaires pour implémenter le calcul. Premièrement, \vec{v}^- est incrémentée pour obtenir le vecteur \vec{v}' , qui est perpendiculaire à $(\vec{v}^+ - \vec{v}^-)$ et \vec{B} , en accord avec :

$$\text{éq. 39 } \vec{v}' = \vec{v}^- + \vec{v}^- \wedge \vec{t}$$

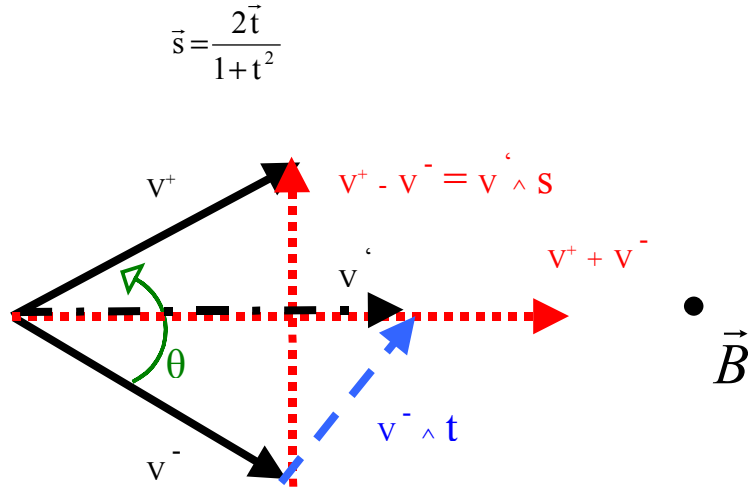
Le vecteur \vec{t} est défini à partir du fait que l'angle entre \vec{v}^- et \vec{v}' est $\theta/2$ sachant que :

$$\vec{t} \approx \frac{q \vec{B} \Delta t}{m \cdot 2}$$

comme $\vec{v}^+ - \vec{v}^-$ est parallèle à $\vec{v}^- \wedge \vec{B}$, \vec{v}^+ peut être obtenue à partir de :

$$\text{éq. 40 } \vec{v}^+ = \vec{v}^- + \vec{v}' \wedge \vec{s}$$

Le vecteur \vec{s} est parallèle à \vec{B} et son amplitude est déterminée par le fait que le carré de la vitesse (*énergie cinétique*) est inchangé par rotation tel que :



Pour déterminer la vitesse, il faudra tout d'abord calculer \vec{v}^- à partir de $\vec{v}^{n-1/2}$ éq. 37 puis déduire \vec{v}^+ grâce aux équations éq. 39 et éq. 40. Nous pourrons alors déterminer $\vec{v}^{n+1/2}$ éq. 38.

2.7.3.3 Calcul des densités de courant

La première partie du couplage entre champs électromagnétiques et particules s'effectue par l'intermédiaire de la force de Lorentz, qui permet de déterminer le déplacement des charges d'une itération à l'autre. Nous savons que le déplacement de particules chargées crée un courant qu'il faut prendre en compte dans le calcul du champ électrique. Nous allons donc, pour chaque itération temporelle, déterminer la densité de courant créée par le déplacement de chaque particule. Suivant la méthode de Villasenor-Buneman à l'ordre 1, nous décomposerons le trajet de chaque électron en « déplacement 4 frontières » ou, en d'autres termes, maille par maille. Au sein d'une maille, connaissant la position initiale et la position finale de la particule, nous déterminerons une densité de courant totale décomposée en deux composantes $J_{x_{tot}}$ et $J_{y_{tot}}$, suivant chaque direction du maillage. Ces composantes sont placées au centre du trajet effectué par la particule. Il faudra alors les extrapoler de façon à définir des densités de courant compatibles avec le maillage ftdt Figure 28. La technique est la même que pour l'interpolation des champs électromagnétiques. Nous calculerons les densités telles que :

$$\vec{J}_{totale} = \vec{J}_{x_{tot}} + \vec{J}_{y_{tot}} = \vec{J}_x(i, j) + \vec{J}_x(i, j+1) + \vec{J}_y(i, j) + \vec{J}_y(i+1, j)$$

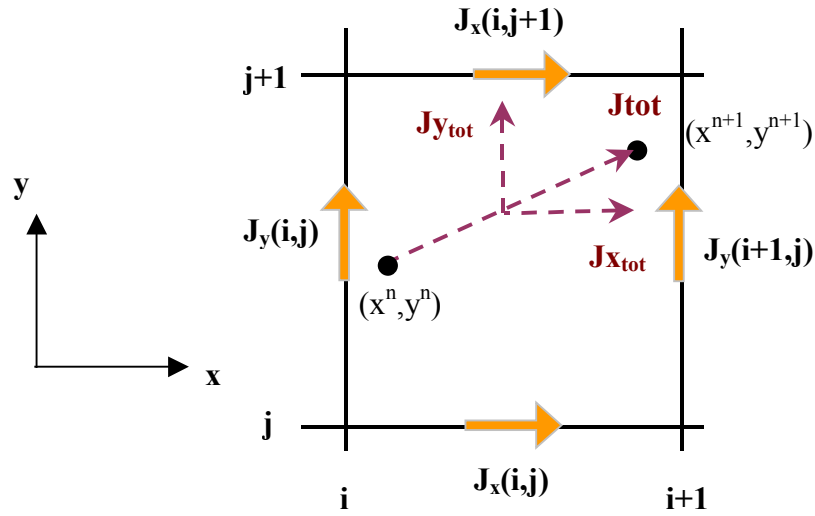


Figure 28 Extrapolation de la densité de courant sur le maillage 2D cartésien.

$$J_{x_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (x^{n+1} - x^n) * \frac{1}{\Delta y} \left(Y_{j+1} - \frac{y^{n+1} + y^n}{2} \right)$$

$$J_{x_{i,j+1}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (x^{n+1} - x^n) * \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{y^{n+1} + y^n}{2} - Y_j \right)$$

$$J_{y_{i,j}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (y^{n+1} - y^n) * \frac{1}{\Delta x} \left(X_{i+1} - \frac{x^{n+1} + x^n}{2} \right)$$

$$J_{y_{i+1,j}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{q}{\Delta t \cdot \Delta x \cdot \Delta y} * (y^{n+1} - y^n) * \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{x^{n+1} + x^n}{2} - X_i \right)$$

Nous pouvons constater que la deuxième partie de ces quatre équations correspond à un terme de pondération lié à la distance entre la position intermédiaire de l'électron et les positions des composantes sur les arêtes du maillage. Il nous restera alors à prendre en compte ces densités lors du calcul du champ électrique éq. 21. Nous ferons intervenir un coefficient sur la densité de courant afin de prendre en compte des macro particules. Le nombre d'électrons intervenant dans le fonctionnement du magnétron étant élevé, il est indispensable d'utiliser un coefficient pondérateur sur la densité de courant afin de prendre en compte des macro particules. Il faudra cependant veiller à avoir un nombre de particules important à chaque itération pour limiter les problèmes de bruit numérique. Nous présentons en ANNEXE 10 le calcul de toutes les composantes de densité de courant sur une maille pour un code 3D.

2.7.3.4 Schéma itératif propre à la méthode de calcul de densité

Nous avons vu, lors du premier chapitre, que le déplacement d'une particule entre deux itérations temporelles ne pouvait excéder la dimension de la maille. Cette propriété est directement liée au critère CFL imposé pour la résolution électromagnétique et par le fait qu'un électron ne peut pas se déplacer plus vite que la vitesse de la lumière. La particule ne peut alors traverser au maximum que deux arêtes donnant naissance à des déplacements nommés 4 frontières, 7 frontières ou 10 frontières. Nous présentons sur l'organigramme ci-dessous Figure 29 le schéma itératif permettant de calculer, sur le maillage 2D, la densité de courant générée par le déplacement de chaque particule. Chaque calcul élémentaire de densité de courant fait référence à l'extrapolation présentée Figure 28.

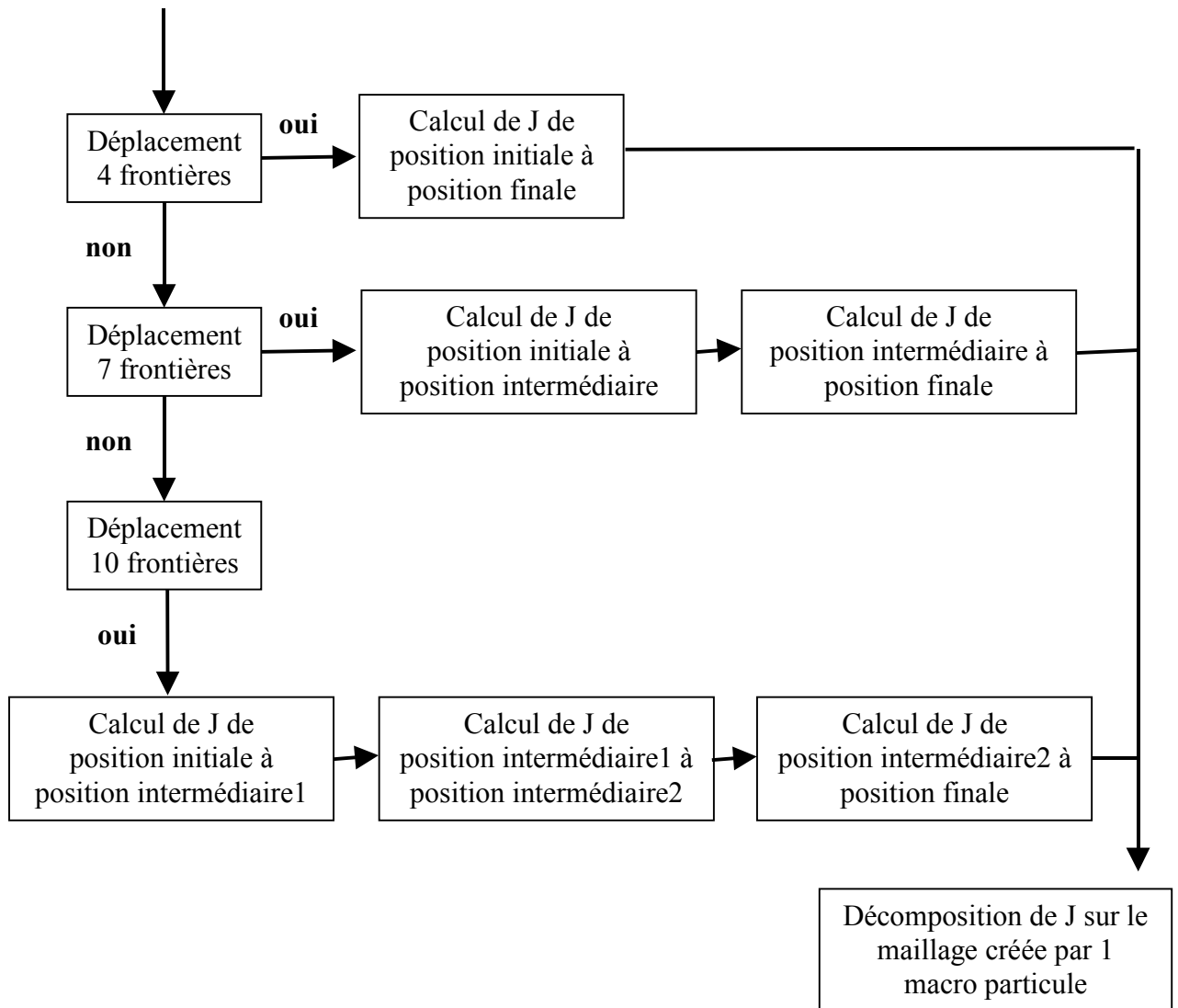


Figure 29 Décomposition du calcul de J.

2.7.4 Vérification du code

Nous nous sommes tout d'abord assurés du bon fonctionnement du code électromagnétique puis, nous avons vérifié que l'interaction onde particule soit bien prise en compte au travers de la charge et de la densité de courant vues par les champs électromagnétiques. Les autres critères importants sont la vérification de la conservation de la charge eq. 24 et de la contrainte de divergence sur le champ magnétique eq. 23 . Nous pouvons de plus visualiser le comportement des électrons dans un faisceau d'électron et l'effet de la charge d'espace qui tend à l'expansion du faisceau. Enfin nous pouvons vérifier qu'il y a bien des échanges d'énergie entre les particules et les champs dans une cavité par exemple.

2.8 Conclusion

Ces différentes études nous ont permis de mettre au point un code numérique permettant la simulation de source micro-onde où intervient un échange entre champs électromagnétiques et particules chargées.

Nous avons dans un premier temps réalisé deux codes statiques. Un magnétostatique en 2D cylindrique et un autre électrostatique en 2D puis 3D cartésien. Ces outils permettent de déterminer les champs statiques dans la plupart des configurations. La détermination des conditions initiales statiques est primordiale dans le fonctionnement du magnétron et des sources en général puisque ce sont ces conditions qui permettent ou non le fonctionnement de la source. Elles ne représentent pas un critère suffisant mais nécessaire. Le code magnétostatique permettra aussi de faciliter la synthèse ou l'optimisation des structures magnétiques dans des configurations magnétron. L'objectif étant, dans ce cas là, d'obtenir une induction maximale avec l'ensemble aimant permanent - pièces polaires. Ceci peut permettre, in fine, d'atteindre une puissance de sortie potentiellement plus grande pour la source micro onde ou de réduire l'induction rémanente nécessaire pour les aimants ce qui permettra éventuellement de réduire les coûts de fabrication.

Nous avons, dans un deuxième temps, réalisé un code Particle-In-Cell 2D pour valider la méthode choisie et nous initier à ce type de technique avant de développer un code 3D cartésien. Il nous sera alors possible de modéliser des sources micro onde dans lesquelles un faisceau de particules interagira avec des champs électromagnétiques au sein d'une structure résonnante par exemple. L'objectif final sera de pouvoir optimiser ou synthétiser différents types de sources.

Bibliographie

- [37] Gardiol F, 1987 « Traité d'électricité - Electromagnétisme» Volume 3 Dunod
- [38] A. Taflove, 1995 « Computational electrodynamics : the finite-difference-time-domain methode » Artech House
- [39] Robert P, 1979 « Matériaux de l'électrotechnique » Dunod
- [40] Gié H, Sarmant J P, 1985 « Electromagnétisme » volume 1, Lavoisier
- [41] Gié H, Sarmant J P, 1985 « Electromagnétisme » volume 2, Lavoisier
- [42] www.magnetsales.com/Design/DesignG_frames/frame_dgbod2.htm
- [43] Gardiol F, 1987 « Traité d'électricité - Hyperfréquences» Volume 13 , Presses polytechniques et universitaires romandes
- [44] Etourneau P, 1997 « Modélisation électromagnétique des interconnexions par la méthode des différences finies dans le domaine temporel (fdtd)» Thèse en électronique – Université de Limoges – Faculté des sciences – n°6-1997
- [45] Leveque P, 1994 « Diffraction d'ondes électromagnétiques transitoires par des obstacles en présence de milieux diélectriques à pertes » » Thèse en électronique – Université de Limoges – Faculté des sciences – n°14-94
- [46] Birdsall C K and Langdon A B, 1985 « Plasma Physics via Computer Simulation » New-York : McGraw-Hill

3 CHAPITRE III : Résultats statiques et électromagnétiques à froid

- ❖ Présentation des sources du type magnétron strappé**
- ❖ Aspect statique**
- ❖ Electromagnétisme sans charge d'espace**

3.1 Introduction

Nous avons mis en place, dans le chapitre précédent, différents outils numériques que nous avons validés sur des cas canoniques. Nous allons maintenant utiliser ces codes afin de mieux appréhender le fonctionnement général de générateurs du type magnétron et finalement de faciliter la synthèse de ces sources d'un point de vue statique puis électromagnétique à froid.

Dans un premier temps, nous détaillerons l'architecture des structures modélisées par la suite, en introduisant le vocabulaire propre à chaque élément composant la cavité. La structure de référence, durant tous ces travaux, sera la source AMN245 fonctionnant à 2.45 GHz.

Nous présenterons ensuite les résultats concernant l'aspect statique, que ce soit magnétostatique ou électrostatique, pour des structures de type magnétrons strappés. Tout un travail de paramétrage sera réalisé pour définir l'influence des différents éléments et en déduire des règles de conception ou d'optimisation.

Nous analyserons enfin l'aspect électromagnétique à froid de ce type de structure. Nous caractériserons les deux types de cavités classiquement utilisées pour les magnétrons à travers la répartition de leurs modes. Nous mettrons en avant les différences fondamentales entre ces deux structures. Un soin particulier sera porté au mode sur lequel s'effectue l'oscillation de la source ainsi que sur l'influence de divers paramètres sur l'évolution des fréquences de résonance des modes. Pour finir, nous aborderons cette étude électromagnétique avec une approche circuit équivalent. Là encore nous pourrons faire ressortir de notre travail un certain nombre de règles de conception que nous utiliserons pour la synthèse d'une structure résonnante à 3 GHz.

3.2 Présentation détaillée des structures du type magnétron strappé

Les sources étudiées sont des magnétrons de la famille des tubes à champs croisés. Comme nous l'avons vu au chapitre I, l'interaction entre électrons et champ électromagnétique dans la cavité résonnante n'est possible, pour un mode donné, que sous certaines conditions qui permettent de définir les champs statiques (électrique et magnétique) à imposer afin d'obtenir le régime de Brillouin. Outre la cavité résonnante, constituée d'une anode et d'une cathode entre lesquelles nous imposons une différence de potentiel, la source est composée d'un circuit magnétique formé d'une source d'induction magnétique (aimants permanents et éventuellement bobines) mais aussi de pièces polaires qui sont des matériaux magnétiques dont nous montrerons l'influence par la suite.

La Figure 30 représente une structure type de magnétron avec capot, bobines, aimants permanents, pièces polaires et cavité. Nous pouvons isoler l'aspect statique du circuit magnétique de l'aspect électromagnétique de la cavité résonnante afin de présenter les différents éléments constituant de chaque aspect.

Pour ce qui est de la cavité résonnante, présentée dans son ensemble Figure 31 puis désossée Figure 32 et Figure 33, elle est constituée de deux électrodes, l'anode à l'extérieur et la cathode au centre. Comme nous l'avons vu lors du chapitre I, différentes formes peuvent être envisagées pour la cathode (cathode grillagée, hélicoïdale ou pleine). L'anode, quant à elle, est formée par des cavités dites élémentaires délimitées par les ailettes, ces ailettes étant la plupart du temps reliées entre elles par des anneaux métalliques nommés straps. Nous définissons aussi par « espace d'interaction » la zone entre les électrodes où se feront les échanges d'énergie entre particules et champ électromagnétique. Nous pouvons de plus noter que les parties métalliques constituant la cavité sont très souvent en cuivre. Ce matériau présente en effet un bon compromis entre pertes métalliques, évacuation de chaleur, coût et facilité d'usinage.

Les Figure 34, Figure 35 et Figure 36 permettent de visualiser en premier lieu le circuit magnétique complet puis sa modélisation en 3D ainsi qu'une vue en coupe de cette même structure. Nous retrouvons d'une part, les sources de magnétisme que sont les aimants

permanents et les bobines, d'autre part, le capot et les pièces polaires qui sont des matériaux magnétiques c'est à dire sensibles à l'aimantation.

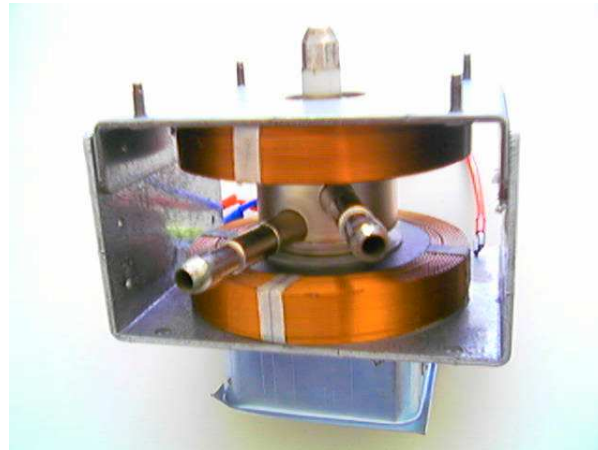


Figure 30 *Structure complète du AMN245.*



Figure 31 *Cavité résonnante du AMN245 avec circuit de refroidissement à eau et transition vers guide.*



Figure 32 *Anode de la cavité résonnante du AMN245 avec l'antenne de la transition coaxiale.*

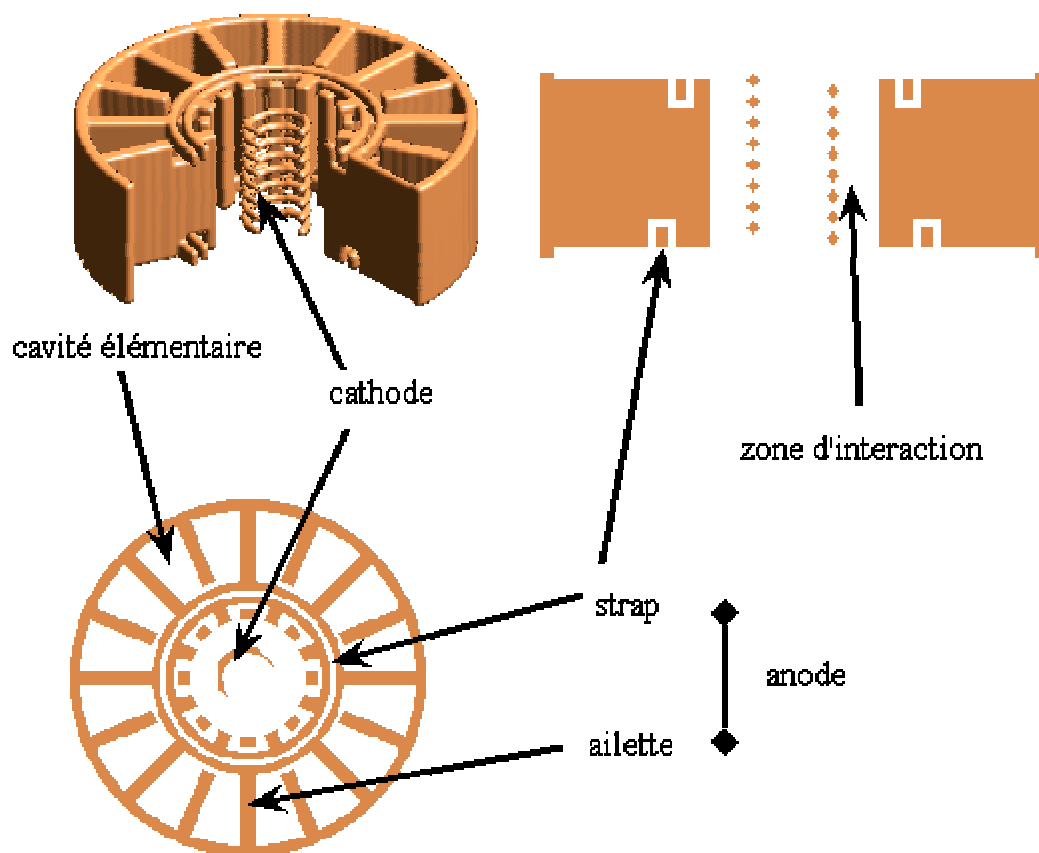


Figure 33 *Présentation détaillée d'une structure résonnante classique et de ses éléments*



Figure 34 *Circuit magnétique du AMN245 (aimants, bobines et pièces polaires).*

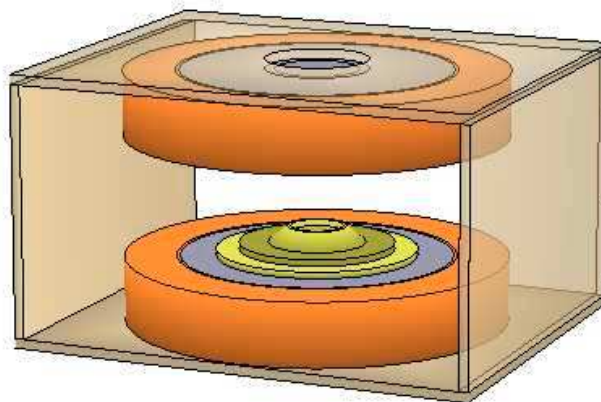


Figure 35 *Circuit magnétique modélisé.*

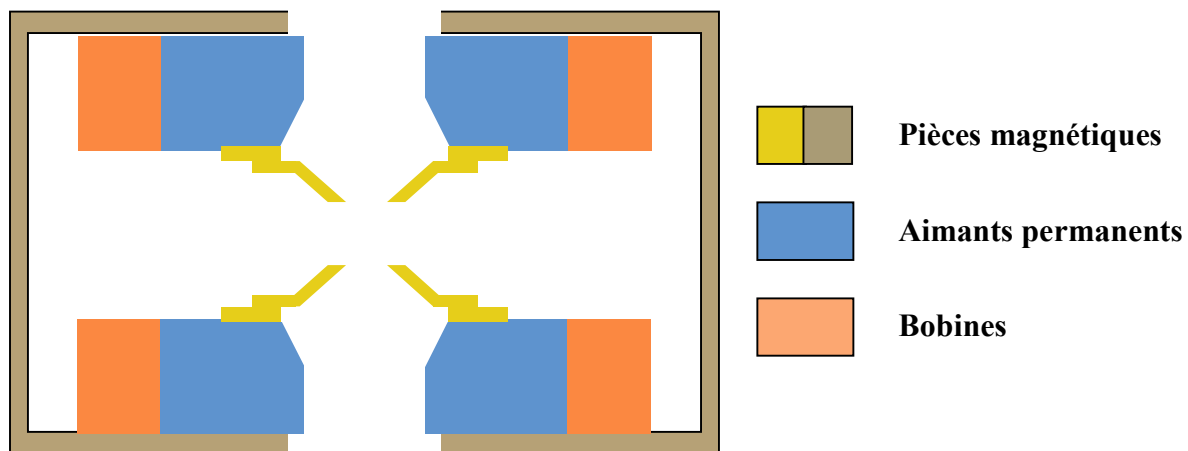


Figure 36 *Coupe du circuit magnétique modélisé.*

3.3 Aspect statique

Cette étude est décomposée en deux parties. La première concernant l'analyse de l'aspect magnétostatique et la deuxième dédiée à l'électrostatique.

3.3.1 Magnétostatique

Nous allons tout d'abord justifier l'utilisation d'un code 2D cylindrique à symétrie de révolution. Comme nous venons de le voir Figure 35, la structure magnétique extérieure, aussi appelée capot, n'est pas symétrique. Dans de telles conditions, il paraît délicat d'assimiler la structure précédente à une structure complètement refermée sur elle-même. Nous avons cependant constaté, sur des configurations 2D simplistes, que les lignes de champ ont toujours tendance à rester dans les milieux magnétiques dans le cas où ceux-ci se referment au moins partiellement sur eux-mêmes d'une part et ont des perméabilités élevées d'autre part. Cette hypothèse de travail est vérifiée par des mesures d'induction magnétique sur les faces ouvertes et fermées du capot qui montrent que, au-delà du capot, l'induction est très faible. L'approximation faite au final sur l'induction au centre de la structure est négligeable et tout à fait acceptable en regard de la réduction du temps de calcul. Nous allons par la suite présenter des résultats pour trois magnétrons différents tout en illustrant, à l'aide de certaines simulations, le rôle des pièces polaires et les règles à respecter qui ressortent de ce travail pour la conception de nouvelles structures. Nous avons d'ailleurs utilisé ces préceptes pour développer le dernier circuit magnétique présenté. Nous noterons aussi que, la valeur d'induction déterminante est celle présente dans la zone d'interaction de la source, c'est à dire plutôt au centre de la structure.

3.3.1.1 AMN245

Ce magnétron fait office de référence. Sa structure magnétique est présentée Figure 35 et Figure 36. Elle est composée d'une paire d'aimants permanents biseautés formant la source principale d'induction et d'une paire de bobines afin d'affiner, si besoin, la valeur d'induction au centre de la structure. Nous constatons la présence de matériaux magnétiques, à forte perméabilité. Les quatre éléments placés au centre de la structure sont appelés pièces polaires. L'élément extérieur est quant à lui appelé capot.

3.3.1.1.1 Structure de référence

Les résultats présentés par la suite sont obtenus pour la structure classique du magnétron AMN245. Nous observerons les composantes d'induction magnétique suivant r et z (nous rappelons que nous sommes dans un repère cylindrique) dans la configuration suivante :

Induction rémanente :	0.4 Tesla
Courant bobine :	0 Ampère
Perméabilité relative des matériaux magnétiques :	5000

La structure a été discrétisée avec des mailles de 250 micromètres. Nous avons choisi cette taille de façon à bien prendre en compte la géométrie de certaines pièces.

Nous allons tout d'abord présenter le module de l'induction magnétique avec les lignes d'induction correspondantes dans une coupe verticale de la structure. Cette cartographie Figure 37 traduit clairement que les matériaux magnétiques ont tendance à confiner l'induction en leur sein. Nous pouvons remarquer de plus que l'induction à l'extérieure de la structure paraît très faible. Ceci est confirmé par les graphiques présentés Figure 38 et Figure 40. En effet, nous constatons que l'induction est la plus importante dans les matériaux magnétiques mais qu'elle est nulle au-delà du capot et ceci pour les deux composantes considérées. La comparaison des résultats nous montre aussi que, dans la zone d'interaction, la composante d'induction suivant r est négligeable par rapport à celle suivant z . Cette conclusion va bien dans le sens de l'obtention d'un champ magnétique axial, permettant éventuellement l'obtention du régime de Brillouin, qui rappelons-le, est une condition nécessaire en vue de l'échange d'énergie entre électrons et champ électromagnétique. Après ces remarques concernant la valeur des composantes d'induction au sein de la structure, il est maintenant intéressant d'observer plus précisément les variations dans la zone d'interaction. Il paraît en effet nécessaire d'avoir une induction assez uniforme dans cette zone afin que toutes les particules en mouvement soient globalement affectées par le même champ et n'aient donc pas trop de disparités dans leur déplacement. Les Figure 39, Figure 41 et Figure 42 représentent les variations de la composante d'induction suivant z dans cette zone. Il en ressort une variation d'environ 20% suivant l'axe z alors que, suivant r , nous pouvons considérer la valeur comme constante.

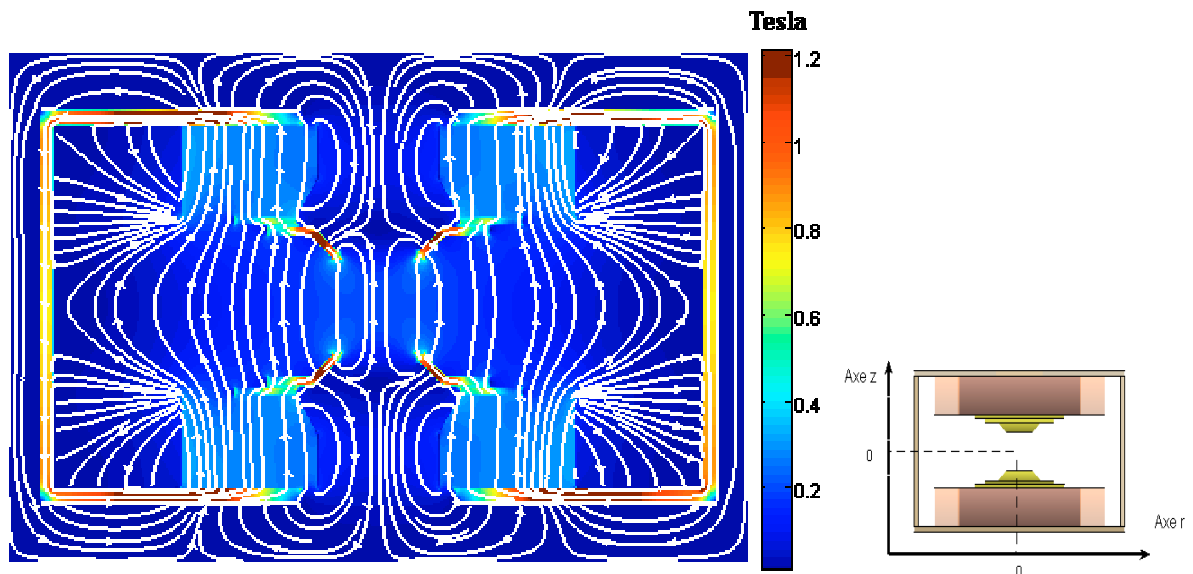


Figure 37 *Module et lignes d'induction magnétique du AMN245.*

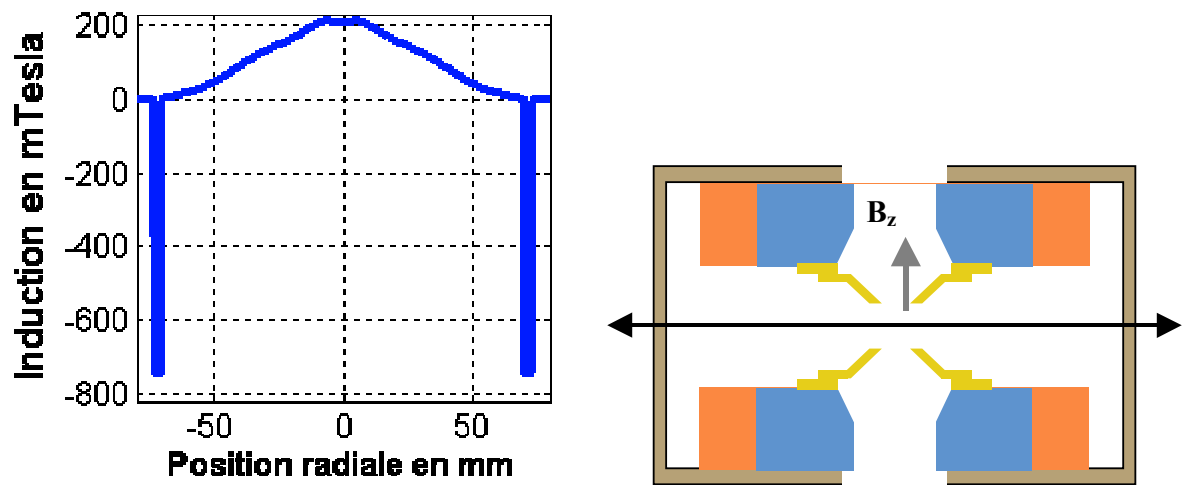


Figure 38 *Induction B_z suivant r .*

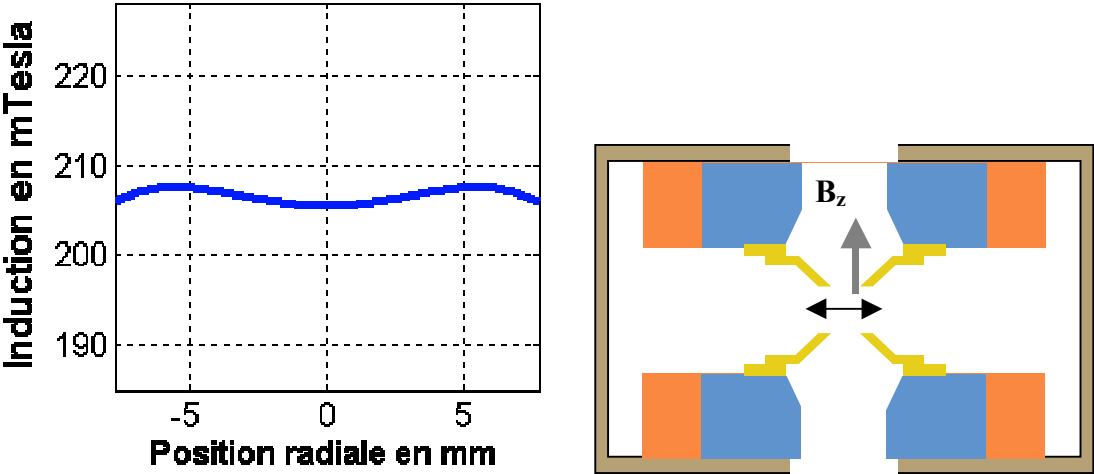


Figure 39 Induction B_z suivant r (zoom au centre de la structure).

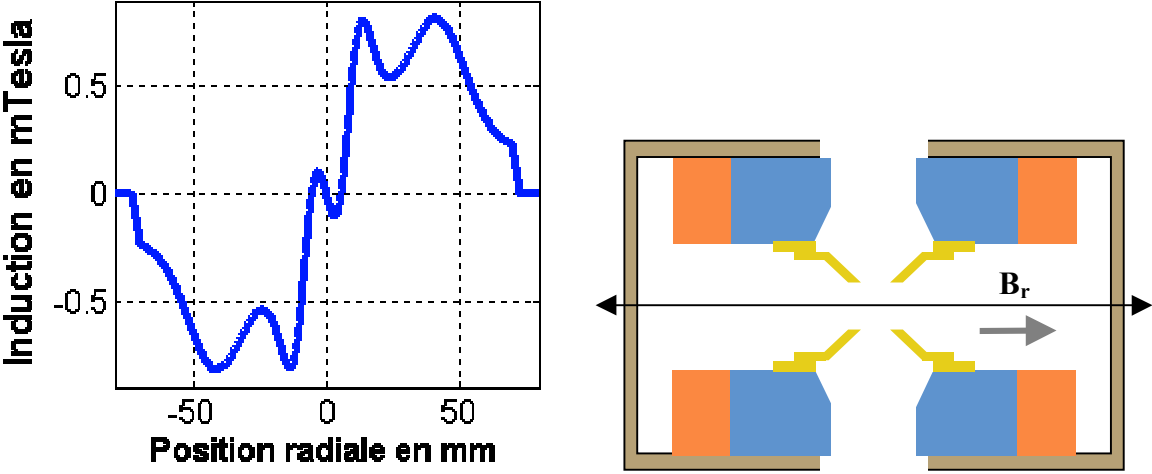


Figure 40 Induction B_r suivant r .

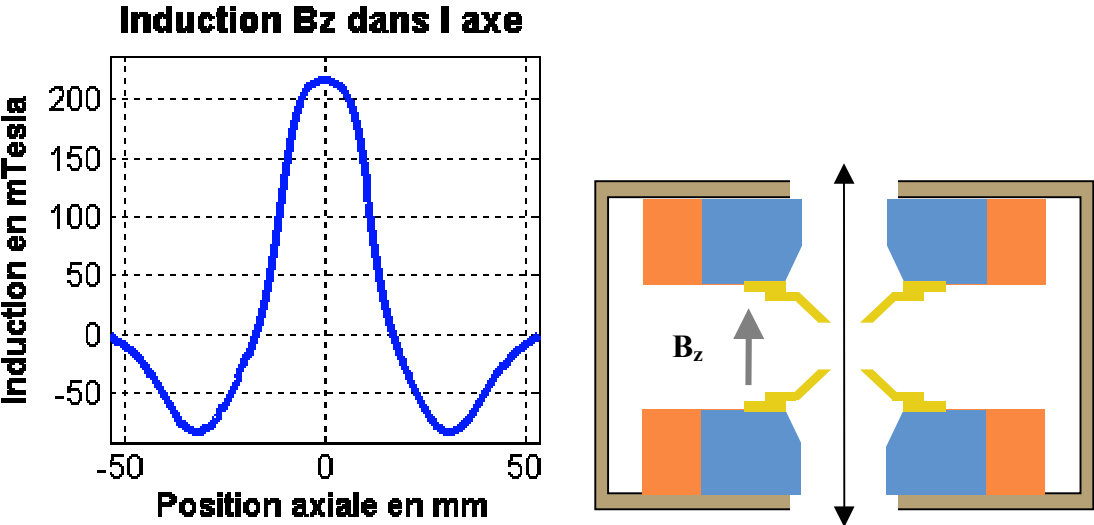


Figure 41 Induction B_z suivant z .

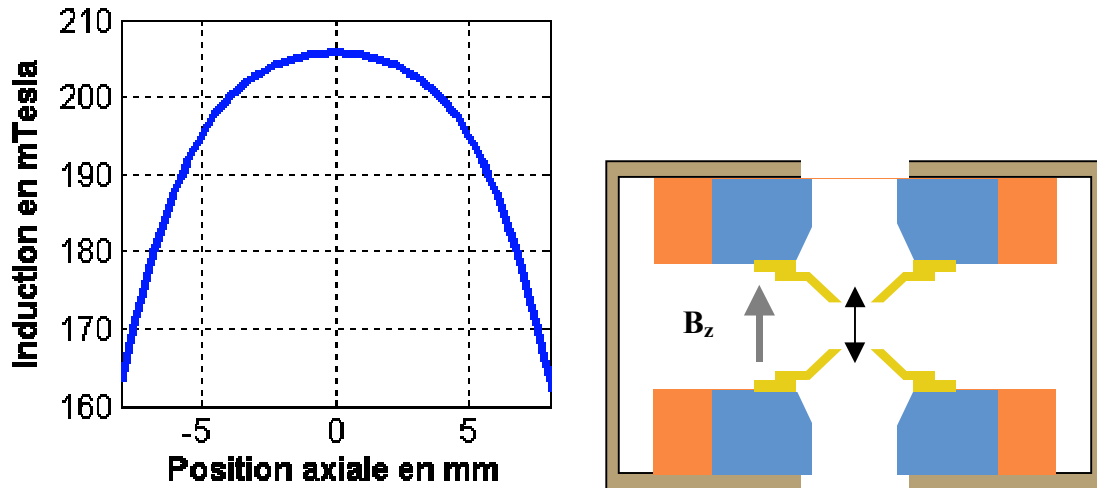


Figure 42 Induction B_z suivant z (zoom au centre de la structure).

