

N° d'ordre : 17-2004

UNIVERSITÉ DE LIMOGES
ÉCOLE DOCTORALE Science - Technique - Santé
Faculté des Sciences et Techniques

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR EN ÉLECTRONIQUE

Discipline : "Électronique des Hautes Fréquences et Optoélectronique"

Spécialité : "Diffraction Électromagnétique"

présentée et soutenue par

Samuel BESSE

le jeudi 23 septembre 2004

**ÉTUDE THÉORIQUE DE RADARS GÉOLOGIQUES :
analyses de sols, d'antennes et interprétation des signaux**

JURY :

François Reynaud, *Professeur, IRCOM, Limoges*

Président

Christian Pichot, *Directeur de recherche au CNRS, LEAT, Nice*

Rapporteur

Marc Saillard, *Professeur, institut Fresnel, Marseille*

Rapporteur

Pierre Borderies, *Ingénieur de recherche, ONERA, Toulouse*

Examineur

Valérie Ciarletti, *Maître de conférences, CETP, Vélizy*

Examineur

Christophe Guiffaut, *Chargé de recherche au CNRS, IRCOM, Limoges*

Examineur

Alain Reineix, *Directeur de recherche au CNRS, IRCOM, Limoges*

Examineur

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué à la faculté des sciences de l'Université de Limoges, au sein de l'Institut de Recherche en Communication Optiques et Microondes.

Je remercie Monsieur Alain Reineix, Directeur de Recherche au CNRS, qui a bien voulu assurer la direction de cette thèse, pour son accueil, sa gentillesse, son soutien et ses précieux conseils.

J'adresse toute ma reconnaissance à Monsieur Christian Pichot et Marc Saillard qui m'ont fait l'honneur d'accepter la tâche de rapporteur. J'associe à ces remerciements les autres membres du jury : Pierre Borderies, Valérie Ciarletti, Christophe Guiffaut et surtout Monsieur François Reynaud qui en a accepté la présidence.

Je remercie mes lecteurs : ma soeur, mon beau-frère, Didier... qui m'ont fait (re)découvrir certaines règles subtiles de la langue française et qui ont permis à certaines de mes phrases de mieux transmettre l'essence de mes pensées.

Je remercie infiniment Monsieur Pierre Faugeras pour la confiance qu'il m'a témoigné en me proposant d'intervenir dans la formation de jeunes étudiants en BTS « génie » optique.

J'exprime une profonde reconnaissance envers toutes les personnes qui m'ont permis de supporter ces trois années de travail. En particulier, Christophe Guiffaut et Alain Reineix qui ont su être bien plus que des collègues de travail. Je salue également très chaleureusement mes partenaires de danse et mes amis plongeurs.

Étant donné que ce manuscrit ainsi que la présentation orale ont été réalisés avec OpenOffice sous Linux (il y a moins bien mais c'est plus cher), je remercie la communauté de développeurs de logiciels libres.

Enfin, je salue toutes celles et tous ceux qui m'ont aidé ou qui me sont chères. À défaut de pouvoir être exhaustif aujourd'hui, je tâcherai de ne pas vous oublier...

À mes parents...

Table des matières

INTRODUCTION.....	11
PARTIE I : SURFACES RUGUEUSES ET MILIEUX HETEROGENES.....	15
1- Introduction.....	16
1.1- Sol type.....	16
1.2- Définition et paramètres de la rugosité.....	16
2- Génération de surfaces rugueuses et de milieux hétérogènes.....	19
2.1- Les méthodes stochastiques.....	19
2.1.a Génération d'une échelle de rugosité.....	19
2.1.b Les méthodes hybrides, combinaison de plusieurs rugosités.....	22
2.2- Introduction aux fractales.....	23
2.2.a Dimension fractale.....	23
2.2.b Fractales déterministes.....	26
2.2.b.i fractale autosimilaire.....	26
2.2.b.ii fractale auto-affine.....	27
2.2.b.iii Autre exemple : la courbe de Takagi.....	28
2.2.c Fractale statistique.....	29
2.2.d Fractales physiques : préfactales !.....	30
2.3- Génération de surfaces rugueuses : les méthodes basées sur les fractales.....	31
2.3.a Fractales définies par une fonction : Modèle de Weierstrass.....	31
2.3.b Fonction Brownienne.....	32
2.3.c Les cratères de la Lune.....	32

2.3.d Structures définies par un processus itératif : la méthode Diamond-Square.....	33
2.3.d.i Génération de profils par le processus itératif dit de la méthode des diamants... ..	33
2.3.d.ii Génération de surfaces par la méthode "diamond-Square".....	36
2.3.d.iii Génération de volumes par la méthode "Diamond-Square4D".....	40
2.3.e Une variante : la méthode dite Square-Square.....	42
2.3.f Conclusion sur les méthodes DS et SS.....	44
2.4- Opérations sur les surfaces et les volumes.....	44
2.4.a Seuillage.....	44
2.4.b Détermination de la statistique.....	46
2.5- Confrontation et intérêt par rapport à des données de terrain.....	46
2.6- Discussion sur la génération de surfaces et de milieux.....	48
3- Détermination de la diffraction engendrée par la rugosité de surface et l'hétérogénéité des matériaux.....	49
3.1- Théorie de la rétrodiffusion (backscattering).....	49
3.1.a Rappels sur la polarisation.....	49
3.1.b Généralités sur la rétrodiffusion.....	50
3.1.c Coefficient de diffraction, SER et coefficient de diffusion.....	51
3.2- Les méthodes rigoureuses : FDTD, MoM.....	52
3.2.a FDTD.....	53
3.2.b MoM.....	54
3.3- Autres méthodes.....	55
4- Conclusions relatives à la première partie.....	57

PARTIE II : RADAR GPR - ETUDE D'ANTENNES.....59

1- Le radar GPR (Ground Penetrating Radar).....	60
1.1- Principe de fonctionnement d'un GPR.....	60
1.2- Applications.....	61
1.3- Quelques modes d'émissions.....	61
1.3.a Modulation d'amplitude AMCW.....	62
1.3.b Modulation de fréquence FMCW.....	62
1.3.c Radars à saut de fréquence.....	64
1.4- Quelques antennes.....	64
1.4.a Antennes spirales.....	65
1.4.b Antennes papillons.....	66
1.4.c Antennes log-périodiques.....	68
1.4.d Antennes fractales.....	69
1.4.e Autres antennes large bande.....	70
1.5- Diagramme de rayonnement en champ du dipôle élémentaire.....	71

1.5.a Dipôle élémentaire posé sur un sol sans pertes d'indice n.....	71
1.5.b Dipôle élémentaire proche d'une interface.....	73
2- Antenne Wu-King.....	76
2.1- Définition d'une antenne de Wu-King et calcul des paramètres.....	76
2.2- Validation des paramètres : répartition des courants.....	78
2.3- Comportement de l'impédance.....	79
2.3.a Configuration dipôle.....	79
2.3.b Configuration monopole.....	80
2.4- Rendement, S11, T.O.S.....	84
2.5- Diagramme de rayonnement - Antenne de Wu-King posée sur le sol.....	88
2.5.a Comparaison entre calcul analytique et méthode numérique FDTD.....	88
2.5.b Comparaison du gain entre dipôle et monopole de Wu-King.....	90
2.5.b.i Diagramme de rayonnement dans la configuration la plus courante.....	90
2.5.b.ii Gain au nadir en fonction de la fréquence.....	92
2.5.b.iii Gain en fonction de l'impédance du milieu.....	92
2.5.b.iv Influence sur la forme d'onde en champ lointain.....	94
2.6- Détermination du champ lointain dans le cas d'un sol avec ou sans pertes.....	96
3- Études complémentaires.....	99
3.1- Autre profil de résistance pour réduire les pertes.....	99
3.1.a introduction.....	99
3.1.b Premier exemple d'application.....	100
3.1.c Deuxième exemple d'application.....	103
3.2- Étude de la tolérance des composants.....	106
3.3- Propriétés de l'antenne dans la bande de fréquence : 0-50 MHz.....	107
4- Antenne située près d'une interface diélectrique.....	112
4.1- Antenne de Wu-King à la hauteur h d'un sol.....	112
4.1.a Impédance de l'antenne à la hauteur h d'un sol.....	112
4.1.b Diagramme de rayonnement à la hauteur h d'un sol.....	113
4.2- Validation du modèle de Holland.....	115
4.2.a Modélisation d'un fil.....	115
4.2.a.i Maillage d'un fil métallique.....	115
4.2.a.ii Rappel sur le formalisme de Holland.....	116
4.2.b Dipôles dans le vide - comparaison des deux méthodes.....	118
4.3- Dipôle au dessus d'une interface.....	120
4.3.a Impédance.....	120
4.3.b Fréquence de résonance d'un dipôle au dessus d'un sol.....	121
4.3.c Vérification expérimentale.....	122
4.4- Fil infini à proximité d'une interface.....	123
5- Conclusions relatives à la deuxième partie.....	125

PARTIE III : INTERPRETATION DES ECHOS RADAR - PROBLEME INVERSE.....127

1- Généralités sur la propagation des ondes EM.....	128
1.1- Exemples de matériaux.....	128
1.1.a Propriétés générales des matériaux.....	128
1.1.b Cas particulier de l'eau.....	129
1.1.c Cas particulier de la neige et la glace.....	129
1.2- Évolution des paramètres selon la fréquence et la conductivité.....	129
1.2.a Constante de propagation et épaisseur de peau.....	130
1.2.b Coefficients de réflexion et de transmission d'onde plane.....	131
1.2.c Coefficients de réflexion et de transmission d'onde plane en présence d'un gradient d'indice.....	132
2- Radar fixe - Modèle à une dimension.....	135
2.1- Fonction de transfert pour un parcours.....	135
2.1.a A l'émission.....	136
2.1.b Réception.....	138
2.2- Somme de tous les parcours.....	139
2.3- Bilan de liaison en puissance.....	141
2.4- Généralisation de la méthode.....	142
2.4.a Gradient d'indice.....	142
2.4.b Objets diffractants.....	142
2.5- Exemple de réalisation.....	143
2.6- Conclusion.....	147
3- Inversion du problème à une dimension.....	148
3.1- Introduction au problème inverse.....	148
3.2- Introduction aux algorithmes génétiques.....	150
3.2.a Qu'est-ce-que l'algorithme génétique.....	150
3.2.b La fonction objectif et la fonction de "fitness".....	152
3.2.c L'algorithme génétique face aux autres méthodes.....	152
3.3- Application au problème 1D.....	153
3.3.a Adaptation à notre cas.....	153
3.3.b Signal analytique.....	156
3.3.b.i Recherche de trois milieux.....	156
3.3.b.ii Recherche de trois milieux au lieu de deux.....	160
3.3.b.iii Conclusions.....	160
3.3.c Signal FDTD ne répondant pas au modèle.....	161
3.3.c.i Mise en jambe.....	161
3.3.c.ii Combien d'interfaces faut-il chercher ?.....	164
3.3.c.iii Configuration très réaliste.....	166
3.3.c.iv Configuration avec un milieu hétérogène.....	168

3.4- Conclusions relatives au problème inverse.....	169
4- Décomposition d'un signal en signaux élémentaires.....	172
4.1- Méthode par TF et TF-1.....	172
4.2- Méthode de Prony.....	174
5- Radars mobiles.....	176
5.1- Représentation des données radar.....	176
5.1.a Objet diffractant dans un milieu homogène.....	176
5.1.b La migration de données.....	179
5.2- Polarisation rectiligne ou circulaire ?.....	179
5.3- Méthode de simulation.....	180
5.4- Traces d'objets usuels et interprétation des B-scans.....	181
5.4.a Tuyau dans un milieu hétérogène.....	182
5.4.b Tuyaux inclinés.....	183
5.4.c Scènes diverses.....	185
5.4.c.i Premier exemple.....	185
5.4.c.ii Deuxième exemple.....	186
5.5- Conclusion sur les radars mobiles.....	187
6- Conclusions relatives à la troisième partie.....	189
CONCLUSION.....	191
ANNEXE 1 - Calcul de la rétrodiffusion par la méthode des équations intégrales (IEM).....	194
ANNEXE 2 - Calcul analytiquement de la fréquence de résonance d'un dipôle.....	195
BIBLIOGRAPHIE.....	197

INTRODUCTION

Les radars (Radio Detection And Ranging) jouent un rôle grandissant pour la prospection non destructive dans des domaines aussi variés que le génie civil ou le spatial. Dans le premier cas, il s'agit de détecter des structures enfouies tels que des canalisations, des mines ou encore des objets archéologiques. Dans le second cas, des satellites en orbite autour d'une planète permettent de cartographier de vastes régions. Une dernière application plus exotique concerne les radars à destination de Mars : posés sur la planète, ils doivent établir les preuves de la présence ou non d'eau sous forme liquide dans le sous-sol.

Lorsqu'on illumine un sol à la surface rugueuse ou un milieu hétérogène par une onde électromagnétique, cette dernière est diffractée dans toutes les directions de l'espace. Pour des radars SAR (Synthetic Aperture Radar) en orbite autour de la Terre ou embarqués à bord d'avions, la rétrodiffusion (back-scattering) est utilisée comme source d'information et autorise la déduction de nombreuses caractéristiques du terrain. Ainsi, l'interprétation des images SAR permet de connaître la hauteur des vagues, de suivre l'évolution des nappes d'hydrocarbures à la surface de l'eau, de déduire le taux d'hydratation des plantes, de prévoir le rendement des récoltes [1]... Au contraire, dans l'application qui nous intéresse, c'est-à-dire la détection d'objets enfouis ou la caractérisation de couches géologiques, l'écho dû à la rugosité du sol est pénalisant car il masque la réponse de l'objet recherché. Cet écho de sol également appelé bruit de "speckle" a donc une nature fondamentalement différente du bruit d'origine électronique. En effet, rappelons ici que les étages d'émission et de réception du radar contiennent des éléments actifs et passifs qui génèrent leur propre bruit. Ce bruit en général d'origine thermique se caractérise par un petit nombre de paramètres : température de bruit de l'antenne, facteur de bruit des transistors... De plus, il est souvent assimilable à un bruit blanc gaussien, et de fait, il peut être pris en compte relativement simplement. A l'inverse, il est extrêmement plus délicat de relier le bruit de speckle avec la géométrie de la surface rugueuse ou l'hétérogénéité du sol. De toutes façons, la configuration exacte d'un sol constitue rarement une information intéressante. Dans la plupart des cas, l'identification de quelques paramètres caractéristiques, comme par exemple la hauteur moyenne quadratique de la surface, suffit à atteindre le niveau de détection souhaité.

Les premières activités radar de l'équipe ont débuté dans le cadre d'une coopération avec le service aéronomie du CNRS. Il s'agissait d'étudier l'antenne radar de la mission Mars'98 [58] via des modèles numériques. Ce thème de recherche a été poursuivi avec l'étude du GPR (Ground Penetrating Radar) de la mission Netlander pour le compte du CETP (Centre d'étude des Environnements Terrestre et Planétaires). Il ne s'agissait plus seulement d'étudier l'antenne et ses interactions avec son environnement mais également d'apporter nos réflexions sur l'interprétation des signaux radar. Aujourd'hui, le projet Netlander a été abandonné en raison de restrictions budgétaires mais d'autres missions toujours en partenariat avec le CETP devraient se concrétiser d'où la poursuite du développement du radar.

Pour pouvoir sonder le sol jusqu'à une profondeur de 2500 m, le radar de sondage de sol martien a des caractéristiques très spécifiques : il doit fonctionner dans une bande de fréquence autour de 2 MHz, là où les pertes diélectriques sont faibles. Ne voulant pas rester cantonnée à cette application très particulière, l'équipe a voulu élargir son domaine de compétences aux radars géologiques ayant des applications dans le domaine du génie civil. Pour avoir en plus une approche expérimentale, l'équipe a acquis le RAMAC, un radar GPR de la société ABEM. Différentes configurations autorisent son fonctionnement pour des fréquences s'étendant de 30 MHz à 1 GHz, soient des fréquences bien différentes de celles des radars à destination de Mars. Cependant, l'étude de ces deux configurations nécessite le développement d'outils de modélisation communs.

Le but de cette recherche est l'amélioration de la prospection non destructive en général. Pour y réussir, plusieurs voies peuvent être explorées. Par exemple, l'optimisation des antennes et (ou) une meilleure compréhension des mécanismes de rayonnement permettent respectivement d'augmenter le rapport signal sur bruit et d'améliorer les algorithmes de traitement des signaux et d'inversion de données. L'approche envisagée ici est de recourir à des simulations rigoureuses qui permettent de se focaliser sur les phénomènes physiques en faisant abstraction des problèmes d'ordre expérimental. On entend donc ici par phénomènes physiques les problèmes de diffraction électromagnétique, la réponse des cibles, le couplage entre les antennes, le bruit de speckle... Le fouillis électromagnétique ambiant et le bruit des instruments, qui altèrent les signaux mesurés et compliquent leur interprétation, font quant à eux partie des problèmes expérimentaux. Ils sont eux aussi cruciaux mais nécessitent une recherche spécifique qui n'a pas trouvé sa place dans cette étude. En effet, il est naturel de procéder par étapes : un modèle d'inversion doit avant tout fonctionner avec des données contenant le minimum de bruit, c'est-à-dire avec le bruit de speckle mais sans le bruit d'origine instrumental. Bien que les modèles introduits dans les méthodes numériques soient à l'origine d'incertitudes de calcul, les simulations rigoureuses permettent d'obtenir de telles données. Enfin, l'avantage de la simulation par rapport à une expérimentation faite sur le terrain est la connaissance du résultat auquel doit aboutir l'algorithme d'inversion.

Un des buts plus spécifique de cette thèse est la mise au point d'une méthode d'inversion pour un radar de sondage du sous-sol de Mars. Il s'agit de retrouver le maximum d'informations relatives au sol à partir d'un ou plusieurs échos mesurés par le radar. Par exemple, la détermination des permittivités et des conductivités de chaque couche géologique constituerait une avancée significative dans le domaine.

Pour s'approcher au mieux de la réalité et prendre en compte de manière réaliste le bruit de speckle, le développement d'outils numériques générant des surfaces rugueuses et des milieux hétérogènes s'est avéré nécessaire. Il est alors possible grâce aux simulations d'établir à partir de quel niveau de rugosité un algorithme d'inversion ou de migration de données est mis en défaut.

Comme les données de tous ces radars sont toujours obtenues ou retranscrites dans le domaine temporel, il est nécessaire de bien comprendre et de bien maîtriser la forme du signal émis. Il faut donc faire une étude approfondie de la sensibilité de l'impédance et du gain de l'antenne face aux principaux paramètres environnementaux, à savoir : l'indice du sol et la distance de l'antenne par rapport au sol.

Afin de répondre à chacun des problèmes posés, l'étude a été décomposée en trois parties :

La 1^{ère} partie de ce mémoire porte sur les problèmes relatifs aux sols réalistes. Tout d'abord, les sols seront caractérisés par un ensemble de paramètres. Ensuite, des surfaces rugueuses et des milieux hétérogènes seront créés par quelques algorithmes décrits de manière détaillée. Enfin, une étude bibliographique des différentes méthodes numériques et analytiques permettant de calculer le champ diffracté par de tels sols conduira à justifier pourquoi la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD) a été choisie.

La 2^{ème} partie rappelle le principe de fonctionnement du radar puis les idées directrices qui guident la réalisation des antennes large bande. Ensuite, les propriétés d'une antenne amortie selon le modèle de Wu-King seront examinées avec attention car ce type d'antenne est susceptible d'équiper les futures missions vers Mars. En particulier, nous verrons comment ces paramètres varient selon des grandeurs telles que : la permittivité du sol ou la hauteur de l'antenne par rapport au sol. Par ailleurs, une étude de l'antenne dans un fonctionnement plus haut en fréquence que celui habituellement retenu conduira à la possibilité de réduire la zone aveugle du radar.

La 3^{ème} partie relative à l'interprétation des échos radar propose un modèle analytique déterminant le signal reçu lorsque le sol se compose d'une succession d'interfaces planes. Combiné à un algorithme génétique et à une minimisation par gradient conjugué, ce modèle permet d'inverser des résultats de simulations. Comme il fait intervenir des grandeurs telles que : l'épaisseur de peau, les coefficients de réflexion et de transmission entre deux interfaces, une bonne compréhension des limitations de la méthode d'inversion nécessite une étude pour connaître la sensibilité de ces grandeurs face aux paramètres suivants : la conductivité, la permittivité et la fréquence. Enfin, dans le cadre des radars mobiles, une méthodologie permettant l'obtention de B-scans est développée pour visualiser la signature d'objets.

PARTIE I : SURFACES RUGUEUSES ET MILIEUX HETEROGENES

La mer, l'écorce d'un arbre, un champ labouré, bref, la plupart des objets naturels présente une certaine rugosité de surface. Dans le cas des milieux hétérogènes, la notion de rugosité de surface peut s'étendre à la notion de rugosité de texture. Dans ce cas, ce n'est plus la hauteur qui varie avec la position mais la composition du milieu (permittivité, conductivité et plus rarement perméabilité).

Dans cette partie, les caractéristiques des interfaces rugueuses et des milieux hétérogènes seront définies. Nous verrons ensuite différentes méthodes pour générer de telles structures : d'abord via des méthodes stochastiques puis par des algorithmes inspirés par les fractales. Il sera alors possible dans la troisième partie de tester le fonctionnement d'un algorithme d'inversion face à des données correspondant à des sols réalistes. Que la rugosité constitue l'information ou qu'elle masque la signature des objets recherchés, il faut calculer sa rétrodiffusion. Nous verrons donc une rétrospective des principales méthodes numériques et analytiques employées à la résolution de ce problème.

1- Introduction

1.1- Sol type

Dans de nombreuses applications et notamment dans le domaine du radar, nous devons introduire dans les logiciels de simulation des modèles de sols se rapprochant au mieux de la réalité. Comme l'illustre la figure 1, un sol se présente sous forme de différentes strates encore appelées couches géologiques séparées par des interfaces rugueuses. Ces strates arborent des caractéristiques très variées. Par exemple, le sable ou la neige sont le plus souvent considérés comme des matériaux homogènes. Cependant, si en raison du tassement la densité du matériau augmente avec la profondeur alors il est nécessaire de prendre en compte le gradient d'indice qui en résulte. Dans le cas d'un remblai constitué de pierres concassées (ballast des voies ferrées), le milieu apparaît comme constitué d'un matériau homogène (sables ou air) contenant des objets eux aussi homogènes aux formes aléatoires (pierres).

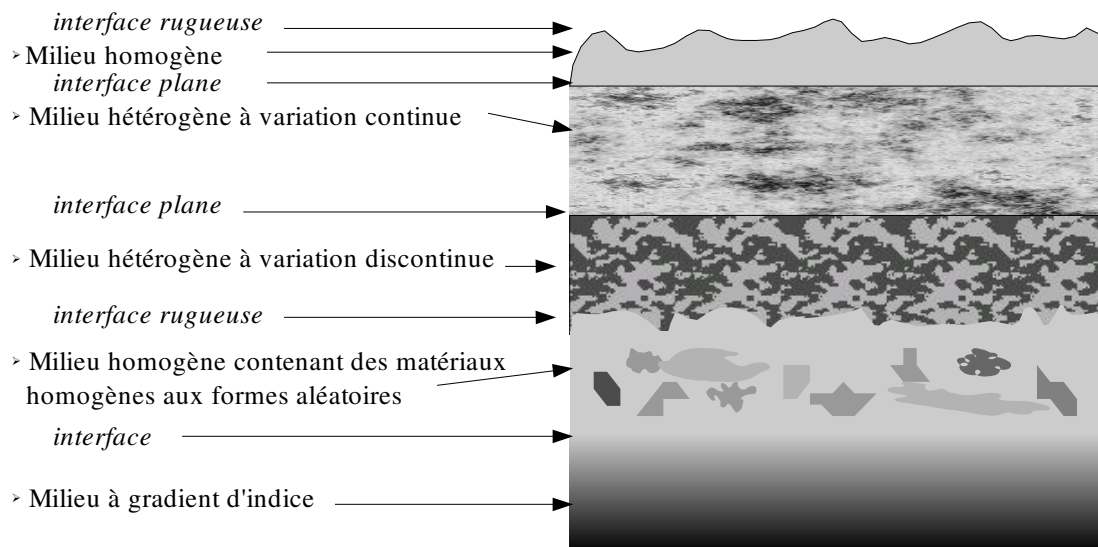


Figure 1 : modèle de sol stratifié et différentes catégories de couches géologiques

1.2- Définition et paramètres de la rugosité

Il existe plusieurs catégories de rugosités, suivant que les défauts sont périodiques ou aléatoires. Par exemple, les bases compactes utilisées pour la mesure d'antennes utilisent un ou des miroir(s) métallique(s). Lors de l'usinage d'un miroir, des défauts périodiques peuvent résulter des différents passages de la fraiseuse [3]. En revanche, la rugosité de surface d'un terrain quelconque n'a aucune raison d'être périodique et satisfait plus certainement à des lois statistiques. Étant donné

notre application orientée rugosité naturelle dans le cadre du radar géologique, nous nous intéresserons uniquement au second type de rugosité. Afin de caractériser ces surfaces rugueuses aléatoires, il convient de définir un ensemble de paramètres et de fonctions permettant de donner des indications sur leurs propriétés spatiales.

Pour ne pas alourdir le texte, les différents concepts seront définis dans le cadre d'un profil rugueux sachant qu'ils sont généralisables aux surfaces rugueuses et aux volumes hétérogènes. Suivant le cas, le paramètre r désignera l'une des entités suivantes :

- si l'on désire obtenir un profil rugueux dans un espace à deux dimensions, alors r représente l'abscisse de la courbe ;
- si l'on désire construire une surface définie par l'ensemble des points $M(x,y)$ alors :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad ;$$
- dans le cas d'un milieu hétérogène défini par l'ensemble des valeurs de permittivité et de conductivité en chaque point $M(x,y,z)$ de l'espace : $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Un profil rugueux est donc défini par une fonction $h(r)$ ou par un échantillonnage $h(i.dr)=h_i$.

Le paramètre le plus connu et très influent sur le rayonnement rétrodiffusé est la **hauteur moyenne quadratique** h_{rms} (1). Ce paramètre renseigne sur la verticalité du profil. Si deux surfaces ne se différencient que par h_{rms} , alors celle dont h_{rms} est la plus grande est probablement la plus rugueuse. En désignant la hauteur moyenne du profil par $\langle h \rangle$, alors h_{rms} est calculable à l'aide de :

$$h_{rms} = \sqrt{\lim_{L \rightarrow +\infty} \frac{1}{L} \int_{r=0}^L (h(r) - \langle h \rangle)^2 dx} \quad \text{ou} \quad h_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} [h(i.dr) - \langle h \rangle]^2} \quad (1)$$

avec L la longueur du profil ou n le nombre de points.

L'autre paramètre largement répandu dans la littérature est la **longueur de corrélation** L_C (2) : elle renseigne sur l'horizontalité du profil en désignant la longueur caractéristique d'un défaut. Elle est définie par le décalage pour lequel la **fonction d'autocorrélation normalisée** du profil vaut $1/e$. Rappelons que la fonction d'autocorrélation normalisée d'une surface rugueuse est décroissante. Elle vaut 1 en $r=0$ (maximum de corrélation) et tend vers 0 lorsque r tend vers l'infini. Si deux surfaces ne se différencient que par L_C , alors elle est d'autant plus rugueuse que L_C est petite.

$$Corr(r) = \frac{1}{h_{rms}^2} \lim_{L \rightarrow +\infty} \frac{1}{L} \int_0^L (h(x) - \langle h \rangle) \cdot (h(r+x) - \langle h \rangle) dx \quad (2.a)$$

$$Corr(L_C) = \frac{1}{e} \quad (2.b)$$

Remarque : Pour les surfaces on devrait plutôt parler de contour de corrélation C_C . Mais si la rugosité est isotrope alors C_C est un cercle et son rayon correspond à L_C . Si le contour est une ellipse alors on donnera le demi-grand axe et le demi-petit axe.

Un autre paramètre beaucoup moins utilisé est la *moyenne quadratique de la dérivée* du profil m_{rms} (3). Ce paramètre est peu commode puisque la valeur de m_{rms} peut dépendre de la définition de la dérivée spatiale h et la mesure montre que le résultat dépend du pas d'échantillonnage [2]. Notons ici que si la valeur de la dérivée change selon la finesse de la mesure, alors cela traduit le caractère fractal des objets réels (contour continu mais pas dérivable).

$$m_{rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} [h'(i) - \langle h'(i) \rangle]^2} \quad (3)$$

Le paramètre m_{rms} donne une relation entre la dimension verticale et la dimension horizontale mais nous venons de dire que la dérivée est parfois difficile à déterminer. Il est souvent plus commode d'utiliser le rapport h_{rms}/L_C dont le calcul ne pose aucun problème [30].

Enfin, le *spectre spatial* (4) permet également d'obtenir des indications intéressantes sur les propriétés de la surface. En particulier, la représentation du spectre spatial en coordonnées log-log intervient fréquemment pour rendre compte de mesures effectuées sur le terrain car elle permet de visualiser rapidement l'ordre de grandeur des "défauts" de la surface.

$$H_{dB}(f_s) = 20 \log |TF(h(r))| \quad (4)$$

2- Génération de surfaces rugueuses et de milieux hétérogènes

Nous présenterons dans cette section diverses techniques permettant d'introduire de la rugosité au niveau d'une interface et comment générer des milieux hétérogènes. Dans un premier temps, nous rappellerons les méthodes stochastiques. Ensuite, une introduction sur les fractales nous conduira à la description de quelques algorithmes itératifs.

2.1- Les méthodes stochastiques

2.1.a Génération d'une échelle de rugosité

Les méthodes stochastiques sont historiquement les plus anciennes pour générer des surfaces rugueuses. Elles sont simples à mettre en oeuvre et font directement intervenir les paramètres de la rugosité ce qui permet de les caractériser facilement.

Cette méthode consiste à convoluer une suite de nombres aléatoires $v_{i,i \in I}$ à répartition gaussienne avec une autre suite $\omega_{i,n \in I}$ calculée à partir de la fonction W telle que $\omega_i = W(i, \Delta r)$. Cette fonction W a sa densité spectrale de puissance égale à la racine carrée de la densité spectrale de puissance d'une fonction d'autocorrélation choisie. Cette méthode permet d'obtenir une suite de hauteur h_n qui peut être considérée comme l'échantillonnage du profil et dont la fonction d'autocorrélation sera celle choisie par avance.

$$h_n = \sum_{i \in I} v_i \omega_{n-i} \quad (5)$$

Principalement deux fonctions d'autocorrélation sont rencontrées : la gaussienne C_g et l'exponentielle C_e .

$$C_g(r) = \exp\left(-\left(\frac{r}{L_c}\right)^2\right) \quad (6.a)$$

$$C_e(r) = \exp\left(-\left|\frac{r}{L_c}\right|\right) \quad (6.b)$$

Cependant, pour mieux approcher les mesures expérimentales, on introduit parfois la fonction de Karmann C_D (7). Cette forme plus générale fait intervenir le paramètre D correspondant à une dimension fractale pour les hautes fréquences spatiales [20] (le terme de "dimension fractale" sera défini ultérieurement page 23). On peut remarquer que les fonctions d'autocorrélation gaussienne et exponentielle correspondent à des cas particuliers de fonction de Karmann avec respectivement $D=1$ et $D=1,5$.

$$C_D(r) = \exp\left(-\left|\frac{r}{L_C}\right|^{2(2-D)}\right) \quad (7)$$

Par exemple, pour les fonctions d'autocorrélation les plus utilisées, on montre que :

$$W_g(r) = TF^{-1}\left[\sqrt{TF(C_g)}\right] \propto e^{-2\frac{r^2}{L_c^2}} \quad W_e(r) = TF^{-1}\left[\sqrt{TF(C_e)}\right] \propto K_0\left(\frac{r}{L_c}\right) \quad (8)$$

... avec K_0 la fonction de Bessel de seconde espèce à l'ordre 0.

Remarque : Pour accélérer le calcul numérique, la convolution est déterminée en calculant la FFT inverse du produit des FFT correspondant aux deux séries. Ceci est d'autant plus important pour la convolution des surfaces ou des volumes.

La figure 2 montre deux profils engendrés par une la fonction d'autocorrélation respectivement gaussienne et exponentielle. Nous constatons lors de ce type d'essai qu'avec la même série de nombres aléatoires, la fonction d'autocorrélation exponentielle engendre un profil plus chaotique que la fonction d'autocorrélation gaussienne. Cela s'explique par la dérivée de C_e en zéro qui est discontinue alors que C_g présente une tangente horizontale.

La figure 4 montre que les fonctions d'autocorrélations souhaitées et calculées coïncident parfaitement pour $|x| < L_C$ alors que pour $|x| > L_C$ les fonctions calculées présentent un certain nombre d'oscillations. Ceci est dû à la longueur finie des profils calculés. Plus le support du profil est grand et plus les oscillations s'estompent. Il est communément admis que L_C est correctement définie pour un profil supérieur à $10L_C$ [4].

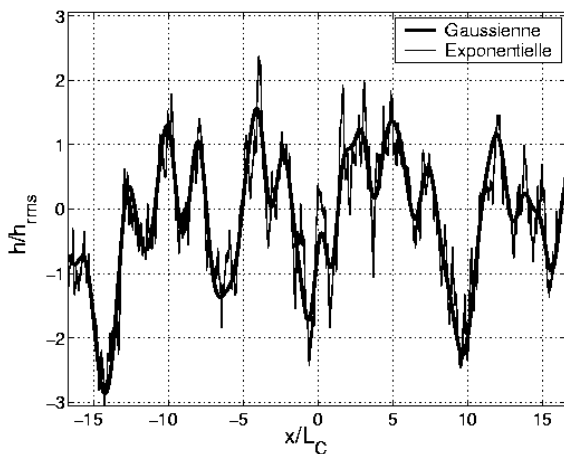


Figure 2 : exemple de réalisation de profils stochastiques

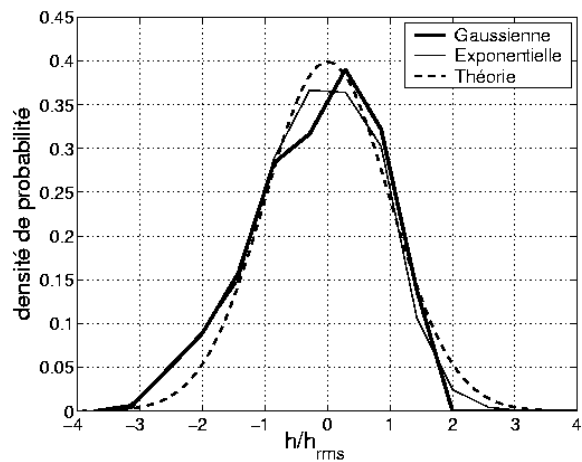


Figure 3 : densité de probabilité théorique et calculée à partir des profils figure 2

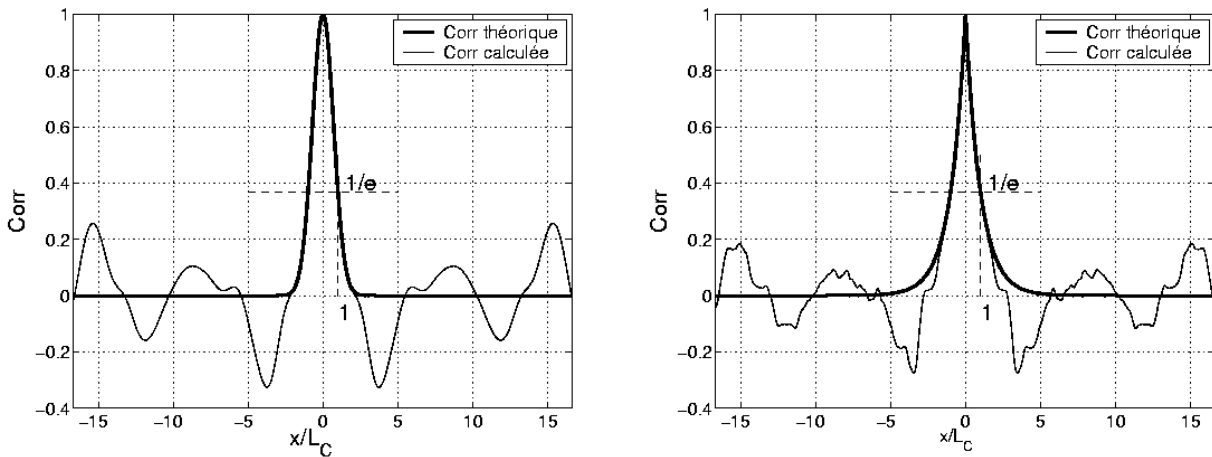


Figure 4 : fonction d'autocorrélation gaussienne (à gauche) et exponentielle (à droite) théorique et calculée à partir des profils figure 2

Par ailleurs, les méthodes stochastiques permettent de connaître la loi de répartition des hauteurs (ou de la pondération en permittivité...). La densité de probabilité de cette répartition est une fonction gaussienne.

$$p(h) = \frac{1}{h_{rms} \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{h^2}{2h_{rms}^2}} \quad (9)$$

L'expression du spectre des surfaces stochastiques est déduite simplement puisque ces surfaces s'obtiennent à partir de la convolution entre un bruit blanc Gaussien et une fonction W. Le spectre est alors égal à la transformée de Fourier de la fonction W.

La richesse du spectre traduit le caractère multi-échelle de la surface. D'après la figure 5, les surfaces à fonction d'autocorrélation exponentielle ont un spectre plus varié que celles à fonction d'autocorrélation gaussienne. La fonction de Karmann permet quant à elle d'obtenir toute les nuances entre ces deux résultats et même au delà. Nous verrons plus loin que la pente de l'asymptote à la courbe pour des fréquences tendant vers l'infini est liée à une dimension fractale (équation 25 page 47).

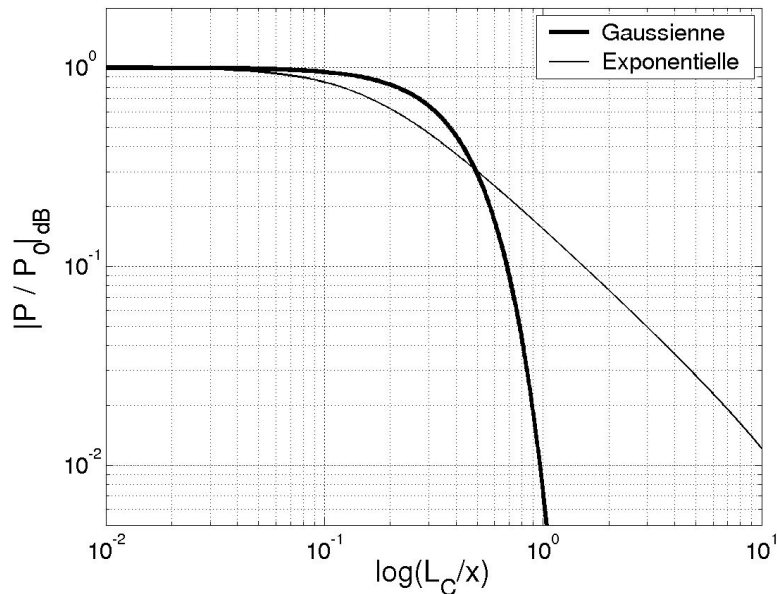


Figure 5 : Spectre spatial normalisé par rapport au max d'un profil stochastique Gaussien et exponentiel

Remarque : Deux surfaces peuvent avoir la même longueur de corrélation, la même valeur moyenne quadratique et avoir des formes très différentes (cf. figure 2). D'où l'intérêt d'un paramètre sur la pente ou du spectre spatial.

2.1.b Les méthodes hybrides, combinaison de plusieurs rugosités

La description d'une surface rugueuse par les seules valeurs d'une hauteur moyenne quadratique h_{rms} et d'une longueur de corrélation L_C ne suffit pas toujours. Ceci se comprend aisément en remarquant que la genèse d'un sol s'effectue en plusieurs étapes par l'application de phénomènes physique différents chacun opérant à une échelle donnée. Pour tenir compte des différents types de rugosité, il est possible de faire la somme de plusieurs surfaces ayant chacune sa propre moyenne quadratique, sa propre longueur de corrélation, voire sa propre fonction d'autocorrélation [17]. On aboutit finalement à une surface multi-échelle où chaque échelle correspond à une valeur de L_C et où la rugosité de chaque échelle dépend essentiellement du couple (h_{rms}, L_C) . Dans le cas d'un champ cultivé (cf. figure 6), la surface a deux échelles bien distinctes correspondant respectivement aux sillons et aux mottes de terre. Si toutefois, on multiplie le nombre d'échelles intervenant dans la caractérisation de la surface alors elle s'apparentera de plus en plus à une fractale. C'est ainsi que l'on peut faire le lien entre surfaces stochastiques et fractales.

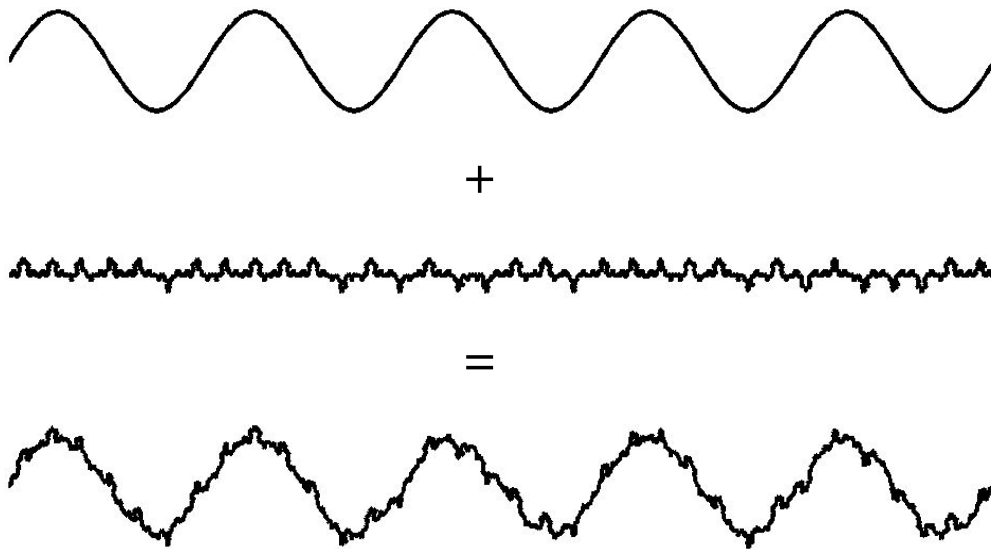


Figure 6 : Dans le cas d'un champ nous avons affaire à deux types de rugosité : la rugosité des mottes de terre se superpose aux sillons parfaitement réguliers creusés par la charrue. On pourrait aussi imaginer l'action de l'érosion qui a pour effet de lisser les reliefs et de creuser des ravines.

2.2- Introduction aux fractales

Le terme "fractal" n'a été introduit qu'en 1975 par B.B. Mandelbrot et signifie : qui a été fractionné à l'infini, du latin "fractus" dérivé du verbe "frangere", briser. Il s'agit là d'une définition très générale qui offre de nombreuses libertés.

Un objet fractal présente des détails quel que soit le facteur d'échelle considéré. Et c'est bien là l'intérêt des modèles fractals par rapport aux méthodes stochastiques. Leur intérêt est encore accru pour l'étude de la diffraction d'une impulsion électromagnétique large bande puisque par définition, cette dernière contient une grande variété de longueurs d'ondes. De plus, les études initiées par Benoît B. Mandelbrot [5][6] puis J.F. Gouyet [7] ou B. Sapoval [8] ont montré que de nombreux objets naturels peuvent se décrire par des modèles fractals.

2.2.a Dimension fractale

La courbe de Peano-Hilbert résultant d'un processus itératif se confond à l'infini avec une surface (cf. figure 7). Or, partant du principe qu'une ligne est de dimension 1 et qu'une surface est de dimension 2, il y a là un sérieux problème nécessitant la remise en question du concept de dimension. Les plus grands mathématiciens de l'époque comme Lebesgue, Brouwer, Hausdorff, Poincaré, ... se penchèrent sur le problème dans les années 1910-1920 en cherchant à définir une dimension pour des espaces topologiques et métriques abstraits qui généraliserait la dimension euclidienne. La difficulté réside dans la nécessaire coïncidence, non seulement avec cette dernière, mais aussi avec la dimension que l'on rencontre dans les espaces vectoriels "usuels".

Plusieurs définitions possibles de la dimension métrique ont été ainsi proposées, plus ou moins aisées à obtenir en pratique et ne donnant pas toutes le même résultat. Ces dimensions métriques (à priori différentes des dimensions topologiques pour les objets fractals) peuvent être chacune prise comme définition de la dimension fractale de l'objet en question. Ainsi, les dimensions de Bouligand-Minkowski, de Tricot (aussi appelée d'entassement), de Hausdorff-Besicovitch, ne conduisent pas toujours à une même valeur ce qui rend problématique la définition et l'interprétation de la dimension fractale D .

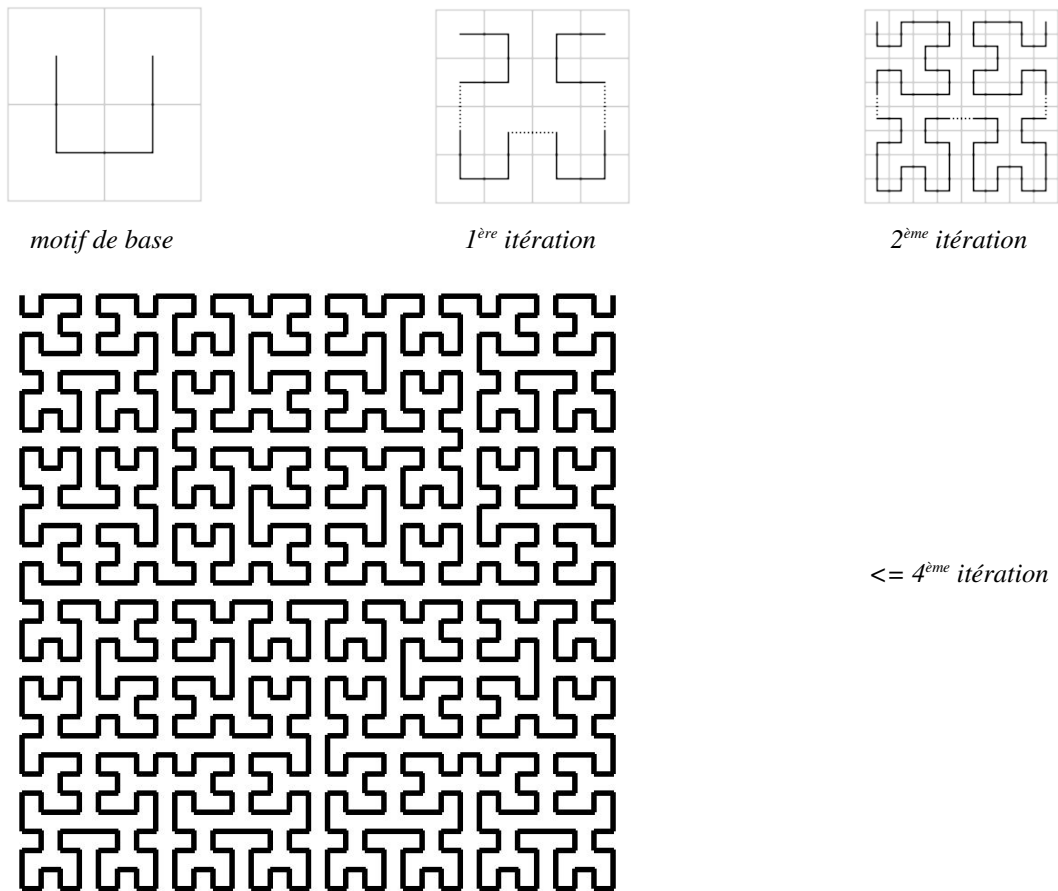


Figure 7 : Courbe de Peano-Hilbert. Le passage d'une itération à la suivante consiste à diviser la taille de la courbe par deux. Simultanément, diminuer la grille d'un facteur deux. Placer quatre copies de la courbe dans la grille. Les deux du bas restent inchangées tandis que les deux du haut subissent une rotation de 90° (l'une vers la droite, l'autre vers la gauche). Pour finir, connecter les quatre pièces par des segments horizontaux ou verticaux. La courbe ainsi obtenue ne contient aucun point double, aucune intersection et pourtant elle finit par remplir l'intérieur d'un carré ($D_S=2$).

La manière la plus commode pour mesurer la longueur d'une courbe est de choisir une règle étalon de longueur l et de dénombrer les $N(l)$ règles nécessaires pour suivre cette courbe (méthode du compas). Ainsi, pour un objet usuel, la limite du produit $l.N(l)$ lorsque l tend vers zéro existe et cette limite représente la longueur de la courbe. En revanche, pour une courbe fractale, cette méthode conduit à une longueur d'autant plus grande que l'étalon est petit, la longueur tend même vers l'infini lorsque l tend vers zéro. Une autre méthode permettant de calculer la dimension fractale

d'une courbe est la méthode des boîtes avec $N(l)$ le nombre de pavés de côté l recouvrant la courbe. Les méthodes du compas et des boîtes figure 8 sont compatibles entre elles (elles aboutissent à la même limite) et permettent de déterminer une dimension fractale parfois désignée sous le nom de dimension de Bouligand-Minkowski (10). La dimension de Bouligand-Minkowski est en réalité définie de manière bien plus générale dans un espace de dimension quelconque où des boules de diamètre l remplacent les règles ou les pavés cités ci-dessus.

$$D = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{\ln N(l)}{\ln l} \quad (10)$$

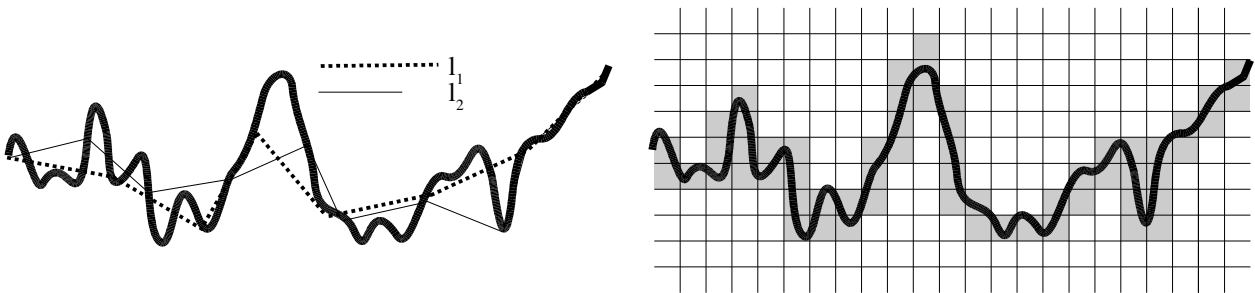


Figure 8 : Mesure de la dimension fractale d'une courbe par la méthode du compas avec deux règles de longueurs différentes (à gauche) et par la méthode des boîtes (à droite)

Une autre définition possible de la dimension fractale souvent retenue est celle de Hausdorff-Besicovitch. Dans le cas simple d'une structure fractale auto-similaire (cf. exemples figure 9), la dimension de Hausdorff-Besicovitch égale la dimension de Mandelbrot (encore appelée dimension de similarité) notée D_s . Par exemple, quand la fractale est construite à partir d'un procédé géométrique itératif elle se détermine avec la formule (11). À l'étape de croissance i , la structure est constituée de η répliques de celle obtenue à l'étape $(i-1)$, chaque réplique étant réduite d'un rapport d'homothétie k . Ce type de fractale a la propriété d'être exactement semblable à elle-même à une dilatation près : on parle alors de similitude interne ou de fractale auto-similaire.

$$D_s = \frac{\ln \eta}{\ln(1/k)} \quad (11)$$

Pour Mandelbrot, une structure est fractale si elle possède une dimension métrique strictement supérieure à la dimension topologique. Rappelons ici que si les objets géométriques sont constitués d'un ensemble de points, la dimension topologique est $d_T=0$; si ils sont constitués d'éléments de courbe, $d_T=1$, d'éléments de surfaces, $d_T=2$, d'éléments de volumes, $d_T=3$. Or d'après l'expression (11) et contrairement aux objets usuels euclidiens, la dimension d'un objet fractal est généralement non entière.

Remarque : Dans la pratique, la dimension fractale est en générale comprise entre la dimension topologique et la dimension euclidienne c'est-à-dire entre d_T et d_T+1 . En effet, si la dimension fractale d'une courbe ($d_T=1$) est supérieure à 2 cela veut dire qu'elle contient une infinité de points doubles.

Les fractales sont utilisées ici comme outils pour générer la rugosité. Cependant, les fractales ne se réduisent pas à une vue de l'esprit des mathématiciens. Richardson a constaté en 1961 que de nombreuses côtes peuvent se décrire par des fractales. Lovejoy a déterminé que les nuages présentent une dimension voisine de 1,33 pour des échelles allant de 10 à 10⁴km (en considérant le périmètre du projeté d'un nuage). Les travaux de Skjeltorp en Norvège (1988) ont montré que la dimension fractale de la structure fracturée d'une monocouche de microsphères (en polystyrène sulfoné) est de l'ordre de 1,68. Le réseau de fractures de Yucca Mountain dans le Nevada a une dimension fractale de 1,7. Karcz et Scholz ont publié en 2003 [9] une étude sur les stylolites¹ : ils ont mesuré des dimensions fractales allant de 1,12 à 1,25 suivant leur provenance. Des poumons pouvant contenir un volume de 5 litres d'air possèdent une surface d'échange de 140m² : cette surface possède une dimension fractale proche de 3 afin de remplir au mieux le volume et d'optimiser les échanges gazeux. Des modèles fractals sont désormais fréquemment utilisés pour décrire la percolation, les milieux poreux, les polymères, les aérogels, la diffusion des particules dans un matériau, ou encore la croissance des arbres, fougères et autres mycéliums... Tous ces exemples ont été discutés par Mandelbrot [5][6], Gouyet [7], Sapoval [8] et bien d'autres.

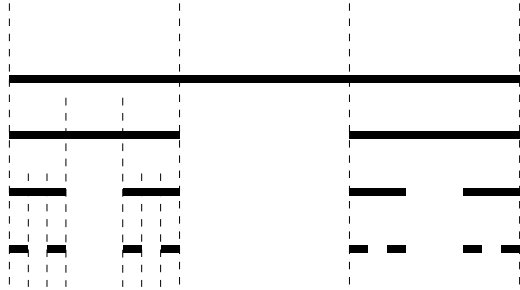
L'application la plus directe et la plus simple de la géométrie fractale est la caractérisation et la mesure de l'irrégularité. La dimension fractale ne permet pas à elle seule de définir une géométrie mais la détermination de la dimension fractale et de ses coupures inférieure et supérieure, c'est-à-dire de la plus petite taille non fractale et de la taille jusqu'à laquelle la géométrie est fractale peut constituer une caractérisation utile.

2.2.b Fractales déterministes

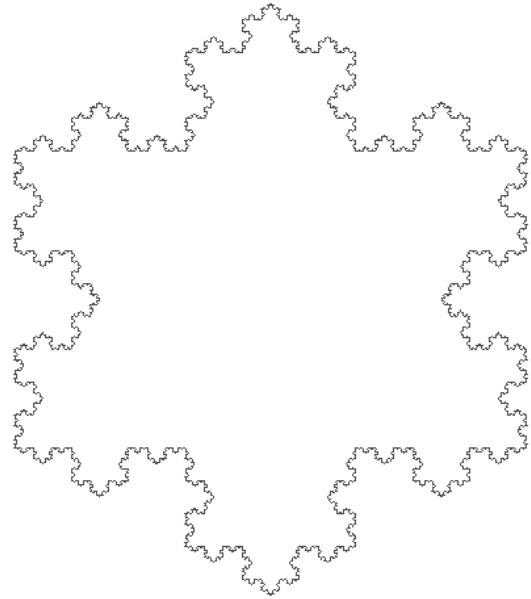
2.2.b.i fractale autosimilaire

La propriété que possède une partie d'un objet d'être exactement semblable à l'objet lui-même à une dilatation près, s'appelle la similitude interne ou l'autosimilarité. C'est le type de fractale qui vient en premier à l'esprit, elles s'obtiennent généralement par un processus itératif. Les représentants les plus connus de cette classe de fractales sont les courbes de Peano-Hilbert et de Von Koch, le tapis de Sierpinski sans oublier les poussières de Cantor, les éponges de Menger... Leur dimension fractale se détermine simplement à partir de la dimension de Mandelbrot (11) ; en outre, il a été montré qu'en présence d'autosimilarité, cette définition est compatible avec les autres méthodes de détermination de la dimension.

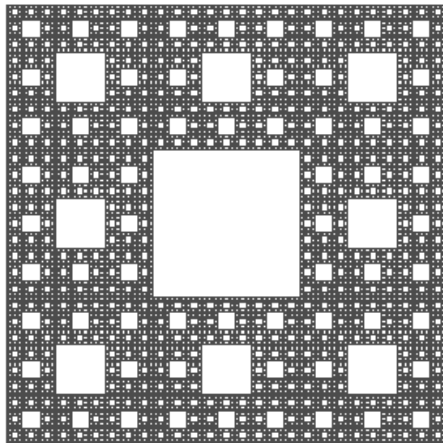
1 Les stylolites ou stylolithes - du grec stulos : colonne et lithos : pierre - sont des structures en forme de colonnettes s'interpénétrant au sein des roches calcaires ou marno-calcaires en dessinant des joints irréguliers, généralement soulignés par une surface noirâtre ou brunâtre (produits charbonneux ou argileux). Ce terme provient de l'aspect des sections à travers ces roches, qui fait ressembler les surfaces stylolitiques aux oscillations d'un stylet sur l'oscillogramme.