Nous avons constaté que dans certaines configurations l'induction était relativement forte dans les matériaux magnétiques, jusqu'à 1.4 Tesla. Nous nous sommes cependant assurés que, pour ces valeurs, le milieu conserve ses propriétés et que la valeur de perméabilité reste très forte. Il faudra prendre soin de bien vérifier qu'il n'y a pas de saturation des matériaux magnétiques et dans le cas contraire, prendre une perméabilité qui dépend de la valeur d'induction dans le matériau.

Les résultats concernant l'induction ont été vérifiés par des mesures qui permettent de valider le code de façon expérimentale.

Pour compléter l'étude sur cette structure et mieux cerner l'influence des différents éléments, il est intéressant de paramétrer certaines grandeurs comme la valeur de l'induction rémanente des aimants, du courant dans les bobines ou la géométrie des pièces polaires. Les résultats sont présentés par la suite.

3.3.1.1.2 Influence de la perméabilité

La première étape est de vérifier la sensibilité des résultats en regard de la valeur de perméabilité choisie pour les milieux magnétiques. Cet aspect est important dans la mesure où les perméabilités des milieux concernés sont données par les fabricants dans une fourchette comprise entre 2000 et 10000. L'analyse des résultats permet de corroborer une conclusion faite au chapitre II, lors de la vérification du code sur l'influence de la valeur de perméabilité. En effet, à partir d'une certaine valeur de perméabilité, la condition de raccord avec le milieu magnétique sera une condition de Court Circuit Magnétique (la composante d'induction parallèle à l'interface est nulle comme le traduit la Figure 37). Finalement, pour la fourchette donnée précédemment, il n'y aura aucune influence sur la valeur de l'induction

au centre de la structure. Aucun résultat comparatif n'est présenté par manque de lisibilité étant donné que les courbes se superposent.

3.3.1.1.3 Influence des bobines

La présence des bobines permet d'avoir une marge de manœuvre pour faire varier légèrement l'induction magnétique au sein de la structure et atteindre ainsi le point de fonctionnement de façon précise. Elles permettent, le cas échéant, de pallier une légère erreur de réalisation ou de conception, des aimants ou des pièces polaires. En effet, d'après le théorème de superposition [56], il y aura ajout d'une composante d'induction proportionnelle au courant circulant dans les bobines. Les simulations réalisées vont dans ce sens puisque nous observons Figure 43 une variation linéaire de l'induction totale au centre de la structure en fonction de l'amplitude du courant de bobine. La variation calculée, de 100 Gauss /Ampère, est confirmée par une série de mesures expérimentales. Là encore nous pouvons valider la prise en compte des bobines dans notre modèle.

Nous avons de plus vérifié qu'il y avait une relation linéaire entre la valeur de l'induction rémanente des aimants permanents et l'induction générée dans la structure. De façon plus explicite, dans un cas où il n'y a pas de saturation dans les milieux magnétiques, l'induction créée est doublée si l'induction rémanente des aimants est multipliée par deux.

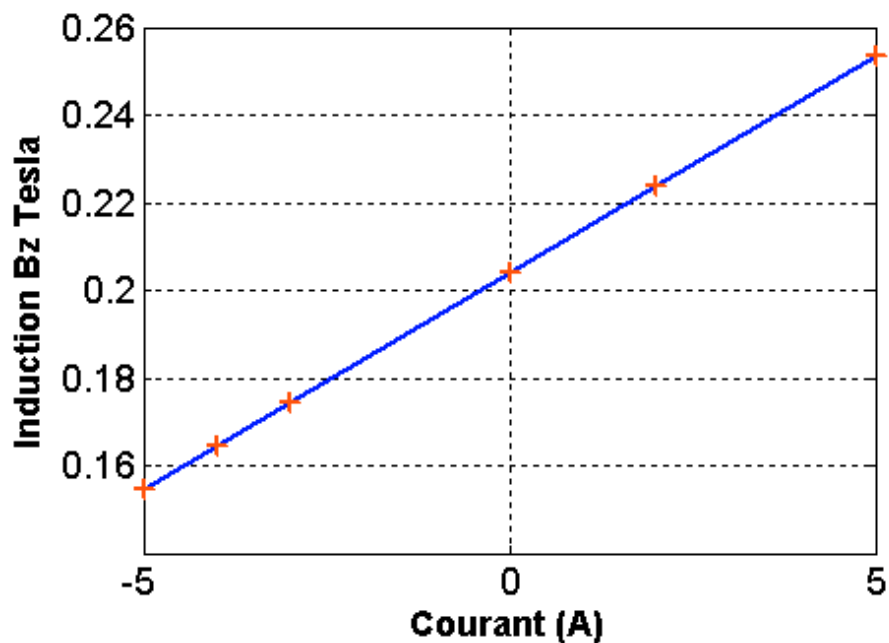


Figure 43 Influence du courant de bobine sur l'induction au centre de la structure.

3.3.1.2 Influence des matériaux magnétiques

Nous allons à présent rendre compte de l'influence des différents éléments sensibles à l'induction magnétique. Pour cela nous enlèverons tout d'abord ces différents éléments de façon à ne garder que les aimants permanents annulaires. La comparaison des résultats présentés Figure 44 et Figure 45 montre l'influence des matériaux magnétiques sur le niveau d'induction au centre de la structure. Nous considérons uniquement la composante de l'induction suivant z l'autre étant, comme nous l'avons déjà vu, négligeable dans la zone d'interaction. Les pièces magnétiques permettent, dans le cas du AMN245, de multiplier par quatre la valeur de l'induction présente au centre de la structure.

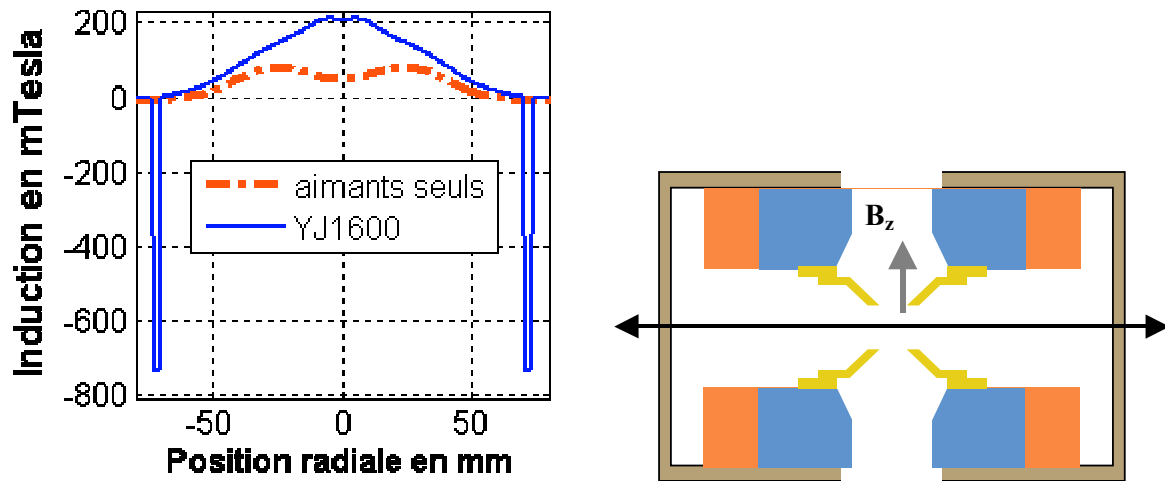


Figure 44 Comparaison avec et sans milieu magnétique sur B_z suivant r .

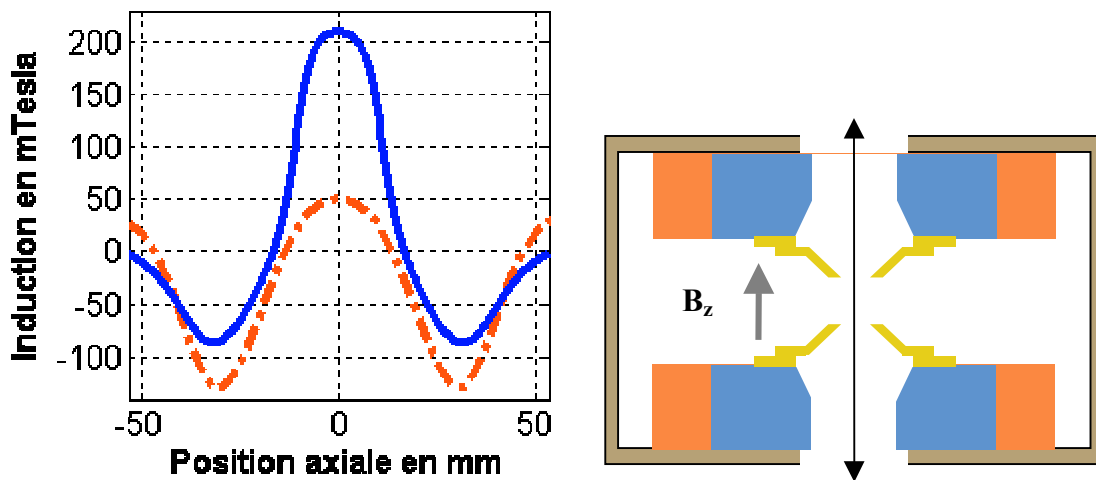


Figure 45 Comparaison avec et sans milieu magnétique sur B_z suivant z .

Si, maintenant, nous prenons en considération le capot ou les pièces polaires en plus des aimants, nous constatons une augmentation importante de l'induction à l'intérieur de l'enceinte par rapport à la configuration précédente avec les aimants seuls. La valeur de l'induction reste globalement inférieure à celle obtenue avec la structure complète Figure 46 Figure 47. Ces observations mettent en relief le rôle de confinement qu'imposent les milieux magnétiques à l'induction.

Le capot a pour rôle de confiner l'induction au sein de la structure. La conséquence sur l'induction est double puisque sa valeur dans la structure est augmentée et le voisinage de la source est protégé.

En conclusion, les pièces polaires concentrent de façon plus précise et homogène l'induction dans la zone d'interaction. La présence de ces deux types éléments est indispensable pour obtenir un maximum d'induction au centre de la structure.

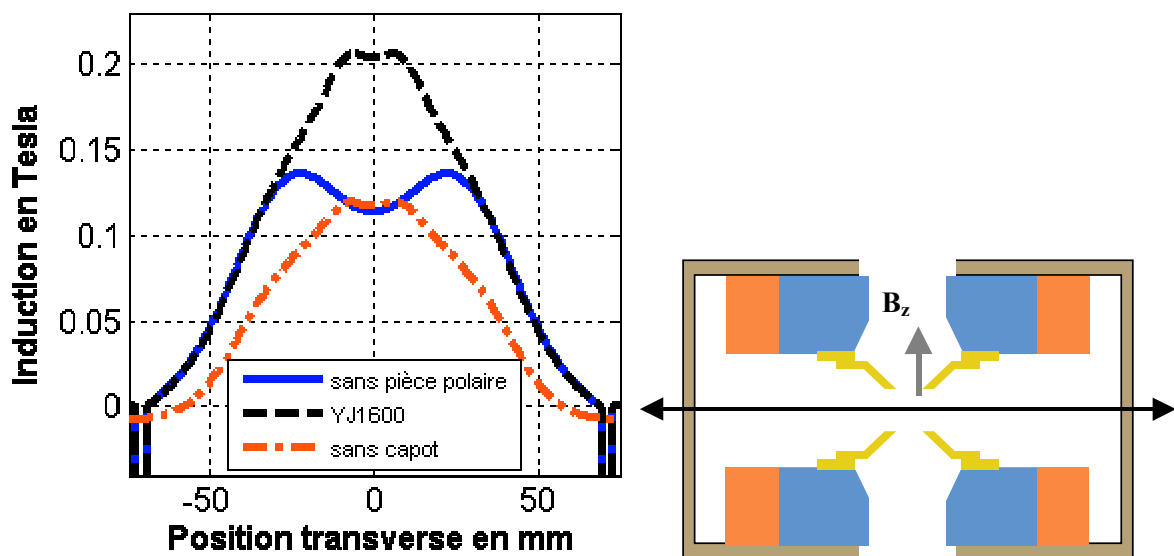


Figure 46 Comparaisons de la composante B_z suivant r .

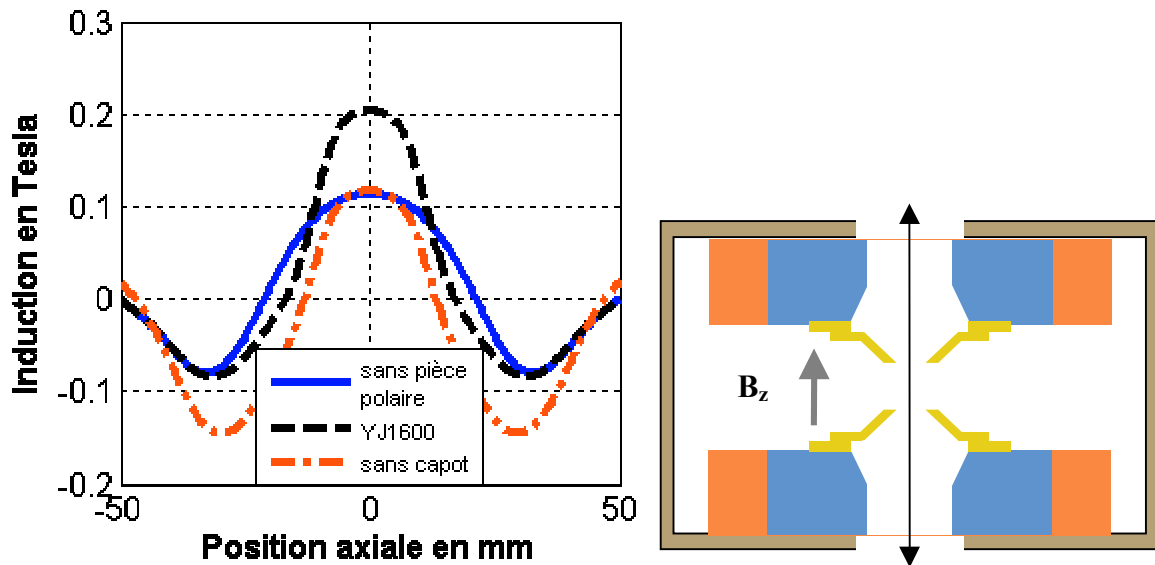


Figure 47 Comparaisons de la composante B_z suivant z .

Il est aussi intéressant de modifier la géométrie des pièces magnétiques de cette structure pour quantifier leur influence sur la valeur et la répartition de l'induction. Nous remarquerons cependant que peu de degrés de liberté sont accordés à cause de la cavité résonnante qui impose en partie les dimensions des pièces polaires. Nous avons, par conséquent, seulement étudié l'influence que pouvaient avoir les deux pièces polaires plates apposées aux aimants puis, l'influence de l'épaisseur des matériaux magnétiques. Pour ce qui concerne le premier aspect, il ressort que le diamètre des pièces polaires plates a un effet important sur la valeur de l'induction. Les Figure 48 et Figure 49 montrent en effet une chute de celle-ci d'environ 20% en changeant simplement le diamètre extérieur de cette pièce. Après différentes simulations, nous concluons que, pour avoir un maximum de l'induction, il faut que le diamètre extérieur de la pièce plate soit égal au rayon moyen de l'aimant annulaire, son diamètre intérieur quant à lui, doit être égal à celui de l'aimant.

Nous avons aussi constaté que, pour avoir des niveaux d'induction maxima, il fallait éviter les espaces lors de la juxtaposition des aimants et des milieux magnétiques.

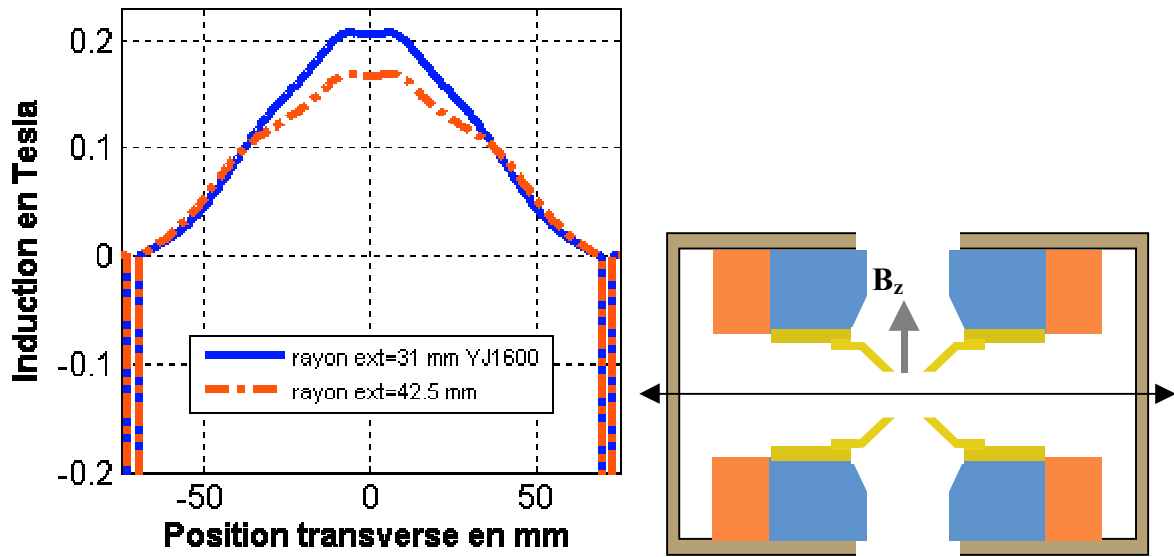


Figure 48 Evolution de la composante B_z suivant r .

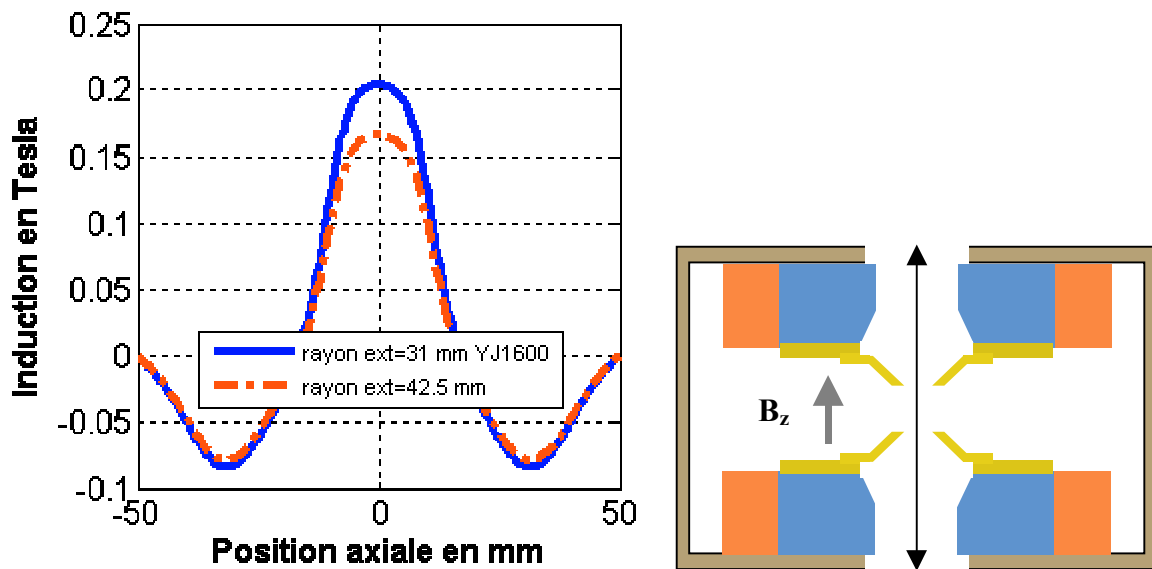


Figure 49 Evolution de la composante B_z suivant z .

Nous considérons à présent l'épaisseur des milieux magnétiques. Nous avons constaté que les valeurs d'induction pouvaient atteindre des valeurs relativement importantes dans ces pièces. Dans des cas extrêmes, il peut y avoir des phénomènes de saturations qui apparaissent. La simulation nous a permis de mettre en exergue qu'une solution pour limiter ces problèmes, tout en gardant les niveaux d'induction souhaités au centre de la structure, était d'élargir les pièces polaires. Dans ces conditions, ces milieux concentrent l'induction sur un volume plus important produisant ainsi une diminution de l'induction maximale en leur sein.

3.3.1.2.1 Conclusion

Ces résultats nous permettent de conclure, sur une structure complexe, quant à la bonne prise en compte des différents éléments dans le code 2D à symétrie de révolution. En effet, pour le AMN245, la mesure nous donne une valeur d'induction maximum dans l'axe de 2025 Gauss alors que la simulation nous donne 2040 Gauss, soit une erreur d'environ 1%. Les études annexes nous renseignent sur le rôle et l'influence des différents éléments composant la structure magnétique au niveau du fonctionnement global du système. A partir de l'analyse de ces résultats, nous avons formulé une série de règles à respecter pour la synthèse efficace d'un nouveau circuit magnétique.

Pour cette structure, nous relevons que la variation axiale de l'induction B_z entre les pièces polaires est importante, environ 20 %, alors que la variation radiale est très faible, moins de 1%. Nous remarquons enfin que l'induction maximale se trouve dans la zone d'interaction.

3.3.1.3 AMN58

La seconde structure étudiée est celle du magnétron AMN58. Elle est très ressemblante à la précédente comme nous pouvons le constater Figure 50. Elle est composée d'un capot, de deux aimants permanents annulaires non biseautés, d'une paire de bobines et de quatre pièces polaires centrales comme précédemment. Seules la géométrie des éléments ainsi que les caractéristiques des aimants changent.

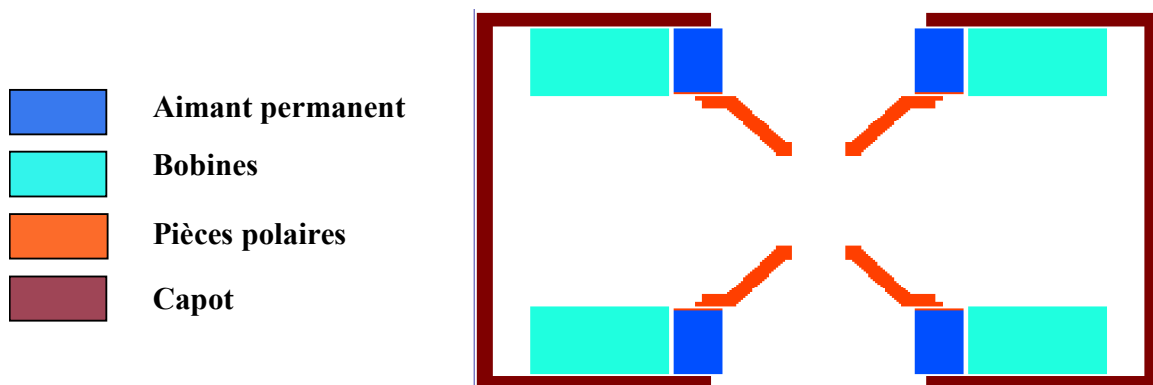


Figure 50 *Vue en coupe verticale du circuit magnétique du AMN58.*

Les résultats concernant cette structure sont présentés ci-dessous et sont obtenus dans la configuration suivante :

Induction rémanente :	1.07 Tesla
Courant bobine :	0 Ampère
Perméabilité des matériaux magnétiques :	5000

La structure a été discrétisée avec des mailles de 250 micromètres

L'analyse des lignes de champ Figure 51 nous permet de conclure une nouvelle fois que les milieux magnétiques permettent de canaliser l'induction magnétique. Voyons à présent l'amplitude et l'allure des variations de l'induction suivant z. Nous ne présentons pas les résultats sur la composante d'induction suivant r étant donné qu'elle est négligeable dans la zone d'interaction.

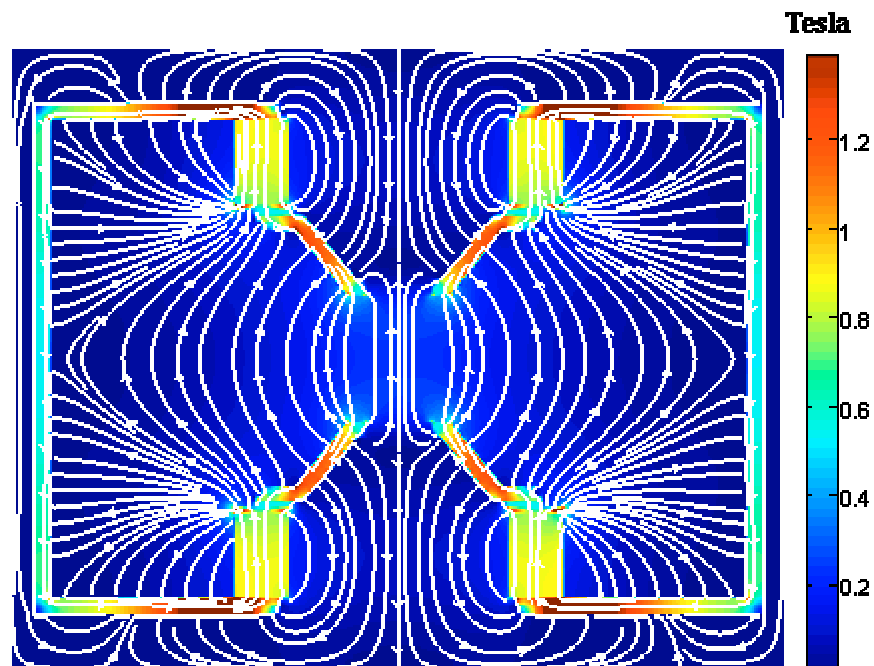


Figure 51 *Module et lignes d'induction magnétique du AMN58.*

Nous observons dans un premier temps le même type de variations que pour la structure précédente. Ceci s'explique par la similitude entre les géométries du système magnétique du AMN245 et du AMN58. Nous relevons une valeur d'induction maximale de 2437 gauss dans la zone d'interaction Figure 52.

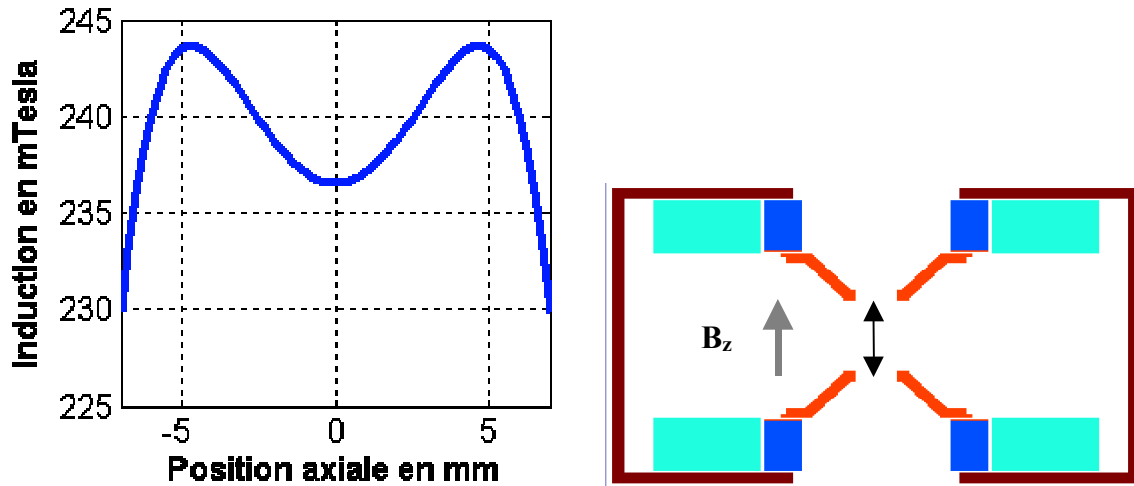


Figure 52 Induction B_z suivant r (zoom au centre de la structure).

L'étude menée sur la structure AMN245 nous a montré que la valeur du diamètre externe de la pièce polaire plate placée au contact des aimants joue un rôle important. Nous avons remarqué que l'induction était maximale pour une pièce polaire ne dépassant pas le milieu de l'aimant. En appliquant ce critère à cette structure, nous constatons une augmentation d'environ 16 % de l'induction qui passe de 2437 Gauss à 2852 Gauss en valeur maximale dans la zone d'interaction. Nous observons donc que la structure du AMN58 est perfectible d'un point de vue magnétique. La proposition précédente montre que l'augmentation de l'induction peut être relativement importante avec très peu de changement sur la structure.

3.3.1.4 AMN30

Nous avons eu l'opportunité de valoriser tout le travail de paramétrage et de compréhension précédent en l'appliquant à l'optimisation d'une structure magnétique peu performante. Sur la structure du AMN30, nous avons pour objectif d'augmenter l'induction disponible au centre de la structure avec un cahier des charges assez drastique. En effet, certains paramètres comme la dimension du capot, des pièces polaires incurvées, des aimants ainsi que leurs caractéristiques devaient rester inchangés. Nous sommes partis de la structure existante présentée Figure 53 pour arriver finalement à la structure Figure 54. Ces deux figures montrent seulement la partie inférieure du circuit magnétique. L'aimant annulaire est représenté en bleu clair, toutes les autres pièces sont des matériaux magnétiques. Entre ces deux configurations, seules les trois pièces polaires plates ainsi que

la position axiale des aimants ont été modifiées. Nous constatons Figure 55 et Figure 56 un accroissement de l'induction au centre de la structure d'environ 25% par rapport à la référence.

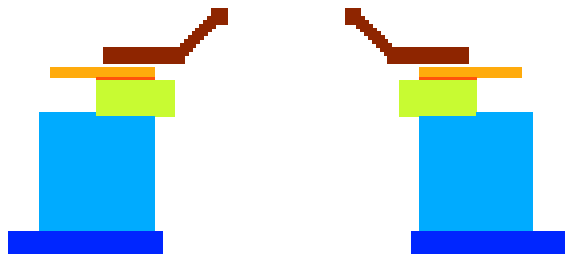


Figure 53 *Circuit initial.*

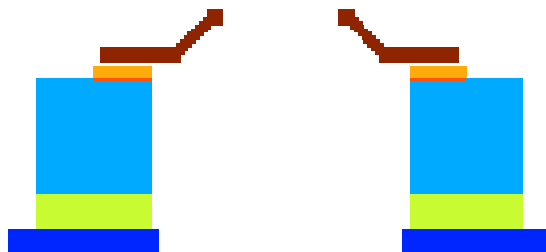
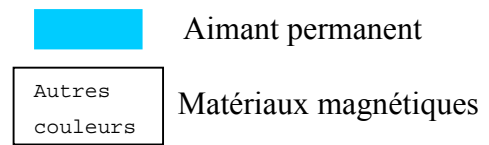


Figure 54 *Circuit final.*

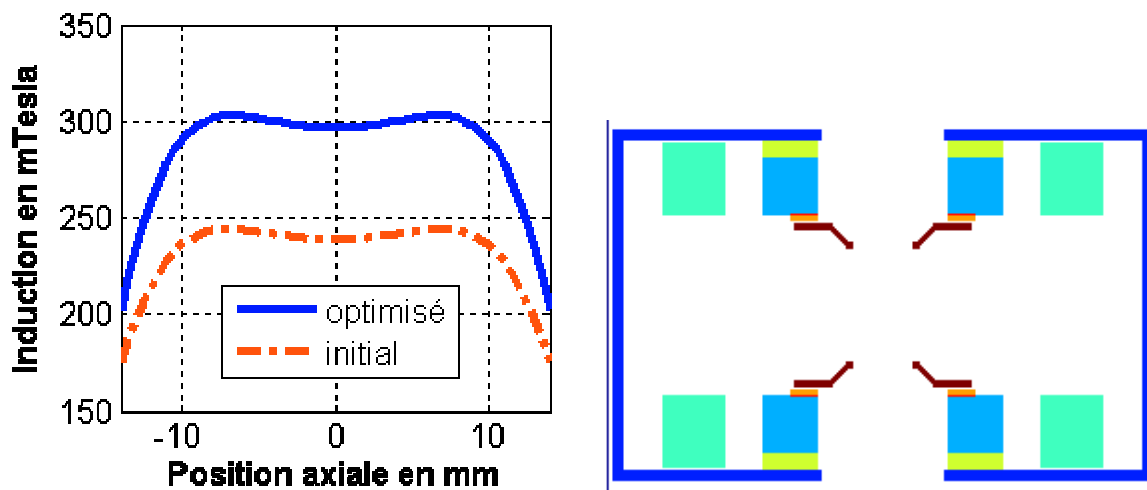


Figure 55 *Induction B_z suivant z (zoom au centre de la structure).*

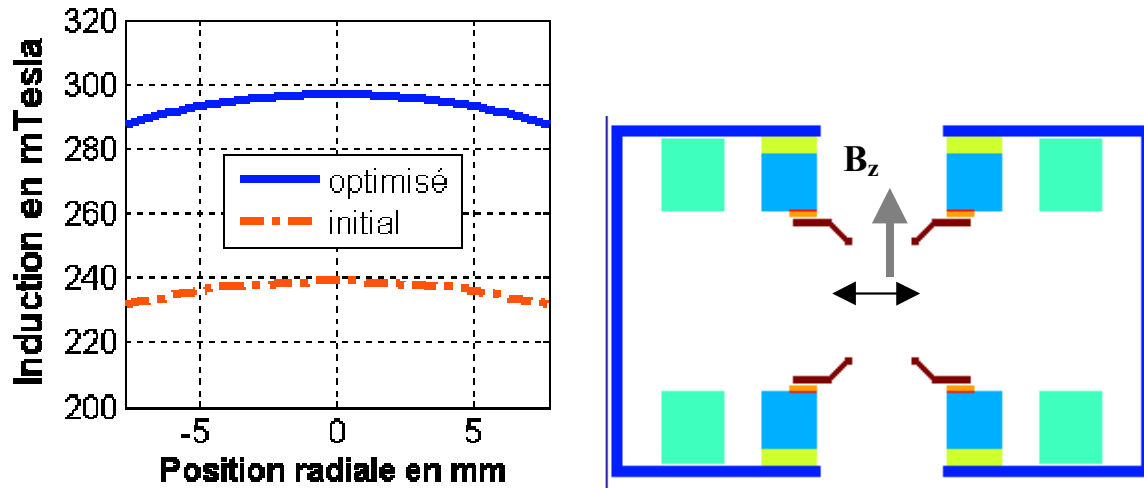


Figure 56 Induction B_z suivant r (zoom au centre de la structure).

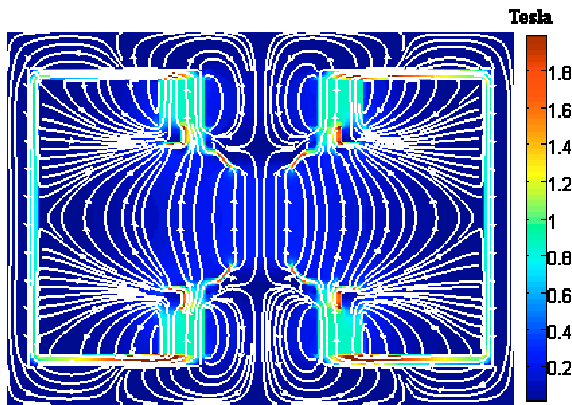


Figure 57 Module et lignes d'induction magnétique du AMN30 final.

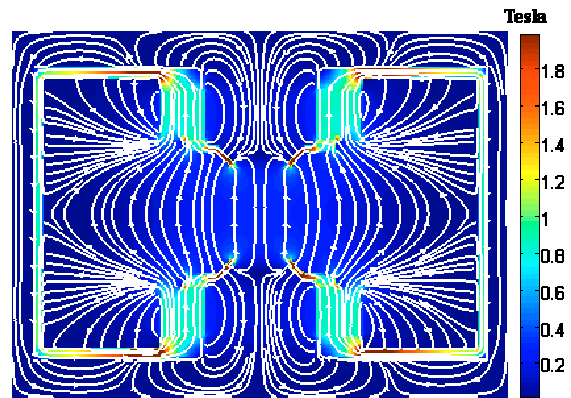


Figure 58 Module et lignes d'induction magnétique du AMN30 initial.

L'augmentation de l'induction magnétique au centre de la structure se traduit au niveau des lignes d'induction par un meilleur guidage de celles-ci vers la zone centrale Figure 58. Nous constatons en effet Figure 57 qu'il y a des fuites de lignes de champ au niveau des pièces polaires mal dimensionnées.

Cette étude montre que le design des structures magnétiques est très important et que leur synthèse n'est pas très complexe, à partir du moment où nous avons du recul sur l'influence des différents paramètres mis en jeu.

Nous avons aussi eu l'occasion de simuler d'autres structures du même type mais aussi, de caractériser des systèmes d'expositions magnétiques pour des biologistes. Les résultats ne sont pas présentés pour éviter toute redondance, d'autant qu'ils ne présentent pas

d'intérêt supplémentaire. Cela dit, il ressort que toutes les simulations effectuées sur ces structures ont toujours été validées par les résultats expérimentaux.

3.3.1.5 Conclusion

L'objectif de cette étude était d'analyser, de façon numérique, la partie magnétique intervenant dans le fonctionnement du magnétron. De par la géométrie des structures à analyser, nous avons choisi de concevoir un code magnétostatique 2D à symétrie de révolution, qui permet de gagner en temps de calcul de façon significative par rapport à un code 3D.

Cette partie simulation vient en complément de mesures déjà réalisées sur les structures existantes. Nous pouvons cependant noter que ces structures ne sont pas complètement à symétrie de révolution puisque le capot est hexaédrique et ouvert sur deux faces latérales. Néanmoins, à la vue des résultats, nous obtenons une bonne approximation de la réalité, ce qui nous permet d'avoir un bon compromis entre temps de calcul et viabilité des résultats. En raison de la simplicité de mise en œuvre d'un tel outil, il sera aussi très facile d'effectuer des études paramétriques afin d'optimiser ou de réaliser une structure.

Notre travail c'est principalement articulé autour de l'étude d'une structure existante (AMN245). L'analyse des résultats nous a permis d'appréhender le rôle des différents éléments constitutifs de la structure magnétique et de proposer par la suite, des solutions viables d'un point de vue électromagnétique pour le développement de nouvelles sources comme le AMN30. Cet aspect d'optimisation peut être important à double titre. En effet, dans le cas de la structure AMN30, l'augmentation de l'induction au centre de la structure a permis de travailler en un point de fonctionnement statique tension - induction plus élevé autorisant finalement une puissance haute fréquence supérieure en sortie de la source. L'autre avantage d'une structure optimisée est de donner lieu à l'utilisation d'aimants moins performants en terme d'induction rémanente et qui, par conséquent, peuvent être moins onéreux.

3.3.2 Electrostatique

Au même titre que l'aspect magnétostatique, l'aspect électrostatique est déterminant dans le fonctionnement des tubes à vide. Nous présentons par la suite les résultats concernant uniquement le magnétron AMN245 qui nous sert de référence. Ces résultats sont obtenus avec le code 3D électrostatique développé au chapitre II. La Figure 59 présente une cartographie du champ électrostatique dans un plan vertical passant par l'axe de la structure. La structure est discrétisée avec des mailles carrées de 250 micromètres. La différence de potentielle négative entre anode et cathode engendre un champ dirigé vers celle-ci et principalement radial. Nous constatons que pour une différence de potentiel de -7200 Volts l'amplitude du champ électrique dans la zone d'interaction est très importante et homogène.

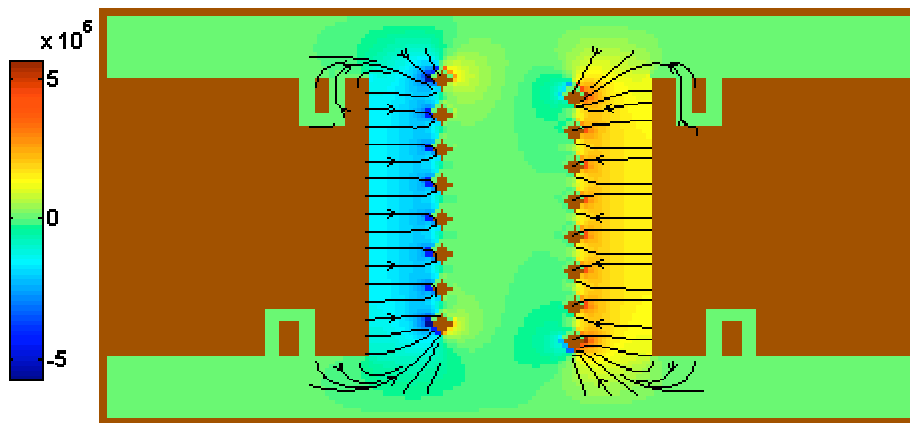


Figure 59 *Amplitude de la composante radiale du champ électrostatique avec les lignes du champ électrostatique en coupe verticale pour le AMN245.*

3.3.3 Conclusion

L'étude statique est une étape importante dans l'analyse du fonctionnement des tubes à vide. Elle peut permettre, comme nous l'avons vu pour la magnétostatique, d'optimiser les structures. Elle est aussi indispensable pour initialiser par la suite les valeurs des champs électrique et magnétique dans le code PIC.