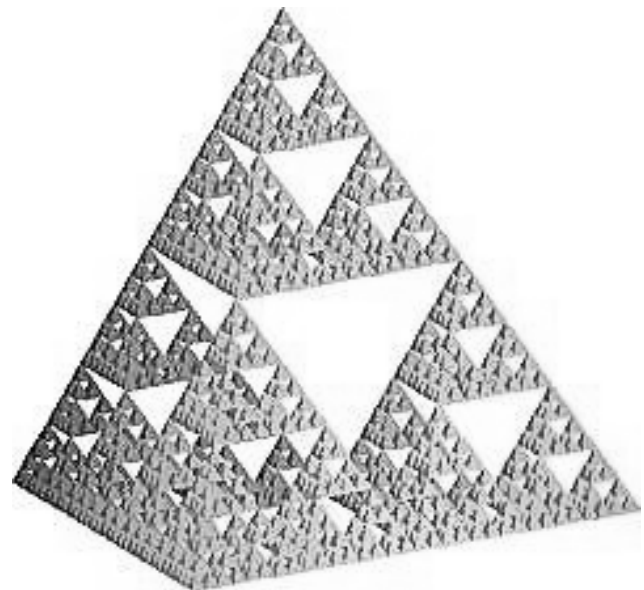
un ensemble de Cantor $D_s = \frac{\ln 2}{\ln 3} \approx 0.63$



flocon de Von Koch $D_s = \frac{\ln 4}{\ln 3} \approx 1.26$



exemple de tapis de Sierpinski $D_s = \frac{\ln 8}{\ln 3} \approx 1.9$



tétraèdre de Sierpinski $D_s = \frac{\ln 4}{\ln 2} = 2$

Figure 9 : exemples de fractales auto-similaires et dimension fractale de Hausdorff-Besicovitch associée

2.2.b.ii fractale auto-affine

Les fractales auto-affines ont des propriétés de similarité particulières : au lieu d'être invariantes par transformation homothétique comme les fractales auto-similaires, les fractales auto-affines restent identiques pour des dilations différentes selon les axes. En d'autres termes, si pour

une courbe $f(x)$ on considère un intervalle $\Delta x=1$ correspondant à une variation verticale $\Delta f=1$, alors f est auto-affine si le changement $\lambda \Delta x$ transforme Δf en $\lambda^H \Delta f$ où $H \neq 1$, alors que pour une fractale autosimilaire, il lui correspondrait une transformation de $\lambda \Delta f$. Une dimension fractale D peut être définie par la méthode des boîtes. on aboutit dans ce cas à la relation (12).

$$D = d_T - H \quad (12)$$

Si l'on considère une courbe du plan, la dimension topologique est $d_T=2$ mais la propriété se généralise à un espace de dimension quelconque (sous réserve qu'elle soit finie) avec d_T la dimension topologique de l'espace dans lequel est plongé l'objet fractal.

Malheureusement, la fractalité auto-affine n'est pas aussi triviale que la fractalité auto-similaire. On peut lui attribuer une dimension fractale, mais par une procédure plus difficile que celle que nous avons vu pour les fractales auto-similaires. En particulier, les différentes définitions de dimension fractale (Bouligand-Minkowski, Hausdorff-Besicovitch...) conduisent à des résultats différents. Il est aussi possible de définir une dimension dite globale ce qui rend l'interprétation de la dimension fractale caduque. Le lecteur intéressé par de plus amples explications se référera aux références citées en bibliographie, en particulier [7] où les différentes dimensions sont introduites de façon rigoureuse.

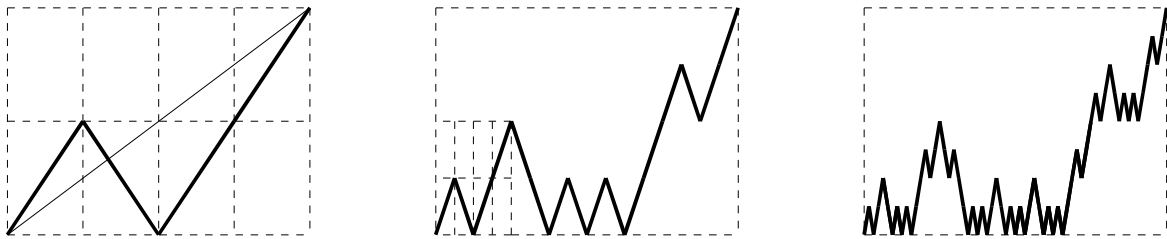


Figure 10 : Exemple de fractale auto-affine déterministe. En partant d'un rectangle découpé en 2 verticalement et en 4 horizontalement et en remplaçant chaque fois la diagonale par les diagonales des rectangles comme indiqué, on fabrique une figure qui est invariante sous une dilatation horizontale d'un facteur 4 (affinité horizontale) suivie d'une dilatation verticale de facteur 2 (affinité verticale). $D=2 - \ln 2 / \ln 4$

Pour conclure ce paragraphe, rappelons un théorème étonnant liant les deux types de fractales : la coupe par un plan d'une surface fractale auto-affine est une courbe fractale auto-similaire [7 - p54][8 - p213].

2.2.b.iii Autre exemple : la courbe de Takagi

La courbe de Takagi (1903) - également appelée courbe de van Der Waerden (1930) - est la représentation de la fonction (13) où $d(x)$ désigne la distance de x à l'entier le plus proche.

$$y(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{d(2^k \cdot x)}{2^k} \quad (13)$$

Elle avait été introduite pour donner un exemple de fonction continue en tous points mais dérivable nul part! Elle peut aussi se construire à partir d'un processus itératif, dans ce cas, chaque itération supplémentaire revient à considérer un nouveau terme de la somme. Le motif initial est un segment horizontal et l'algorithme consiste à introduire un nouveau point $P(x_p, y_p)$ à partir de chaque segment $[AB]$:

- $x_p =$ moyenne des abscisses de A et de B
- $y_p =$ moyenne des ordonnées de A et de B plus $(1/2)^i$ où i désigne la $i^{\text{ème}}$ itération. Il s'agit bien d'une courbe fractale puisqu'elle peut se scinder à l'infini. On peut noter que certaines parties de la courbe sont auto-affines avec la courbe entière. Mais globalement cette courbe n'est ni auto-similaire ni auto-affine.

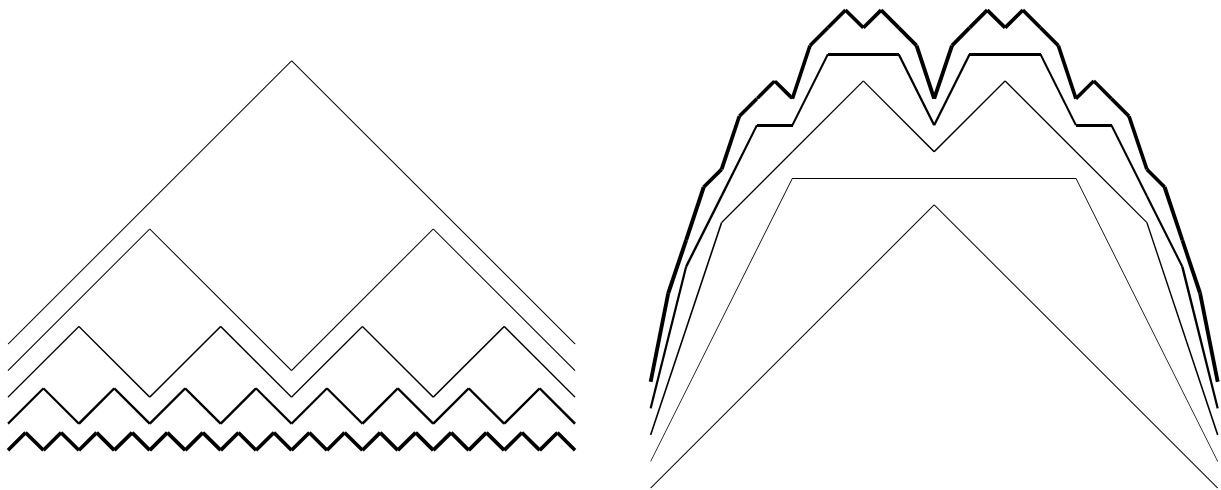


Figure 11 : Courbe de Takagi, représentation de chaque terme de la somme (à gauche) et somme des termes (à droite). Les différentes courbes ont volontairement été décalées pour plus de clarté.

2.2.c Fractale statistique

Même si la courbe de Von Koch rappelle la configuration très sinieuse d'un littoral, une courbe aussi parfaite ne suffit pas pour décrire les diversités rencontrées dans la nature. Les structures que nous avons vu jusqu'à maintenant sont parfaitement déterministes mais l'introduction de formes aléatoires est tout à fait possible. Dans ces structures aléatoires la récurrence définissant la hiérarchie est régie par une ou plusieurs lois probabilistes précisant le choix de tel ou tel générateur à chaque itération. Deux exemples basés sur la courbe de Von Koch permettent d'introduire les concepts de fractales homogènes et hétérogènes :

- si tous les générateurs utilisés permettent de calculer la même dimension de similarité alors la fractale est dite homogène (figure 12) ;
- si au contraire les générateurs aboutissent à des dimensions de similarités différentes alors la structure est dite hétérogène (figure 13).

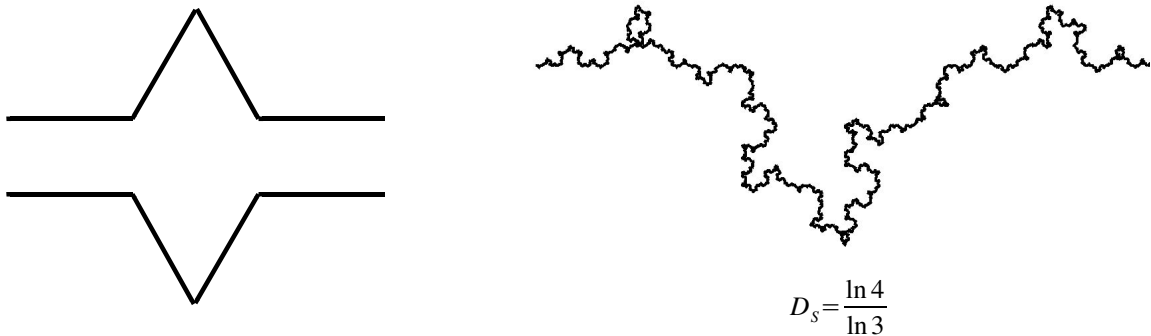


Figure 12 : fractale statistique homogène, la courbe de Von Koch est générée en substituant à chaque itération chaque segment par l'un des deux générateurs à gauche. La courbe de droite a été obtenue après sept itérations successives et une équiprobabilité entre les deux générateurs.

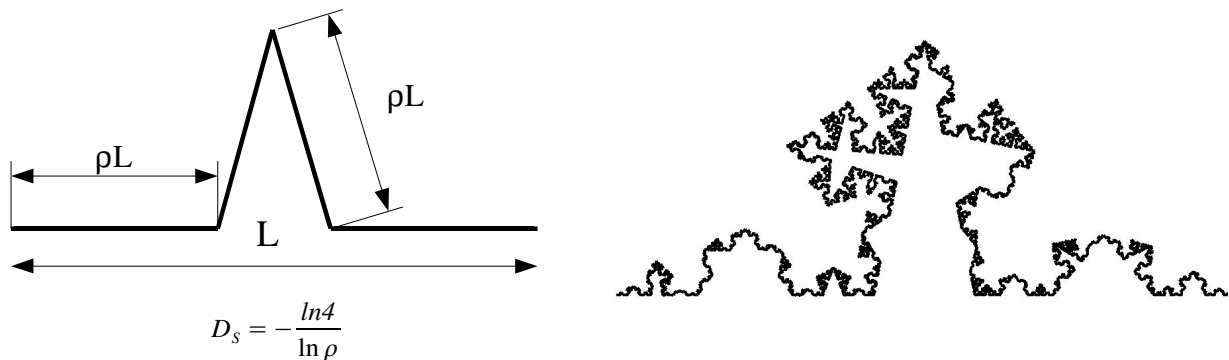


Figure 13 : fractale statistique hétérogène. Le générateur est défini par une variable aléatoire ρ à répartition uniforme sur l'intervalle $]1/4 ; 1/2[$. La courbe de droite a été obtenue en générant pour chaque itération et pour chaque segment une nouvelle valeur de ρ .

2.2.d Fractales physiques : préfractales !

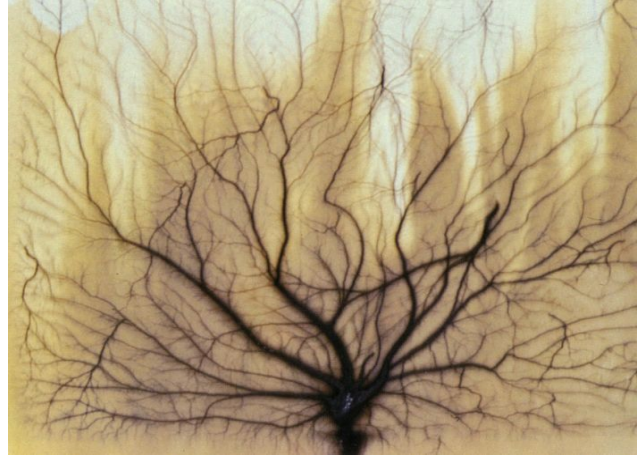
Les fractales physiques peuvent être déterministes (alvéole dans les poumons, cristallisation de l'eau dans les flocons de neiges, choux fleur...) ou aléatoires (percolation, mouvements browniens d'une particule, littoral, réseau de fractures...). Cependant, le caractère fractal des objets obtenus n'apparaît qu'entre deux échelles de grandeur à déterminer. Cette variation d'échelle correspond simplement à l'intervalle de variation de la taille de l'étalon (ou de la boîte) pour laquelle la quantité $D = \ln[N(l)] / \ln[l]$ est constante. Elle sert alors de dimension fractale expérimentale de l'objet, qui est de la sorte toujours mesurée par une méthode de compas ou de boîtes.

Pour les algorithmes examinés au cours des paragraphes précédents, le terme de "préfractal" indique que seul un nombre fini d'itérations est exécuté.

Chaîne de montagne au Tibet (photographie prise à partir du satellite Landsat)



Étincelle se formant à la surface d'un diélectrique



Stylotites dans les calcaires de Harrodsburg



Figure 14 : Fractales rencontrées dans la nature

2.3- Génération de surfaces rugueuses : les méthodes basées sur les fractales

2.3.a Fractales définies par une fonction : Modèle de Weierstrass

La fonction de Weierstrass utilise une série de fonctions oscillantes dont l'amplitude décroît avec l'augmentation de la fréquence. L'expression des familles de fonctions W de Weierstrass est :

$$W(x) = h_{rms} \sqrt{\frac{2(1 - b^{2(D-2)})}{b^{2(D-2)n_1} - b^{2(D-2)n_2+1}}} \sum_{n=n_1}^{n_2} \left(b^{n(D-2)} \cos(2\pi b^n x + \theta_n) \right) \quad (14)$$

Pour que cette série décrive réellement une fractale, les paramètres n_1 et n_2 doivent tendre respectivement vers moins l'infini et plus l'infini. Dans la pratique ces valeurs sont finies et l'on préfère employer le terme de préfractale. Le paramètre b lié à la fréquence spatiale est un irrationnel pour éviter que b^n ne puisse s'écrire sous la forme kb avec k un entier. De cette manière, les maxima des cosinus pris deux à deux ne peuvent pas se superposer plus d'une fois. Le paramètre de phase θ_n est une variable aléatoire à répartition uniforme dans l'intervalle $[0, 2\pi[$. La courbe obtenue a pour dimension fractale D au sens de Bouligand-Minkowski.



Figure 15 : Réalisation d'une fonction de Weierstrass avec $(b=\sqrt{3}, n_1=-6, n_2=6, h_{rms}=2)$. On observe sur trois périodes de la fréquence spatiale la plus basse, c'est-à-dire b^{-n_1} . Les axes sont à l'échelle avec une unité arbitraire.

Le spectre fréquentiel se présente comme un ensemble de pics de Dirac aux fréquences spatiales b^n et d'amplitude proportionnelle à $b^{n(D-2)}$

2.3.b Fonction Brownienne

La fonction brownienne d'un point a été définie par Levy (1948) dans le cas de la sphère, puis étendue au plan par Mandelbrot et Tchensov. Le processus est le suivant : partant d'un plan, on crée des marches aléatoires suivant des droites Δ_i de position et direction aléatoires. La hauteur des marches est décrite par une variable aléatoire à répartition gaussienne. En répétant l'opération une infinité de fois on engendre une surface fractale auto-affine.

Le figure 16 montre qu'il faut réaliser un grand nombre d'itérations pour que la fonction brownienne présente un rendu réaliste. De plus, la fonction Brownienne ne converge pas pour un nombre d'itérations tendant vers l'infini. Ce mode de génération n'a pas été retenu puisqu'il engendre des temps de calcul prohibitifs par rapport à notre application et par rapport aux méthodes vues précédemment.

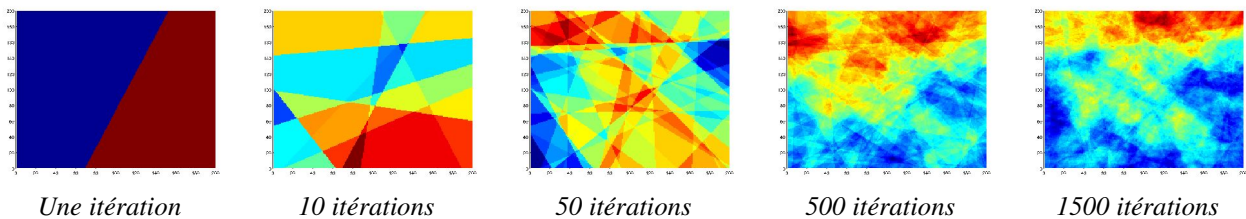


Figure 16 : Construction d'une fonction brownienne à partir d'un plan.

2.3.c Les cratères de la Lune

Une météorite d'une énergie donnée, elle même fonction de la masse et de la vitesse, creuse à la surface d'une planète un cratère de profondeur et de profil caractéristiques. A la surface de la Lune, les cratères de moins de 15 km de diamètre ont une profondeur du dixième de leur diamètre alors que les cratères plus grands ont une géométrie plus compliquée. En considérant l'équiprobabilité d'occurrence d'une collision dans une région donnée (à grande échelle, l'équateur est davantage soumis aux bombardements que les pôles) et le fait que le logarithme du nombre de

cratères de diamètre D par unité de surface suit une fonction affine par rapport au logarithme du diamètre. La reconstitution d'une surface susceptible de représenter correctement la réalité devient possible.

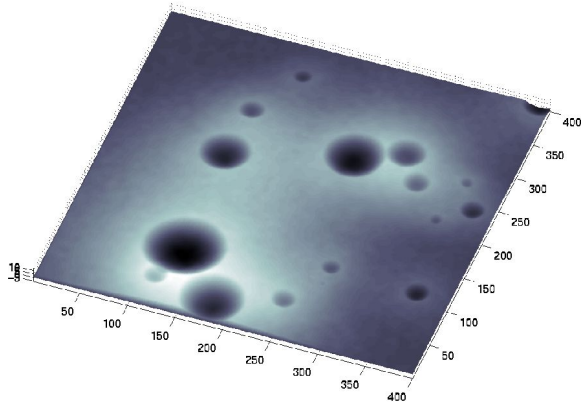


Figure 17 : Génération d'une zone de cratères d'impacts.



Figure 18 : Zone de cratères d'impacts dans la région de Erinadia sur Mars (image MSSS).

Ce même principe de génération peut s'étendre à des surfaces autres que les zones de cratères d'impacts. On peut tout à fait imaginer que la répartition d'une végétation ou que la position d'objets dans le sol suive le même type de loi.

2.3.d Structures définies par un processus itératif : la méthode Diamond-Square

Nous appelons "Diamond-Square" une méthode de génération de profils montagneux aléatoires dérivés de la fonction de Takagi (voir page 29). Ce terme a déjà été employé par Miller [12]. Initialement prévue pour modéliser des surfaces, nous allons voir comment cette méthode se décline dans toutes les dimensions pour générer des profils, des surfaces puis des volumes hétérogènes.

2.3.d.i Génération de profils par le processus itératif dit de la méthode des diamants

Pour générer des profils adaptés au maillage parallélépipédique utilisé par la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD), il faut que la différence des abscisses entre deux points consécutifs soit constante. Les courbes de Von Koch aléatoires sont donc inadaptées puisqu'elles nécessiteraient l'emploi de méthodes d'interpolations qui compliqueraient inutilement le problème. Il est alors préférable d'adapter la courbe de Takagi déterministe pour la transformer en une fractale statistique.

L'algorithme consiste à introduire sur chaque segment de la courbe un troisième point dont l'abscisse est calculée en faisant la moyenne arithmétique des abscisses des points du segment. Son ordonnée est la moyenne arithmétique des ordonnées augmentée d'une quantité aléatoire prise uniformément dans l'intervalle $I_i =]-h^i, h^i[$. Où $0 < h < 1$ et i désigne la $i^{\text{ème}}$ itération. On remarque que l'amplitude de I_i décroît rapidement avec le nombre d'itérations. Enfin, N segments initiaux au lieu d'un sont utilisés afin d'introduire une pseudo-périodicité (N désigne aussi le nombre de motifs). La figure 19 montre que l'allure globale de la courbe est déterminée dès les premières itérations. Rappelons ici que la courbe de Takagi s'obtient en choisissant $h=1/2$ et en substituant la variable aléatoire par la limite supérieure de I_i .



Figure 19 : Évolution d'un profil rugueux selon la méthode des diamants au court des itérations successives ($h=0,6$ et $N=3$ motifs initiaux)



Figure 20 : Exemples de réalisations de profils avec la méthode des diamants avec la même série de nombres aléatoires ($N=10, N_{it}=10$).

Afin de relier les grandeurs liées à l'algorithme et les grandeurs usuelles de la rugosité, une étude statistique a été réalisée. Les grandeurs de l'algorithme sont : le nombre total d'itérations N_{it} , le nombre total de motifs initiaux N , le paramètre h . Les grandeurs de la rugosité étudiées sont h_{rms} et L_C . Les résultats s'obtiennent en moyennant les h_{rms} obtenues en effectuant un grand nombre de réalisations. La longueur de corrélation d'un profil se définit à partir de la valeur pour laquelle la fonction d'autocorrélation normalisée vaut $1/e$. De même que pour h_{rms} , la longueur de corrélation finale est une moyenne sur un grand nombre de profils créés. L'étude montre que la statistique de h_{rms} est indépendante de N et converge pour un nombre d'itérations N_{it} suffisamment grand (supérieur ou égal à quatre). Par ailleurs, pour que L_C puisse être définie, il faut en plus que N soit au moins supérieur ou égal à cinq. En fait, L_C est induite par la pseudo périodicité elle-même engendrée par l'adjonction de N motifs. Notons que pour comparer des grandeurs comparables avec différents nombres d'itérations, il faut normaliser la valeur de L_C par rapport à la taille $L_0=(2^{N_{it}}+1)$ d'un motif élémentaire. De même, les valeurs de h_{rms} suivantes sont obtenues lorsque la courbe est normalisée, c'est-à-dire lorsque les ordonnées des points des segments initiaux sont choisies uniformément dans l'intervalle $[-1, 1]$.

$$h_{rms}(h) = 0,44 + 0,19 h - 0,63 h^2 + 0,85 h^3 \tag{15}$$

$$\frac{L_C(h)}{L_0} = 1,03 - 0,29 h + 0,73 h^2 - 1,30 h^3 \tag{16}$$

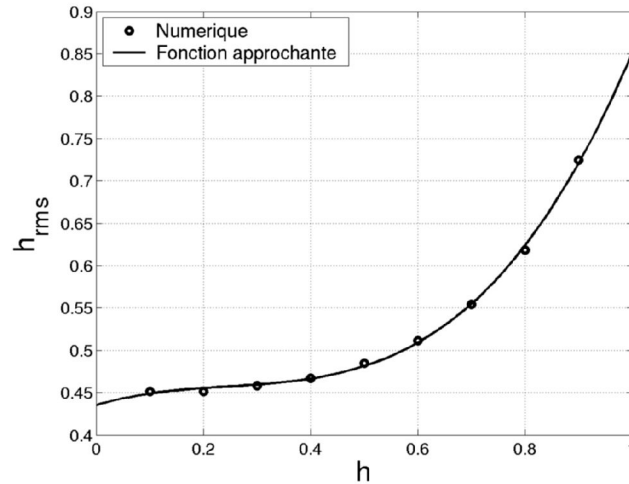


Figure 21 : Hauteur quadratique en fonction du paramètre h . La fonction approchante n'est qu'une approximation polynomiale des résultats numériques.

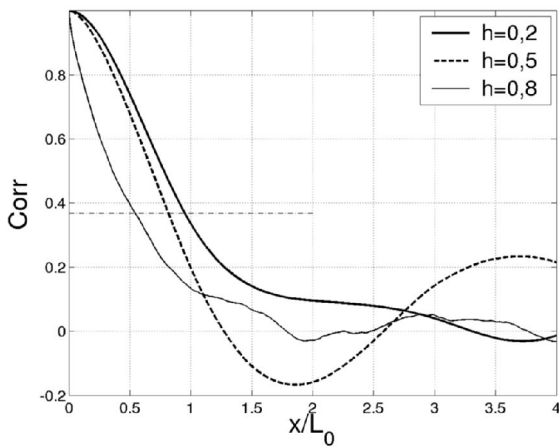


Figure 22 : Fonctions de corrélation typique d'un profil généré par la méthode des diamants. L_0 désigne la longueur d'un motif élémentaire.

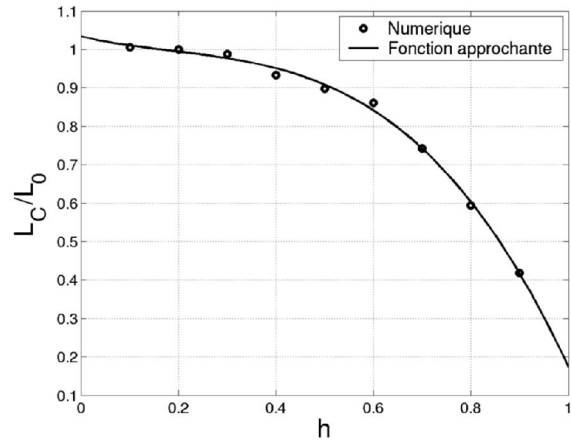


Figure 23 : Longueur de corrélation normalisée par rapport à la longueur d'un motif élémentaire en fonction du paramètre h

Le spectre spatial a également été étudié figure 24 : il a les caractéristiques d'un spectre de fractal, c'est-à-dire qu'il décrit une droite dans la représentation log-log, sauf pour les basses fréquences puisqu'il y a rupture de la fractalité à grande échelle par l'introduction de N motifs élémentaires. Notons également que la fractalité à petite échelle est limitée par le nombre d'itérations.

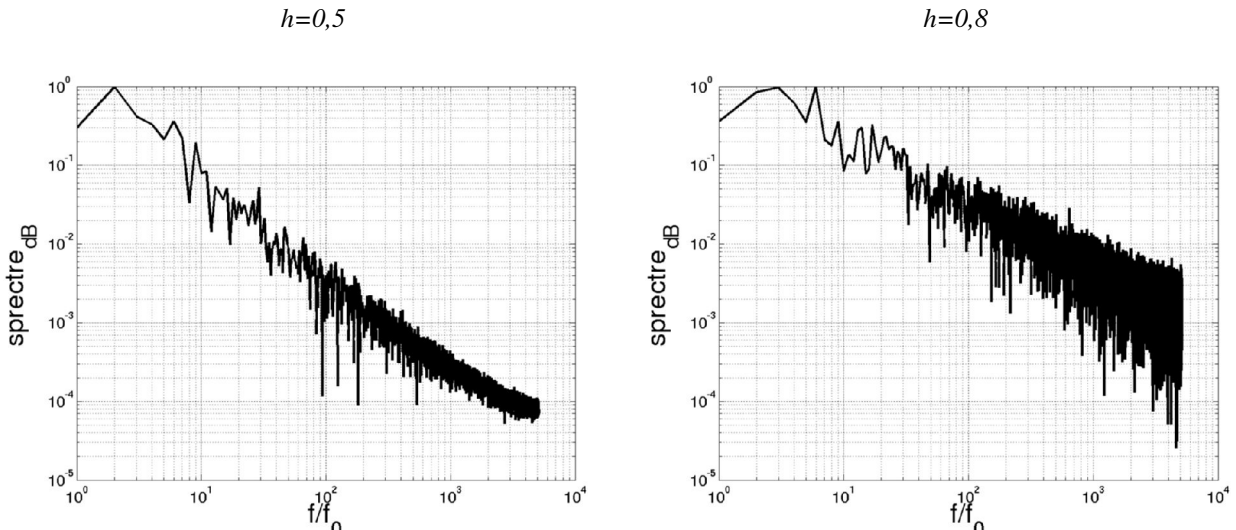


Figure 24 : Spectre spatial de profils générés par la méthode des diamants. Le spectre est normalisé par rapport au maximum, la fréquence spatiale est normalisée par rapport à $f_0=1/dx$ où dx est le pas spatial (distance entre deux abscisses). La fréquence maximale dépend de N_{it} qui ici vaut 10.

Les observations de la fonction de corrélation et du spectre mettent en évidence des points communs entre profils stochastiques à fonction d'autocorrélation exponentielle et profils générés par la méthode des diamants. Dans les deux cas la dérivée de la fonction d'autocorrélation présente une pente non nulle à l'origine. Le spectre ressemble au gabarit d'un filtre passe bas dont l'ordre est lié à une dimension fractale (voir équation (25) page 47).

2.3.d.ii Génération de surfaces par la méthode "diamond-Square"

La méthode vue précédemment s'adapte à la génération de surfaces rugueuses [13]. Le motif de base n'est plus un segment mais un carré. Chaque itération se divise en deux étapes. Un paramètre h pris dans $]0, 1[$ fixe la rapidité de décroissance de l'intervalle $I_i =]-z_0 \cdot h^i, +z_0 \cdot h^i[$ où i correspond à la $i^{\text{ème}}$ itération. L'algorithme fait intervenir N_{it} itérations successives et s'applique sur les $N_X \cdot N_Y$ carrés.

Une phase d'initialisation consiste à définir les hauteurs des sommets des $N_X \cdot N_Y$ carrés initiaux, aussi appelés motifs élémentaires. Ces hauteurs sont prises uniformément dans l'intervalle $[-z_0, +z_0]$ mais il aurait été tout à fait possible d'utiliser une répartition gaussienne. Les deux étapes de l'algorithme sont décrites dans la suite et illustrées figure 25 :

- La première étape est appelée "Square" : à partir de chaque carré matérialisé par le projeté des points dans le plan de figure, on définit un point en son centre dont la hauteur est la moyenne des quatre sommets plus une variable aléatoire prise uniformément dans l'intervalle I_i .

- La seconde étape est appelée "Diamond" : à partir de chaque losange matérialisé par les points ajoutés à l'étape "Square" (c'est en fait un carré incliné), on définit un point en son centre dont la hauteur est la moyenne des sommets plus une variable aléatoire prise uniformément dans l'intervalle I_i . Si l'on ne dispose que de trois points, on effectue la moyenne sur trois sommets afin d'éviter des effets de bord indésirables.

L'application de ces deux étapes permet d'obtenir à partir d'un carré, quatre carrés sur lesquels on peut répéter l'algorithme.

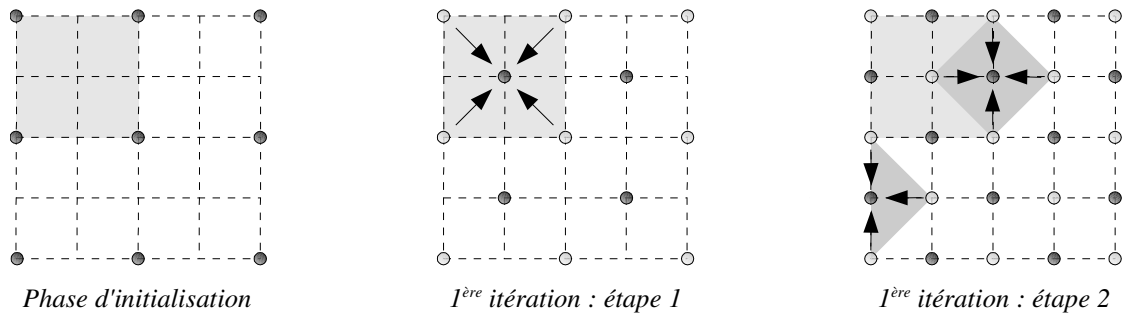


Figure 25 : Représentation de l'algorithme de la méthode dite Diamond-Square. Les points en noir sont les nouveaux points mis en jeu à chaque étape de calcul. Dans cet exemple, après avoir choisi quatre carrés initiaux, l'application d'une itération génère seize carrés sur lesquels on peut répéter l'algorithme.

Afin de relier les grandeurs liées à l'algorithme et les grandeurs usuelles de la rugosité, une étude statistique a été effectuée sur un grand nombre de surfaces (une centaine).

Nous avons élaboré une expression analytique empirique de la loi de répartition des hauteurs des points composant la surface. Cette répartition peut être approchée par une gaussienne (figure 26). La répartition est indépendante de (N_x, N_y) et converge pour $N_{it} \geq 4$. Dans le cas où la surface est normalisée, c'est-à-dire lorsque $z_0=1$, l'expression empirique 17 permet de faire le lien entre le paramètre h de l'algorithme et la moyenne quadratique des hauteurs de la surface.

$$h_{rms}(h) = 0,37 + 0,12 \cdot h - 0,48 \cdot h^2 + 0,85 \cdot h^3 \quad (17)$$

Pour effectuer des modélisations, il s'avère important de connaître la hauteur maximale de la surface, par exemple pour s'assurer d'avoir choisi un volume de calcul suffisamment grand. Cette hauteur maximale dépend de h et du nombre d'itérations N_{it} , elle s'obtient lorsque toutes les variables aléatoires sont prises égales à la borne supérieure de l'intervalle I_i . Il est cependant impossible d'établir une formule générale donnant la hauteur maximale en fonction de h et N_{it} . En effet, pour chaque position dans la matrice il est possible d'établir par récurrence une loi donnant la hauteur maximale théorique, mais la position du maximum dépend elle aussi de h (cf. figure 31). Il y a presque autant de lois que de points. L'abaque présenté figure 28 permet de déterminer la hauteur maximale théorique en multipliant la valeur lue par z_0 .

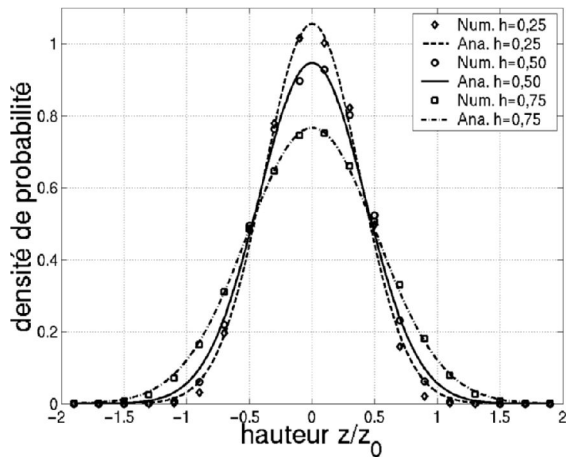


Figure 26 : Densité de probabilité des hauteurs z de la surface.

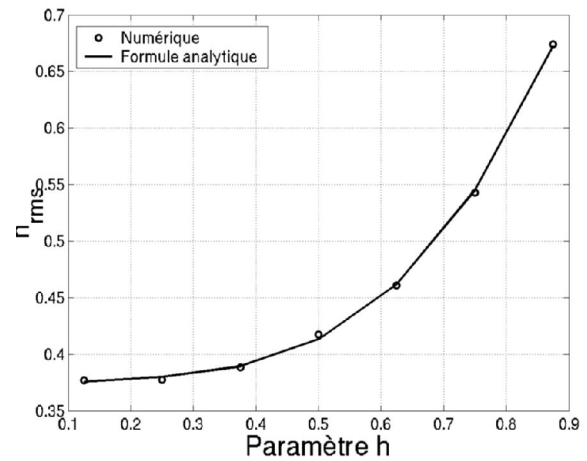


Figure 27 : Hauteur quadratique moyenne de la surface en fonction du paramètre fractal h .

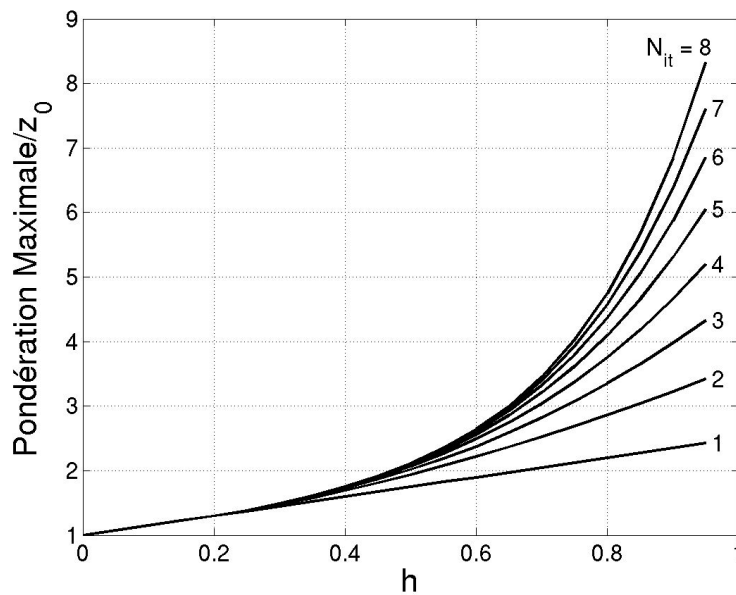


Figure 28 : Abaque normalisé ($z_0=1$) permettant de prédire la hauteur maximale d'une surface générée par la méthode "Diamond-Square" en fonction de h pour différentes valeurs de N_{it} . Cet abaque s'obtient numériquement en substituant les variables aléatoires par la limite supérieure de l'intervalle I_i .

La taille d'un motif élémentaire dépend du nombre d'itérations. En posant dx la distance entre deux points, le côté d'un motif élémentaire mesure $L_0=(2^{N_{it}}+1)dx$.

La longueur de corrélation se déduit numériquement à partir de la fonction d'autocorrélation. Soit S la surface pour laquelle la fonction d'autocorrélation normalisée est supérieure à $1/e$. Si l'on considère que S s'approche par un disque de rayon R alors L_c se calcule à partir de (18).

$$L_c = \sqrt{\left(\frac{S}{\pi}\right)} \quad (18)$$

Les graphes expérimentaux de la figure 29 montrent que la longueur de corrélation normalisée par rapport à L_0 est indépendante du nombre d'itérations et converge pour un nombre de motifs élémentaires supérieur à cinq sur chaque axe. Par ailleurs, l'expression (19) obtenue à partir des points expérimentaux de la figure 30 donne une valeur approchée de L_C en fonction de h .

$$\frac{L_C(h)}{L_0} = 0,89 + 0,015 \cdot h - 0,26 \cdot h^2 - 0,49 \cdot h^3; \tag{19}$$

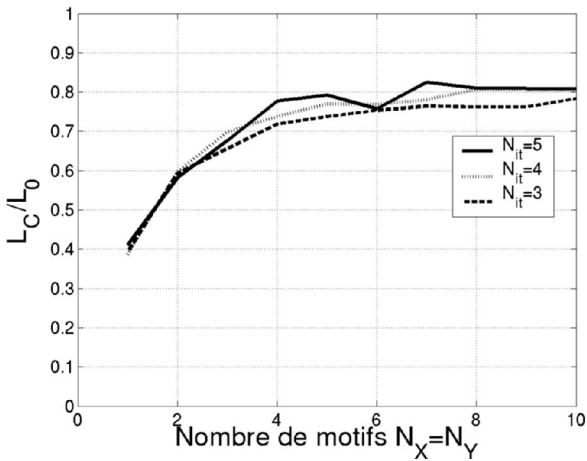


Figure 29 : Convergence de la longueur de corrélation avec l'augmentation du nombre de motifs

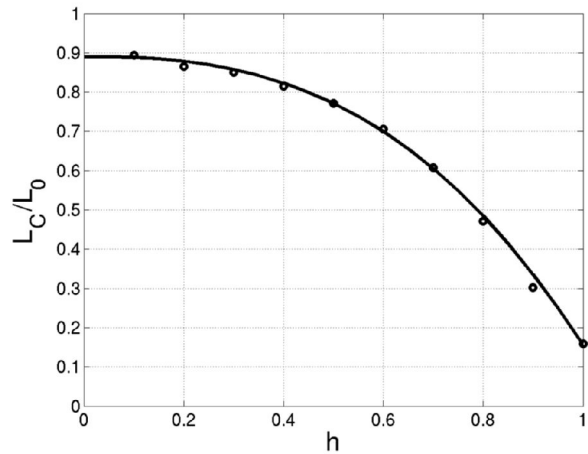


Figure 30 : La longueur de corrélation est une fonction de h

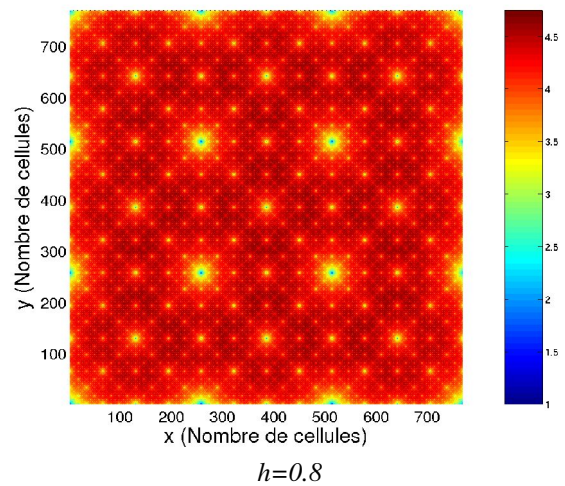
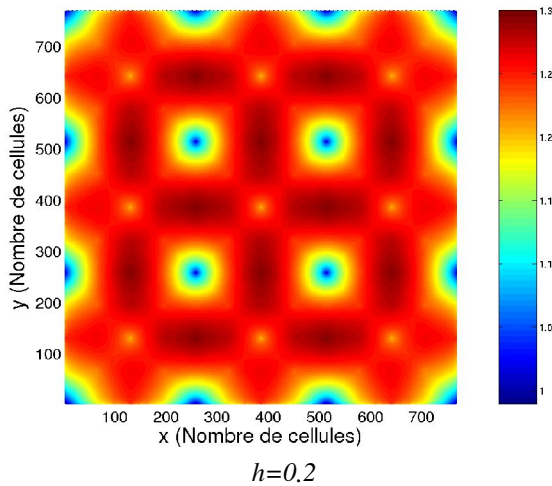


Figure 31 : Réalisation de deux surfaces avec l'algorithme "Diamond-Square" lorsque l'on remplace la variable aléatoire par la borne supérieure de l'intervalle $I_i =]-h_i, +h_i[$ ($N_{it}=8, N_x=N_y=3$). Les deux réalisations donnent des taches aux tailles très différentes selon la valeur de h . Il n'est donc pas étonnant que le locus de la valeur maximale dépende lui aussi de h .

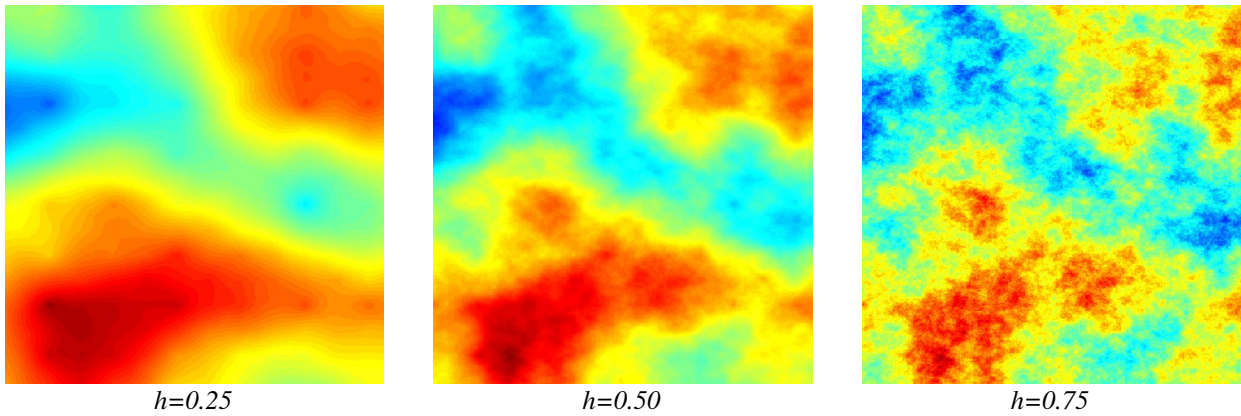


Figure 32 : Réalisation de trois surfaces avec la méthode "diamond-square" ($N_{it}=8$, $N_X=N_Y=2$) pour différentes valeurs de h . Ce paramètre augmente le chaos de la surface. C'est-à-dire que h_{rms} augmente et L_c diminue lorsque h varie de 0 à 1.

2.3.d.iii Génération de volumes par la méthode "Diamond-Square4D"

La méthode "Diamond-Square4D" est une généralisation de l'algorithme précédant avec une dimension spatiale supplémentaire. Elle va nous permettre de générer une matrice normalisée à trois dimensions représentative de la granulosité dans un maillage parallélépipédique [14, 15]. Il y a donc bien trois dimensions spatiales pour déterminer la position et une dimension associée à la pondération en permittivité ou en conductivité. La méthode de génération fait intervenir un algorithme qui s'applique sur plusieurs cubes initiaux aussi appelés motifs élémentaires. La définition d'un motif élémentaire nécessite deux paramètres. Le premier paramètre fractal h choisi dans l'intervalle $]0, 1[$ fixe la rapidité de décroissance de l'intervalle $I_i =]-h^i, +h^i[$. Le second paramètre N_{it} détermine le nombre d'itérations donc par là même le nombre de points par motif ; autrement dit la résolution. La définition finale de la structure fait intervenir trois autres paramètres N_x , N_y et N_z correspondant au nombre de motifs élémentaires sur les trois axes.

Une phase d'initialisation consiste à définir les poids des sommets de chaque cube initial de côté a . Ces pondérations sont prises uniformément dans l'intervalle $[-1, +1]$. Les trois étapes de l'algorithme également illustrées figure 33 sont décrites ci-suit.

- Étape 1 : la pondération du milieu de chaque cube est définie par la moyenne arithmétique des valeurs des 8 sommets (distants de $a\sqrt{3}/2$) plus une variable aléatoire prise uniformément dans l'intervalle I_i .
- Étape 2 : chaque milieu de face est calculé en moyennant les quatre sommets de la face considérée (distants de $a\sqrt{2}/2$) plus une variable aléatoire prise dans I_i .
- Étape 3 : reste à définir les milieux des arêtes à partir des sommets de l'arête, des milieux des faces se trouvant dans le plan transverse considéré (c'est-à-dire de l'ensemble des points distants de $a/2$) et d'une variable aléatoire prise dans I_i .

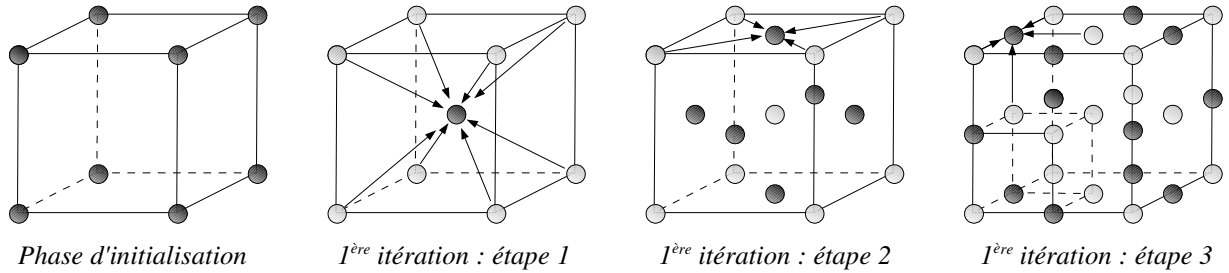


Figure 33 : Représentation de l'algorithme de la méthode dite Diamond-Square4D sur un motif élémentaire. L'application d'une itération génère huit cubes sur lesquels on peut répéter l'algorithme.

Comme dans le cas des surfaces la valeur moyenne quadratique σ est liée à la valeur du paramètre h et la répartition des pondérations suit une loi gaussienne. L'expression (20) se déduit d'une étude statistique sur un grand nombre de réalisations (une centaine). L'étude statistique révèle également que $\sigma(h)$ est indépendante du nombre de motifs ($N_x \cdot N_y \cdot N_z$) et converge pour un nombre d'itérations N_{it} supérieur ou égal à quatre.

$$\sigma(h) = 0,31 + 0,45 \cdot h - 1,3 \cdot h^2 + 1,4 \cdot h^3 \quad (20)$$

Il est souvent important de connaître la pondération maximale possible notamment dans les applications de la troisième partie. Par exemple, si l'on utilise la matrice pour modéliser un sol hétérogène en permittivité avec la méthode FDTD, il faut être certain de mailler suffisamment finement pour limiter la dispersion numérique (la taille d'une maille doit être inférieure à $\lambda_{milieu}/10$). Pour cela, l'abaque présenté figure 34 permet de déterminer la valeur de pondération maximale théorique présente dans le matériau. Il est obtenu par un calcul numérique en substituant toutes les variables aléatoires intervenant dans l'algorithme par la borne supérieure de l'intervalle dans lequel elles sont choisies. Dans la pratique, le majorant théorique a une probabilité infime d'être atteint et cette probabilité est d'autant plus petite que le nombre d'itérations est important.

Le passage de la matrice normalisée M_0 à la matrice de permittivité s'obtient par (21) où les paramètres $\langle \epsilon_r \rangle$ et k laissés au choix de l'utilisateur désignent respectivement la permittivité moyenne et un facteur multiplicatif.

$$\epsilon_r(i, j, k) = \langle \epsilon_r \rangle + k \cdot M_0(i, j, k) \quad (21)$$

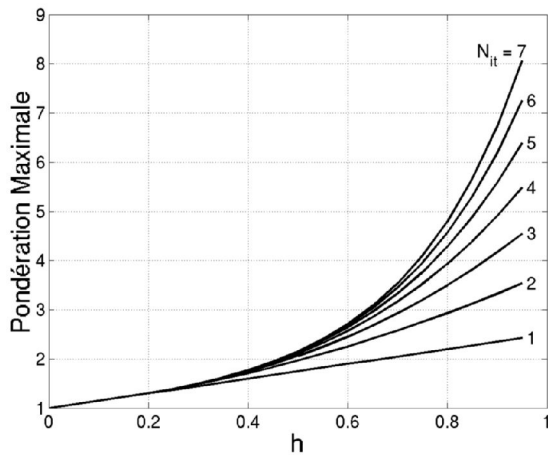


Figure 34 : Abaque permettant de prédire la pondération maximale susceptible d'être présente dans la matrice normalisée.

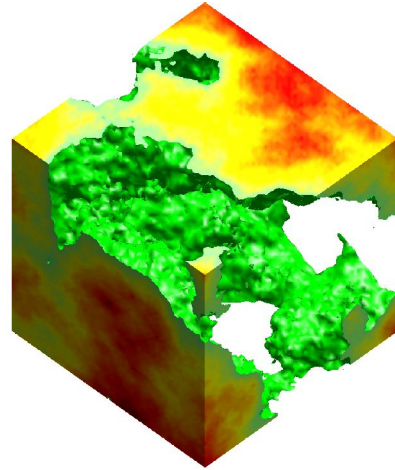


Figure 35 : Représentation d'une matrice normalisée obtenue avec $N_x=N_y=N_z=2$, $h=0.5$, $N_{it}=5$. Vue 3D en haut (pour la visualisation, les éléments de la matrice inférieurs à 0 ont été supprimés) et quelques sections prises de bas en hauts du cube

Cette méthode de génération de volumes hétérogènes a été mise en oeuvre et intégrée à notre logiciel de simulation Tridimo. Nous utiliserons cette méthode pour générer des milieux hétérogènes à l'occasion de la troisième partie. En particulier, nous verrons comment un tel milieu perturbe les échos radar.

2.3.e Une variante : la méthode dite Square-Square

La méthode "Square-Square" décrite par Miller [12] s'adapte également au maillage parallélépipédique de la FDTD. Nous l'appliquerons ici uniquement à la génération de surfaces bien que l'on puisse également imaginer un calcul volumique. Le motif élémentaire est un carré et l'algorithme se déroule en deux étapes (cf. figure 36) :

- La première étape consiste à définir un carré plus petit à l'intérieur de chaque carré (toujours défini par le projeté des points dans le plan de la figure). La hauteur H d'un sommet est liée à une moyenne pondérée des 4 hauteurs du grand carré (H_1, H_2, H_3, H_4) plus une variable aléatoire X prise dans l'intervalle $I_i =]-h^i, +h^i[$ (cf. équation (22) et figure 36).

$$H = \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} + \frac{1}{l_4} \right)^{-1} \left(\frac{1}{l_1} H_1 + \frac{1}{l_2} H_2 + \frac{1}{l_3} H_3 + \frac{1}{l_4} H_4 \right) + X \quad (22)$$

- La seconde étape permet d'ajouter des points afin d'avoir un maillage compatible avec le formalisme FDTD.

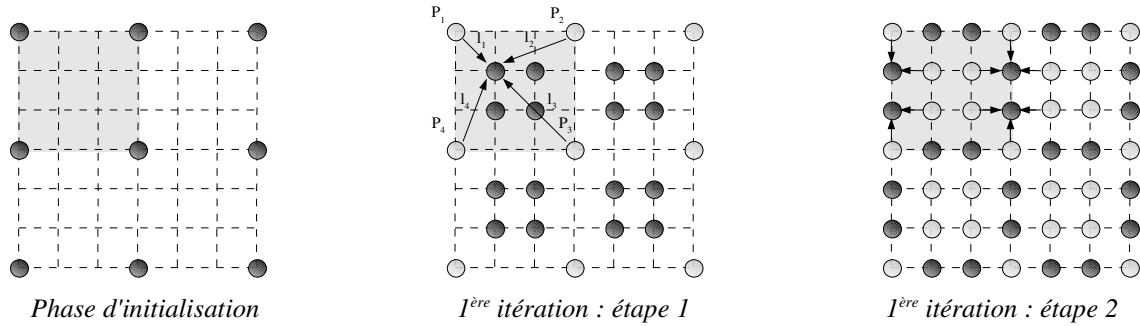


Figure 36 : Représentation de l'algorithme de la méthode dite Square-Square. Chaque points P_j est associé à une hauteur H_j . Ici, on a choisi de définir quatre motifs élémentaires, l'application d'une itération génère neuf carrés pour chaque motif sur lesquels on peut répéter l'algorithme.

La taille d'un motif élémentaire dépend du nombre d'itérations. En posant dx la distance entre deux points le coté d'un motif élémentaire mesure $L_0=(3^{N_{it}}+1)dx$.

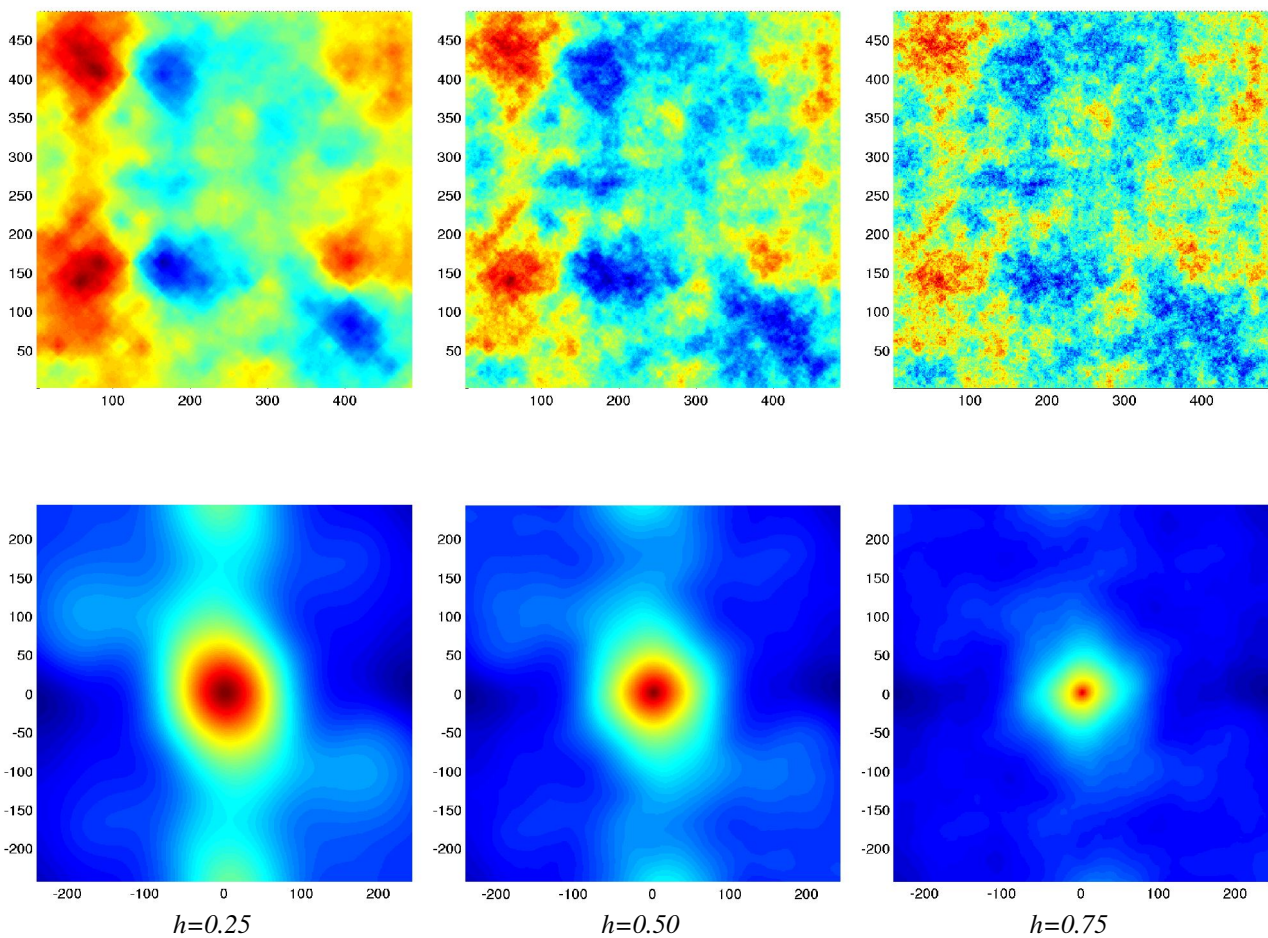


Figure 37 : Trois réalisations de surfaces avec la méthode square-square ($N_{it}=5$, $N_x=N_y=2$) pour différentes valeurs de h (en haut) suivies de leur fonction d'autocorrélation (en dessous). Le paramètre h augmente le chaos de la surface. C'est-à-dire que h_{rms} augmente et L_c diminue lorsque h varie de 0 à 1.

Remarque : Beaucoup de variantes peuvent être élaborées, par exemple en modifiant l'ensemble des points intervenant dans les moyennes pondérées ou en supprimant la variable aléatoire à l'étape 2.

2.3.f Conclusion sur les méthodes DS et SS

Les algorithmes itératifs "Diamond-Square" et "Square-Square" permettent de générer des objets réalistes avec un minimum de ressources informatiques. La forme globale de l'objet se profile dès les premières itérations : généralement 3 ou 4 itérations suffisent. Un nombre d'itérations N_{it} supérieur augmente le nombre de points donc la résolution.