3.4 Electromagnétisme sans charge d'espace

Dans cette dernière partie, nous aborderons l'aspect électromagnétique à froid des sources en trois dimensions. L'objectif est de tirer des enseignements sur le fonctionnement de celles-ci. Nous étudierons pour cela les différents modes générés dans la cavité résonnante à travers leur répartition en champ, l'influence de certains paramètres sur ces fréquences de résonance. Un soin particulier sera porté sur le mode pour lequel s'effectue l'échange d'énergie. Certains de ces résultats seront comparés aux prévisions théoriques faites au milieu du 20ème siècle.

Nous présenterons tout d'abord les résultats concernant notre source de référence, le AMN245 pour lequel nous ferons la plupart des études paramétriques. Nous serons très attentifs au rôle qu'exercent les straps sur la répartition fréquentielle des modes générés dans la cavité. Nous aurons l'occasion d'étudier un autre type de structure, de faire le lien entre les simulations électromagnétiques, l'expérimentation et les résultats obtenus à l'aide d'un modèle de circuit équivalent. La quantification de l'influence des différents éléments composant la structure permettra finalement de proposer une solution de source résonnant à 3 GHz.

3.4.1 Magnétron AMN245

Cette source a fait ses preuves et nous permet de comprendre les phénomènes mis en jeu aussi bien sur les aspects statiques, électromagnétique à froid ou encore électromagnétique avec charge d'espace comme nous le verrons dans le dernier chapitre.

3.4.1.1 Modélisation de la source en fdtd et observation des modes de la cavité

Pour exciter les cavités, nous avons modélisé une source localisée en utilisant le formalisme des fils minces de Holland [47]. Ce concept permet d'exciter une structure avec un générateur de tension, placé sur un fil, tout en traitant en différences finies l'équation temporelle des courants et des charges sur ce fil. Nous procédons à une excitation large bande de la cavité. A cet effet, nous utilisons une sinusoïde modulée par une gaussienne.

Nous plaçons sur la même maille que le générateur une résistance. Ce formalisme de fil mince donne accès à l'impédance équivalente de la structure étudiée. L'impédance caractéristique est définie comme le rapport des transformées de Fourier de la tension et du courant éq. 41. Toute cavité résonnante est caractérisée électriquement par un circuit équivalent comportant une infinité de circuits RLC associés en série. Chacun de ces circuits représente un des modes de la cavité. La cavité métallique est emplie d'un milieu diélectrique à perte de permittivité relative égale à un. Pour une cavité ayant de faibles pertes diélectriques, nous pouvons identifier chaque mode séparément. Nous avons donc choisi d'observer les modes présents dans la cavité par l'intermédiaire de la partie réelle de l'impédance qui nous donne accès à leur fréquence de résonance. Le type d'excitation choisi a été directement inspiré par le couplage de sortie dans la cavité AMN245 qui nous sert de référence. En effet, dans cette structure, l'énergie est prélevée à la cavité par l'intermédiaire d'un élément « filaire » relié à une ailette Figure 32. La cavité est discrétisée avec des mailles carrées de 250 microns de côté. Cette dimension de maille permet de prendre en compte les différents éléments constitutifs de la structure.

$$\text{éq. 41 } Z_c(f) = \frac{V(f)}{I(f)} = \frac{TF[V(t)]}{TF[I(t)]}$$

3.4.1.2 Analyse du spectre et des modes de cette cavité résonnante

Le magnétron est une cavité dans laquelle une multitude de modes peuvent s'installer. Certains de ces modes seront compatibles avec le fonctionnement du magnétron, à savoir une variation de phase des champs électromagnétiques de $n \cdot 2\pi$ sur la circonférence de la cavité. Nous avons vu que, pour un magnétron à N ailettes (soit autant de cavités), il existe N/2 modes fondamentaux numérotés de 1 à N/2. Si nous considérons un mode donné, il y aura, entre chaque cavité adjacente, une variation de phase identique, allant de $2\pi/N$ pour le mode $n=1$ à π pour le mode $n=N/2$ [49], [50], [53]. La cavité résonnante du AMN245 présentée Figure 33 est composée de 16 ailettes. Nous devons alors identifier 8 modes fondamentaux pour lesquels il n'y a pas de variation radiale des champs et suivant la hauteur. De plus, pour ces huit modes, le champ magnétique sera axial alors que le champ électrique sera transverse. La Figure 61 illustre le spectre de la cavité. Nous pouvons remarquer la présence de nombreux modes. L'analyse de ces modes à travers la réalisation de cartographies fréquentielles en module et phase, nous permet de mettre en évidence de

façon claire 7 modes fondamentaux Figure 62, le huitième, fortement couplé avec un mode proche, est difficilement identifiable. Les cartographies de chaque mode sont présentées en ANNEXE 11.

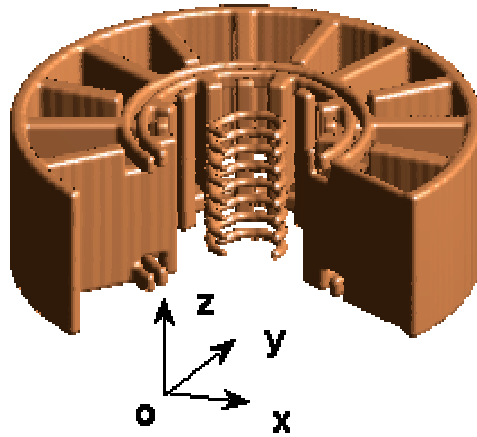


Figure 60 Cavité du magnétron AMN245.

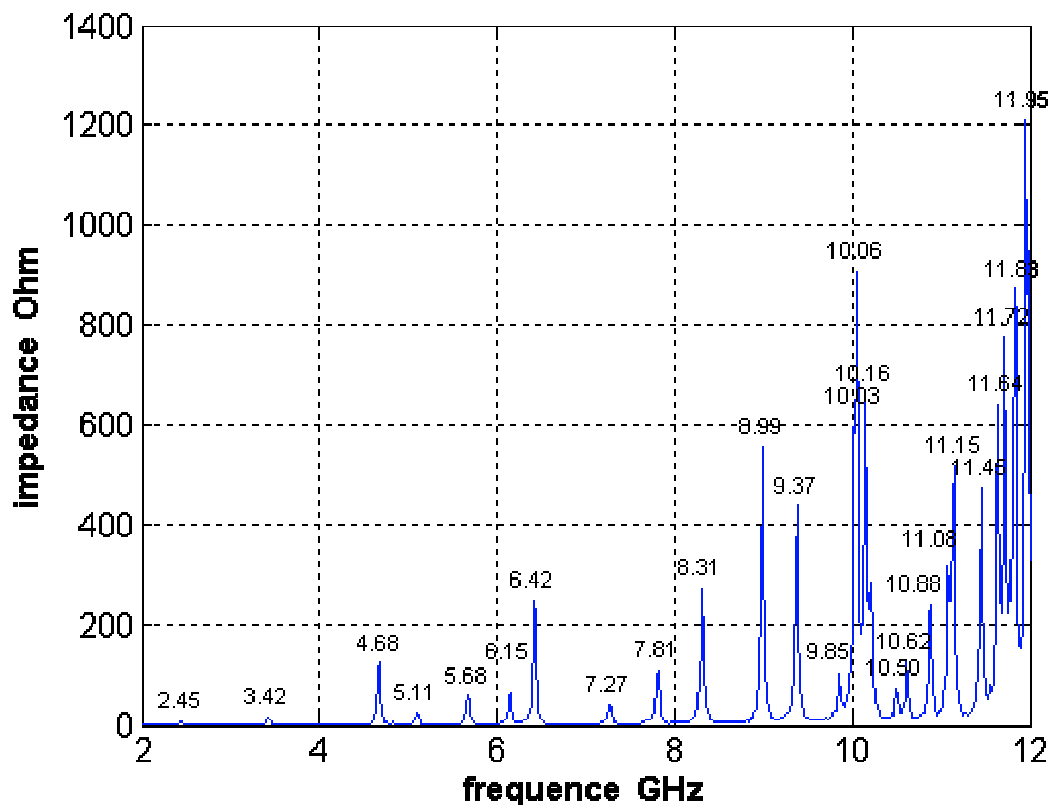


Figure 61 Partie réelle de l'impédance du AMN245.

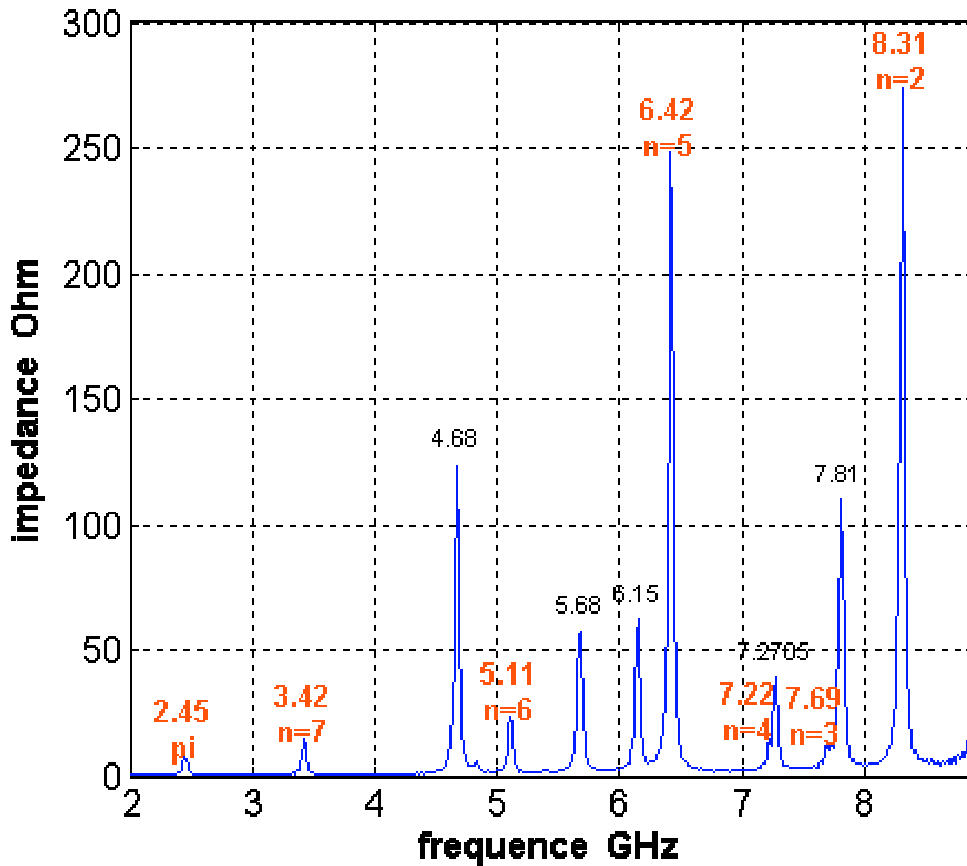


Figure 62 *Partie réelle de l'impédance du AMN245.*

Pour une cavité magnétron à N ailettes, s'il est possible d'identifier N/2 modes dits fondamentaux, nous pouvons aussi distinguer N/2 modes supérieurs avec une variation radiale. Nous présentons Figure 63 la cartographie du mode n=8 supérieur noté n=8' à 11.08 GHz. La variation radiale au sein de chaque cavité élémentaire apparaît clairement sur la cartographie en champ magnétique. Pour ces modes supérieurs, nous remarquons que le champ électrique pénètre à l'intérieur des cavités.

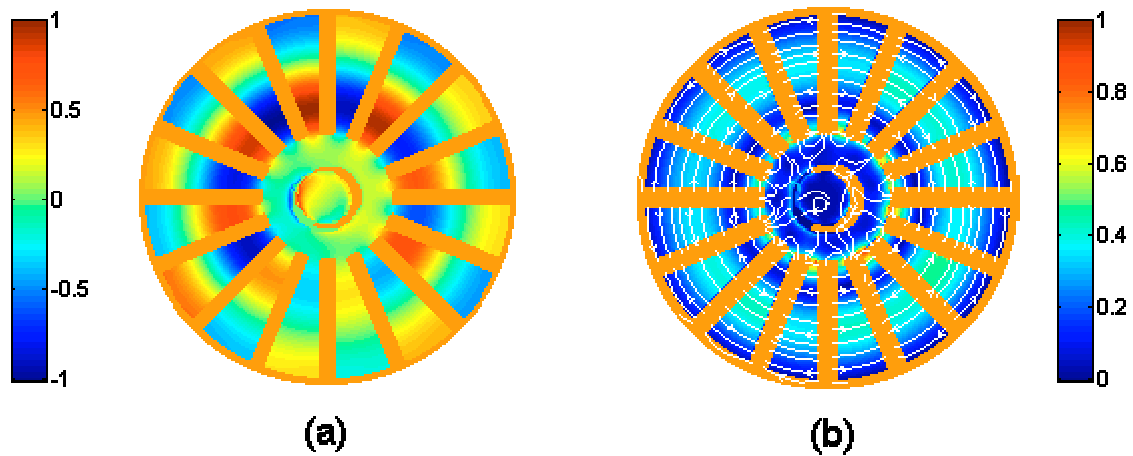


Figure 63 *Cartographie du mode pi supérieur $n=8$ '. La figure (a) représente la partie réelle du champ magnétique suivant z dans un plan xOy à un instant donné. La figure (b) représente le module normalisé du champ électrique du plan de coupe xOy avec les lignes de champ de champ électrique.*

Finalement, il ressort de l'analyse des cartographies des modes présents dans la cavité que d'une part, il existe plusieurs modes dits « magnétrons » pour lesquels les champs sont concentrés dans les cavités élémentaires. Nous distinguons les modes fondamentaux, sans variation radiale, des autres modes d'ordre supérieur. Il apparaît aussi un certain nombre de modes pour lesquels l'énergie électromagnétique est concentrée au centre de la structure. Ces derniers ne sont pas intéressants dans le fonctionnement magnétron et sont, de façon générale, peu excités lors du fonctionnement de la source.

3.4.1.3 Etude du mode pi

Le mode fondamental de cette cavité se trouve à une fréquence de 2.45 GHz. L'étude de ses cartographies en champs montre que ce mode comporte huit variations azimutales Figure 64. Il s'agit donc du mode $n=8$ ou mode pi. Nous constatons en effet une variation de phase de pi d'une cavité à l'autre. Nous pouvons de plus remarquer que le champ magnétique est confiné dans les cavités élémentaires alors que le champ électrique est important à l'extrémité des ailettes. La dernière observation révèle que les champs électriques sont relativement importants autour des straps. Ce constat vaut aussi pour les autres modes fondamentaux. L'analyse électromagnétique de la structure résonnante du

AMN245 met en évidence une résonance à 2.45 GHz. Expérimentalement, la source fonctionne à cette même fréquence ce qui nous permet de conclure que l'échange d'énergie se fait sur le mode pi. Ce mode est très classiquement utilisé parce qu'il permet d'obtenir, selon l'état de l'art, un meilleur rendement de conversion [50].

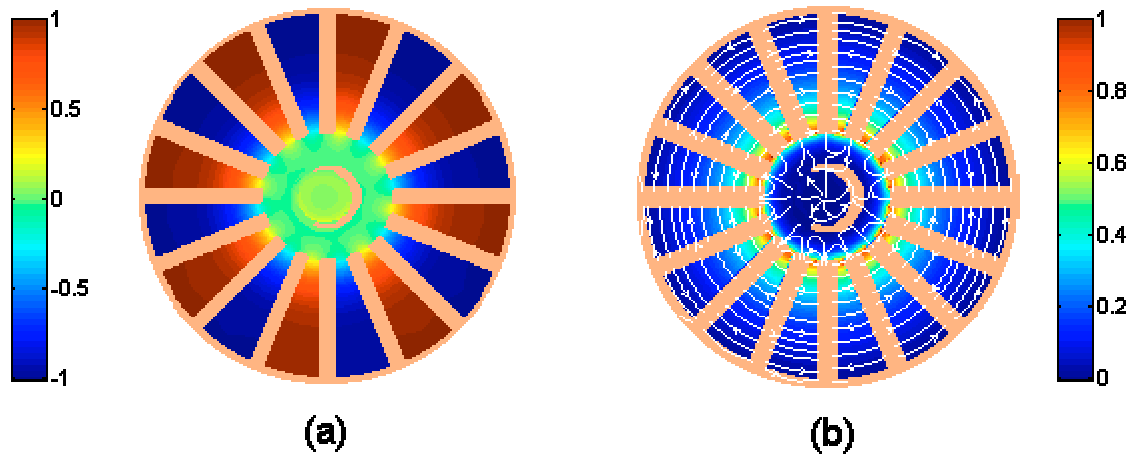


Figure 64 *Cartographie du mode pi. La figure (a) représente la partie réelle du champ magnétique suivant z dans un plan xOy à un instant donné. La figure (b) représente le module normalisé du champ électrique du plan de coupe xOy avec les lignes de champ de champ électrique.*

La Figure 65 montre que le champ magnétique est uniforme au sein des cavités élémentaires suivant la hauteur.

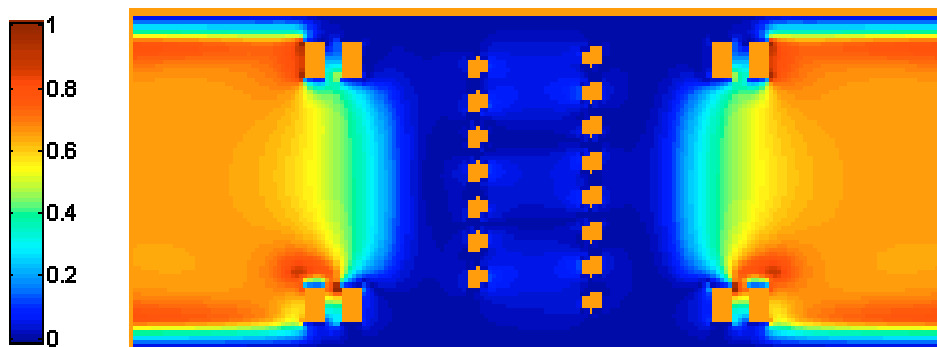


Figure 65 *Cartographie du mode pi. Partie réelle du champ magnétique normalisé suivant z dans le plan xOz à un instant donné.*

3.4.1.4 Remarque

Cette cavité est le siège de phénomènes particuliers qui modifient grandement son fonctionnement. Pour illustrer ces propos, nous pouvons comparer de façon élémentaire, la structure du AMN245 à celle d'une cavité cylindrique de mêmes dimensions (hauteur = 20 mm, rayon = 23 mm). Pour cette dernière, le mode TE_{811} équivalent au mode π résonne à 21 GHz. La cavité magnétron apparaît donc comme sous dimensionnée. Nous en concluons que sa structure interne, composée d'ailettes et de straps, influence fortement son fonctionnement.

3.4.2 Influence des straps

De façon très classique, la structure résonnante des magnétrons est composée de straps. Ils sont ajoutés par paire et nous en observons la plupart du temps deux paires. Les straps sont des anneaux métalliques permettant de relier certaines ailettes entre elles. Pour mieux comprendre leur effet sur l'évolution des fréquences de résonance des modes magnétrons, nous allons présenter la répartition des charges sur les ailettes pour chaque mode. La structure étudiée est celle d'un magnétron strappé dont la géométrie dérive directement de celle du AMN245 à 2.45 GH que nous appelons Mag245.

3.4.2.1 Répartition des charges sur les ailettes

Nous illustrons Figure 66 la répartition des charges sur les ailettes pour une structure à seize ailettes. L'axe des abscisses correspond au numéro de l'ailette alors que la valeur de la charge normalisée est donnée en ordonnée. Nous constatons que pour le mode $n=8$ (ou mode π), une ailette sur deux est au même potentiel. Cette remarque permet de comprendre intuitivement pourquoi sur la structure MAG245, qui fonctionne sur ce mode, les straps court-circuitent une ailette sur deux. A priori la mise au même potentiel d'ailettes supportant la même charge électrique doit favoriser le mode strapper, ce qui ne doit pas être forcément le cas des autres modes. Nous reviendrons de façon plus qualitative sur l'influence des straps par la suite.

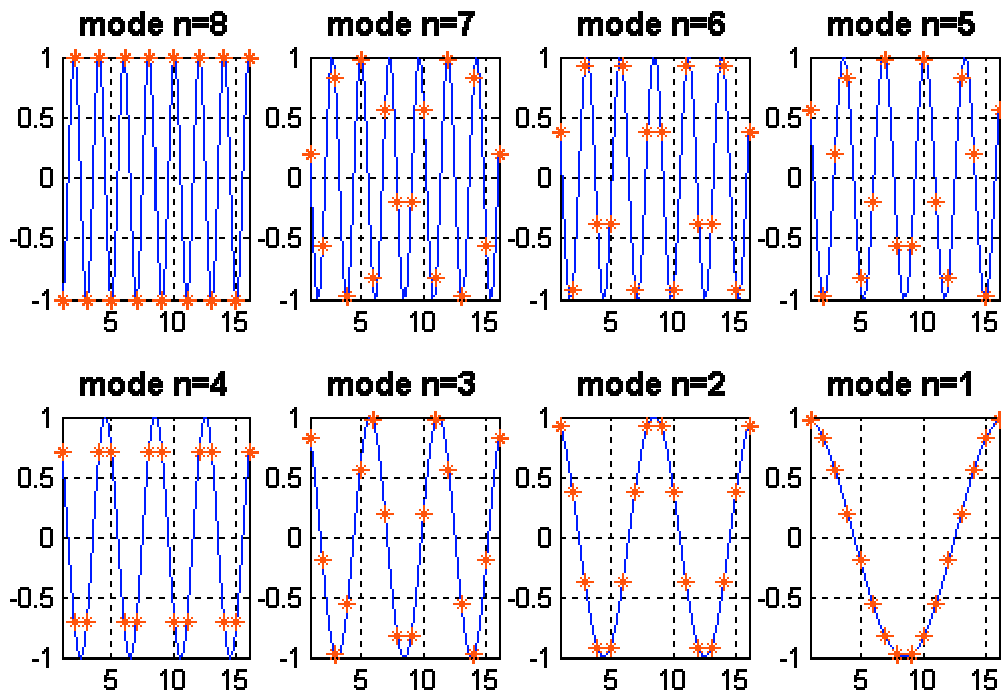


Figure 66 Répartition des charges normalisées sur les 16 ailettes, pour chaque mode.

3.4.2.2 Rôle des straps

Pour le mode pi, la configuration de strap classique du MAG245 augmente la valeur de capacité équivalente des résonateurs élémentaires. Par contre, aucun courant ne circule le long des straps car tous les points de fixations des anneaux sont au même potentiel. D'un point de vue circuit, l'effet prédominant est capacitif pour le mode pi. Par contre, pour les autres modes, du courant circule dans les anneaux ce qui a pour effet de faire décroître la valeur de self des cavités élémentaires. Leur capacité est évidemment accrue mais l'effet de décroissance de la self est prépondérant si bien que la fréquence de résonance pour les modes supérieurs est accrue ($f_r = 1/(2\pi\sqrt{LC})$) [53]. Pour synthétiser, une telle configuration de strap permettra de faire chuter la fréquence de résonance du mode pi alors que celle des autres modes va augmenter.

3.4.2.3 Illustration sur le MAG245 sans strap

Sur notre structure de référence MAG245, nous enlevons les straps afin d'observer le comportement des fréquences de résonance des modes fondamentaux Figure 67. Malgré leur proximité, nous sommes capables d'identifier 7 des huit modes recherchés. Cette étude traduit clairement que la fréquence de résonance du mode pi chute alors que celle des autres

augmente. Nous constatons aussi que ces modes sont très proches les uns des autres puisqu'il n'y a que 0.5 GHz entre le mode pi et le mode n=2 dans cette configuration alors qu'il y a plus de 6 GHz dans le cas de la structure avec strap Figure 62. Cette observation est essentielle, en effet, c'est à cause de la proximité des modes que la structure avec strap fut introduite. Expérimentalement il est très difficile, voire impossible, de maintenir le fonctionnement de la source sur le mode pi sans avoir des risques d'instabilité en fréquence lorsque les modes sont aussi proches. Nous trouvons un critère de stabilité dans la littérature qui conseille un écart en fréquence d'au moins 10 % entre le mode pi et le mode supérieur [51]. Pour respecter ce critère, deux types de solutions sont envisageables, soit l'utilisation de straps, soit l'utilisation d'une structure rising sun que nous verrons par la suite.

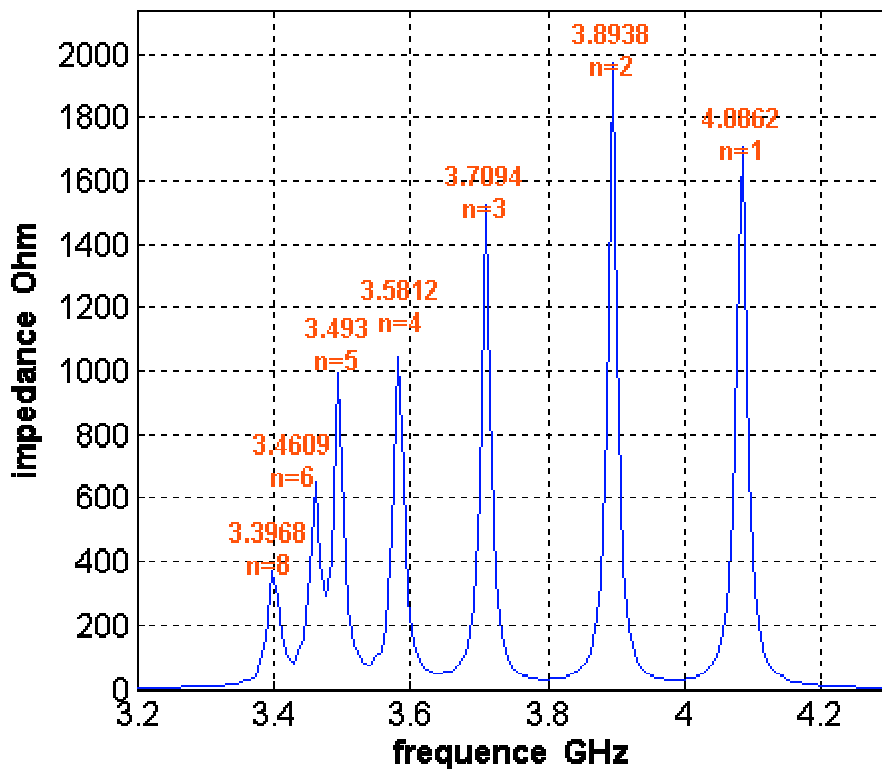


Figure 67 *Partie réelle de l'impédance du MAG245 sans strap.*

3.4.2.4 Structure « rising sun »

Ce type de structure offre une solution permettant un fonctionnement stable en fréquence intrinsèque à la cavité. Cette géométrie est le plus souvent utilisée pour des sources haute fréquence délivrant de fortes puissances en régime impulsionnel. Nous présentons Figure 68 la cavité résonnante du magnétron AX9 fonctionnant à 9.5 GHz [57]. Cette cavité comporte dix-huit ailettes soit neuf modes fondamentaux. ses dimensions sont

données Tableau 3 Le mode pi correspond donc au mode $n=9$. Elle présente aussi une alternance de cavité de tailles différentes. Pour ce type de cavité, les modes magnétrons se scindent en deux groupes Figure 69. Le premier est associé aux résonateurs élémentaires de grande taille (mode 1 à 4), le deuxième aux petits résonateurs (mode 5 à 9) [53]. Nous constatons que cette structure permet d'obtenir un écartement important entre les modes sans avoir à recourir aux straps. Il est intéressant de remarquer de plus que, pour ce type de cavité, le mode pi n'est plus le mode fondamental de la cavité. Pour l'identification des modes nous avons procédé, comme précédemment, à la réalisation de cartographies de champ fréquentielles dans un plan perpendiculaire à l'axe du magnétron (plan xOy). Nous présentons Figure 70 les cartographies du mode pi à 9.54 GHz.

Nous avons eu un intérêt particulier pour ce type de structure pour la simple raison qu'elle est uniforme suivant son axe ce qui n'est pas le cas des anodes strappées. Nous pouvons par conséquent la simuler avec un code 2D. Comme il est plus aisé et plus rapide de faire du développement de code en 2D, cette géométrie représente une première étape quasi indispensable dans l'optique de la synthèse d'un code PIC 3D.

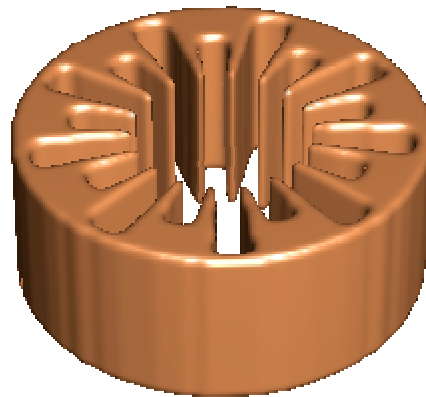


Figure 68 *Anode du magnétron AX9.*

Rayon cathode	0.325 cm
Rayon anode	0.528 cm
Rayon petite cavité	0.960 cm
Rayon grande cavité	1.214 cm
Hauteur cathode	2.337 cm
Hauteur anode	2.032 cm
Nombre de cavités	18
Fréquence du mode pi	9.50 GHz

Tableau 3 *Caractéristiques AX9.*

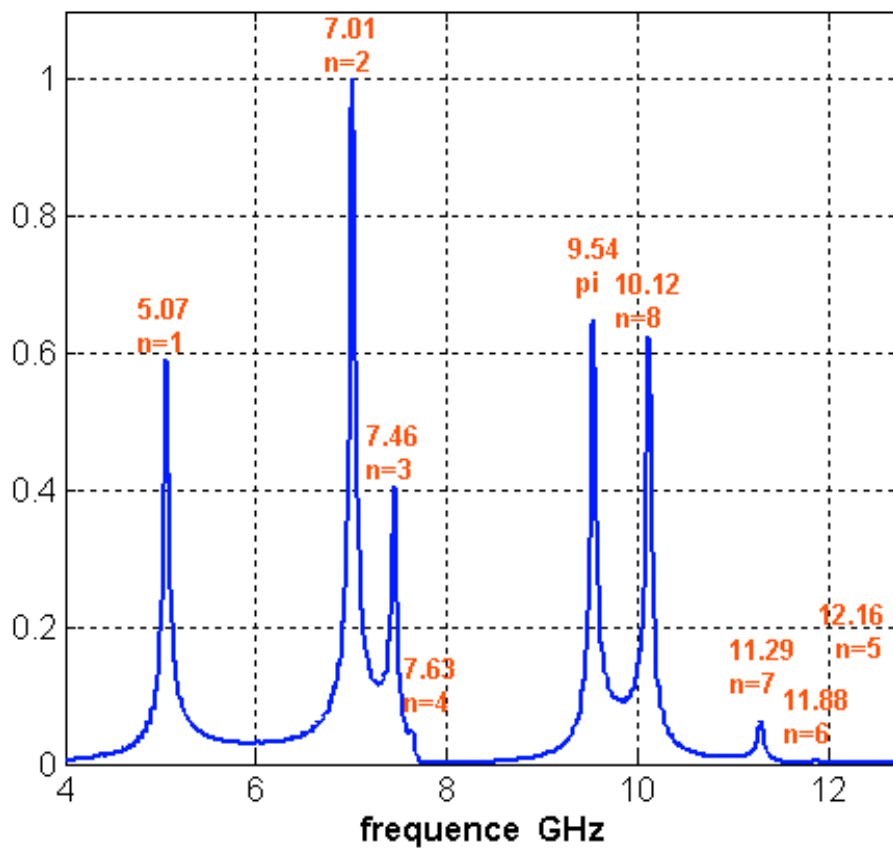


Figure 69 *Spectre normalisé de la cavité du AX9.*

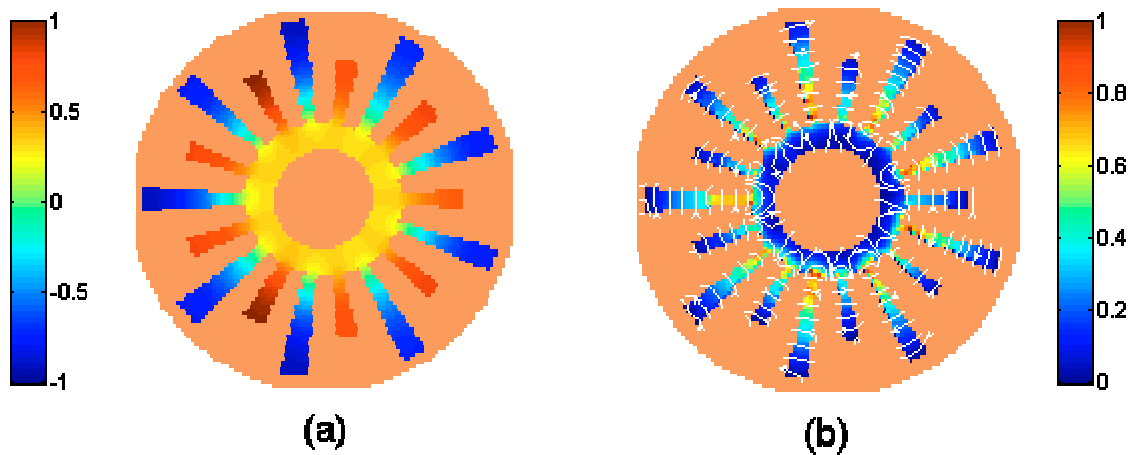


Figure 70 *Cartographie du mode pi. La figure (a) représente la partie réelle du champ magnétique suivant z dans un plan xOy à un instant donné. La figure (b) représente le module normalisé du champ électrique du plan de coupe xOy avec les lignes de champ de champ électrique.*

3.4.2.5 Etudes complémentaires

L'autre solution pour obtenir un écart fréquentiel entre le mode π et les autres modes est, comme nous venons de l'illustrer, d'utiliser des straps. Il est intéressant de voir comment varient les fréquences de résonance des différents modes en fonction du nombre de paire de straps ajouté à la structure et de leur position.

3.4.2.5.1 Influence de la position des straps

Nous remarquons que ceux-ci sont toujours placés aux extrémités des ailettes, c'est à dire là où le champ électrique est fort. Nous avons déplacé les deux paires de straps du MAG245 des extrémités des ailettes vers le milieu de celles-ci comme l'illustre la Figure 71. Nous constatons Figure 72 que ce déplacement n'a quasiment aucun effet sur la fréquence de résonance du mode π alors que la modification pour les autres modes est importante. Finalement, l'optimum pour avoir un écart maximum entre le mode π et les modes supérieurs est de placer les straps en bout des ailettes.

Cette influence de la position des straps peut s'expliquer par la modification des selfs et capacités engendrées par les anneaux qui sont ajoutées à celles de la cavité élémentaire. Pour le mode π , le niveau de potentiel au milieu de l'ailette n'est pas le même qu'en bout mais les straps relient encore des points au même potentiel. Il n'y a toujours pas de courant

le long de ceux-ci mais il y a une légère diminution de la capacité induite par les straps. Cette variation explique la légère augmentation de la valeur de la fréquence de résonance pour ce mode. Pour les autres modes, il doit y avoir une augmentation de la self induite par les straps qui explique la diminution de leur fréquence de résonance qui resserre ainsi le spectre de la cavité comme l'illustre la Figure 72.

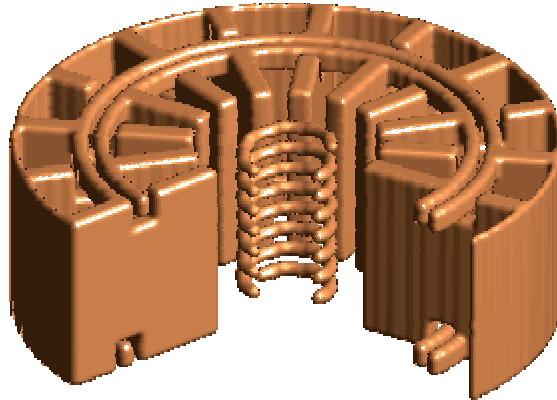


Figure 71 Structure MAG245 avec les straps décalés au milieu des ailettes.

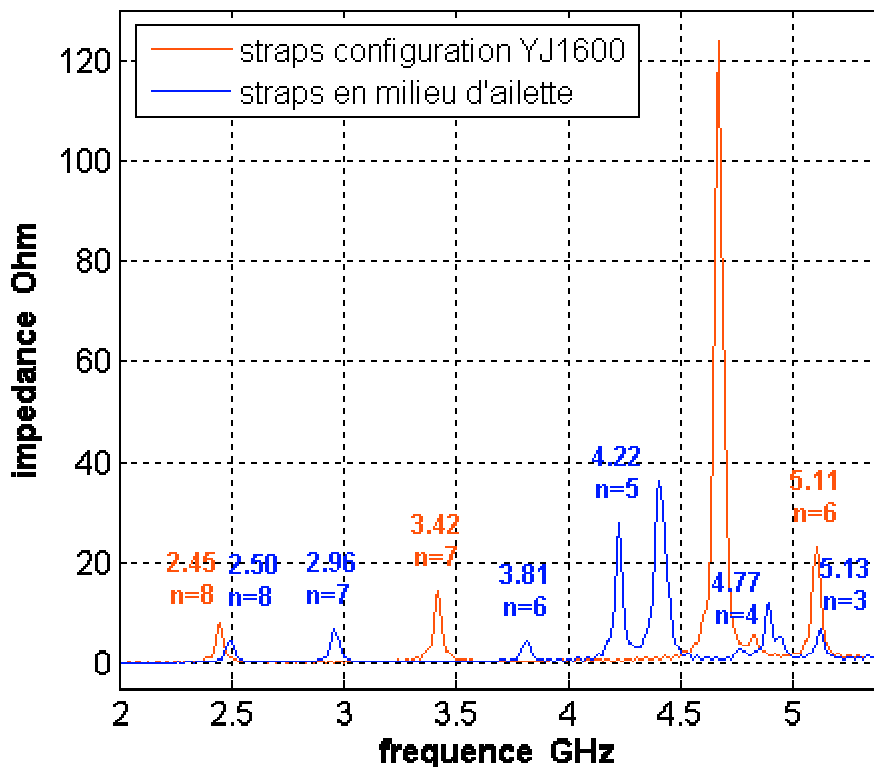


Figure 72 Comparaison de la partie réelle de l'impédance de la cavité entre la configuration MAG245 et celle des straps décalés en milieu d'ailette.

3.4.2.5.2 Influence du nombre de paires de straps sur les fréquences de résonance de la cavité du magnétron MAG245

De façon intuitive, l'augmentation du nombre d'anneaux doit permettre d'augmenter encore plus la capacité du résonateur pour tous les modes mais d'accroître la diminution de la self et cela pour tous les modes excepté le mode pi. La littérature relate que le nombre de strap est très influent dans la séparation des modes. Nous pouvons conclure, de façon synthétique, de ces études que plus le nombre de strap est important, plus la fréquence du mode pi chute alors que celle des autres modes augmente [5]. Nous avons, par la simulation, illustré ce phénomène sur le MAG245. La Figure 73 montre l'évolution des fréquences de résonance pour les sept modes fondamentaux identifiables en fonction du nombre de paire de straps ajouté à la structure. Nous rappelons que le mode $n=1$ n'a pas pu être identifié sur la structure à deux straps et que, par conséquent, il ne figure pas sur le graphique. Les résultats sur les sept autres modes suffisent à corroborer l'évolution prédite par la littérature. En effet, nous constatons une chute de la fréquence de résonance du mode pi alors que celle des autres augmente avec le nombre de paire de straps. Cette technique de strapping engendre un écart en fréquence suffisant, entre le mode pi et les modes supérieurs, afin d'obtenir un fonctionnement stable de la source. La Figure 72 met en évidence l'ordre fréquentiel des modes fondamentaux avec ou sans strap. Le fondamental de la cavité est le mode pi ($n=8$) alors que le mode $n=1$ est le mode fondamental le plus haut en fréquence. Cette répartition des modes retrouvée lors de nos simulations est en adéquation avec la théorie [5].