Ces deux méthodes utilisent un ensemble de motifs élémentaires qui introduit une pseudo périodicité liée à l'existence d'une longueur de corrélation L_C . On peut également dire que l'introduction des motifs élémentaires rompt le caractère fractal à grande échelle ce qui peut s'interpréter comme un filtrage spatial passe-haut. Finalement, L_C est de l'ordre de grandeur de L_0 : taille d'un motif élémentaire. D'un point de vue pratique, L_C dépend du nombre de points par motifs multiplié par la distance entre deux points.

Le paramètre h choisi dans $]0, 1[$ détermine la rapidité des variations de la structure, la rugosité augmente avec la croissance de h . De ce fait, la moyenne quadratique des structures augmente avec h alors que la longueur de corrélation (normalisée par rapport à la taille d'un motif) diminue.

2.4- Opérations sur les surfaces et les volumes

2.4.a Seuillage

Les surfaces et volumes que nous avons étudiés jusqu'à présent varient continûment dans l'espace. Or, nous avons vu à la page 16 de l'introduction que certains sols peuvent être constitués d'objets homogènes mais de forme aléatoire. Par exemple, il pouvait s'agir de cailloux constituant le ballaste d'une ligne de chemin de fer.

La méthode dite du "seuillage" permet de générer de telles structures aux formes aléatoires à partir des méthodes vues précédemment et avec le moindre effort. Elle a été implantée dans notre logiciel de simulation FDTD et nous allons maintenant la détailler. Soit $M(x,y,z)$ la matrice décrivant spatialement la structure (par exemple la matrice de permittivité). On définit Sat_{inf} et Sat_{sup} les limites inférieure et supérieure pour lesquelles on applique le seuillage. Deux autres facteurs Sat_{fac_inf} et Sat_{fac_sup} permettent de conserver une certaine hétérogénéité au sein des "cailloux". La transformation de la matrice se fait de la façon suivante :

- Si $M(x,y,z) < Sat_inf$
alors $M_{saturé}(x,y,z) = Sat_inf + Sat_fac_inf.[M(x,y,z) - Sat_inf]$
- Si $M(x,y,z) > Sat_sup$
alors $M_{saturé}(x,y,z) = Sat_sup + Sat_fac_sup.[M(x,y,z) - Sat_sup]$
- Sinon $M_{saturé}(x,y,z) = M(x,y,z)$

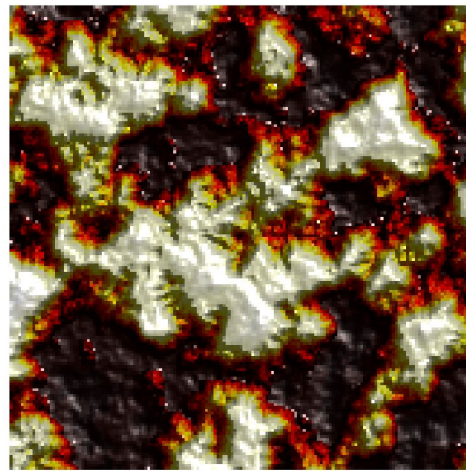
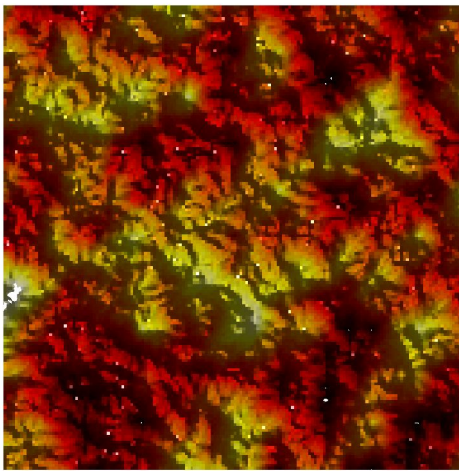


Figure 38 : Application de l'algorithme de saturation sur une surface

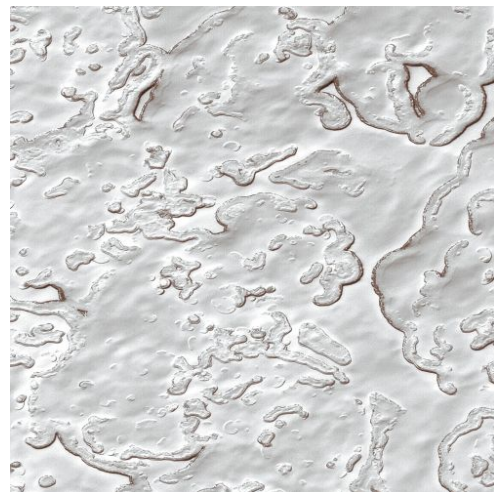
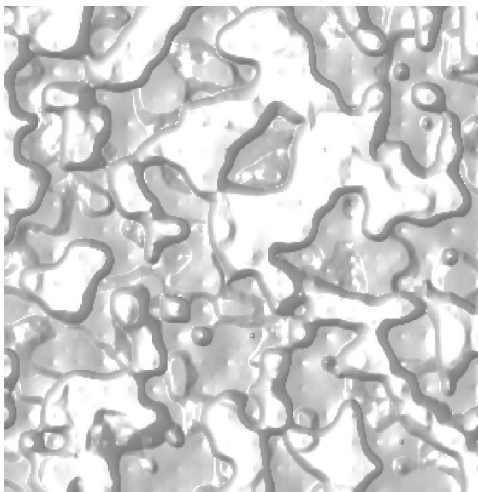


Figure 39 : Exemple de reconstitution de paysage avec la méthode "Diamond-Square" suivie de l'algorithme de saturation (à gauche) et photo d'une région polaire de Mars riche en glace carbonique (à droite : image MSSS)

2.4.b Détermination de la statistique

Que la surface rugueuse soit générée par une méthode stochastique ou un algorithme itératif, sa statistique (c'est-à-dire la valeur moyenne et l'écart type) ne correspond pas toujours à celle attendue. Par exemple, pour la méthode "Diamond-Square", les formules donnant h_{rms} en fonction des paramètres de l'algorithme donnent en réalité l'ordre de grandeur mais nullement la valeur exacte de h_{rms} pour une réalisation particulière. Le même type de problème se pose avec la génération des volumes. Or, notre outil de modélisation doit permettre une maîtrise totale de la statistique des surfaces et des volumes générés d'où la nécessité d'effectuer quelques petits réajustements. En particulier, il faut :

- recalculer la valeur moyenne par :

$$M_{modifié}(\vec{r}) = M(\vec{r}) + \langle M \rangle_{souhaité} - \langle M(\vec{r}) \rangle \quad (23)$$

- recalculer la valeur moyenne quadratique. Dans le cas où la moyenne est nulle on a :

$$M_{modifié}(\vec{r}) = \frac{M_{rms\ souhaitée}}{M_{rms}} \cdot M(\vec{r}) \quad (24)$$

Avec M la matrice définissant la structure, c'est-à-dire l'ensemble des hauteurs si il s'agit d'une surface ou l'ensemble des pondérations si il s'agit d'un volume.

2.5- Confrontation et intérêt par rapport à des données de terrain

De nombreux articles comparent les surfaces fabriquées numériquement avec des mesures sur le terrain [19][20][21]. Ces études doivent mener à une meilleure description des surfaces réelles. En effet, la caractérisation des surfaces rugueuses avec un minimum de paramètres doit rendre possible leur insertion dans les simulations sans à avoir recours à de grandes bases de données. Ces modélisations réalistes permettent d'une part de tester les algorithmes qui calculent la rétrodiffusion et d'autre part d'évaluer les performances des méthodes d'inversion de données radar.

Par exemple, la reconnaissance par radar SAR dépend de la qualité d'interprétation du signal rétrodiffusé. Ainsi, pour augmenter les chances d'une bonne interprétation, il faut avoir recours à des données obtenues par simulations rigoureuses afin de s'affranchir du bruit intrinsèque de mesure. Mais les données produites par la modélisation ne sont utiles que si la description de la surface correspond à la réalité.

Les différentes études s'accordent pour écarter dans la plupart des cas les surfaces avec une fonction d'autocorrélation gaussienne. En général, les surfaces réelles présentent un caractère multi-échelle et leurs fonctions d'autocorrélation ont une dérivée non nulle à l'origine. Les surfaces réelles se décrivent donc plus volontiers avec une fonction d'autocorrélation exponentielle, de Karmann, ou un modèle fractal. On peut distinguer plusieurs cas de figure :

- La surface présente deux rugosités bien distinctes superposées l'une sur l'autre, dans ce cas le spectre ressemble au gabarit d'un filtre multi-bande (par exemple, le spectre d'un champ labouré présente un maximum à la fréquence correspondant à l'inverse de la distance entre deux sillons).
- On peut avoir un caractère multi-échelle qui se caractérise par un spectre décrivant une droite dans la représentation log-log. Toutes les fréquences sont représentées. En général la fractalité est rompue à grande échelle (les basses fréquences sont sous-représentées) et la détermination du caractère fractal à petite échelle est du fait limitée par la mesure qui devient imprécise au delà d'une certaine limite.
- Le gabarit du spectre peut être la combinaison de plusieurs filtres passe-bas d'ordre fractionnaire d'où l'apparition de ruptures de pentes correspondant aux différentes fréquences de coupures.

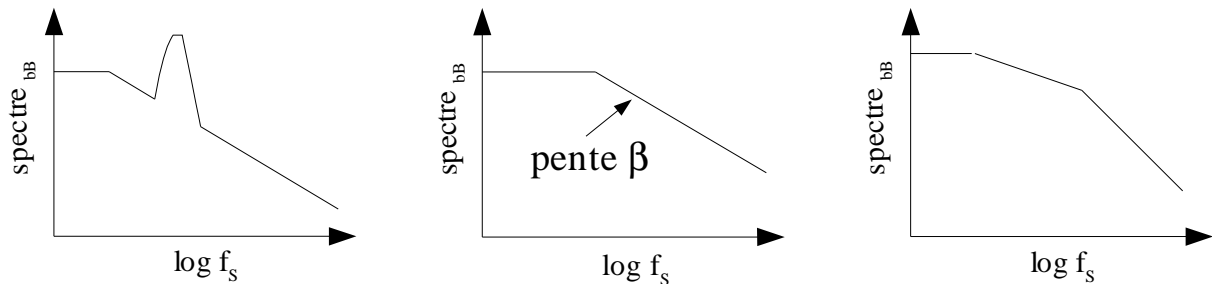


Figure 40 : Représentations spectrales caractéristiques de surfaces réelles

L'analyse spectrale donne une première estimation de la fractalité puisque la pente β est liée à une dimension fractale et dans le cas d'un profil on a la relation (25). Pour un profil non-stationnaire (i.e. la valeur moyenne et l'écart type de la hauteur changent avec la position ou la longueur du profil) la pente reste comprise entre 1 et 3 de sorte que D reste entre 1 et 2. En général : les rugosités naturelles sont non-stationnaires.

$$|\beta| = 5 - 2D \quad (25)$$

Peu d'articles parlent des milieux hétérogènes de sorte que le laboratoire de l'IRCOM apparaît pionnier en la matière. Notons toutefois la contribution de L. Tsang [24 chap 8 p287..388] qui étudie la diffraction d'une onde plane par une couche homogène contenant des objets connus par leur matrice de Mueller.

Nous aurons l'occasion d'y revenir lors de la troisième partie mais nous pouvons déjà affirmer que les milieux synthétisés avec la méthode Diamond-Square4D combinés à l'algorithme de saturation répondent à une onde électromagnétique de la même façon que les remblais de cailloux (voir page 16).

2.6- Discussion sur la génération de surfaces et de milieux

Les méthodes présentées ci-dessus produisent des images par des moyens artificiels qui finalement constituent l'apparence de la réalité. Les procédés qu'elles utilisent ne reproduisent aucun des processus naturels qui sont la cause de la morphologie des montagnes ou des failles géologiques. En ce sens, ce sont plutôt ici des outils d'artistes que des outils de recherche. Ces outils deviennent de véritables outils de recherche en permettant la fabrication d'objets numériques sur lesquels on peut étudier d'autres phénomènes, par exemple la diffraction d'une onde électromagnétique.

Insistons néanmoins sur le fait que des modèles physiques très sophistiqués permettent par exemple de déterminer les réseaux de fractures [11]. Ces modèles montrent alors que la dimension fractale de ces structures dépend des conditions de formation. En ce qui concerne les stylolites, la mesure de la dimension fractale renseigne sur leur provenance géographique [9]. Même si ce phénomène reste encore mystérieux, cela provient certainement des différentes conditions de formation. Donc même si les méthodes présentées précédemment ne prennent en compte aucun phénomène physique, elles donnent parfois les mêmes morphologies que des modèles bien trop compliqués pour être introduit dans des logiciels de modélisations électromagnétiques.

Notre logiciel de simulation FDTD "Tridimo" a la spécificité d'être totalement modulable et orienté objet. En particulier des modules spécifiques permettent d'introduire facilement : des surfaces stochastiques, des surfaces de Weierstrass, des surfaces et des volumes basés sur la méthode Diamond-Square. De plus, Tridimo peut tout aussi bien traiter le cas d'un radar posé sur le sol que le cas d'un radar SAR grâce à son injecteur d'ondes planes en milieu stratifié.

3- Détermination de la diffraction engendrée par la rugosité de surface et l'hétérogénéité des matériaux

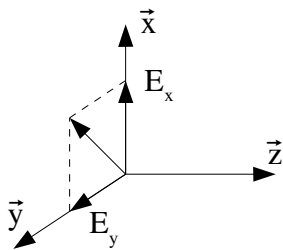
Ce chapitre propose quelques rappels sur les fondements de la rétrodiffusion et un bref état de l'art des principales méthodes qui permettent de la calculer. Ces méthodes peuvent être séparées en deux sous-catégories : les méthodes rigoureuses telles que la FDTD et la MoM qui sont nécessairement résolues numériquement, et les méthodes asymptotiques dont le calcul est généralement effectué numériquement mais qui est parfois analytique.

3.1- Théorie de la rétrodiffusion (backscattering)

3.1.a Rappels sur la polarisation

Par convention la direction de polarisation fait référence à l'orientation du vecteur \vec{E} .

D'une manière générale, un champ d'onde plane s'écrit comme la somme vectorielle de deux champs orthogonaux.



$$\vec{E} = E_x \vec{x} + E_y \vec{y}$$

$$\vec{E} = A_x \sin(\omega t - \beta z) \vec{x} + A_y \sin(\omega t - \beta z - \theta) \vec{y}$$

Figure 41 : Représentation du champ électrique dans un repère adapté (propagation le long de l'axe z).

Si E_y est en phase avec E_x , c'est-à-dire si $\theta=0$, alors le champ électrique reste dans le même plan au cours de la propagation et l'on parle de polarisation rectiligne. On précise parfois par les termes de polarisation horizontale ou de polarisation verticale selon que le champ électrique est parallèle ou orthogonal à la surface du sol.

Si E_y est déphasé par rapport à E_x alors l'extrémité du vecteur \vec{E} parcourt dans le cas général une ellipse. Pour $\theta>0$, un observateur placé le long de l'axe z et qui regarde l'onde s'éloigner verra l'extrémité du champ électrique tourner dans le sens des aiguilles d'une montre, on parle alors de polarisation droite. Au contraire, si $\theta<0$, il s'agit d'une polarisation gauche. La polarisation circulaire s'établit dans le cas particulier où les deux composantes ont la même amplitude et sont en quadrature de phase ($|\theta| = \pi/2$).

3.1.b Généralités sur la rétrodiffusion

La réflexion d'une onde électromagnétique par une surface naturelle se décompose en deux parties :

- une composante cohérente dans la direction du spéculaire,
- un champ incohérent dans toutes les directions.

L'énergie contenue dans la partie incohérente du signal est d'autant plus grande que la surface est rugueuse (h_{rms} grande, L_c petite). Pour $h_{rms} \leq \lambda/10$, la surface peut être considérée comme lisse et la majorité de l'énergie rayonnée se trouve dans la direction du spéculaire. En revanche pour $h_{rms} \geq \lambda/3$, le champ diffusé devient complètement incohérent.

De même, le champ transmis s'écrit sous la forme d'un champ cohérent dans la direction prévue par la relation de Descartes plus un champ incohérent dans toutes les autres directions.

Pour un matériau hétérogène, la diffusion a lieu sur toute l'épaisseur de la couche géologique et ne se localise plus uniquement au niveau de l'interface.

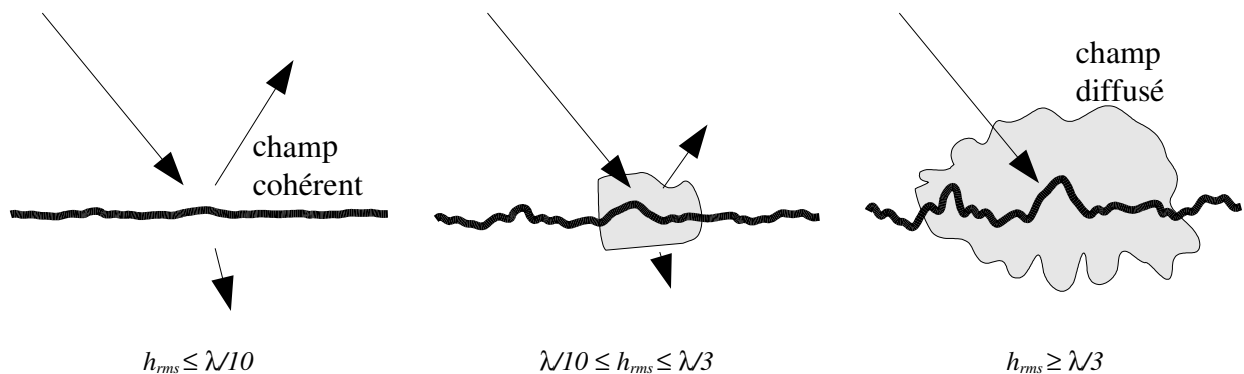


Figure 42 : évolution de la répartition de l'énergie diffusée par une surface de plus en plus rugueuse.

D'une manière générale on choisit de faire la distinction entre diffusion et diffraction selon le rôle de la phase du signal diffracté. Le terme de "diffusion" est réservé aux surfaces rugueuses et aux milieux hétérogènes alors que "diffraction" s'applique plus volontiers à la diffraction d'un objet aux formes déterministes (tuyau, mine...). En d'autres termes, la phase du champ diffracté par une surface rugueuse ne contient pas d'information exploitable pour retrouver la forme exacte de la surface. En revanche, la phase du champ diffracté par un objet contient des informations fondamentales pouvant être exploitées par des logiciels afin d'identifier le type de l'objet voire l'objet lui-même : on parle alors de signature radar.

3.1.c Coefficient de diffraction, SER et coefficient de diffusion

Du plus descriptif au moins pertinent, le coefficient de diffraction, la surface équivalente radar (SER) et le coefficient de diffusion permettent respectivement de déduire à partir du champ incident le champ diffracté par un objet, la puissance diffusée par un objet et la puissance diffusée par une surface rugueuse.

Ces grandeurs dépendent des polarisations de l'onde incidente et de l'onde réfléchie donc pour une direction d'émission et une direction d'observation, quatre cas peuvent se présenter :

- polarisation verticale à l'émission et à la réception,
- polarisation horizontale à l'émission et à la réception,
- polarisation verticale à l'émission et horizontale à la réception,
- polarisation horizontale à l'émission et verticale à la réception.

Pour caractériser totalement la structure étudiée, il faudrait connaître les quatre composantes de ces grandeurs dans la bande de fréquence considérée pour toutes les directions d'incidence et toute les directions d'observation. La mesure et la prise en compte de l'ensemble de ces paramètres est impossible donc on se contente dans la pratique des informations les plus pertinentes. Dans le cas des radars SAR, la mesure des quatre composantes de la rétrodiffusion en monostatique (l'observation a lieu au même endroit que l'émission d'où le terme de rétrodiffusion) donne de bons résultats et permet de déduire un certain nombre de caractéristiques du sol (état de la mer, des cultures, humidité ...).

On peut alors définir la matrice de diffraction prenant en compte la polarisation [24 p6-9]. Le champ électrique incident est perpendiculaire à la direction de propagation \vec{k}_i et se projette dans une base de deux vecteurs linéairement indépendants qui constituent les deux directions de polarisation. Idem pour le champ diffracté se propageant dans la direction \vec{k}_d .

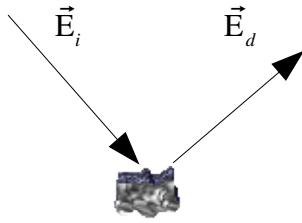
$$\begin{bmatrix} E_{dp} \\ E_{dq} \end{bmatrix} \cdot r \cdot e^{-j\vec{k}_d \cdot \vec{r}} = \begin{bmatrix} f_{pp}(\vec{k}_d, \vec{k}_i) & f_{pq}(\vec{k}_d, \vec{k}_i) \\ f_{qp}(\vec{k}_d, \vec{k}_i) & f_{qq}(\vec{k}_d, \vec{k}_i) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{ip} \\ E_{iq} \end{bmatrix} \cdot e^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}} \quad (26)$$

Notons que la matrice de Mueller [24 p308] permet comme la matrice de diffraction de déterminer le champ diffracté en fonction du champ incident.

Remarque : Dans la littérature anglo-saxonne, l'indice "s" pour "scattering" remplace l'indice "d".

Coefficient de diffraction

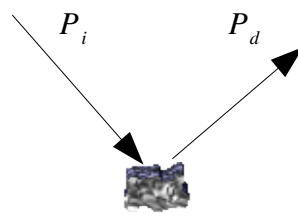
3D



$$f_{pq} = \lim_{r \rightarrow \infty} r \frac{E_{d,p}}{E_{i,q}} \cdot e^{+j(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{r}}$$

SER

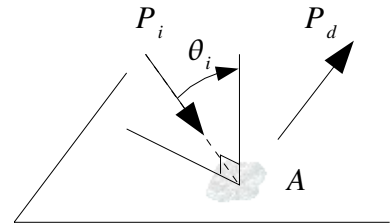
3D



$$\sigma_{pq} = \lim_{r \rightarrow \infty} 4 \pi r^2 \frac{|E_{d,p}|^2}{|E_{i,q}|^2}$$

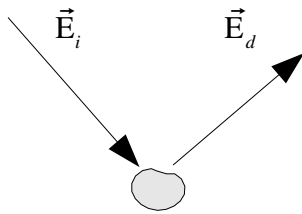
Coefficient de diffusion

3D



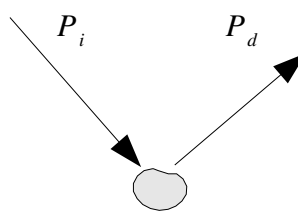
$$\sigma_{0pq} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4 \pi r^2}{A \cos \theta_i} \frac{|E_{d,p}|^2}{|E_{i,q}|^2}$$

2D



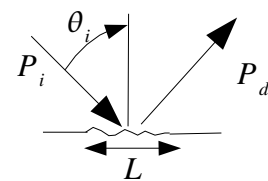
$$f_{pq} = \lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \frac{E_{d,p}}{E_{i,q}} \cdot e^{+j(\vec{k}_i - \vec{k}_d) \cdot \vec{r}}$$

2D



$$\sigma_{pq} = \lim_{r \rightarrow \infty} 2 \pi r \frac{|E_{d,p}|^2}{|E_{i,q}|^2}$$

2D



$$\sigma_{0pq} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{2 \pi r}{L \cos \theta_i} \frac{|E_{d,p}|^2}{|E_{i,q}|^2}$$

Figure 43 : Domaine d'application et expression des différentes grandeurs de la diffraction dans des géométries 3D et 2D. Les indices p et q indiquent respectivement la polarisation perpendiculaire et la polarisation parallèle. Les indices i et d s'appliquent respectivement au champ incident et diffracté. Noter que la géométrie 2D n'intervient que dans les calculs puisqu'elle correspond à une géométrie 3D qui aurait une symétrie de translation à l'infini sur l'un des axes.

Dans tous les cas la difficulté réside en la détermination du champ diffracté E_d en fonction de l'onde plane incidente (champ E_i). En raison de la complexité du problème, il existe très peu de cas calculables analytiquement. Il est donc nécessaire de recourir à des calculs numériques fondés sur des méthodes rigoureuses ou asymptotiques.

3.2- Les méthodes rigoureuses : FDTD, MoM

Afin de mieux appréhender les avantages et les limitations des méthodes numériques tel que les différences finies dans le domaine temporel (FDTD)[27] ou la méthode des moments (MoM), les paragraphes qui suivent introduisent le principe de ces algorithmes dans le cadre d'une modélisation de sols réels comportant des interfaces rugueuses et des milieux hétérogènes.

3.2.a FDTD

Yee propose en 1966 une discrétisation des équations de Maxwell dans l'espace et le temps. L'algorithme FDTD résout pour chaque itération temporelle tous les champs électriques et magnétiques en tout point de l'ensemble du maillage. Ce dernier a une structure parallélépipédique et les objets doivent le suivre pour être correctement pris en compte par la méthode. L'originalité du schéma de Yee est le décalage dans l'espace et le temps des champs électriques et magnétiques. Généralement, les champs électriques sont déterminés au milieu des arêtes et les champs magnétiques au milieu des faces. A chaque itération temporelle n , les champs électriques sont calculés aux instants n et les champs magnétiques aux instants $n+1/2$.

Alors qu'il est préconisé de mailler la surface ou le volume avec un pas spatial inférieur à $\lambda/20$ pour limiter la dispersion numérique, une surface rugueuse qui a une longueur de corrélation de l'ordre de λ et une hauteur quadratique moyenne de l'ordre de $\lambda/3$ doit être maillée en $\lambda/100$ pour que l'erreur sur le champ diffracté soit inférieur à 5% [4 p91]. En raison de la discrétisation de l'objet dans le maillage, une rugosité numérique se superpose à la rugosité naturelle et fausse les résultats. En quelque sorte, le maillage peut être vu comme un filtrage spatial passe bas (figure 44). Par ailleurs, pour des raisons de stabilité numérique, le pas temporel doit être inférieur au temps nécessaire à l'onde pour traverser une cellule. Le pas temporel devient donc de plus en plus petit au fur et à mesure que le pas spatial diminue. Finalement, un suréchantillonnage de la structure aboutit rapidement à une augmentation des ressources informatiques dans des proportions déraisonnables, tant en terme d'espace mémoire que de temps CPU.

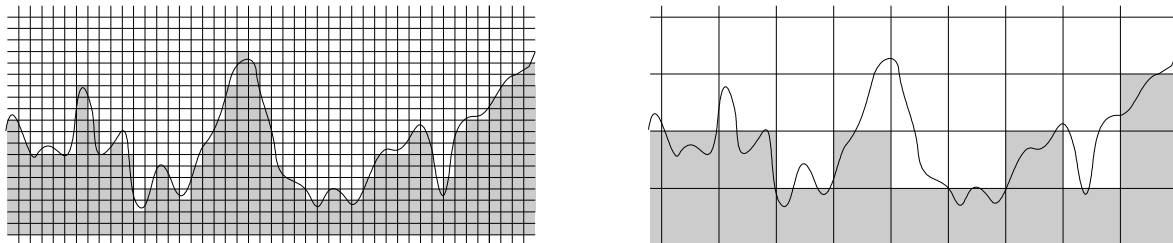


Figure 44 : Illustration de la dégradation de la rugosité dans un maillage FDTD (maillage en $\lambda/100$ et à gauche, $\lambda/20$ à droite). Dans cet exemple, la convention qui a été prise est la suivante : si la courbe passe au dessus du centre de la maille alors elle contient du diélectrique.

Un autre grand problème de la FDTD est la difficulté de contrôler la taille des petits objets. En raison de la répartition spatiale des champs électriques et magnétiques et de la façon d'appliquer les conditions aux interfaces, un objet simulé apparaît plus grand que l'ensemble des mailles qui lui est associé : pour un objet métallique, ce surdimensionnement varie entre 20% et 50% de la taille d'une maille suivant le pas temporel et la finesse de discrétisation (cf. figure 45). Ceci peut s'expliquer en se rappelant que la FDTD suppose une faible variation du champ au sein d'une maille. Or, le champ varie très rapidement à proximité immédiate des éléments métalliques. En ce

qui concerne les diélectriques, une erreur sur la dimension des structures en diélectrique subsiste bien qu'elle soit moins sensible que pour les métaux. Par ailleurs, la prise en compte d'une interface diélectrique introduit une fine couche d'un milieu d'impédance moyenne (cf. figure 46).

Pour toutes ces raisons, il existe une différence substantielle entre la rugosité attendue et celle réellement prise en compte dans la simulation.

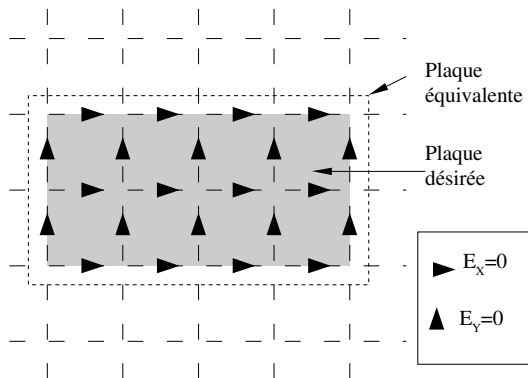


Figure 45 : Surdimensionnement d'une plaque parfaitement conductrice (on applique E tangentiel nul) dans une simulation FDTD à deux dimensions

On considère la circulation de H sur le contour L d'une section S :

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{S} \approx \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot \iint_S \epsilon d\vec{S}$$

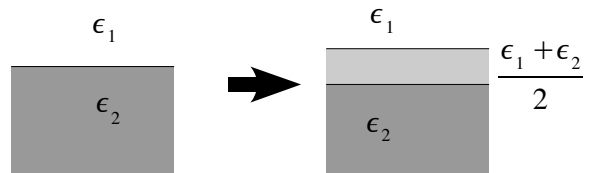


Figure 46 : En plus de l'erreur sur la dimension de l'objet, la prise en compte d'un diélectrique introduit une fine couche d'un matériau de permittivité moyenne

Les autres principaux problèmes de la méthode FDTD sont :

- la mise de oeuvre de conditions absorbantes aux bornes du domaine de calcul pour simuler un espace libre (CPML),
- la prise en compte des milieux dispersifs : modèle de Debye...
- l'introduction de fils minces (formalisme de Holland) et notamment les problèmes d'interconnexion entre fils, les fils situés ailleurs que sur une arrête du maillage, les fils obliques...

3.2.b MoM

La méthode des moments (MoM : Method of Moments) est une technique mathématique générale qui permet de résoudre toute équation linéaire inhomogène du type :

$$L(f) = g \tag{27}$$

où L est un opérateur linéaire, f la fonction inconnue, et g une fonction connue.

La MoM peut s'appliquer aux équations de Maxwell aussi bien dans le domaine temporel que le domaine fréquentiel. Ensuite, le développement de f sur une base de fonctions aboutit à une mise en forme matricielle du problème.

Revenons au problème spécifique du calcul de la diffraction par une surface rugueuse. Pour un calcul à deux dimensions le profil se discrétise en N segments de longueur dl sur lequel on calcule le courant (en général $dl < \lambda/10$). Dans le cas tridimensionnel, la surface se décompose en carrés ou triangles chacun caractérisé par sa densité surfacique de courant.

On obtient donc une écriture matricielle de la répartition des courants à laquelle il est facile d'associer le champ diffracté grâce à une intégrale de rayonnement. La MoM fait partie des méthodes rigoureuses, en particulier elle prend en compte le couplage entre un segment et tous les autres.

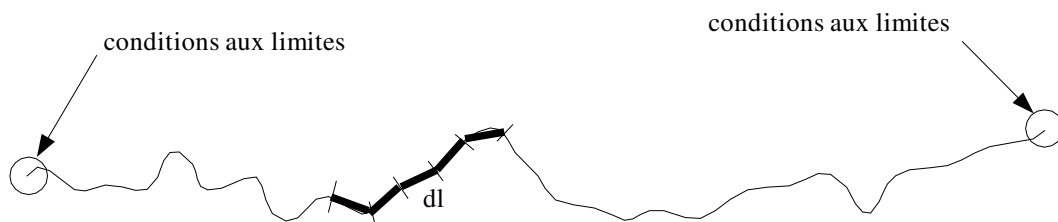


Figure 47 : Illustration de la discrétisation par la méthode des moments

Les principaux problèmes de la MoM sont :

- l'application de conditions aux limites pour simuler une surface infinie et éviter ainsi la diffraction par les bords de la surface ;
- la détermination de la fonction de Green notamment pour prendre correctement en compte les milieux diélectriques, les milieux à pertes ou encore dispersifs...
- l'inversion de la matrice (risque de divergence, taille mémoire, temps de calcul...).

La présentation de la MoM ci-dessus se justifie car cette méthode fait presque systématiquement figure de référence lors de la validation des méthodes asymptotiques que nous allons voir dans la suite de ce chapitre. En comparaison avec le maillage parallélépipédique de la méthode FDTD - qui rappelons-le est aussi une méthode rigoureuse - la discrétisation imposée par la MoM dégrade bien moins l'intégrité de la surface rugueuse (à pas de discrétisation identique).

3.3- Autres méthodes

Malgré l'évolution des ordinateurs, le calcul rigoureux de la diffraction d'une surface rugueuse demeure problématique, spécialement lorsqu'il s'agit d'effectuer une étude statistique sur un grand nombre de surfaces. A l'inverse, les méthodes asymptotiques basées sur l'approximation de Kirchhoff (KA) ou la méthode des petites perturbations (SPM : small-perturbation method) sont très rapides mais ont un domaine de validité restreint (voir figure 48). Parmi les autres méthodes

asymptotiques figurent l'approximation des faibles pentes du premier ou du second ordre (SSA-1 ou SSA-2 : small-slope approximation), la méthode NLSSA (nonlocal SSA), la méthode OEM (operator expansion method), la méthode LWA (local weight approximation)...

Les méthodes analytiques sont attrayantes puisqu'elles établissent clairement les liens entre rétrodiffusion et propriétés géométriques de la surface (valeurs de h_{rms} et L_c par rapport à la longueur d'onde) [29]. Malheureusement, certaines théories négligent les phénomènes d'ombres or ce phénomène devient prédominant en incidence rasante!

Voilà pourquoi il y a un constant effort pour le développement de nouvelles méthodes à la fois précises et efficaces. Elfouhaily [32][33] propose une nouvelle méthode asymptotique appelée WCA (Weighted curvature approximation). Elle fédère l'approximation de Kirchhoff, qui est une méthode d'équation intégrale (IEM), avec l'approximation des faibles pentes à l'ordre 1 et 2.

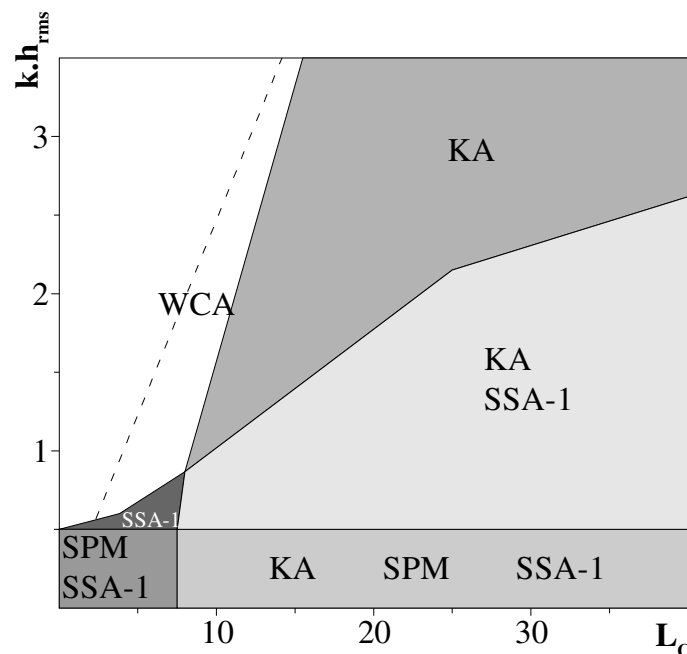


Figure 48 : Domaine de validité des différentes approximations. k désigne le vecteur d'onde, h_{rms} et L_c représentent respectivement la hauteur quadratique moyenne et la longueur de corrélation de la surface [32].

Nous avons vu précédemment que la méthode des moments fait figure de référence dans le calcul de la rétrodiffusion. Malheureusement, c'est une méthode lourde puisqu'elle conduit à une inversion de matrice $N \times N$ où N est le nombre d'inconnues, égal au nombre de points de la surface. La MoM prend en compte les interactions entre tous les points mais l'influence entre deux points éloignés est souvent négligeable. En partant de cette idée, Holliday [31] propose une puissante technique itérative appelée "Forward-Backward" (FB). En un point donné de la surface, le courant dépend du champ incident et du courant situé sur les points environnants. Cette formulation du problème permet de réduire la résolution à l'inversion de N matrices 2×2 pour les 5 à 10 itérations nécessaires à la convergence de l'algorithme. Iodine [30] améliore plus tard cette méthode en l'appliquant à des diélectriques à pertes.

4- Conclusions relatives à la première partie

Cette étude a permis de mettre au point différents algorithmes qui génèrent des surfaces rugueuses et des milieux hétérogènes aléatoires. Implantés dans notre logiciel d'électromagnétisme Tridimo fondé sur la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD), ces algorithmes permettent d'étudier la signature d'un objet dans un environnement réaliste.

Les surfaces naturelles sont caractérisées par leur hauteur quadratique moyenne, leur longueur de corrélation et leur spectre spatial lui-même intimement lié à la dimension fractale de la surface. Les modèles numériques permettent de générer des surfaces ayant les mêmes valeurs caractéristiques que les surfaces naturelles. En général, l'utilisation d'un seul modèle stochastique ou d'un seul algorithme basé sur les fractales suffit. Toutefois, la diversité géométrique de la surface nécessite parfois la combinaison de plusieurs méthodes : la surface finale est alors une superposition de surfaces élémentaires.

Les instruments d'étude et les éléments caractéristiques des surfaces rugueuses peuvent être utilisés pour décrire les grandeurs pertinentes d'un milieu hétérogène : spectre spatial, valeur moyenne quadratique, une ou plusieurs longueurs de corrélation (dans le cas d'une hétérogénéité anisotrope, une longueur de corrélation doit être associée à chacune des directions d'anisotropie).

L'étude bibliographique des méthodes de calcul de la rétrodiffusion laisse penser que la méthode FDTD n'est pas la meilleure pour prendre compte des surfaces rugueuses. En effet, le maillage pour la MoM altère beaucoup moins la surface et les méthodes asymptotiques sont bien plus rapides. La méthode FDTD a été choisie pour deux raisons :

- Tout d'abord, le laboratoire développe un logiciel performant basé sur cette méthode. Tridimo inclut déjà le formalisme des fils minces, les milieux à pertes, les milieux dispersifs, les CPML... Il est donc possible de modéliser un sol mais aussi, l'antenne, l'espace libre...
- Enfin, la polyvalence de la FDTD en fait la seule méthode (parmi celles mentionnées précédemment) capable de modéliser correctement les milieux hétérogènes.

PARTIE II :

RADAR GPR - ETUDE D'ANTENNES

Cette partie est consacrée à l'étude des antennes pour GPR. Après avoir rappelé brièvement le principe de fonctionnement et le domaine d'activité d'un radar, nous décrivons un certain nombre d'antennes large bande. Ensuite, nous porterons notre attention sur les propriétés de l'antenne de Wu-King utilisée par le radar de la sonde Martienne Netlander : impédance, rendement, gain, ... Une autre antenne fondée sur le même principe des ondes amorties sera également abordée afin d'améliorer les performances du système. Le fonctionnement de l'antenne de Wu-King dans une gamme de fréquence plus élevée sera étudié afin de réduire la zone aveugle du radar. Nous terminerons cette partie par une réflexion sur la sensibilité des propriétés d'une antenne filaire lorsqu'elle se trouve à proximité d'une interface.

Le but de cette étude est d'avoir une compréhension approfondie de la forme d'onde émise par l'antenne en vue d'améliorer la chaîne d'émission et pour préparer l'interprétation des échos radar.

1- Le radar GPR (Ground Penetrating Radar)

1.1- Principe de fonctionnement d'un GPR

Un radar GPR (ground penetrating radar) se divise en deux parties : un étage d'émission et un étage de réception (figure 49). L'étage d'émission se compose lui-même d'un générateur de signaux et d'une antenne reliés par un balun. L'étage de réception comprend une antenne le plus souvent identique à l'antenne d'émission, un balun et un récepteur. En général, les deux antennes sont blindées afin de minimiser le couplage et l'effet des objets en surface (arbres, poteaux...).

Le premier étage émet une onde électromagnétique qui interagit avec le sol et la cible pour former une onde réfléchie captée par l'étage de réception. Le traitement du signal se décompose en plusieurs parties. Un premier traitement nécessairement effectué en temps réel consiste à échantillonner le signal et à l'enregistrer. Une autre partie peut être exécutée en post-traitement, elle vise à mettre en forme les signaux et à les interpréter soit directement soit à l'aide de logiciels d'inversion de données.

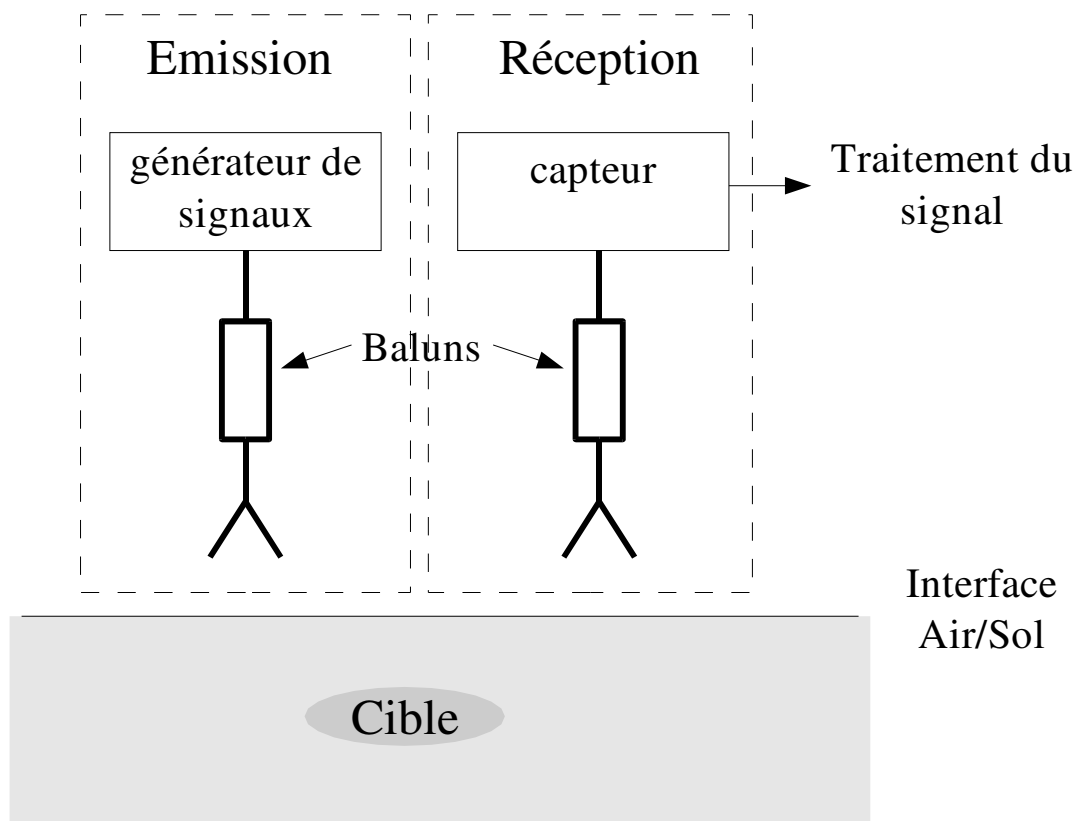


Figure 49 : Schéma de principe d'un radar GPR

1.2- Applications

Les radars GPR offrent un large éventail d'applications allant de la détection d'objets enfouis à l'exploration planétaire. Les choix de la bande de fréquence, de la géométrie des antennes et de la polarisation dépendent de nombreux facteurs incluant : la taille et la forme des cibles, les propriétés électromagnétiques du milieu de propagation, le budget alloué au projet... Nous rencontrerons au cours de cette étude une application spatiale et une configuration génie civil.

Sur Terre, la profondeur de pénétration est limitée par la présence d'eau fortement conductrice. Ainsi, la prospection radar convient pour la détection d'objets dans du béton, du sable relativement sec mais devient moins performante voire inopérante dans les zones humides ou dès que la profondeur d'investigation souhaitée devient trop grande. Lorsque la détection par signaux radar devient impossible, par exemple dans la recherche pétrolière ou en mer, il faut utiliser des méthodes sismiques ou acoustiques. Remarquons que comme une onde électromagnétique est une grandeur vectorielle, elle contient à priori beaucoup plus d'informations qu'une vibration acoustique. Toutefois, lorsqu'un radar n'utilise qu'une seule composante de champ, les méthodes d'analyses employées en électromagnétisme et en acoustique se recoupent.

La plupart des applications en génie civil utilisent un radar composé de deux antennes mobiles fonctionnant généralement entre 100 MHz et 1 GHz. Ces radars peuvent servir à la détection de canalisations, de fuites autour d'un réservoir ou d'un oléoduc. D'autres radars peuvent contrôler rapidement l'usure d'une route...

L'application spatiale qui a été étudiée s'est déroulée en partenariat avec le CETP (Centre d'Etude des environnements Terrestres et planétaires). A l'origine, il s'agissait d'étudier les différentes configurations du radar de la sonde martienne Netlander via des modèles numériques. Puis le laboratoire a participé à la réflexion sur l'interprétation des signaux radars via des simulations et des signaux expérimentaux obtenus avec un démonstrateur sur la dune du Pyla, en Égypte et en Antarctique. Ce radar devait démontrer la présence ou l'absence d'eau sous forme liquide dans le sous-sol de Mars jusqu'à une profondeur de 2500 mètres. Compte tenu de la profondeur de prospection, du type de cible recherchée (interface géologique plane) et des contraintes de poids : le radar se compose d'une antenne filaire fixe fonctionnant autour de 2 MHz.

1.3- Quelques modes d'émissions

La forme du signal émis par le dispositif dépend de l'utilisation du radar et du type d'objet recherché. Chaque type de signal possède ses avantages et ses inconvénients. Il s'agit donc d'établir un compromis entre les performances, l'encombrement, la facilité d'utilisation, la modularité, le coût... Les modes d'émissions les plus couramment employés sont :

- la modulation d'amplitude (AMCW) également appelée mode impulsif,
- la modulation de fréquence (FMCW),

- les sauts de fréquence.

1.3.a Modulation d'amplitude AMCW

Le radar émet une impulsion dont la forme se rapproche généralement d'une impulsion de Ricker (ondelette de Rayleigh), d'une sino-gaussienne, de la dérivée d'une gaussienne ou de deux gaussiennes opposées et décalées dans le temps. Pour les applications géophysiques classiques, la durée de l'impulsion varie entre 0.5ns et 10ns mais des applications plus "exotiques" peuvent utiliser une impulsion qui dure jusqu'à 1µs. Par abus de langage, on cite la fréquence correspondant au maximum de puissance en omettant de préciser la largeur spectrale de l'impulsion. Ainsi, lorsqu'on parle de fonctionnement à 1Ghz, on sous entend l'utilisation d'un pulse d'une durée d'environ 1ns, ce qui n'empêche pas le spectre de s'étendre bien en-dessous et bien au-delà de 1GHz.

La modulation d'amplitude fonctionne directement dans le domaine temporel ce qui minimise l'encombrement et le coût de cette technique. La rapidité de ces systèmes en font d'excellents outils pour les applications embarquées. Cependant, la difficulté de maîtriser la forme du signal réduit la résolution. En effet, deux façons de générer une impulsion existent. La première méthode module directement une porteuse par une porte ; la forme du signal est alors bien contrôlée mais sa puissance est limitée. Pour augmenter la puissance émise, il est préférable d'utiliser une méthode basée sur la décharge de capacités. Il ne s'agit donc plus d'une modulation d'amplitude à proprement parlé mais dans les deux cas le but est de générer une impulsion pour travailler dans le domaine temporel. Il est donc naturel de désigner les deux modes d'émission sous le nom de modulation d'amplitude.

Un autre problème qui limite la résolution est l'acquisition de l'impulsion : celle-ci doit être réalisée à l'aide de capteurs ultra-rapides tels les convertisseurs "flash". Leur faible dynamique (particulièrement sur 8bits) peut nécessiter l'utilisation d'amplificateurs très complexes à gain variable dans le temps afin de mesurer correctement les échos lointains de faible amplitude.

Par ailleurs, pour que l'impulsion ne soit pas déformée par les antennes, elles sont nécessairement large bande avec un centre de phase constant selon la fréquence.

1.3.b Modulation de fréquence FMCW

La fréquence d'émission est modulée linéairement sur une large bande de fréquence Δf en un temps T ("chirp"). Si le radar reçoit le signal rétrodiffusé en même temps qu'il émet, le spectre du produit entre ces deux signaux présente des raies dont la fréquence est proportionnelle à la distance radar-cible et inversement proportionnelle au temps de balayage... La résolution est inversement proportionnelle à la largeur spectrale. Les avantages de cette méthode également appelée compression d'impulsion sont nombreux :

- Le rapport signal sur bruit est multiplié par le coefficient de compression $T\Delta f$.
- La puissance crête nécessaire est divisée par le rapport de compression.
- Les systèmes sont rapides.
- Il est possible d'avoir une très bonne résolution.

Cependant, dans les applications GPR, le radar reçoit en même temps qu'il émet. Il en résulte que les principales limitations sont imposées par le couplage entre les antennes et par la nécessité d'une électronique très complexe.

Le principe de la FMCW est mieux adapté à la reconnaissance d'avions [37] car le problème du couplage entre antennes disparaît : le signal rétrodiffusé par la cible est séparé temporellement de l'effet du couplage. La modulation dans le temps permet de recevoir la réponse de l'avion pour toutes les fréquences à des instants différents. Ainsi, la signature de l'objet se caractérise préférentiellement à l'aide d'un diagramme temps-fréquence (voir la boîte à outils "Time-Frequency ToolBox" sous interface Matlab [82]). Cette technique a fait ses preuves via les rouages de l'évolution : les chauves-souris utilisent une modulation de fréquence dans le domaine acoustique pour distinguer les insectes (figure 50).

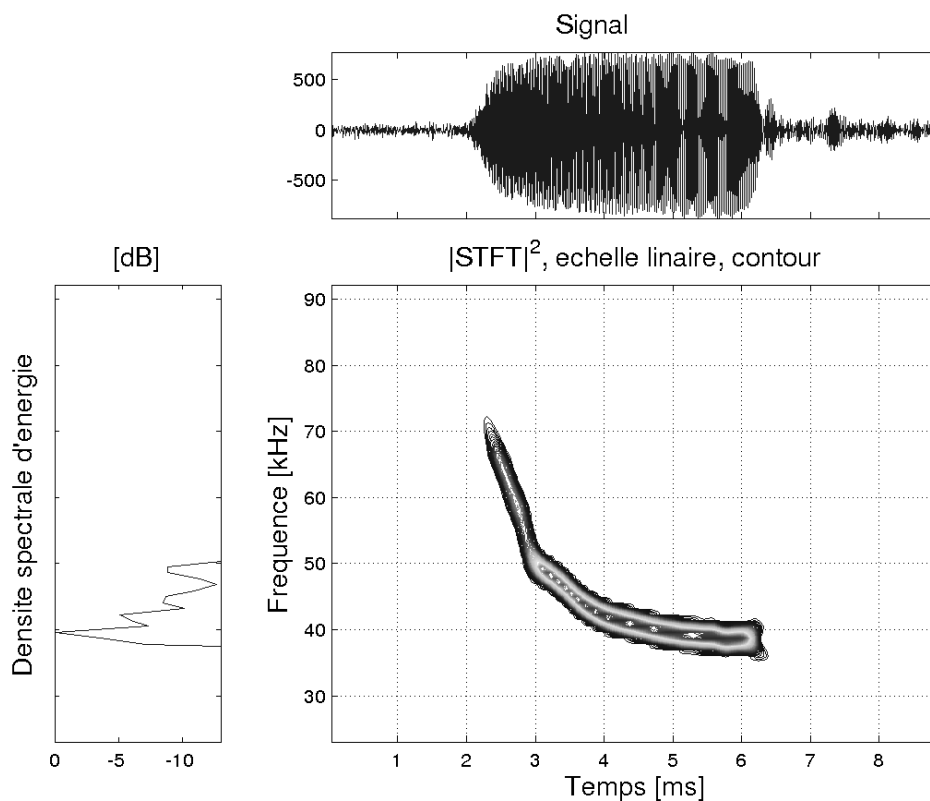


Figure 50 : Signal sonore d'une chauve-souris! Une analyse temps-fréquence permet de voir que les hautes fréquences sont émises en premier : chose impossible à voir sur une analyse spectrale [82].

1.3.c Radars à saut de fréquence

La synthèse d'impulsion est une variante de la compression d'impulsion décrite précédemment. Elle s'appuie aussi sur le balayage d'une large bande de fréquence. Une mesure du signal complexe (amplitude et phase) reçu est réalisée pour chaque fréquence. Une transformée de Fourier inverse permet alors de retrouver la réponse impulsionnelle.

Comme pour les radars FMCW, la puissance crête émise est réduite et la réception est réalisée en bande étroite, ce qui réduit le bruit et la vitesse d'échantillonnage. Le principal avantage du saut de fréquence est de pouvoir pondérer les mesures complexes pour chaque fréquence de manière à corriger des effets gênants comme l'atténuation du sol, la réponse des antennes, le couplage... Ainsi, les antennes utilisées doivent être large bande mais la position du centre de phase peut varier avec la fréquence.

1.4- Quelques antennes

Que le mode de fonctionnement soit impulsionnel ou harmonique, le radar requiert toujours l'utilisation d'une antenne large bande. On entend par là qu'elle conserve les mêmes propriétés d'impédance, de directivité et de polarisation sur une large bande de fréquence. En pratique, un compromis est toujours à faire sur l'ensemble de ces paramètres.

Rappelons qu'en général, une antenne fonctionne sur une fréquence fondamentale et un certain nombre d'harmoniques. Chaque harmonique peut être caractérisé par un filtre résonnant série ou parallèle. L'antenne ne peut fonctionner qu'autour des résonances séries puisque ce sont les seules fréquences pour lesquelles l'impédance de l'antenne présente à la fois une partie réelle faible et une partie imaginaire presque nulle et stable (à la résonance série, une faible variation de la fréquence entraîne une faible variation de la partie imaginaire). Une antenne large bande peut être développées à partir des trois idées directrices suivantes :

- Les propriétés d'une antenne (impédance, gain, diagramme de rayonnement) sont déterminées par sa forme et ses dimensions. Si l'antenne est constituée de sorte que les éléments de sa structure puissent se déduire les uns des autres par des homothéties suivies ou non de rotations, le fonctionnement du système devient indépendant de la fréquence puisque la structure est uniquement définie par ses angles et non sa dimension (exemple figure 51). Il en résulte que l'antenne idéale devrait avoir une taille infinie, ce qui n'a naturellement aucun sens. Par conséquent, la taille de l'antenne fixe la fréquence basse de fonctionnement alors que la qualité de réalisation à petite échelle fixe la fréquence maximale.
- La deuxième méthode cherche à éliminer toutes les résonances de l'antenne en instaurant une onde progressive.

- Deux dispositifs rayonnants déduits l'un de l'autre par une multiplication des dimensions d'un facteur k , présentent les mêmes propriétés, l'un à la fréquence f , l'autre à la fréquence f/k . Une antenne constituée d'éléments en parallèle qui se déduisent les uns des autres par un facteur k voisin de l'unité pourra donc avoir des caractéristiques assez proches sur une large bande de fréquence. Cette méthode vise à générer plusieurs modes de fonctionnement série très proches les uns des autres.

Bien que les trois philosophies soient différentes, elles aboutissent parfois aux mêmes conséquences. Par exemple, une antenne définie par ses angles entraîne l'établissement d'une onde progressive mais nous verrons plus loin que la réciproque n'est pas vraie (voir antenne de Wu-King page 76).

1.4.a Antennes spirales

Parmi les antennes définies par leurs angles, on trouve les antennes spirales. Elles existent principalement sous deux formes (cf figure 51). La première, dite antenne spirale logarithmique est typiquement constituée de deux brins symétriques chacun définis en coordonnées polaires par deux rayons vecteurs (28). De bons résultats sont obtenus pour $a=0,5 \text{ rad}^{-1}$ et $\theta_0=1,3 \text{ rad}$.

$$\rho_1(\theta)=\rho_0 \cdot e^{a\theta} \qquad \rho_2(\theta)=\rho_0 \cdot e^{a(\theta-\theta_0)} \qquad (28)$$

Le second type d'antenne spirale présenté est la spirale d'Archimède qui est décrite par une équation du type :

$$\rho(\theta)=a\theta+b \qquad (29)$$

La théorie justifie l'équation des branches pour l'antenne spirale logarithmique alors que l'approche est plus empirique pour l'antenne à spirale d'Archimède. Toutefois, le principe de fonctionnement demeure le même dans les deux cas : l'alimentation s'effectue en O_1 et O_2 , et le courant décroît le long des brins en raison du rayonnement. Le courant qui intervient dans le rayonnement s'étend le long des brins sur une distance de l'ordre de la longueur d'onde. Ainsi, l'antenne fonctionne à des fréquences pour lesquelles le diamètre de l'antenne est supérieur à $\lambda/4$.

Pour obtenir le maximum de rayonnement dans la direction orthogonale au plan de l'antenne, et ceci quelle que soit la fréquence, les points O_1 et O_2 doivent être alimentés en opposition de phase. Le gain peut alors raisonnablement dépasser les 4dB. Dans la partie centrale de la bande passante, là où la couronne de rayonnement est bien formée, la polarisation est circulaire. En revanche, pour les fréquences très élevées (où la quasi-totalité de l'énergie rayonnée provient de l'amorce des spirales) ou au contraire pour les fréquences basses (où l'énergie provient majoritairement de l'extrémité des spirales) la polarisation devient elliptique. Lorsque les paramètres sont correctement choisis, on peut espérer une largeur de bande de l'ordre d'une décade voir plus tout en conservant un taux d'ellipticité supérieur à 0,7.

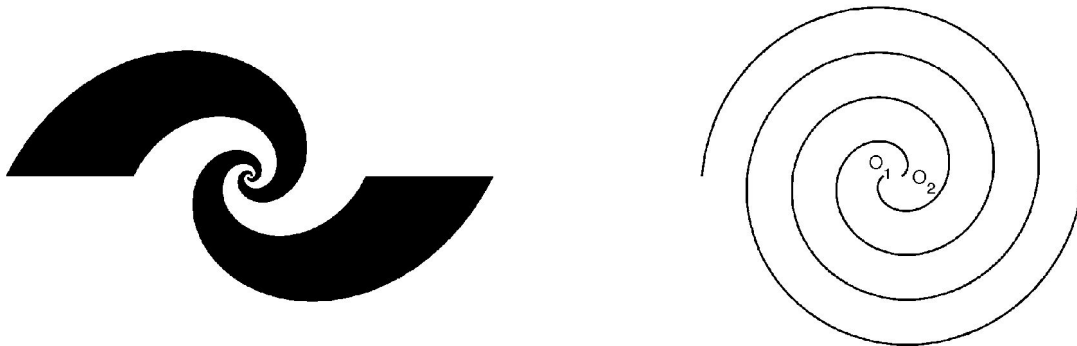


Figure 51 : antenne spirale logarithmique également appelée antenne cimeterre (à gauche) et antenne spirale d'Archimède (à droite)

Des dispositifs optiques associés à des antennes spirales permettent la génération et la détection cohérente de rayonnement aux fréquences de l'ordre du térahertz. Accéder à l'amplitude et à la phase du champ électromagnétique autorise la caractérisation de matériaux : indice de réfraction et coefficient d'absorption [44].

Les antennes spirales ont déjà été utilisées pour des applications radars notamment pour la détection de mines antipersonnelles diélectriques. On reviendra sur l'intérêt de la polarisation circulaire au cours de la troisième partie page 179.

1.4.b Antennes papillons

La bande passante d'un simple dipôle peut être élargie par l'utilisation de plus gros fils. Dans cet ordre d'idée, remplaçons les brins de diamètre fixe par des structures en triangle d'autant plus larges que l'on s'éloigne du générateur. On obtient ainsi une antenne papillon en référence à sa forme qui rappelle celle du noeud papillon (figure 52).

L'antenne papillon fait partie des antennes définies par des angles. Elle est très employée dans le domaine des radars GPR à la fois en pratique et en simulations. Le radar GPR RAMAC qu'a acquis l'équipe en 2003 a été livré avec des antennes de ce type. De surcroît, une antenne papillon est peu onéreuse puisque sa fabrication s'effectue en général avec une technologie de circuit imprimé associée à une alimentation par sonde coaxiale.

L'angle d'ouverture θ est généralement de l'ordre de 50° . La fréquence basse de fonctionnement dépend de la longueur l d'un brin tandis que la fréquence haute dépend de la qualité de la connexion entre l'antenne et son alimentation ainsi que de l'espace δ entre les deux brins. Les simulations FDTD figure 53 donnent les niveaux d'impédance d'entrée de l'antenne Z_a auxquelles on peut s'attendre pour différents angles d'ouvertures. On peut en déduire que kl doit être supérieur à 2 pour garantir un fonctionnement en dehors de la zone capacitive de l'antenne. Bien que la figure 53 donne des résultats pour le vide, il faut noter que l'impédance d'entrée d'une antenne plongée dans un milieu d'indice n peut s'exprimer en fonction de l'impédance d'entrée de cette même antenne lorsqu'elle est dans le vide. L'équation (30) a été vérifiée par des simulations FDTD, η et η_0 expriment respectivement l'impédance du milieu et l'impédance du vide.

$$Z_{a \text{ milieu}}\left(\frac{k_0}{n}\right) = \frac{\eta}{\eta_0} \cdot Z_{a \text{ vide}}(k_0) \tag{30}$$

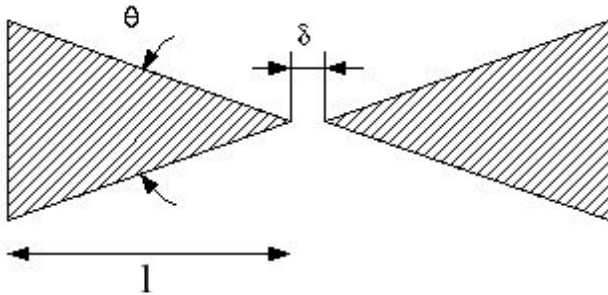


Figure 52 : Grandeurs caractéristiques d'une antenne papillon.

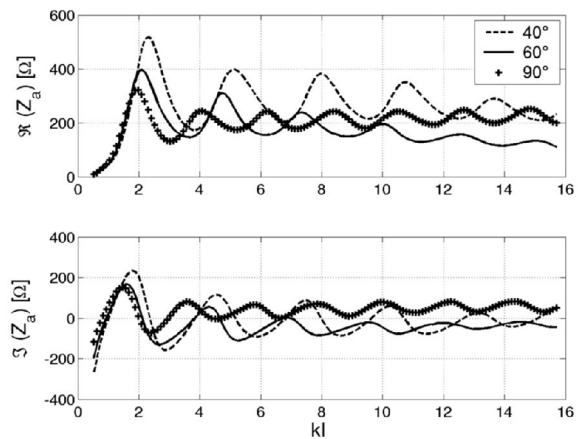


Figure 53 : Impédance d'entrée d'une antenne papillon située dans le vide pour différentes ouvertures θ (k =vecteur d'onde, $\delta=l/50$)

Le champ transitoire émis par l'antenne papillon conventionnelle décrite ci-dessus n'est pas optimal en raison des réflexions internes parfois appelées "ringing". Afin d'augmenter davantage la largeur de bande et diminuer ainsi la durée du signal transitoire, on peut utiliser des résistances parfois combinées à des capacités localisées [45]. Des matériaux absorbants (par exemple des ferrites) placés sur l'une des faces de l'antenne jouent le rôle de résistances réparties alors que les capacités sont introduites en creusant des stries à la surface de l'antenne ou en y collant des bandes

métalliques. Évidemment, l'usinage des stries augmente le coût de fabrication. De plus, l'introduction de pertes dégrade fortement le rendement de l'antenne ce qui constitue le principal inconvénient du point de vue des performances.

1.4.c Antennes log-périodiques

Alimentons un alignement d'éléments rayonnants en parallèle. La majorité du courant passe dans l'élément offrant la plus faible impédance. En choisissant judicieusement des éléments de telle sorte que pour toutes les fréquences que l'on souhaite transmettre il existe un élément adapté alors l'antenne ainsi conçue est large bande (cf. figures 54, 55, 56).

L'étude de ce principe montre que l'optimisation d'une telle structure est réalisée lorsque le rapport homothétique entre deux éléments est du type :

$$\tau = \frac{R_{n+1}}{R_n} = \frac{r_{n+1}}{r_n} \quad (31)$$

Les propriétés (Impédance, diagramme de rayonnement...) de ces antennes ont alors une périodicité fréquentielle de $\ln \tau$ d'où le terme d'antenne à "log-périodique". Du fait que l'élément rayonnant change avec la fréquence, le centre de phase de ces antennes se déplace beaucoup avec la fréquence. Il ne faut pas les confondre avec nos "chères" antennes Yagi où le réseau de dipôles permet d'augmenter la directivité. Bien qu'actuellement utilisées pour l'essentiel dans les télécommunications et les capteurs¹, l'emploi des antennes à log-périodique est largement envisageable dans le domaine du radar. Etant donné la sensibilité de la position du centre de phase par rapport à la fréquence, elles sont mieux adaptées aux radars à synthèse de fréquence plutôt qu'aux radars impulsionsnels.

Une des limites de fonctionnement de ces antennes provient de la proximité des éléments rayonnants qui entraîne des couplages et réduit les performances de l'antenne [42].

1 L'université de Californie à Berkeley développe en partenariat avec l'institut SETI l'Allen Telescope Array (ATA). Cette instrument associe 50 télescopes en réseau et doit entrer en activité courant 2005. Chaque télescope est lui-même constitué d'un miroir parabolique et d'une antenne à log-périodique en son foyer (figure 56). A la pointe de la recherche astronomique, l'ATA participera à l'étude du ciel et plus particulièrement des étoiles et des pulsars dans la bande allant de 500MHz à 11,2GHz [46].

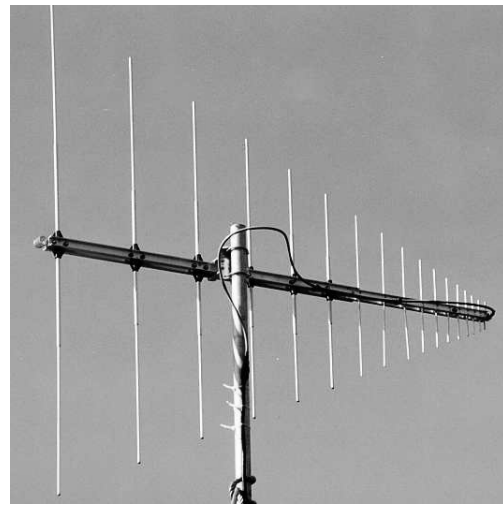
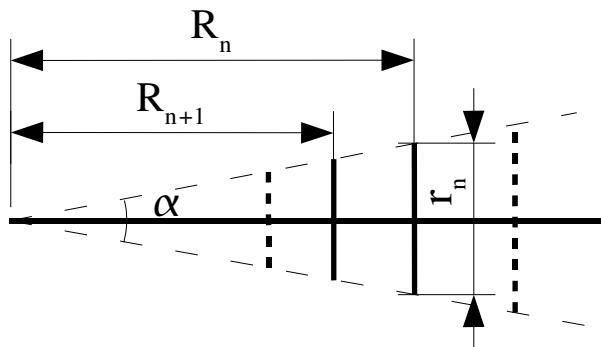


Figure 54 : Antenne log périodique de dipôles. L'exemple de réalisation (à droite) est alimenté par le brin le plus court, elle fonctionne entre 105 et 1300 MHz ($TOS < 2$) avec une polarisation rectiligne, le gain maximum se situe dans la direction orthogonale au plan de l'antenne et varie de 11 à 13 dB, son impédance interne tourne autour de 50Ω

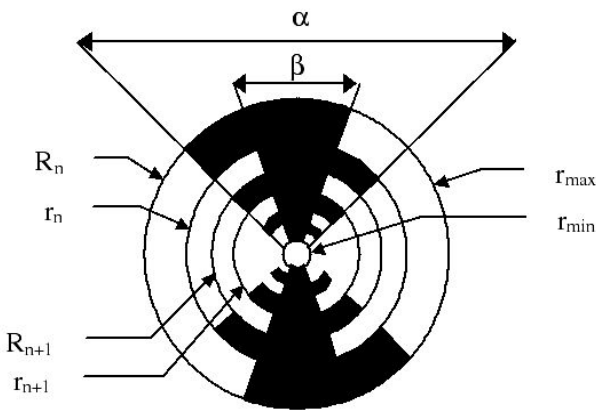


Figure 55 : Antenne log périodique très large bande à polarisation circulaire utilisée comme capteur dans la bande 4-160 GHz [43]

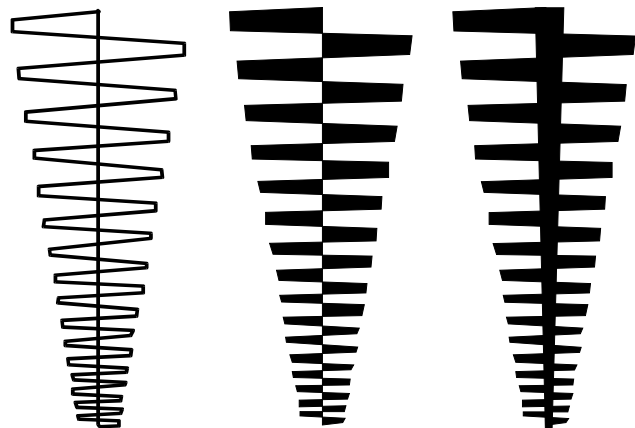


Figure 56 : Antennes log périodique, l'impédance de ces antennes diminue de la gauche vers la droite et la polarisation croisée augmente [46].

1.4.d Antennes fractales

Les antennes fractales ont été étudiées par de nombreux auteurs pour des résultats mitigés [51][52][53][54]. Nous avons vu à l'occasion de la première partie qu'une courbe fractale a une longueur d'autant plus grande qu'elle est mesurée avec une règle étalon petite. Contrairement aux antennes spirales ou à log-périodique, l'idée qui guide leur élaboration semble physiquement discutable : si l'on conçoit un dipôle qui contient toutes les longueurs électriques alors toutes les fréquences devraient être rayonnées. En d'autres termes, pour chaque longueur d'onde, il existe une règle étalon telle que les monopoles mesurent $\lambda/4$. Ceci nous mène à une contradiction : plus la

longueur d'onde est grande, moins l'onde "voit" les détails de l'antenne donc plus l'antenne paraît courte. A l'inverse, les hautes fréquences voient une antenne plus grande! C'est l'inverse de l'objectif recherché. En quelque sorte, la longueur de la règle étalon est liée à la longueur d'onde. En plus, les repliements qui se trouvent sur une antenne fractale donnent lieu à de sévères problèmes de couplages. Même si la réalisation d'antennes très large bande avec des motifs fractals est un échec, elles conservent néanmoins un intérêt dans la miniaturisation des éléments rayonnants ou dans la réalisation d'antennes multi-bandes. Les antennes données en exemple figure 57 ont une polarisation circulaire difficile à contrôler.

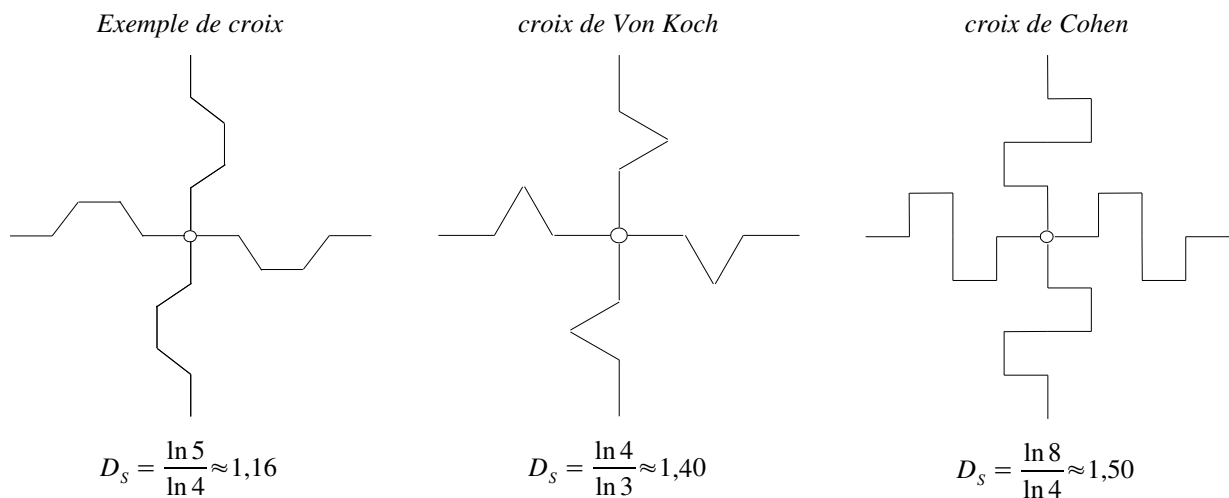


Figure 57 : Trois croix pré-fractales à l'ordre d'itération 1. La dimension de similarité D_s correspondrait à un ordre d'itération infini [51].

1.4.e Autres antennes large bande

Nous pouvons citer d'autres antennes large bande comme les antennes ciseaux [47] et Vivaldi [48][49][50] qui sont en partie définies par des angles. Pour éviter les résonances internes ("ringing"), elles sont parfois associées à des dispositifs absorbants constitués généralement de charges réparties disposées au bout de l'antenne.

Nous reviendrons plus en détails sur les antennes chargées qui permettent l'instauration d'une onde progressive à l'occasion de l'étude de l'antenne de Wu-King page 76.

1.5- Diagramme de rayonnement en champ du dipôle élémentaire

Arrêtons nous sur les propriétés en rayonnement d'un dipôle élémentaire. En effet, d'après le théorème de Huygens : toutes les antennes peuvent être considérées comme une somme de dipôles élémentaires. Donc la visualisation du diagramme de rayonnement d'un dipôle élémentaire donne une bonne idée de ce que peut être le rayonnement d'une antenne.

Nous allons d'abord étudier un dipôle élémentaire posé sur un sol puis au dessus d'une interface.

1.5.a Dipôle élémentaire posé sur un sol sans pertes d'indice n

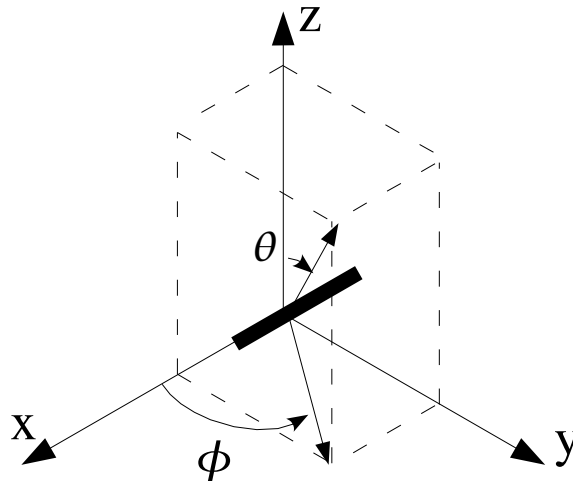


Figure 58 : Coordonnées pour un dipôle horizontal sur une interface, le sol se trouve en $z < 0$

Dans le cas particulier d'un dipôle élémentaire horizontale posé sur le sol d'indice n , de longueur δ_z et traversé par un courant I , le champ lointain est donné analytiquement par les relations en (32) [55].

Soit un repère conforme à la figure 58 où l'espace est divisé en trois parties : une partie dans l'air, deux parties dans le sol distinguées par la valeur de θ par rapport à l'angle critique $\theta_c = \sin^{-1}(n)$. Cet angle critique est bien connu dans les équations de Descartes puisque ce n'est autre que l'angle de réflexion totale.

Pour ces trois zones, le champ lointain s'exprime suivant les relations suivantes :

- Dans l'air :

$$E_\theta = K(r, t) \cos \phi \left[\frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta + (n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}} - \sin^2 \theta \cos \theta \frac{\cos \theta - (n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}}{n^2 \cos \theta + (n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}} \right] \quad (32.a)$$

$$E_{\phi} = -K(r, t) \left| \frac{\cos \theta \sin \phi}{\cos \theta + (n^2 - \sin^2 \theta)^{1/2}} \right| \quad (32.b)$$

● Dans le sol :

- Pour $\pi - \theta_c \leq \theta \leq \pi$. Cette zone située à l'aplomb de l'antenne nous intéresse particulièrement puisque la profondeur de pénétration du radar est directement liée au gain dans cette direction.

$$E_{\theta} = n K(r, t) \cos \phi \left[\sin^2 \theta \cos \theta \frac{(1 - n^2 \sin^2 \theta)^{1/2} + n \cos \theta}{n(1 - n^2 \sin^2 \theta)^{1/2} - \cos \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{(1 - n^2 \sin^2 \theta)^{1/2} - n \cos \theta} \right] \quad (32.c)$$

$$E_{\phi} = n K(r, t) \frac{\cos \theta \sin \phi}{(1 - n^2 \sin^2 \theta)^{1/2} - n \cos \theta} \quad (32.d)$$

- Pour : $\pi/2 \leq \theta \leq \pi - \theta_c$. En l'absence d'effet Goos-Hanchen, le rayonnement dans cette zone serait inexistant. C'est donc lui qui engendre des lobes latéraux.

$$E_{\theta} = n K(r, t) \cos \phi \left[\sin^2 \theta \cos \theta \frac{(n^2 \sin^2 \theta - 1)^{1/2} - j n \cos \theta}{n(n^2 \sin^2 \theta - 1)^{1/2} + j \cos \theta} + j \frac{\cos^2 \theta}{(n^2 \sin^2 \theta - 1)^{1/2} + j n \cos \theta} \right] \quad (32.e)$$

$$E_{\phi} = -j n K(r, t) \frac{\cos \theta \sin \phi}{(n^2 \sin^2 \theta - 1)^{1/2} + j n \cos \theta} \quad (32.f)$$

$$K(r, t) = \frac{j I \delta z \omega \mu_0}{2 \pi r} e^{j(k_m r - \omega t)} \quad (32.g)$$

avec k_m le vecteur d'onde dans le milieu considéré.

Il est intéressant de remarquer que dans la direction du nadir, il est possible d'exprimer simplement le champ rayonné par un dipôle élémentaire posé sur le sol en fonction du champ rayonné par ce même dipôle dans le vide. L'équation (33) montre que plus la permittivité du milieu est élevée, plus l'énergie transmise dans le sol est importante. De plus, cette formule peut être utilisée pour calculer simplement le gain dans la direction du nadir.

$$\left| E_{(\theta=180^\circ)}^{milieu} \right| = \left| \frac{2 \sqrt{\epsilon_r}}{\sqrt{\epsilon_r} + 1} \cdot E_{(\theta=180^\circ)}^{vide} \right| \quad (33)$$

On peut également remarquer que le champ au nadir peut s'exprimer en fonction du champ au zénith :

$$\left| E_{(\theta=180^\circ, \phi=0^\circ)}^{nadir} \right| = \left| E_{(\theta=0^\circ, \phi=0^\circ)}^{zénith} \cdot \frac{\sqrt{\epsilon_r} + 1}{\sqrt{\epsilon_r} - 1} \right| \quad (34)$$

La figure 59 donne les formes caractéristiques des diagrammes de rayonnement en champ (module du produit rE). On peut remarquer que plus la permittivité augmente, plus les lobes latéraux sont importants à la fois en module et en volume angulaire occupé.

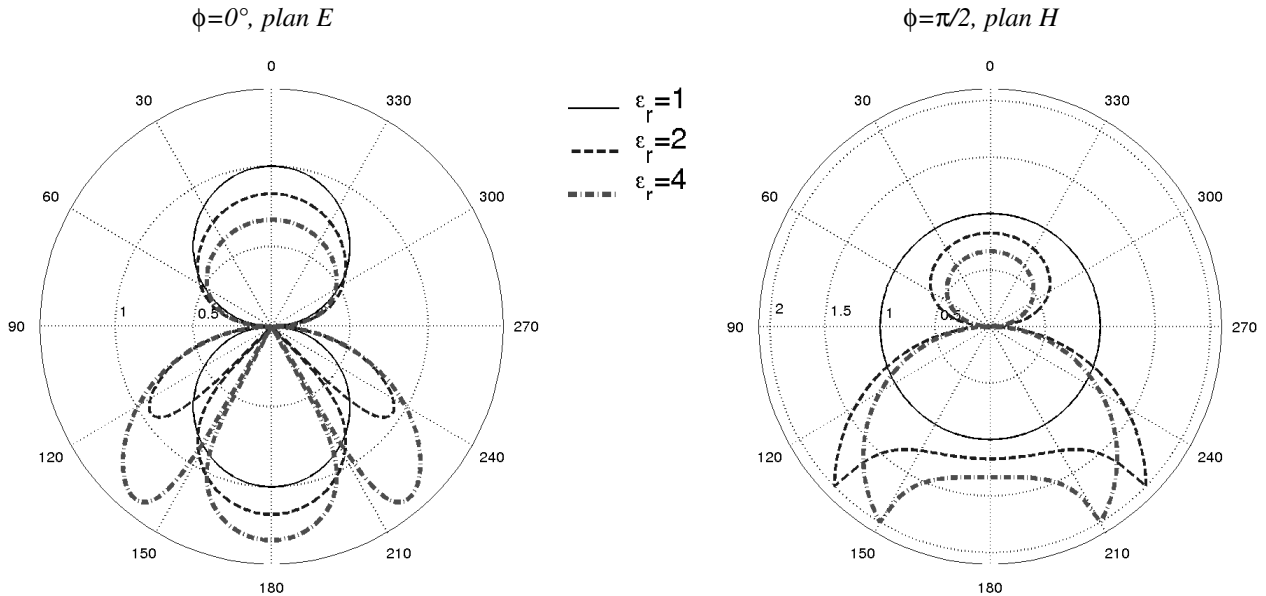


Figure 59 : Diagrammes de rayonnement en champ dans les plans E (à gauche) et H (à droite) d'un dipôle élémentaire posé sur un diélectrique. Ces diagrammes sont normalisés par rapport au maximum du champ pour le même dipôle dans l'air.

1.5.b Dipôle élémentaire proche d'une interface

Dans certains cas, l'antenne ne peut pas être plaquée contre le sol mais est située à une certaine hauteur h . C'est typiquement le cas des radars pour applications génie civil fonctionnant à quelques centaines de MHz : les aspérités du sol sont alors en général trop importantes pour que l'on puisse négliger la hauteur de l'antenne par rapport à la longueur d'onde. Dans le cas où le sol est homogène, il est possible de déterminer analytiquement le champ rayonné par un dipôle élémentaire horizontal de longueur δ_z parcouru par un courant I [56][57]. Toujours avec le système de coordonnées figure 58 mais avec le diélectrique en dessous de l'azimut $z=-h$ nous avons :

- dans le milieu 1 (typiquement dans l'air avec $z>0$)

$$E_\theta = K(r) \sin(\phi) |\cos(\theta)| \left[1 - R_{para} e^{-j2k_1 h |\cos\theta|} \right] \cdot e^{-jk_1 (r-h) |\cos\theta|} \tag{35.a}$$

$$E_\phi = -K(r) \cos(\phi) \left[1 + R_{perp} e^{-j2k_1 h |\cos\theta|} \right] \cdot e^{-jk_1 (r-h) |\cos\theta|} \tag{35.b}$$

- dans le milieu 2 (typiquement dans le sol avec $z < 0$)

$$E_{\theta} = -\frac{k_2}{k_1} K(r) \sin(\phi) |\cos \theta| \cdot T_{para} \cdot e^{-j \left(k_2 r + k_1 h \sqrt{1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \sin^2 \theta} \right)} \quad (35.c)$$

$$E_{\phi} = -\frac{k_2}{k_1} K(r) \cos(\phi) |\cos \theta| \cdot T_{perp} \cdot e^{-j \left(k_2 r + k_1 h \sqrt{1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 \sin^2 \theta} \right)} \quad (35.d)$$

$$\text{Avec : } K(r) = j \frac{I \delta_z \omega \mu_0}{4 \pi r} \quad (35.e)$$

Le calcul du champ lointain fait intervenir les coefficients de réflexion et de transmission en champ pour les deux polarisations.

$$R_{para} = \frac{\left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 |\cos \theta| - \sqrt{\left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 - \sin^2 \theta}}{\left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 |\cos \theta| + \sqrt{\left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 - \sin^2 \theta}} \quad (36.a)$$

$$R_{perp} = \frac{|\cos \theta| - \sqrt{\left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 - \sin^2 \theta}}{|\cos \theta| + \sqrt{\left(\frac{k_2}{k_1} \right)^2 - \sin^2 \theta}} \quad (36.b)$$

$$T_{para} = \frac{2 \left(\frac{k_1}{k_2} \right) \sqrt{\left(\frac{k_1}{k_2} \right)^2 - \sin^2 \theta}}{\left(\frac{k_1}{k_2} \right)^2 |\cos \theta| + \sqrt{\left(\frac{k_1}{k_2} \right)^2 - \sin^2 \theta}} \quad (36.c)$$

$$T_{perp} = \frac{2 \sqrt{\left(\frac{k_1}{k_2} \right)^2 - \sin^2 \theta}}{|\cos \theta| + \sqrt{\left(\frac{k_1}{k_2} \right)^2 - \sin^2 \theta}} \quad (36.d)$$

La figure 60 donne quelques diagrammes de rayonnement en fonction de la hauteur. On peut remarquer que :

- le module du champ pour le lobe au nadir est indépendant de la hauteur h ;
- les lobes latéraux dans le sol diminuent avec l'élévation de l'antenne ;
- le champ rayonné dans l'air au zénith atteint un maximum local pour $h = \lambda_0/4$ modulo $\lambda_0/2$. Ces oscillations sont dues aux interférences constructives ou destructives entre l'onde directe et l'onde réfléchiée par le sol (ces oscillations ne sont pas apparentes sur les graphes qui suivent car il faudrait tracer le gain au zénith en fonction de la hauteur : ceci sera fait avec l'étude d'une antenne complète page 114).

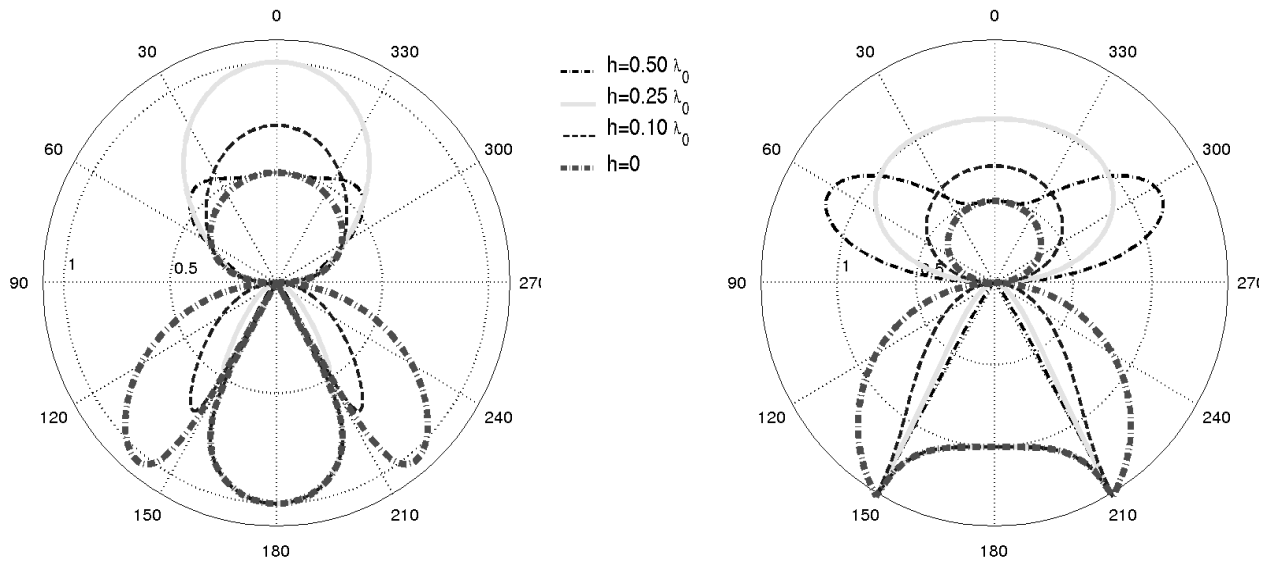


Figure 60 : Diagrammes de rayonnement en champ dans les plans E (à gauche) et H (à droite) pour un dipôle élémentaire situé à la distance h d'un diélectrique de permittivité relative 4 . Ces diagrammes sont normalisés par rapport au champ lointain au nadir lorsque $h=0$.

Après avoir étudié le comportement d'un dipôle élémentaire, nous pouvons passer à l'étude de vraies antennes.

2- Antenne Wu-King

Dans le cas des radars pour sondage du sous-sol Martien (PRISM, Netlander...) [58][59][60][61][62], le cahier des charges est toujours très strict. Il faut une antenne large bande pouvant fonctionner en impulsionnel dans les bandes de fréquence MF ou HF (entre 5 et 19MHz pour PRISM et entre 100kHz et 5MHz pour Netlander) tout en respectant des contraintes de poids, d'encombrement, de robustesse face aux chocs et aux agressions thermiques. Seules les antennes filaires peuvent répondre à ces contraintes particulièrement en terme de poids. Afin d'empêcher les résonances de l'antenne, des charges ohmiques sont réparties sur le fil pour amortir l'onde. Ces antennes sont appelées antennes chargées, amorties ou encore à onde progressive. En ce qui concerne l'application Netlander, le radar géologique devait comporter une antenne électrique pour l'émission et la réception ainsi qu'une antenne magnétique uniquement pour la réception. Afin de pouvoir sonder le sol jusqu'à une profondeur de 2500 mètres, le spectre du signal est centré sur 2MHz. La bande utile est donc bien inférieure à celle des radars GPR pour applications génie civil. Un fonctionnement à ces fréquences nécessite des antennes encombrantes. Or le CNES, maître d'oeuvre du projet, n'avait accordé que 450 grammes pour l'ensemble du radar (antennes plus électronique) et seules les antennes amorties de type Wu-King pouvaient répondre au cahier des charges. Pour diminuer encore le poids, il est possible de remplacer le fil par un ruban de milar équivalent sur lequel sont déposés différents métaux en couche mince permettant d'obtenir le profil de résistance souhaité. Aujourd'hui la mission Netlander a été abandonnée mais d'autres projets toujours en partenariat avec le CETP devraient se concrétiser d'où la poursuite du développement du radar.

La configuration du module n'a cessé de se modifier tout au long du projet. L'antenne devait comporter trois puis deux monopoles disposés selon des angles divers... Nous n'aborderons dans cette étude que le fonctionnement de l'antenne électrique dans les deux configurations suivantes :

- le dipôle avec les deux brins colinéaires,
- le monopole.

2.1- Définition d'une antenne de Wu-King et calcul des paramètres

Pour un dipôle, le courant le long de chaque brin peut se décomposer en la somme de deux courants se propageant en sens opposé. Wu-King montra dès 1964 [63] qu'une répartition de charges judicieusement choisie permet d'obtenir un courant purement progressif le long des fils, c'est-à-dire du générateur vers l'extrémité de l'antenne. La densité linéique des charges doit alors suivre la loi (37) où η_m est l'impédance du milieu dans lequel se trouve l'antenne (en général 120π ohms), l la longueur d'un monopole de rayon a , x la distance entre le générateur et le point considéré, Ψ une constante complexe sans dimension déterminée par (38). Les fonctions C et S représentent respectivement le cosinus et le sinus intégral.

$$z(x) = \frac{\eta_m}{2\pi} \cdot \frac{\Psi}{l-|x|} \tag{37}$$

$$\Psi = 2 \cdot \left[\sinh^{-1} \frac{l}{a} - C(2k_0 a, 2k_0 l) - jS(2k_0 a, 2k_0 l) \right] + j \frac{(1 - e^{-j2k_0 l})}{k_0 l} \tag{38.a}$$

$$k_0 = \frac{\pi}{2l} \tag{38.b}$$

$$C(p, x) = \int_0^x \frac{1 - \cos \sqrt{u^2 + p^2}}{\sqrt{u^2 + p^2}} du \qquad S(p, x) = \int_0^x \frac{\sin \sqrt{u^2 + p^2}}{\sqrt{u^2 + p^2}} du \tag{38.c}$$

La constante Ψ est complexe or il est impossible en pratique de réaliser la bonne partie imaginaire de $z(x)$, c'est pourquoi on ne considérera que la partie réelle de $z(x)$. De toute façon, les pertes Joule responsables de l'amortissement de l'onde le long du fil ne dépendent que de la partie réelle de l'impédance localisée.

Pour Netlander, la longueur de chaque monopole a été fixée à 35 mètres et le rayon équivalent du ruban de milar vaut 2 mm [66 p76]. L'antenne électrique est optimisée pour l'air à la fréquence correspondant à $l = \lambda_0/4$. L'ensemble de ces paramètres permet de déterminer $\Psi = 17.63 - j2.43$ et le tableau (1) donne les résistances par mètre que l'antenne doit satisfaire. Ce tableau peut être utilisé pour :

- les simulations FDTD où les résistances sont localisées avec un pas de maillage de un mètre ;
- les expérimentations puisqu'on utilise des résistances localisées standards et un fil de cuivre plus robuste à la manipulation que le ruban de milar.

x(m)	0,5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5	11,5	12,5	13,5	14,5	15,5	16,5	17,5
Re(z)	30,7	31,6	32,5	33,6	34,7	35,9	37,1	38,5	39,9	41,5	43,2	45,0	47,0	49,2	51,6	54,2	57,2	60,4
x(m)	18,5	19,5	20,5	21,5	22,5	23,5	24,5	25,5	26,5	27,5	28,5	29,5	30,5	31,5	32,5	33,5	34,5	
Re(z)	64,1	68,2	72,9	78,4	84,6	92,0	101	111	124	141	163	192	235	302	423	705	2120	

Tableau 1 : Résistance par mètre sur chaque monopole du GPR de Netlander ($l=35m, a=2mm$)

La figure 61 montre que l'amplitude du courant décroît linéairement sur l'ensemble de la bande nominale d'utilisation bien que les paramètres aient été optimisés pour une seule fréquence.

Après avoir vu comment optimiser les paramètres d'un brin d'une antenne de Wu-King et l'avoir appliqué au cas du GPR de la mission Netlander, nous étudions maintenant les propriétés (impédance, gain...) de l'antenne électrique dans les configurations dipôle et monopole.

2.2- Validation des paramètres : répartition des courants

La répartition des courants le long des brins figure 62 montre que lorsque l'impédance du milieu sur lequel repose l'antenne diminue, les courants ne décroissent plus selon une droite mais sont encore plus atténués. L'antenne reste à onde progressive mais n'est plus optimisée (cf équation 37). Pour retrouver une distribution linéaire de courant tout en ayant l'antenne posée sur une interface entre deux milieux d'impédance η_1 et η_2 , il suffit de considérer dans l'équation (37) un milieu équivalent d'impédance moyenne $(\eta_1 + \eta_2)/2$. Le paramètre Ψ ne change pas et se calcule toujours avec la valeur du vecteur d'onde dans le vide [63]. Cependant, comme l'impédance du sol fait partie des inconnues, il convient de considérer le cas le plus défavorable c'est-à-dire le vide. Les paramètres ont donc été calculés pour $\eta_m = 120\pi$ ohms.

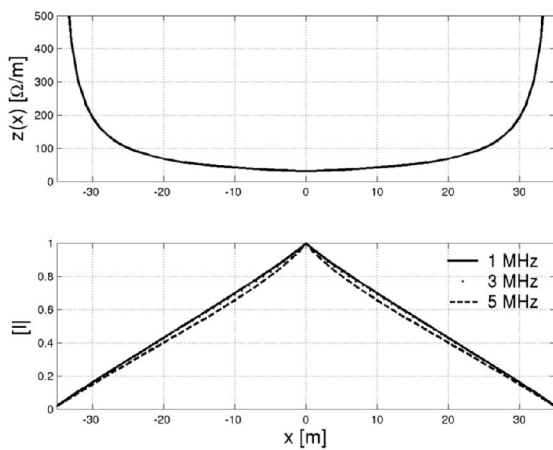


Figure 61 : Répartition des charges selon le modèle de Wu-King (en haut) et amplitude normalisée du courant à différentes fréquences pour l'antenne dans l'air (résultats FDTD)

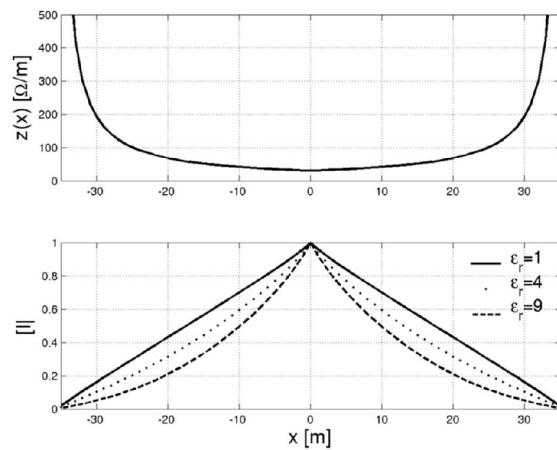


Figure 62 : Répartition des charges selon le modèle de Wu-King (en haut) et amplitude normalisée du courant à 2 MHz pour différentes permittivités de sols (résultats FDTD)

Les simulations FDTD ont validé les paramètres calculés : en particulier, la décroissance linéaire de l'amplitude du courant (conforme à la théorie) quand l'antenne se trouve dans le vide confirme la possibilité de négliger les réactances localisées.

Remarque 1 : Les résultats dans le cas du monopole ne sont pas exposés ici car la répartition des courants est identique à celle du dipôle.

Remarque 2 : Quelques éclaircissements sur le formalisme de Holland utilisé pour modéliser le fil seront proposés page 116.

2.3- Comportement de l'impédance

Nous allons étudier successivement les configurations dipôle et monopole. Le choix du dipôle s'explique par plusieurs aspects. Premièrement c'est la configuration retenue par Wu-King dans sa publication [63], deuxièmement la FDTD permet de simuler un dipôle avec un minimum d'approximations. Enfin, d'un point de vue expérimental, le dipôle équilibré au niveau des charges présente moins de problèmes que le monopole notamment en terme de masse flottante. Toutefois, la configuration monopole présente un avantage certain en terme de poids, elle sera donc également abordée.

2.3.a Configuration dipôle

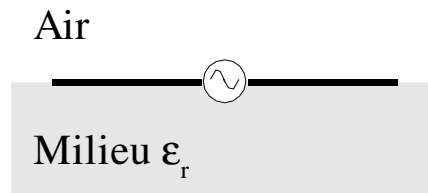


Figure 63 : Antenne dans sa configuration dipolaire.

L'impédance de l'antenne évolue dans le même sens que l'impédance du milieu sur lequel elle repose. En fait, cette propriété se vérifie pour toutes les antennes avec plus ou moins de sensibilité. En prolongeant cette idée, on peut imaginer utiliser l'antenne pour déterminer l'impédance du milieu. En effet, la capacité de l'antenne à basse fréquence dépend fortement du diélectrique d'où une bonne sensibilité sur la mesure de la permittivité électrique. En revanche, l'impédance de l'antenne dépend peu de la conductivité du sol lorsque cette dernière reste inférieure à 10^{-3} S.m^{-1} (valeurs usuelles pour Mars) d'où une piètre sensibilité sur la mesure de ce paramètre.

La figure 64 montre l'influence du sol sur l'impédance de l'antenne. En prenant le risque d'optimiser le profil pour un sol donné (figure 64.b), on améliore les performances du radar : la partie réelle de l'impédance reste quasiment constante sur toute la bande et la partie imaginaire diminue sensiblement en valeur absolue. L'antenne est donc plus facile à adapter.

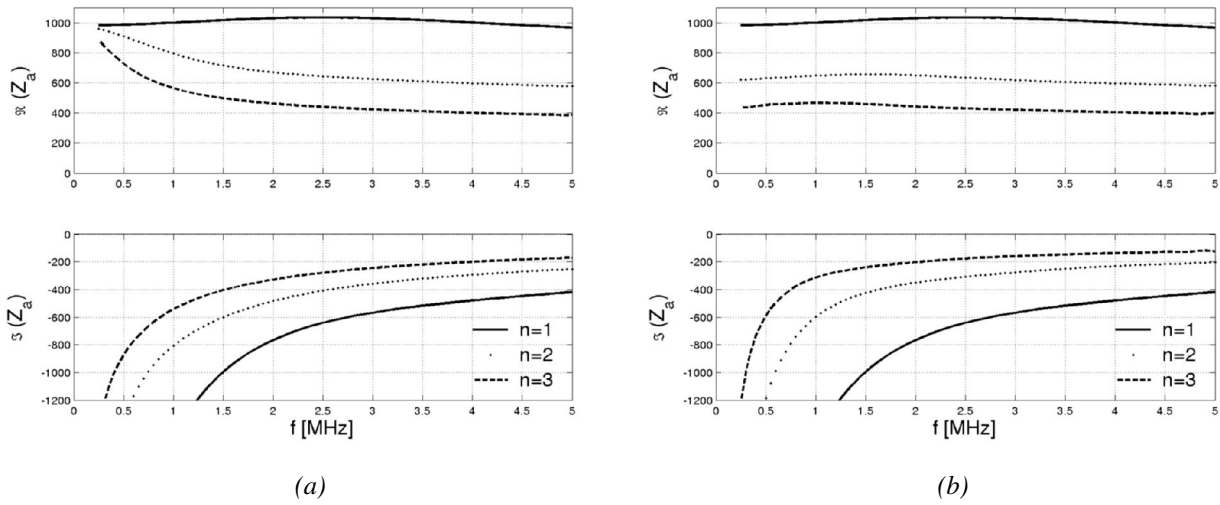


Figure 64 : Évolution de l'impédance de l'antenne dipolaire pour différents indices de sols (résultats FDTD). A gauche, le profil de résistance a été optimisé pour l'air alors qu'à droite le profil est optimisé pour le sol considéré.

Dans la suite, nous utiliserons toujours un profil optimisé pour l'antenne dans l'air.

2.3.b Configuration monopole

Comme pour le dipôle, l'impédance du monopole évolue dans le même sens que l'impédance du milieu sur lequel il repose. La partie réelle de l'impédance du monopole est environ deux fois plus petite que celle du dipôle mais il n'existe apparemment pas de lien direct entre les parties imaginaires (voir figure 66). En réalité, les résultats sur l'impédance présentés sur la figure 66 correspondent aux impédances de charges vues par le générateur et nous allons comprendre plus loin pourquoi ces valeurs ne coïncident pas avec l'impédance d'entrée du monopole.

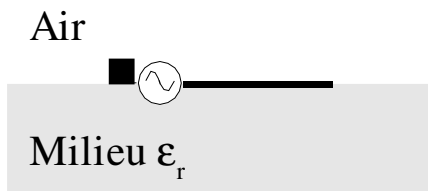


Figure 65 : Antenne dans sa configuration monopole (la borne négative du générateur est reliée à un cube métallique de 1m de côté).

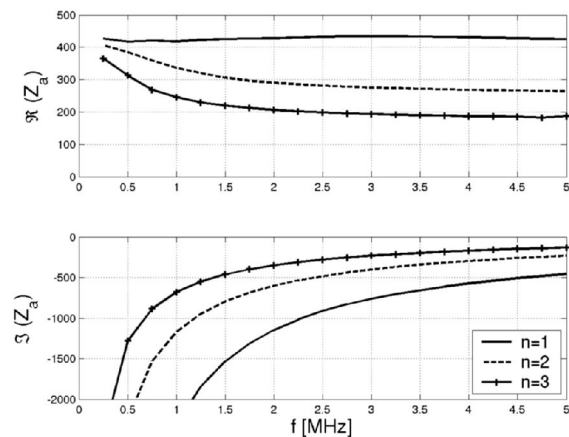


Figure 66 : Évolution de l'impédance vue par le générateur pour différents indices de sols (résultats FDTD avec la configuration figure 65).

Un problème important en ce qui concerne le monopole est celui du déséquilibre des charges. Dans le cas du dipôle, le générateur qui joue le rôle de pompe à électrons prend des charges dans un brin pour les réinjecter dans l'autre, en d'autres termes : la borne positive du générateur est reliée à un brin et la masse du générateur est reliée à l'autre brin. Dans le cas du monopole, la masse du générateur est reliée au châssis de l'engin tandis que la borne positive est reliée à l'antenne (éventuellement par l'intermédiaire d'un balun). Du point de vue des simulations numériques, ce châssis peut être considéré comme une boîte parfaitement conductrice mais qu'en est-il réellement ? Comment obtenir expérimentalement une masse capable de fournir suffisamment d'électrons sans opposer de résistance ? En fait, certaines simulations figure 68 (où l'on considère tantôt un point de masse idéal ou de petites plaques métalliques censées représenter le châssis) ont tendance à montrer que la partie réelle de l'impédance varie peu alors que la partie imaginaire est au contraire très sensible à la dimension du châssis. Tellement sensible que les simulations numériques renseignent qualitativement mais nullement quantitativement sur les évolutions de la partie imaginaire de l'impédance mesurée.



Figure 67 : Pour simuler un monopole, il faut définir un contrepois. Soit on relie la masse du générateur à une plaque ou une boîte métallique (à gauche). Soit on relie directement la masse du générateur à un point qui joue le rôle de masse fictive en appliquant la condition $Q=0$ dans le formalisme des fils minces (à droite).

Remarque 1 : D'après les lois de l'électrostatique, pour porter une sphère conductrice en cuivre de rayon $r=1\text{cm}$ à un potentiel de 100V , il faut fournir Δ_N charges :

$$\Delta_N = \frac{Q}{e} = \frac{4\pi\epsilon_0 rV}{e} = \frac{4\pi \cdot 0,01 \cdot 100}{36\pi \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 7 \cdot 10^8 . \text{ Ce phénomène est plus connu sous le nom d'électrisation.}$$

Remarque 2 : Une étude précédente [66] a montré que l'impédance de l'antenne (dipôle et monopole) dépend également du rayon du fil. Ceci n'a rien d'étonnant dans la mesure où les charges réparties sont calculées en fonction du rayon. Rappelons que dans le cas d'une antenne filaire classique non chargée, le rayon du fil n'influe quasiment pas l'impédance à la résonance mais modifie grandement le facteur de qualité (voir la référence [78 page 207] et figure 118 page 119).

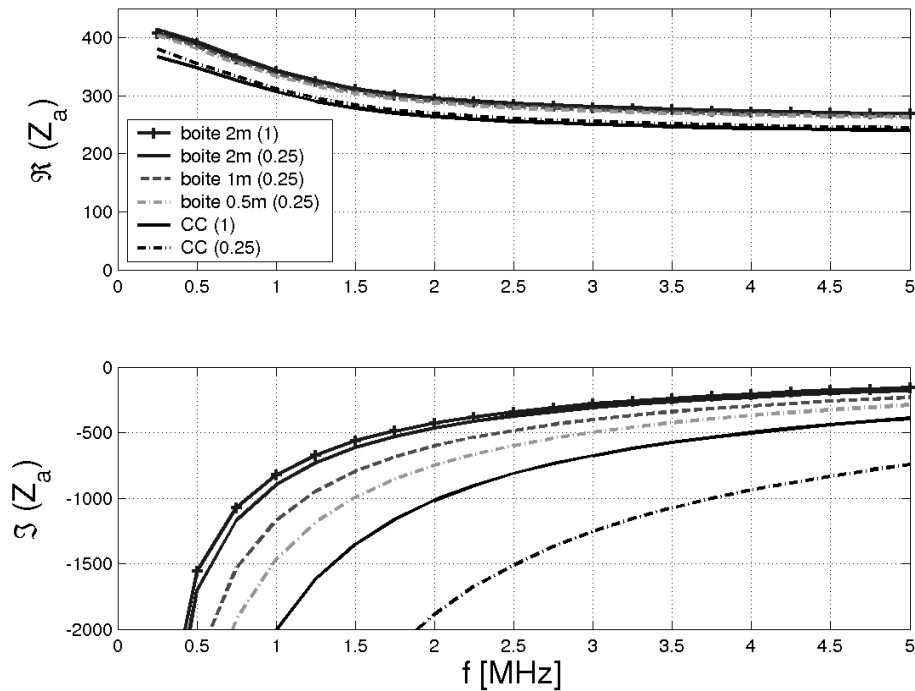


Figure 68 : Variation de l'impédance vue par le générateur en fonction de la façon dont est défini le contre poids lorsque le générateur alimente un monopole de Wu-King posé sur le sol ($n=2$). Les quatre premières simulations sont conformes à la figure 67 de gauche alors que les deux dernières représentent la configuration de droite. Dans les quatre premières simulations, la boîte carrée ou rectangulaire mesure un mètre selon l'axe de l'antenne (en réalité une maille de 1m). Les dimensions transversales des boîtes sont respectivement de 2m, 1m et 0.5m et le chiffre entre parenthèse indique la dimension transversale des mailles FDTD. Lorsque l'on introduit une boîte, la taille des mailles intervient peu puisque quel que soit la taille de la maille, la dimension de la boîte est déterminée (deux premières simulations). En revanche, quand on utilise un point de masse idéal, la taille de ce point vue par la méthode FDTD dépend fortement de la taille des mailles d'où un comportement très variable pour la capacité. En conclusion : la partie réelle ne dépend pratiquement pas du contre poids en revanche la partie réactive est très sensible à la taille de la boîte métallique. Même si ces simulations sont insuffisantes pour le montrer, on peut se douter qu'en plus de la taille, la forme de la boîte joue également un rôle prépondérant.

Avant d'apporter une explication à ce phénomène, rappelons le cas plus connu du monopole orthogonal à un plan de masse infini. Soit R_g l'impédance interne du générateur, Z_{mono} l'impédance du monopole et Z_{dip} l'impédance du dipôle. D'après l'illustration proposée figure 69, le dipôle peut être considéré comme deux monopoles vus en série, il est donc logique d'aboutir à la relation :

$$Z_{dip} = 2 Z_{mono} \quad (39)$$

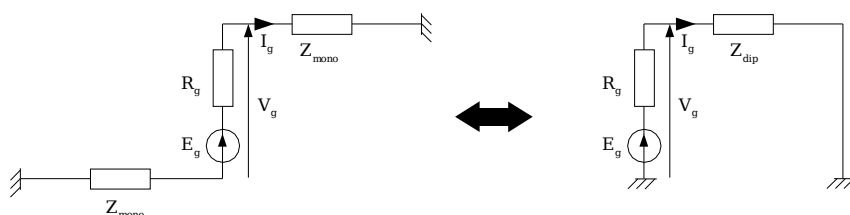


Figure 69 : Schéma illustrant pourquoi l'impédance du dipôle est deux fois supérieure à celle du monopole orthogonal à un plan de masse infini.

Revenons au cas où le châssis est utilisé comme masse. En l'absence de plan de masse infini, le principe des images ne peut plus être appliqué. Il en découle que le circuit équivalent de l'ensemble ne fait plus seulement intervenir la masse, le générateur et un demi-dipôle mais également une capacité supplémentaire $C_{\text{châssis}}$ située entre la borne négative du générateur et la masse fictive (cf. figure 70).

Remarque : La masse fictive est un point de potentiel nul, elle peut donc être identifiée à un point situé à l'infini.

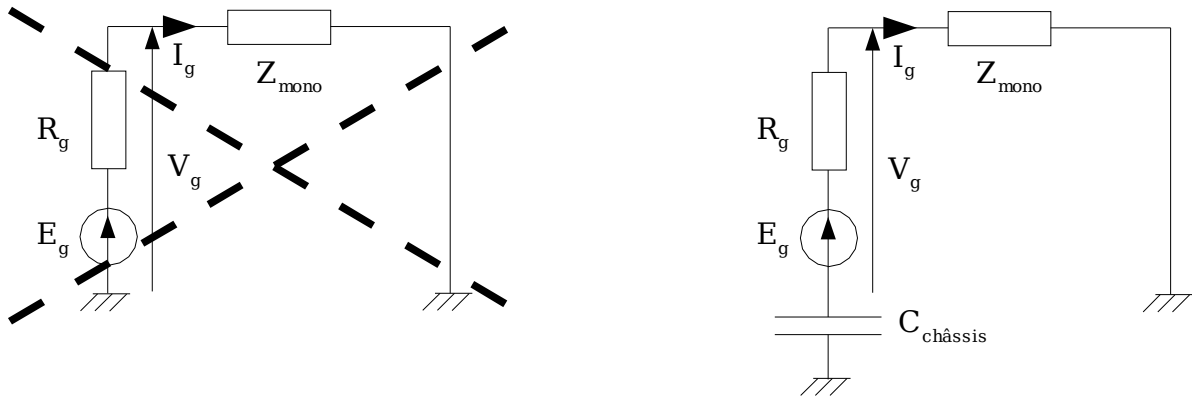


Figure 70 : Le schéma équivalent du monopole orthogonal à un plan de masse infini (à gauche) ne peut pas être utilisé pour caractériser un monopole relié à un châssis de dimensions finies.

Les résultats présentés sur les figures 66 et 68 sont les impédances de charges vues par le générateur, c'est-à-dire $Z_L = V_g / I_g$. De sorte que les graphes de ces figures intègrent la valeur de la capacité $C_{\text{châssis}}$. Cette capacité dont la valeur est infinie dans le cas d'un plan de masse infini (elle présente une impédance nulle et est assimilable à un court-circuit) diminue avec la réduction de la structure utilisée pour faire office de masse. Sa valeur exacte peut être déterminée en combinant les résultats obtenus avec le monopole et avec le dipôle :

$$Z_L = \frac{Z_{\text{dip}}}{2} + \frac{1}{j\omega C_{\text{châssis}}(\omega)} \quad (40)$$

En conclusion, la simulation du dipôle ne pose pas de problème numérique particulier. En revanche, la modélisation correcte du monopole doit prendre en compte le châssis puisque l'impédance de charge vue par le générateur (grandeur accessible en simulation mais également par la mesure) a une partie imaginaire très sensible à la taille, et sans doute la forme de ce dernier. Notons que certaines personnes confondent à tort impédance vue par le générateur et impédance du monopole : ceci peut s'expliquer par le fait qu'ils font une analogie optimiste et naïve avec le cas du monopole orthogonal au plan de masse infini.

Nous allons maintenant porter notre attention sur le problème de l'adaptation de l'antenne et étudier son rendement.

2.4- Rendement, S_{11} , T.O.S.

Les performances d'une antenne s'évaluent par l'intermédiaire de plusieurs paramètres : l'impédance, le gain, l'angle d'ouverture, le rendement. L'ensemble générateur-antenne est généralement caractérisé par le coefficient de réflexion S_{11} ou le taux d'onde stationnaire TOS.

Soit le schéma électrique équivalent suivant :

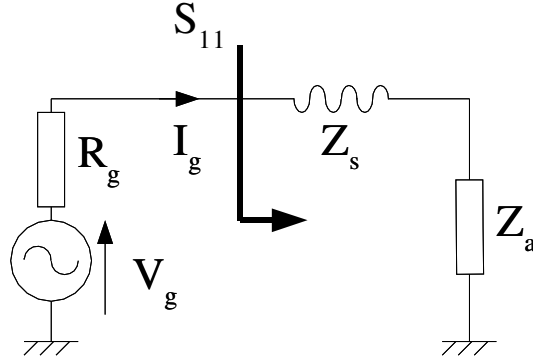


Figure 71 : Schéma électrique équivalent de l'ensemble générateur d'impédance R_g , charge d'adaptation Z_s et antenne Z_a .