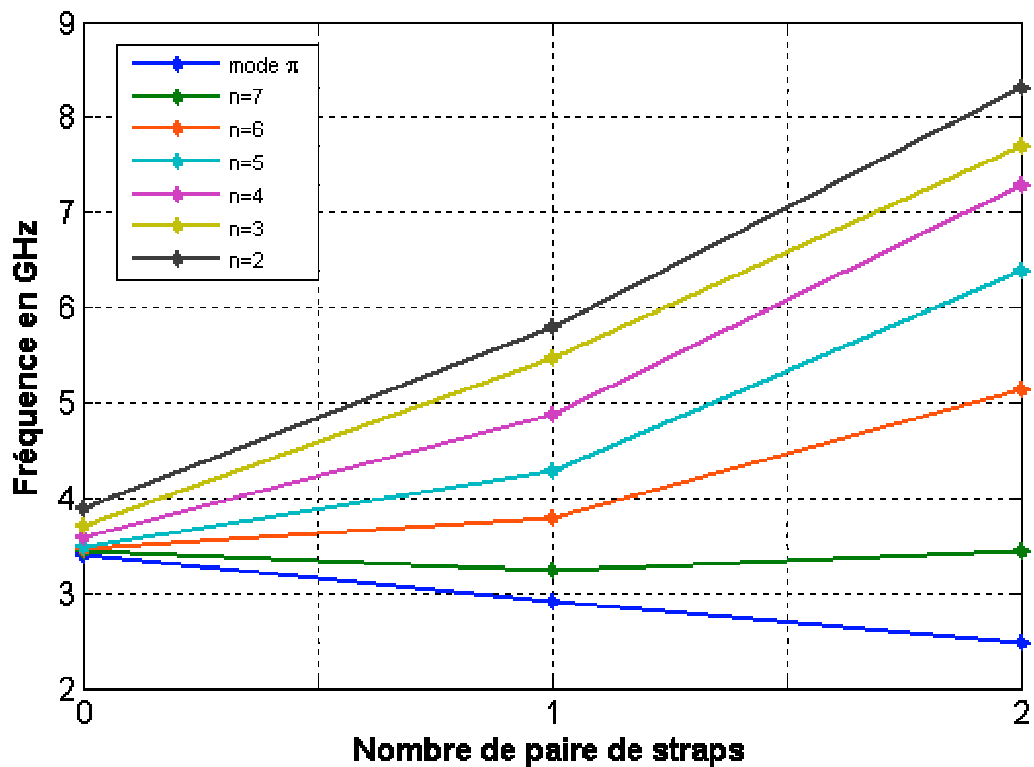


Figure 73 Evolution des fréquences de résonance des modes fondamentaux du MAG245 en fonction du nombre de paire de straps.

3.4.2.5.3 Etude d'un magnétron à quatre paires de straps

Certaines cavités, comme celle du M171 résonnant à 915 MHz, utilisent jusqu'à quatre paires de straps. Cette structure, Figure 74, est composée de huit ailettes soit quatre modes fondamentaux. La comparaison du spectre de la cavité avec ou sans strap, Figure 75, montre clairement l'influence du nombre de straps sur la chute de la fréquence de résonance du mode π et l'augmentation de celle des autres modes. Le décalage en fréquence est donc plus important avec le nombre de paires de straps ajoutées. L'avantage d'une telle géométrie est de rejeter les modes supérieurs loin du mode π et de favoriser ainsi la stabilité en fréquence lors du fonctionnement de la source.

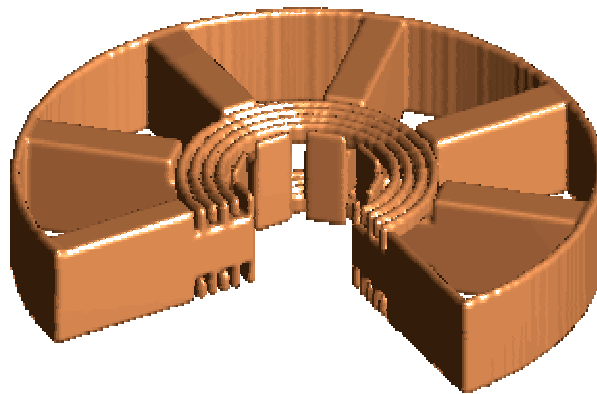


Figure 74 *Structure résonnante du M171.*

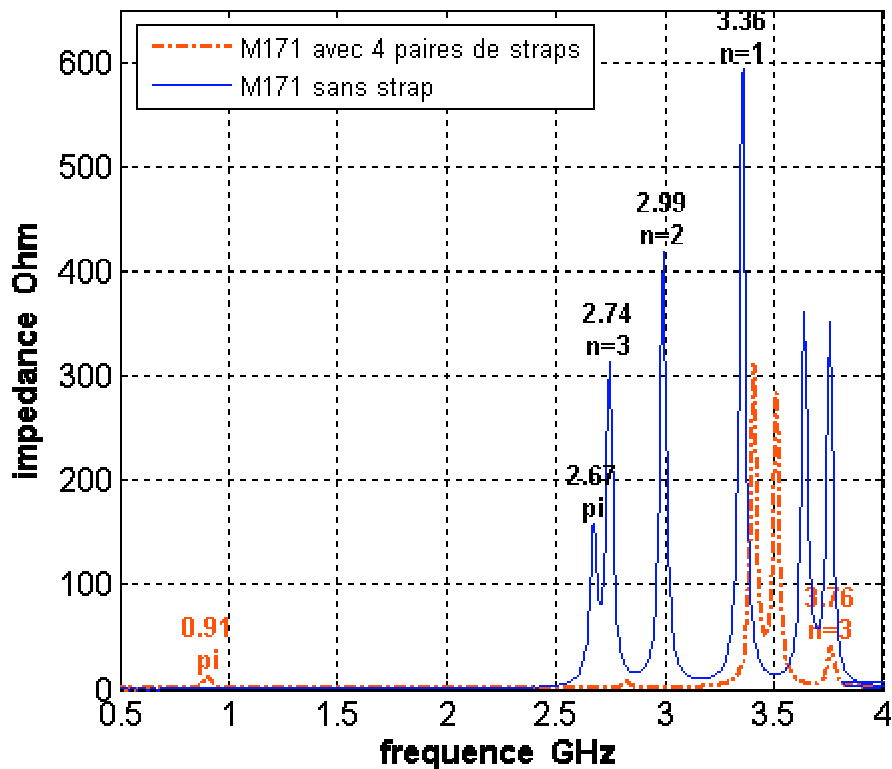


Figure 75 *Partie réelle de l'impédance du M171 avec ou sans straps.*

3.4.2.5.4 Excitation d'un mode supérieur

Nous pouvons déduire de notre approche intuitive sur le rôle des straps que, seul le mode favorisé par la géométrie du strapping voit sa fréquence de résonance chuter alors que celle des autres augmente. Or, toutes les structures vues jusqu'à présent font intervenir des straps court-circuitant une ailette sur deux. Cela s'explique évidemment par l'utilisation du mode pi pour le fonctionnement de la source. Finalement, cela revient à favoriser un mode qui est déjà le fondamental de la cavité. Nous avons souhaité étudier l'influence que les

straps pouvaient avoir sur les modes magnétrons si, cette fois-ci, nous favorisons un autre mode. En d'autre terme, est-ce qu'un mode contenu au milieu du spectre de la cavité sans strap peut devenir, par l'intermédiaire d'une géométrie de straps judicieuse, le fondamental de la cavité. Cet aspect est intéressant à double titre. D'une part, pour tester le fonctionnement de la source sur son mode fondamental qui ne serait plus le mode pi, d'autre part, pour déplacer la fréquence du mode pi vers le haut du spectre et ainsi espérer un fonctionnement classique de la source sur le mode pi, mais à une fréquence plus élevée qu'avec une configuration de straps classique.

Nous avons choisi une géométrie de straps compatible avec le mode $n=4$ de la cavité MAG245. Ce mode présente quatre variations azimutales comme le montre les cartographies réalisées sur la structure MAG245 classique Figure 76. Le choix de ce mode est directement lié à la facilité de mise en place des straps. Il nécessite l'utilisation de seulement deux paires de straps qui relierons les ailettes ayant le même potentiel. La Figure 66 nous indique que les straps devront relier deux ailettes consécutives sur quatre.

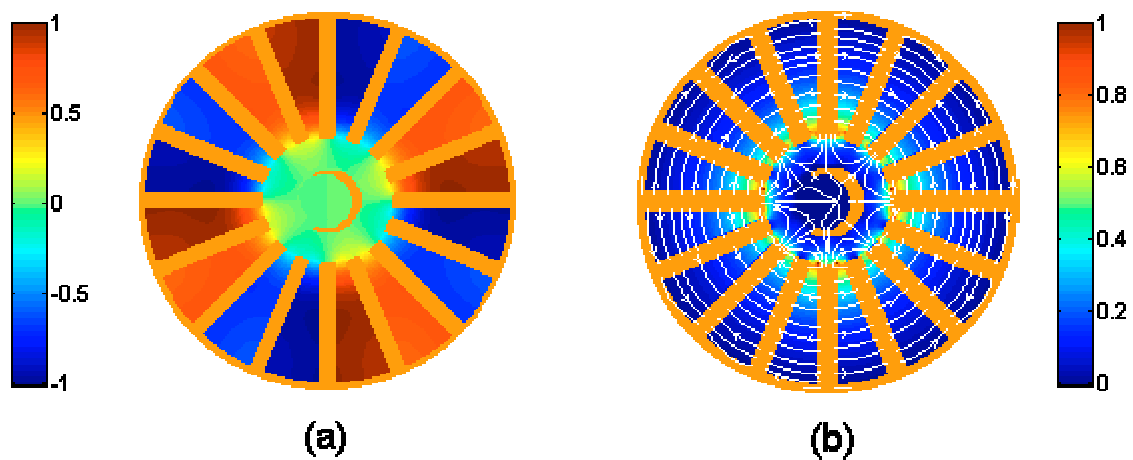


Figure 76 *Cartographie du mode $n=4$ de la structure MAG245 classique. La figure (a) représente la partie réelle du champ magnétique suivant z dans un plan xOy à un instant donné. La figure (b) représente le module normalisé du champ électrique du plan de coupe xOy avec les lignes de champ de champ électrique.*

La structure résonnante censée favoriser le mode $n=4$ est présentée Figure 77. Cette cavité dérive directement de celle du MAG245 pour laquelle nous avons seulement modifié le strapping puisque dans ce cas, nous relierons deux ailettes consécutives sur quatre.

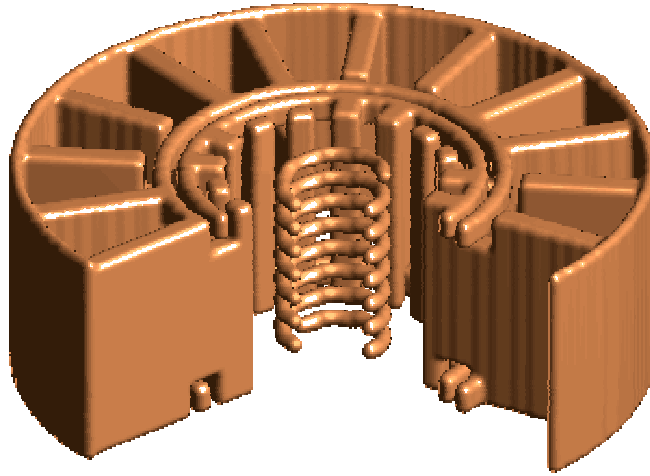


Figure 77 *Structure MAG245 avec straps reliant deux ailettes sur quatre.*

L'étude du spectre de la cavité Figure 78 nous permet de constater que la répartition des fréquences de résonance est fortement modifiée par ce nouveau strapping. L'étude des cartographies fréquentielles des modes présents dans la cavité permet d'identifier les modes $n=4$, $n=5$, $n=6$, $n=7$ et le mode π ($n=8$). Les trois autres modes fondamentaux n'ont pas pu être identifiés. Cette étude montre que, lorsque nous adaptons le strapping à un mode, la fréquence de résonance de celui-ci diminuera alors que celle des autres modes augmentera. Cette technique permet d'une part, d'isoler un mode par rapport aux autres et d'autre part, d'obtenir de ce mode qu'il devienne le fondamental de la cavité. Nous pouvons aussi remarquer que l'ordre des modes trouvé pour la cavité MAG245, avec ou sans strap, n'est plus le même avec cette géométrie de strap. Nous présentons Figure 79 les cartographies du mode $n=4$ à 2.23 GHz de la structure MAG245 avec des anneaux reliant 2 ailettes consécutives sur quatre à un instant donné. Nous retrouvons bien le même type de cartographie que sur la Figure 76 à un décalage temporel près.

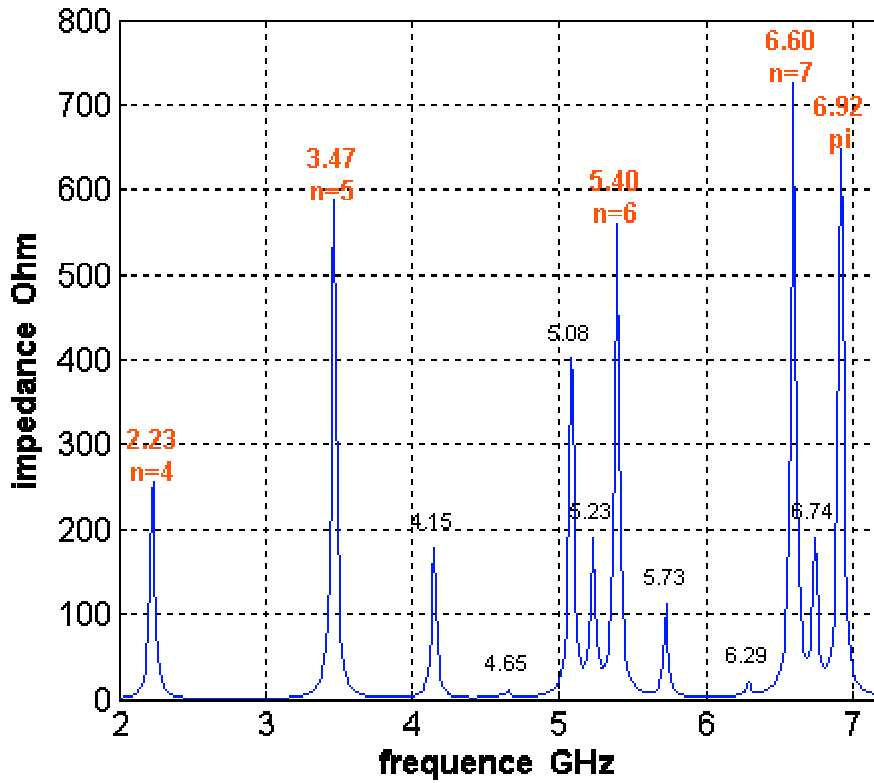


Figure 78 *Partie réelle de l'impédance du MAG245 avec strap deux ailettes sur quatre.*

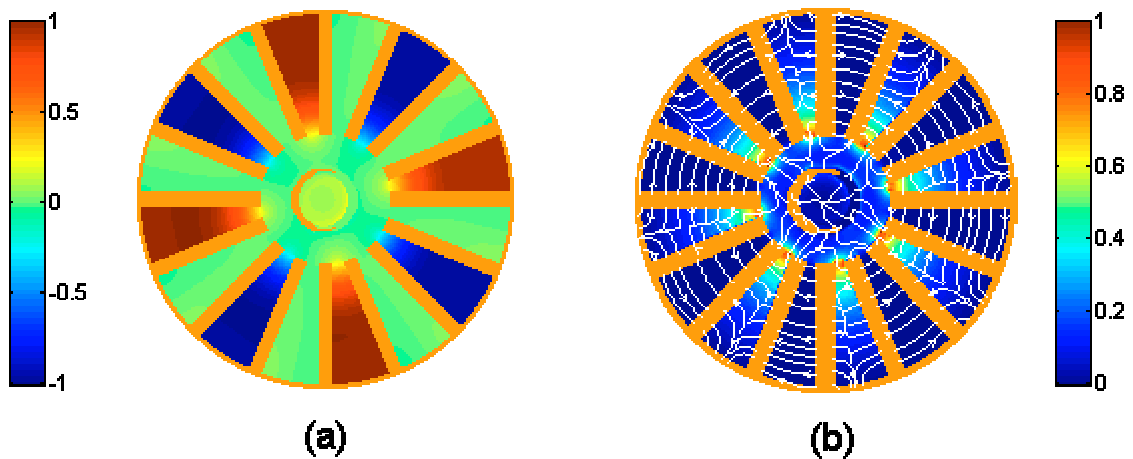


Figure 79 *Cartographie du mode $n=4$. La figure (a) représente la partie réelle du champ magnétique suivant z dans un plan xOy à un instant donné. La figure (b) représente le module normalisé du champ électrique du plan de coupe xOy avec les lignes de champ de champ électrique.*

3.4.2.6 Conclusion

Cette étude montre que les straps ont un rôle déterminant sur la valeur de la fréquence de résonance des modes, mais aussi sur la possibilité d'espérer un fonctionnement stable en fréquence de la source.

3.4.3 Influence de la géométrie

Nous avons testé l'influence de divers paramètres sur la fréquence des modes fondamentaux et en particulier du mode pi. Les principaux résultats sont présentés ci-dessous.

3.4.3.1 Cathode

Tout d'abord, nous avons voulu quantifier l'influence de la cathode. Nous savons que différentes géométries sont envisageables. Qu'elle soit hélicoïdale, grillagée ou pleine, nous voulons nous assurer que cette électrode modifie peu le spectre de la cavité, et ceci en particulier sur le mode pi. Nous avons donc comparé trois configurations sur la base de la structure MAG245. Dans le premier cas, nous avons simulé la structure telle quelle, c'est à dire avec une cathode en forme d'hélice, dans un deuxième cas, nous avons modélisé une cathode pleine et enfin, nous avons testé une structure sans cathode. Cette dernière configuration doit nous permettre de conclure sur la possibilité de simuler une structure, du point de vue électromagnétique uniquement et d'en tirer des conclusions viables, même si nous n'avons pas d'information sur la cathode.

La Figure 80 présente les résultats obtenus sur les quatre premiers modes magnétrons. Nous constatons que pour tous les modes fondamentaux, excepté le $n=1$ qui n'est pas identifié, la valeur de la fréquence de résonance ne change pas malgré la géométrie différente de la cathode. Cette conclusion est aussi valable pour certains modes supérieurs que nous avons précédemment identifiés ($n=3'$ à 9.37 GHz et $n=8'$ à 11.15 GHz). De façon générale, pour tout mode pour lequel le champ électromagnétique est faible au centre de la structure, ce qui est le cas des modes magnétron, la présence de la cathode et à fortiori sa forme n'aura que peu d'influence sur la répartition du champ et par conséquent sur la valeur de la fréquence de résonance.

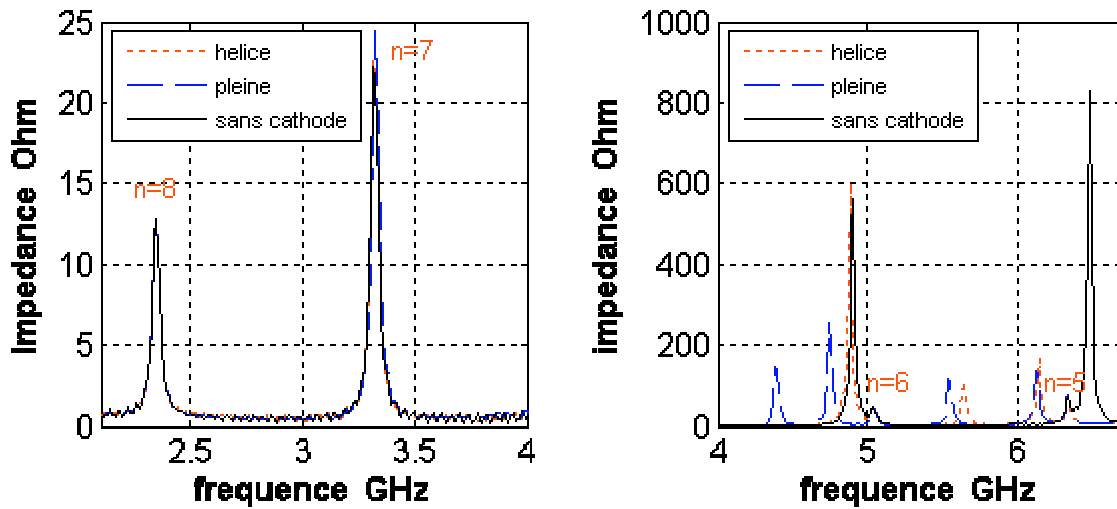


Figure 80 *Partie réelle de l'impédance du MAG245 avec différentes cathodes.*

Finalemment, la géométrie de la cathode peut être omise ou négligée pour une étude de la cavité strictement électromagnétique sur ses modes magnétrons. Ceci permettra éventuellement de ne pas avoir à modéliser une cathode de forme exotique ou de pouvoir conclure sur une structure pour laquelle nous n'aurions pas de donnée sur cette électrode (ce qui fut le cas pour le magnétron M171 étudié auparavant). Il faut cependant noter que pour autoriser l'échange d'énergie entre électrons et champ électromagnétique dans la zone d'interaction, il faut respecter un critère géométrique qui définit la taille de la cathode suivant la relation éq. 42. La dimension de la cathode n'a pas forcément une influence d'un point de vue électromagnétique pur mais il ne faut pas oublier que le fonctionnement de la source est plus complexe et que cette dimension est importante d'un point de interaction entre la charge d'espace et le champ électromagnétique.

$$\text{éq. 42} \quad \frac{r_c}{r_a} \geq \frac{N-4}{N+4} \quad r_c : \text{rayon de la cathode} \quad r_a : \text{rayon de l'anode}$$

3.4.3.2 Nombre de cavités élémentaires

Nous retrouvons dans la littérature des anodes de magnétron avec un nombre d'ailettes (ou de cavités élémentaires) allant de huit jusqu'à vingt-deux pour des structures strappées et jusqu'à trente-huit pour des structures rising-sun [5]. Sur les différentes sources que nous avons vues, il ressort que, les magnétrons avec peu d'ailettes sont plutôt utilisés pour de faibles fréquences (900 ou 2.45 GHz) ou de fortes puissances. Pour une structure

donnée, celle du MAG245, nous avons diminué le nombre de cavités afin d'analyser son influence sur la fréquence de résonance de la cavité pour le mode pi uniquement. Cette structure est présentée Figure 81.

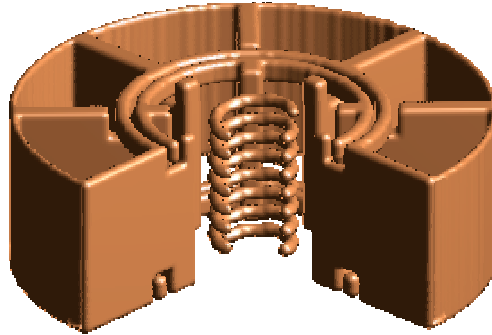


Figure 81 Structure élaborée à partir de celle du MAG245 avec seulement 8 ailettes.

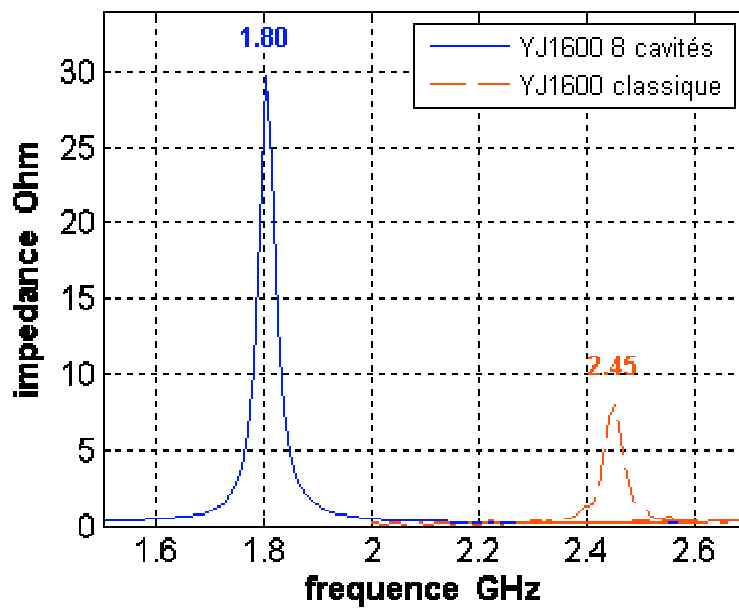


Figure 82 Comparaison de la partie réelle de l'impédance du MAG245 classique et de la cavité à 8 ailettes sur le mode pi.

La Figure 82 montre un décalage important en fréquence sur le mode pi lorsque nous diminuons le nombre d'ailette d'une structure donnée. Cette variation de la fréquence de résonance s'explique naturellement par l'agrandissement de la taille de la cavité élémentaire. En effet, la fréquence de résonance des modes générés dans une cavité résonnante est liée, de façon schématique, à l'inverse des dimensions de la structure. Par conséquent, si nous augmentons les dimensions de la cavité, la fréquence de résonance du mode considéré diminuera.

3.4.3.3 Hauteur des cavités

Pour compléter l'étude de l'influence de la taille des cavités élémentaires sur la fréquence de résonance du mode π , nous avons changé la hauteur des ailettes de la structure MAG245 comme le montre la Figure 83. Nous avons fait varier cette dimension de plus ou moins 20% autour de la valeur de référence ($h=16$ mm). Nous constatons Figure 84, que cette modification n'a que peu d'influence sur la fréquence de résonance du mode π . En effet, le shift en fréquence maximum obtenu est inférieur à 3%. Comme nous l'avons vu précédemment Figure 65, les modes fondamentaux tels que le mode π n'ont pas de variation en champ électrique ou magnétique suivant l'axe z . Cela explique que la fréquence de résonance de ces modes soit peu sensible à une variation de cette grandeur.

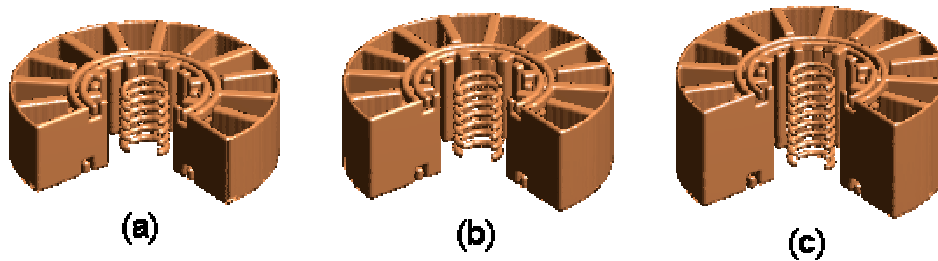


Figure 83 Structure élaborée à partir de celle du MAG245 avec la hauteur des ailettes réduites. Figure (a) $h=13$ mm, figure (b) MAG245 $h=16$ mm, figure (c) $h=19$ mm.

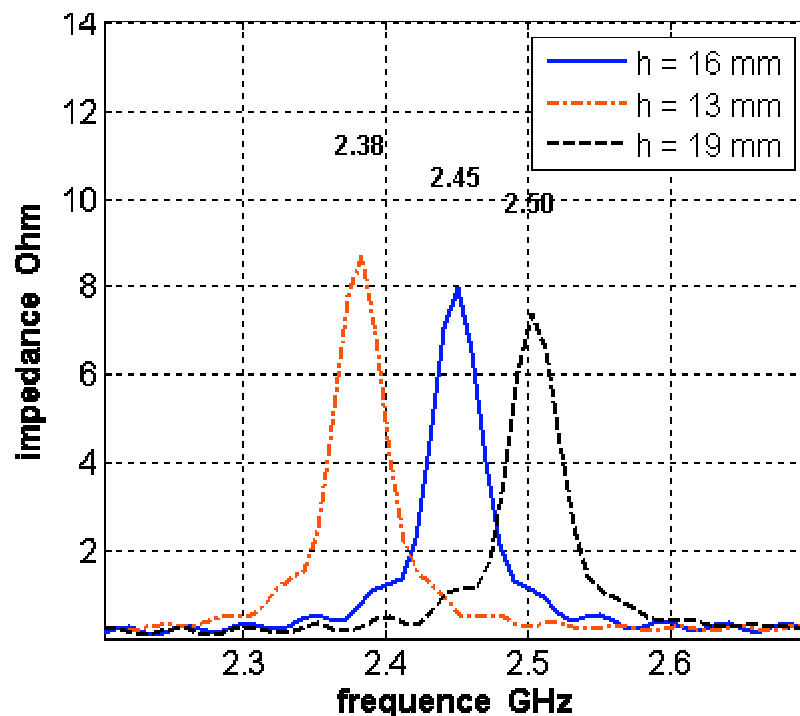


Figure 84 Partie réelle de l'impédance de la cavité pour différentes hauteurs d'ailette.

3.4.3.4 Taille des straps

Lors de la fabrication des magnétrons, il est souvent nécessaire d'avoir une marge de manœuvre pour ajuster la fréquence de résonance de la source et ainsi compenser d'éventuelles erreurs de réalisation. Ce réglage n'est effectué que pour des sources ayant des caractéristiques drastiques à tenir, ce qui n'est pas le cas des magnétrons pour les fours à micro-onde par exemple. Différentes techniques permettent d'accorder les sources en fréquence. Il est possible de jouer sur la partie selfique de la cavité en introduisant un ou plusieurs éléments métalliques à l'intérieur des cavités élémentaires ou encore, de modifier l'aspect capacitif à l'aide d'un strap amovible [48]. Si nous prenons le cas du MAG245, sa fréquence doit être comprise entre 2.45 GHz et 2.47 GHz. Le réglage de la valeur de la fréquence de résonance s'effectue à froid par une déformation locale du diamètre d'un strap. La simulation montre effectivement qu'il est possible d'avoir un décalage en fréquence de 51 MHz sur le mode pi uniquement en augmentant le rayon moyen des deux straps extérieurs de 250 micromètres Figure 85 et Figure 86.

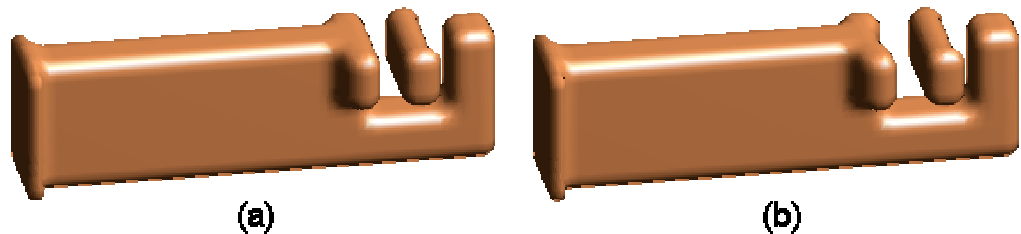


Figure 85 *Figure (a) Structure MAG245 classique, figure (b) Structure MAG245 avec straps extérieurs décalés de 250 μm.*

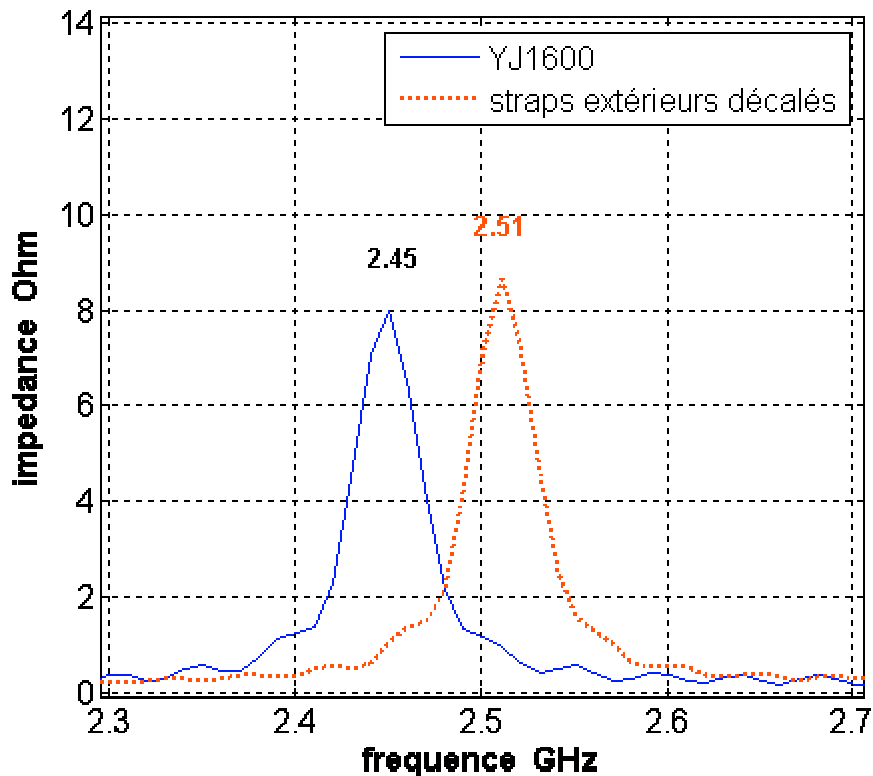


Figure 86 *Comparaison de la partie réelle de l'impédance du MAG245 classique et du MAG245 avec les straps extérieurs décalés de 250 μm sur le mode pi.*

Cette étude montre qu'à partir d'une structure déjà réalisée, il est possible de compenser de légers défauts de réalisation et d'obtenir finalement la fréquence de fonctionnement souhaitée en déformant les straps. Cette déformation induit une variation de la capacité entre strap et ailette qui permet un petit accord en fréquence.

En outre, nous avons considéré l'influence de l'épaisseur des straps sur la résonance du mode pi. Pour une variation de cette grandeur de 25% soit 250 μm Figure 87, nous obtenons Figure 88 un décalage en fréquence faible de 1%. Lorsque nous augmentons l'épaisseur de strap, la capacité ajoutée augmente légèrement puisque la surface en regard entre strap et ailette augmente. Ceci conduit à une diminution de la fréquence de résonance. Nous pouvons rappeler que, pour le mode pi, il n'y a pas de courant dans les straps (avec cette géométrie de straps) et que par conséquent, la modification de section du strap n'a pas d'influence sur la self induite par ce dernier et finalement sur la fréquence de résonance du mode pi.

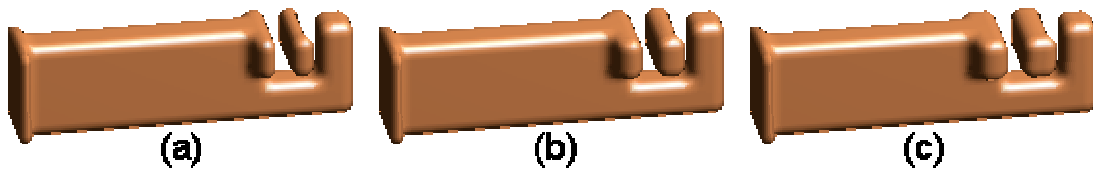


Figure 87 Zoom sur une paire de straps d'une ailette. Figure (a) strap d'épaisseur 0.75 mm, figure (b) strap d'épaisseur 1 mm (MAG245), figure (c) strap d'épaisseur 1.25 mm.

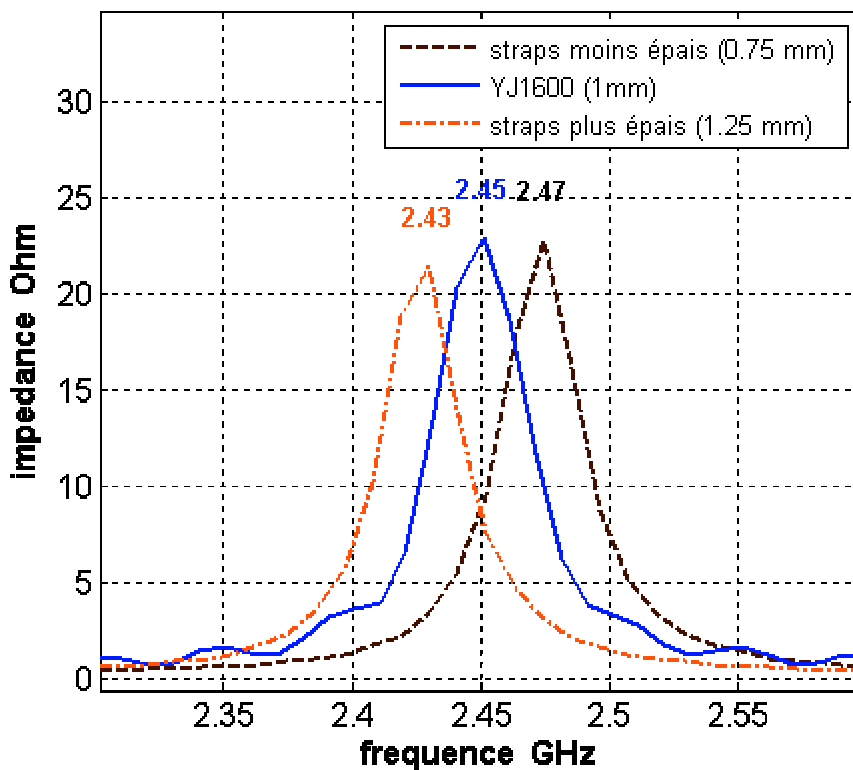


Figure 88 Comparaison de la partie réelle de l'impédance, du MAG245 classique et du MAG245 avec les straps d'épaisseur différente, sur le mode pi.

3.4.4 Modèle équivalent pour mode pi

Lorsque nous développons de nouvelles structures, il paraît très avantageux, voire indispensable, d'avoir un outil qui nous permette rapidement d'obtenir des pistes pour le dimensionnement de la cavité. Le seul modèle permettant d'obtenir des résultats très rapidement est un modèle analytique de type circuit. Cela revient à assimiler tous les

éléments composants la cavité par des selfs ou des capacités. Pour avoir un ordre d'idée, le temps de simulation est d'environ quinze minutes pour une simulation électromagnétique 3D fdt sous les calculateurs du CNRS alors que la réponse d'un modèle équivalent de type circuit est de l'ordre de la seconde sous PC. Il va de soit que la synthèse d'une nouvelle structure se fait pas à pas et nécessite par conséquent un nombre de simulation très important. L'utilisation d'un tel modèle est par conséquent justifié. Nous avons couramment rencontré dans la littérature un modèle équivalent pour des cavités de type magnétron MAG245 avec deux paires de straps [49], [50].

3.4.4.1 Modèle équivalent de type circuit

Les travaux présentés [51] font la synthèse de la partie circuit équivalent. Il en ressort le modèle présenté Figure 89. Nous désignons par L et C la self et la capacité de chaque cavité élémentaire. Ls représente l'inductance de la partie d'un strap se trouvant entre deux points de fixation. La capacité Cs est définie entre une ailette et un strap non connecté. Co, pour sa part, est déterminée entre l'anode et la cathode. Dans ce modèle, l'inductance mutuelle entre deux cavités adjacentes est négligée. Les résultats sur le mode pi sont obtenus en considérant l'effet selfique engendré par les straps négligeable.

Dans ces conditions, l'expression de la fréquence de résonance du magnétron sur son fondamental est:

$$\text{éq. 43 } f_{\pi} = 1 / (2 * \pi * \sqrt{L(C + C_0 / 4 + C_s)})$$

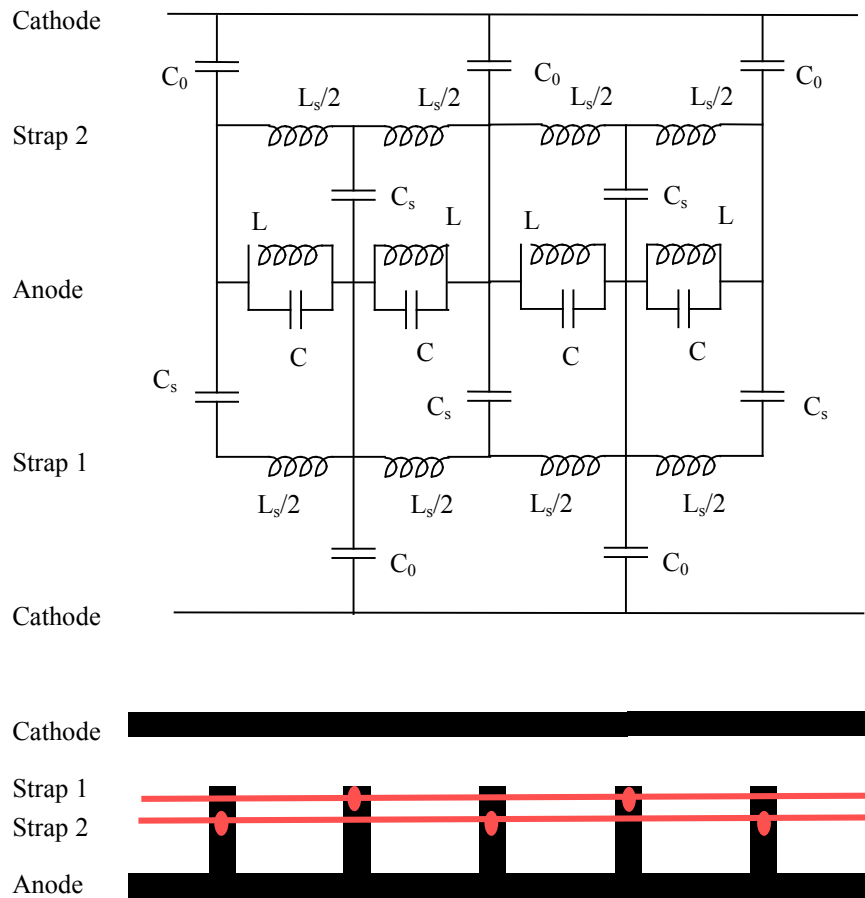


Figure 89 *Tronçon de ligne à retard d'un magnétron avec deux paires de straps et son circuit équivalent.*

3.4.4.2 Calcul de self et capacité classique

Maintenant que la fréquence de résonance du système est définie, il faut déterminer les valeurs d'inductance et de capacité. Pour des cavités élémentaires de géométrie classique, il existe des méthodes analytiques pour déterminer ces grandeurs [47],[5] que nous ne détaillerons pas. Les autres valeurs de capacité sont calculées de façon classique par la formule éq. 44.

$$\text{éq. 44 } \text{Capacité} = \epsilon_0 * (\text{surface en regard}) / (\text{distance entres armatures})$$

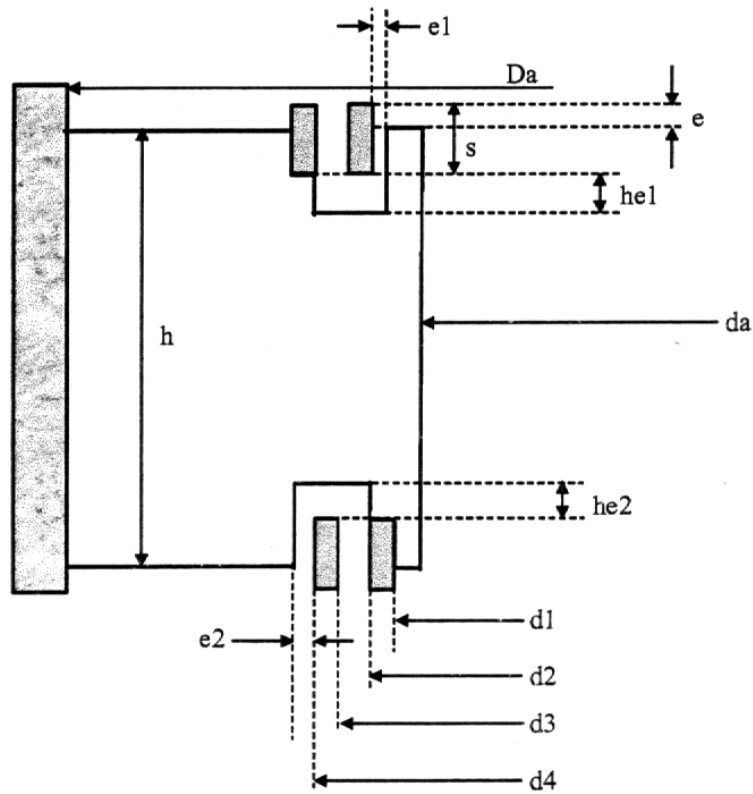


Figure 90 Géométrie d'une ailette strappée en coupe verticale avec ses côtes.

De la Figure 90, nous pouvons déduire la capacité engendrée entre straps et ailette éq. 45 sachant que d représente l'épaisseur de l'ailette. Pour ce qui est de la capacité entre anode et cathode, nous considérons que le magnétron fait figure de ligne coaxiale dont le conducteur intérieur (la cathode) est de rayon r_c et le conducteur extérieur est de rayon r_a (rayon intérieur de l'anode). Nous pouvons exprimer, éq. 46, la capacité entre chaque ailette et la cathode comme $1/N$ de la capacité totale d'une ligne coaxiale de hauteur h [54]. Nous avons pris soin de vérifier, en simulation électrostatique 3D, que la valeur de cette capacité pouvait bien être assimilée à celle d'une ligne coaxiale de longueur h par l'intermédiaire de éq. 56.

$$\text{éq. 45 } C_s = \frac{(d2-d1)*d}{he1} + \frac{(s-e)*d}{e1} + \frac{s*d}{(d3-d2)} + \frac{(d4-d3)*d}{he2} + \frac{(s-e)*d}{e2} + \frac{s*d}{(d3-d2)}$$

$$\text{éq. 46 } C_o = \frac{1}{N} * \frac{2 * \pi * h * \epsilon_0}{\ln\left(\frac{r_a}{r_c}\right)}$$

Nous constatons avec ce modèle que la position des straps sur les ailettes n'est pas prise en compte sur le mode π . Nous avons auparavant montré en simulation que ce paramètre n'avait que peu d'influence sur la fréquence de ce mode.

3.4.4.3 Autre méthode de détermination de self et capacité dans une cavité

Les formules analytiques trouvées dans la littérature, permettant le calcul de l'inductance et de la capacité d'une cavité élémentaire, ne s'appliquent qu'à des géométries de cavités simples. Par conséquent, il peut être intéressant de déterminer ces valeurs avec une autre méthode. Ces grandeurs sont classiquement déterminées en couple, c'est à dire que nous en déterminons une à partir de l'autre. Nous pouvons cependant définir indépendamment la self et la capacité. Pour cela, il faut déterminer les énergies magnétique et électrique emmagasinées dans la cavité pour un mode donné puis définir, soit un potentiel électrique et un flux magnétique, soit un courant et une charge.

Prenons l'exemple d'une cavité métallique parallélépipédique sur le mode TE_{110} . Comme le montre les Figure 91 et Figure 92, pour ce mode, le champ électrique n'a qu'une seule composante suivant l'axe z alors que le champ magnétique s'enroule autour de ce dernier.

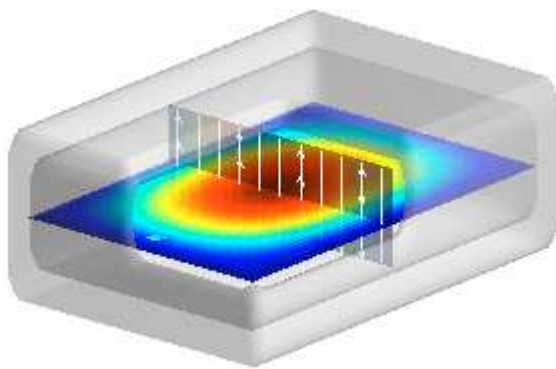


Figure 91 *Cavité rectangulaire tronquée avec le module du champ électrique en coupe et lignes de champs sur le TE_{110} .*

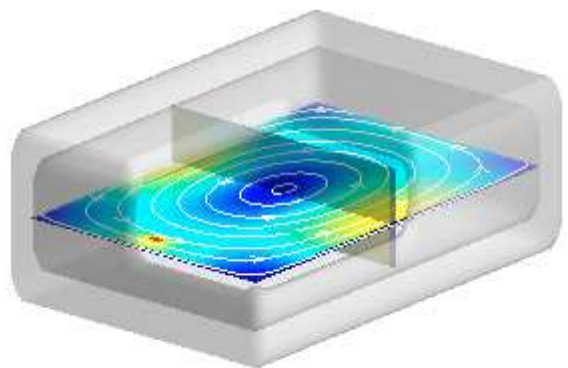


Figure 92 *Cavité rectangulaire tronquée avec le module du champ magnétique en coupe et lignes de champs sur le TE_{110} .*

Il est possible de définir une tension maximale au centre de la cavité éq. 47 et un flux magnétique s'appuyant sur le chemin qui a permis de définir la tension éq. 48 comme l'illustre la Figure 93. La partie la plus délicate de cette méthode est de bien choisir les chemins ou les contours d'intégration.

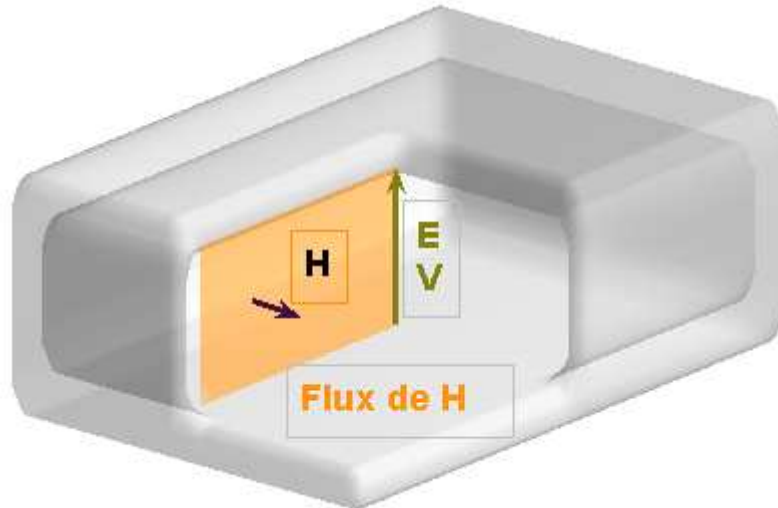


Figure 93 Zones de calcul du flux magnétique et de la tension maximum pour le TE_{110} .

Par ailleurs, nous calculons les énergies magnétique et électrique emmagasinées sur ce mode éq. 49 et éq. 50 qui peuvent être reliées au courant et tension par éq. 51 et éq. 52. Nous pouvons alors déterminer indépendamment la self et la capacité de cette cavité pour ce mode avec éq. 53 et éq. 54. Nous pouvons aussi choisir de déterminer un courant et une quantité de charge à la place de la différence de potentiel et du flux magnétique. Pour cela, nous utilisons éq. 55 et éq. 56 puis éq. 57 et éq. 58 afin de déterminer de nouveau une inductance et une capacité. Notons que dans cette configuration, le chemin et la surface de calcul sont différents Figure 94.

$$\text{éq. 47 } V = \text{MAX} \left[\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l} \right]$$

$$\text{éq. 48 } \Phi = \mu_0 \cdot \iint \vec{H} \cdot d\vec{S} = L \cdot I$$

$$\text{éq. 49 } W_E = 0.5 * \iiint_V \epsilon * |E|^2 * dV$$

$$\text{éq. 50 } W_M = 0.5 * \iiint_V \mu * |H|^2 * dV$$

$$\text{éq. 51 } W_E = 0.5 * C * V^2$$

$$\text{éq. 52 } W_M = 0.5 * L * I^2$$

$$\text{éq. 53 } L = \phi^2 / (2 * W_M)$$

éq. 54 $C = 2 * W_E / V^2$

éq. 56 $Q = \epsilon_0 \cdot \iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = C * V$

éq. 55 $I = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l}$

éq. 57 $L = 2 * W_M / I^2$

éq. 58 $C = Q^2 / (2 * W_E)$

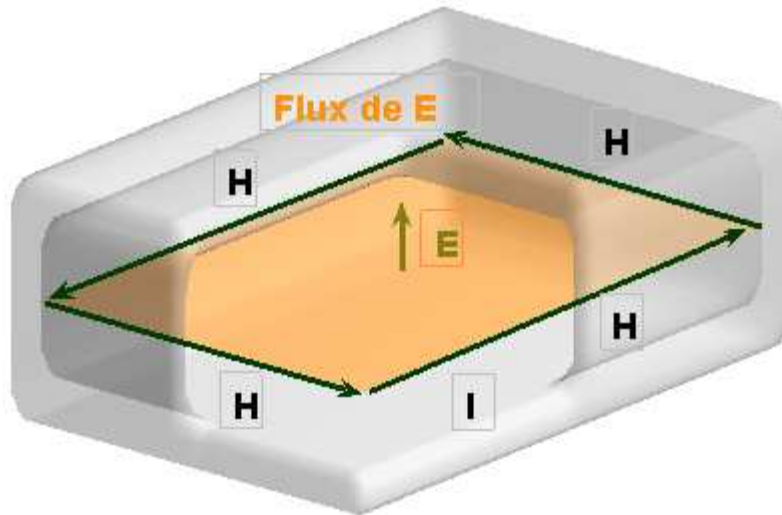


Figure 94 Zones de calcul du flux électrique et du courant pour le TE_{110} .

Cette procédure est validée sur ce mode puisque nous arrivons à déterminer un couple inductance capacité qui permet de retrouver la valeur de la fréquence de résonance du TE_{110} . Nous avons testé la méthode sur d'autres modes de cette cavité, puis nous l'avons extrapolée à une cavité élémentaire du magnétron MAG245. Nous proposons donc une détermination volumique des éléments de la cavité à partir des champs électromagnétiques calculés avec le code ftd 3D. Cette méthode permettra dans le cas de cavités avec des géométries très complexes, d'insérer directement dans le modèle équivalent les valeurs de self et capacité de la cavité élémentaire non calculables en l'état avec la théorie des champs utilisée dans le modèle équivalent.

3.4.4.4 Résultats sur le AMN245

Les Figure 95 et Figure 96 montrent la répartition des champs électromagnétiques sur une cavité élémentaire pour le mode π .

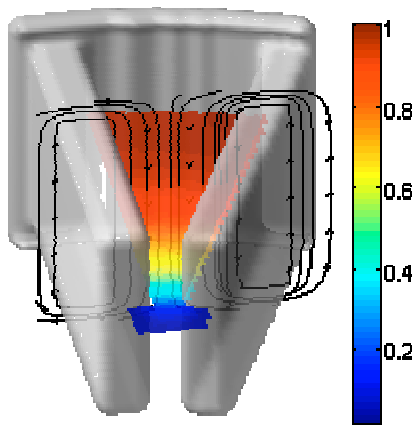


Figure 95 *Module normalisé du champ magnétique suivant z avec ligne de champ magnétique dans une cavité élémentaire sur le mode pi.*

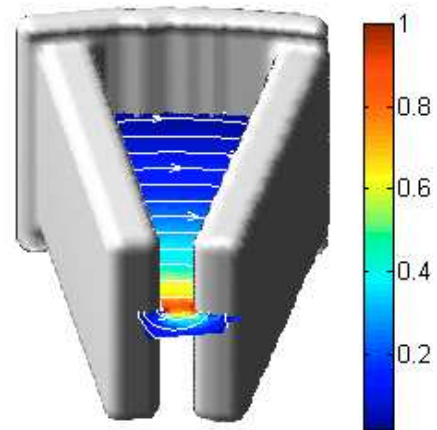


Figure 96 *Module du champ électrique normalisé suivant x et ligne de champ électrique dans une cavité élémentaire sur le mode pi.*

Comme nous l'avons déjà vu, le champ magnétique est uniquement suivant l'axe z dans les cavités élémentaires alors que le champ électrique est transverse. Nous opterons alors pour une détermination de capacité et self à partir du calcul d'une différence de potentiel et d'un flux magnétique comme nous le présentons Figure 97.

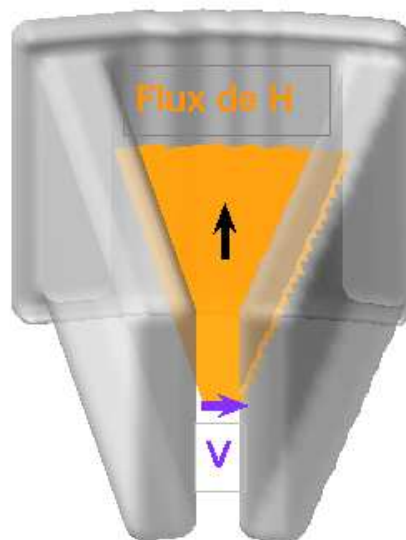


Figure 97 *Calcul de la ddp et du flux dans une cavité élémentaire du AMN245 sans strap.*

Pour cette structure sans strap, nous avons remplacé, dans le modèle équivalent de type circuit, les valeurs de self et capacité déterminées analytiquement par celles trouvées avec la nouvelle méthode. Dans le premier cas nous avons $L = 7.17e-9$ Henry et $C = 2.19e-13$ Farad soit une fréquence de résonance de la cavité élémentaire sans strap de 4.01 GHz sur le mode pi. Avec la dernière méthode, nous obtenons $L = 4.50e-9$ Henry et $C = 4.97e-13$ Farad soit une fréquence de résonance de la cavité élémentaire sans strap de 3.37 GHz sur le mode pi. Le spectre de la cavité sans strap Figure 67 nous donnait une valeur de 3.4 GHz qui est différente de celle prédite par la méthode analytique. Les couples LC sont sensiblement différents d'une méthode à l'autre mais le résultat final sur la fréquence de résonance de la cavité avec straps sur le mode pi est le même : 2.69 GHz (méthode analytique) et 2.71 GHz (nouvelle méthode).

Il est donc possible de déterminer de façon indépendante une valeur de self et de capacité dans une cavité pour un mode donné.

3.4.5 Tableau récapitulatif des principales structures étudiées. Comparaison entre expérimentation, simulation et prévision du modèle analytique.

Outre la source AMN245 qui a servi de référence pour cerner le rôle de différents paramètres, nous avons étudié des structures semblables (BM25LE, AMN14, AMN12, AMN58), une structure à quatre paires de straps (M171) et enfin, deux structures de type rising-sun (AX9, 3J31).

fréquence (GHz)	BM25LE	AMN14	AMN12	AMN58	AMN245	M171	AX9	3J31
Expérimentation	0.915	2.45	2.45	5.8	2.46	0.915	9.5	24
simulation	0.920	2.38	2.51	5.6	2.48	0.91	9.66	23.8
analytique	0.862	2.61	2.66	6.71	2.69	X	X	X

Tableau 4 *Comparatif des valeurs des fréquences de résonance du mode pi entre expérimentation, simulation électromagnétique et modèle équivalent.*

Le Tableau 4 montre d'une part que les résultats déduits de la simulation électromagnétique sont très proches de ceux obtenus en expérimentation et ce pour tous les types de structures. Nous constatons d'autre part que les résultats prédits par le modèle équivalent de type circuit sont pour leur part moins représentatifs. Nous rappelons que ce modèle donne des renseignements uniquement sur une structure de type AMN245 avec deux paires de straps. Cela explique qu'il n'y ait pas de résultats concernant les deux structures rising-sun ou la structure à quatre paires de straps.

Il ressort finalement de cette analyse que le modèle équivalent peut fournir une approximation raisonnable de la fréquence mais uniquement pour une géométrie proche de celle du AMN245. Nous avons, par ailleurs, réalisé un certain nombre d'études paramétriques à partir de ce modèle qui sont venues confirmer les résultats obtenus en simulation électromagnétique. Même si, cette fois encore, l'aspect qualitatif des valeurs est assez approximatif, le modèle permet de prendre en compte l'influence de la hauteur des ailettes, de l'épaisseur des straps, du nombre de cavités. Nous avons par ailleurs testé l'influence de la taille des cavités qui donne des résultats cohérents. En effet, si la dimension des cavités élémentaires diminue, la fréquence de résonance du mode pi augmente. Cela rejoint l'explication donnée au paragraphe 3.4.3.2.

Ce modèle permet donc d'avoir une tendance quant à la variation de la fréquence de résonance du mode pi face à une variation géométrique donnée. Le modèle considéré reste cependant un outil peu précis et il sera absolument nécessaire de confirmer ou d'affiner la géométrie de la structure par des simulations électromagnétiques 3D.

3.4.6 Conception d'une structure résonnante sur le mode pi à 3 GHz à partir du MAG245

Les différentes études paramétriques, réalisées à partir du modèle équivalent ou des simulations électromagnétiques, permettent d'avoir du recul sur l'influence des différents éléments constitutifs de la cavité, ainsi que leur rôle dans la détermination de la fréquence de résonance du mode pi. Nous savons, d'autre part, qu'il existe un certain nombre de critères à respecter pour permettre l'échange d'énergie entre électrons et champs électromagnétiques. Nous pouvons, par exemple, citer la taille de la zone d'interaction, les valeurs des champs statiques imposés par les aimants permanents et la différence de potentiel ou encore, la taille

des ailettes qui permettent l'évacuation de chaleur générée sur les ailettes par le choc des électrons ou par le champ électrique d'amplitude très forte en bout d'ailette. Il ne faut donc pas perdre de vue que l'aspect électromagnétique n'est pas à lui seul déterminant dans le fonctionnement de la source. Nous pouvons obtenir une cavité qui résonne à froid sur le mode pi à la fréquence souhaitée et malgré cela, une source ou l'échange d'énergie est impossible.

Au cours de ces travaux, nous avons été amenés à proposer une structure pour un fonctionnement à 3 GHz, uniquement à partir d'une étude électromagnétique à froid. Nous avons choisi de synthétiser une structure dont la géométrie est très proche de celle du MAG245. Nous avons fait ce choix d'une part pour réduire le coût et le temps de fabrication liés à la conception d'une nouvelle structure et ainsi nous inscrire dans une logique industrielle. D'autre part, cela nous permet de conserver un certain nombre de critères qui permettent le fonctionnement de la source avec la charge d'espace. Nous pouvons aussi noter que le magnétron MAG245 fonctionne à 2.45 GHz et que par conséquent le gap à combler pour passer à 3 GHz est raisonnable.

Nous garderons toutes les grandeurs critiques comme la taille de la cathode, la géométrie de l'anode ou encore le nombre d'ailettes. Nous avons remarqué Figure 73 que, pour une seule paire de straps, le mode pi du MAG245 se trouvait proche de 2.9 GHz . Nous optons pour une structure à une paire de straps, avec des anneaux plus minces et des espaces entre strap et ailette plus grands. Ceci a pour effet de diminuer la capacité ramenée par les straps et donc d'augmenter la fréquence de résonance du mode pi. Nous présentons Figure 98 la structure finale et Figure 99 le spectre de la cavité résonnante de cette structure.

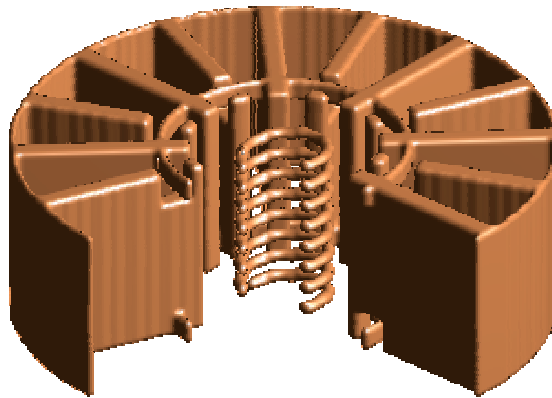


Figure 98 *Structure proposée à 3GHz.*

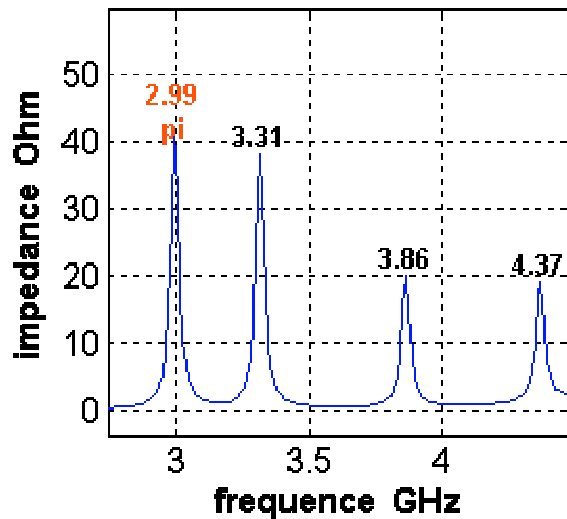


Figure 99 *Partie réelle de l'impédance de la cavité proposée à 3 GHz.*

Nous obtenons une structure très proche de celle du MAG245, puisque seul le strapping change, avec une valeur de fréquence de résonance sur le mode pi à 2.99 GHz et un mode supérieur qui permet de respecter le critère de stabilité fréquentielle. Nous avons de plus adapté le modèle équivalent de type circuit pour une géométrie avec une seule paire de straps. Ce modèle annonce une valeur de fréquence de résonance sur le mode pi de 3.11 GHz. Il est donc possible d'adapter le modèle initial au nombre de straps composant la structure, tout en gardant de bonnes prévisions sur la fréquence de résonance pour le mode pi. Cette structure n'a cependant pas donné lieu à une réalisation.

3.5 Conclusion

La première partie de cette étude a permis de mettre en exergue l'importance de l'aspect statique (électrostatique ou magnétostatique) au sein des sources de type magnétron. Nous savions que pour espérer avoir un échange d'énergie entre les particules et le champ électromagnétique régnant dans la zone d'interaction, il était nécessaire d'atteindre le régime de Brillouin. Pour cela, Il faut être capable de déterminer les conditions nécessaires à l'obtention des valeurs de différence de potentiel et d'induction magnétique. Nous avons déduit des études paramétriques réalisées sur les éléments composant la structure magnétique (aimants permanents, bobines et matériaux magnétiques) un certain nombre de règles de conception. Nous avons appliqué ces préceptes à l'optimisation d'une structure magnétique globale autorisant par la même occasion une montée en puissance HF en sortie de la source micro-onde. Il faut aussi noter que nous obtenons, sur ces structures élaborées, une bonne corrélation entre mesures expérimentales et simulations.

Lors de la deuxième partie consacrée à l'électromagnétisme à froid, c'est à dire sans charge d'espace, nous avons caractérisé plusieurs structures par la répartition fréquentielle de leurs modes. Le mode de fonctionnement classique de ce type de source (mode π) a fait l'objet d'une étude plus poussée visant à comprendre l'effet de certains éléments composant la structure sur la variation de sa fréquence de résonance. Nous nous sommes particulièrement intéressés au rôle des straps. Nous avons obtenu une bonne concordance entre la théorie et les résultats issus de nos simulations ftd 3D aussi bien pour l'ordre des modes présents dans la cavité que pour l'influence des straps sur la répartition de ces modes. Nous avons aussi mené une approche circuit de la cavité par l'intermédiaire d'un circuit équivalent trouvé dans la littérature. Les résultats que donne un tel outil sont très intéressants pour prévoir très rapidement, même si ce n'est qu'approximativement, les dimensions pour la synthèse d'une nouvelle architecture. Il va de soi qu'en terme de temps de calcul un modèle circuit est beaucoup plus performant qu'un code électromagnétique 3D. Les simulations électromagnétiques seront cela dit indispensables pour confirmer les côtes et prendre en compte d'autres paramètres comme l'influence des autres modes supérieurs ou la transition guide cavité. Là encore, ces études nous ont donné du recul sur l'influence des

différents éléments composants la cavité nous permettant par la suite de proposer une géométrie de cavité résonnant à 3 GHz.

Bibliographie

- [47] Holland R, Simpson L, May 1981 « Finite-difference analysis of EMF coupling to thin struts and wire » IEEE on Electromagn. Compta., vol EMC-23, n°2, pp 88-97
- [48] Gilmour A S, 1986 « Microwave tubes », Artech house
- [49] Okress E, 1961, « Crossed-field microwave devices », Academic Press
- [50] Collins G, 1949 « Microwave magnetrons », MacGraw-Hill, New York
- [51] Talhaoui T, 1996 « Analyse fréquentielle du couplage magnétron-charge dans un four microondes domestique », Thèse Electronique, Institut National Polytechnique de Toulouse
- [52] Combes P.F., 1996 « Micro-ondes, lignes, guides et cavités », Dunod
- [53] Leblond A, 1973 « Les tubes hyperfréquences », Masson et C^{ie}
- [54] Gardiol F, 1987 « Traité d'électricité - Hyperfréquences » Volume 13
- [55] Wang C, Chen X, Esterson M, Lindsay P.A., 1999 « Characterisation of resonance modes of a magnetron cavity using MAGIC a fdtd code » IEE
- [56] Gié H, Sarmant JP, 1985 « Electromagnétisme volume1 » Collection de sciences physiques, JB Baillière
- [57] Kim H.J., Shin J.U and Choi J.J., june 2002 « Particle-in-cell code simulations on a rising-sun magnetron oscillator » IEEE transaction on Plasma Science, vol 30, pp. 956–961

4 CHAPITRE IV : Simulations PIC

- ❖ Traitement des particules**
- ❖ Application au code PIC 2D cartésien**
- ❖ Application au code PIC 3D cartésien**

4.1 Introduction

Dans cette dernière partie, nous allons présenter les résultats concernant les simulations PIC 2D et 3D obtenus avec les codes réalisés et présentés précédemment. Il faut cependant noter que la méthode utilisée pour simuler l'interaction entre les champs électromagnétiques et le faisceau de particules ne fait pas intervenir, par exemple, le traitement des particules lors de leur injection ou de leur suppression dans le volume de calcul. C'est pourquoi nous commencerons par exposer une façon de modéliser l'émission et la suppression des particules.

4.2 Traitement des particules

Nous avons vu que pour avoir conservation de la quantité de charges éq. 59 il était indispensable de vérifier initialement éq. 60.

$$\text{éq. 59} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} \vec{J} = 0$$

$$\text{éq. 60} \quad \text{div} \vec{D} = \rho$$

Cette relation traduit qu'à toute particule présente dans le volume de calcul, nous associons un champ électrique qui traduit la présence de cette charge. L'injection de nouvelles particules sera donc liée à la mise en place simultanée d'un champ électrique vérifiant la contrainte de divergence éq. 60 et ceci pour toute itération à laquelle nous émettons des particules. Cette condition nous obligera à effectuer un calcul électrostatique afin de déterminer la répartition de champ électrique correspondant aux particules émises à chaque itération. Il va de soi que nous ferons partir les particules des mêmes endroits d'une itération à l'autre pour éviter de refaire un calcul de ce type à chaque pas temporel ce qui correspondrait à une augmentation très importante du temps de simulation. Nous avons constaté au préalable que le fait de faire partir les particules de positions légèrement différentes d'une itération à l'autre n'apporte rien de plus.

Se pose maintenant à nous le problème de la condition limite à imposer sur les conducteurs lors de la résolution du problème statique. Nous avons à notre disposition trois types de condition [58]:

- Neumann : $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$, la dérivée normale de la variable sur la frontière est nulle. Les lignes isovaleur sont normales à la frontière Figure 100.
- Dirichlet : $V_1 = V_2$, cette condition permet d'imposer la valeur de la variable sur l'interface Figure 101. La ligne iso valeur est parallèle à la frontière. Cette condition est utilisée lors du calcul du potentiel lié à la différence de potentiel imposé entre anode et cathode.
- Condition de potentiel flottant : cette condition correspond à celle de Dirichlet si ce n'est que la valeur à imposer n'est pas connue.

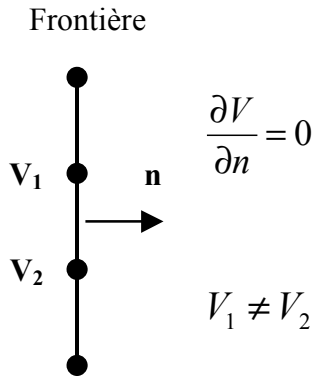


Figure 100 Condition de Neumann.

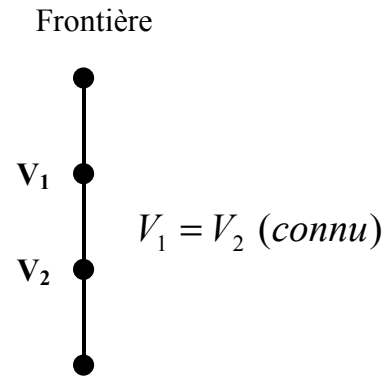


Figure 101 Condition de Dirichlet.

4.2.1 Traitement de l'anode

Nous savons que, physiquement, le potentiel de cette électrode est maintenu à zéro volt. Nous adopterons par conséquent la condition de Dirichlet avec $V_{anode} = 0$.

4.2.2 Traitement de la cathode

La condition de Neumann n'est pas compatible avec la condition de court-circuit électrique imposée sur les éléments métalliques que sont la cathode et l'anode. En effet, cette condition autorise un champ électrique parallèle aux courts-circuits électriques. Le choix se réduit donc aux deux dernières conditions. Celle de Dirichlet n'est pas applicable dans la mesure où le potentiel de la cathode dépend de la distance entre la position de départ des particules et cette électrode. Cette remarque peut paraître aberrante car les particules sont générées à la surface de cette électrode. C'est pourquoi il est important de préciser que, du fait de la discrétisation de la source et notamment de la cathode suivant un repère cartésien, les structures métalliques présentent « des marches d'escalier ». Les électrons sont émis suivant un cercle (ou un cylindre en 3D) de diamètre donné ce qui explique cet éloignement entre zone d'émission et surface émettrice de la cathode comme l'illustre la Figure 102. Par conséquent, lors de leur mise en place, toutes les particules ne seront pas collées à la surface de la cathode. Le positionnement des électrons près de la cathode revient à la charger par influence [40]. Nous appliquerons donc une condition de potentiel flottant sur la cathode.

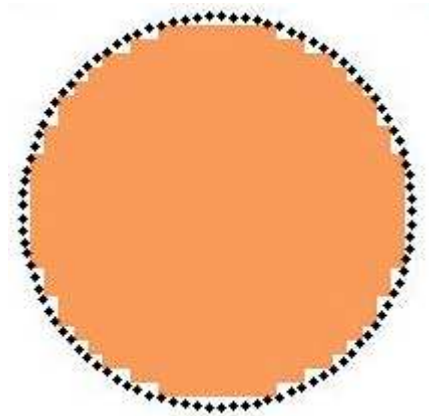


Figure 102 *Position initiale des particules près de la cathode.*

Nous savons que cette condition permet d'avoir un potentiel uniforme et initialement inconnu sur la frontière du domaine pour lequel nous l'appliquons. Lors du calcul itératif permettant de calculer le potentiel scalaire V , nous imposons donc à chaque itération un potentiel sur l'interface correspondant à la moyenne des potentiels sur cette même interface. Finalement, nous reprenons la base du code déjà synthétisé pour déterminer le champ

électrostatique engendré par la différence de potentiel entre anode et cathode pour lequel nous appliquons la condition de potentiel flottant sur la cathode.

Nous pouvons émettre deux remarques. D'une part, il faut prendre quelques précautions avant d'appliquer une méthode itérative du type Red-Black avec surrelaxation lorsque nous utilisons ce type de condition limite. Le calcul n'étant effectué qu'une seule fois dans le code PIC, nous pouvons accepter que la méthode itérative ne soit pas aussi efficace en terme de temps de calcul que lors des traitements précédents. Pour cette raison, nous utilisons la technique de Jacobi. Nous remarquons d'autre part que l'application de la condition de potentiel flottant peut évoluer en considérant la cathode dans son entier et pas seulement sa frontière. Il est en effet possible d'appliquer la condition de potentiel moyen à toute la surface de la cathode pour un code 2D ou à tout le volume de la cathode pour un code 3D. Cette modification de l'application de la condition de potentiel flottant n'engendre aucun changement sur les résultats ni sur la vitesse de convergence du calcul. L'avantage réside uniquement dans la facilité de mise en œuvre de la condition à tout un élément plutôt qu'à sa frontière. Au final nous appliquons sur la cathode Figure 103 le potentiel V_{flottant} défini éq. 61.

$$\text{éq. 61 } V_{\text{flottant}} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n V_i$$

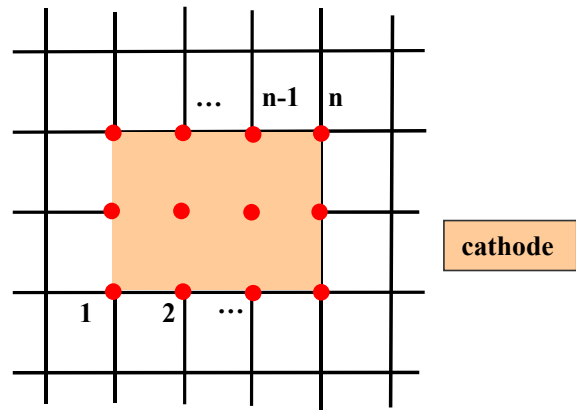


Figure 103 Représentation de la cathode dans le maillage fdtd et des n potentiels qui lui sont associés.

4.2.3 Application au code PIC et au traitement des particules entrantes et sortantes

Nous appelons particules entrantes toutes les particules émises à une itération donnée. Ces particules sont ajoutées à la liste des particules déjà existantes dans le volume de calcul. A l'inverse, toute particule touchant un élément métallique est dite sortante et sera supprimée de la liste en fin d'itération temporelle.

4.2.3.1 Définitions

Plusieurs types d'émission peuvent être modélisés comme l'émission de champ (ou émission froide), l'émission thermoïonique, la photo émission ou encore les phénomènes d'émission secondaire. De façon générale, les modèles correspondants justifient la création d'une charge libre par l'apport d'un niveau d'énergie suffisant (sous forme de champ électrique, chaleur, rayon X) permettant l'arrachement d'un électron au métal [61]. Cette énergie est appelée travail de sortie et varie d'un métal à l'autre. Pour les tubes électroniques tels que le magnétron, l'émission est principalement du type thermoïonique. Dans ce cas, une fine couche d'oxyde est souvent appliquée à la surface du métal pour obtenir un travail de sortie plus bas, ce qui facilite le départ des électrons de la surface. L'équation de Richardson-Dushman [62] énonce que la densité de courant (A/m^2) émise est relative à la température T par l'équation éq. 62.

$$\text{éq. 62 } J = A * T^2 * \exp\left(-\frac{W}{k * T}\right)$$

A : constante de Richardson ($1.202 A/m^2K^2$)

k : constante de Boltzmann ($1.3807 \cdot 10^{-23} J/K$)

W : travail de sortie du métal (eV)

Dans le cas où la densité de courant d'émission est connue, nous pouvons aussi injecter directement le faisceau d'électrons. Il est possible dans ce cas d'utiliser la loi de Child- Langmuir [63], [64] qui permet de déterminer le courant maximum permettant de limiter la charge d'espace éq. 63. Cette loi est donnée dans le cas d'électrons, V et d

représentent respectivement la différence de potentiel et la distance entre les deux électrodes planes.

$$\text{éq. 63 } J = \frac{4}{9} \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2 * e}{m}} \frac{V^{3/2}}{d^2}$$

Au final, deux types de régimes peuvent être obtenus en fonction de la loi d'émission c'est à dire en fonction de la densité de courant d'émission de la cathode. Nous trouvons dans la littérature les termes de « régime de charge d'espace limitée » ou de « régime d'émission limitée » [65]. Ces deux régimes correspondent à deux états d'émission de la cathode pour lesquels sa température est respectivement basse ou élevée [66]. Pour notre part, nous considérerons que la densité de courant est connue et constante au cours du temps. Cette hypothèse fait abstraction de l'influence de certains phénomènes physiques comme le bombardement en retour sur la cathode à l'origine de l'émission secondaire au niveau de cette électrode. Nous considérons finalement un phénomène global d'émission qui permet tout de même de tirer des conclusions sur le fonctionnement de la source.

La dernière condition imposée au niveau de l'émission concerne la vitesse initiale des particules qui est mise à zéro. Cette hypothèse est couramment employée car elle est compatible avec l'émission thermoïonique [66], [62].

Pour ce qui est de la suppression des particules, nous repérons, après avoir effectué le déplacement de chaque particule, celles qui heurtent les parties métalliques. Pour ces dernières, seul le déplacement en espace libre est considéré pour faire le calcul de densité de courant, puis la particule est supprimée de la liste.

Il faut remarquer que pour ce type de code, il est nécessaire d'avoir un nombre de macro particules important pour limiter le bruit numérique. Celui-ci vient principalement de la méthode de calcul de courant conservant la charge. Il peut être réduit en pondérant les particules avec des facteurs de forme d'ordre élevé (ordre 1 minimum) [20]. Nous avons eu l'occasion de le vérifier sur les configurations élémentaires. Ce phénomène est d'autant plus vrai lorsque les particules sont relativistes. Dans ce cas, le bruit peut être diminué par filtrage des composantes HF [61]. Afin de limiter le bruit, nous avons déjà choisi un facteur de forme d'ordre 1. Nous veillerons par la suite à avoir un nombre de particules émises par itération assez grand. En fonction du nombre de particules émises, nous réglerons le facteur

de pondération appliqué sur les électrons pour avoir la densité de courant à l'émission souhaitée.

4.2.3.2 Mise en place des charges dans le code PIC

Nous avons pris le parti de considérer que toute émission de particules se faisait au détriment de la différence de potentiel entre anode et cathode. Cela revient à considérer que la source n'est pas parfaite et ne compense pas instantanément le départ d'une particule. Tout électron émis entraîne une chute de la différence de potentiel anode - cathode, cette différence de potentiel ne reviendra à sa valeur initiale que lorsque que l'électron aura atteint une des deux électrodes. Nous distinguons le traitement à effectuer pour les particules entrantes et pour les particules sortantes. Dans les deux cas, conformément à ce que nous avons vu au chapitre II, la résolution de éq. 60 se fera d'abord par la détermination du potentiel scalaire V avec l'équation de Poisson éq. 64. Dans ce cas, nous avons un terme source supplémentaire par rapport à l'équation de Laplace dû à la présence de charges libres. Le champ électrostatique associé à la répartition de la densité de charge sera déduit du potentiel de façon classique par éq. 65.

$$\text{éq. 64 } \Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

$$\text{éq. 65 } \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$$

4.2.3.2.1 Cas des particules entrantes

Comme nous venons de le préciser, la répartition de la charge avec un facteur de forme d'ordre 1, peut engendrer une répartition de la charge à la fois sur la cathode et dans le volume de calcul comme le montre la Figure 104.