Le S_{11} est défini à partir de l'impédance du générateur R_g et de l'impédance de charge Z_L qui regroupe l'antenne Z_a et l'éventuel circuit d'adaptation Z_s . Dans notre application, on considérera que ce circuit est uniquement constitué d'une self.

$$S_{11} = \frac{Z_L - R_g}{Z_L + R_g} \quad \text{avec} \quad Z_L = Z_s + Z_a \quad (41)$$

Le taux d'onde stationnaire est défini par :

$$T.O.S = \frac{1 + |S_{11}|}{1 - |S_{11}|} \quad (42)$$

Le rendement (équation 44) traduit la proportion de puissance rayonnée par rapport à la puissance acceptée par l'antenne. Le calcul de la puissance rayonnée de différentes façons permet de valider les algorithmes. La première méthode intègre la densité du flux du vecteur de pointing sur une surface fermée (43.a). La seconde méthode correspond à un bilan : la puissance rayonnée P_r est égale à la puissance acceptée par l'antenne P_a moins la puissance dissipée par les charges P_{diss} (43.b). Dans le cas de l'antenne Wu-King, les pertes sont dues aux charges réparties $R(x)$. Notons que dans le cas du dipôle, les pertes sont équilibrées sur chaque brin donc il suffit d'évaluer les pertes sur un brin et de multiplier le résultat par deux.

$$P_r = \frac{1}{2} \oint_{S_{\text{Huygens}}} (\vec{E} \wedge \vec{H}) \cdot \vec{n} \, dS \quad (43.a)$$

$$P_r = P_a - P_{diss} \quad \text{avec} \quad P_{diss} = \frac{1}{2} \int_{\text{antenne}} R(x) \cdot I^2(x) \cdot dx \quad (43.b)$$

$$\eta = \frac{P_r}{P_a} = 1 - \frac{P_{diss}}{P_a} \quad (44)$$

Remarque : Les deux méthodes d'évaluation de la puissance rayonnée donnent le même résultat donc à partir de maintenant nous ne ferons plus la distinction entre ces deux calculs.

La figure 72 montre que les résistances dissipent la majeure partie de la puissance fournie à l'antenne.

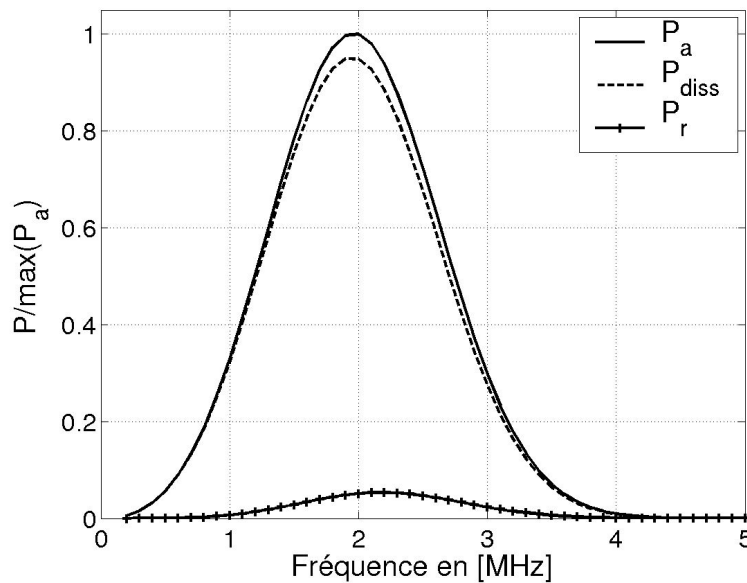


Figure 72 : Comparaison entre la puissance acceptée par l'antenne P_a , la puissance dissipée par les résistances localisées P_{diss} et la puissance effectivement rayonnée P_r .

La figure 73 montre un rendement légèrement supérieur pour le dipôle par rapport au monopole mais il reste faible dans les deux cas. Les résistances réparties empêchent bien l'antenne de résonner mais cette méthode est très dommageable pour le rendement. Dans les deux cas, le rendement augmente avec l'indice du sol et la fréquence suit une loi quasi-affine.

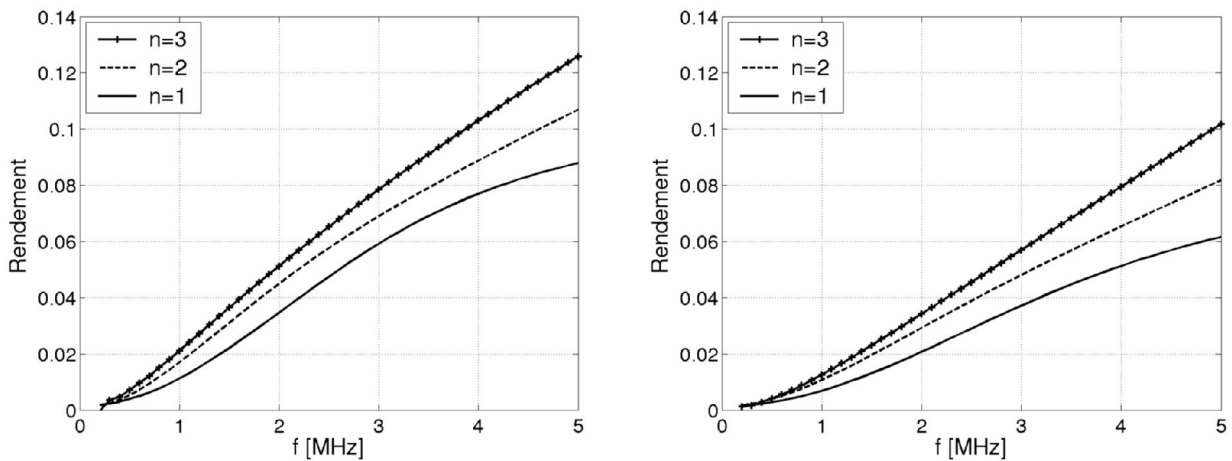


Figure 73 : Rendement du dipôle (à gauche) et du monopole (à droite) de Wu-King pour différents indices de sol.

Nous allons maintenant voir comment l'antenne doit être adaptée. A priori, comme le maximum de puissance est rayonné autour de 2MHz, il semble judicieux d'adapter l'antenne à cette fréquence mais les différents cas énumérés tableau 2 amènent à une conclusion plus nuancée. Rappelons que l'adaptation en partie imaginaire est réalisée via une self et que l'impédance d'une self varie linéairement avec la fréquence. D'après la figure 74, le fait d'adapter l'antenne pour 2MHz dégrade fortement les performances du système pour les hautes fréquences car la self de 38 μ H induit une partie imaginaire trop importante. Finalement, le meilleur compromis s'obtient pour la configuration 4. En adaptant l'impédance interne du générateur pour 1MHz, on surévalue la partie réelle de l'impédance et en adaptant la self pour 3MHz on est certain de diminuer la partie réactive pour toutes les fréquences inférieures à 3MHz.

	description	R_g [Ω]	self L [μ H]
Cas 1	<i>adapté en partie réelle à 2 MHz adapté en partie imaginaire à 4 MHz</i>	671	1,2
Cas 2	<i>adapté en partie réelle et en partie imaginaire à 2 MHz</i>	671	38
Cas 3	<i>adapté en partie réelle et en partie imaginaire à 3 MHz</i>	625	10
Cas 4	<i>adapté en partie réelle à 1 MHz adapté en partie imaginaire à 3 MHz</i>	795	10

Tableau 2 : Descriptif des différentes configurations d'adaptations étudiées.

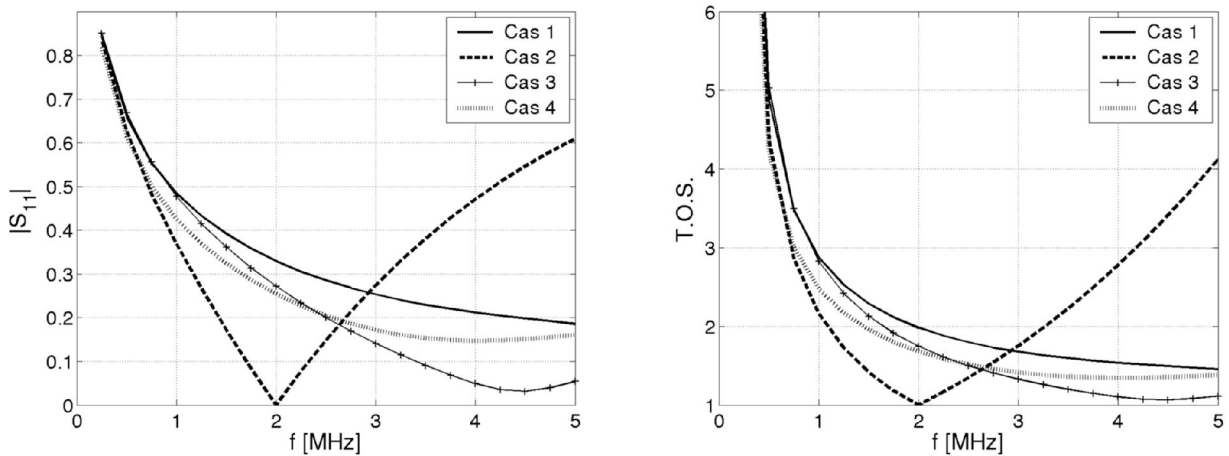


Figure 74 : S_{11} (à gauche) et T.O.S. (à droite) associés à l'antenne de Wu-King en configuration dipôle lorsqu'elle est posée sur un sol de permittivité relative de quatre. Le tableau 2 rappelle les différentes configurations.

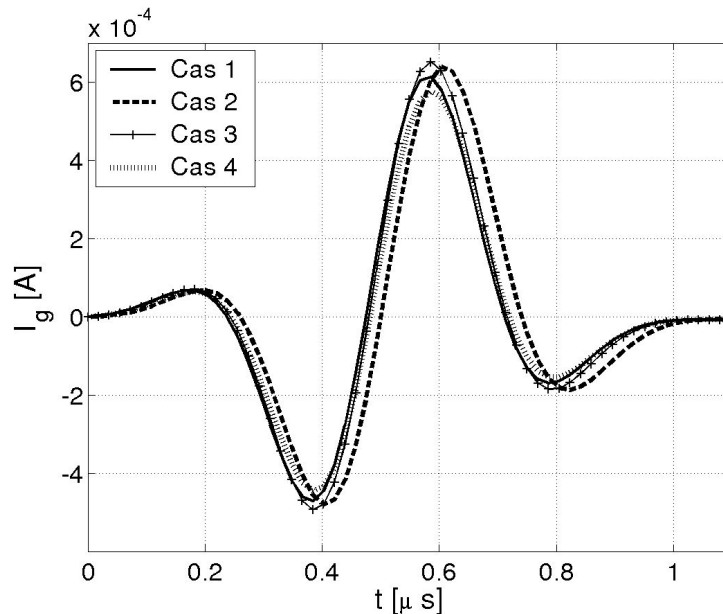


Figure 75 : Courant au niveau du générateur dans différentes configurations d'adaptations (voir tableau 2). Le générateur de tension émet une sinogaussienne d'une durée de $1\mu\text{s}$ centrée sur 2MHz et d'une amplitude de 1V .

Le S_{11} et le TOS sont des paramètres intéressants mais leur interprétation peut être dangereuse surtout dans le cas des antennes à pertes comme celles étudiées ici. La seule connaissance du S_{11} ne permet pas de savoir si la puissance transmise est effectivement rayonnée ou si elle est absorbée par les charges. L'analyse est beaucoup plus simple dans le cas des antennes sans pertes puisque toute l'énergie transmise à l'antenne est rayonnée. Pour autant, le rendement qui traduit bien la capacité intrinsèque de l'antenne à rayonner la puissance acceptée ne donne pas d'indication sur la direction du rayonnement. En résumé, si l'on n'y prend pas garde, on peut avoir une antenne avec un bon rendement, une adaptation efficace sur toute la bande mais un système global décevant qui rayonne dans des mauvaises directions.

La suite de ce mémoire se propose justement d'étudier le diagramme de rayonnement de l'antenne.

2.5- Diagramme de rayonnement - Antenne de Wu-King posée sur le sol

Ce paragraphe rappellera dans un premier temps quelques méthodes pour déterminer le diagramme de rayonnement d'une antenne puis nous appliquerons ces calculs à la détermination des caractéristiques de rayonnement de l'antenne Wu-King dans différentes configurations.

2.5.a Comparaison entre calcul analytique et méthode numérique FDTD

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer le diagramme de rayonnement d'une antenne. Nous allons comparer les performances de la méthode numérique FDTD basée sur les surfaces de Huygens avec une méthode analytique basée sur la décomposition de l'antenne en dipôles élémentaires. Tout d'abord, rappelons en quoi consistent ces deux méthodes.

Dans une modélisation FDTD, on définit une surface de Huygens sur laquelle sont déterminés les champs tangents. Les équations de transformation champ-proche champ-lointain permettent de déduire le rayonnement dans toutes les directions. Pour que le principe de Huygens soit satisfait, la surface doit être fermée. Si l'antenne est placée dans un milieu homogène, les équations sont simples mais si l'antenne est située sur ou près d'une interface diélectrique alors la prise en compte de cette dernière complique notablement le problème. Deux solutions peuvent alors être proposées :

- Soit on utilise les équations de transformation champ-proche champ-lointain habituelles avec des surfaces ouvertes surdimensionnées pour récupérer l'intégralité de l'énergie rayonnée (cf. figure 76). Deux surfaces sont alors nécessaires : l'une pour le champ rayonné dans l'air et l'autre pour le champ rayonné dans le sol. Cette méthode est très dommageable du point de vue temps de calcul en raison du surdimensionnement du maillage.
- Soit on intègre au code de calcul les équations de transformation champ-proche champ-lointain dans le cas d'un milieu stratifié [67][68][69] (ici on ne considère qu'une interface toutefois, il existe des formalismes prenant en compte n interfaces).

La méthode analytique présentée figure 77 utilise les équations du rayonnement d'un dipôle élémentaire en présence d'un sol (cf. équation (35) page 73). Il suffit de sommer la contribution de chaque élément de l'antenne pour obtenir le rayonnement global. Cette méthode n'est cependant pas exclusivement analytique puisque les éléments de courant sur l'antenne sont déterminés par FDTD.

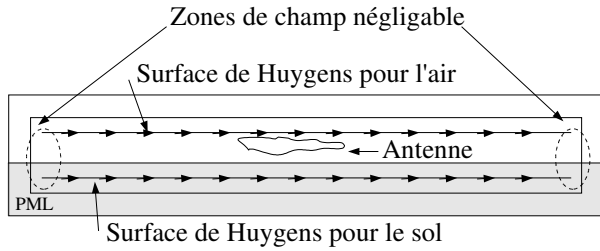


Figure 76 : Principe du calcul du diagramme de rayonnement d'une antenne par des surfaces de Huygens.

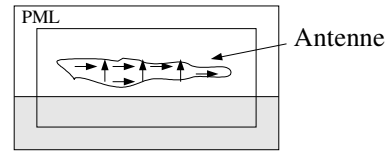


Figure 77 : Calcul du diagramme de rayonnement d'une antenne en couplant la méthode FDTD avec un calcul analytique (somme des rayonnements de chaque dipôle élémentaire).

La figure 78 valide les deux méthodes de calculs mais pour que la première méthode atteigne les performances de la seconde, il a fallu utiliser des surfaces de Huygens d'une longueur de l'ordre de $10\lambda_0$.

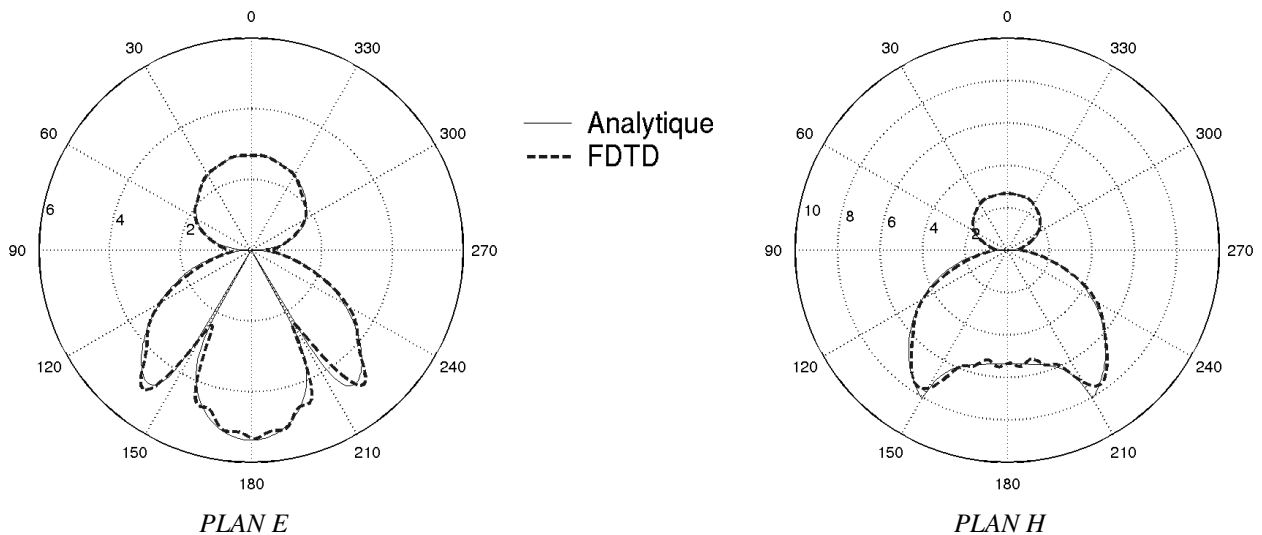


Figure 78 : Diagramme de rayonnement en champ pour l'antenne Wu-King posée sur un sol de permittivité relative 4 à la fréquence de 2 Mhz

Le diagramme de rayonnement de toute antenne posée sur un sol se caractérise par des zones d'ombres au niveau de l'angle critique. Cependant, d'autres lobes peuvent apparaître et la proportion d'énergie dans chaque lobe peut varier. C'est ce que nous allons voir maintenant avec la comparaison des diagrammes de rayonnement d'un monopole et d'un dipôle de Wu-King pour différentes fréquences et pour différents types de sols.

2.5.b Comparaison du gain entre dipôle et monopole de Wu-King

Compte tenu de l'application spatiale à laquelle l'antenne est destinée, comparons les performances entre le monopole et le dipôle. L'antenne étant la plus lourde partie du radar (loin devant la partie électronique), l'utilisation d'un monopole permettrait de réduire considérablement le poids.

Afin de mieux juger des performances entre dipôle et monopole, il convient de comparer les diagrammes de rayonnement en gain sans les normaliser par rapport au maximum. Le gain est défini dans toutes les directions par l'équation (45) où P_a désigne la puissance acceptée par l'antenne, Z_{ae} l'impédance de l'antenne, I_g le courant fourni par le générateur et η_m l'impédance du milieu dans la direction (θ, ϕ) .

$$G(\theta, \phi) = \frac{2 \pi |r E(\theta, \phi)|^2}{\eta_m P_a} \quad (45.a)$$

$$P_a = \frac{1}{2} \Re(Z_{ae}) \cdot |I_g|^2 \quad (45.b)$$

Avant de présenter les résultats sur les diagrammes de rayonnement, ajoutons une précision dans le cas du monopole. On a vu que l'impédance vue depuis le générateur dans le cas du monopole dépend fortement de la taille de la structure sensée faire contrepoids en jouant le rôle de masse. Mais étant donné que le gain intrinsèque s'affranchit de ce problème d'adaptation, il ne dépend pas de la taille de la boîte à condition que celle-ci ne soit pas trop grande (auquel cas elle modifie la répartition des courants). En d'autres termes, la réactance varie fortement entre un contrepoids de 25cm³ et un contrepoids de 1m³ mais le gain intrinsèque reste invariant. De ce fait, dans les paragraphes consacrés au diagramme de rayonnement, ce problème de contrepoids ne sera plus évoqué.

2.5.b.i Diagramme de rayonnement dans la configuration la plus courante

La surface de la planète Mars a une permittivité relative proche de quatre et une conductivité très faible que l'on négligera pour la détermination du gain [85].

Les figures 79 et 80 montrent que l'emploi d'un seul brin déséquilibre considérablement l'orientation du diagramme de rayonnement qui pointe alors dans la direction du monopole. De plus, le gain dans la direction du nadir est légèrement inférieur pour le monopole ; or, le radar doit envoyer le maximum d'énergie dans cette direction de prospection.

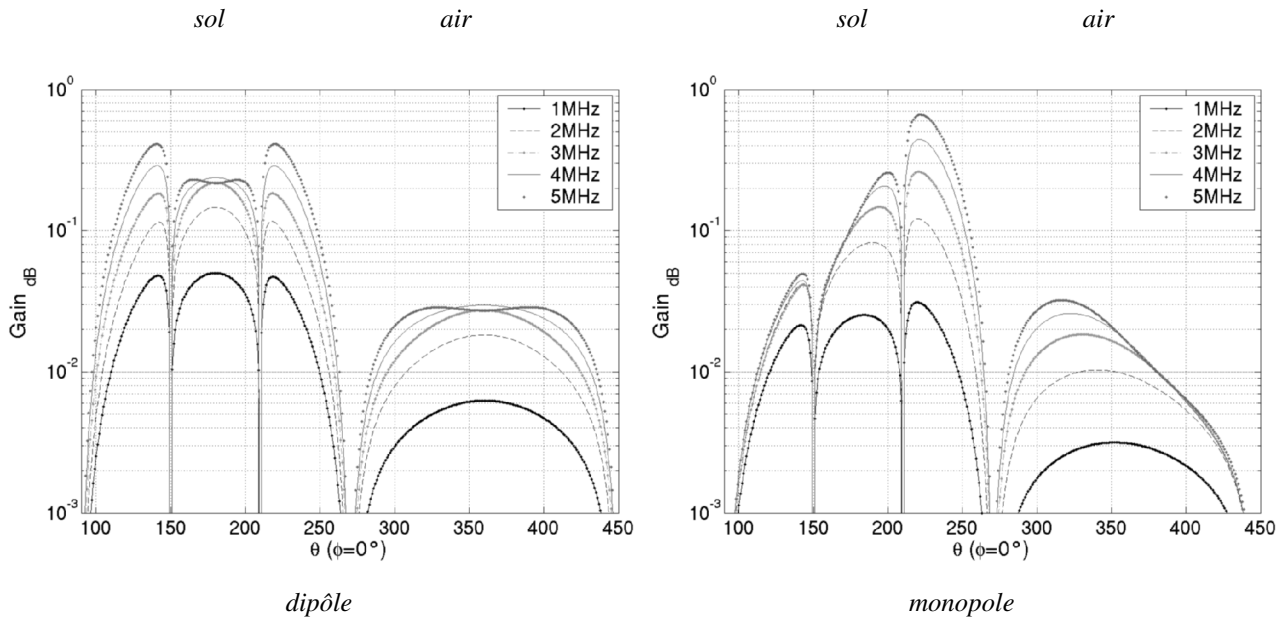


Figure 79 : Comparaison des gains intrinsèques dans le plan E des antennes de Wu-King dans la configuration dipôle (à gauche) et monopole (à droite) pour différentes fréquences lorsque l'antenne repose sur un sol de permittivité relative de 4. Le nadir correspond à $\theta=180^\circ$. Pour le monopole, le contrepois se trouve dans la direction $\theta=90^\circ=450^\circ$: le rayonnement est donc orienté dans la direction du brin ($\theta=270^\circ$).

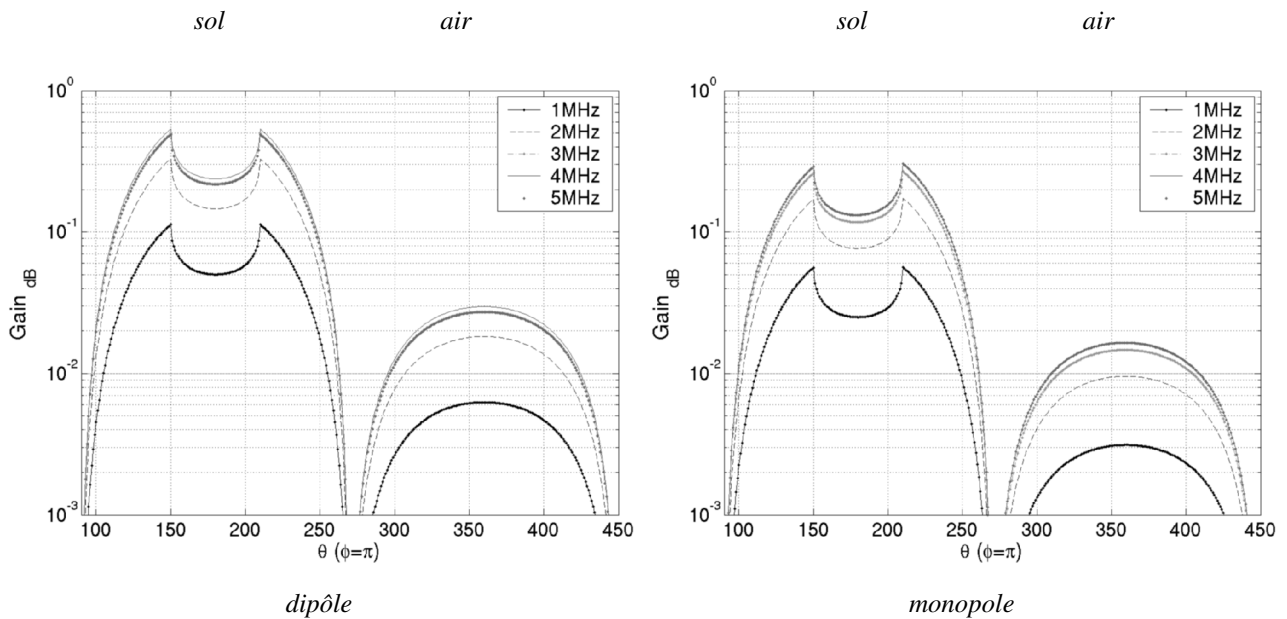


Figure 80 : Comparaison des gains intrinsèques dans le plan H des antennes de Wu-King dans la configuration dipôle (à gauche) et monopole (à droite) pour différentes fréquences lorsque l'antenne repose sur un sol de permittivité relative de 4.

Bien que le gain maximal du monopole soit supérieur au gain maximal du dipôle, il dépointe fortement dans la direction du monopole. Observons maintenant plus attentivement le comportement du gain dans la direction utile.

2.5.b.ii Gain au nadir en fonction de la fréquence

On a vu précédemment que le rendement de l'antenne augmente avec la fréquence mais cette augmentation du rendement se fait au profit des lobes latéraux et le gain au nadir arrive à saturation à partir de 3 MHz. Or, le radar doit sonder le sol en profondeur et non sur les côtés. Cette représentation du gain en fonction de la fréquence montre que les seules connaissances du rendement, du S_{11} et du TOS sont largement insuffisantes pour juger les performances globales du système.

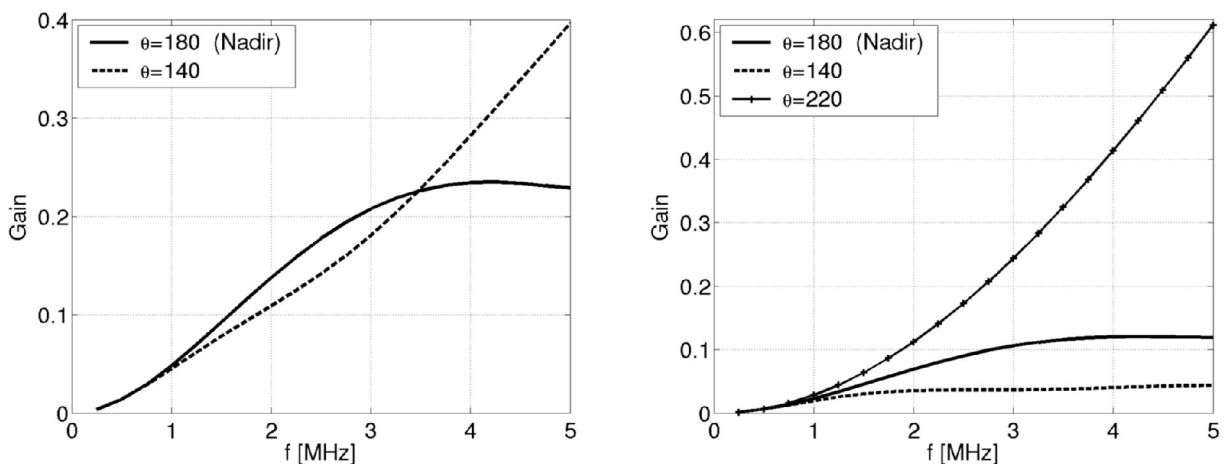


Figure 81 : Évolution du gain selon la fréquence dans des directions particulières : au nadir et dans les lobes latéraux. Le dipôle (à gauche) et le monopole (à droite) reposent sur un sol de permittivité relative de quatre.

Le monopole cumule les problèmes : d'une part, il présente une impédance fortement capacitive difficile à évaluer et à adapter, d'autre part, son gain dans la direction utile est inférieur à celui du dipôle.

2.5.b.iii Gain en fonction de l'impédance du milieu

On a vu précédemment que l'impédance du sol influe sur l'impédance de l'antenne et sur la répartition des courants le long des brins. Ces modifications entraînent à leur tour des altérations sur le gain que nous allons maintenant quantifier.

Les figures 82 et 83 donnent les gains d'un dipôle et d'un monopole pour différents types de sols. On retrouve la même évolution que pour le dipôle élémentaire à savoir :

- Un seul lobe de rayonnement dans l'air d'autant plus petit que l'impédance du milieu est faible.
- Le rayonnement dans le sol se divise en trois lobes séparés au niveau de l'angle critique. Cet angle $\theta_c = \sin^{-1}(n_1/n_2)$ dépendant de l'indice, le lobe au nadir est d'autant plus étroit que l'impédance du milieu est faible.

- Tous les lobes dans le sol augmentent leur maximum local avec l'augmentation de l'indice du milieu mais cette augmentation profite davantage aux lobes latéraux qu'aux lobes dans la direction du nadir.

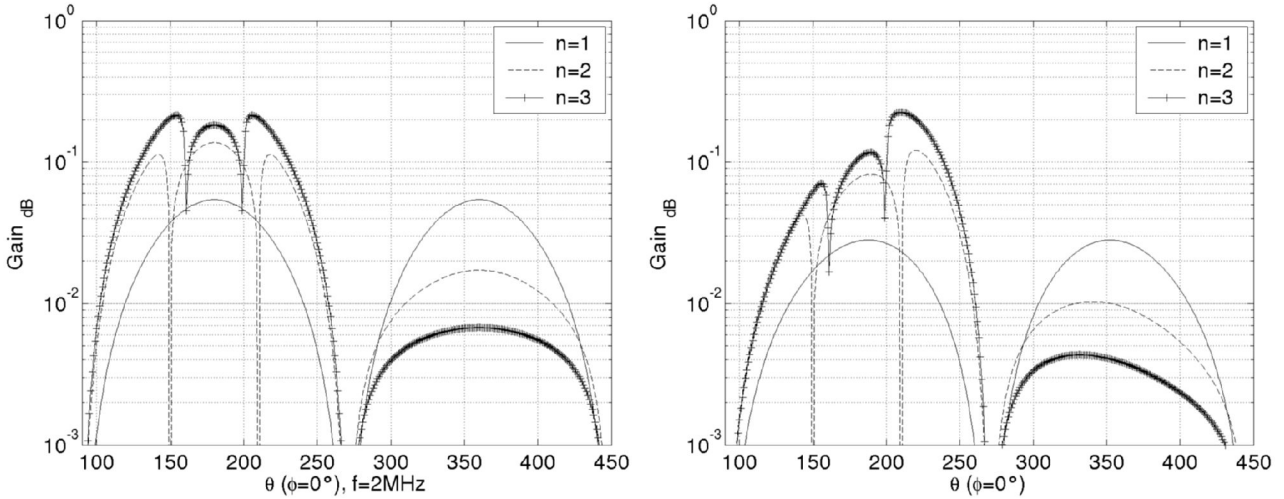


Figure 82 : Comparaison des gains intrinsèques dans le plan E des antennes de Wu-King dans la configuration dipôle (à gauche) et monopole (à droite) pour différents types de sols à 2 MHz.

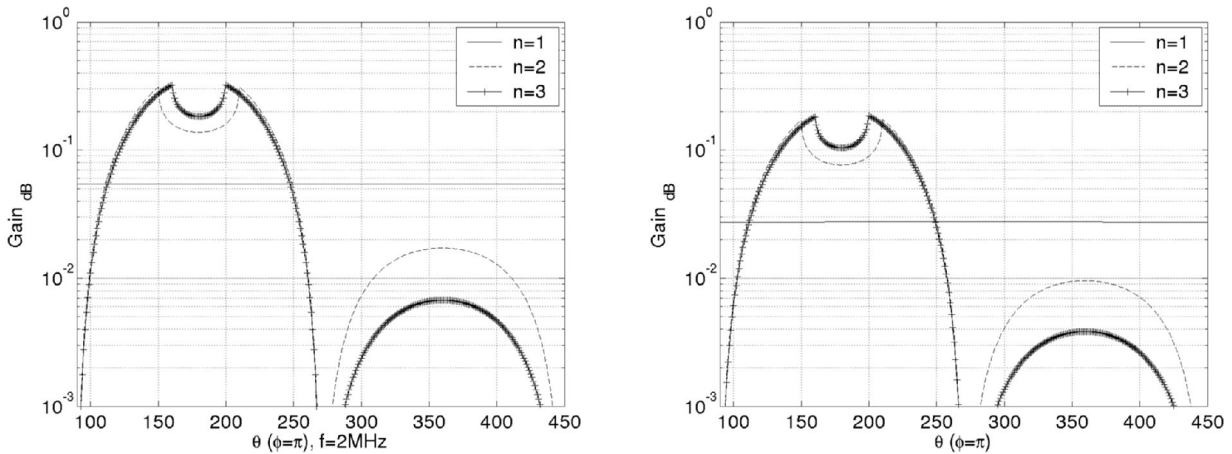


Figure 83 : Comparaison des gains intrinsèques dans le plan H des antennes de Wu-King dans la configuration dipôle (à gauche) et monopole (à droite) pour différents types de sols à 2 MHz.

Avant d'en finir avec l'influence de l'indice du sol il est important de noter que le diagramme de rayonnement en gain diffère grandement du diagramme de rayonnement en champ lorsque l'antenne se situe à proximité d'un sol. Mis à part le fait que le gain dépend du carré de l'amplitude du champ, le gain fait également intervenir l'impédance du milieu. Par exemple, considérons le cas d'une antenne située au dessus d'un sol de permittivité relative de 4. L'énergie ayant tendance à aller vers le milieu de plus faible impédance, le champ sera plus important dans le sol que dans l'air (voir aussi équation (34) page 72). En convertissant le diagramme de rayonnement du champ en diagramme de puissance, en plus du carré du champ, le gain dans le sol est multiplié d'un facteur 2

lié à l'impédance du sol. Dans le cas d'une antenne au dessus de l'eau d'une permittivité relative de 81, le facteur est de 9. En conséquence, pour une antenne dans l'air les diagrammes de rayonnement en gain et en champ représentés en dB ont la même forme, mais pour une antenne au dessus d'un sol les diagrammes de rayonnement en gain et en champ représentés en dB ne seront plus proportionnels...

2.5.b.iv Influence sur la forme d'onde en champ lointain

Nous venons de voir que le gain varie à la fois avec la fréquence et la direction. Étant donné que le radar de Netlander fonctionne en régime pulsé, il est intéressant d'étudier les conséquences des variations du gain sur la forme transitoire du champ électrique lointain.

Notre logiciel de simulation FDTD ne peut donner le champ lointain qu'en fréquentiel mais le théorème de Shannon permet d'affirmer que la détermination du champ lointain dans le domaine fréquentiel avec la précision Δf permet grâce à une simple transformée de Fourier inverse de connaître le champ lointain transitoire sur une durée $t_{max} = 1 / (2 \Delta f)$. Par exemple, un temps maximal d'observation de 2 μ s impose un pas fréquentiel de 250kHz. Un pas fréquentiel plus grand introduit un recouvrement dans le domaine temporel.

Les conclusions que nous allons aborder maintenant sont tout aussi valables pour le monopole que pour le dipôle. Bien que le champ lointain soit déformé, les figures 84 et 85 montrent qu'il ressemble toujours au signal de référence défini par la dérivée du courant entrant dans l'antenne. Le type de déformation est une caractéristique du lobe : par exemple dans le plan E figure 84, les deux courbes qui se démarquent par rapport aux trois autres correspondent au lobe principal sous l'antenne. La forme du signal varie très peu dans l'air et cette forme est même constante dans le plan H (cf. figure 85).

On peut remarquer sur la figure 86 que la déformation au zénith est la même que la déformation au nadir. Ceci n'a rien d'étonnant puisque le champ rayonné par un dipôle élémentaire au nadir est proportionnel au champ rayonné au zénith (cf. équation (34) page 72).

D'après le principe de réciprocité, on peut en déduire que la forme du courant induit par un champ incident dépend de la direction de propagation de ce champ. Toutefois, la forme du signal transitoire n'est pas suffisamment sensible à la direction pour espérer pouvoir déterminer la provenance des ondes. D'autant plus que de nombreux facteurs influent sur l'allure temporelle dans des proportions bien plus grandes (rugosité, objet diffractant, milieu hétérogène, électronique...).

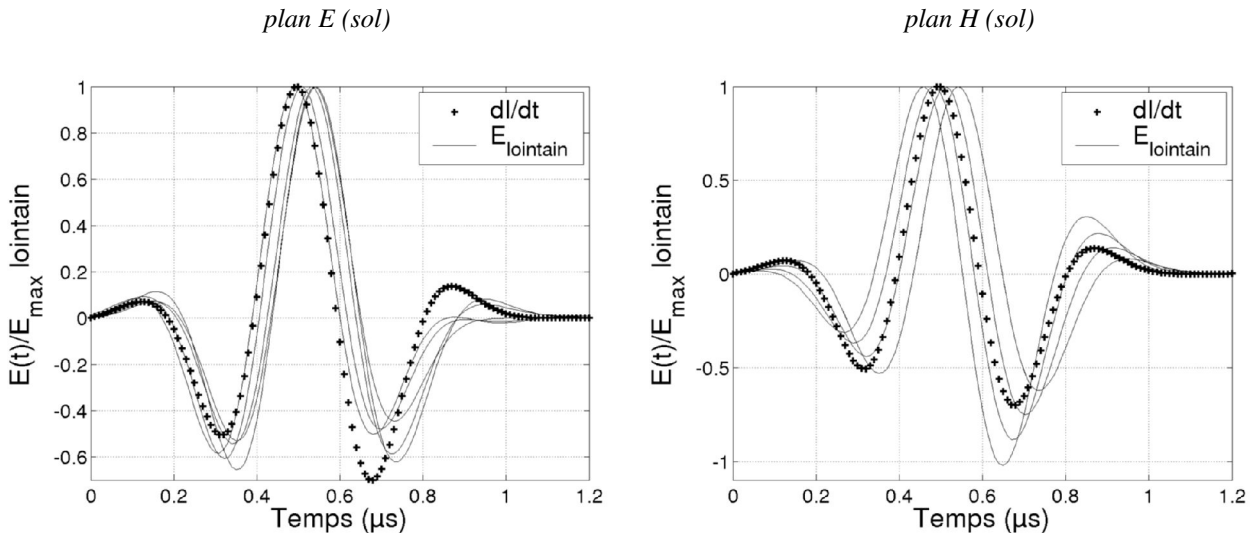


Figure 84 : Déformations des signaux émis dans le sol pour cinq directions (à partir du nadir puis tous les 20°) comparées à la dérivée du courant entrant dans l'antenne (symbole +) : dipôle posé sur un sol d'indice deux ($\epsilon_r=4$).

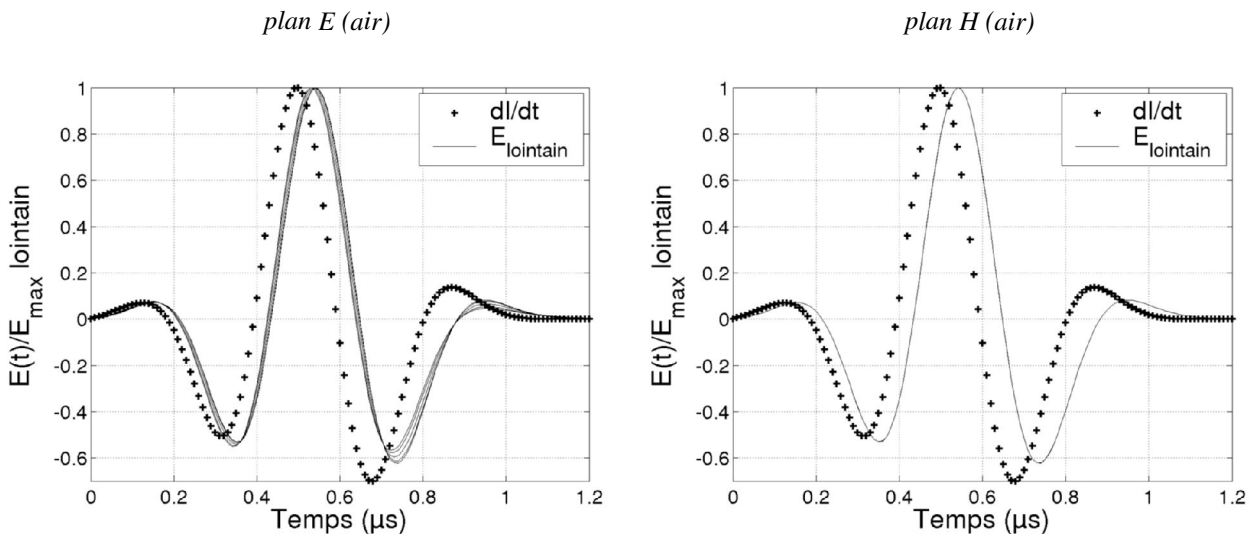


Figure 85 : Déformations des signaux émis dans l'air pour cinq directions (à partir du zénith puis tous les 20°) comparées à la dérivée du courant entrant dans l'antenne (symbole +) : dipôle posé sur un sol d'indice deux ($\epsilon_r=4$).

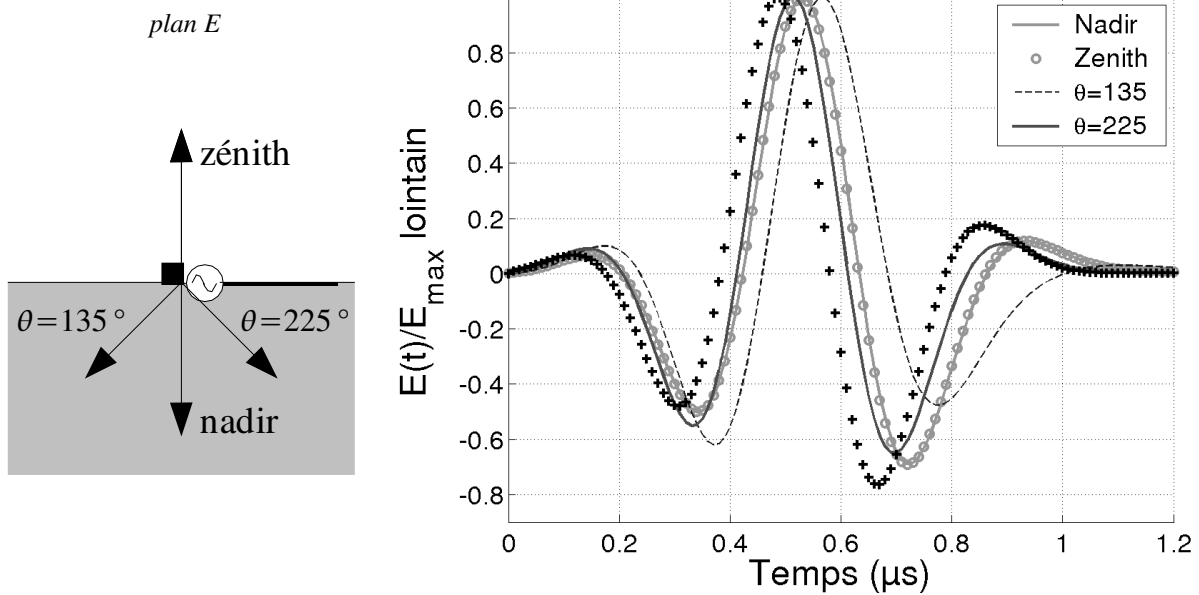


Figure 86 : Signal transitoire normalisé par rapport au maximum pour différentes directions. Ces résultats correspondent au monopole posé sur un sol d'indice deux ($\epsilon_r=4$). Les signaux sont comparés à la dérivée du courant entrant dans l'antenne (symbole +). (voir aussi [65])

Nous verrons au paragraphe 2.1.a de la troisième partie page 137 la relation exacte liant le courant au niveau du générateur et le champ électrique lointain.

Maintenant que nous venons de calculer le champ lointain, examinons à partir de quelle distance cette approximation est valable.

2.6- Détermination du champ lointain dans le cas d'un sol avec ou sans pertes

Contrairement au dipôle élémentaire dans l'air, il n'existe pas de formulation analytique simple du champ proche rayonné par un dipôle élémentaire proche d'une interface diélectrique (avec ou sans pertes). Nous aurons donc recours à la FDTD pour déterminer la distance à partir de laquelle le champ peut être considéré comme lointain. Pour cela, il suffit de relever le champ sur une ligne à l'aplomb de l'antenne et de calculer le produit $r|E|$ où r est la distance entre l'antenne et le point d'observation et $|E|$ le module du champ à une fréquence donnée.

Le champ est considéré comme lointain lorsque le produit $r|E|$ vaut 90% de sa valeur finale. Cette valeur finale est déterminée analytiquement en sommant la contribution de chacun des dipôles élémentaires qui composent l'antenne.

La zone de champ lointain est d'abord atteinte par les plus hautes fréquences (cf. figure 87). Bien que l'antenne ait une envergure de 70m, on peut considérer que le champ lointain est rapidement atteint. Comme le montre le tableau suivant, le champ lointain est d'autant plus rapidement atteint que la permittivité est élevée.

	$\epsilon_r=1$	$\epsilon_r=4$	$\epsilon_r=9$
1 MHz	150 m	95 m	85 m
3 MHz	130 m	80 m	65 m
5 MHz	85 m	45 m	30 m

Tableau 3 : Distance (à 5 m près) au nadir à partir de laquelle le produit $r|E|$ vaut 90% de sa valeur limite

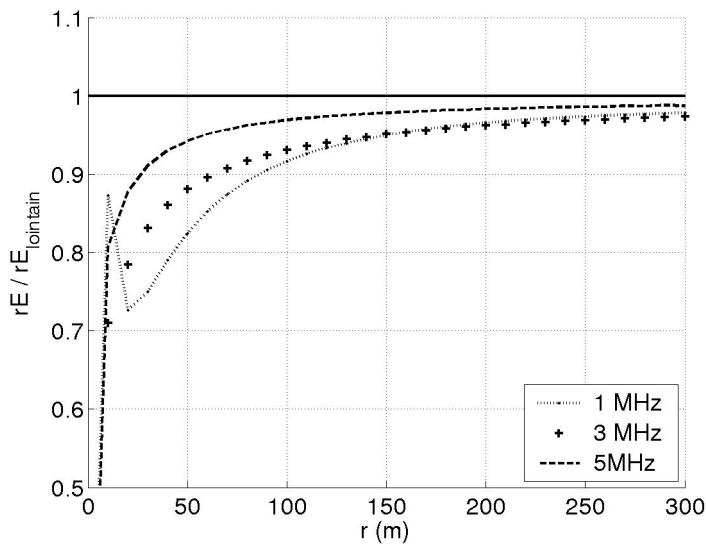


Figure 87 : Produit entre la distance r (entre l'antenne et le point d'observation) et le module du champ au point d'observation à différentes fréquences. Dipôle de Wu-King posé sur un sol de permittivité relative de 4.

Tout sol réel a des pertes qui se manifestent par l'apparition d'une conductivité électrique σ . Dans le cas d'une antenne, la présence d'une conductivité engendre deux phénomènes :

- Une atténuation lors de la propagation qui ne pose aucun problème particulier puisque le champ rayonné par un dipôle élémentaire au-dessus d'un (et même posé sur un) milieu à pertes peut se déduire du champ rayonné par ce même dipôle en présence d'un milieu de même indice mais sans pertes [56]. Si dans les deux cas les dipôles sont traversés par le même élément de courant dI , il suffit de prendre en compte l'épaisseur de peau δ qui caractérise les pertes.

$$E_{\text{pertes}} = E_{\text{sans pertes}} \cdot e^{-\frac{r}{\delta}} \tag{46}$$

- Un changement des conditions à l'interface susceptible de modifier la répartition des courants donc le rayonnement.

La figure 88 montre que la seule application de l'équation (46) suffit pour estimer correctement le champ lointain. Ce résultat permet de conclure que dans le cas de milieux à faibles pertes, le changement des conditions à l'interface est négligeable devant l'atténuation imposée par la propagation. Ce résultat n'est pas propre à cette antenne puisque d'autres simulations valident cette conclusion dans le cas des dipôles résonnants. Les valeurs des conductivités et la bande de fréquence ont été choisies en vue de l'application à Netlander. La surface de Mars étant gelée, il n'y a pas d'eau en surface, or elle est la principale responsable de la conductivité d'un sol. La conductivité ne devrait donc pas excéder $1.10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$ même dans les cas les plus défavorables.

Remarque : Pour autant, il existe bien une fréquence pour laquelle il ne faut plus négliger le changement des conditions à l'interface. En effet, une antenne posée sur un milieu parfaitement conducteur ne rayonne pas, même pas du côté de l'air.

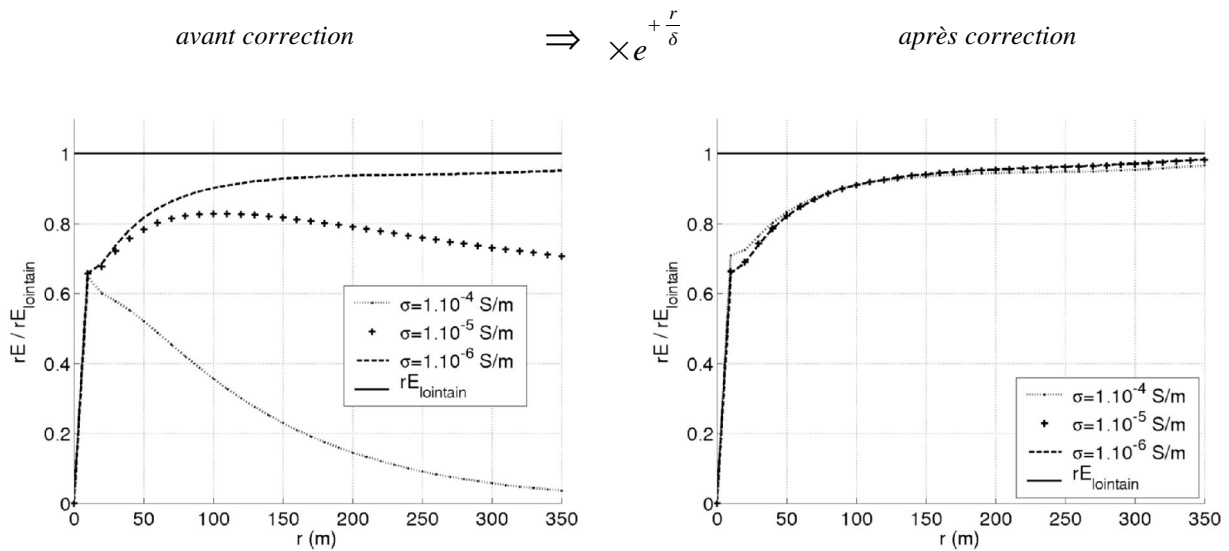


Figure 88 : A gauche : produit $r|E|$ à la fréquence de 2 MHz. A droite : une correction conforme à l'équation (46) a été appliquée pour annuler l'influence de la conductivité. Le dipôle de Wu-King repose sur un sol de permittivité relative de 4. Trois conductivités ont été testées et les courbes sont normalisées par rapport au cas sans pertes.

3- Études complémentaires

3.1- Autre profil de résistance pour réduire les pertes

3.1.a introduction

Toujours dans le cadre des antennes filaires chargées, Richard A. Formato propose en 1996 [64] une nouvelle répartition des résistances localisées. En fait, la configuration de Wu-King n'est qu'une solution particulière parmi l'ensemble des profils permettant d'obtenir un courant purement propagatif. L'article décrit une modification du profil de Wu-King (équation 47) qui augmente la bande passante, le rendement et le gain de l'antenne. Le paramètre ν est quelconque et vaut 1 dans le cas de Wu-King (voir équation (37) page 77). Une valeur de ν inférieure à 1 conduit à une diminution significative des pertes par effet Joule.

Tous les résultats présentés dans cette partie concernent des antennes dans le vide.

$$z(x) = \frac{\eta_m \Psi}{4\pi} \cdot 2 \nu (L - |x|)^{\nu-2} \left\{ 1 - j \frac{\nu-1}{2k_0(L-|x|)} \right\} \quad (47)$$

Malheureusement, R.A. Formato n'insiste pas dans son article sur la difficulté de fabriquer des réactances localisées (z selfique ou capacitif) et surtout quelles limitations cela implique. Dans la pratique on choisit par commodité une distribution des charges purement réelles égale à la partie réelle de z . Avec les paramètres de Netlander et $\nu=1$ (voir page 76), la partie imaginaire de z est capacitive et le rapport entre la partie réelle de z et la partie imaginaire de z reste constant égale à -7 sur toute la longueur du monopole (cf. figure 89). On peut donc négliger la partie imaginaire. Mais dès que ν devient inférieur à 1, ce rapport varie en diminuant de sorte qu'en module la partie imaginaire peut devenir supérieure à la partie réelle donc la réactance ne devrait plus être négligée.

Dans le cas où $\nu=0.8$, la réactance passe d'un caractère capacitif à un caractère selfique à la distance de $0,55 (\lambda_0/4)$ mais la partie réelle est très supérieure à la valeur absolue de la partie imaginaire sur la majeure partie de l'antenne donc ce cas ne devrait pas poser de problèmes pour la réalisation.

La répartition complexe $z(x)$ déterminée par l'équation (47) satisfait la condition d'onde propagative mais pas la partie réelle de $z(x)$. Surtout dans le cas où $\nu < 0.4$ car la partie réelle devient inférieure à la partie imaginaire en bout de fil. En choisissant ν trop faible, on ne peut pas empêcher l'antenne de résonner. En d'autres termes, l'écart entre la distribution idéale et la répartition réelle des charges entraîne une baisse des performances.

La figure 90 montre qu'en diminuant ν la répartition du courant tend vers la répartition rencontrée pour les dipôles résonants (allure en cosinus). R.A. Formato montre dans son article que si il était possible de disposer les charges localisées idéales alors, pour des valeurs de ν proche de 0 le courant serait presque constant sur la majeure partie de l'antenne et décroîtrait très rapidement en bout de fil.

Remarque : Plus ν est petit, plus la loi $z(x)$ varie rapidement notamment en bout de brin. Il serait loisible de penser qu'une mauvaise discrétisation du profil des résistances en FDTD explique les écarts entre la figure 90 (antenne chargée par $Re(z)$) et les résultats analytiques présentés par R.A. Formato (antenne chargée par z). Mais différentes simulations, avec des pas de maillages suffisamment fins pour tenir compte de la variation rapide en bout de brin, conduisent aux mêmes résultats, ce qui écarte cette hypothétique source de différence.

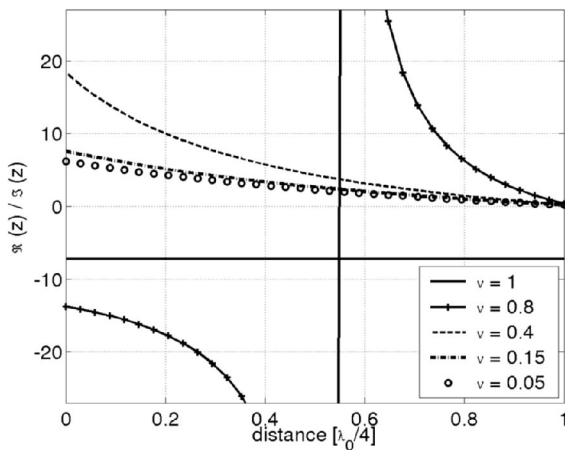


Figure 89 : Rapport entre la partie réelle de l'impédance localisée et la partie imaginaire selon l'éloignement du générateur pour différentes valeurs de ν

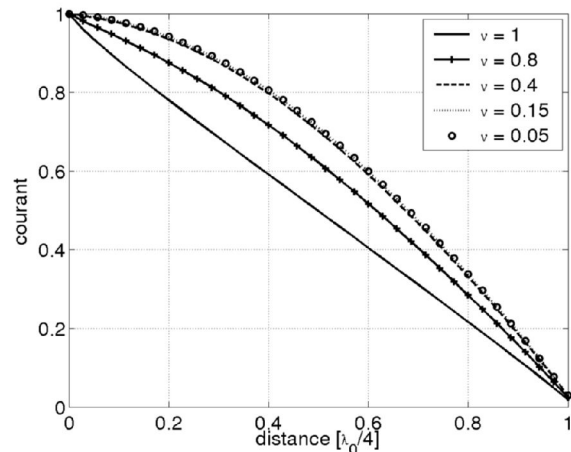


Figure 90 : Décroissance de l'amplitude du courant à la fréquence optimale en fonctionnement en fonction de l'éloignement du générateur pour différentes valeurs de ν ($\lambda_0=4L$, $a=2mm$)

Les deux prochains paragraphes sont consacrés à l'étude de deux configurations : la première reprend les paramètres de l'article de R.A. Formato et se caractérise par ν proche de 0 alors que la seconde utilise les paramètres de l'antenne du GPR de Netlander avec ν proche de 1.

3.1.b Premier exemple d'application

Nous allons maintenant reprendre les paramètres de l'article [64] afin de :

- Comparer nos résultats avec ceux de R.A. Formato.
- Visualiser en plus les diagrammes de rayonnement (figure 96).
- Comparer les performances du monopole chargé avec celles d'un monopole de même dimension sans pertes.

Remarque : R.A. Formato ne précise pas la méthode numérique employée pour son étude d'antenne.

L'élément rayonnant se compose d'un monopole vertical d'une longueur L de 5,83m avec un rayon de 2,54cm posé sur un plan de masse parfait (figure 91). Pour le monopole chargé, la constante $\Psi=8,96-j2,43$ est évaluée à la fréquence de 12,86MHz ($L=\lambda_0/4$ dans le vide) et le paramètre ν vaut 0,05.

Nos simulations FDTD figures 92-93-96 sont en parfait accord avec l'article de R.A. Formato (les autres résultats ne figurent pas sur l'article).

L'impédance de l'antenne figure 92 rappelle celle des antennes papillons (page 67) : elle se caractérise par une succession de résonances tous les $(1+2k)\times 12,8\text{MHz}$. Le fait de charger le monopole diminue le facteur qualité et améliore la largeur de bande. Ceci a pour conséquence de simplifier l'adaptation de l'antenne puisque l'amplitude de variation de l'impédance diminue tant en partie réelle qu'en partie imaginaire.

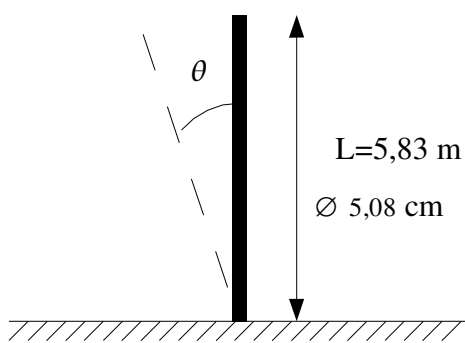


Figure 91 : Configuration étudiée : monopole chargé [64] et monopole sans pertes au dessus d'un plan de masse.

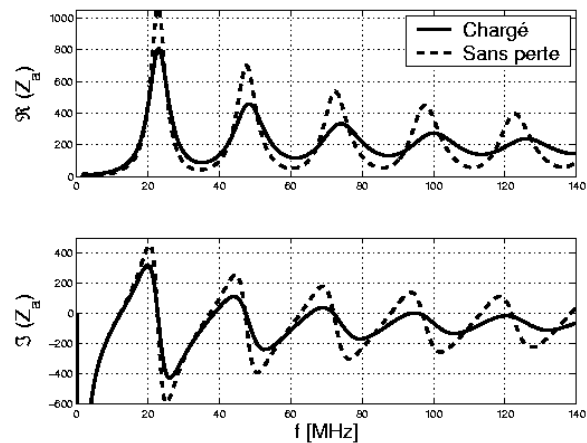


Figure 92 : Impédance de l'antenne.

L'antenne chargée a un gain compris entre 4 et 6dB dans la bande 20-140 MHz, soit 2 à 3dB de moins que le monopole sans pertes. Les performances restent toutefois bien au dessus de celles de l'antenne de Wu-King ($\nu=1$). Avec la montée en fréquence : de nouveaux lobes de rayonnement apparaissent liés aux différentes harmoniques. Le lobe principal s'oriente progressivement dans la direction du monopole (cf. figures 93 et 95).

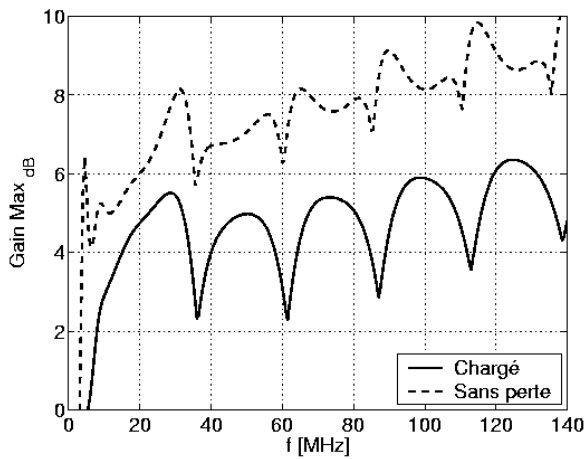


Figure 93 : Gain maximum en fonction de la fréquence

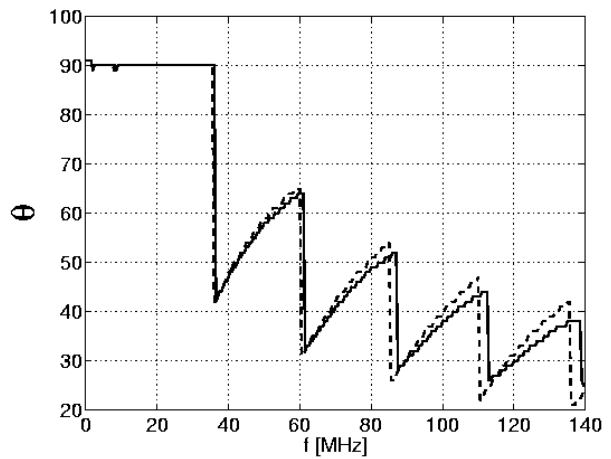


Figure 94 : Direction du gain maximum en fonction de la fréquence.

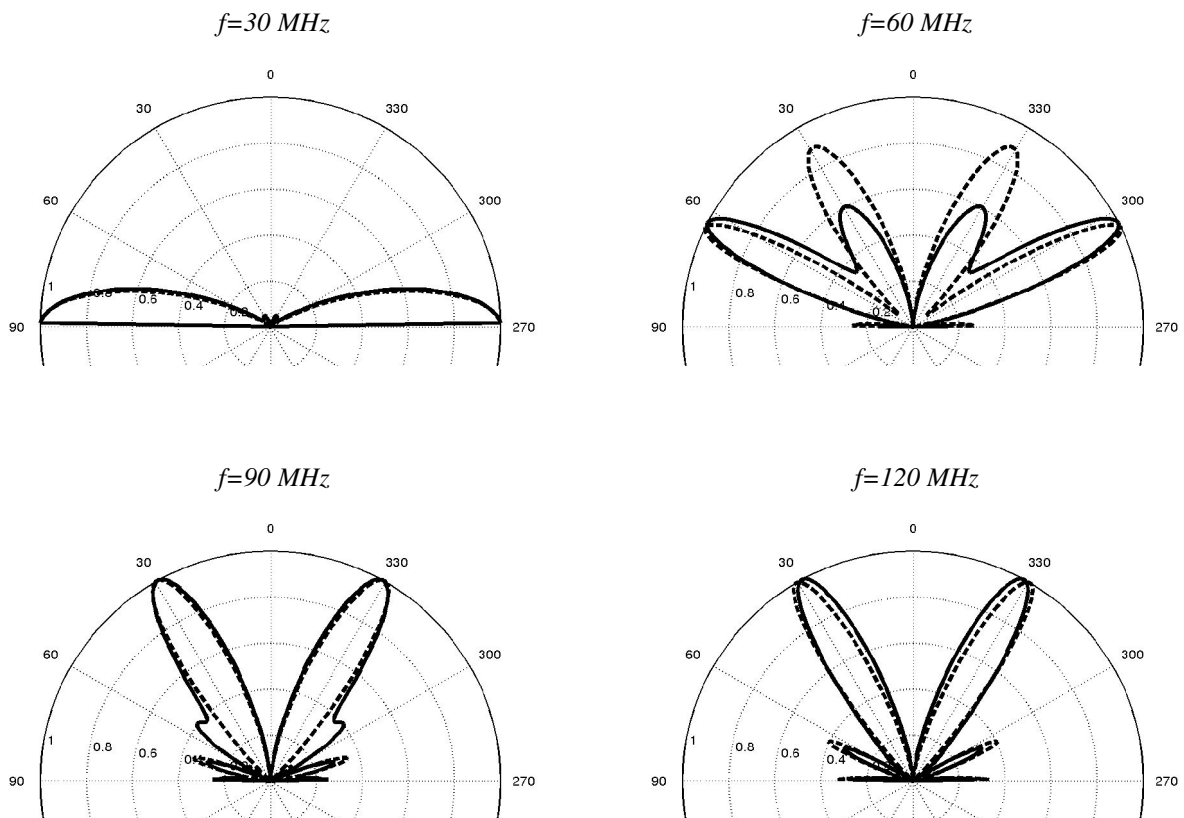


Figure 95 : Gain normalisé par rapport au maximum à différentes fréquences.

Pour l'antenne sans pertes, toute l'énergie acceptée par l'antenne est convertie en rayonnement d'où un rendement constant égale à 100% sur l'ensemble de la bande. Le fait d'introduire des pertes avec $\nu=0,05$ diminue l'efficacité en rayonnement mais les pertes sont bien moins importantes qu'en prenant $\nu=1$. Le rendement oscille autour de 60% (cf. figure 96).

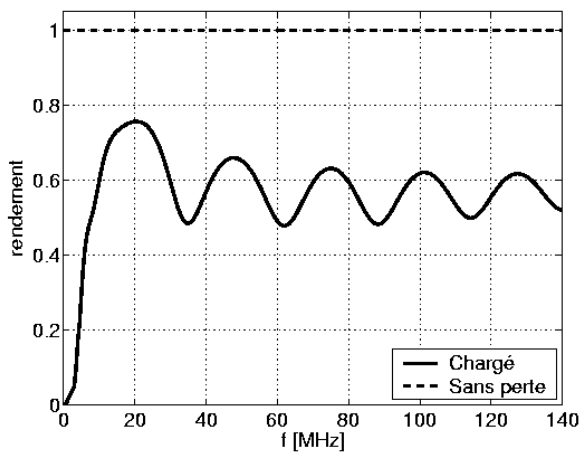


Figure 96 : Rendement des antennes aussi appelé efficacité en rayonnement

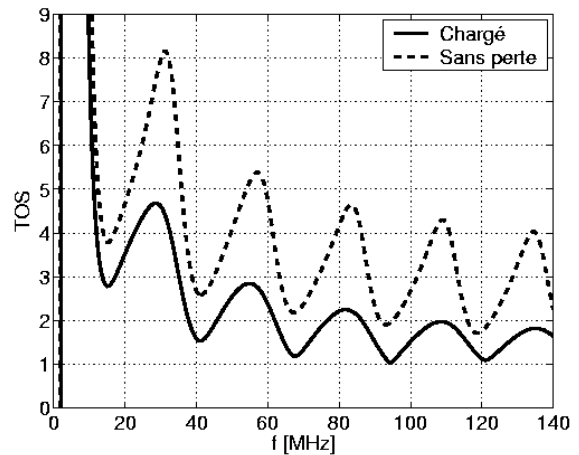


Figure 97 : TOS pour un générateur de 200 Ohms.

➤ Conclusion :

En optant pour une valeur de ν proche de 0, le rendement de l'antenne reste supérieur à 50% pour les longueurs d'ondes inférieures à $4L$. Cette antenne peut trouver des applications en communication HF-UHF car elle est bien plus performante qu'un simple monopole classique. En particulier l'impédance d'entrée fluctue beaucoup moins d'où une meilleure adaptation et une meilleure bande passante (figure 97). En revanche, la variabilité du diagramme de rayonnement avec la fréquence entraîne une dispersion du signal transitoire et fait de cette antenne un mauvais choix pour les applications GPR.

3.1.c Deuxième exemple d'application

Nous avons calculé précédemment (page 76) les paramètres de l'antenne électrique du module de Netlander avec le modèle de Wu-King. L'étude a montré que ces paramètres fonctionnent mais que beaucoup d'énergie se perd dans les résistances par effet Joule d'où un gain qui ne dépasse pas les -9dB au nadir à 2MHz (pour un sol d'indice 2). Voyons maintenant si il est possible d'augmenter le rendement et surtout le gain au nadir sans altérer la bande passante. Pour cela, modifions le profil des résistances avec $\nu=0,8$. Rappelons que dans ce cas, l'antenne ne pose aucun problème de fabrication car la partie réelle des charges localisées est presque toujours très supérieure à la valeur absolue de la partie imaginaire.

Lorsque l'antenne repose sur un sol, le profil modifié permet d'obtenir des niveaux de courant plus soutenus tout au long du fil (cf figure 98). Cependant, la répartition lorsque $\nu=1$ était plus homogène car les courants se classaient du plus fort au moins fort avec l'augmentation de la fréquence.

La figure 99 peut se comparer avec la figure 62 page 78. A une fréquence donnée (ici 2MHz), l'amplitude du courant décroît d'autant plus vite que l'indice du sol est élevé. Parallèlement, cette baisse du courant entraîne une réduction du rayonnement. Le fait de prendre $v < 1$ permet de réduire cette diminution et garantit un rayonnement satisfaisant même pour des milieux d'indice élevé.

Lorsque l'antenne repose sur un sol, la partie réelle de l'impédance varie moins qu'avec les paramètres de Wu-King : pour un sol d'indice 2, la partie réelle varie entre 500 et 650 Ohms pour $v=0,8$ contre 580 et 800 pour Wu-King (voir aussi figure 66 page 80). De plus, la partie imaginaire est plus facilement compensée par l'utilisation d'une self car elle décroît moins vite en valeur absolue (pour un sol d'indice 2, elle varie entre -510 et -190 ohms pour $v=0,8$ contre -800 et -250 pour Wu-King). Elle augmente même à nouveau à partir de 3MHz lorsque l'antenne est dans l'air (figure 100 et figure 64 page 80).

Le rendement a presque doublé sur l'ensemble de la bande, en particulier à 2MHz il passe d'une valeur inférieure à 5% à une valeur proche de 10%. L'augmentation du rendement avec la fréquence profite moins vite aux lobes latéraux qu'au lobe sous l'antenne. Ainsi, le gain gagne dans toutes les directions. En particulier au nadir, le gain s'améliore d'environ 4dB et passe de -9dB à -5dB pour 2MHz et de -7,4dB à -3,4dB pour 3MHz.

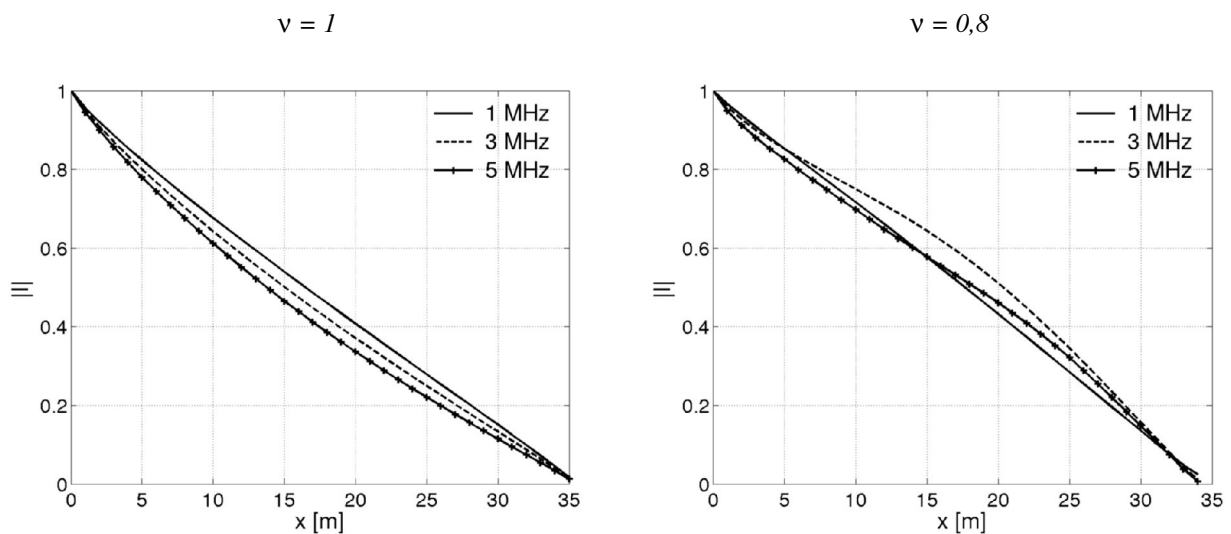


Figure 98 : Module du courant normalisé par rapport au maximum le long d'un brin lorsque l'antenne repose sur un sol de permittivité relative de 4. Configuration de Wu-King à gauche et avec un profil de résistances réparties modifié à droite.

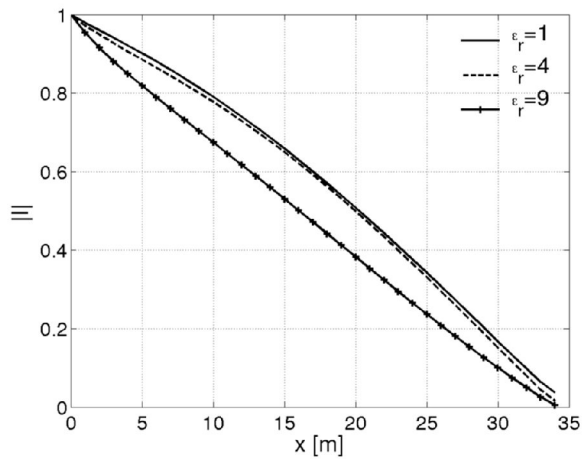


Figure 99 : Courant normalisé à la fréquence de 2MHz pour différents sols ($\nu=0,8$).

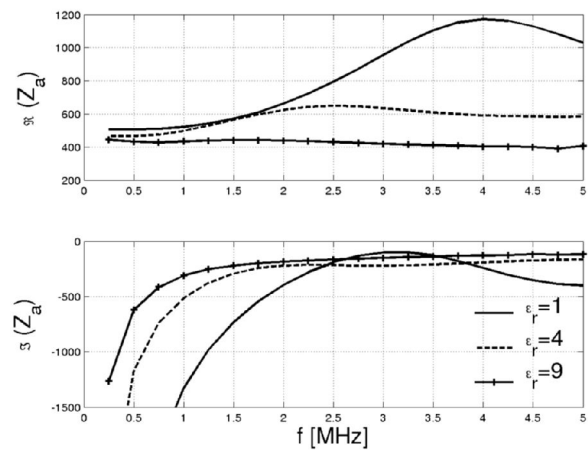


Figure 100 : Impédance du dipôle chargé modifié ($\nu=0,8$) pour différents sols.

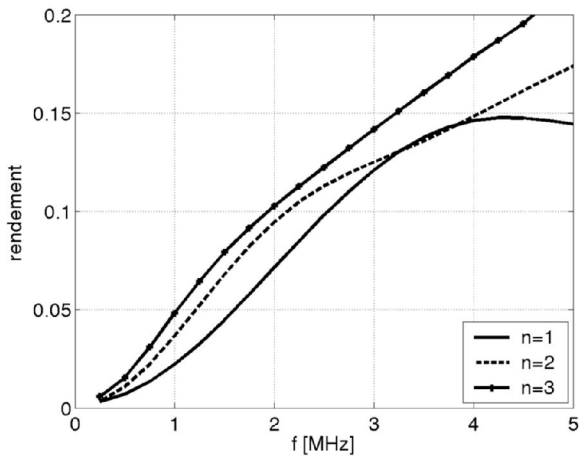


Figure 101 : Rendement pour différents sols ($\nu=0,8$).

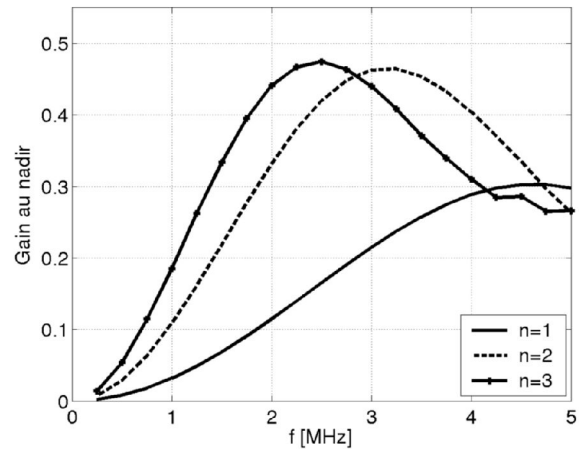


Figure 102 : Gain au nadir pour différents sols ($\nu=0,8$).

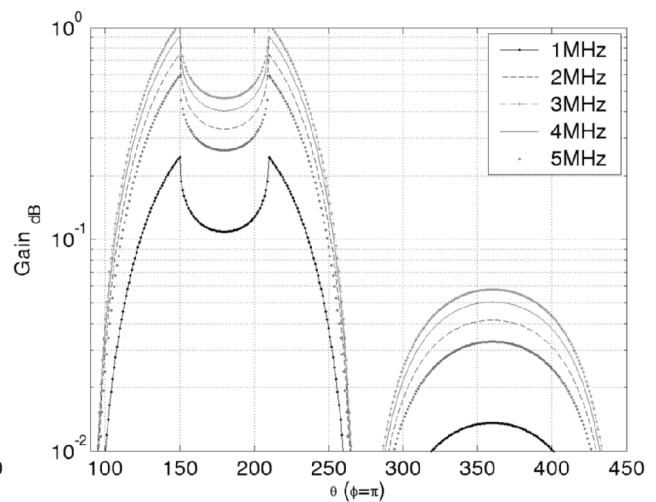
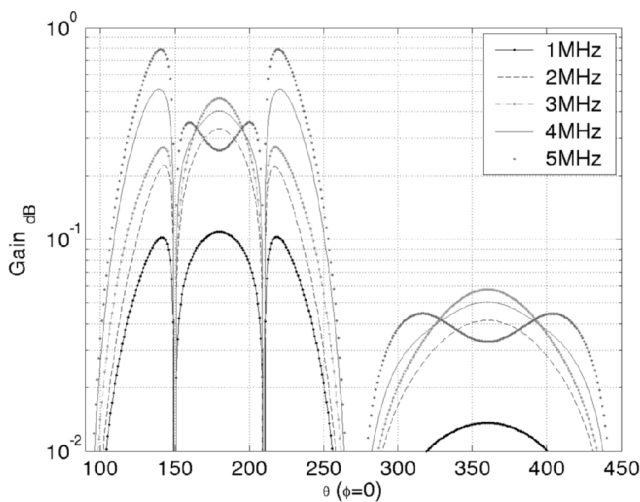


Figure 103 : Gain dans les plans E (à gauche) et H (à droite) avec un sol d'indice 2 ($\nu=0,8$).

On a vu lors du premier exemple qu'en choisissant v proche de zéro on améliorerait considérablement le rendement mais que l'antenne rayonnait un peu dans toutes les directions ce qui constitue un problème de taille pour les applications GPR.

En optant pour une valeur de v proche de un, l'amélioration sur le rendement est modeste mais le rendement et le gain sont bien plus avantageux que ceux d'un dipôle de Wu-King ($v=1$). L'impédance de l'antenne est améliorée lorsque l'antenne repose sur un sol mais pas dans l'air. Il semblerait que la valeur optimale de v dépende du type de sol d'où un nouveau problème si l'on ne le connaît pas. Cependant, il est à remarquer que de nombreuses estimations de la permittivité de la surface de Mars ont été publiées et bien qu'elle ne soit pas connue avec précision, elle est estimée de manière cohérente.

Suite à cette étude, il apparaît que le recours à un profil modifié est envisageable mais les bénéfices restent hasardeux car trop de paramètres fluctuent. En particulier, si la permittivité du sol est surestimée alors les conséquences seront plus dommageables que dans le cas de Wu-King.

3.2- Étude de la tolérance des composants

Que l'on utilise des résistances localisées ou un ruban de milar, il peut exister un écart entre la valeur de la résistance souhaitée et celle réalisée. Dans le cas de l'antenne expérimentale réalisée avec des résistances localisées, les valeurs des composants sont sujettes à une certaine tolérance. L'antenne finale est réalisée avec un ruban de milar sur lequel différents alliages de métaux sont déposés sous vide. La charge locale dépend ainsi de la nature de l'alliage et de l'épaisseur du dépôt, donc d'un ensemble de paramètres peu aisé à contrôler : pression, vitesse de dépôt, température... De plus, le ruban obtenu est relativement fragile : par exemple un pincement risque arracher le dépôt métallique et engendrer localement une augmentation brutale de l'impédance.

Il est intéressant d'étudier l'influence de ces défauts par une approche Monte-Carlo. Toujours dans la modélisation FDTD, ajoutons à chaque résistance localisée une variable aléatoire à répartition gaussienne dont la variance est égale à la tolérance choisie. Les applications numériques suivantes reprennent l'antenne GPR de Netlander située dans le vide (profil de Wu-King donc $v=1$).

Tout d'abord, rappelons que la modélisation FDTD du dipôle idéal dans le vide indique une impédance de $1028 - j 777$ ohms à 2MHz et $1001 - j 484$ à 4MHz, soit des valeurs très proches de celles prédites analytiquement par Wu-King.

Le tableau 4 montre que l'impédance d'entrée et le rendement intrinsèque de l'antenne ne sont quasiment pas modifiés. Les défauts n'entraînent donc pas de répercussions sur l'adaptation de l'antenne. Ces mêmes simulations montrent que la répartition des courants le long des brins ne subit presque aucune altération, ce qui permet de conclure à la conservation du diagramme de rayonnement.

<i>tolérance</i>	25% (10 cas traités)					
<i>fréquence</i>	2 MHz			4 MHz		
	<i>R</i>	<i>I</i>	η	<i>R</i>	<i>I</i>	η
<i>moyenne</i>	1027	779	3,4%	1000	-483	7,5%
<i>écart type</i>	29	31	0,17%	20	28	0,36%

Tableau 4 : Variation de l'impédance d'entrée et du rendement de l'antenne lorsque les résistances localisées tous les mètres ont une tolérance de 25%

Or, une fabrication soignée de l'antenne permet d'obtenir une précision sur les résistances largement supérieure à 25%. En conclusion, la qualité de fabrication de l'antenne ne devrait pas poser de problèmes.

3.3- Propriétés de l'antenne dans la bande de fréquence : 0-50 MHz

La zone aveugle du radar dépend de la durée de l'émission. L'onde parcourt pendant $1 \mu\text{s}$ une distance de 150 mètres dans un sol d'indice 2 donc il est impossible de voir une structure située à moins de 75 mètres du radar. Pour diminuer cette zone aveugle et ainsi prospecter des couches géologiques plus proches, il faut travailler avec une impulsion plus courte donc avec des fréquences plus élevées. L'étude suivante utilise une impulsion de $0,1 \mu\text{s}$ dont le spectre s'étend jusqu'à 50MHz.

➤ antenne posée sur un sol d'indice 2

Même en augmentant la fréquence d'utilisation jusqu'à 50MHz, il n'y a toujours qu'un seul lobe de rayonnement dans l'air et trois dans le sol. Les lobes latéraux continuent de s'accroître alors que le gain au nadir sature rapidement pour rester compris entre 0,2 et 0,3 de 3MHz à 50MHz. L'impédance diminue lentement sans jamais présenter de partie imaginaire nulle caractéristique d'une résonance. Avec la montée en fréquence, le rayonnement est réalisé grâce à une partie de l'antenne toujours plus courte mais, même à 45MHz, la répartition spatiale du courant sur l'antenne ne présente aucun noeud caractéristique de la présence d'une onde stationnaire.

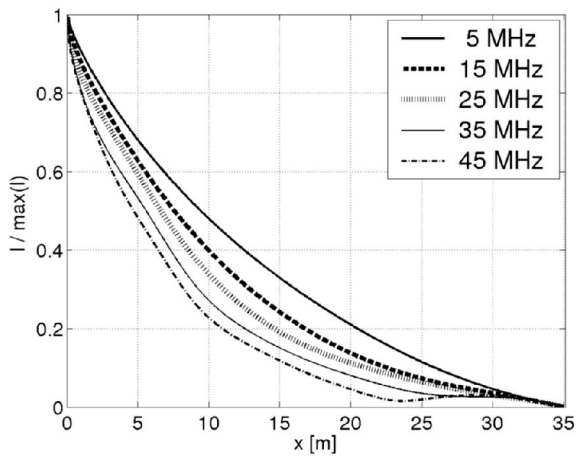


Figure 104 : Distorsion du module du courant.

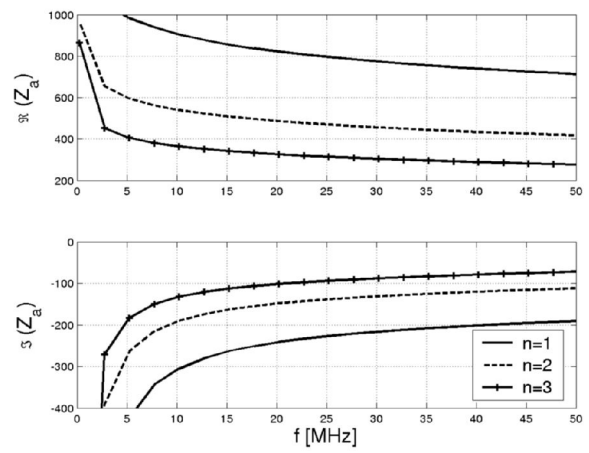


Figure 105 : Impédance de l'antenne pour trois sols différents.

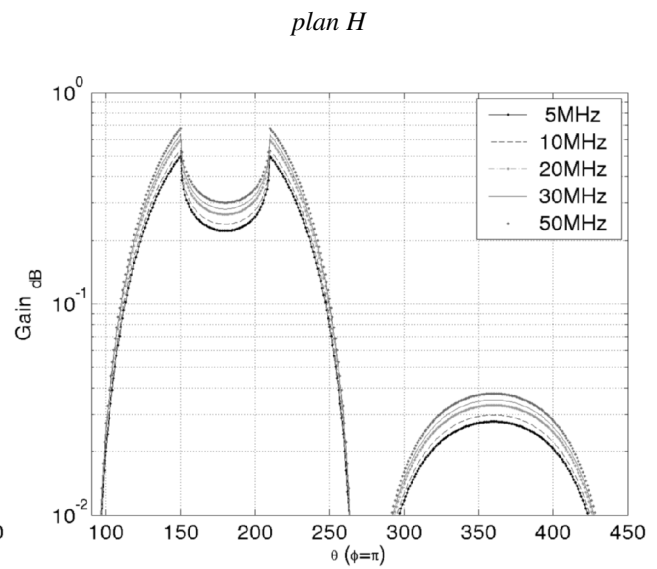
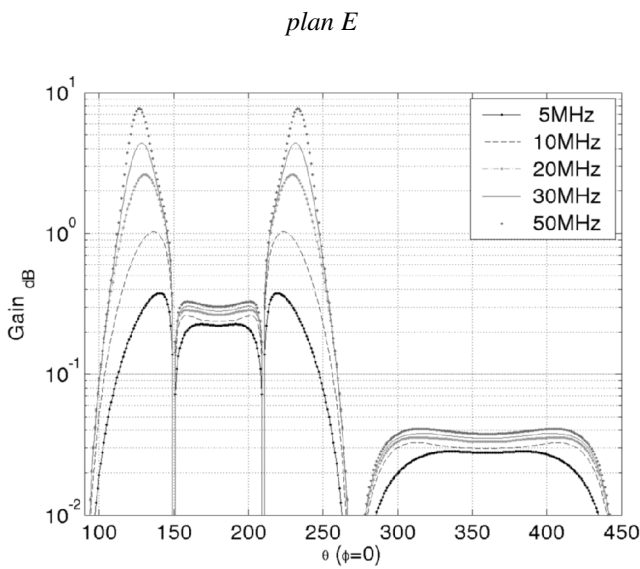


Figure 106 : Gain pour le dipôle de Wu-King lorsque l'antenne repose sur un milieu d'indice 2.

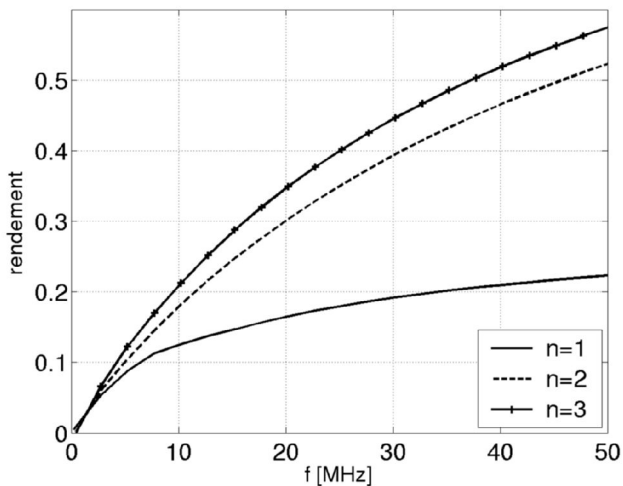


Figure 107 : Rendement de l'antenne pour différents sols.

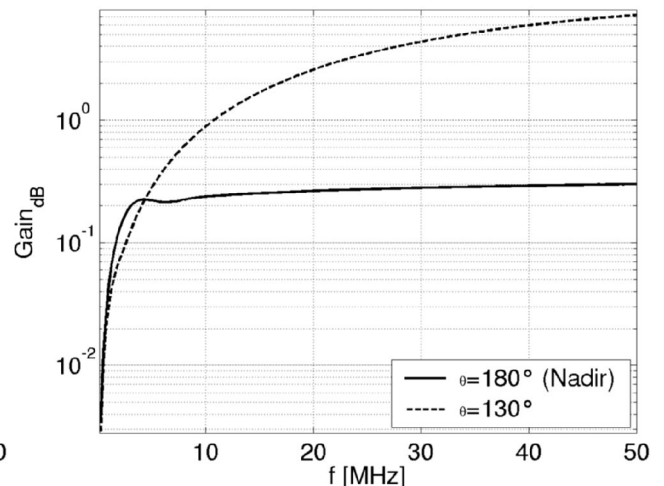


Figure 108 : Gain selon deux directions pour le dipôle de Wu-King lorsque l'antenne repose sur un milieu d'indice 2.

Étant donné que les diagrammes de rayonnement représentent le champ lointain et qu'une interface à moins de 10m se situe dans une zone proche de l'antenne, il est prudent vérifier avec le signal temporel si la réflexion est réellement visible.

➤ antenne posée sur un sol stratifié

Nous considérons maintenant une situation pour laquelle l'antenne est posée sur un sol constitué de deux couches géologiques. La première strate a une permittivité relative de 4 et une conductivité nulle tandis que la seconde est supposée parfaitement conductrice (eau salée) et se trouve à une profondeur de 10m. L'onde met $0,13\mu\text{s}$ pour faire l'aller retour entre l'interface et l'antenne. En si peu de temps, l'onde de courant n'a pas le temps d'aller jusqu'au bout de l'antenne. En considérant que l'onde de courant se déplace à $190.000 \text{ km.s}^{-1}$ (vitesse de la lumière divisée par l'indice effectif lui-même égal à la moyenne des indices des deux milieux), ces $0,13\mu\text{s}$ correspondent au temps mis par l'onde pour se refléter sur un défaut localisé sur l'antenne à 12,3 m du générateur (cf. figure 109). En outre, la fabrication de l'antenne peut également entraîner des incertitudes sur les valeurs des résistances réparties tout au long de l'antenne. Les simulations FDTD permettent de savoir si de telles anomalies peuvent être interprétées à tort comme la signature d'une interface.

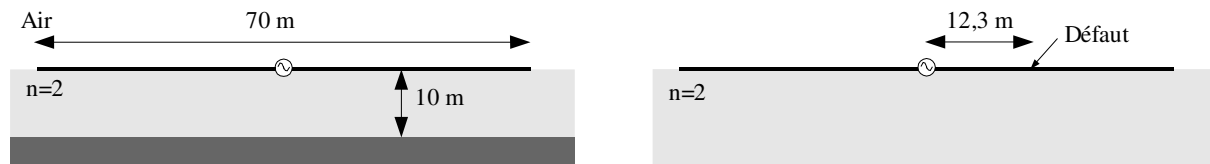


Figure 109 : Exemples de configurations étudiées pour la comparaison entre la signature d'une interface proche et la trace causée par des défauts de l'antenne.

La figure 110 compare des échos liés à un défaut localisé sur l'antenne à l'écho dû à une interface. Le signe de l'écho dépend de la valeur de la résistance modifiée par rapport à la valeur idéale ainsi que de l'impédance du second milieu par rapport à celle du premier milieu. Par exemple, une résistance trop forte engendre un écho opposé à celui causé par une résistance moins forte. Du fait des faibles valeurs des résistances le long de l'antenne, une résistance nulle engendre peu de contraste d'où un écho de faible amplitude. Or, une résistivité nulle correspondrait à une surmétalisation du ruban de milar et a donc beaucoup moins de chance de se produire qu'une lésion du ruban. De plus, la surmétalisation peut être vérifiée après la fabrication de l'antenne alors qu'une lésion peut intervenir lors du transport vers Mars ou lors du déploiement. Pour finir, on notera que le signe de l'écho ne dépend pas de la position du défaut par rapport au générateur.

Un second milieu d'indice plus fort que celui du premier engendre des échos opposés à ceux provoqués si son indice est plus faible. Toutefois, un indice plus faible a moins de chance d'être qu'un indice fort. En effet, à matériau constant, l'indice croît avec la profondeur en raison de l'augmentation de la pression et de la compacité du sol. On notera aussi qu'un milieu parfaitement conducteur engendre un coefficient de réflexion du même signe qu'un second milieu d'indice fort.

Les simulations présentées figure 111 montrent que même si la loi des résistances n'est pas parfaitement respectée, la réflexion causée par l'interface reste visible. Par exemple, en considérant la trace principale un peu avant $0,2 \mu\text{s}$, on voit qu'une variance de 25% sur les valeurs des résistances entraîne une erreur inférieure à 25% sur l'amplitude de l'écho.

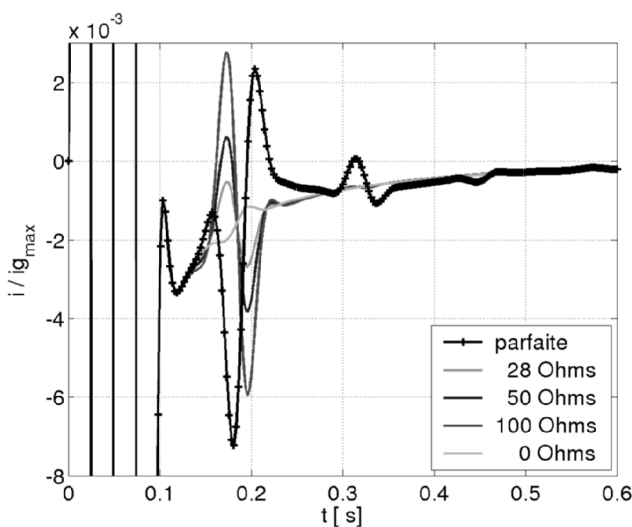


Figure 110 : Courant au générateur normalisé par rapport à son maximum. Première simulation : l'antenne n'a pas de défauts et il existe un réflecteur parfait à 10m de profondeur. Pour les autres simulations, le sol est homogène sans plan réflecteur et une résistance de la valeur indiquée a été placée à 12,3m du générateur. Cette résistance répartie sur une longueur de 10cm doit être comparée à la valeur idéale qui est de 4,3 Ohms.

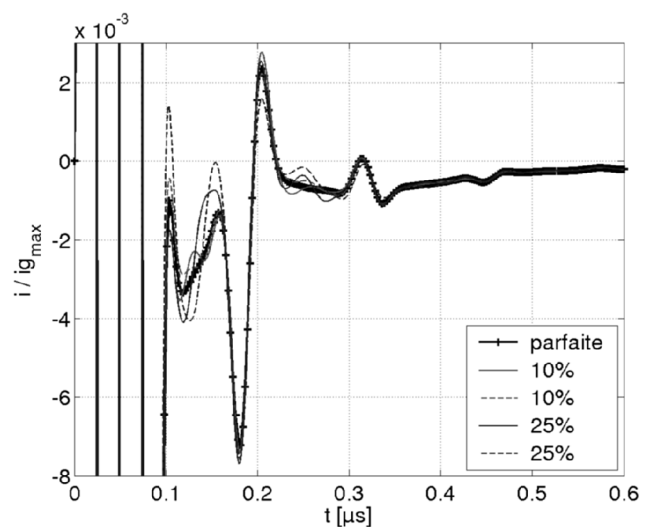


Figure 111 : Courant au générateur normalisé par rapport à son maximum. L'antenne n'a aucun défaut pour la première simulation. Les autres résultats présentent les cas où les résistances localisées tous les 10 cm ont une incertitude de 10% ou 25% (dans tous les cas : conducteur parfait à 10 mètres de profondeur).

Remarque à propos des figures 110 et 111 : le coefficient utilisé pour la normalisation est identique pour toutes les simulations.

➤ En conclusion, il apparaît clairement que :

- Un défaut localisé sur l'antenne ne peut pas être confondu avec une interface proche. D'une part, dans la plupart des cas il induit un courant opposé au courant causé par la réflexion sur l'interface. D'autre part, l'écho principal dû à la couche géologique s'accompagne d'un certain nombre d'échos secondaires correspondant aux aller-retours de l'onde alors que l'écho provoqué par une anomalie est unique.

- Des défauts répartis aléatoirement sur l'ensemble de l'antenne ne masquent pas la réponse de l'interface. Ils engendrent un fouillis essentiellement pour un temps inférieur à $0,2 \mu\text{s}$ et perturbent moins le signal pour $t > 0,3 \mu\text{s}$ ce qui permet de bien distinguer les multiples réflexions entre la surface et l'interface.
- L'utilisation de l'antenne jusqu'à 50MHz autorise la détection de couche géologique à moins de 10 mètres sous l'antenne.
- Une étude rapide qui n'est pas présentée ici montre qu'une antenne chargée avec un profil modifié ($v=0.8$) autorise elle aussi une prospection à moins de 10 mètres.

4- Antenne située près d'une interface diélectrique

4.1- Antenne de Wu-King à la hauteur h d'un sol

4.1.a Impédance de l'antenne à la hauteur h d'un sol

La connaissance de l'impédance d'entrée de l'antenne est cruciale pour l'inversion du problème. On a déjà vu que l'antenne peut servir à déterminer les caractéristiques du sol car son impédance varie avec la permittivité du sol.

Jusqu'à présent, la hauteur à laquelle était située l'antenne a toujours été supposée nulle. C'est-à-dire que le milieu du fil se situait au niveau de l'interface. Cependant, dans la pratique, le sol a une certaine rugosité donc le contact entre l'antenne et le sol n'est pas parfait. On se propose dans un premier temps d'étudier l'influence de la hauteur de l'antenne par rapport au sol parfaitement lisse.

La figure 112 montre l'extrême sensibilité de l'impédance par rapport à la distance au sol. Une hauteur de seulement 10 cm entraîne une variation d'environ 40% par rapport à une antenne posée sur le sol. Plus la hauteur augmente, plus la partie réelle augmente et plus la partie imaginaire augmente en valeur absolue (elle devient de plus en plus négative). Finalement, on converge très rapidement vers les caractéristiques de l'antenne dans l'air. Pour $h > 1\text{m}$, l'impédance de l'antenne se comporte comme si elle était dans l'air.

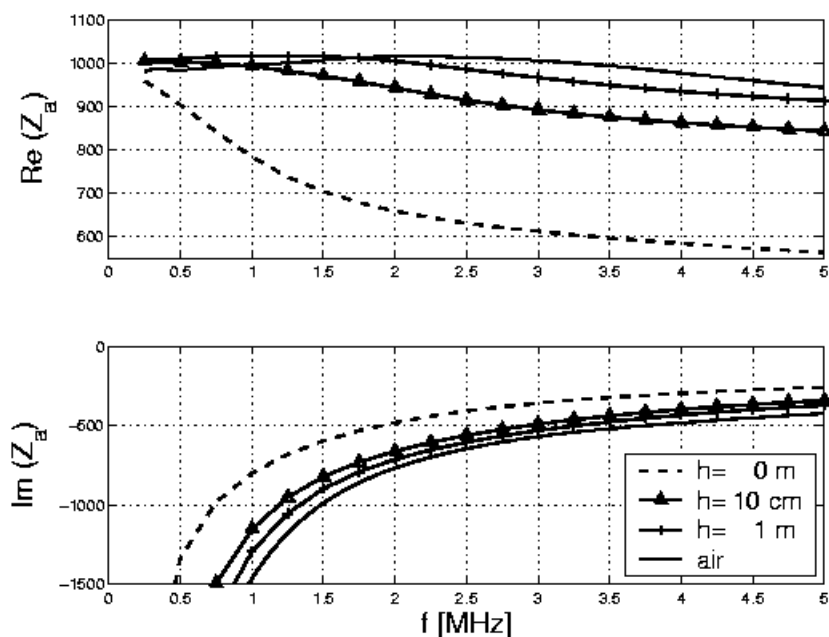


Figure 112 : Impédance d'entrée de l'antenne de Netlander pour différentes hauteurs. Le sol d'indice 2 est supposé sans pertes.

4.1.b Diagramme de rayonnement à la hauteur h d'un sol

On a vu qu'il était possible de déterminer analytiquement le champ rayonné par un dipôle élémentaire alimenté par un courant donné. En revanche, il est beaucoup plus délicat de calculer le champ rayonné par toute une antenne. La difficulté consiste en effet à évaluer correctement le courant sur chaque dipôle élémentaire en présence de l'environnement. Cet obstacle peut être surmonté à l'aide d'une méthode rigoureuse telle que la FDTD.

Si le sol est rugueux, l'antenne de Netlander n'adhérera pas parfaitement au sol. En plus de l'incertitude sur l'impédance d'entrée s'ajoute celle sur le gain. Dans le cas des applications génie civil dont la fréquence centrale se situe entre 100MHz et 1GHz, le déplacement du chariot sur un sol rugueux entraîne facilement des variations de hauteur de l'ordre du dixième de la longueur d'onde d'où l'intérêt d'étudier la sensibilité du gain par rapport à la hauteur. Cette étude étant effectuée pour deux domaines de fréquence très différents, les résultats ont été normalisés par rapport aux dimensions de l'antenne. Les tableaux 5 et 6 permettent de faire la transposition d'échelle rapidement et facilitent la lecture des graphes.

	$4lf/c$	0.5	0.6	0.8	0.9	1	1.5
Application Netlander l#36m	f [MHz]	1	1.2	1.7	1.9	2.1	3.1
Application génie civil l#7.5cm	f [GHz]	0.5	0.6	0.8	0.9	1	1.5

Tableau 5 : Correspondance entre les fréquences normalisées et les grandeurs liées aux applications

	h/l	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025	0.03	0.05	0.1	0.15	0.2	0.5	1	1.5	2
Application Netlander l#35m	h [cm]	17.5	35	52.5	70	87.5	105	175	350	525	700	1750	3500	5250	7000
Application G.C. l#7.5cm	h [cm]	0.0375	0.075	0.113	0.15	0.189	0.225	0.375	0.75	1.13	1.5	5.25	7.5	11.3	15

Tableau 6 : Correspondance entre les hauteurs normalisées et les grandeurs liées aux applications

Les figures 113 et 114 confirment l'extrême sensibilité du gain à de faibles variations de hauteurs. Dans le cas de Netlander et suivant les configurations, le gain au nadir peut doubler lorsque la hauteur varie de 0 à 10cm (sol d'indice 3 à 3MHz). Il se stabilise au delà d'une cinquantaine de centimètres pour osciller lentement autour de sa valeur finale. Dans la direction du zénith, la variation rapide des premiers centimètres est moins spectaculaire comparée aux larges fluctuations que subit le gain avec l'élévation de l'antenne. Ces variations sont liées à des phénomènes d'interférences avec le sol et ont une période proche de $\lambda/4$.

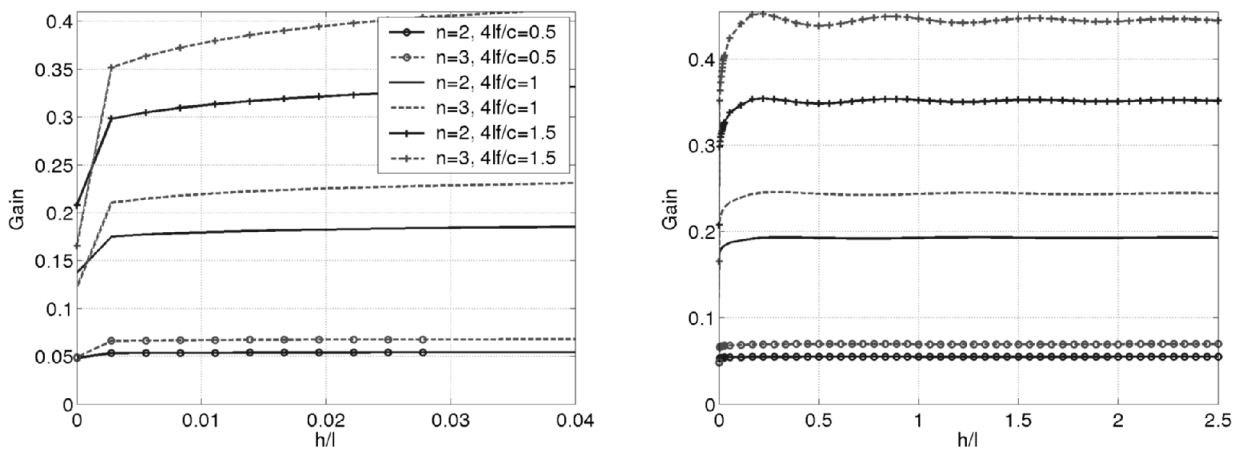


Figure 113 : Gain d'une antenne de Wu-King au dessus d'un sol dans la direction du nadir. La hauteur est normalisée par rapport à la longueur l d'un monopôle. On peut voir les résultats pour trois fréquences normalisées par rapport à la fréquence fondamentale d'un dipôle résonnant qui aurait la même taille. Deux sols d'indice respectif 2 et 3 ont été testés.

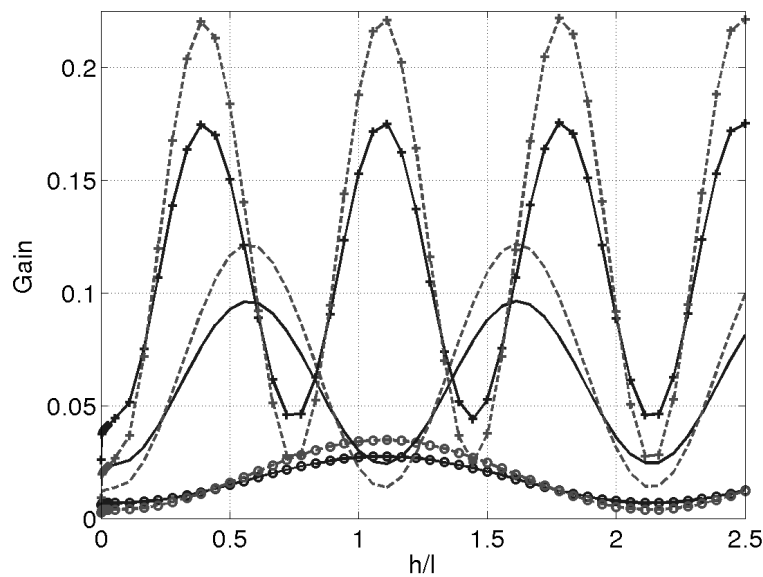


Figure 114 : Gain d'une antenne de Wu-King au dessus d'un sol dans la direction du zénith (voir figure 113 pour la légende)

Dans le sol, Le tracé des diagrammes de rayonnement de l'antenne est conforme à ceux déjà rencontrés (voir pages 91-93). La variation rapide des premiers centimètres profite à l'ensemble des directions dans le sol et la forme du diagramme reste identique. Dans l'air, outre la forte variabilité du gain, on enregistre de nouveaux lobes de rayonnement à l'image de ce que l'on peut observer pour le dipôle élémentaire (voir page 75).

La sensibilité des caractéristiques de l'antenne à la distance au sol peut surprendre et nous a amené à nous interroger sur la validité du modèle de Holland dans le cas d'une interface proche de l'antenne.

4.2- Validation du modèle de Holland

4.2.a Modélisation d'un fil

Dans le formalisme FDTD, les objets suivent le maillage parallélépipédique. A chaque itération temporelle, les champs situés sur le contour des objets subissent des modifications dues à l'application des conditions aux limites. Par exemple, un objet métallique parfaitement conducteur impose un champ électrique purement orthogonal à sa surface. Pour prendre en compte correctement une petite structure, deux solutions apparaissent : soit on réduit le pas d'échantillonnage auquel cas le calcul prend énormément d'espace mémoire et de temps processeur (le pas temporel est proportionnel au pas spatial), soit on introduit un formalisme incorporant la modification des champs dans l'environnement de la petite structure. Un objet est considéré comme petit si ses dimensions sont inférieures au vingtième de la longueur d'onde car c'est la dimension minimale d'une maille préconisée pour limiter la dispersion numérique dans les itérations de l'algorithme de calcul FDTD.

Il existe deux principales méthodes pour traiter les fils en FDTD : le maillage des fils et le formalisme de Holland.

4.2.a.i Maillage d'un fil métallique

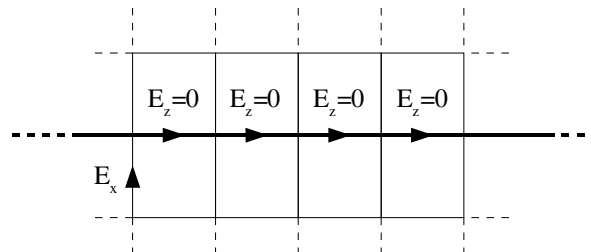


Figure 115 : Ligne introduite par la condition $E_{\text{tangential}} = 0$

Pour insérer un fil dit "métallique" dans un maillage FDTD, il suffit d'appliquer la condition $E_{\text{tangential}} = 0$ sur l'arête d'une cellule. Cette méthode a l'avantage d'être toujours stable mais elle manque de maniabilité. En particulier, le fil doit obligatoirement suivre l'arête d'une cellule et le rayon du fil équivalent dépend des paramètres de simulation (pas spatial et pas temporel). En général, le rayon équivalent est de l'ordre de 30% de la taille transversale de la cellule mais aucune loi formelle n'émerge. De plus, cette méthode ne permet pas d'insérer des éléments localisés comme des résistances, des capacités ou des selfs.

4.2.a.ii Rappel sur le formalisme de Holland

Holland et Simpson [70] ont proposé un formalisme pour intégrer dans la méthode FDTD des fils de diamètre $2a$ inférieur à la taille de la cellule élémentaire. Considérons un tronçon de fil au sein d'une cellule dirigé suivant l'axe (Oz) comme le montre la figure 116. Holland propose d'évaluer le courant I et la densité linéique de charge Q dans la cellule en fonction du champ électromagnétique en supposant que l'on peut appliquer les lois de la statique.

$$H_{\theta} = \frac{I}{2\pi\rho} \quad (48)$$

$$E_{\rho} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\rho} \quad (49)$$

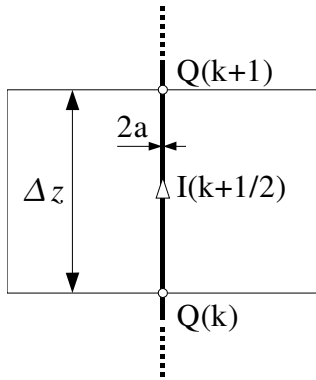


Figure 116 : Tronçon de fil sur une arête d'une cellule.

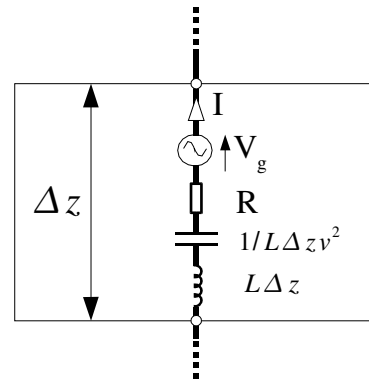


Figure 117 : Schéma électrique équivalent du tronçon de fil.

E_{ρ} et H_{θ} sont deux composantes du champ dans un repère en coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) dont l'origine est sur le fil. Ensuite, on utilise l'équation de Maxwell-Faraday exprimée en coordonnées cylindriques. De celle-ci, on retient seulement l'équation projetée qui contient les composantes $H_{\theta}, E_{\rho}, E_z$, c'est-à-dire les composantes qui interagissent avec un fil infiniment long orienté suivant Oz :

$$-\mu \frac{\partial H_{\theta}}{\partial t} = \frac{\partial E_{\rho}}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \quad (50)$$

En posant I le courant circulant sur le fil, Q la densité linéique de charge et v la vitesse du courant. On peut réécrire l'équation (50) en substituant H_{θ} et E_{ρ} à l'aide des deux équations de la statique (48) et (49) :

$$\frac{\mu}{2\pi\rho} \left(\frac{\partial I}{\partial t} + v^2 \frac{\partial Q}{\partial z} \right) = \frac{\partial E_z}{\partial \rho} \quad (51)$$

L'intégration de l'équation précédente suivant ρ et la condition limite sur E_z à la surface du conducteur ($E_z(\rho=a)=0$) permet d'obtenir une expression de E_z fonction de ρ (E_z est indépendant de θ et de z respectivement par symétrie de rotation et de translation selon l'axe z). On pose également L l'inductance linéique associée au fil.

$$E_z(\rho) = L(\rho) \left(\frac{\partial I}{\partial t} + v^2 \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \quad (52.a)$$

$$L(\rho) = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{\rho}{a}\right) \quad (52.b)$$

Pour obtenir l'équivalence d'un champ moyen au sein de la cellule et éliminer la dépendance en $1/\rho$, l'équation (52) doit être moyennée sur la surface d'une cellule $\Delta x \Delta y$. On remarquera que cette équation (52) permet la prise en compte des interactions entre le courant et le champ électrique.

$$E_z = L_{moy} \left(\frac{\partial I}{\partial t} + v^2 \frac{\partial Q}{\partial z} \right) \quad (53.a)$$

$$L_{moy} = \frac{\mu}{2\pi} \frac{\int_{\Delta x \Delta y, \rho > a} \ln\left(\frac{\rho}{a}\right) \rho \cos \theta \, d\rho \, d\theta}{\Delta x \Delta y} \quad (53.b)$$

Par ailleurs, l'équation de conservation de la charge impose :

$$\frac{\partial I}{\partial z} + \frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \quad (54)$$

Finalement, les équations (53) et (54) constituent un système d'équations liées qui peut se résoudre via une méthode numérique telle que la FDTD. Les densités de charges Q et le courant I sont décalés spatialement d'une demi-maille et sont calculés à des instants différents. Le fil seul se comporte comme un circuit série avec une self et une capacité mais le formalisme de Holland offre la possibilité d'ajouter des circuits localisés tel que générateur de tension, résistances, selfs et capacités (en modifiant simplement les valeurs obtenues pour le fil seul). Il est même possible de coupler la FDTD avec un code de C.A.O. de type Spice pour introduire des circuits complexes ou des éléments non linéaires [76][77].

Pour gérer l'extrémité d'un fil non connecté et la jonction entre un fil et un conducteur parfait on applique respectivement $I=0$ et $Q=0$.

Il existe à ce jour des formulations plus complexes qui permettent de prendre en compte plusieurs fils dans une même cellule, des fils situés ailleurs que sur les arêtes, des fils obliques dans un milieu homogène [73], des jonctions entre plusieurs fils... On peut également citer une étude effectuée à l'INRIA [71] qui propose un modèle basé sur une approximation quasi-statique du champ électrique au voisinage d'un fil. Cette étude est complétée par la détermination de l'inductance optimale qui est un paramètre clé de la méthode. Une formule explicite est donnée dans

le cas d'un fil parallèle aux axes du maillage. Parmi les problèmes du modèle de Holland on peut rappeler son manque de stabilité en particulier dès que le diamètre du fil dépasse une valeur critique.

4.2.b Dipôles dans le vide - comparaison des deux méthodes

Avant de se placer dans le cas complexe des antennes au-dessus d'un sol, validons l'équivalence des deux méthodes lorsque les fils sont dans le vide. Pour cela, modélisons un dipôle dans le vide selon les deux méthodes vues précédemment et comparons leurs impédances d'entrée.

Rappelons que les résonances séries interviennent pour $kl=\pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2\dots$ et que les résonances parallèles ont lieu pour $kl=\pi, 2\pi, 3\pi\dots$. La figure 118 montre que la numérisation engendre une erreur importante sur l'évaluation de la fréquence de résonance parallèle. Cette erreur est plus importante avec le formalisme de Holland, et dans les deux cas elle se réduit avec la diminution du rayon du fil. Il semblerait que ce soit la condition à l'extrémité du fil qui pose problème. En effet, l'impédance d'entrée est calculée à partir du rapport entre la tension et le courant au niveau du générateur. Or, le courant d'entrée à la résonance parallèle est petit (par rapport au courant maximal présent sur le fil) d'où une possible source d'erreur.