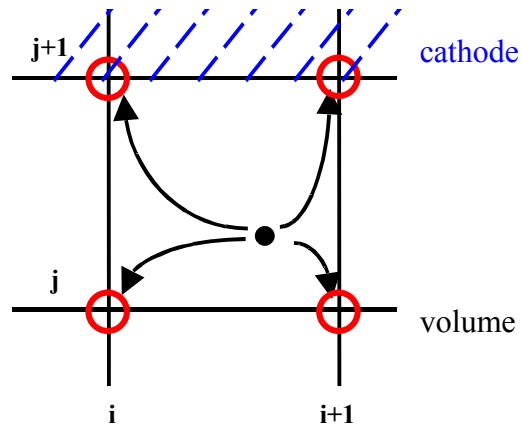


Figure 104 Répartition de la charge émise.

L'équation de Poisson est résolue avec ce principe de répartition de la densité de charge. Il est important de respecter ceci pour rester compatible avec le traitement fait lors du calcul de courant de Villasenor-Buneman. Nous rappelons que la condition imposée sur l'anode est de type Dirichlet avec $V=0$ alors que celle imposée sur la cathode est de type potentiel flottant. Afin de traduire en terme de différence de potentiel le départ d'une particule de charge $\alpha.q_e$ de la cathode, nous ajoutons une charge positive $-\alpha.q_e$ sur cette électrode. La résolution de ce problème nous donne accès au champ électrique à imposer lors de la mise en place des particules entrantes pour justifier leur présence.

4.2.3.2.2 Cas des particules sortantes

Deux cas de figure sont envisageables pour les particules qui quittent le volume de calcul. Soit la particule heurte la cathode soit elle frappe l'anode. Dans le premier cas, aucun traitement n'est nécessaire dans la mesure où la cathode gagne implicitement une charge initialement perdue. Le retour des charges vers la cathode tend donc à un équilibre de la différence de potentiel. Pour ce qui est des charges interceptées par l'anode, il est indispensable de faire un traitement pour rétablir la différence de potentiel. Toute charge finissant son trajet sur l'anode induit une accumulation de charges négatives sur cette électrode. Si rien est fait, nous aurons un potentiel d'anode qui finira par être fortement négatif jusqu'à l'annulation de la différence de potentiel initiale entre anode et cathode. Il est donc nécessaire de compenser toute particule arrivant sur l'anode avec un potentiel imposé sur cette électrode correspondant à la même quantité de charge mais de signe opposé. Cela revient aussi à transférer la particule négative de l'anode vers la cathode et à retrouver ainsi la différence de potentiel initiale. Pour effectuer la correction sur le champ électrique, nous

calculons l'équation de Poisson avec une densité de charge négative répartie sur la cathode avec les mêmes conditions limites sur les électrodes que précédemment.

Finalement, pour une particule percutant la cathode, aucune correction sur le champ électrique est nécessaire. Pour une particule heurtant l'anode, le champ électrostatique sera corrigé proportionnellement à la quantité de charge transférée de l'anode vers la cathode.

4.2.3.2.3 Récapitulatif

Durant chaque itération temporelle du code PIC, un traitement spécifique sera effectué pour corriger le champ électrique en fonction des particules émises et supprimées. Cette opération est la condition sine qua non pour obtenir la conservation de la quantité de charges, mais elle permet aussi de maîtriser l'évolution de la différence de potentiel entre anode et cathode. La Figure 105 illustre la procédure mise au point et déjà explicitée. En (a) nous illustrons la mise en place d'un électron dont une partie est localisée dans le volume de calcul ($N < 1$). La charge imposée sur la cathode correspond à la partie de la charge émise répartie sur cette électrode à laquelle nous ajoutons l'opposée de la charge totale émise. La figure (b) traduit l'opération effectuée lors de la réception d'un électron sur l'anode. Dans ce cas la charge est transférée vers la cathode. La dernière partie de ce triptyque (c) concerne la réception de l'électron sur l'anode pour laquelle aucun traitement n'est effectué.

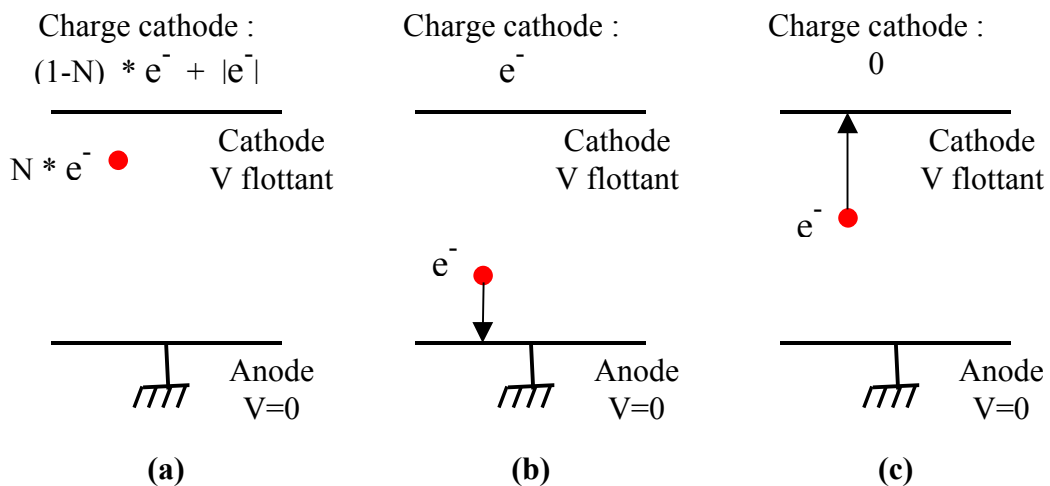


Figure 105 (a) *traitement de l'émission*, (b) *réception sur l'anode*, (c) *réception sur la cathode*.

Nous notons que, dans notre cas, ce traitement est indépendant de la loi d'émission. En d'autres termes, nous pourrions éventuellement choisir différents types d'émission sans avoir à modifier ce traitement.

4.3 Application au code PIC 2D cartésien

4.3.1 Justification de la synthèse d'un code 2D

La synthèse d'un code PIC 2D n'est pas une fin en soit mais apparaît plutôt comme une étape très importante dans l'optique de concevoir un code 3D. En effet, lors de la conception d'un tel code, il faut se placer dans des conditions qui vont nous permettre de réduire le temps de développement et de validation du code en question. Trois aspects principaux se dégagent alors :

- le temps nécessaire par simulation. Il est évident qu'en 2D la réponse au système posé sera plus rapide que dans une configuration 3D. Cet aspect justifie le développement en premier lieu d'un code 2D afin de valider la méthode. Ce choix est conforté par l'existence de tubes électroniques à champs croisés uniformes suivant leur axe qui peuvent être simulés avec des codes PIC 2D. De nombreuses publications font état de ce type de simulation [65], [67], [68]. Nous verrons par la suite quelles hypothèses simplificatrices nous permettent de réduire l'étude de structure 3D à deux dimensions.
- Il est indispensable de pouvoir définir toutes les grandeurs physiques caractéristiques afin de vérifier que les équations de Maxwell ou les contraintes de divergence sont bien prises en compte.
- Interactivité dans le développement. Cet aspect pourrait paraître comme un artefact mais l'expérience acquise dans ce domaine tend à montrer qu'outre la convivialité engendrée par l'interactivité qu'il peut y avoir entre le code, le traitement des résultats et leur visualisation, il entraîne finalement un gain de temps. La

visualisation des paramètres en temps réel peut par ailleurs apporter des informations complémentaires en particulier lorsqu'il s'agit de l'observation de phénomènes transitoires. Afin d'être plus explicite, nous pouvons illustrer l'importance de ce critère avec un exemple. Lors du développement des codes statiques, nous avons dans un premier temps tenter d'appliquer la méthode de sur relaxation au traitement de Jacobi avec produit de matrice. Cette méthode divergeait systématiquement et ce n'est que la visualisation de l'évolution du potentiel au cours du calcul qui nous a permis de comprendre pourquoi.

Ces trois critères nous ont amenés à développer un code 2D sous Matlab. Ce logiciel est particulièrement intéressant pour satisfaire l'aspect interactif. Un tel code permet d'appréhender les différents aspects et problèmes liés à la méthode PIC ou à l'écriture d'un code. Il est essentiel de revenir sur les différentes hypothèses de travail qui autorisent à réduire à une étude 2D l'analyse du fonctionnement magnétron. Il faut cependant noter que cette approximation n'est valable que pour des structures uniformes suivant leur axe. Cela justifie l'étude au préalable de structure de type rising-sun. L'analyse de magnétrons strappés ne sera possible qu'avec un code 3D.

4.3.2 Hypothèses de travail en deux dimensions

Nous trouvons des traces dans la littérature de la réduction à deux dimensions de l'étude analytique du fonctionnement d'un magnétron [5]. Les résultats présentés dans les publications déjà citées concernant la simulation de ce type de tubes en 2D montrent qu'effectivement les approximations faites sont justifiées. L'analyse 2D traduit de façon très proche le fonctionnement de ce type de source dans son plan médian Figure 106. Les phénomènes liés aux régions inférieure et supérieure à l'anode sont négligés. L'expérimentation tend à montrer qu'il n'y a pas d'effet engendrant des conditions de fonctionnement critique liées à ces zones [70]. Il est aussi justifié de traiter le magnétron comme une structure cylindrique infinie pour laquelle les champs électriques peuvent être considérés uniquement radiaux ou tangentiels et indépendants de la coordonnée suivant z . Le champ magnétique pour sa part est purement axial. Cette configuration permet de retrouver la notion de tube à champs croisés où les champs électriques et magnétiques sont orthogonaux. Ces conditions sous-entendent que le mouvement des particules se fait dans un plan perpendiculaire à l'axe z . Cette approximation est raisonnable dans la mesure où la

vitesse thermique d'émission des particules est faible suivant z d'une part et le champ électrique accélérateur est nul suivant z d'autre part. Nous pouvons aussi noter que certaines pièces permettent une distorsion des champs électrique et magnétique qui tendent à lutter contre l'effet de répulsion lié à la charge d'espace. Les électrons émis aux extrémités de la cathode sont ainsi maintenus dans la zone d'interaction.

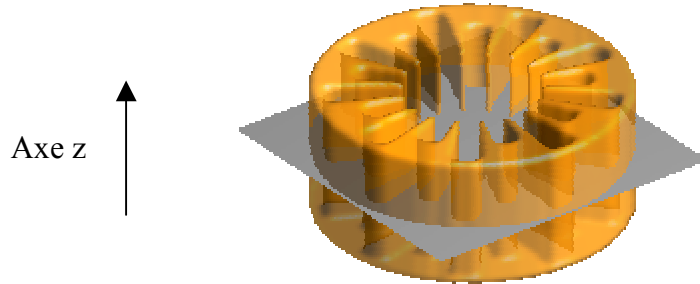


Figure 106 *Plan médian ou plan de simulation d'une structure rising sun.*

Une autre approximation concerne la vitesse d'émission des particules. Classiquement, celle-ci est négligée. Ce choix s'explique par la vitesse thermique d'émission des charges qui est très faible par rapport à la vitesse de la particule engendrée par la différence de potentiel entre anode et cathode [5].

Nous aurons de plus à étudier des sources pour lesquelles la différence de potentiel entre anode et cathode ne va pas excéder 30 kV. Dans ces conditions il est facile de montrer que les particules sont non relativistes, c'est à dire qu'il n'y a pas de modification de leur masse due à une vitesse de déplacement proche de celle de la lumière dans le vide. En effet, pour un électron émis avec une vitesse initiale nulle entre deux électrodes dont la différence de potentiel est notée V , la vitesse maximum de déplacement de la particule est donnée par la relation éq. 66.

Pour $V=30000$ Volts, le rapport $v/c=0.33$ ce qui correspond à un rapport $m/m_0=1.058$ avec éq. 67.

$$\text{éq. 66 } v = c * \sqrt{\left(\frac{1}{1 + \left(\frac{e}{m_0 * c} * V \right)^2} \right)}$$

$$\text{éq. 67 } m = \frac{m_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)}}$$

La particule est dite non relativiste jusqu'à une variation de masse inférieure à 10% ce qui est le cas pour toute différence de potentiel inférieure à 50kV.

Au niveau de l'initialisation des composantes statiques, nous restons compatibles avec les hypothèses de travail précédentes. Le champ électrique engendré par la différence de potentiel entre anode et cathode sera déduit de la résolution d'un code 2D pour lequel il n'y a pas de composante suivant z. Pour le champ magnétostatique, nous nous basons sur l'étude faite en 2D cylindrique pour laquelle nous avons conclu que dans la zone d'interaction le champ était uniforme et uniquement suivant z.

Ce type de structure est un oscillateur. L'excitation de la structure commence donc sur du bruit. Pour éviter ou limiter la partie transitoire durant laquelle la sélection du mode de fonctionnement s'opère, il est possible d'initialiser le champ électromagnétique dans la cavité sur le mode pi. L'avantage de cet amorçage réside en la réduction du temps de calcul [68]. Nous accordons cependant un aspect crucial à l'accroche sur le mode pi pendant le régime transitoire. Ceci permet de quantifier l'influence des paramètres durant la mise en place du mode. Nous choisissons par conséquent de ne pas initialiser les champs électromagnétiques au sein de la cavité.

4.3.3 Normalisation des grandeurs

Nous utilisons souvent la notion de code 2D alors qu'il s'agit plutôt de code 2.5 D pour lequel la troisième dimension est « infinie » et dans laquelle il y a uniformité des grandeurs. Les valeurs des champs électromagnétiques et des courants sont alors définies sur un mètre. Afin de rendre les résultats obtenus avec ce type de code plus réalistes, nous devons faire intervenir une longueur suivant l'axe z. Nous avons choisi de définir cette longueur comme la hauteur de la zone d'interaction que nous assimilons à la hauteur de l'anode.

4.3.4 Validation du code 2D

Différentes configurations permettent de valider le code PIC réalisé. Nous avons tout d'abord testé le déplacement des particules dans une configuration de champ statique créé par une différence de potentiel entre deux électrodes planes. Nous avons supposé que le déplacement des charges n'engendrait aucun courant pour évaluer l'accélération des électrons due à la différence de potentiel uniquement. Nous sommes capables de déduire la vitesse de déplacement d'un électron en fonction de la différence de potentiel V par la relation éq. 68. Suivant sa position entre les électrodes, l'électron n'est pas soumis à la même différence de potentiel ce qui induit une vitesse de transit différente. Nous avons observé une bonne corrélation entre les valeurs de vitesse prédites par la théorie et par la simulation. Nous avons pu vérifier par ailleurs, mais sans la quantifier, l'influence de l'induction magnétique dans l'incurvation des trajectoires des particules.

$$\text{éq. 68 } v = \sqrt{\frac{2 * q_e * V}{m_e}} \quad (\text{m/s})$$

Nous pouvons par ailleurs visualiser l'effet de charge d'espace qui tend à une expansion du faisceau. Cette seule observation peut dans certains cas permettre de conclure que la conservation de la charge n'est pas satisfaite [71], [26].

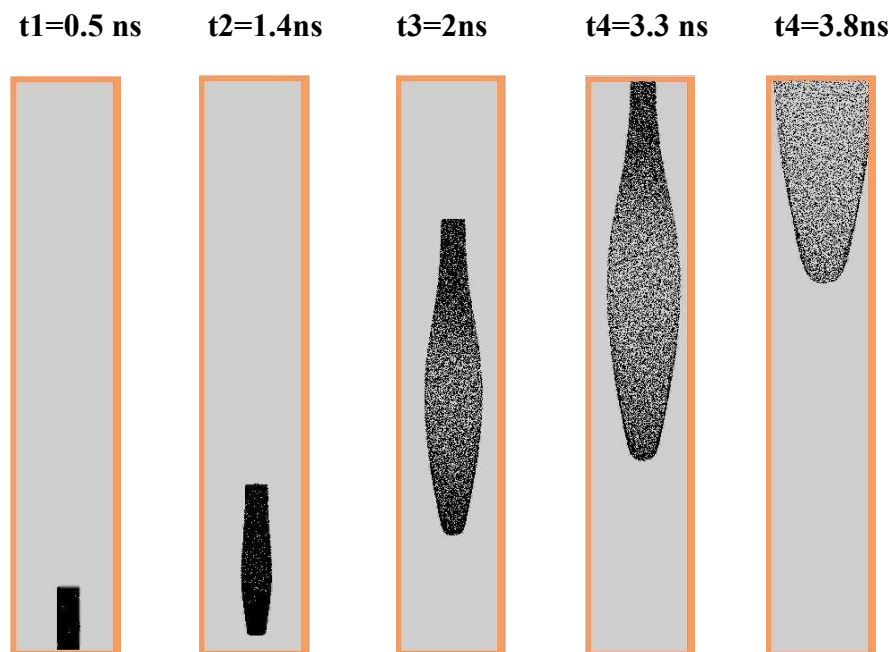


Figure 107 *Evolution de la charge d'espace au cours du temps.*

Nous représentons Figure 107 l'évolution temporelle d'un faisceau d'électrons émis dans un guide infini (dans l'axe perpendiculaire à la page). Ce résultat est obtenu avec le code PIC 2D complet, c'est à dire en considérant l'influence de la charge d'espace sur le champ électromagnétique. Dans cette configuration, les particules sont accélérées par un champ électrostatique uniforme et uniquement orienté dans l'axe de propagation initial du faisceau. Prise séparément, chaque particule a une trajectoire parfaitement verticale. Nous constatons bien l'effet d'expansion du faisceau dû aux répulsions entre particules de même charge.

Configuration de simulation :

Discrétisation : 1 mm, largeur du guide : 40 mm, hauteur du guide : 240 mm

Différence de potentiel : 28000 Volt, coefficient sur l'électron : 10^7

40 particules émises par itérations durant 500 itérations sur une « surface » de 8 mm

De façon plus quantitative, il est impératif de nous assurer que certaines grandeurs sont bien prises en compte.

Nous vérifions tout d'abord si la quantité de charges dans le volume correspond bien à celle vue par les champs. Pour cela nous effectuons un calcul de flux du champ électrique à travers une surface englobant les particules éq. 69.

$$\text{éq. 69 } Q = \epsilon_0 \iint \vec{E} \cdot \vec{S}$$

Il faut ensuite s'assurer qu'aucune erreur n'est effectuée lors du calcul du courant. Pour cela, nous contrôlons que, dans tout le volume de calcul et au cours du temps, la conservation de la charge soit effective éq. 59.

Nous pouvons enfin vérifier la corrélation entre la quantité de charges émise à chaque itération temporelle et la densité de courant du faisceau calculée par la suite avec la méthode de VB éq. 70.

$$\text{éq. 70 } J = \frac{1}{S} * \frac{\partial q}{\partial t}$$

Remarquons enfin que dans le cas d'un code 2D où il existe une seule composante de champ magnétique, la contrainte de divergence éq. 71 est automatiquement vérifiée.

$$\text{éq. 71 } \text{div } \vec{B} = 0$$

4.3.5 Validation sur la structure rising-sun AX9

4.3.5.1 Modélisation de la transition cavité guide

La littérature montre qu'à la fréquence de fonctionnement souhaitée, le transformateur d'impédance formé par la transition cavité-guide présente essentiellement une partie résistive tout en limitant le couplage par réactance [5]. En d'autres termes, cette transition affecte plus l'énergie active (énergie rayonnée vers la charge) liée à la partie réelle de l'impédance de la charge que l'énergie réactive (énergie emmagasinée sous forme stationnaire) liée à la partie imaginaire de l'impédance. Il paraît intéressant en 3D ou en 2D (où la modélisation de la transition n'est pas possible) d'assimiler l'influence de la transition à celle d'un élément placé dans la cavité. Deux solutions peuvent être envisagées. D'une part, l'utilisation d'éléments localisés placés sur un fil du type résistance, self, capacité avec le formalisme de Holland [73]. D'autre part, l'emploi d'un milieu présentant à la cavité les mêmes caractéristiques que la transition. Nous optons pour cette dernière solution.

Pour un milieu diélectrique complexe éq. 72, la conductivité va jouer sur l'énergie active alors que la permittivité relative modifiera l'énergie réactive.

$$\text{éq. 72 } \epsilon = \epsilon_0 * (\epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0})$$

La modélisation équivalente de la transition nécessite alors l'utilisation d'un milieu à perte (avec une permittivité complexe) avec une permittivité relative égale à un. Nous introduisons au fond des grandes cavités un milieu à perte de conductivité $\sigma = 0.104$ à 9.50 GHz qui correspond à une tangente de perte $\tan \delta = 0.2$. Lors de la mise en place des zones à perte, il faut prendre soin de vérifier que les électrons n'aillent pas dans ces secteurs car le code n'est pas adapté pour le déplacement des électrons hors du vide. Une augmentation de la conductivité correspondra à une élévation de la résistance de l'impédance ramenée par la transition.

Certains ouvrages font état d'un couplage faible entre cavité et charge [5]. Par conséquent, une part très importante de l'énergie est emmagasinée dans la cavité, afin de maintenir l'oscillation sur le mode π , alors que seule une petite partie de celle-ci est transférée vers la charge. Cela correspond à une configuration où les pertes diélectriques que nous imposons doivent rester faibles.

4.3.5.2 Conditions de simulation

La première structure sur laquelle nous avons testé le code PIC est la structure rising-sun AX9 Figure 109 dont nous avons déjà vu les caractéristiques électromagnétiques au chapitre précédent. Il s'agit d'une source fonctionnant sur le mode pi en régime pulsé. Il faut remarquer que les électrons sont considérés comme non relativistes du fait de la différence de potentiel entre anode et cathode qui reste « faible ». Le Tableau 5 donne les caractéristiques géométriques de la cavité. Cette source génère un signal à 9.50 GHz d'une puissance de 250 kW. La puissance DC est de 476 kW ce qui correspond à un rendement de 53 %. La tension de travail est de 28000 V pour un courant d'anode lors du fonctionnement de 17 A ($17 \text{ A} * 28000 \text{ V} = 476 \text{ kW}$). La dernière information utile concerne l'induction magnétique qui est de 0.52 T. La Figure 108 montre le point de fonctionnement de la source situé dans la zone d'oscillation, entre la parabole de Hull et la droite de Hartree associée au mode π [74].

Rayon cathode	0.325 cm
Rayon anode	0.528 cm
Rayon petite cavité	0.960 cm
Rayon grande cavité	1.214 cm
Hauteur cathode	2.337 cm
Hauteur anode	2.032 cm
Nombre de cavités	18
Fréquence du mode pi	9.50 GHz

Tableau 5 *Caractéristiques AX9.*

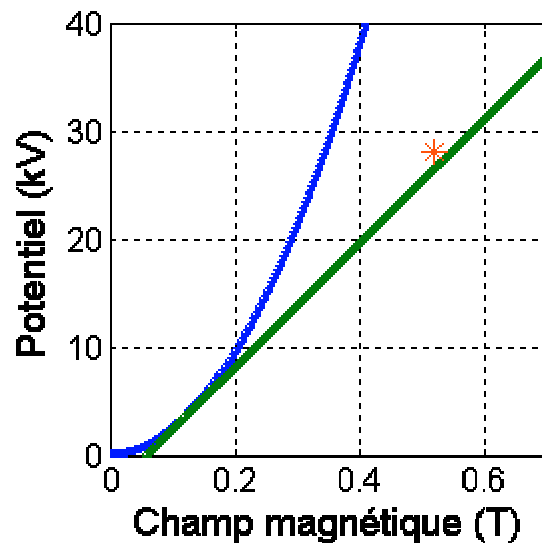


Figure 108 *Point de fonctionnement.*
du AX9

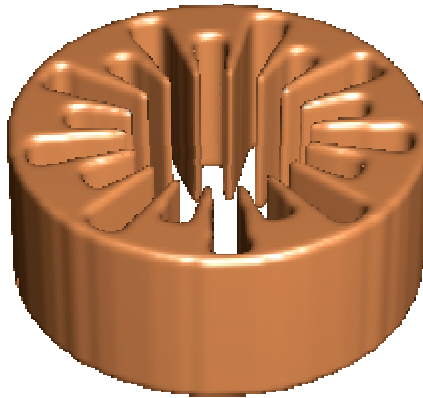


Figure 109 *Anode du magnétron AX9.*

Il est important de noter qu'aucune information n'est donnée sur l'émission de la cathode. Nous devons donc nous placer près de la densité de courant maximum donnée par la loi de Child-Langmuir car la plupart des publications vues à ce jour font état d'un régime d'émission en charge d'espace limitée. Conformément à la publication qui nous sert de référence à propos du magnétron AX9 [74], nous imposons une mise en place progressive des caractéristiques statiques pour atteindre le point de fonctionnement.

La structure est discrétisée à l'aide de mailles carrées de 250 micromètres de côté. Le pas temporel est de 0.5897 picoseconde. Nous émettons 101 électrons à chaque itération avec un coefficient de $6.2 \cdot 10^8$.

Les grandeurs observées au cours du temps sont le courant d'anode, le courant de cathode, l'énergie cinétique perdue par les électrons heurtant l'anode, l'énergie cinétique perdue par les électrons heurtant la cathode, la différence de potentiel entre anode et cathode, les composantes de champ électromagnétiques dans une cavité élémentaire et dans la zone d'interaction, le nombre de particules formant la charge d'espace, le nombre de particules perdues sur l'anode et le nombre de particules perdues sur la cathode. A partir du moment où le régime permanent est mis en place sur le mode π , nous effectuons un calcul de l'énergie emmagasinée dans la cavité, des pertes diélectriques et de l'énergie dissipée par effet joule sur les électrodes. Cette dernière est directement reliée à l'énergie cinétique cédée par les particules heurtant une électrode. Comme nous l'avons vu précédemment, toutes ces grandeurs sont calculées initialement pour une structure d'une hauteur de un mètre. Pour manipuler des valeurs en adéquation avec la structure 3D, il est nécessaire de ramener toutes les grandeurs calculées à la hauteur réelle de l'anode.

La détermination d'une différence de potentiel anode cathode et d'un courant d'anode donne accès à la puissance DC amenée à la source (P_{dc}). Le calcul des pertes permet de déterminer la puissance utile en sortie de la source (P_u). Nous réalisons alors un bilan de puissance comme le rapport $\eta = \frac{P_u}{P_{dc}}$.

4.3.5.3 Résultats de simulations PIC 2D

Pour la source précédente, nous présentons l'évolution des composantes des champs électromagnétiques présentes au centre d'une cavité élémentaire Figure 110. Ces graphiques illustrent la mise en place progressive d'une oscillation régulière à une fréquence donnée. Nous avons comparé la source à un oscillateur puisque l'excitation doit commencer sur du bruit. Ces résultats montrent effectivement un signal initial essentiellement bruité avant que certains modes soient privilégiés. Nous constatons d'autre part que, dans la cavité élémentaire choisie, la composante de champ électrique suivant l'axe x restait négligeable par rapport à celle suivant l'axe y. Cette configuration correspond au cas particulier du mode π pour lequel le champ électrique est transverse. Il y a donc des cavités pour lesquelles cette composante est très faible.

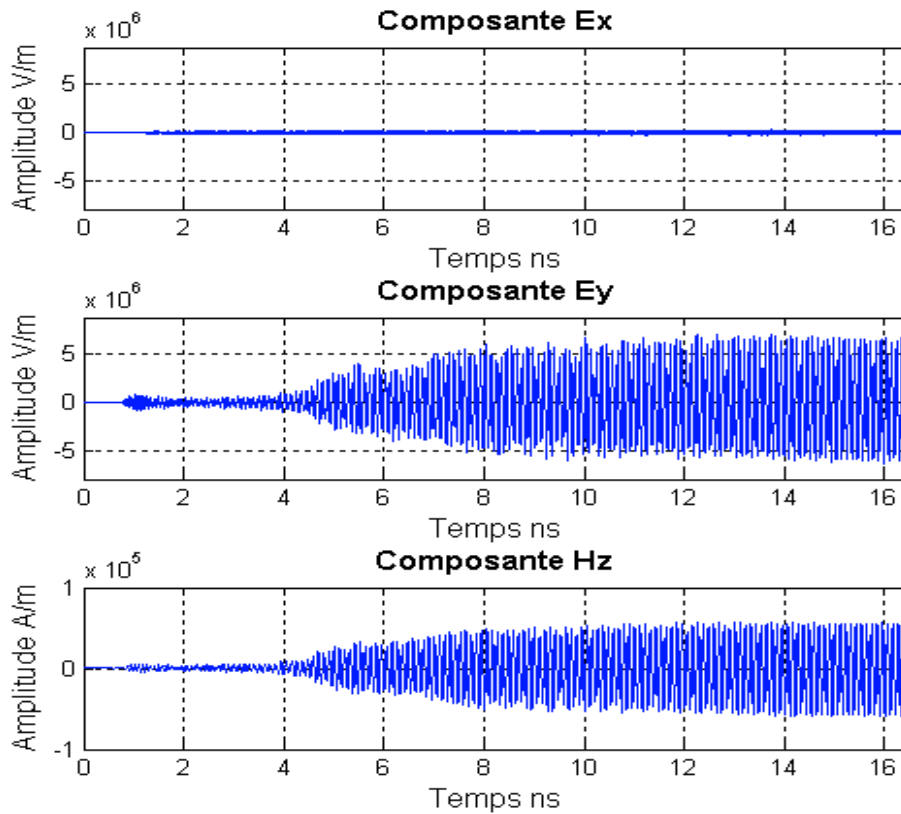


Figure 110 *Evolution des composantes des champs électromagnétiques au sein d'une cavité élémentaire.*

Le contenu spectral du signal en régime permanent traduit la présence d'un seul mode à une fréquence de 9.50 GHz Figure 111. Notons qu'un peu d'énergie est emmagasinée sur les modes $n=6$ et $n=5$, mais que ce phénomène est négligeable et ne perturbe pas le fonctionnement de la source sur le mode π . Cette excitation des modes supérieurs se traduit en régime permanent par une légère ondulation de l'enveloppe des composantes présentées Figure 111. Les cartographies fréquentielle Figure 112 ou temporelle Figure 113 permettent de conclure que le mode excité est le mode π .

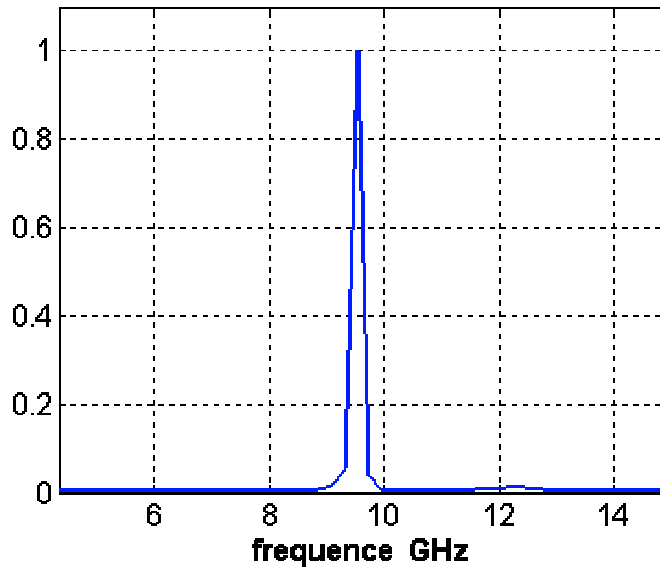


Figure 111 *Spectre normalisé du magnétron AX9 lors du fonctionnement avec charge d'espace.*

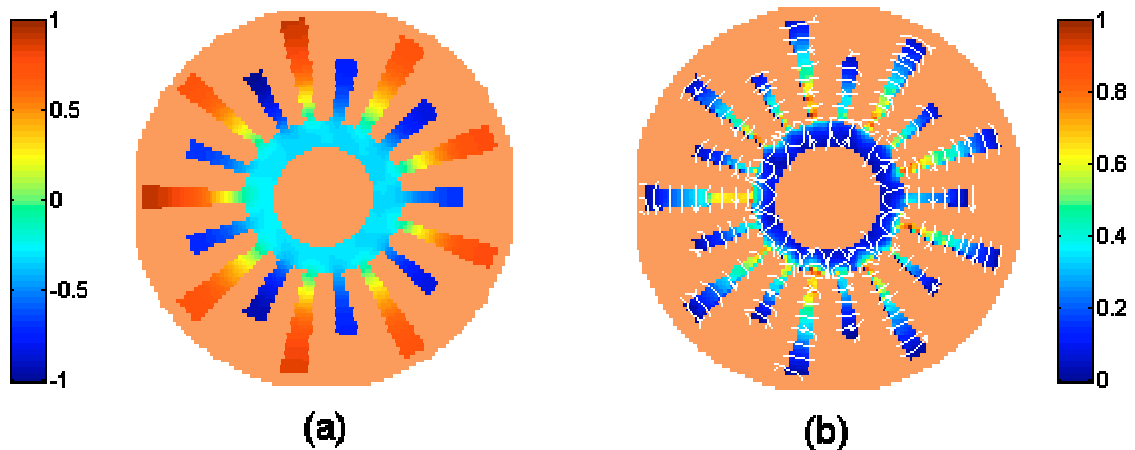


Figure 112 *Cartographie du mode à 9.50 GHz. La figure (a) représente la partie réelle du champ magnétique normalisé suivant z dans un plan xOy à un instant donné. La figure (b) représente le module normalisé du champ électrique du plan de coupe xOy avec les lignes de champ de ces mêmes composantes.*

Les résultats concernant la mise en place du mode π Figure 113 se retrouvent dans un certain nombre de publications pour des études 2D ou 3D [74], [75], [77]. Le sens de rotation des bâtons s'effectue dans le sens trigonométrique.

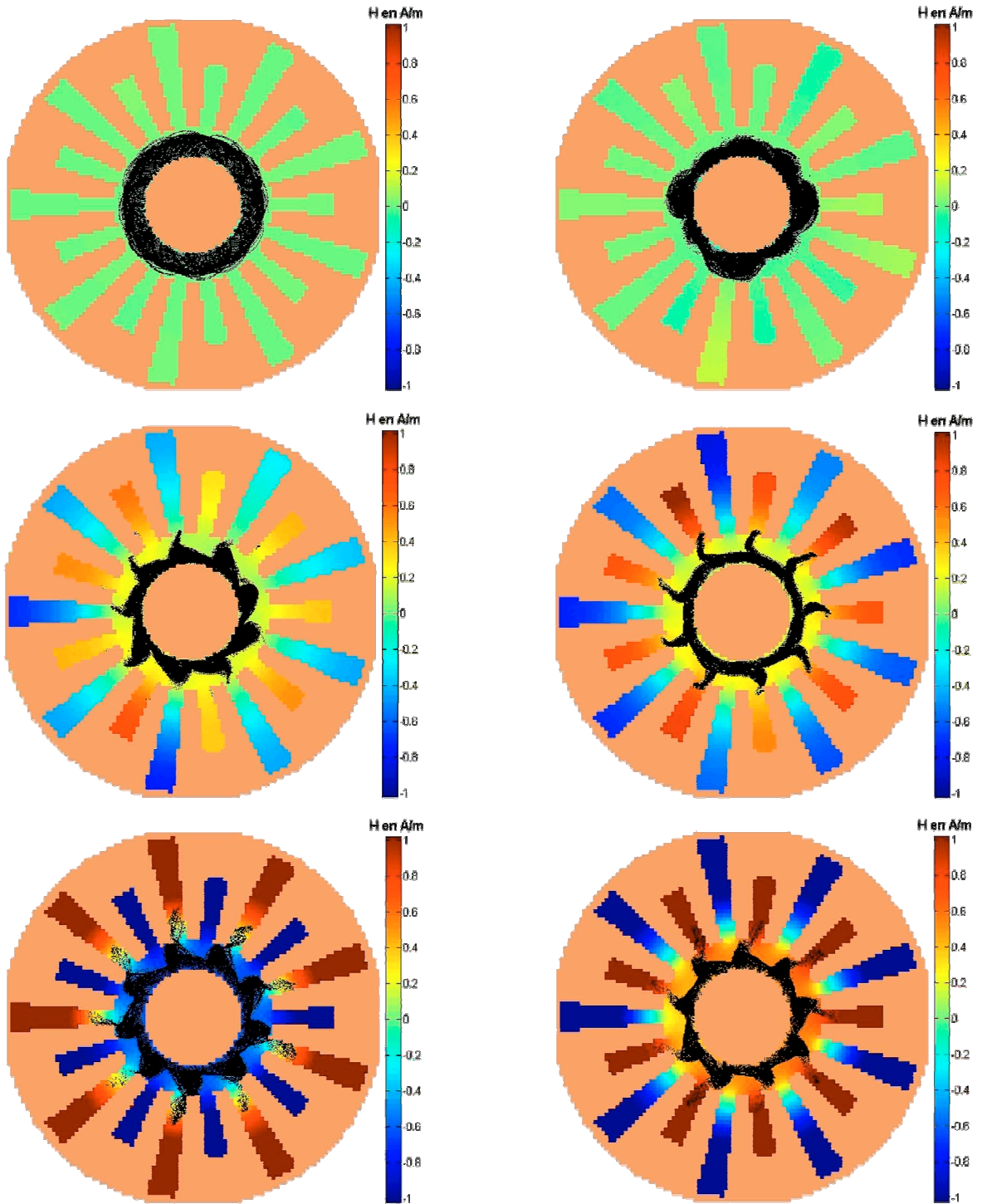


Figure 113 *Mise en place du mode π . Cartographie temporelle du champ magnétique suivant z normalisé avec la position des particules. De gauche à droite et de haut en bas, à 0.82 ns, 1.95 ns, 6.2 ns, 8.8 ns, 12.15 ns et 12.2ns.*

Lorsque le régime permanent est atteint sur le mode π , nous réalisons un bilan de puissance. La connaissance de la différence de potentiel anode cathode et du courant

d'anode permet de déterminer la puissance DC délivrée à la source. Le calcul des pertes diélectriques donne accès à la puissance utile sur la charge. Nous trouvons :

• Courant anode :	16.85 A	(17 A)
• DDP anode cathode :	27687 V	(28000 V)
• Puissance DC :	467 kW	(476 kW)
• Puissance utile :	248 kW	(250 kW)
• Rendement :	53.1%	(53 %)

Les valeurs obtenues sont très proches des résultats présentés dans la publication de référence [74] donnés entre parenthèses. Nous pouvons de plus évaluer la puissance à dissiper par refroidissement au niveau de l'anode 178 kW ou encore la puissance amenée à la cathode par le bombardement en retour 22 kW. Toute particule heurtant une électrode participera au chauffage de celle-ci. L'énergie ainsi amenée sur l'anode devra être dissipée avec un circuit de refroidissement alors que celle amenée sur la cathode participera au maintien en température de celle-ci. En observant le courant de cathode, généré par les particules revenant sur cette électrode, nous trouvons une valeur d'environ 20A. Notons cependant que la puissance amenée en retour n'est que de 22 kW. Nous avons vu que cette puissance est directement liée à l'énergie cinétique des particules frappant l'électrode. Afin d'expliquer cette différence, nous avons tracé chaque particule à un instant donné avec la vitesse qui lui est associée Figure 114. Nous constatons que les particules touchant l'anode ont des vitesses de déplacement très supérieures à celles heurtant la cathode et par conséquent une énergie cinétique supérieure qui induit un flux thermique plus grand.

Finalement, le nombre d'électrons touchant l'anode est plus faible que celui heurtant la cathode induisant un courant d'anode plus petit. Cependant, la vitesse des particules atteignant l'anode est beaucoup plus élevée donc le phénomène de chauffage est plus important sur l'anode.