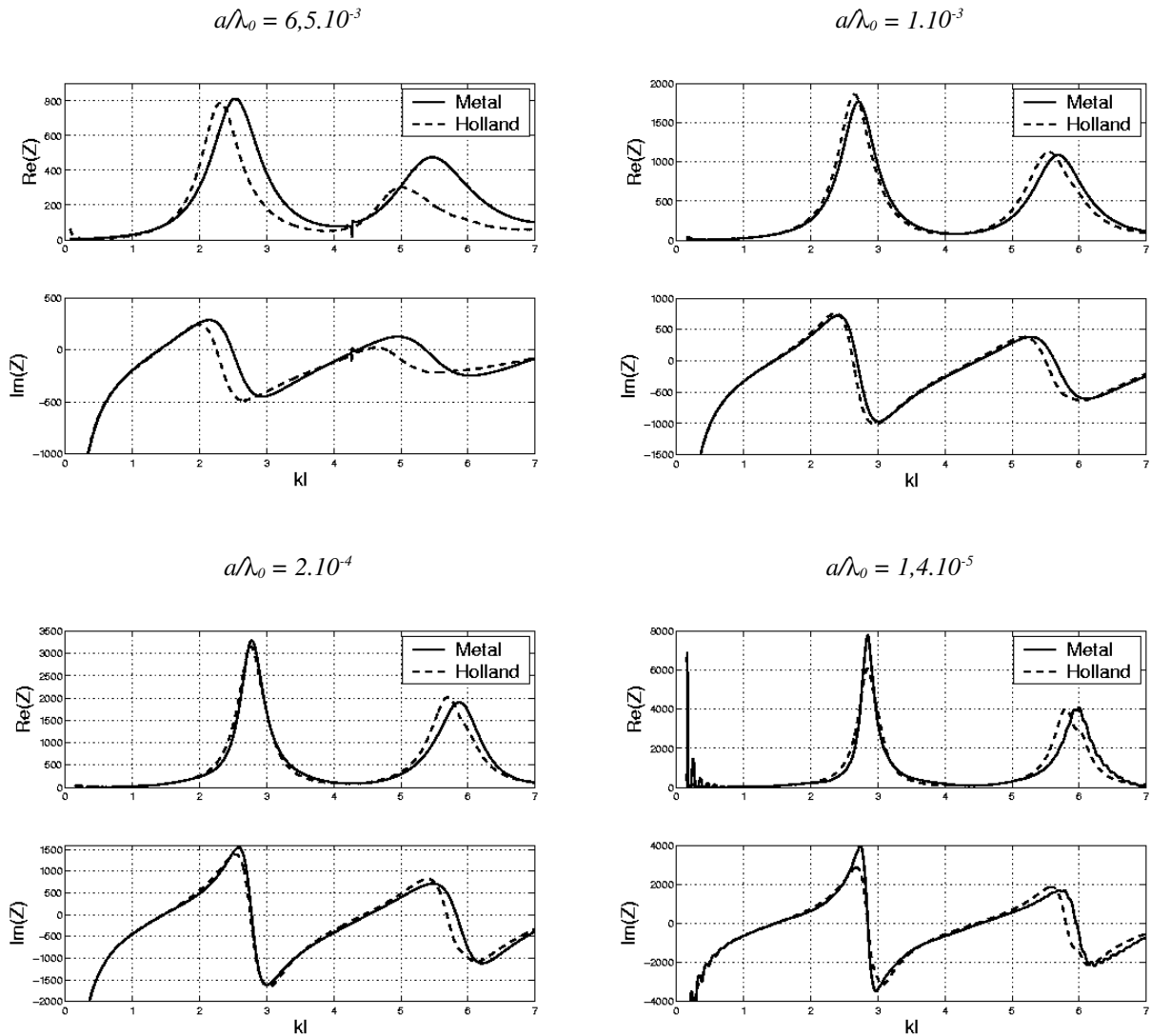


Figure 118 : Impédance d'entrée d'un dipôle en fonction de kl (l est la longueur de chaque branche et λ_0 correspond à la résonance série du fondamental). Le dipôle de Holland a été simulé avec des mailles cubiques. Pour contrôler le rayon du fil dans le cas des insertions métalliques, on a utilisé un maillage parallélépipédique avec $\Delta x = \text{constant}$ pour toutes les simulations et $\Delta y = \Delta z$ variables. Le rayon équivalent vaut alors 30% de Δy .

➤ Conclusion

- En diminuant le rayon du fil, on converge vers la solution analytique [78]. Malgré le décalage fréquentiel de la résonance parallèle, le maximum de l'impédance est conforme à celui donné la théorie à partir de $a/\lambda_0 = 1.10^{-3}$.
- La modélisation par insertion métallique converge plus rapidement vers la solution analytique mais cette méthode devient problématique pour les fils minces (espace mémoire et temps CPU).
- Maintenant que l'équivalence entre les deux méthodes est acquise pour des fils dans le vide, voyons ce qui se passe pour des fils au dessus d'une interface.

4.3- Dipôle au dessus d'une interface

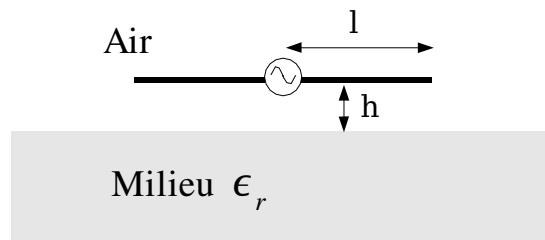


Figure 119 : Schéma du dipôle au dessus du sol

4.3.a Impédance

Les simulations précédentes figure 118 permettent de choisir rapidement les paramètres pour une antenne au-dessus d'un sol. Ainsi, la figure 120 reprend le cas où $a/\lambda_0 = 2.10^{-4}$. On obtient une concordance quasi-parfaite entre les deux méthodes de simulation ce qui valide le modèle de Holland dans le cas d'un fil proche d'une interface.

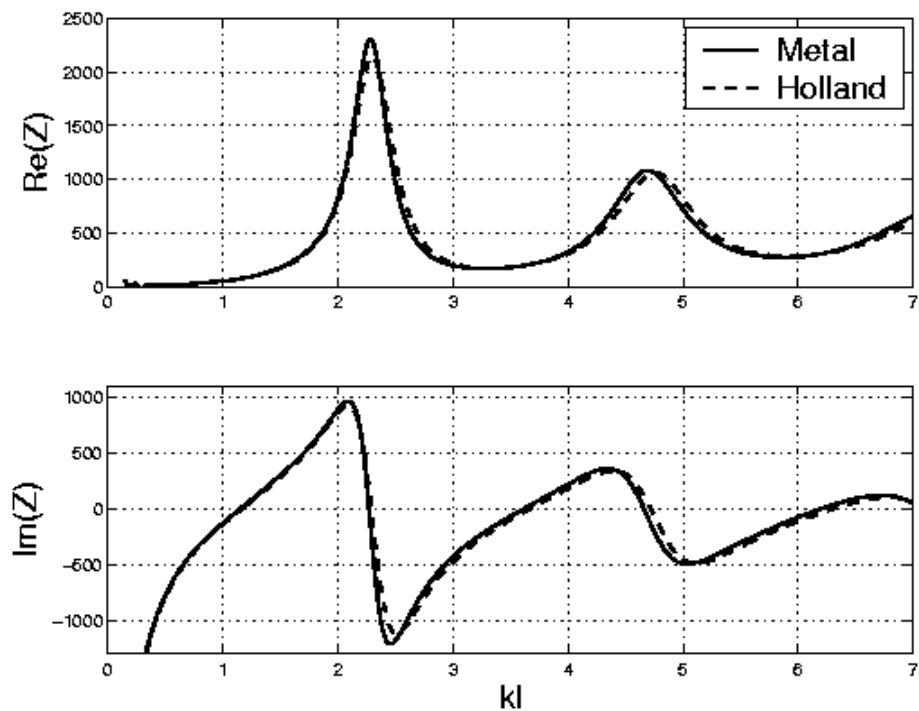


Figure 120 : Impédance d'entrée d'un dipôle de rayon $a = \lambda_0.2.10^{-4}$ à une hauteur $h=l/350$ d'un sol sans pertes d'indice 2 ($l=\lambda_0/4$).

4.3.b Fréquence de résonance d'un dipôle au dessus d'un sol

Plusieurs séries de simulations modélisant un dipôle résonnant au dessus d'une interface ont été effectuées : certaines en maillant le dipôle, d'autres en utilisant le formalisme de Holland. La figure 121 montre l'évolution de la fréquence de résonance f_0 en fonction de la hauteur h pour différentes grosseurs de fil.

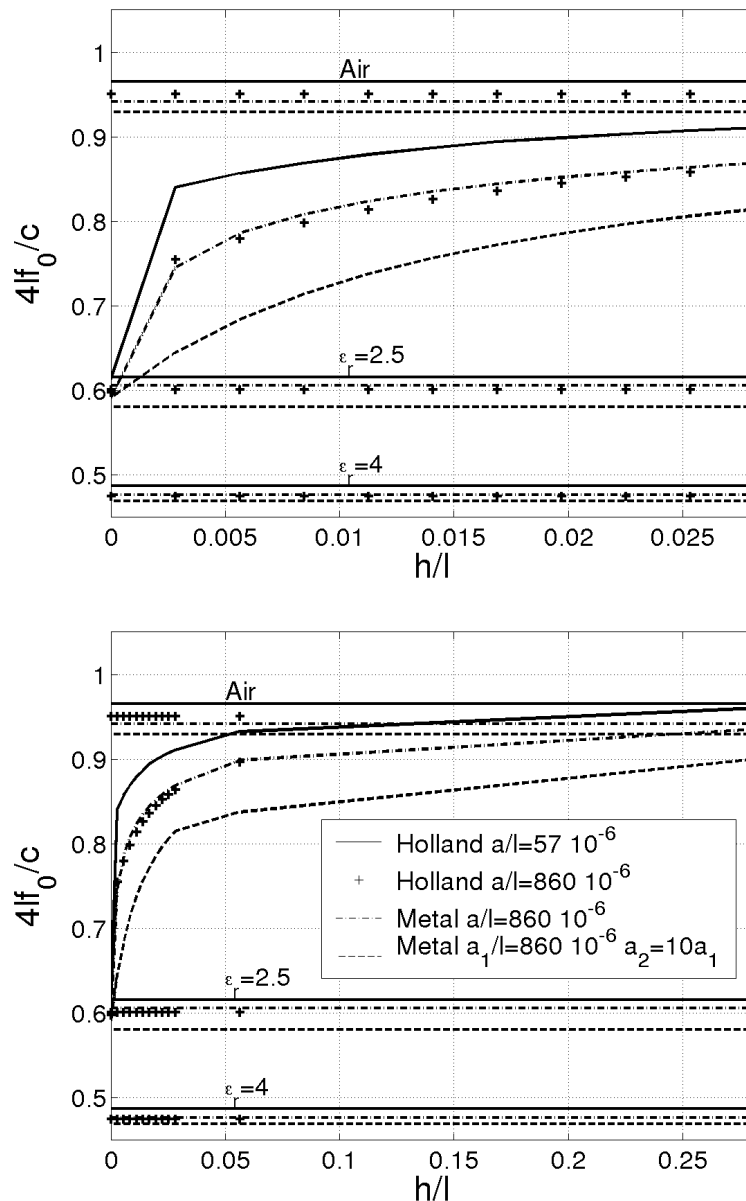


Figure 121 : Évolution de la fréquence de résonance f_0 d'un dipôle au dessus d'un milieu sans pertes d'indice 2. f_0 correspond à la première fréquence pour laquelle la partie imaginaire de l'impédance d'entrée de l'antenne s'annule. Trois autres types de simulation présentent l'antenne respectivement dans l'air, dans un milieu homogène équivalent aux conditions à l'interface et dans le sol. Les axes sont normalisés par rapport à la longueur l d'un brin. Le fil de rayon a est modélisé par le formalisme de Holland et par insertion métallique (dans ce cas le rayon vaut 30% de la dimension transverse de la maille). Dans le cas d'un maillage à section parallélépipédique, le fil équivalent a une section ellipsoïdale : a_1 et a_2 représentent respectivement le demi petit axe et le demi grand axe. (voir aussi tableaux 5 page 113 et 6 page 113).

➤ Conclusions :

- Dans le cas où le même fil a été modélisé par les deux méthodes, on constate une parfaite concordance des résultats donc le formalisme de Holland reste correct même dans le cas d'une interface proche.
- La sensibilité de l'impédance et de la fréquence de résonance (uniquement pour le dipôle résonnant) de l'antenne par rapport à sa distance au sol se confirme. On peut même ajouter que les caractéristiques de l'antenne sont d'autant plus sensibles que le fil est fin.
- Dans le cas d'un milieu homogène ou juste à l'interface, la fréquence de résonance dépend très peu du rayon du fil. En revanche, dès que l'antenne se situe au dessus d'une interface f_0 dépend à la fois de la hauteur et du rayon du fil. Un calcul analytique confirme la validité du modèle numérique dans le cas des milieux homogènes (voir annexe 2). En particulier, on retrouve la légère variation de la fréquence de résonance par rapport au rayon du fil.

Remarque : D'autres simulations par le formalisme de Holland ont montré l'invariance des résultats par rapport à la taille des cellules.

4.3.c Vérification expérimentale

Comparer le modèle de Holland avec d'autres simulations FDTD n'est pas tout à fait satisfaisant pour conclure sur l'exactitude des simulations. Afin de clôturer la validation du modèle pour un fil au dessus du sol, nous avons effectué une expérimentation mettant en oeuvre un dipôle électrique d'une longueur totale de 17,2cm résonnant dans l'air autour de 870MHz. Le dipôle est constitué de deux brins en cuivre de 0,77mm de rayon. Le substrat servant de diélectrique est constitué d'une table en bois aggloméré de permittivité relative 3 que nous avons nous-même mesuré via une méthode capacitive. La table mesure 3cm d'épaisseur et est complétée dessous par des blocs de papier afin d'augmenter l'épaisseur du diélectrique. Plus le matériau est loin de l'antenne, moins il influe sur cette dernière donc l'erreur commise par le changement de matériau devrait être minime (surtout que les deux matériaux choisis ont des propriétés électromagnétiques proches). Un analyseur de réseau permet de mesurer la fréquence de résonance de l'antenne définie par la fréquence à laquelle la partie imaginaire s'annule pour la première fois. Contrairement aux simulations pour lesquelles la hauteur minimale est nulle (le fil est à moitié dans le substrat), la hauteur minimale expérimentale est égale au rayon du fil.



Figure 122 : Dispositif expérimental. Le dipôle est constitué de deux fils de 0.77 mm de rayon, 7.5 cm de long et éloignés de 2,2 cm.

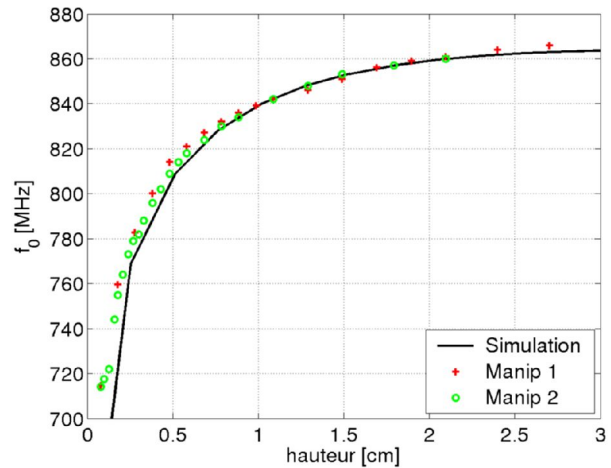


Figure 123 : Fréquence de résonance d'un dipôle au dessus d'un diélectrique de permittivité relative de 3. Les deux séries de manipulation sont comparées à une simulation par éléments métalliques.

La figure 123 montre une bonne adéquation entre la simulation et la mesure. Les légères différences peuvent en partie s'expliquer d'un point de vue expérimental :

- Par la difficulté de placer le dipôle parfaitement parallèle à l'interface.
- Par la difficulté de mesurer la hauteur. En effet l'antenne est surélevée en plaçant des feuilles de papier d'épaisseur connue sous le support en plexiglas.
- Par la présence du connecteur qui gêne la manipulation.

Maintenant que le modèle est validé, intéressons nous plus en détail au rôle joué par le rayon du fil.

4.4- Fil infini à proximité d'une interface

La vitesse du courant dans un fil dépend de la vitesse de l'onde électromagnétique qui se propage autour du fil. Ainsi, le courant d'un fil dans le vide se déplace à la vitesse de la lumière c . Si le fil se situe dans un milieu homogène d'indice n alors la vitesse du courant est de c/n . Pour un fil posé sur une interface, l'indice équivalent est égal à la racine de la moyenne des permittivités relatives. Pour un fil proche d'une interface, l'indice équivalent n'est pas égal à l'indice dans lequel se situe l'antenne car l'onde n'est pas entièrement comprise dans ce milieu. Le but de ce paragraphe est de déterminer l'indice effectif en fonction du rayon, de la hauteur et du matériau.

Au lieu de déduire un indice effectif à partir de la fréquence de résonance d'un dipôle, une seconde méthode consiste à faire propager une onde sur un fil infini. En mesurant la différence de phase entre deux points, on peut déduire la vitesse de propagation de l'onde donc l'indice effectif. Contrairement à la méthode précédente qui donnait un indice effectif valable uniquement pour la

fréquence de résonance de l'antenne, la méthode du fil infini permet de recueillir l'indice pour toute une bande de fréquence avec la même simulation. Cependant, on vérifie rapidement qu'il est indépendant de la fréquence en observant que la variation de phase varie linéairement par rapport à la fréquence.

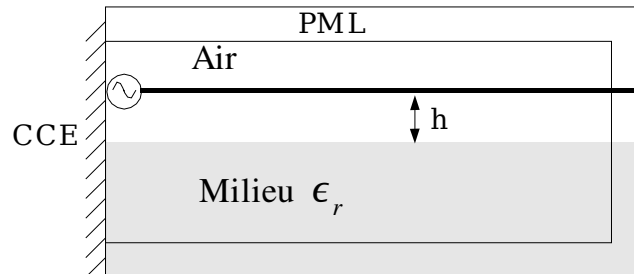


Figure 124 : Modélisation d'un fil au dessus d'une interface. Le fil est alimenté par un générateur de tension idéal d'impédance nulle. D'un côté, le fil entre dans les PML et il est possible de placer un plan de symétrie afin de réduire le temps de calcul (ce schéma de principe est valable que l'on utilise des fils de Holland ou des insertions métalliques)

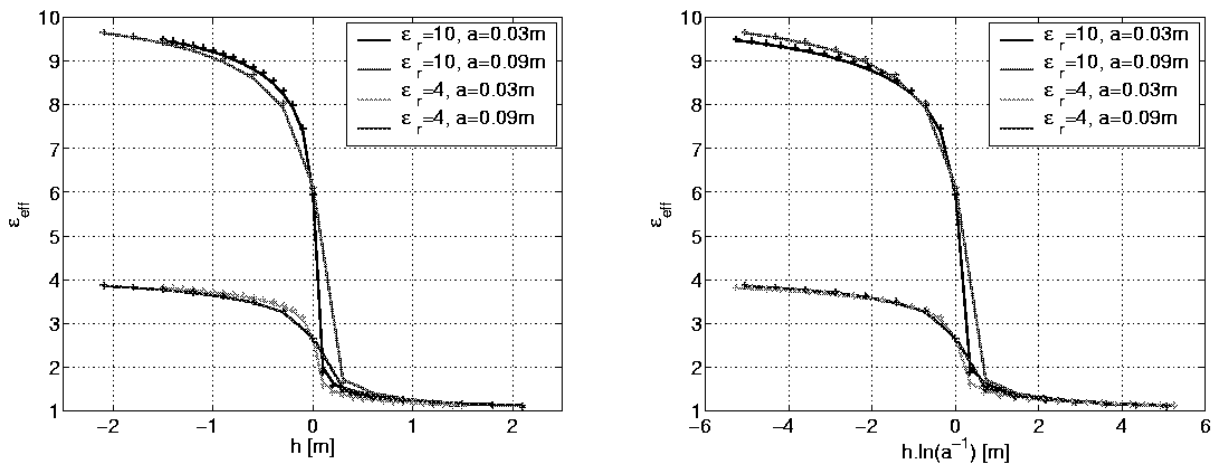


Figure 125 : Permittivité effective en fonction de la hauteur. Les croix issues du calcul avec le formalisme de Holland se superposent avec les résultats de modèle par insertions métalliques en traits pleins.

➤ Conclusions

- Le modèle de Holland donne les mêmes résultats que la modélisation par insertions métalliques.
- Plus le fil est fin et plus la variation de la permittivité effective est rapide.
- La variation de la permittivité semble plus rapide dans l'air que dans le sol. En fait, en traçant l'indice effectif n_{eff} en fonction de h , on constate que le point $\left(0, \sqrt{(\epsilon_1 + \epsilon_2)/2}\right)$ est pratiquement le centre de symétrie de la courbe.

5- Conclusions relatives à la deuxième partie

Cette partie a rappelé le principe de fonctionnement des radars GPR, leurs applications et les principaux modes d'émissions. Ensuite, nous avons passé en revue quelques antennes larges bandes nécessaires à toute application radar GPR. Les antennes les plus élaborées associent des formes définies par des angles avec des charges réparties pour amortir les ondes et éviter ainsi les phénomènes de "ringing".

Le reste de cette partie a été principalement consacré aux antennes filaires amorties pouvant potentiellement équiper les futures missions martiennes pour la prospection d'eau sous forme liquide dans le sous-sol. Les antennes amorties selon le modèle de Wu-King ou avec un profil légèrement modifié ont un faible rendement, un faible gain et sont peu directives. En revanche, elles sont très large bande puisqu'une même antenne peut fonctionner de quelques centaines de kHz à plusieurs dizaines de MHz. Un fonctionnement haut en fréquence permet de réduire la zone aveugle du radar alors que la bande basse des fréquences garantit une profondeur de prospection importante.

Deux configurations ont été largement étudiées : l'une met en oeuvre un dipôle alors que l'autre utilise un monopole relié au châssis du radar. Les nombreux problèmes rencontrés lors des travaux expérimentaux ainsi qu'en simulations tendent à écarter la configuration monopole. La taille réduite du châssis pose un problème de masse flottante et rend le dispositif fortement capacitif et difficilement accordable.

En vue du problème inverse, nous avons tenté de relier l'impédance de l'antenne aux propriétés électromagnétiques de la surface du sol. Même si en théorie l'impédance de l'antenne varie dans le même sens que l'impédance du sol, le lien entre les deux semble difficile à établir en raison de l'extrême sensibilité de l'impédance de l'antenne face à la distance antenne-sol. De la même manière, le gain de l'antenne dépend fortement de la qualité du contact entre l'antenne et l'interface. Dans la pratique, il faudra impérativement prévoir une mesure de l'impédance de l'antenne ainsi qu'une mesure de la permittivité de surface. De ces deux mesures, il doit-être possible de déduire une hauteur équivalente et proposer une évaluation numérique du gain.

PARTIE III : INTERPRETATION DES ECHOS RADAR - PROBLEME INVERSE

Cette partie est consacrée à l'interprétation des signaux radar. Nous rappellerons les propriétés électromagnétiques des matériaux les plus communs et étudierons les principaux paramètres intervenant dans la propagation d'une onde plane. En particulier, nous verrons les évolutions de l'épaisseur de peau, des coefficients de réflexion et de transmission en fonction de l'indice et de la conductivité ainsi que l'influence d'un gradient d'indice.

Dans le cadre de l'étude du radar fixe, un modèle analytique à une dimension sera proposé pour déterminer rapidement le signal reçu lorsque le sol se compose d'une succession d'interfaces planes. Après un bref récapitulatif des inconvénients relatifs aux problèmes inverses, le modèle analytique sera utilisé pour inverser des données provenant de simulations via un algorithme génétique associé à une minimisation par gradient conjugué.

Cette partie se terminera par une étude sur les radars mobiles. Ce sera l'occasion d'introduire les différents types de représentation des signaux et de visualiser la réponse des objets les plus usuels.

1- Généralités sur la propagation des ondes EM

1.1- Exemples de matériaux

1.1.a Propriétés générales des matériaux

Pour la plupart des matériaux, la profondeur de pénétration diminue avec la montée en fréquence en raison de la conductivité. Le principal facteur responsable d'une forte conductivité est l'eau liquide. Dans une moindre mesure, l'eau augmente aussi la permittivité relative.

Dans la plupart des cas, on peut considérer que permittivité et conductivité sont constantes dans la bande de fréquence du radar mais il faut parfois introduire des modèles de sols dispersifs comme le modèle de Debye ou de Cole-Cole. La perméabilité magnétique peut pratiquement toujours être considérée comme égale à un sauf dans quelques cas particuliers comme celui de la magnétite¹ avec une perméabilité relative μ_r de 5 ou de la pyrrhotite² avec 2,5 [105].

Matériau	Conductivité [S/m]	Permittivité relative
<i>Granite sec</i>	10^{-8} - 10^{-6}	5
<i>Granite humide</i>	10^{-3} - 10^{-2}	7
<i>Sable sec</i>	10^{-7} - 10^{-3}	02/05/06
<i>Sable saturé d'eau</i>	10^{-4} - 10^{-2}	10-30
<i>Argile sèche</i>	10^{-3} - 10^{-1}	2-6
<i>Argile humide</i>	10^{-1} -1	15-40
<i>Asphalte sec</i>	10^{-3} - 10^{-2}	2-4
<i>Asphalte humide</i>	10^{-2} - 10^{-1}	6-12
<i>Béton sec</i>	10^{-3} - 10^{-2}	04/07/04
<i>Béton humide</i>	10^{-2} - 10^{-1}	10-20
<i>Permafrost</i>	10^{-5} - 10^{-2}	4-8
<i>Eau</i>	10^{-6} -4	81
<i>Neige / Glace</i>	10^{-7} - 10^{-4}	1,2-5

Tableau 7 : Ordre de grandeur des caractéristiques électromagnétiques de matériaux communs autour de 100MHz

- 1 magnétite : n. fém. Oxyde naturel de fer, de formule Fe_3O_4 , fortement magnétique, cubique, se présentant en cristaux octaédriques, noirs, à éclat métallique.
- 2 pyrrhotine ou pyrrhotite : n. fém. Sulfure naturel de fer, de formule FeS , hexagonal, se présentant en amas compacts, allant du jaune bronze au brun roux, à éclat métallique.

1.1.b Cas particulier de l'eau

La conductivité de l'eau varie énormément avec sa concentration en ions. Les résultats suivants sont obtenus par des mesures en courant continu mais peuvent être extrapolés plus haut en fréquence à condition que cette dernière reste très inférieure à la fréquence de résonance des molécules d'eau, c'est-à-dire environ 2,4GHz (cf. modèle de Debye). La conductivité de l'eau déminéralisée la plus pure est de $4,2 \cdot 10^{-6}$ S/m tandis que celle de l'eau de mer est de l'ordre de 4 S/m! Les eaux potables ont, en général, une conductivité comprise entre $2 \cdot 10^{-2}$ et 0,1 S/m.

1.1.c Cas particulier de la neige et la glace

La neige et la glace ont beaucoup été étudiées lors de nombreuses missions en Antarctique, au Groenland ou sur des glaciers de haute montagne. Ces milieux sont propices à la propagation des ondes électromagnétiques en particulier lorsque la glace est dite sèche, c'est-à-dire que toutes les molécules d'eau sont gelées. Ces recherches participent à la compréhension du déplacement des glaciers, à l'étude de la circulation de l'eau dans les zones polaires (moulins) et les glaciers [83]. Notons aussi qu'il existe des radars spécialisés dans la prospection de météorites en milieu glaciaire.

Les propriétés de la neige et de la glace varient en fonction de la densité et de la température surtout lorsque cette dernière s'approche de zéro auquel cas de l'eau liquide apparaît [100][101] [102]. Pour une neige parfaitement gelée, la relation (55) permet de corréler la permittivité avec la densité ρ exprimée en g.cm^{-3} .

$$\epsilon_r \approx 2 \rho + 1 \quad (55)$$

En fait, la permittivité de n'importe quel matériau augmente avec la densité mais le cas de l'eau est le plus simple à traiter et c'est le seul cas à avoir été largement étudié. Même pour du sable sec, il est difficile de donner une formule générale pour relier la densité et la permittivité car il faudrait prendre en compte sa composition chimique.

1.2- Évolution des paramètres selon la fréquence et la conductivité

La propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu est régie par les équations de Maxwell. Les paragraphes qui suivent rappellent les principales grandeurs qui interviennent dans le bilan de liaison. Une étude suivant la conductivité et la permittivité a été menée à différentes fréquences pour bien comprendre dans quelle gamme de fréquence un matériau peut être considéré comme conducteur ou à faibles pertes.

1.2.a Constante de propagation et épaisseur de peau

Une onde plane se propageant dans un milieu à pertes s'écrit selon la relation (56) avec k la constante de propagation complexe (57).

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad (56)$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}\right)} \quad (57.a)$$

$$k = \omega \sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}\right)^2}}{2}} - j \omega \sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r} \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}\right)^2}}{2}} \quad (57.b)$$

$$k = \beta - j \frac{1}{\delta} \quad (57.c)$$

Le calcul de l'écho radar fera intervenir la constante de propagation β , l'épaisseur de peau δ , ainsi que les coefficients de transmission et de réflexion au niveau des interfaces d'où l'intérêt d'étudier chacun de ces paramètres. Les tracés de β et de δ figures 126 et 127 mettent en évidence trois zones suivant la valeur de σ par rapport à $\omega \epsilon_0 \epsilon_r$:

- Une zone de matériaux à faibles pertes dans laquelle l'expression de k se réduit à (58) : l'épaisseur de peau est indépendante de la fréquence.

$$k \stackrel{\sigma \ll \omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\approx} \omega \sqrt{\mu_0 \mu_r \epsilon_0 \epsilon_r} - j \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{\epsilon_0 \epsilon_r}} \quad (58)$$

- Une zone de matériaux conducteurs où k devient :

$$k \stackrel{\sigma \gg \omega \epsilon_0 \epsilon_r}{\approx} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r \sigma \omega}{2}} - j \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r \sigma \omega}{2}} \quad (59)$$

- Une zone intermédiaire où aucune approximation n'est permise.

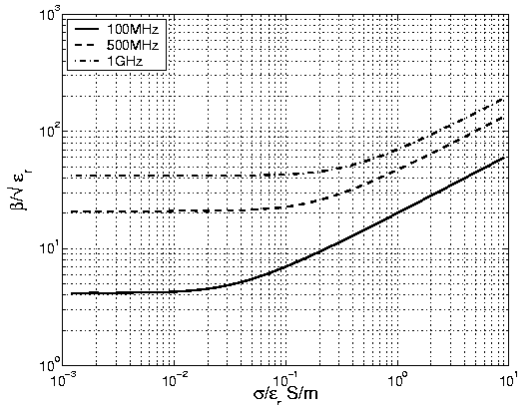
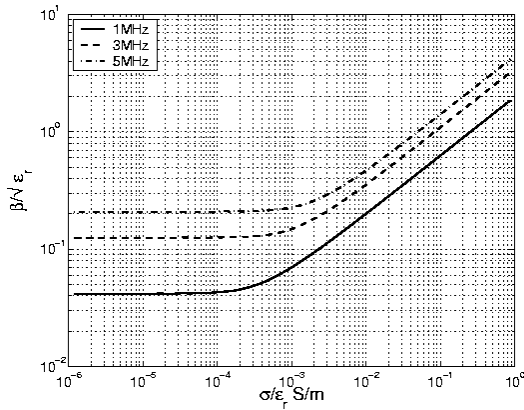


Figure 126 : Évolution de la constante de propagation en fonction de la conductivité pour différentes fréquences.

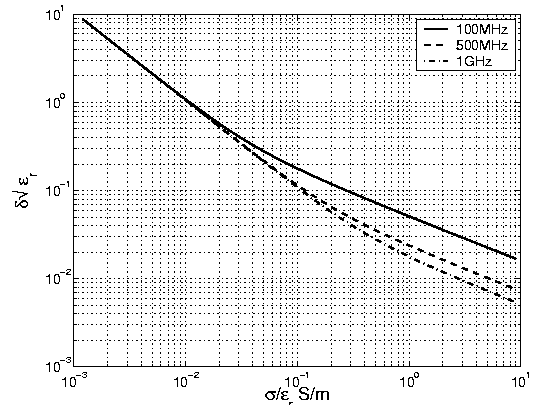
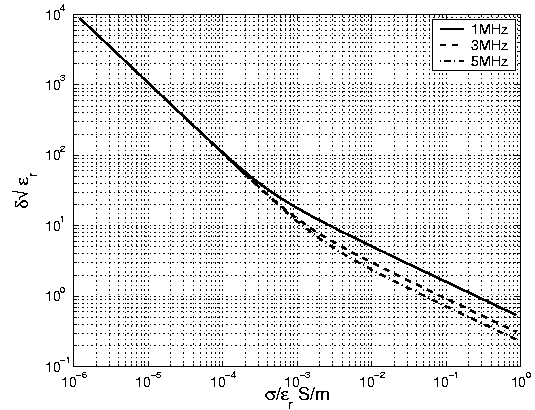


Figure 127 : Évolution de l'épaisseur de peau en fonction de la conductivité pour différentes fréquences.

La transition entre matériaux conducteurs et matériaux à faibles pertes dépend de la fréquence et de la permittivité du milieu. Pour l'application Netlander (2Mhz), la transition s'effectue aux alentours d'une conductivité de 10^{-3} S.m^{-1} alors que pour les applications génie civil (100MHz-1GHz), un matériau peut être considéré comme conducteur à partir de 10^{-1} S.m^{-1} (argile).

1.2.b Coefficients de réflexion et de transmission d'onde plane

Les coefficients de réflexion et de transmission entre deux milieux d'impédances complexes Z_1 et Z_2 se déterminent simplement en incidence normale par les équations (60). Les figures 128 et 129 donnent les valeurs des coefficients de réflexion et de transmission en champ dans différentes configurations de sol.

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \qquad T = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} \qquad (60.a)$$

$$Z_i = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_i}{\epsilon_0 \epsilon_i - j \sigma_i / \omega}} \qquad (60.b)$$

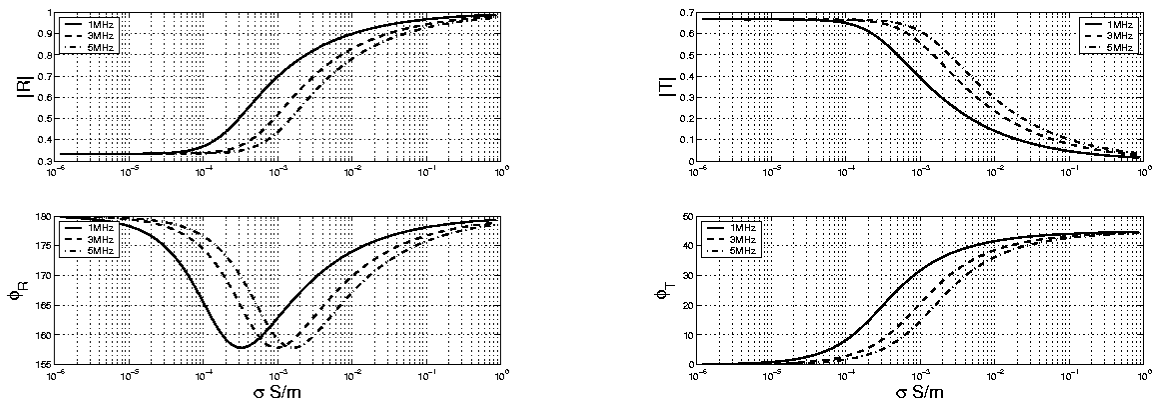


Figure 128 : Coefficient de réflexion (à gauche) et coefficient de transmission (à droite) entre le vide et un milieu de conductivité σ avec une permittivité relative de 4.

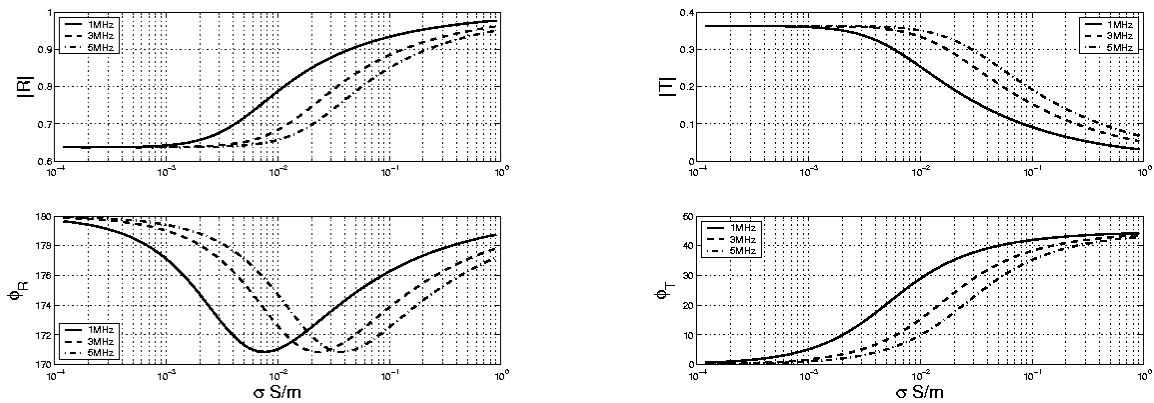


Figure 129 : Coefficient de réflexion (à gauche) et coefficient de transmission (à droite) entre un milieu de permittivité relative de 4 supposé sans pertes (sable) et un milieu de conductivité σ avec une permittivité relative de 81 (eau).

La plupart des modèles de sols martiens [84][85] donne des valeurs de conductivité correspondant au domaine de forte variation des coefficients de réflexion et de transmission. En conclusion, bien que ces sols soient secs et donc peu conducteurs, un modèle analytique ne peut pas utiliser la simplification des milieux à faibles pertes.

1.2.c Coefficients de réflexion et de transmission d'onde plane en présence d'un gradient d'indice

La transition entre deux milieux est rarement brutale d'où l'existence d'un gradient d'indice.

Dans le cas d'une onde plane, l'analogie avec la théorie des lignes permet de déterminer les coefficients de réflexion et de transmission (cf. figure 130). Une transition entre deux milieux d'indice n_1 et n_2 peut s'identifier à N tronçons de ligne d'impédance caractéristique $Z_c(l)$. L'équation (61) permet de calculer l'impédance de $Z(l)$ ramenée en $(l+dl)$.

$$Z(l+dl) = Z_c(l+dl) \cdot \frac{Z(l) + j \cdot Z_c(l+dl) \cdot \tan(\beta(l) dl)}{Z_c(l+dl) + j \cdot Z(l) \cdot \tan(\beta(l) dl)} \tag{61}$$

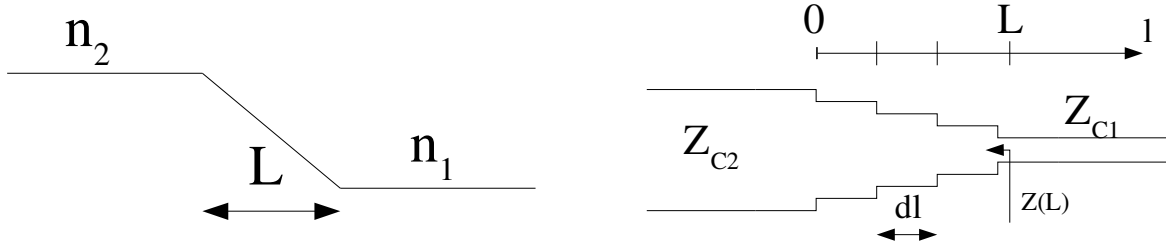


Figure 130 : Analogie entre le gradient d'indice et la théorie des ligne

Lorsque \$dl\$ tend vers zéro, de (61) découle l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\partial Z}{\partial l} + Z^2 \frac{j\beta}{Z_c} = j\beta Z_c \tag{62}$$

Malheureusement, l'équation (62) est non linéaire donc difficile à résoudre analytiquement. De plus, l'impédance caractéristique \$Z_c\$ et la constante de propagation \$\beta\$ dépendent de la position \$l\$.

L'équation (61) permet de déterminer numériquement l'impédance de proche en proche. Après avoir ramené l'impédance en \$l=L\$, les coefficients de réflexion et de transmission en champ s'expriment par :

$$R = \frac{Z(L) - Z_1}{Z(L) + Z_1} \tag{63.a}$$

$$T = \frac{2 \cdot Z(L)}{Z(L) + Z_1} \tag{63.b}$$

Pour tracer les courbes de la figure 131, la méthode a été appliquée dans le cas où la loi régissant la variation d'indice est affine (équation (64)) mais le principe de calcul par la méthode des lignes reste valable quelque soit le profil d'indice.

$$Z_c(l) = \frac{Z_{c1} - Z_{c2}}{L} \cdot l + Z_{c2} \tag{64}$$

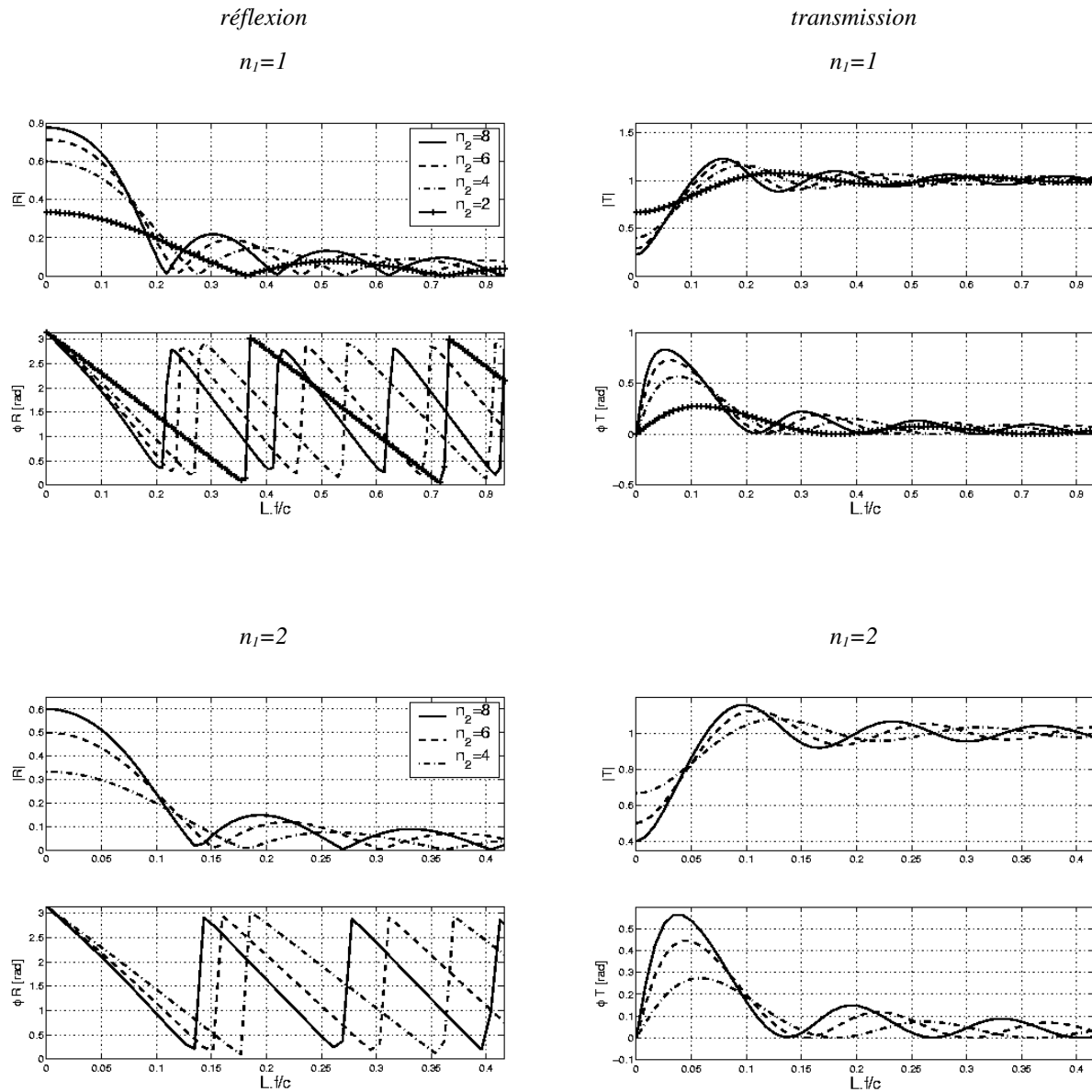


Figure 131 : Coefficients de réflexion (à gauche) et de transmission (à droite) en module et phase entre deux milieux d'indice n_1 et n_2 . La variation d'indice entre les deux milieux est linéaire et s'établit sur une longueur L . L'axe des abscisses a été normalisé par rapport à L/λ_0 .

En conclusion, une transition douce entre deux milieux entraîne une diminution significative du coefficient de réflexion surtout lorsque L dépasse $\lambda_0/5$. Le coefficient de réflexion dépend de la fréquence donc le gradient d'indice entraîne une dispersion du signal. Les gradients d'indice réduisent les contrastes entre les milieux : ce sont des tueurs d'échos radar ("signal killer"). En revanche, le coefficient de transmission augmente et l'on peut espérer mieux "voir" sous l'interface.

2- Radar fixe - Modèle à une dimension

Le radar fixe a été étudié en vue de la mission Netlander. Pour simplifier le problème, nous allons d'abord considérer un radar posé sur un sol constitué de différentes couches géologiques planes caractérisées par leur épaisseur, leur permittivité et leur conductivité (en général, un sol naturel n'est pas magnétique).

L'écho radar peut être déterminé par un calcul FDTD mais ce chapitre a pour but d'établir un modèle analytique simple. La mise au point d'un tel modèle possède un triple intérêt :

- Il est beaucoup plus rapide qu'un modèle rigoureux tel que la FDTD.
- Chaque écho correspondant aux différentes interfaces peut être décorrélé du reste du signal. On a donc une bien meilleure compréhension des différents phénomènes qui agissent sur le signal transitoire.
- L'approche analytique impose certaines approximations : les phénomènes physiques prédominants sont alors clairement mis en évidence.

2.1- Fonction de transfert pour un parcours

Les radaristes connaissent bien la formule de Friis (65) permettant de calculer les bilans de liaison en puissance. Elle donne la puissance du signal reçu P_r en fonction de la puissance d'émission P_e . G_e et G_r sont respectivement les gains intrinsèques des antennes d'émission et de réception séparées par la distance D . L'adaptation des antennes est prise en compte par η_e et η_r qui peuvent être interprétés comme des coefficients de transmission en puissance.

$$P_r = P_e \cdot G_e \cdot G_r \cdot \eta_e \cdot \eta_r \cdot \left(\frac{c}{4 \pi D \sqrt{\epsilon_r f}} \right)^2 \quad (65.a)$$

$$\eta_i = \left(1 - |S_{11i}|^2 \right) \quad \text{avec} \quad S_{11i} = \frac{Z_{ai} - R_{gi}}{Z_{ai} + R_{gi}} \quad (65.b)$$

Or, dans le cas des radars impulsionsnels, la forme du signal transitoire contient la majeure partie de l'information. Ce signal n'est autre que la tension mesurée sur la charge de l'étage de réception. Cette tension est elle même directement proportionnelle au courant reçu puisque la charge est connue. Si l'on veut reconstruire le courant au niveau du générateur dans le domaine temporel, la formulation de Friis est insuffisante puisque l'information sur la phase est perdue. Il faut donc établir une formulation particulière de l'équation radar afin d'avoir accès à la forme d'onde du courant à la réception.

Le calcul de la forme temporelle du courant à la réception s'effectue par l'intermédiaire du champ électrique lointain. Le calcul se décompose en une phase d'émission suivie d'une phase de réception :

- A l'émission, il faut déterminer le champ lointain lorsque l'antenne est parcourue par un courant I_e .
- A la réception, le problème consiste à déterminer le courant induit sur la charge lorsque l'antenne est soumise à une onde plane incidente.

Le schéma électrique équivalent proposé figure 132 introduit l'ensemble des notations qui seront utilisées dans la pour désigner les différents éléments constitutifs du circuit.

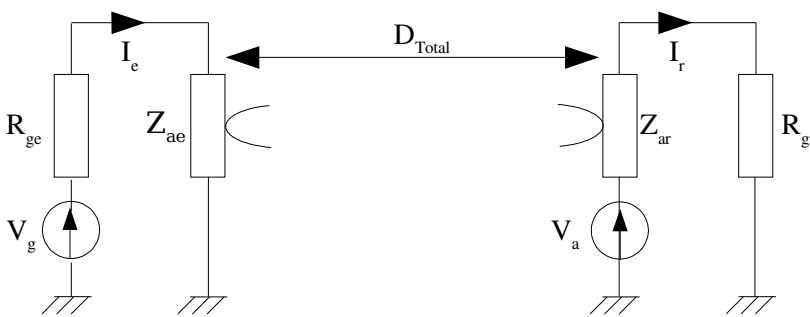


Figure 132 : Schéma électrique équivalent à l'émission (générateur et antenne d'émission à gauche) et à la réception (antenne de réception et charge à droite).

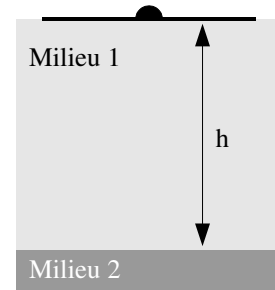


Figure 133 : Configuration avec une interface.

2.1.a A l'émission

A l'émission, considérons une antenne quelconque caractérisée par son impédance et son gain complexe G_e défini par (66). L'introduction d'un gain complexe permet de conserver l'information sur la phase et reste compatible avec la définition habituelle puisque le module du gain reste inchangé. La notation $\phi(E_{r=0})$ désigne la phase du champ lointain ramenée au point origine des phases matérialisé par la position du générateur. Cela revient à calculer la phase du champ à la distance r et à retrancher la phase due à la propagation ($2\pi.r/\lambda$). Ainsi, le gain est défini pour une direction de l'espace (θ, φ) et est indépendant de r . Il est également indépendant de l'adaptation et est donc bien une caractéristique propre à l'antenne en présence de son environnement (Z_m est l'impédance du milieu dans lequel le champ électrique est déterminé). Le gain peut être déterminé par modélisation suivant différentes méthodes dont certaines ont été vues précédemment (voir page 88). Expérimentalement, si l'antenne est petite (applications génie civil) alors le module du gain peut facilement être mesuré en chambre anéchoïde tandis que la détermination de la phase demande plus de soins. Cependant, la figure 136 montre qu'en négligeant le déphasage, l'erreur induite n'est pas catastrophique. En première approximation, la phase du gain de l'antenne de Netlander suit une loi affine du type $\phi G \approx \pi - \alpha \cdot f$ avec α une constante. Le terme αf peut alors être interprété

comme un retard dû à la propagation sur une longueur de $d = \alpha v / 2 \pi$. En quelque sorte, cela veut dire que la phase au point origine des phases (le générateur) n'est pas nulle : tout se passe comme si l'onde était émise d'un point à l'arrière de l'antenne situé à la distance d du générateur. En conclusion, si l'on ne peut pas déterminer la phase du gain, le choix de $\phi G = \pi$ donne une bonne approximation : la forme d'onde calculée est alors uniquement décalée dans le temps par rapport à la forme d'onde réelle.

$$G_e = \frac{4 \pi \cdot |r E|^2}{Z_m \Re(Z_{ae}) |I_e|^2} \cdot e^{j 2 (\phi(E_{r=0}) - \phi(I_e))} \tag{66}$$

Pour en revenir au problème posé, lorsque l'antenne est parcourue par un courant I_e le module du champ lointain rayonné à la distance r peut être déduit des paramètres de l'antenne. La phase du champ électrique dépend de la phase du gain ainsi que de la propagation (67). En général, l'antenne est alimentée par un générateur de tension V_g considéré comme étant idéal. Connaissant l'impédance de l'antenne d'émission Z_{ae} , le courant complexe à l'émission I_e est simplement déterminé par la loi d'Ohm (68).

$$E(r) = \frac{I_e}{r} \cdot \sqrt{\frac{G_e Z_m \Re(Z_{ae})}{4 \pi}} \cdot e^{-j 2 \pi r \frac{f \sqrt{\epsilon_r}}{c}} \tag{67}$$

$$I_e = - \frac{V_g}{R_{ge} + Z_{ae}} \tag{68}$$

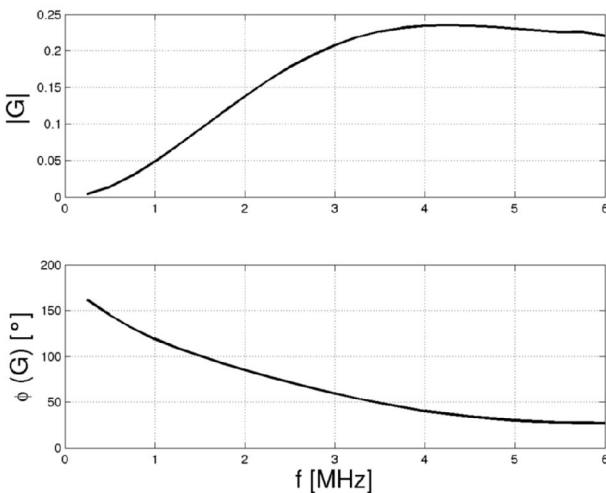


Figure 134 : Exemple de gain en module et phase dans la direction d'observation (antenne Wu-King de la mission Netlander posée sur un sol dans les conditions présentées figure 135).

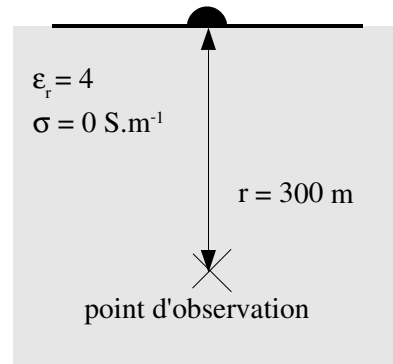


Figure 135 : Exemple typique de configuration de l'antenne à l'émission : antenne à l'interface de deux milieux (tout point d'observation situé en zone de champ lointain pourrait convenir pour vérifier l'équation (67)).

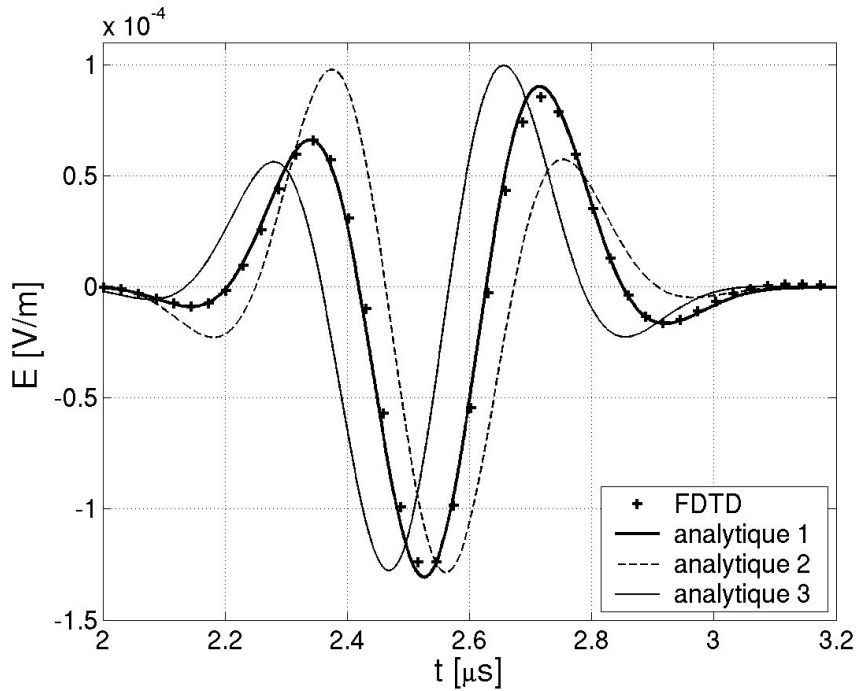


Figure 136 : Forme d'onde du champ E à 300m de profondeur. La courbe "analytique 1" est obtenue en prenant en compte le terme de phase du gain, "analytique 2" néglige complètement la phase et "analytique 3" considère uniquement le déphasage de π (antenne présentée figure 134 et 135 alimentée par un générateur de tension d'impédance 1050Ω délivrant la forme d'onde habituelle : voir (75) page 143)

2.1.b Réception

A la réception, l'antenne de gain complexe G_r éclairée par une onde plane présente une surface équivalente S_E permettant de capter une puissance reçue P_R liée à la densité surfacique de puissance au niveau de l'antenne. Lorsque l'antenne est située sur une interface, la longueur d'onde λ intervenant dans l'équation (69) est la longueur d'onde dans le milieu d'où provient l'onde.

$$P_R = S_E \cdot \vec{E} \wedge \vec{H}^* \quad (69.a)$$

$$P_R = \frac{G_r \lambda^2}{4\pi} \cdot \frac{|E|^2}{Z_m} \quad (69.b)$$

Cette puissance reçue P_R est en partie transmise à la charge R_{gr} par l'intermédiaire du terme d'adaptation entre l'antenne et la charge. Cette puissance que l'on peut qualifier de puissance utile peut également s'exprimer en fonction de la tension V_r aux bornes de la charge à la réception.

$$P_U = \frac{1}{2} \left(1 - |S_{11r}|^2 \right) \cdot P_R \quad (70.a)$$

$$S_{11r} = \frac{Z_{ar} - R_{gr}}{Z_{ar} + R_{gr}} \quad (70.b)$$

$$P_U = \frac{1}{2} \Re(R_{gr}) \cdot |I_r|^2 \quad (70.c)$$

Les équations (69) et (70) permettent d'écrire facilement la relation qui existe entre le module du champ électrique incident et le module du courant dans la charge R_{gr} . Pour retrouver le terme de phase, il faut raisonner sur les tensions plutôt que directement sur le courant. Le champ incident induit un générateur de tension V_a au niveau de l'antenne. La phase de V_a est liée à la phase de E et à la phase du gain complexe de l'antenne. La phase du courant I_r est donc égale à la phase de V_a moins la phase de la charge totale matérialisée par R_{gr} et Z_{ar} (convention générateur), d'où l'équation suivante :

$$I_r = E \cdot \sqrt{\frac{G_r \lambda^2}{Z_m 4 \pi} \cdot \frac{(1 - |S_{11r}|^2)}{\Re(R_{gr})}} \cdot e^{-j\phi(R_{gr} + Z_{ar})} \quad (71)$$

Pour exprimer la relation entre les courants d'émission et de réception, il faut combiner les expressions (67) et (71). Il faut ensuite introduire le coefficient de réflexion en champ R pour tenir compte de la réflexion sur l'interface. Les pertes dans le diélectrique sont prises en compte en introduisant l'épaisseur de peau δ . On aboutit finalement au courant complexe de réception (72).

$$I_r = I_e \sqrt{\frac{\Re(Z_{ae})}{\Re(R_{gr})} (1 - |S_{11r}|^2)} \cdot e^{j\phi\left(\frac{R_{gr}}{R_{gr} + Z_{ar}}\right)} \cdot \sqrt{G_e G_r} \cdot R \cdot e^{-\frac{\delta}{D_{Total}}} \cdot \left(\frac{c}{j 4 \pi D_{Total} \sqrt{\epsilon_r} f}\right) e^{-j 2 \pi f \tau} \quad (72.a)$$

$$|S_{11e}| = \left| \frac{Z_{ae} - R_{ge}}{Z_{ae} + R_{ge}} \right| \quad |S_{11r}| = \left| \frac{Z_{ar} - R_{gr}}{Z_{ar} + R_{gr}} \right| \quad (72.b)$$

Dans la plupart des applications radar GPR, les antennes d'émission et de réception sont identiques ce qui simplifie fortement les expressions précédentes.