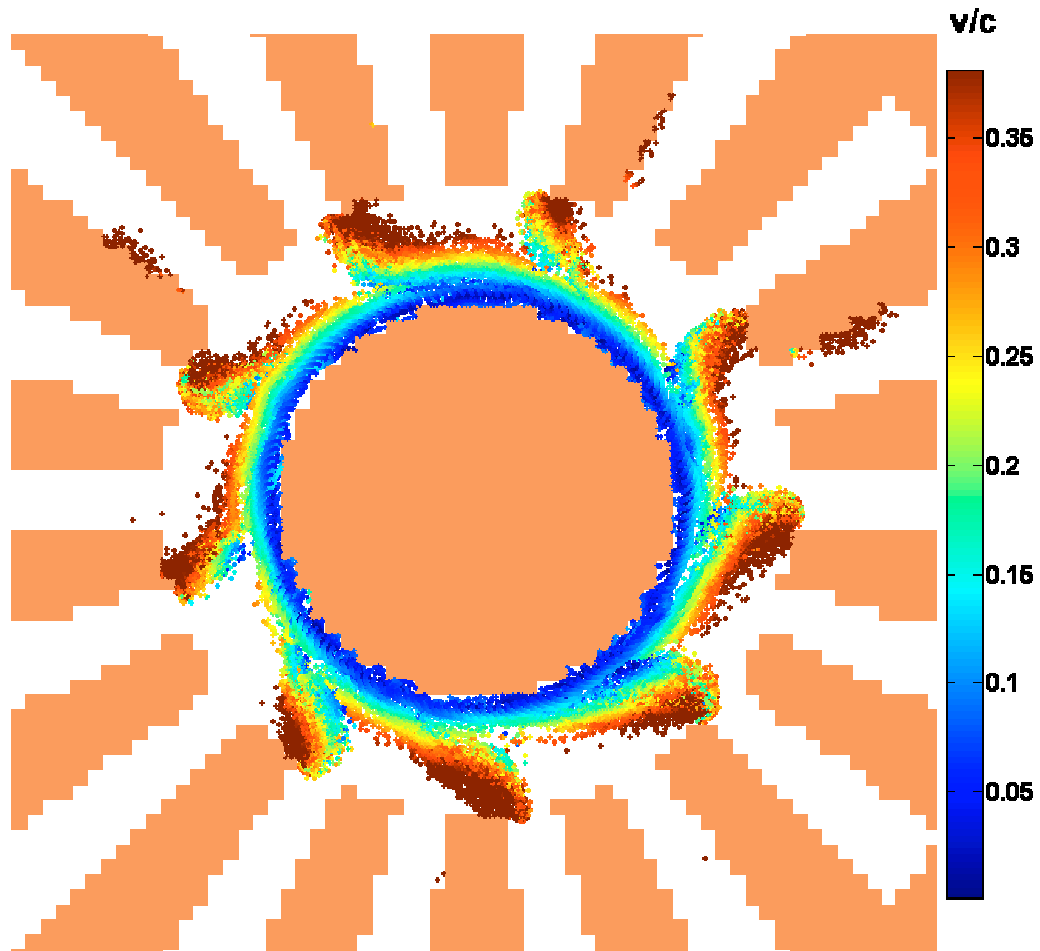


Figure 114 *Position des particules à un instant donné avec leur vitesse (normalisée par rapport à la célérité) pour un fonctionnement sur le mode π .*

Nous pouvons illustrer le fonctionnement de la source comme suit. Dans les premiers instants, les champs électromagnétiques sont nuls ou très faibles. Les trajectoires des particules sont alors imposées par les champs statiques initiaux. La cavité est cependant excitée et progressivement l'énergie est emmagasinée sur le mode π . Le couplage vers la charge de sortie est faible ce qui permet d'atteindre des niveaux de champs électromagnétiques très importants dans la cavité. Dans cette configuration, l'amplitude des champs électromagnétiques devient progressivement comparable à celle des champs statiques. La répartition de la charge d'espace commencera à être influencée par les champs dynamiques participant à l'apparition de neuf bâtons. Dès lors que la charge d'espace se répartit de cette façon, elle favorise l'excitation du mode en question. Les bâtons correspondent aux charges qui sortent de la charge d'espace pour rejoindre l'anode. Nous pouvons noter que le nombre de bâtons correspond au numéro du mode excité. Cette

distribution de la charge d'espace est justifiée par la répartition du champ électrique sur le mode π . Les lignes de champ électrique associées à ce mode sont transverses et opposées d'une cavité à l'autre Figure 115.

- Lorsque le champ électrique est opposé au mouvement de la particule, la force électrique $\vec{F} = -|q|\vec{E}$ tend à accélérer les particules. La force de rappel magnétique liée à la vitesse de déplacement augmente conduisant à un retour des particules vers la cathode. Dans ces conditions, c'est le champ électromagnétique qui cède de l'énergie aux particules.
- Lorsque le champ électrique est dans le même sens que le mouvement de la particule, la force électrique $\vec{F} = -|q|\vec{E}$ tend à freiner les particules. La force de rappel magnétique liée à la vitesse de déplacement diminue, l'effet d'arrachement dû à la différence de potentiel prédomine conduisant au transfert des particules vers l'anode. Dans ces conditions, le champ électromagnétique prend de l'énergie aux particules. Il faut cependant noter que l'énergie apportée au champ électromagnétique n'est pas d'origine cinétique mais potentielle [78], [79].

Les bâtons sont maintenus entre la fin d'une zone accélératrice et le début d'une zone décélétratrice. Cette configuration se retrouve dans de nombreuses sources.

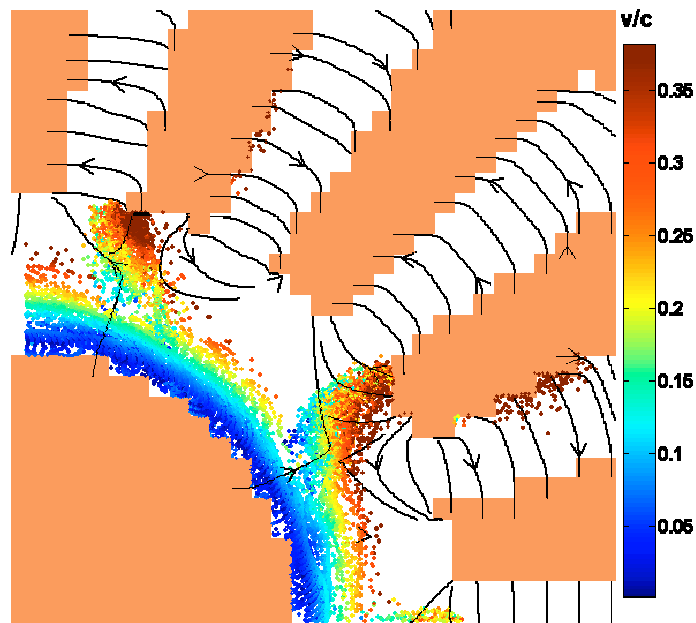


Figure 115 Position des particules à un instant donné avec leur vitesse et les lignes de champ électrique pour un fonctionnement sur le mode π .

Nous savons de plus que seules les particules dont la vitesse de déplacement est proche de la vitesse de phase du mode π céderont de l'énergie au champ électromagnétique HF. La vitesse de phase est définie comme la vitesse de déplacement d'un plan d'onde dans la direction de propagation [80]. Dans le cas d'une cavité résonnante, nous utilisons plutôt la notion d'onde stationnaire que celle d'onde progressive. Cependant, l'anode est traditionnellement considérée comme une ligne à retard sur laquelle l'emploi de la notion d'onde progressive est justifiée [78], [79]. Nous pouvons alors définir une vitesse de phase comme suit éq. 73.

$$\text{éq. 73 } v_{\phi} = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Cette définition fait apparaître clairement la notion de propagation ou déplacement de l'onde. Nous sommes capables de calculer la vitesse de phase connaissant le pas de la ligne à retard et le temps qu'il faut à l'onde, sur le mode π , pour effectuer une demi période (passage du faisceau d'une ailette à l'autre). La littérature confirme notre résultat par la définition du vecteur d'onde sur le mode π $k = \pi / L$ avec L pas de la ligne à retard [79].

$$\text{Finalement : } v_{\phi} = L * 2 * f_{\pi} \text{ d'où } v_{\phi} = 0.13 * \text{célérité}$$

Cette valeur permet de situer quelles sont les particules susceptibles de céder de l'énergie aux champs électromagnétiques. Nous constatons de plus qu'au niveau des bâtons, ces particules sont bien dans un champ décélérateur Figure 115. Rappelons que la charge d'espace se déplace dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Notons aussi que, d'après le théorème de conservation de l'énergie, lorsqu'il y a perte d'énergie potentielle, il doit y avoir, dans un système isolé, augmentation de l'énergie cinétique et donc de la vitesse des particules. Dans les zones de décélération des particules, nous n'observons par d'augmentation de leur vitesse ce qui tend à montrer que de l'énergie est bien transmise aux champs électromagnétiques.

4.3.5.4 Remarques d'ordre général

Nous mettons en évidence l'importance des conditions statiques à travers quatre configurations particulières représentées dans le diagramme de Hull-Hartree Figure 116. Le point 1 correspond au fonctionnement de référence pour lequel il y a oscillation sur le mode π . Le point 2 ne permet plus d'avoir une condition idéale d'oscillation sur le mode π . Dans cette configuration l'énergie est principalement emmagasinée sur le mode $n=5$ mais

l'oscillation sur ce mode n'est pas stable car elle est perturbée par les autres modes. La Figure 117 illustre l'oscillation sur le mode précédemment cité. Nous observons la présence des 5 bâtons traduisant l'excitation du mode $n=5$. Pour le point 3, tous les électrons reviennent sur la cathode. L'énergie est peu emmagasinée dans la cavité et les champs électromagnétiques n'engendrent par de modification de la répartition de la charge d'espace. Dans cette configuration, nous observons que très peu de particules ont une vitesse proche de la vitesse de phase du mode π ($0.13 \cdot c$) Figure 118 ce qui explique la faible interaction entre le faisceau et les champs. Le dernier point de fonctionnement correspond à une configuration pour laquelle tous les électrons vont directement heurter l'anode et pour laquelle aucune oscillation n'est possible. Finalement, les simulations permettent de mettre en évidence le fonctionnement lié aux zones particulières du diagramme de Hull-Hartree.

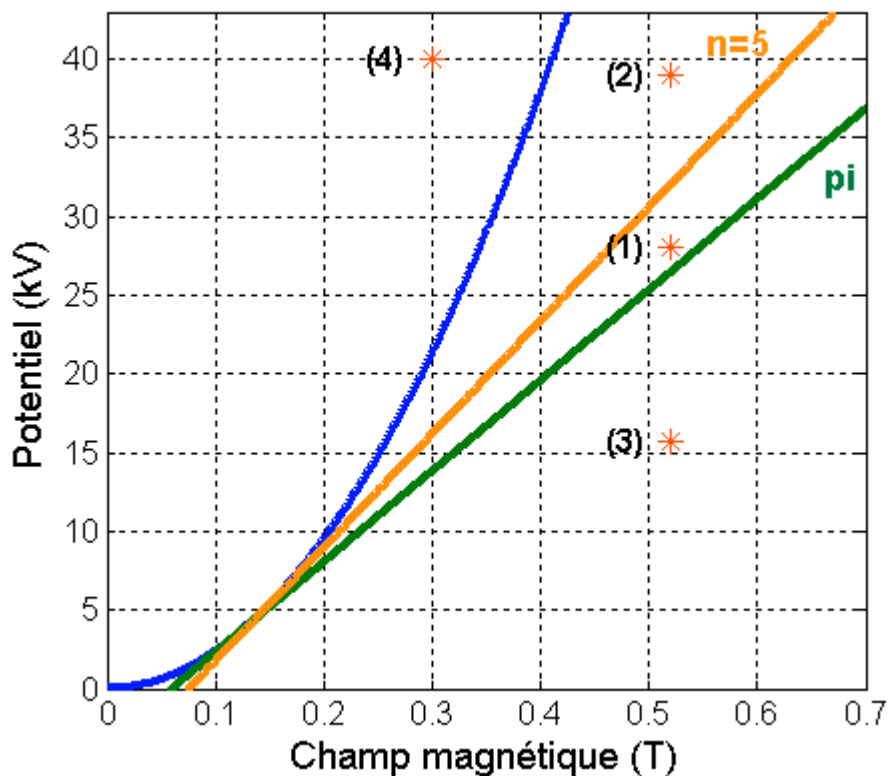


Figure 116 Influence du point de fonctionnement, 1 = [0.52 T , 28000V],
 2 = [0.52 T , 39000V], 3 = [0.52 T , 15700V], 4 = [0.3 T , 40000V].

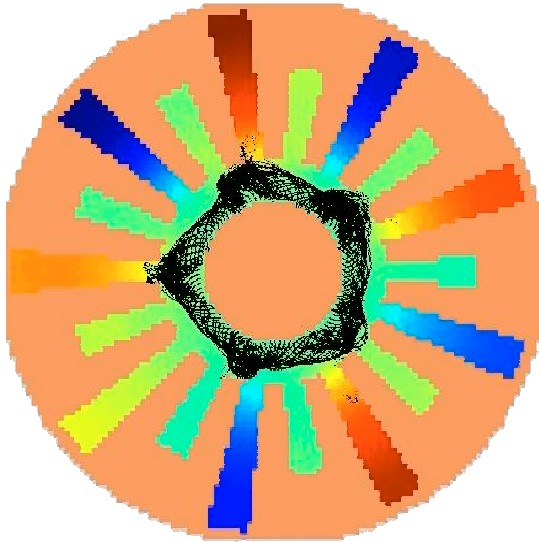


Figure 117 *Oscillation sur le mode $n=5$ dans la configuration (2).*

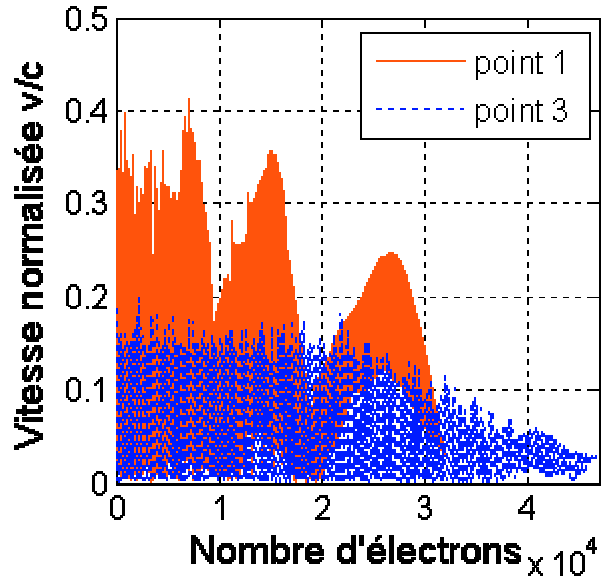


Figure 118 *Répartition des vitesses des particules entre les points 1 et 3.*

Lors des différentes simulations effectuées, nous sommes restés au plus près des conditions imposées dans la publication de référence. Cette précaution a été de mise, en particulier pour les rampes imposées sur les champs électrostatiques permettant d'imposer progressivement les valeurs finales correspondant au point de fonctionnement. La littérature notifie que ces rampes n'ont pas de sens physique réel et que par conséquent, les phénomènes observés sur les premières itérations peuvent être des artéfacts. Seuls les phénomènes observés une fois les potentiels mis en place peuvent amener des conclusions significatives [77]. Nous avons cependant vérifié qu'il était possible de mettre en place une oscillation sur le mode π en imposant directement les valeurs de différence de potentiel ou d'induction du point de fonctionnement. Par la suite, nous n'appliquerons plus de rampe sur le champ magnétique alors qu'une mise en place progressive (sur quelques nanosecondes) sera conservée pour la différence de potentiel entre anode et cathode.

Différentes publications montrent l'influence de la charge de sortie sur le fonctionnement de la source. La partie réelle de l'impédance ramenée permet en effet de contrôler la valeur finale de la différence de potentiel entre anode et cathode [76] ce qui induit une modulation du rendement de la source. En effet, plus la résistance est grande, plus le rendement est élevé [76], [82]. Ce phénomène est observable avec notre code 2D. En effet, lorsque la conductivité augmente, c'est à dire quand les pertes diélectriques augmentent, nous constatons un accroissement du rendement de la source Figure 119. Il faut cependant noter qu'un certain équilibre se met en place entre : différence de potentiel finale,

courant d'anode, puissance utile et énergie emmagasinée. Finalement ce n'est pas parce que le rendement est le meilleur que la puissance utile est la plus grande. Nous remarquons enfin que des valeurs de perte importantes correspondent à un bon couplage vers la charge. Dans ce cas, l'énergie emmagasinée dans la cavité est trop faible pour interagir sur la charge d'espace et ainsi permettre l'oscillation sur un mode.

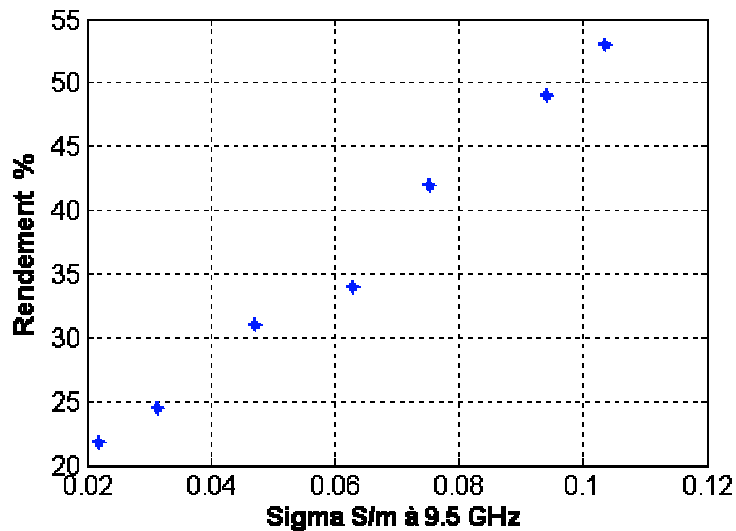


Figure 119 Evolution du rendement en fonction de la conductivité.

4.4 Application au code PIC 3D cartésien

Après avoir justifié et validé les méthodes choisies pour modéliser l'interaction entre champs électromagnétiques et charge d'espace avec un code 2D, nous avons étendu les solutions envisagées à la modélisation 3D. Ce code est une étape importante dans notre démarche qui permettra de traiter dans son ensemble le fonctionnement de la source. Le passage du code à trois dimensions n'engendre pas de complication particulière.

4.4.1 Validation de l'outil

La philosophie est la même que lors des tests effectués sur le code 2D. Nous avons tout d'abord visualisé l'effet de charge d'espace qui tend à une expansion du faisceau.

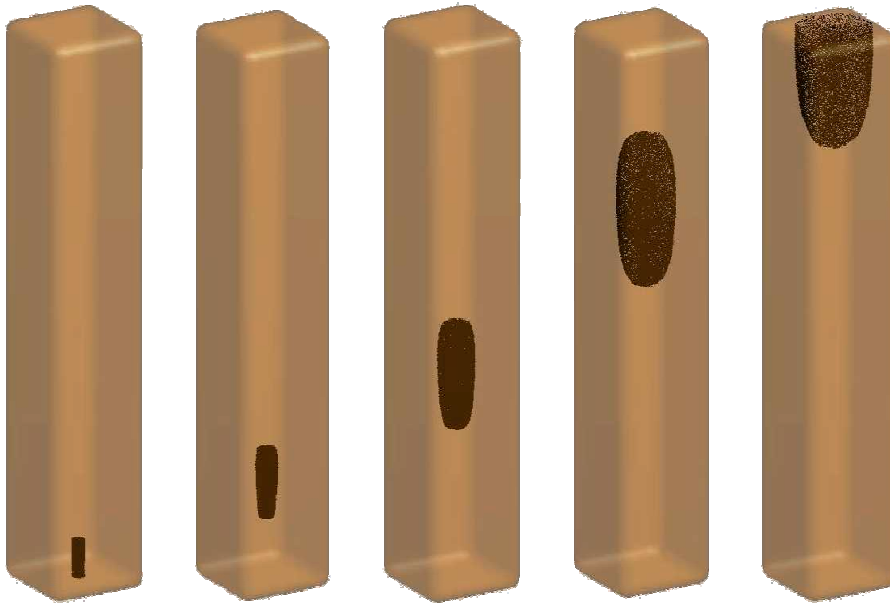


Figure 120 *Evolution de la charge d'espace au cours du temps dans un guide rectangulaire.*

Nous représentons Figure 120 l'évolution temporelle d'un faisceau d'électrons émis dans un guide rectangulaire. Ce résultat est obtenu avec le code PIC 3D complet, c'est à dire en considérant l'influence du déplacement des particules sur le champ électromagnétique. Dans cette configuration, les particules sont accélérées par un champ électrostatique uniforme et uniquement orienté dans l'axe de propagation initial du faisceau. Prise séparément, chaque particule a une trajectoire parfaitement verticale. Nous constatons bien l'effet d'expansion du faisceau dû aux répulsions entre particules de même charge. Il est de plus possible de vérifier que les lignes du champ magnétique s'enroulent autour du faisceau en transit. L'enroulement se produit en sens inverse du déplacement des charges négatives. Il y a donc respect de la règle du tire-bouchon Figure 121.

Configuration de simulation :

Discrétisation : 0.2 m, largeur du guide : 3.2 m, hauteur du guide : 19.2 m
 Différence de potentiel : 25500 Volt, coefficient sur l'électron : $1.7 \cdot 10^6$
 36 particules émises par itérations durant 1000 itérations sur disque de rayon 0.2 m

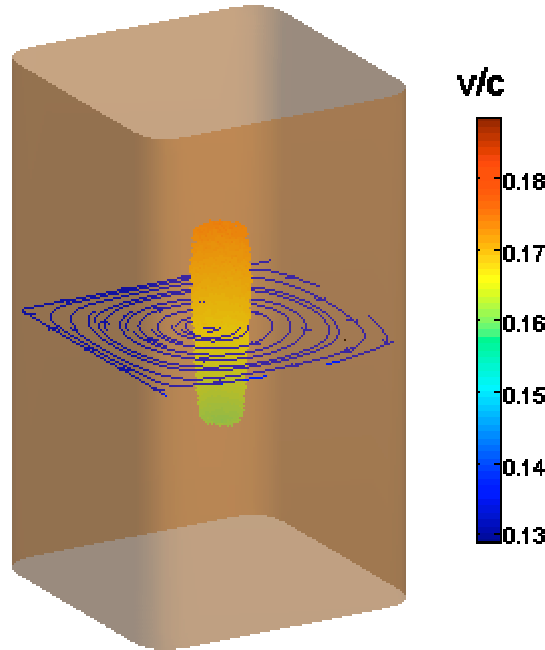


Figure 121 *Lignes de champ magnétique s'enroulant autour du faisceau de particules en mouvement.*

Nous vérifions ensuite si la quantité de charges dans le volume correspond bien à celle vue par les champs. Pour cela nous effectuons un calcul de flux du champ électrique à travers une surface englobant les charges éq. 74.

$$\text{éq. 74 } Q = \epsilon_0 \iint \vec{E} \cdot \vec{S}$$

Il faut ensuite s'assurer qu'aucune erreur n'est effectuée lors du calcul du courant. Pour cela, nous contrôlons que dans tout le volume de calcul et au cours du temps la conservation de la charge soit effective éq. 59.

Nous pouvons enfin vérifier la corrélation entre la quantité de charges émise à chaque itération temporelle et la densité de courant du faisceau calculée par la suite avec la méthode de Villasenor Bunemen éq. 75.

$$\text{éq. 75 } J = \frac{1}{S} * \frac{\partial q}{\partial t}$$

Remarquons enfin que dans le cas d'un code 3D il est nécessaire de vérifier si la contrainte de divergence éq. 71 est satisfaite.

4.4.2 Commentaire

Cette étude valide le code 3D réalisé. Il faut cependant noter que ce code programmé sous Matlab n'est pas assez performant au niveau du temps de calcul. L'utilisation de ce logiciel sous-entend l'utilisation de PC. Pour des structures 3D du type MAG245 il n'est pas réaliste de lancer des simulations sous PC. Deux aspects apparaissent alors comme des facteurs limitant. D'une part, la discrétisation 3D avec des mailles de l'ordre de 250 micromètres, qui induisent une grosse quantité des mailles et un pas temporel très faible. D'où la nécessité d'avoir beaucoup d'itérations. D'autre part, le nombre de particules formant la charge d'espace qui alourdit le temps de calcul. Si en 2D la charge d'espace est composée d'environ 50000 particules, ce nombre est rapidement augmenté pour une étude 3D. Dans ces conditions, il devient irréaliste d'utiliser un PC. Le code devra donc être traduit dans un langage informatique permettant l'utilisation de machines très performantes.

4.5 Conclusion

Lors de cette dernière partie, nous avons tout d'abord introduit différents types d'émissions existants pour la cathode. Nous avons ensuite explicité notre prise en charge des particules entrantes et sortantes dans le code PIC en différenciant le traitement effectué sur les deux électrodes.

Après avoir validé le code réalisé en deux dimensions, nous avons testé son efficacité sur une structure rising-sun de référence. Au final, les résultats obtenus avec notre code 2D concordent bien avec l'expérimentation en terme de bilan de puissance et avec les simulations vues dans la littérature en terme de mise en place du mode π ou d'influence de certains paramètres. Cette étape, achevée avec succès, nous conforte dans les choix faits

pour modéliser les phénomènes d'interaction entre les champs électromagnétiques et la charge d'espace inhérents au fonctionnement des tubes électroniques du type magnétron.

Le code 2D validé, nous avons développé un code 3D reprenant les solutions envisagées en deux dimensions. L'étape de validation de ce code est la même et permet d'entériner la technique utilisée. Notons cependant que ce code 3D n'est que l'avant dernière étape de notre démarche puisqu'il sera nécessaire d'adapter le programme pour pouvoir le lancer sur des machines performantes. Ce dernier point n'engendre aucun problème critique et finalement, la démonstration faite sur la possibilité d'obtenir des résultats significatifs en 2D est de bonne augure pour les résultats à venir en trois dimensions.

Bibliographie

- [58] « Notice d'utilisation générale FLUX2D 7.40 , description des propriétés physiques»
Juin 1999
- [59] Gié H, Sarmant J P, 1985 « Electromagnétisme » volume1, Lavoisier
- [60] Barthelmé R, 2005 « Le problème de conservation de la charge dans le couplage des équations de Vlasov et de Maxwell » Thèse en mathématique avancée, Université Louis Pasteur Strasbourg
- [61] B. Golpen, 1995 « User-Configurable MAGIC for electromagnetic PIC calculations », Computer Physics Communications 87 54-86
- [62] www.physics.csbsju.edu/370/thermionic.pdf
- [63] C.D. Child, 1911 “Discharge from Hot CaO”, Phys. Rev. **32**, 492.
- [64] I. Langmuir, 1913 “The Effect of Space Charge and Residual Gases on Thermionic Currents in High Vacuum”, Phys. Rev. **2**, 450.
- [65] J.Y. Raguin, June 2001 « Numerical simulations of electrostatic instabilities in magnetron diodes » MSMW Symposium Proceedings. Kharkov, Ukraine.
- [66] R. B. Miller, « A Review of cathode technologies for HPM tubes » SureBeam Corporation
- [67] H.W. Chan, C. Chen, R.C. Davidson, 17 sept 1990 « Computer simulation of relativistic multiresonator cylindrical magnetrons » Appl. Phys. Lett 57 (12), 1271-1273
- [68] A. Palevsky, G. Bekefi, A.T. Drobot, august 1981 « Numerical simulation of oscillating magnetrons » Appl. Phys. Lett 57 (8), 4938-4931
- [69] Collins G, 1949 « Microwave magnetrons », MacGraw-Hill, New York
- [70] Y.M. Saveliev, S.N. Spark, B.A. Kerr, M.I. Harbour, S.C. Douglas, W. Sibbet, june 2000 « Effect of cathode end caps and a cathode emissive surface on a relativistic magnetron operation » IEEE transactions on Plasma Science, vol 28, n°3, 478-484
- [71] Barthelmé R, 2005 « Le problème de conservation de la charge dans le couplage des équations de Vlasov et de Maxwell » Thèse en mathématique avancée, Université Louis Pasteur Strasbourg

- [72] Mardahl P J, Verboncoeur J P, 1997 « Charge conservation in electromagnetic PIC codes ; spectral comparison of Boris/DADI and Langdon-Marder methods » Computer Physics Communication, 106, pp 219-229
- [73] F. Lacroux, 2005 « Contribution à la modélisation d'éléments localisés pour les simulations électromagnétiques en transitoire. Application en millimétrique et au transport d'énergie sans fil » » Thèse en électronique – Université de Limoges – Faculté des sciences – n°2-2005
- [74] H.J. Kim, J.U. Shin, J.J. Choi, june 2000 « Particle_in_cell code simulations on a rising-sun Magnetron oscillator » IEEE transactions on Plasma Science, vol 30, n°3 , 209-210
- [75] X. Chen, M. Esterson, P.A. Lindsay, April 1998 « 3D modeling of high-power emission magnetrons » Displays and Vacuum Electronics, n°150, p 453-458
- [76] R.W. Lemke, T.C. Genoni, T.A. Spencer, june 2000 « Effects that limit efficiency in relativistic magnetrons » IEEE transactions on Plasma Science, vol 28, n°3, 887-897
- [77] V.B. Bayburin, A.A. Terentiev, V.I. Vislov, A.B. Levande, I.K. Guriev, A.A. Sysuev, 2003 « Computer simulation of magnetron devices » Applied Surface Science 215 301-309
- [78] Slater J C, 1950 « Microwave electronics » D Vaan Nostrand Inc, New-York
- [79] Leblond A, 1973 « Les tubes hyperfréquences », Masson et C^{ie}
- [80] Gié H, Sarmant J P, 1985 « Electromagnétisme » volume 2, Lavoisier
- [81] Gardiol F, 1987 « Traité d'électricité - Hyperfréquences» Volume 13
- [82] W. Arter, J.W. Eastwood, june 1998 « Characterization of relativistic magnetron behaviour by 3D Pic simulation » IEEE transactions on Plasma Science, vol 26, n°3, 714-725

CONCLUSION GENERALE

Ce mémoire traite de la modélisation des principaux phénomènes physiques inhérents aux tubes à vide et en particuliers aux magnétrons. La prise en compte du fonctionnement de ces sources au travers de codes particuliers est un aspect primordial qui permet à terme de limiter le temps ainsi que le coût de développement des nouvelles sources.

En premier lieu, nous avons introduit les caractéristiques essentielles des deux familles de tubes hyperfréquences que sont les tubes à interaction longitudinale ou les tubes à champs croisés. Cette première approche permet de toucher du doigt les différents aspects physiques à traiter par la suite. Nous avons ensuite présenté une synthèse des techniques dites PIC, pour Particle-In-Cell, utilisées dans la modélisation de plasmas ou de faisceaux de particules avec notamment, différentes méthodes permettant le calcul du courant, généré par le déplacement des particules, respectant le critère de conservation de la quantité de charges. Lorsque nous avons effectué le choix de la méthode parmi celles présentées, il fut nécessaire de prendre du recul sur le type de phénomènes à simuler afin de choisir la méthode la plus appropriée pour traiter notre problème. La réalisation de code n'est pas une fin en soi mais juste une étape dans notre travail pour atteindre nos objectifs. C'est pourquoi il n'est pas nécessaire de faire des codes complets et complexes pour n'en utiliser qu'une partie. C'est avec ce critère en tête que nous avons par exemple préféré utiliser une vision particulière plutôt qu'une vision plasma traduite par l'équation de Vlasov.

Le deuxième chapitre fait l'objet d'une définition succincte des grandeurs fondamentales de l'électromagnétisme ainsi que de rappels de magnétostatique. L'expérience acquise par le passé au sein du laboratoire nous a poussés à utiliser une méthode numérique de type différences finies pour résoudre les problèmes posés. La suite de cette partie fut donc dédiée à la présentation du traitement des équations à résoudre avec le schéma différences finies. Des codes magnétostatique 2D cylindrique, électrostatiques cartésiens 2D et 3D avec ou sans charges libres et enfin PIC 2D puis 3D ont été réalisés.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, ces codes forment un tout indispensable pour la simulation numérique des tubes. Il est cependant possible de dissocier certains aspects du fonctionnement global de la source. Dans le cas du magnétron, l'oscillation du tube est intimement liée aux conditions statiques imposées initialement ou à l'architecture de la cavité résonnante. Nous avons par conséquent travaillé dans un premier temps sur l'aspect magnétique. L'induction magnétique primaire est créée généralement par des aimants

permanents. Un certain nombre de pièces magnétiques sont associées à ces sources de magnétisme pour générer au sein du tube une induction uniforme et la plus importante possible. Nous avons caractérisé l'importance de ces pièces et émis certaines règles de conception pour optimiser les performances du système. La mise en application de ces préceptes a permis d'optimiser les performances d'une source en terme de puissance utile par l'augmentation de près de 25 % de l'induction en modifiant uniquement la géométrie des pièces magnétiques. Nous avons illustré l'importance à accorder à cet aspect magnétique lors de la conception de la source. Outre une éventuelle montée en puissance, cette optimisation peut permettre l'utilisation d'aimants moins onéreux. Du point de vue d'un industriel, les conséquences de cette optimisation sont primordiales. Notons aussi que ce code magnétostatique a fait l'objet d'un effort particulier au niveau de la convivialité, de la génération des structures et l'affichage des résultats, qui fait de lui un véritable «outil pour l'ingénieur».

Pour ce qui est de l'électromagnétisme à froid, nous avons caractérisé plusieurs structures de magnétrons, de type rising-sun ou avec straps, par la répartition fréquentielle de leurs modes. Le mode π , qui est le mode de fonctionnement classique pour ce type de source, a fait l'objet d'une étude plus poussée visant à comprendre l'effet de certains éléments composant la structure sur la variation de sa fréquence de résonance. Nous nous sommes particulièrement intéressés au rôle des straps. Nous avons obtenu une bonne concordance entre la théorie et les résultats issus de nos simulations fdtd 3D aussi bien pour l'ordre des modes présents dans la cavité que pour l'influence des straps sur la répartition de ces modes. Nous avons aussi mené une approche circuit de la cavité par l'intermédiaire d'un circuit équivalent. Les résultats que donne un tel outil sont très intéressants pour prévoir très rapidement, même si ce n'est qu'approximativement, les dimensions pour la synthèse d'une nouvelle architecture. La mise en place d'une technique de détermination indépendante de self et capacité à partir des champs régnant dans la cavité permettra d'adapter le modèle pour des géométries d'anodes exotiques dont la littérature ne donne pas de valeurs de ces éléments sur le mode π . Il appert qu'en terme de temps de calcul, un modèle circuit est beaucoup plus performant qu'un code électromagnétique 3D. Cela dit, les simulations électromagnétiques seront utiles pour confirmer les côtes et prendre en compte d'autres paramètres comme l'influence des autres modes supérieurs ou la transition guide cavité. Là encore, ces études nous ont donnés du recul sur l'influence des différents

éléments composants la cavité, nous permettant par la suite de proposer une géométrie de cavité résonnant à 3 GHz.

La dernière étape de ce travail a consisté en la réalisation d'un code PIC 3D. Nous avons justifié la synthèse au préalable d'un code 2D afin de valider les choix effectués pour traiter notre problème. Nous avons constaté que la vérification du critère de conservation de la charge était intimement liée au traitement des particules entrantes et sortantes. Après avoir validé le code réalisé en deux dimensions, nous avons testé son efficacité sur une structure rising-sun de référence. Au final, les résultats obtenus avec notre code 2D concordent bien avec l'expérimentation en terme de bilan de puissance et avec les simulations vues dans la littérature concernant la mise en place du mode π ou l'influence de certains paramètres. La réalisation de bilan de puissance requière de modéliser la transition cavité guide. Nous avons apporté une solution viable en 2D ou 3D en assimilant cette transition à un milieu à perte placé dans la cavité.

Cette étape, achevée avec succès, nous conforte dans les choix faits pour modéliser les phénomènes d'interaction entre les champs électromagnétiques et la charge d'espace intrinsèques au fonctionnement des tubes électroniques du type magnétron. Le code 2D validé, nous avons développé un code 3D reprenant les solutions envisagées en deux dimensions. L'étape de validation de ce code est la même et permet d'entériner la technique utilisée. Il faut cependant noter qu'à l'heure actuelle, ce code est écrit sous Matlab et que son utilisation sous PC n'est possible que pour des cas canoniques simplistes qui nous ont permis de le valider. Le passage à des structures réalistes nécessite donc une adaptation du code dans un langage permettant l'utilisation de machines très performantes. Ce dernier point n'engendre aucun problème critique et finalement, la démonstration faite sur la possibilité d'obtenir des résultats significatifs en 2D est de bonne augure pour les résultats à venir en trois dimensions.

Ce travail ouvre la voie à de nombreuses possibilités. Nous pouvons émettre des perspectives de deux ordres.

Tout d'abord concernant l'évolution du code PIC en lui-même. Pour certaines structures à géométrie cylindrique, il sera intéressant de passer le code PIC cartésien en cylindrique de façon à mieux prendre en compte l'architecture de la source et d'éviter d'éventuels problèmes sur les interfaces. Par la suite, des perfectionnements pourront être

amenés concernant la modélisation de la loi d'émission, la prise en compte des phénomènes d'émission secondaire ou encore la prise en compte de l'aspect thermique qui peut être un facteur limitant du fonctionnement. Dans ce cas, nous opterons sans doute pour des simulations postérieures aux simulations PIC pour caractériser l'évacuation de chaleur au niveau de l'anode.

L'autre aspect concerne l'utilisation du code. La première étape sera de valider le code 3D sur une structure de référence telle que la source AMN245. Nous aurons finalement un outil performant qui nous permettra de fournir une expertise sur le fonctionnement de tubes à vide. L'aspect numérique sera un bon complément au développement expérimental de ces sources qui permettra de mieux appréhender l'influence de certains phénomènes régissant le fonctionnement de la source.

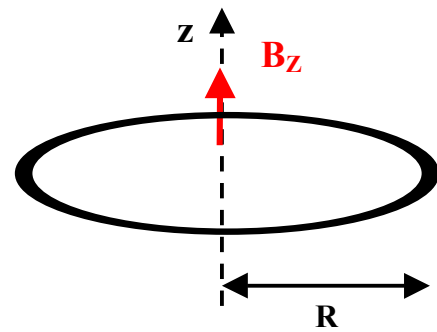
ANNEXES

ANNEXE 1

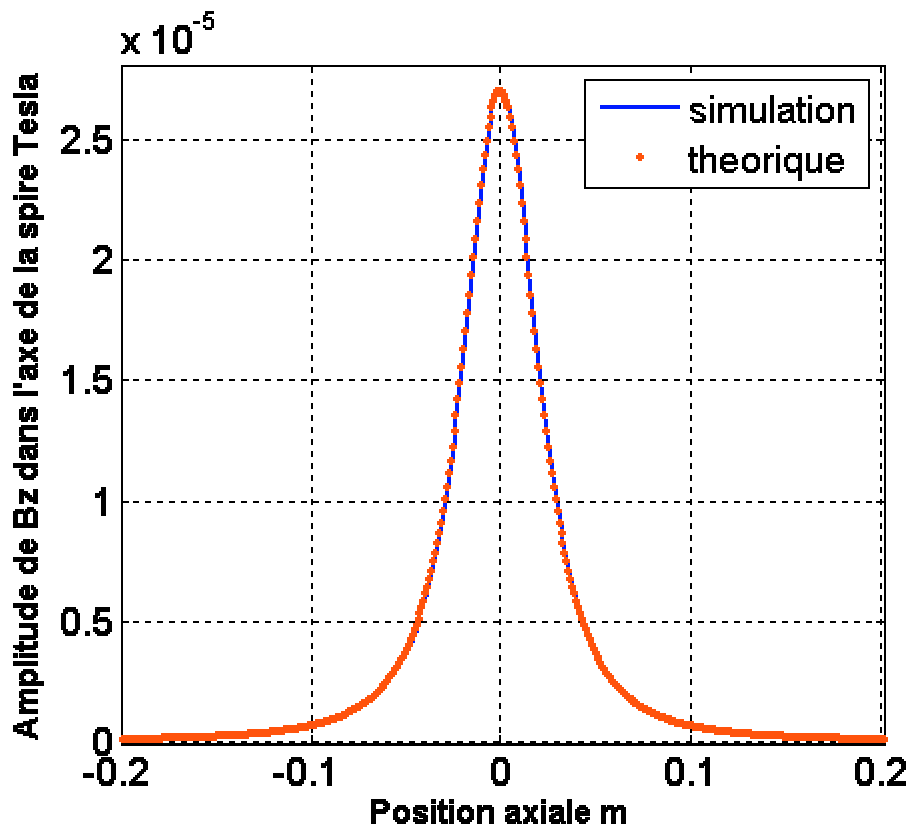
Vérification du code magnétostatique dans le cas d'une spire

Caractéristiques de la spire et du maillage :

Rayon : 30 mm
 Rayon propre : 0.25 mm
 Discrétisation : 1 mm
 Courant d'excitation : 1.29 A
 Self théorique : $1.9216 \cdot 10^{-7}$ H



Courant calculé : 1.2898 A
 Self déduite du flux : $1.9215 \cdot 10^{-7}$ H
 Erreur sur L : 0.0051807 %



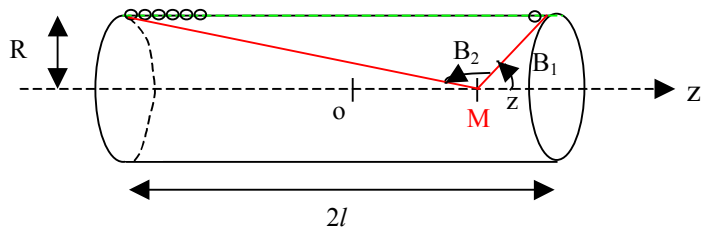
Comparaison de l'induction théorique et calculée pour une spire

ANNEXE 2

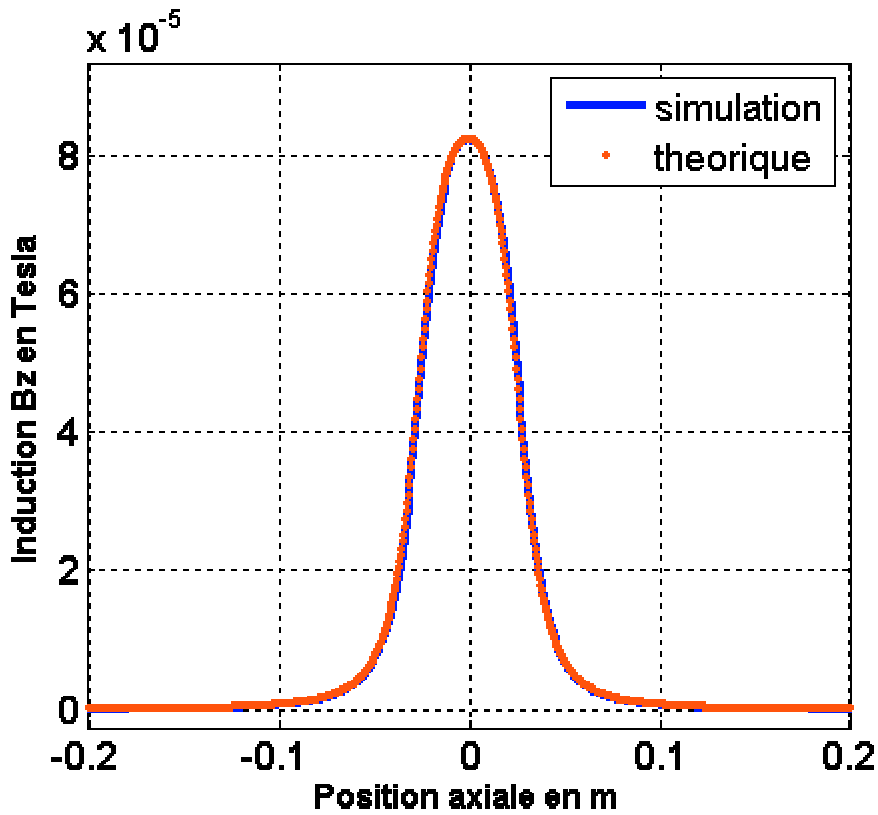
Vérification du code magnétostatique dans
le cas d'un solénoïde

Caractéristiques du solénoïde et du maillage :

Rayon (R):	16 mm
Hauteur (2l):	52 mm
Densité linéique de spire	1000/m
Discrétisation :	1 mm
Courant d'excitation :	4 A



Courant calculé : 3.996 A



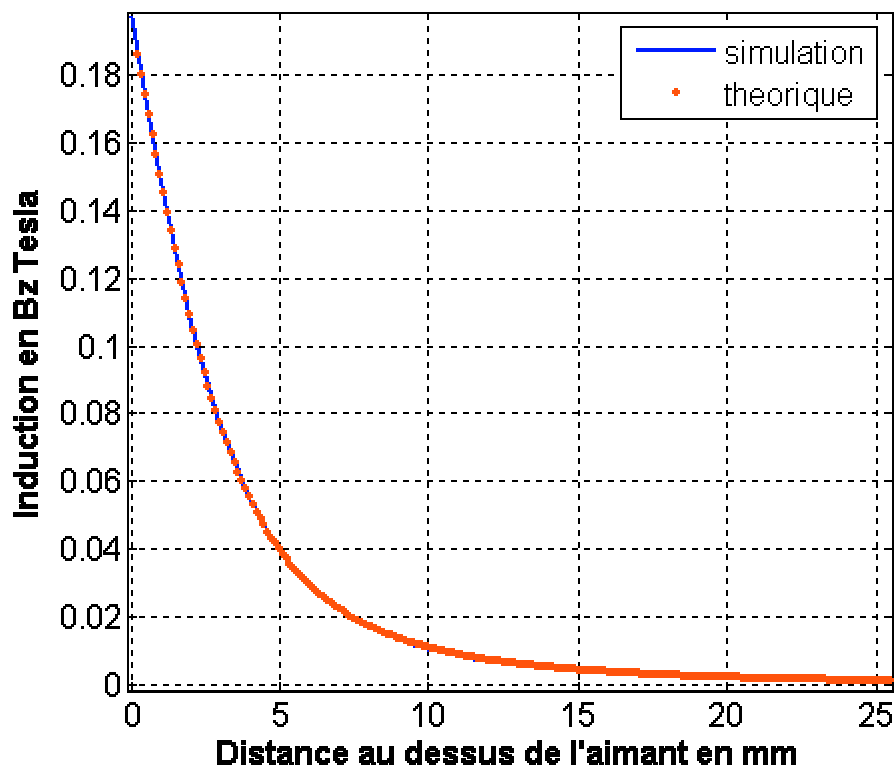
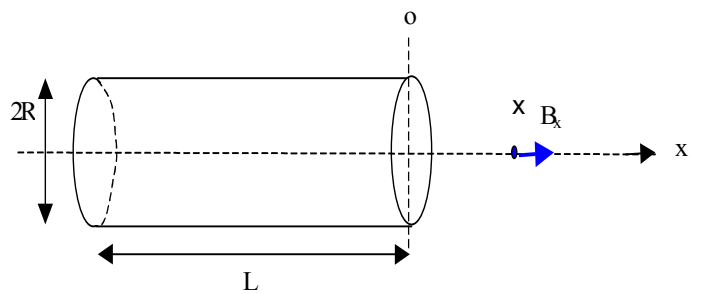
Comparaison de l'induction théorique et calculée pour un solénoïde

ANNEXE 3

Vérification du code magnétostatique dans le cas d'un aimant cylindrique

Caractéristiques de l'aimant cylindrique et du maillage :

Rayon (R):	16 mm
Hauteur (L):	52 mm
Induction rémanente	0.4 T
Discrétisation :	0.5 mm



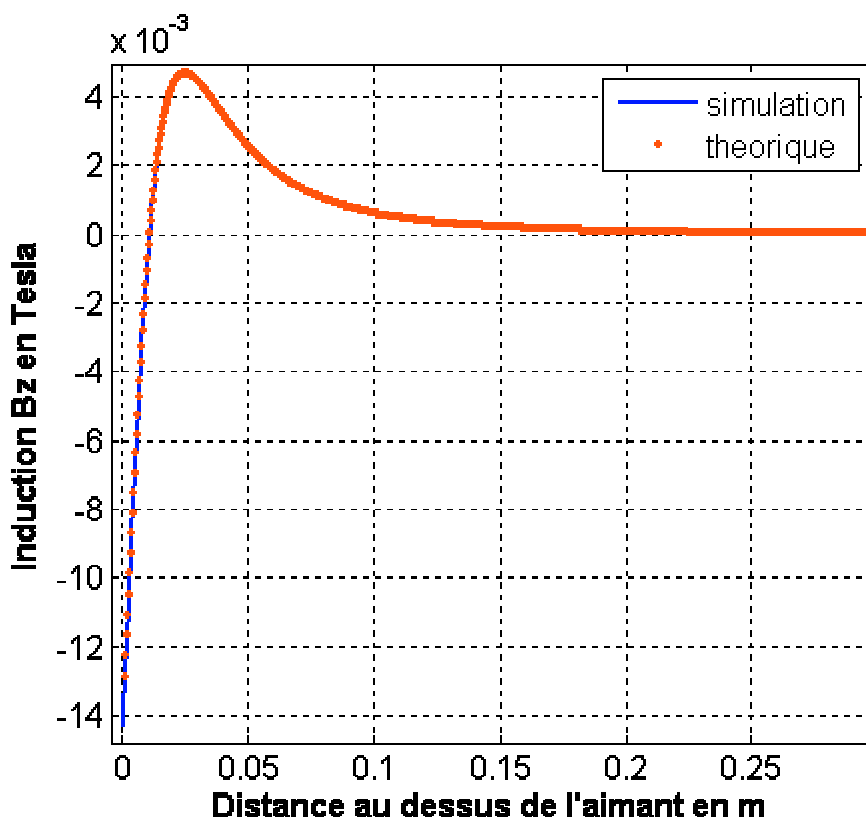
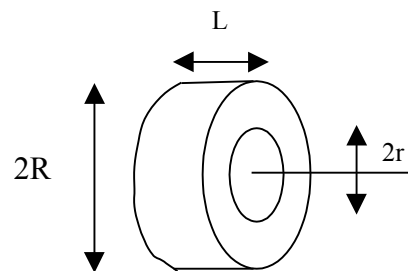
Comparaison de l'induction théorique et calculée pour un aimant cylindrique

ANNEXE 4

Vérification du code magnétostatique dans
le cas d'un aimant annulaire

Caractéristiques de l'aimant annulaire et du maillage :

Rayon intérieur (r) :	18 mm
Rayon extérieur (R) :	36 mm
Hauteur (L):	20 mm
Induction rémanente	0.1 T
Discrétisation :	2 mm



Comparaison de l'induction théorique et calculée pour un aimant annulaire

ANNEXE 5

Discrétisation de l'équation de Laplace, dans un milieu
homogène sans charge, appliquée à l'électrostatique, au sens
des différences finies

1. Détermination du potentiel

Equation de Laplace :
$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Discrétisation :

$$\frac{V(i+1, j, k) - 2*V(i, j, k) + V(i-1, j, k)}{\Delta x^2} + \frac{V(i, j+1, k) - 2*V(i, j, k) + V(i, j-1, k)}{\Delta y^2} + \frac{V(i, j, k+1) - 2*V(i, j, k) + V(i, j, k-1)}{\Delta z^2} = 0$$

soit :

$$V(i, j, k) = \left(\frac{1}{Ce} \right) * \left(\frac{V(i+1, j, k) + V(i-1, j, k)}{\Delta x^2} + \frac{V(i, j+1, k) + V(i, j-1, k)}{\Delta y^2} + \frac{V(i, j, k+1) + V(i, j, k-1)}{\Delta z^2} \right)$$

avec

$$Ce = 2 * \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)$$

2. Détermination du champ électrostatique

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V$$

$$E_x(i, j, k) = -\frac{1}{\Delta x} (V(i+1, j, k) - V(i, j, k))$$

$$E_y(i, j, k) = -\frac{1}{\Delta y} (V(i, j+1, k) - V(i, j, k))$$

$$E_z(i, j, k) = -\frac{1}{\Delta z} (V(i, j, k+1) - V(i, j, k))$$

ANNEXE 6

Vérification du code électrostatique dans le cas d'une ligne microruban

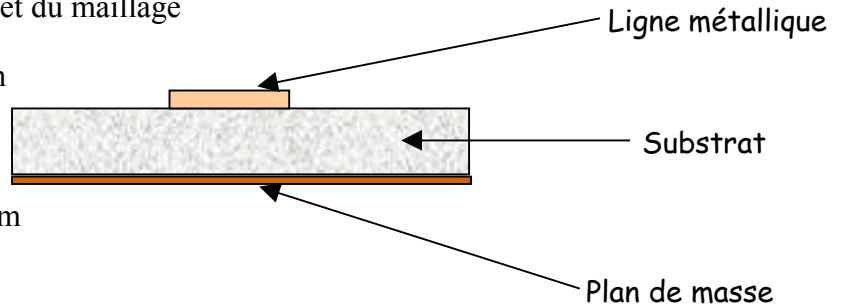
Caractéristiques de la ligne microruban et du maillage

Hauteur du substrat : $h = 16 \text{ mm}$

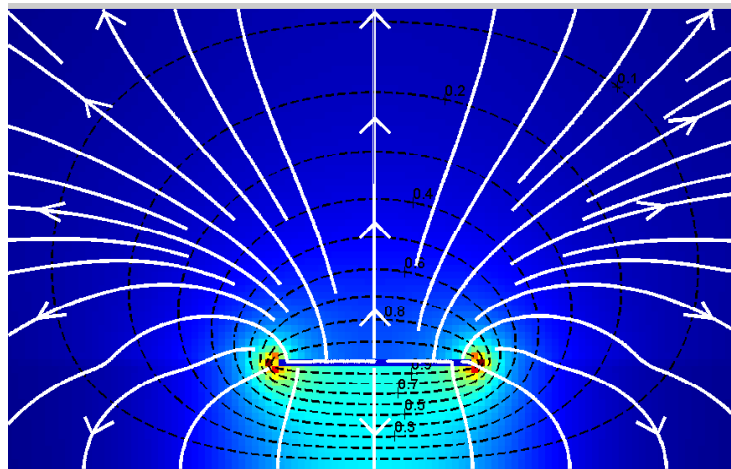
Permittivité du substrat : $\epsilon_r = 4.6$

Largeur de la ligne : $W = 30 \text{ mm}$

Discrétisation : 0.1 mm



Un potentiel de 1 V est appliqué à la ligne. Nous imposons un potentiel nul sur le plan de masse ainsi que sur les limites du domaine de calcul.



Ligne microruban : *ligne de champ électrique (blanc) et équipotentiel (noir)*

Un calcul de la capacité et de la self de la ligne conduit à :

$$C = 130.9 \text{ pF} \quad C_0 = 38.21 \text{ pF} \quad L = 0.29 \text{ } \mu\text{H}$$

Il est alors possible de calculer l'impédance caractéristique de la ligne.

$$Z_c = 48.2 \text{ } \Omega$$

Cette valeur est tout à fait en accord avec les valeurs déduites des modèles analytiques, telle que celle fournie par exemple par F. GARDIOL [81].

$$Z_c = 48.8 \text{ } \Omega$$

ANNEXE 7

Vérification du code électrostatique dans le cas d'une ligne coaxiale

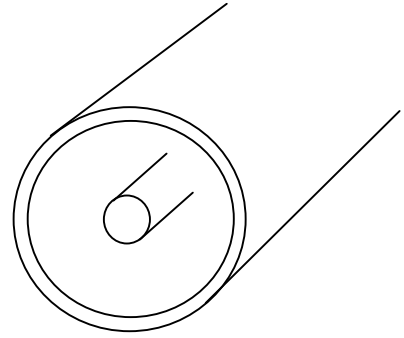
Caractéristiques de la ligne coaxiale et du maillage

Rayon intérieur : $a = 0.5 \text{ mm}$

Rayon extérieur : $a = 2.15 \text{ mm}$

Permittivité du substrat : $\epsilon_r = 3.17$

Discrétisation : $25 \text{ } \mu\text{m}$



Un potentiel de 1 V est appliqué sur l'âme centrale. Le conducteur extérieur est à 0 V.

On peut alors calculer la capacité par unité de longueur.

$$C = \frac{2\pi}{\ln(b/a)} \epsilon \quad (\text{F})$$

De même, on peut déterminer la self (ou inductance linéique).

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln(b/a)$$

Il est aussi possible de définir l'impédance de la ligne par :

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{1}{2\pi} \ln(b/a)$$

Ligne coaxiale

Simulation : $C_0 = 38.15 \text{ pF}$

$C = 120.96 \text{ pF}$

$Z_c = 49.06 \text{ } \Omega$

Analytique : $C = 120.90 \text{ pF}$

$Z_c = 49.09 \text{ } \Omega$

ANNEXE 8

Discrétisation des équations de Maxwell au sens
des différences finies pour un milieu linéaire, homogène,
isotrope et dissipation σ

Discrétisation dans la cellule élémentaire (i,j,k)

1. Composante du champ magnétique

$$H_x^{n+1/2}(i, j, k) = H_x^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{1}{\mu_r} \left[\frac{dt}{\mu_0 dy} (E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)) - \frac{dt}{\mu_0 dz} (E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)) \right]$$

$$H_y^{n+1/2}(i, j, k) = H_y^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{1}{\mu_r} \left[\frac{dt}{\mu_0 dz} (E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k)) - \frac{dt}{\mu_0 dx} (E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)) \right]$$

$$H_z^{n+1/2}(i, j, k) = H_z^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{1}{\mu_r} \left[\frac{dt}{\mu_0 dx} (E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)) - \frac{dt}{\mu_0 dy} (E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k)) \right]$$

2. Composante du champ électrique

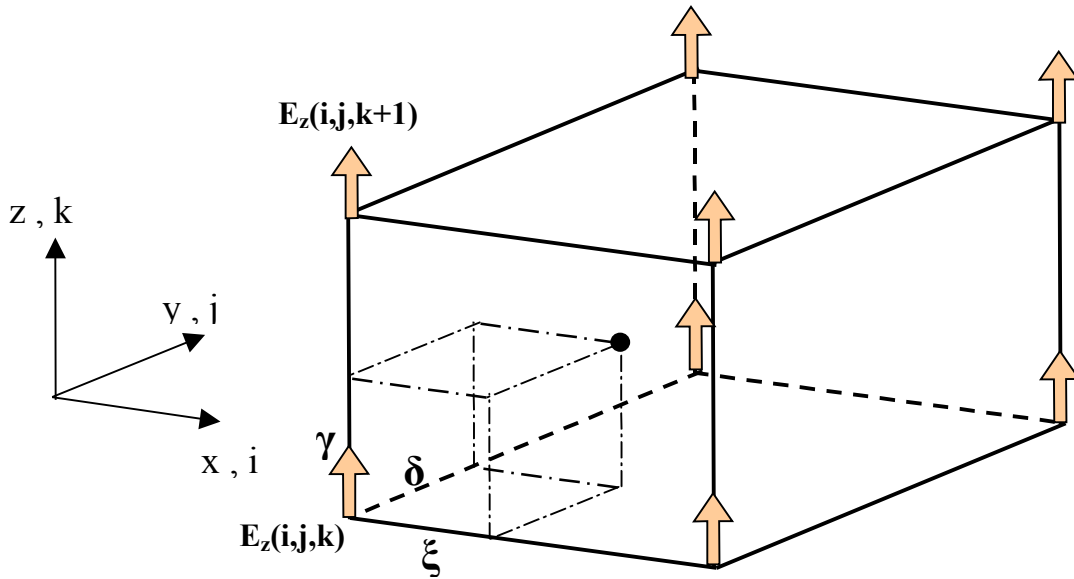
$$E_x^{n+1}(i, j, k) = (2ce - 1)E_x^n(i, j, k) + ce \frac{1}{\varepsilon_r} \left[\frac{dt}{\varepsilon_0 dy} (H_z^{n+1/2}(i, j, k) - H_z^{n+1/2}(i, j-1, k)) - \frac{dt}{\varepsilon_0 dz} (H_y^{n+1/2}(i, j, k) - H_y^{n+1/2}(i, j, k-1)) \right]$$

$$E_y^{n+1}(i, j, k) = (2ce - 1)E_y^n(i, j, k) + ce \frac{1}{\varepsilon_r} \left[\frac{dt}{\varepsilon_0 dz} (H_x^{n+1/2}(i, j, k) - H_x^{n+1/2}(i, j, k-1)) - \frac{dt}{\varepsilon_0 dx} (H_z^{n+1/2}(i, j, k) - H_z^{n+1/2}(i-1, j, k)) \right]$$

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = (2ce - 1)E_z^n(i, j, k) + ce \frac{1}{\varepsilon_r} \left[\frac{dt}{\varepsilon_0 dx} (H_y^{n+1/2}(i, j, k) - H_y^{n+1/2}(i-1, j, k)) - \frac{dt}{\varepsilon_0 dy} (H_x^{n+1/2}(i, j, k) - H_x^{n+1/2}(i, j-1, k)) \right]$$

$$\text{avec } ce = \frac{1}{1 + \frac{\sigma dt}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r}}$$

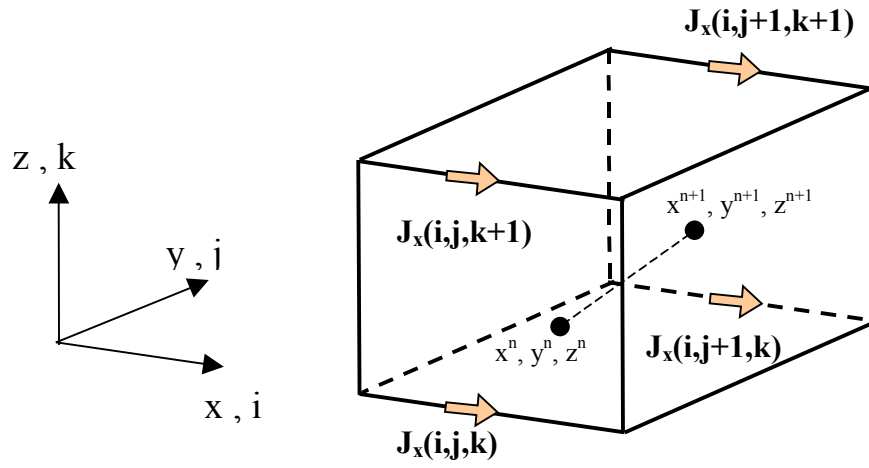
ANNEXE 9

Interpolation des champs sur les particules pour un code 3D
cartésien

Le principe est le même pour les 6 composantes de champ électromagnétique. Nous l'illustrerons seulement pour la composante de champ électrique suivant z. Il est nécessaire de considérer un volume compris entre les 8 composantes les plus proches de la particule. Nous ramenons ensuite sur la particule chaque composante avec une pondération qui dépend de la distance entre la composante en question et la particule comme suit :

$$\begin{aligned}
 E_{z_{particule}} = & E_z(i, j, k) * (1 - \xi)(1 - \delta)(1 - \gamma) + E_z(i + 1, j, k) * \xi(1 - \delta)(1 - \gamma) + \\
 & E_z(i, j + 1, k) * (1 - \xi)\delta(1 - \gamma) + E_z(i + 1, j + 1, k) * \xi\delta(1 - \gamma) + \\
 & E_z(i, j, k + 1) * (1 - \xi)(1 - \delta)\gamma + E_z(i + 1, j, k + 1) * \xi(1 - \delta)\gamma + \\
 & E_z(i, j + 1, k + 1) * (1 - \xi)\delta\gamma + E_z(i + 1, j + 1, k + 1) * \xi\delta\gamma
 \end{aligned}$$

ANNEXE 10

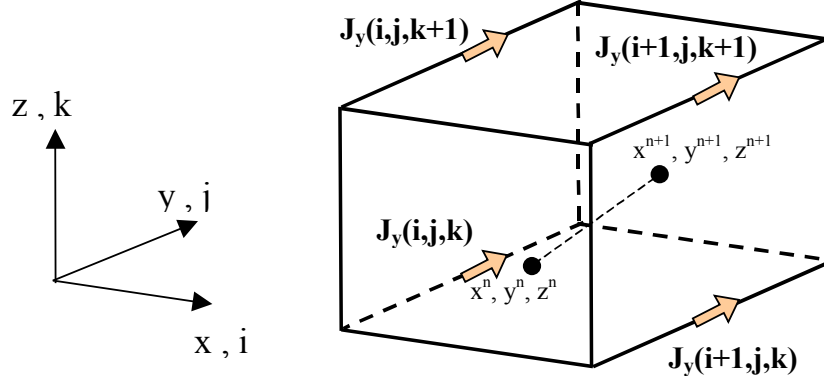
Calcul des densités de courant en 3D, déplacement 4
frontières

$$J_x(i, j, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{x^{n+1} - x^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta y} \left(Y_{j+1} - \frac{y^{n+1} + y^n}{2} \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(Z_{k+1} - \frac{z^{n+1} + z^n}{2} \right)$$

$$J_x(i, j+1, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{x^{n+1} - x^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{y^{n+1} + y^n}{2} - Y_j \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(Z_{k+1} - \frac{z^{n+1} + z^n}{2} \right)$$

$$J_x(i, j, k+1) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{x^{n+1} - x^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta y} \left(Y_{j+1} - \frac{y^{n+1} + y^n}{2} \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(\frac{z^{n+1} + z^n}{2} - Z_k \right)$$

$$J_x(i, j+1, k+1) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{x^{n+1} - x^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{y^{n+1} + y^n}{2} - Y_j \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(\frac{z^{n+1} + z^n}{2} - Z_k \right)$$

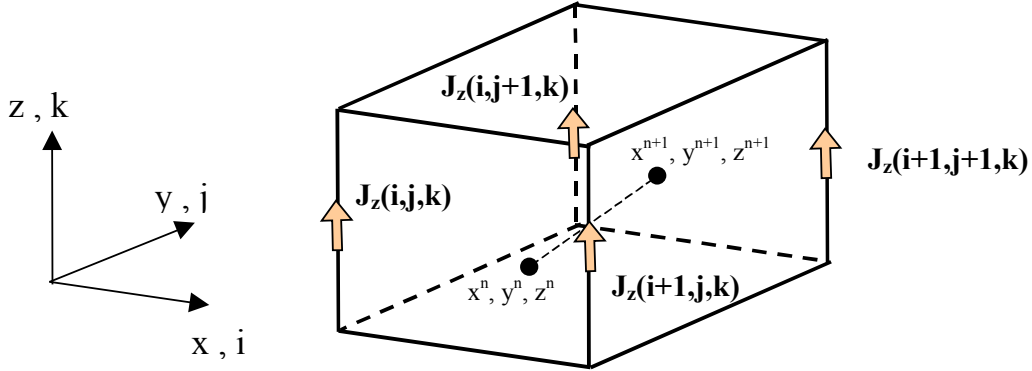


$$J_y(i, j, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{y^{n+1} - y^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(X_{i+1} - \frac{x^{n+1} + x^n}{2} \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(Z_{k+1} - \frac{z^{n+1} + z^n}{2} \right)$$

$$J_y(i+1, j, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{y^{n+1} - y^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{x^{n+1} + x^n}{2} - X_i \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(Z_{k+1} - \frac{z^{n+1} + z^n}{2} \right)$$

$$J_y(i, j, k+1) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{y^{n+1} - y^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(X_{i+1} - \frac{x^{n+1} + x^n}{2} \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(\frac{z^{n+1} + z^n}{2} - Z_k \right)$$

$$J_y(i+1, j, k+1) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{y^{n+1} - y^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{x^{n+1} + x^n}{2} - X_i \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(\frac{z^{n+1} + z^n}{2} - Z_k \right)$$



$$J_z(i, j, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{z^{n+1} - z^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(X_{i+1} - \frac{x^{n+1} + x^n}{2} \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(Z_{k+1} - \frac{z^{n+1} + z^n}{2} \right)$$

$$J_z(i+1, j, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{z^{n+1} - z^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{x^{n+1} + x^n}{2} - X_i \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(Z_{k+1} - \frac{z^{n+1} + z^n}{2} \right)$$

$$J_z(i, j+1, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{z^{n+1} - z^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(X_{i+1} - \frac{x^{n+1} + x^n}{2} \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(Z_{k+1} - \frac{z^{n+1} + z^n}{2} \right)$$

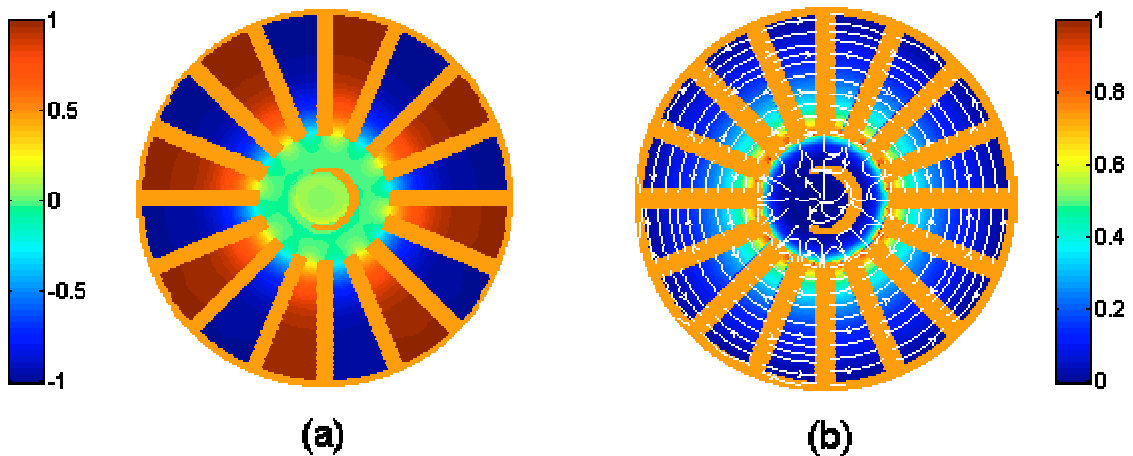
$$J_z(i+1, j+1, k) = \frac{q}{\Delta x \Delta y \Delta z} * \frac{z^{n+1} - z^n}{\Delta t} * \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{x^{n+1} + x^n}{2} - X_i \right) * \frac{1}{\Delta z} \left(\frac{z^{n+1} + z^n}{2} - Z_k \right)$$

ANNEXE 11

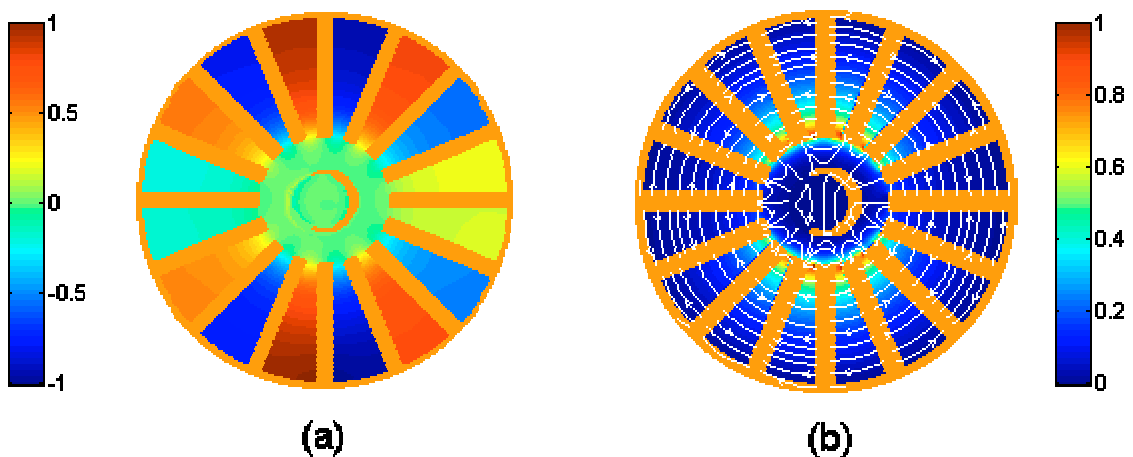
Cartographies des modes fondamentaux du AMN245

Cartographies fréquentielles de champ dans un plan perpendiculaire à l'axe du magnétron (plan xOy).

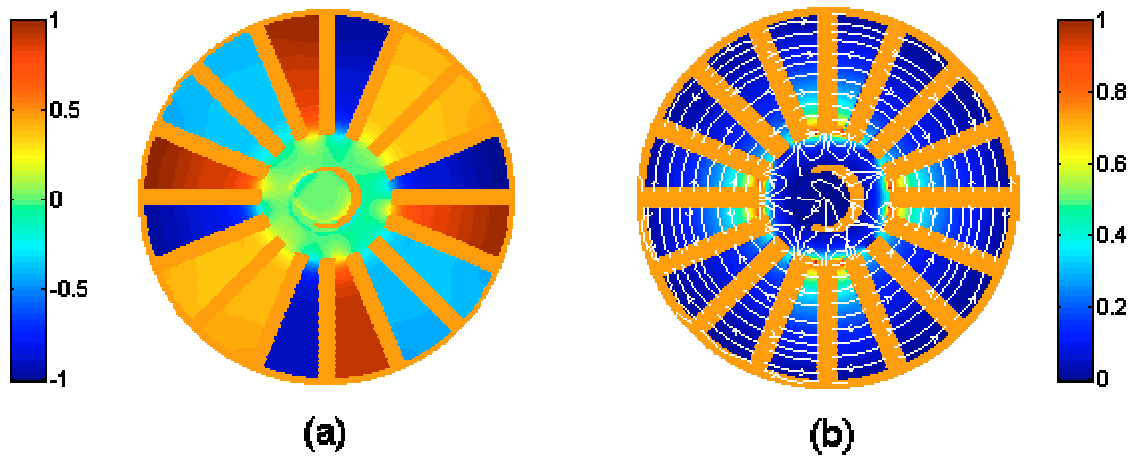
La figure (a) représente la partie réelle du champ magnétique suivant z dans un plan xOy à un instant donné. La figure (b) représente le module normalisé du champ électrique du plan de coupe xOy avec les lignes de champ de champ électrique.



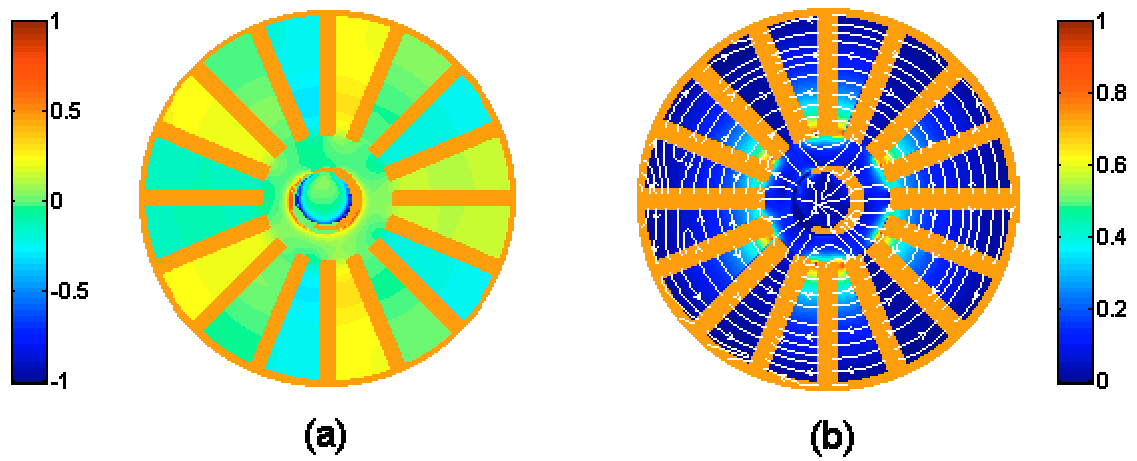
Mode π ($n=8$) à 2.45 GHz



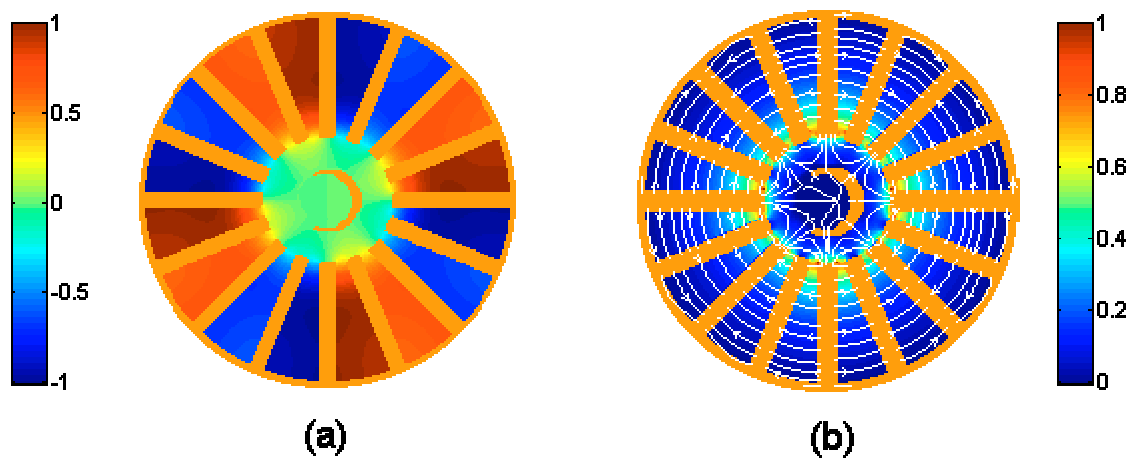
Mode $n=7$ à 3.42 GHz



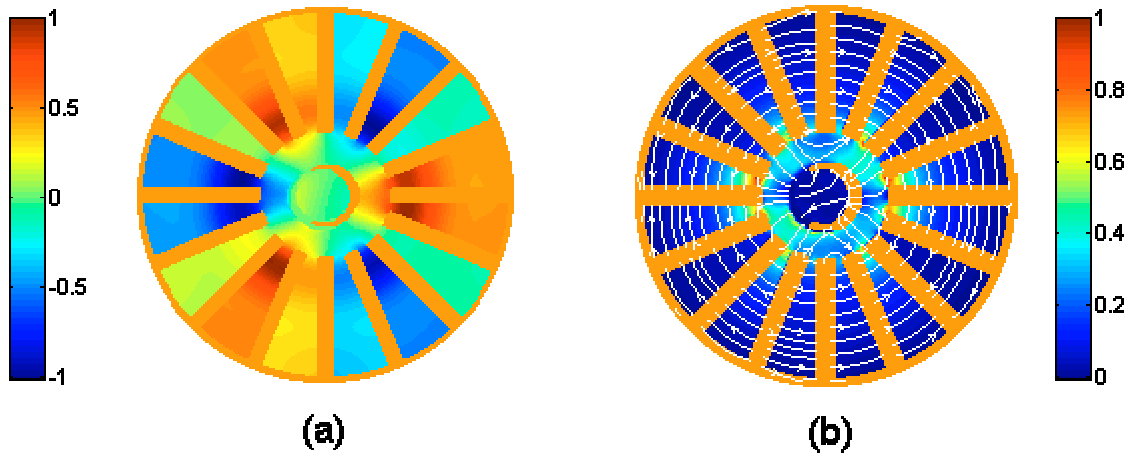
Mode $n=6$ à 5.11 GHz



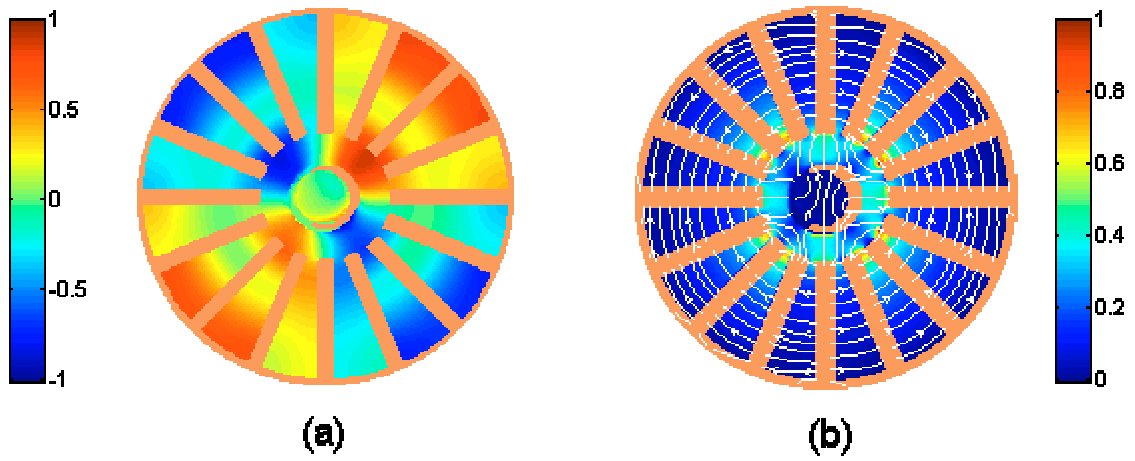
Mode $n=5$ à 6.42 GHz



Mode $n=4$ à 7.22 GHz



Mode $n=3$ à 7.69 GHz



Mode $n=2$ à 8.31 GHz

Résumé:

Ce travail est basé sur la modélisation électromagnétique en présence de charges d'espace. Nous avons d'une part développé un code Particle-In-Cell cartésien avec un algorithme de type Finite Difference Time Domain. Après réalisation et validation d'un code PIC 2D sur une structure de type rising sun, nous avons étendu puis validé le code en 3D. D'autre part, nous avons étudié les aspects statique et électromagnétique inhérents au fonctionnement de tubes électroniques de type magnétron. Cette approche nous a permis de mieux cerner l'influence de divers éléments comme les straps et d'émettre in fine certaines règles pour faciliter la synthèse de nouvelles sources. Cette étude permet de disposer de codes pour optimiser ou développer de nouvelles sources.

Mots clés : bilan de puissance, charge d'espace, électromagnétisme, FDTD, magnétron, modélisation, Particle-In-Cell, simulation 2D et 3D.

Abstract:

This work deals with electromagnetic modelisation in the presence of space charges. On the one hand, we developed a Particle-In-Cell code with an algorithm of the Finite Difference Time Domain type. After realisation and validation of a 2D PIC code on a rising sun structure, we extended then validated the code in 3D. In addition, we studied the inherent static and electromagnetic aspects in the electronics tubes of magnetron type operation. This approach allowed us best encircled influence of various elements like the straps and to emit at last certain rules to optimise the synthesis of new sources. This study makes it possible to have codes to optimise or develop new sources.

Key words: power efficiency, space charge, electromagnetism, FDTD, magnetron, modelisation, Particle-In-Cell, 2D and 3D simulation