Dans le cas particulier où il n'y a que deux types de sols (figure 133), la distance totale parcourue D_{Total} est égale à deux h . Le retard τ est le temps mis par l'onde pour faire l'aller retour entre l'antenne et l'interface.

Remarque 1 : La formulation vue ci-dessus ne s'applique que si D_{Total} satisfait la condition de champ lointain (D_{Total} et non h).

Remarque 2 : A priori, le coefficient de réflexion R est complexe et est fonction de la fréquence. Les gains des antennes sont complexes, ils sont aussi fonctions de la fréquence et dépendent du milieu sur lequel repose l'antenne. Il faudra donc les déterminer pour un couple (ϵ_r, σ) donné.

2.2- Sommation de tous les parcours

Plus généralement, il n'y aura pas seulement deux couches géologiques mais N couches chacune caractérisée par son épaisseur h_i , sa permittivité relative moyenne ϵ_i , sa conductivité σ_i et éventuellement sa perméabilité relative μ_i . L'indice du milieu est alors $n_i = \sqrt{\epsilon_i \mu_i}$.

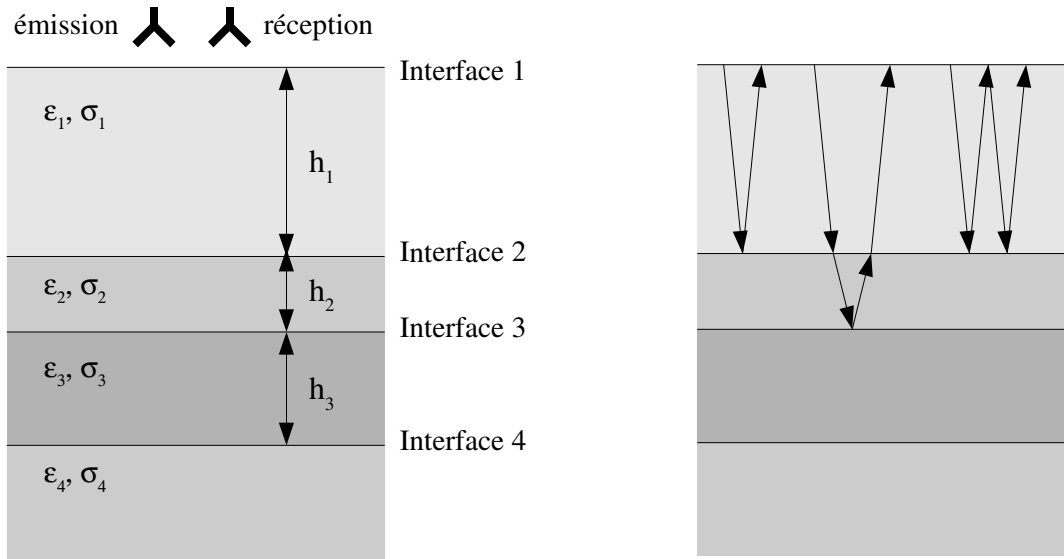


Figure 137 : Configuration du problème traité (sol stratifié composé de N interfaces planes). À droite, trois parcours possibles. Étant donné la proximité des antennes d'émission et de réception, on pourra considérer que les rayons ont une incidence normale.

En reprenant l'idée du tracé de rayons, l'impulsion électromagnétique peut parcourir une infinité de trajets. Mais en raison des pertes et de l'expansion géométrique, seul quelques-uns jouent un rôle sur l'allure du signal temporel. Le problème consiste donc à déterminer les principaux parcours. Plusieurs algorithmes peuvent être envisagés : celui qui a été retenu permet de déterminer les N_p parcours faisant intervenir au plus N_D dioptries (ce paramètre étant fixé par l'utilisateur). Par exemple, si $N_D=5$, trois parcours sont possibles (voir figure 137) :

- Interfaces 1, 2, 1
- Interfaces 1, 2, 3, 2, 1
- Interfaces 1, 2, 1, 2, 1

Pour tenir compte de toutes les interfaces, il faut choisir N_D au moins égale à $(2N_I-1)$ où N_I est le nombre d'interfaces. L'expérience montre que si les interfaces sont suffisamment épaisses, ce nombre de $(2N_I-1)$ suffit.

L'équation (73) permet de déterminer le courant de réception en fonction du courant d'émission. La constante K est une caractéristique propre à l'antenne et à son adaptation alors que la somme est une propriété intrinsèque au sol : c'est en quelque sorte sa fonction de transfert.

$$\frac{I_r}{I_e} = -K \cdot \sum_{k=1}^{N_p} \left(\left(\prod_{i=1}^{N_R} R_i \right) \cdot \left(\prod_{i=1}^{N_T} T_i \right) \cdot \left(\prod_{i=1}^{N_C} e^{-\frac{\delta_i}{h_i}} \right) \cdot \left(\frac{c/n_1}{j4\pi D_{geo}(k)f} \right) e^{-j\frac{2\pi f D_{vide}(k)}{c}} \right) \quad (73.a)$$

$$K = \sqrt{G_e G_r} \cdot \sqrt{\frac{\Re(Z_{ae})}{\Re(R_{gr})} \cdot (1 - |S_{11r}|^2)} \cdot e^{j\Phi\left(\frac{R_{gr}}{R_{gr} + Z_{ar}}\right)} \quad (73.b)$$

$$D_{geo} = \sum_{i=1}^{N_C} h_i \quad D_{vide} = \sum_{l=1}^{N_C} h_l n_l \quad (73.c)$$

Les variables N_R , N_T , N_C représentent respectivement le nombre de réflexions, de transmissions et de couches géologiques traversées pour le parcours considéré.

Remarque 1 : Dans le cas où les antennes d'émission et de réception sont séparées, on suppose que le couplage entre les antennes est négligeable ou qu'il a été éliminé par un traitement.

Remarque 2 : Dans le cas où la même antenne sert pour l'émission et la réception, un système fait basculer le branchement de l'antenne du circuit d'émission vers le circuit de réception. En général, ces circuits ont des caractéristiques électriques différentes donc $S_{11e} \neq S_{11r}$.

Remarque 3 : Si l'impédance de R_{gr} est réelle alors K se réduit à :

$$K = 2 \sqrt{G_e G_r} \frac{\sqrt{\Re(Z_{ae}) \Re(Z_{ar})}}{R_{gr} + Z_{ar}} \cdot e^{-j\Phi(R_{gr} + Z_{ar})}$$

2.3- Bilan de liaison en puissance

La formule (73) donne la relation entre le courant à l'émission et le courant à la réception. Or dans quelques cas, la connaissance du bilan de liaison pour chaque trajet constitue une information suffisante. Notons d'abord que le bilan de liaison doit toujours être défini en puissance (c'est pour cela que "en puissance" n'est pas toujours précisé). Il est déduit de la fonction de transfert en courant mais il y a un calcul à effectuer. La puissance émise est liée au courant d'émission et à la partie réelle de l'impédance de l'antenne. La puissance reçue dépend quant à elle du courant à la réception ainsi que de la charge. Finalement, le bilan de liaison en puissance est donné par l'équation suivante avec I_k le courant induit par le $k^{\text{ème}}$ parcours.

$$BL = \frac{\Re(R_{gr})}{\Re(Z_{ae})} \cdot \frac{|I_k|^2}{|I_e|^2} \quad (74.a)$$

$$BL_{dB} = 10 \log \left(\frac{\Re(R_{gr})}{\Re(Z_{ae})} \right) + 20 \log \left(\frac{|I_k|}{|I_e|} \right) \quad (74.b)$$

2.4- Généralisation de la méthode

2.4.a Gradient d'indice

La méthode de calcul reste valable pour traiter des sols à gradient d'indice. Cependant, si l'on se contente de discrétiser le gradient, la méthode devient inadaptée puisqu'il faut considérer une grande quantité d'interfaces donc de parcours. En revanche, si l'on inclut le gradient d'indice dans la redéfinition des coefficients de réflexion et de transmission la méthode reste compétitive.

Ces nouveaux coefficients peuvent être déterminés avec la méthode précédemment décrite page 132. Il faut cependant s'assurer que les conditions d'ondes planes soient vérifiées sur toute l'épaisseur L de la zone de variation d'indice. En d'autres termes, il faut que L ne soit pas trop grande.

2.4.b Objets diffractants

Il est possible de prendre en compte de façon rigoureuse les objets diffractants à condition :

- De connaître leurs matrices de diffraction.
- Qu'ils soient petits (la matrice de diffraction assimile un objet à un point).
- Qu'ils soient en champ lointain les uns par rapport aux autres.
- De connaître le gain de l'antenne dans toutes les directions.

Cette généralisation n'a pas été mise en oeuvre mais fait partie des perspectives de cette étude. Notons également que la FDTD demeure indispensable pour prendre en compte des interfaces rugueuses ou des milieux hétérogènes.

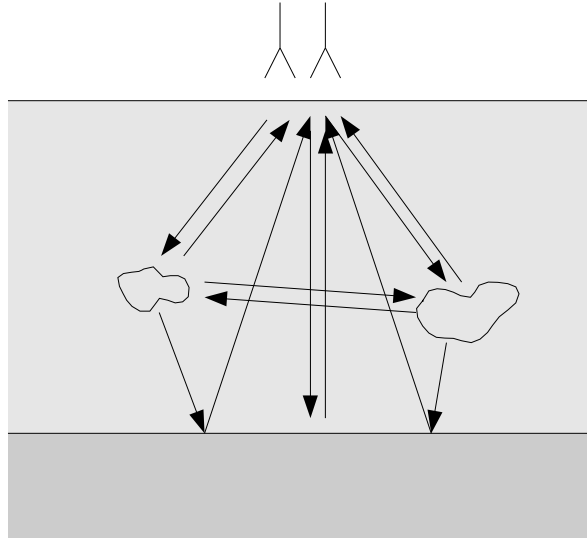


Figure 138 : Principaux parcours possibles lorsque des objets sont dans le sol.

2.5- Exemple de réalisation

Dans la pratique, les sols sont rarement magnétiques donc ce cas de figure ne sera pas pris en compte ici bien que la théorie le permette. Nous comparerons les simulations FDTD avec le modèle analytique. Pour cela, le courant analytique transitoire se détermine à partir de la transformée de Fourier inverse du courant complexe exprimé par l'équation (73). Les exemples utilisent toujours les paramètres de Netlander car le radar fixe correspond plus spécifiquement à cette application.

Soit une configuration de sol martien probable définie par les paramètres présentés dans le tableau 8. L'antenne de Netlander est alimentée par un générateur délivrant une tension décrite par :

$$V_g(t) = \sin(2\pi f_0 t) \cdot e^{\left(-\left(\frac{t-t_0}{2,33 \cdot 10^{-7}}\right)^2\right)} \quad (75.a)$$

$$f_0 = 2 \text{ MHz} \quad t_0 = 0.5 \mu s \quad (75.b)$$

	permittivité relative	conductivité [S.m ⁻¹]	épaisseur [m]
Couche 1	4	0	180
Couche 2	5	1.10 ⁻⁵	50
Couche 3	6	5.10 ⁻⁴	30
Couche 4	4	3.10 ⁻⁵	∞

Tableau 8 : Paramètres du sol étudié

Les figures 139 et 140 montrent la bonne adéquation entre le modèle analytique et le calcul rigoureux obtenu par FDTD. Cependant :

- Pour la première impulsion autour de 3 μs , le calcul analytique surestime légèrement l'amplitude du courant par rapport à la FDTD, en effet : l'hypothèse selon laquelle le produit rE est constant (champ lointain) n'est pas tout à fait validée (cf. figure 87 page 97 ayant attiré au produit rE).
- La figure 139 montre une dispersion des résultats au delà de 4 μs . Deux simulations FDTD aux maillages différents donnent des résultats différents ! Dans les deux cas les mailles font un mètre suivant les trois axes. Seulement, dans la seconde simulation les PML¹ ont été éloignées de 15 mailles selon l'axe y , portant à 30 mailles la distance entre l'antenne et les PML (qui font elles mêmes 10 mailles d'épaisseur). Rappelons ici que les PML ont des performances réduites pour les ondes d'incidences rasantes. Ainsi, en augmentant la distance avec les PML, on diminue l'angle d'incidence donc on diminue aussi les erreurs numériques. En conclusion : si le domaine de calcul est très étiré, le calcul analytique devient plus précis que le calcul numérique.
- Bien que le pulse ayant suivi le parcours interfaces 1-2-3-4-3-2-1 se soit propagé sur une longueur électrique de 1100 mètres soit plus de 7 λ_0 (à 2MHz) : la dispersion numérique reste acceptable.
- L'adaptation modifie la forme et l'amplitude du signal. Plus l'impédance du générateur est faible et plus le courant est important, ce qui ne veut pas dire que le bilan de liaison en puissance est meilleur car la tension diminue. En effet, d'après la figure 142, la fonction de transfert en courant est plus grande avec un générateur de 50 Ohms mais la mauvaise adaptation (cf. figure 143) dégrade fortement le bilan en puissance.

1 PML : Perfect Matched Layer, couches "parfaitement" absorbantes visant à simuler l'espace libre ou plus généralement un milieu homogène semi-infini.

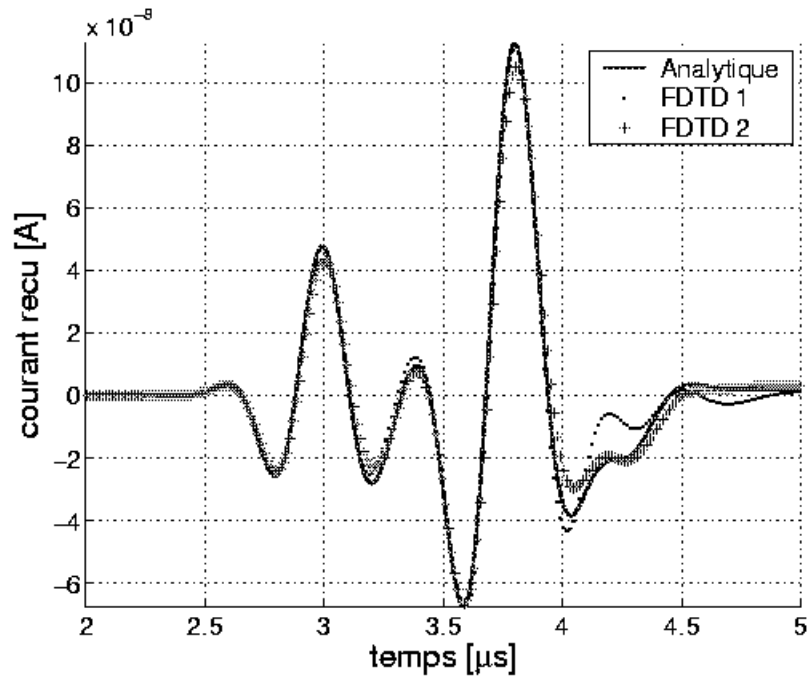


Figure 139 : Comparaison du modèle analytique avec deux simulations FDTD (les PML sont davantage éloignés dans la seconde simulation). Les valeurs des courants sont liés à la tension fournie par le générateur. L'adaptation de l'antenne de Wu-King est optimisée pour l'air uniquement en partie réelle (générateur de 1058Ω). Le sol est défini tableau 8.

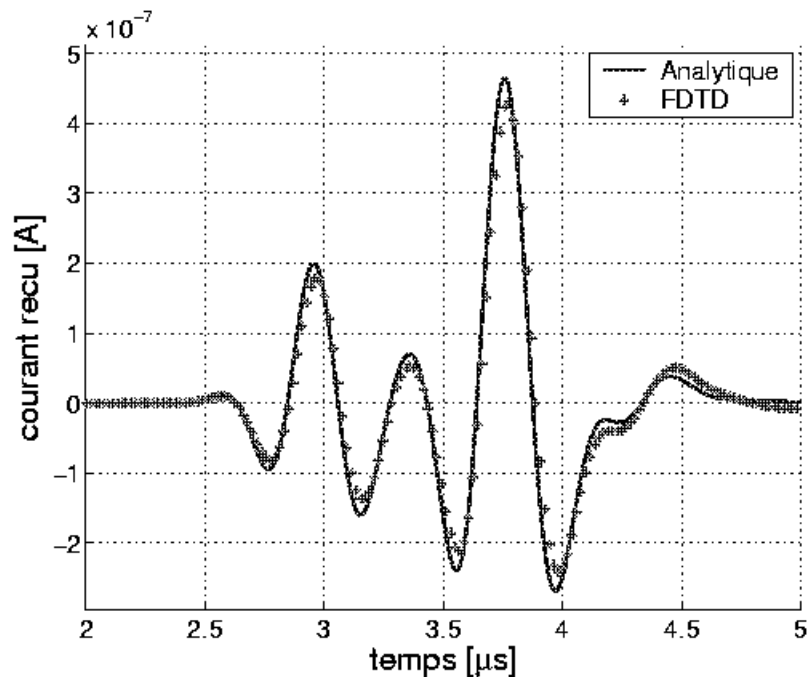


Figure 140 : Comparaison du modèle analytique avec une simulation FDTD. L'antenne de Wu-King est directement branchée sur un générateur de 50Ω . Le sol est défini tableau 8.

Un grand avantage du modèle analytique est la facilité avec laquelle on peut dissocier les différents éléments du signal. Par exemple, si l'on considère $N_D=7$ alors il existe 8 trajets possibles récapitulés dans le tableau 9. Il est possible de tracer les pulses associés à chaque trajet afin d'en

évaluer la déformation. En effet, du fait des caractéristiques en fréquence des épaisseurs de peau, des coefficients de réflexion et de transmission, les impulsions admettent une déformation plus ou moins prononcée.

Il est aussi possible de déterminer le bilan de liaison pour chaque trajet. Le tableau 9 et la figure 141 montrent que les trois parcours directs sont largement prédominants par rapport aux autres. Rappelons ici que le bilan de liaison en puissance est une combinaison entre la fonction de transfert du sol et les circuits d'adaptation.

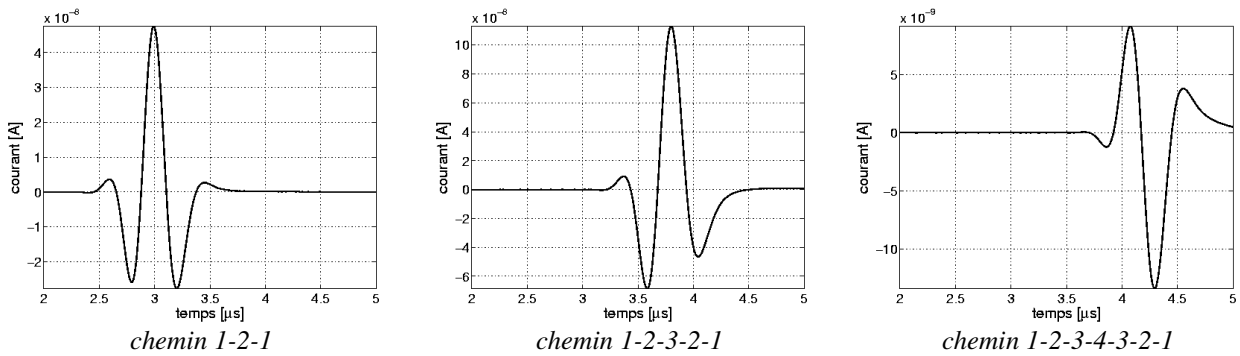


Figure 141 : Le signal représenté figure 139 peut être décomposé selon ses trois composantes principales

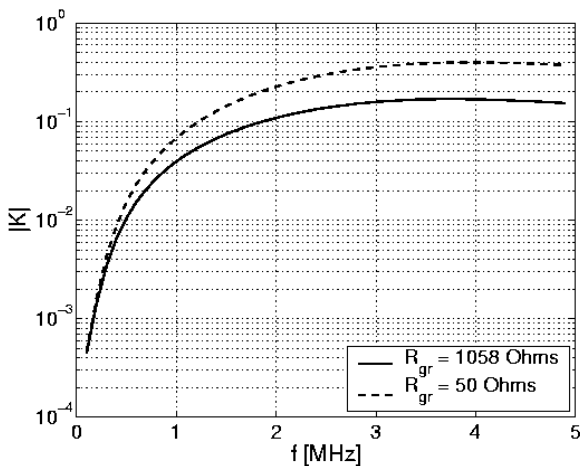


Figure 142 : Module du coefficient K pour différentes charges. L'antenne de Netlander repose sur un milieu d'indice 2. (voir figure 64 p.80)

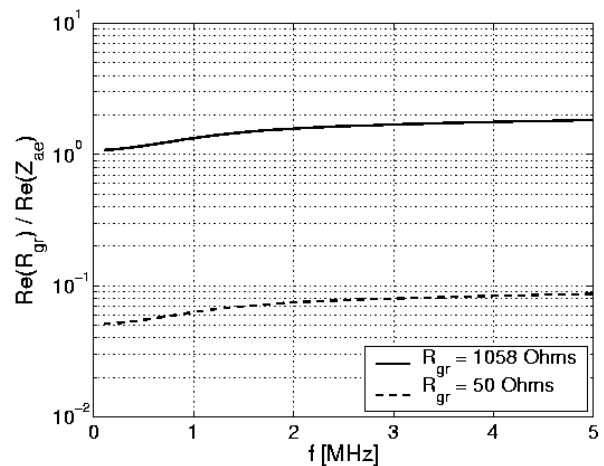


Figure 143 : Rapport des impédances pour différentes charges. L'antenne de Netlander repose sur un milieu d'indice 2.

<i>Chemin</i>	<i>Retard [μs]</i>	<i>BL à 2MHz [dB]</i>	<i>BL à 4MHz [dB]</i>
1-2-1	2,4	-61	-66
1-2-1-2-1	4,8	-101	-107
1-2-3-2-1	3,1	-53	-64
1-2-1-2-1-2-1	7,2	-139	-145
1-2-3-2-1-2-1	5,5	-93	-104
1-2-3-4-3-2-1	3,7	-72	-82
1-2-1-2-3-2-1	5,5	-93	-104
1-2-3-2-3-2-1	3,9	-95	-111

Tableau 9 : Retards et bilans de liaison (BL) intrinsèques au sol pour l'ensemble des parcours possibles lorsque $n_D=7$. On entend par "intrinsèque au sol", le fait que les bilans de liaison ne tiennent ni compte de l'adaptation des antennes ni du gain des antennes ($K=1$ et la charge a la même partie réelle que l'antenne d'émission). Dans le cas de la configuration Netlander (deux antennes de Wu-King identiques) où les antennes sont adaptées uniquement en partie réelle avec un générateur et une charge de 1058Ω , il faut tenir compte de la valeur de K ainsi que des impédances, c'est-à-dire enlever $17,3\text{dB}$ à 2MHz et $13,0\text{dB}$ à 4MHz . Dans le cas d'un générateur et d'une charge de 50Ω , il faut enlever $24,2\text{dB}$ à 2MHz et $18,8\text{dB}$ à 4MHz (cf. figures 142 et 143).

D'autres cas seront passés en revue figure 152 page 162 lorsque ce modèle analytique sera utilisé dans une boucle d'optimisation pour inverser le problème.

2.6- Conclusion

Ce calcul analytique permet de déterminer le courant transitoire dans l'antenne de réception en fonction du courant d'émission, des paramètres des antennes, de l'adaptation et du sol. Ce calcul analytique est infiniment plus rapide qu'une simulation FDTD ce qui autorise le calcul du bilan de liaison pour de nombreux cas afin de faire des statistiques ou inverser le problème.

Dans certaines conditions notamment lorsque le volume de calcul est allongé, la précision du calcul analytique dépasse celle du calcul FDTD. Bien sûr, il faut respecter les conditions d'applications de la méthode. La plus contraignante porte sur la première interface qui doit être au moins à mi-distance de la zone de champ lointain. Cela dit, la zone aveugle liée à la durée d'émission du radar, correspond approximativement au temps mis par l'onde pour faire l'aller-retour entre la surface et une interface située à mi-distance de la zone de champ lointain ! Ainsi, les interfaces qui signeront après la durée d'aveuglement auront de bonnes chances de satisfaire cette condition d'éloignement.

La méthode fait appel à des données cruciales telles que :

- L'impédance de l'antenne que l'on peut déterminer analytiquement ou par simulation mais que l'on peut également être amené à mesurer dans les conditions expérimentales afin de s'affranchir du problème de sa sensibilité à la proximité d'une interface (voir page 112).
- Le gain complexe de l'antenne en présence d'un sol qui est difficilement déterminable autrement que par simulation.

3- Inversion du problème à une dimension

Après une introduction générale sur les problèmes inverses et les algorithmes génétiques, nous utiliserons le modèle stratifié à une dimension vu précédemment pour inverser des données. Elles proviendront d'abord du modèle analytique puis de données bruitées déterminées par FDTD. Les différents cas proposés mettent en scène des configurations réalistes de sols martiens avec interfaces rugueuses et milieux hétérogènes.

3.1- Introduction au problème inverse

D'après J.B Keller [80], deux problèmes sont dits inverses l'un de l'autre si la formulation de l'un met l'autre en cause. Cette définition comporte une part d'arbitraire et fait jouer un rôle symétrique aux deux problèmes considérés. Une définition plus opérationnelle est qu'un problème inverse consiste à déterminer des causes connaissant des effets ; ainsi, ce problème est l'inverse de celui appelé problème direct qui consiste à déduire les effets lorsque les causes sont connues.

Nous sommes plus habitués à étudier des problèmes directs et il faut s'attendre à ce que la résolution de problèmes inverses pose un certain nombre de nouveaux problèmes. Pour avoir de bonnes chances d'inverser le problème, les mêmes causes doivent produire les mêmes effets. Or, il est facile d'imaginer, et nous en verrons quelques exemples, que les mêmes effets peuvent provenir de causes différentes. Cette idée contient en germe la principale difficulté de l'étude des problèmes inverses : ils peuvent avoir plusieurs solutions et il faut disposer d'informations supplémentaires pour les discriminer.

Dans notre cas, le problème direct consiste à déterminer les champs électromagnétiques dans tout ou partie de l'espace connaissant la source et le sol. La résolution du problème inverse consiste à retrouver les paramètres du sol en tout point, en particulier permittivité et conductivité, connaissant la source et la mesure du champ en un ou plusieurs points de l'espace.

Une difficulté pratique de l'étude des problèmes inverses est qu'elle demande souvent une bonne connaissance du problème direct, ce qui se traduit par le recours à une grande variété de notions tant physiques que mathématiques. Le succès dans la résolution d'un problème inverse repose en général sur des éléments spécifiques à ce problème. Il existe toutefois quelques techniques qui possèdent un domaine d'application étendu.

La plus importante est la formulation d'un problème inverse sous la forme de minimisation d'une fonction d'erreur entre les mesures réelles et les mesures synthétiques (c'est-à-dire les solutions de problèmes directs). Il sera commode de distinguer les problèmes linéaires et des problèmes non-linéaires. Précisons ici que la non-linéarité fait référence au problème inverse lui-même et non au problème direct. Par exemple les équations de Maxwell sont linéaires au vu du problème direct et non-linéaires en considérant le problème inverse !

Dans le cas des problèmes linéaires, le recours à l'algèbre linéaire et à l'analyse fonctionnelle permet d'obtenir des résultats précis et des algorithmes efficaces. L'outil fondamental est ici la décomposition en valeurs singulières de l'opérateur considéré.

Les problèmes non-linéaires sont plus difficiles et il existe moins de résultats généraux ; c'est pour cela qu'on tentera de résoudre notre problème à l'aide d'un algorithme génétique. Mais avant d'aller plus loin sur l'inversion, arrêtons nous sur la notion de problème mal posé.

Dans un livre, Hadamard [81] introduit dès 1923 la notion de problème bien posé. Il s'agit d'un problème dont la solution :

- Existe.
- Est unique.
- Dépend continûment des données.

Dans ce même livre Hadamard laissait entendre (et c'est une opinion largement répandue) que seul un problème bien posé pouvait modéliser correctement un phénomène physique. Après tout, ces trois notions semblent très naturelles. En fait, les problèmes inverses ne vérifient pas souvent l'une ou l'autre des conditions, voire les trois ensembles. Après réflexion, cela n'est pas si surprenant :

- Un modèle physique étant fixé, les données expérimentales dont on dispose sont en général bruitées, et rien ne garantit que de telles données proviennent de ce modèle, même pour un autre jeu de paramètres.
- Si une solution existe, il est parfaitement concevable que des paramètres différents conduisent aux mêmes observations.
- Le fait que la solution d'un problème inverse puisse ne pas exister n'est pas une difficulté sérieuse. Il est habituellement possible de rétablir son existence en admettant une tolérance sur la fonction d'erreur.
- La non-unicité est un problème plus sérieux. Si un problème a plusieurs solutions, il faut un moyen de choisir entre elles. Pour cela, il faut disposer d'informations supplémentaires : soit en effectuant plus de mesures soit en ajoutant des hypothèses. Mais ces hypothèses ne pourront pas toujours être validées. En d'autres termes, la solution dépend des hypothèses donc du résultat espéré.
- Le manque de continuité est sans doute le plus problématique, en particulier en vue d'une résolution approchée ou numérique. Cela veut dire qu'il ne sera pas possible d'approcher de façon satisfaisante la solution du problème inverse puisque les données disponibles seront bruitées donc proches mais différentes des données réelles.

3.2- Introduction aux algorithmes génétiques

3.2.a Qu'est-ce-que l'algorithme génétique

L'algorithme génétique est une méthode d'optimisation globale mimant l'évolution naturelle des espèces. Les algorithmes génétiques opèrent sur une population de solutions potentielles en appliquant le principe de survie des individus les mieux adaptés afin de produire de meilleures approximations de la solution. A chaque génération, une nouvelle série d'approximations est générée à partir des meilleurs individus eux-même sélectionnés d'après leur degré d'adaptation au problème posé. Cette phase de reproduction s'inspire de la nature en mélangeant les caractères propres à chaque individu suivie d'une étape de mutations introduisant de nouveaux gènes dans la population. Ce procédé d'évolution conduit à une population mieux adaptée à son environnement que la population de laquelle elle est issue.

Les individus (solutions potentielles) sont codés en chaînes (chromosomes) grâce à un alphabet de telle sorte que le génotype (valeurs des chromosomes) reste cantonné à l'intérieur d'un domaine de décision. La représentation la plus communément employée dans les algorithmes génétiques utilise un alphabet binaire $\{0, 1\}$ bien que les variables puissent également être codées par des entiers ou des réels. Par exemple, un problème à deux variables (deux gènes) x_1 et x_2 peut être codé par un chromosome de la façon suivante (voir figure 144) où x_1 et x_2 sont respectivement codés sur 11 et 15 bits. Le nombre de bits avec lesquels est codée une variable peut aussi bien refléter son intervalle de recherche que sa précision.

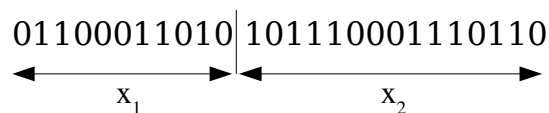


Figure 144 : Chromosome constitué de deux gènes dans une représentation binaire

L'évaluation des performances d'un individu face au problème posé se fait grâce à la fonction objectif. Dans la nature, cela revient à déterminer la capacité d'un individu à survivre à son environnement. Une variable d'erreur est affectée à chaque individu, la probabilité que l'individu se reproduise est d'autant plus grande que cet individu est adapté. Ainsi la fonction objectif établit l'ensemble des individus qui pourront se reproduire.

Une fois que les individus destinés à la reproduction ont été sélectionnés, une série d'opérateurs génétiques manipulent les gènes.

Un opérateur de recombinaison échange les gènes de deux individus ou d'un ensemble d'individus. L'opérateur de recombinaison le plus simple est le single-point crossover (voir figure 145). Soit deux individus composés de N gènes, la coupure repérée par l'indice $i \in [1, N-1]$ peut avoir lieu avec la même probabilité entre deux gènes contigus. Les gènes situés avant la coupure

restent identiques alors que ceux situés après sont intervertis avec l'autre individu, créant ainsi deux nouveaux individus. Cette étape de crossover n'est pas systématique mais s'applique avec une certaine probabilité P_x .

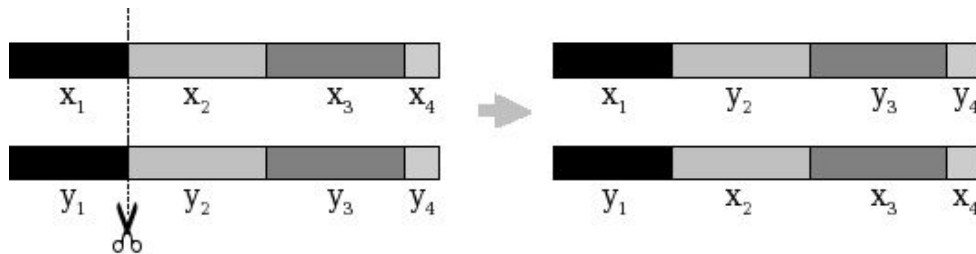


Figure 145 : Illustration de l'opérateur "single-point crossover" pour un problème à quatre variables

L'opérateur de recombinaison n'est pas suffisant, une autre étape essentielle appelée mutation est appliquée avec une probabilité P_m . Cet opérateur modifie aléatoirement la valeur de certains gènes. Dans la représentation binaire, cela se traduit par la substitution d'un 0 par un 1 ou l'inverse (voir figure 146). Lorsque les variables sont exprimées par des nombres réels, il existe des algorithmes spécifiques comme celui proposé par Mühlenbein and D. Schlierkamp-Voosen [86] dont l'idée est la suivante : lorsqu'il y a mutation, celle-ci peut être radicale (la valeur mutée est très différente de la valeur de départ) ou au contraire minime (la valeur mutée est très proche de la valeur de départ) mais dans tous les cas la variable mutée reste dans le génotype. La probabilité de mutation P_m doit être faible afin de ne pas dénaturer la population. Cependant, la mutation est indispensable puisqu'elle permet d'introduire de nouveaux gènes donc d'élargir l'espace de recherche des solutions. Cela a pour effet d'éviter la convergence vers un minimum local et augmente les chances d'atteindre le minimum global.



Figure 146 : Opération de mutation (le cinquième bit du premier gène a subi une mutation)

Après recombinaison et mutation, les performances des nouveaux individus sont évaluées à l'aide de la fonction objectif et comparées avec les performances des individus plus anciens. Ainsi, à chaque génération, une partie de l'ancienne population meurt et est remplacée par l'ensemble des descendants les plus performants (enfants viables). De cette manière, la performance moyenne des individus composant la population augmente. L'algorithme génétique s'arrête après un nombre prédéterminé de générations ou lorsque la fonction objectif qui est souvent une fonction d'erreur devient inférieure à une certaine valeur.

3.2.b La fonction objectif et la fonction de "fitness"

La fonction objectif sert à évaluer les performances d'un individu face au problème posé. Dans le cas d'un problème de minimisation, la fonction objectif donne au meilleur individu la plus petite valeur numérique ; dans ce cas la fonction objectif est assimilable à une fonction d'erreur.

La fonction objectif n'est qu'une étape intermédiaire pour affecter une note de performance à chaque individu. Les algorithmes génétiques font également intervenir une fonction de "fitness" : opération également appelée mise à l'échelle. Dans la plupart des cas, la valeur de la fonction de "fitness" correspond au nombre d'enfants qu'un individu peut espérer avoir.

La fonction de "fitness" doit limiter le taux de reproduction des meilleurs individus afin d'éviter la convergence trop rapide vers un minimum local. Dans l'exemple qui suit, k est un paramètre choisi par l'utilisateur dans l'intervalle $[1,1; 2]$ et r_i désigne la position du $i^{\text{ème}}$ des N_{ind} individus dans la population ordonnée (le moins adapté a le rang 1 et le mieux adapté a le rang N_{ind}).

$$F(x_i) = 2 - k + 2 \cdot (k-1) \cdot \frac{r_i-1}{N_{\text{ind}}-1} \quad (76)$$

Il existe des fonctions de "fitness" linéaires (exemple ci-dessus) ou non-linéaires.

3.2.c L'algorithme génétique face aux autres méthodes

Comme on peut le voir d'après la discussion précédente, les algorithmes génétiques présentent des différences fondamentales comparées aux autres méthodes d'optimisation (méthode des moindres carrés, gradient conjugué, ...) :

- Les algorithmes génétiques recherchent en parallèle des solutions autour de différents points et non d'un seul. Ce phénomène est encore accru si l'on utilise des algorithmes intégrant le principe des sous-populations.
- Les algorithmes génétiques n'ont pas besoin d'informations sur la dérivée de la fonction à minimiser ; seules la fonction objectif et la méthode d'attribution de la probabilité de se reproduire influencent les directions vers lesquelles les solutions sont recherchées.
- Pour passer d'une itération à la suivante, les algorithmes génétiques utilisent une approche statistique et non une approche déterministe.
- Contrairement aux méthodes classiques qui risquent converger vers un minimum mathématique avec une solution non physique, les algorithmes génétiques recherchent les solutions dans un espace déterminé.

3.3- Application au problème 1D

De nombreux algorithmes génétiques sont disponibles sur internet. Bien qu'étant libres, certains d'entre eux ont des performances très honorables et offrent un grand éventail de possibilités. L'application décrite au paragraphe suivant a été réalisée à l'aide de la boîte à outil "Genetic Algorithm Toolbox" sous interface Matlab. Elle a été développée par Andrew Chipperfield, Peter Fleming, Hartmut Pohlheim et Carlos Fonseca du département "Automatic Control and Systems Engineering" de l'université de Sheffield [91]. Cette boîte à outil intègre une multitude de modèles pour les différents opérateurs génétiques : génération de la population initiale, recombinaison des gènes, mutation, mise à l'échelle de la fonction objectif, mode de sélection des individus...

3.3.a Adaptation à notre cas

Soit un radar GPR fixe posé sur un sol. Inverser le problème revient à retrouver les caractéristiques du sol en fonction du signal reçu. Comme la recherche des caractéristiques du sol en tout point introduit trop d'inconnues, il faut émettre des hypothèses pour en réduire le nombre. Plus il y a de variables et moins le problème a de chance d'avoir une solution unique. En admettant que le sol soit stratifié, les variables du problème se réduisent à la permittivité, à la conductivité et à la hauteur de chaque couche géologique. Le modèle direct vu précédemment (équation (73) page 140) permet un calcul rapide du signal reçu et la définition d'une fonction d'erreur utilisable dans une boucle d'optimisation. Dans la suite, on se placera dans le cadre de la mission Netlander bien que la méthode puisse être généralisée à des radars mobiles. Ce modèle direct fait intervenir le courant d'émission connu, les circuits d'adaptation connus, l'impédance de l'antenne qui peut être mesurée, le gain de l'antenne et les paramètres du sol.

Dans l'algorithme génétique, un individu est associé à un sol et chaque chromosome représente une inconnue. Par commodité, une représentation des variables par des nombres réels a été préférée à une représentation binaire. Pour simplifier le problème, les exemples qui suivent admettent que le radar repose parfaitement sur une couche de permittivité connue et de conductivité nulle. Dans la pratique, une sonde de permittivité ou l'utilisation de l'antenne très basse fréquence (quelques kHz) doit permettre la déduction de la permittivité de la première couche. On a vu que le gain était fonction de l'indice du sol, de la hauteur de l'antenne et dans une moindre mesure de la conductivité. On considère donc que le gain est connu.

Pour se passer de l'hypothèse du contact parfait entre l'antenne et le sol, il faudrait faire une analyse poussée de la mesure de l'impédance d'entrée de l'antenne. Peut être est-il possible de décorrélérer les effets de la permittivité et de la distance au sol pour remonter ainsi au gain ? Sinon, il est toujours possible d'introduire une ou plusieurs variables pour décrire le gain au nadir en fonction de la fréquence (utilisation d'une fonction du premier ordre ou d'un ordre supérieur). Encore une fois, le fait d'ajouter des variables augmente l'espace des solutions, ralentit les calculs mais ne met pas en défaut l'algorithme génétique. Finalement, la recherche de N couches géologiques nécessite la détermination de 3(N-1) inconnues (voir figure 147).

La hauteur d'une strate intervient essentiellement sur le retard des signaux donc il vaut mieux chercher la longueur électrique plutôt que directement la hauteur. La permittivité intervient dans le modèle direct par l'intermédiaire de sa racine donc il est plus judicieux d'introduire l'indice comme inconnue. De même, la conductivité intervient dans l'épaisseur de peau par l'intermédiaire d'une exponentielle : il est donc préférable de chercher le logarithme de la conductivité.

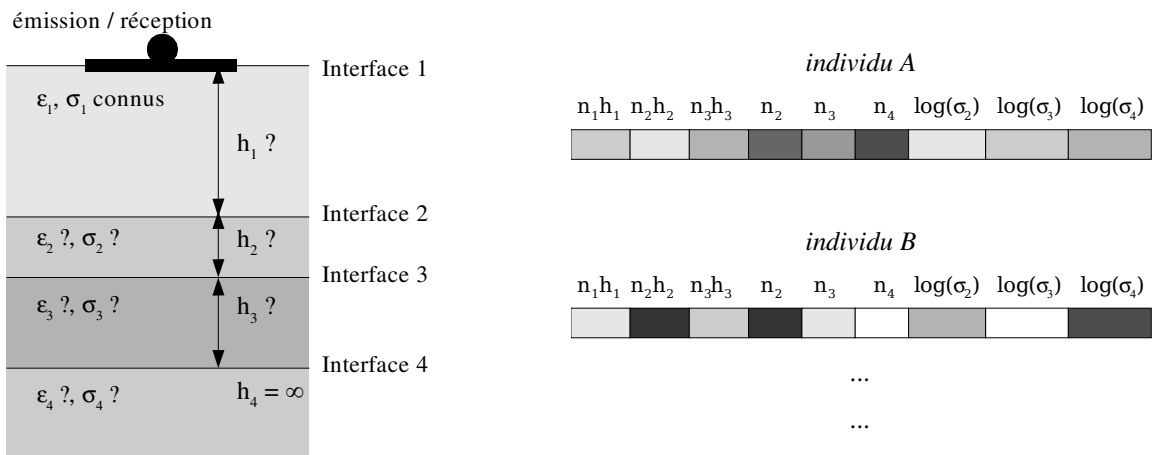


Figure 147 : Spécification des gènes d'un individu : indice, longueur électrique et logarithme de la conductivité des couches inconnues. On suppose que les propriétés électromagnétiques de la première couche sont déterminées par une méthode indépendante.

La fonction objectif peut être définie de différentes façons et c'est souvent la distance entre deux fonctions : l'une représente le signal reçu tandis que l'autre représente le signal issu du modèle direct. Comme nous ne disposons pas encore de mesures réelles fiables, le signal dit "mesuré" proviendra soit du modèle direct, soit d'une simulation FDTD. Par ailleurs, on suppose que ce signal provient uniquement des échos du sol. C'est-à-dire qu'un traitement a permis de retirer le signal émis dans le cas où la même antenne sert pour l'émission et la réception (Netlander). Pour une application avec deux antennes, le traitement devrait éliminer le couplage.

Par la suite, deux fonctions objectifs seront abordées. La première fait directement intervenir la forme d'onde du courant (77) donc la fonction objectif dépend de la forme d'onde choisie. La seconde fonction d'erreur se propose de retirer l'influence de la forme d'onde en divisant par le

courant d'émission le courant mesuré et le courant associé à un individu (78). En fait, la transformée de Fourier n'est correcte que dans la bande de fréquence du signal donc l'influence de la forme de l'impulsion ne disparaît pas complètement (voir aussi (73) page 140).

$$\epsilon_{individu} = \frac{\int_{t=0}^{\infty} |i_{mesuré}(t) - i_{individu}(t)| dt}{\int_{t=0}^{\infty} |i_{mesuré}(t)|^2 dt} \quad (77)$$

$$\epsilon_{individu} = \frac{\int_{t=0}^{\infty} \left| TF^{-1} \left(\frac{TF(i_{mesuré}(t))}{TF(i_{émission}(t))} \right) - TF^{-1} \left(\frac{TF(i_{individu}(t))}{TF(i_{émission}(t))} \right) \right| dt}{\int_{t=0}^{\infty} \left| TF^{-1} \left(\frac{TF(i_{mesuré}(t))}{TF(i_{émission}(t))} \right) \right|^2 dt} \quad (78)$$

La figure 148 offre un résumé de l'algorithme génétique qui reprend l'ensemble des étapes décrites dans les paragraphes précédents.

En résumé, la méthode d'inversion utilise un algorithme génétique pour comparer un signal mesuré avec des signaux issus d'un modèle analytique simplifié faisant appel à des hypothèses : milieu stratifié, interfaces planes...

Rappelons d'après la théorie sur les problèmes inverses qu'un signal légèrement bruité provenant d'un sol répondant au modèle analytique n'admet pas forcément de solution : c'est la non continuité. Un signal engendré par un sol ne vérifiant pas les hypothèses du modèle direct pourra parfois être inversé à l'aide du modèle stratifié : c'est la non unicité des solutions.

Afin d'évaluer les difficultés engendrées par ces différents problèmes, il faut procéder par étapes. Dans un premier temps, le principe de la méthode d'inversion sera testé sur un signal issu du modèle analytique. Pour finir, nous chercherons à inverser des signaux FDTD provenant de sols ne répondant pas au modèle de sol stratifié.

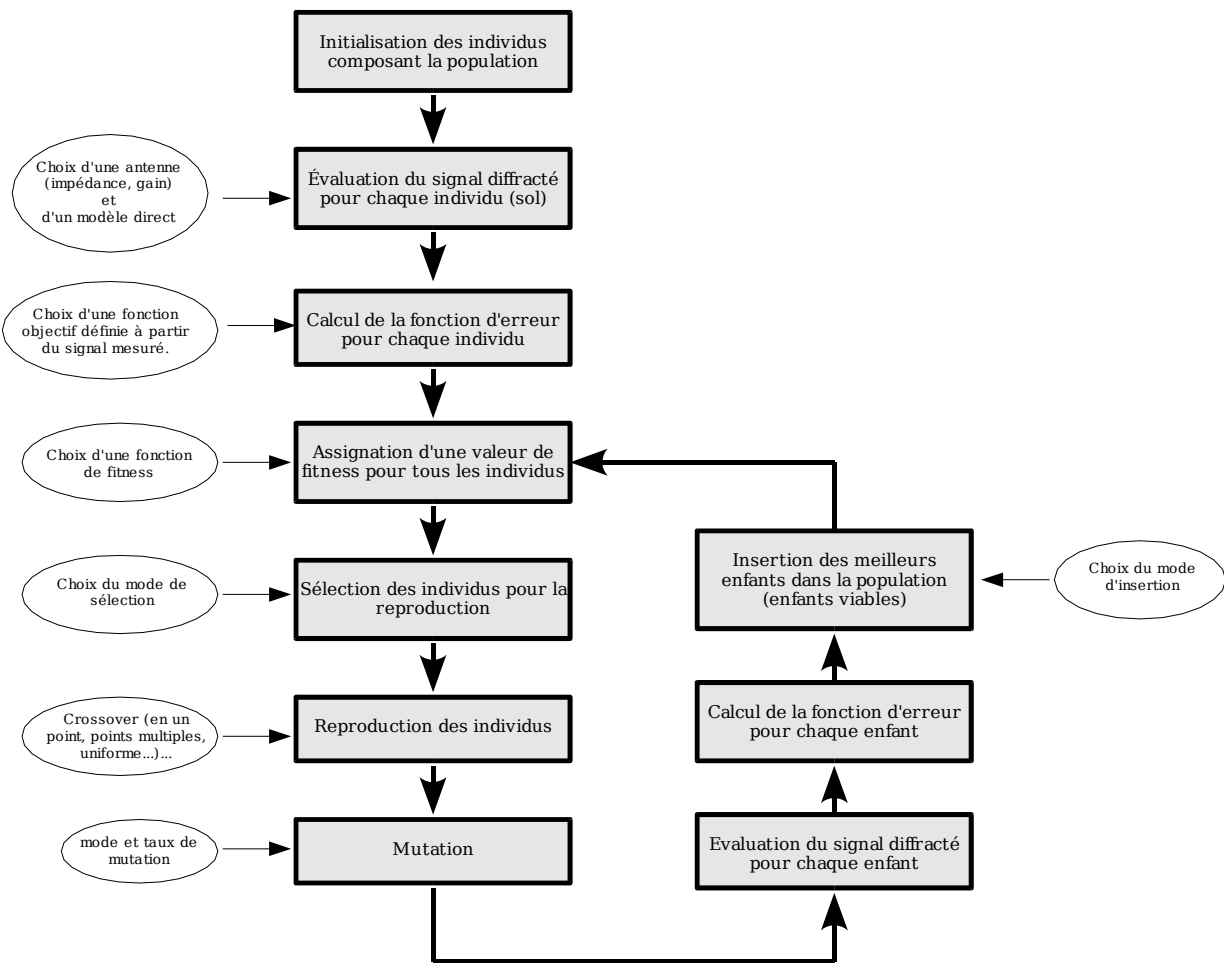


Figure 148 : Récapitulatif de l'algorithme génétique

3.3.b Signal analytique

Avant de tenter d'inverser à partir de signaux bruités, il faut commencer par tester l'algorithme avec un signal idéal provenant du modèle direct.

3.3.b.i Recherche de trois milieux

➤ Étude préliminaire

Avant de chercher à inverser le problème, il convient d'observer le comportement de la fonction d'erreur en fonction de chaque variable. Cette étude donne une idée de la sensibilité du signal par rapport aux différentes variables.

Les deux fonctions d'erreur vues précédemment ont été testées. La figure suivante met en évidence une partie des problèmes :

- La fonction à minimiser présente plusieurs minima locaux.
- Certains minima sont lentement atteints par l'intermédiaire de plateaux.
- La différence entre les deux fonctions objectifs n'est pas flagrante, elles ont le même nombre de minima locaux. Notons toutefois que la position de certains minima dépend de la fonction d'erreur alors que la position du minimum global reste constante. Dans la suite, on utilisera toujours la fonction objectif (77) plus simple d'utilisation.

Une autre étude non présentée ici montre qu'une variation infime de l'une des neuf variables entraîne un fort déplacement des minima des fonctions représentées figure 149. Les différentes variables sont donc très inter-dépendantes les unes des autres et l'on voit mal comment une méthode de minimisation traditionnelle comme le gradient conjugué pourrait venir à bout du problème. La stabilité des algorithmes génétiques pour ce genre de problèmes ouvre des perspectives à explorer.

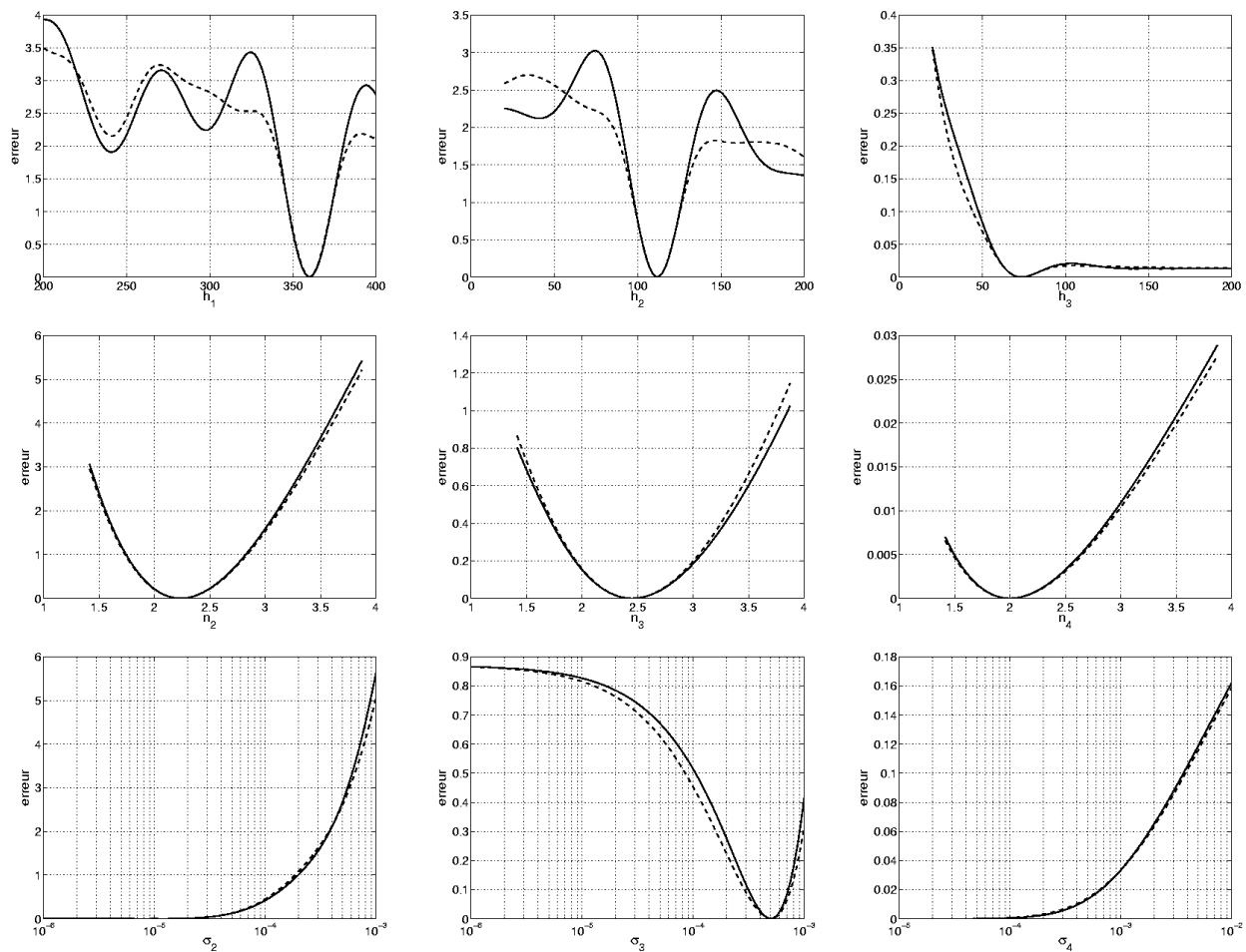


Figure 149 : Fonctions d'erreurs (77) en trait plein et (78) en pointillés pour le cas présenté au tableau 8 page 144. Seule la variable indiquée sous la figure varie, les autres sont à leur valeur optimale.

➤ Inversion

Ce paragraphe reprend les paramètres de l'exemple traité page 144 (tableau 8). Rappelons que quatre couches géologiques composent le sol. La permittivité et la conductivité de la première sont connues alors que la quatrième strate est supposée infinie.

L'algorithme est paramétré pour déterminer les caractéristiques des trois couches inconnues, c'est-à-dire autant de couches qu'il en existe réellement. Cela fait donc au total 9 variables. Dans un deuxième temps, nous chercherons plus de strates qu'il y en a dans le modèle direct. Le programme a été lancé 20 fois avec une population de 100 individus sans l'option gérant les sous-populations. Après avoir obtenu les 20 meilleurs individus correspondant aux 20 simulations, un algorithme de minimisation par gradient conjugué permet de converger vers le minimum local environnant. Rappelons que l'algorithme génétique donne toujours des individus compris dans un domaine choisi par l'utilisateur. Ainsi, les produits $h_i n_i$ sont recherchés dans l'intervalle [10 ; 400] alors que les n_i et les logarithmes de σ_i sont respectivement recherchés dans [1 ; 9] et [-6 ; -1]. En revanche, la minimisation par gradient conjugué utilisée ici n'impose aucune restriction sur le domaine d'appartenance des différentes variables. De sorte que la minimisation par gradient conjugué risque conduire à des matériaux improbables aux conductivités nulles ou aux indices négatifs...

Remarque : Il aurait été tout à fait possible de réaliser un programme mettant en oeuvre la méthode du gradient conjugué tout en imposant des domaines de restriction ou de validité (information à priori) aux différentes variables.

Le tableau suivant et la figure 150 montrent quelques configurations de sols qui permettent de coller presque parfaitement au signal recherché. L'algorithme a permis de déterminer 12 minima locaux et le minimum global n'a été trouvé qu'une seule fois. Dans un cas, cette méthode a abouti à une divergence dans l'espace des solutions, entendons par là l'obtention de paramètres induisant des coefficients de réflexions supérieurs à 1 en valeur absolue !

	$h_1 n_1$	$h_2 n_2$	$h_3 n_3$	n_2	n_3	n_4	$\log(\sigma_2)$	$\log(\sigma_3)$	$\log(\sigma_4)$	1000.ε
Solution réelle (1)	360	112	73.5	2.24	2.45	2.00	-5.00	-3.30	-4.52	0
Proposition 1 (2)	360	112	62.8	2.24	2.45	2.83	-4.99	-3.30	-4.47	0.014
Proposition 2 (1)	360	108	62	2.24	2.16	2.87	-5.07	-3.34	-5.76	0.122
Proposition 3 (1)	360	111	37	2.24	2.30	2.06	-4.89	-3.26	-3.00	2.79
Proposition 4 (3)	361	111	112	2.24	2.50	3.05	-13.6	-3.37	-2.86	6.24
Proposition 5 (2)	361	104	120	2.24	2.00	4.75	-17.1	-3.45	-2.29	6.37

Tableau 10 : Position des principaux minima locaux ($n_1=2$, $\sigma_1=0 \text{ S.m}^{-1}$). Le chiffre entre parenthèse après le numéro de la solution indique le nombre de fois que l'algorithme a convergé vers cette solution (sur 20 tests). La dernière colonne représente la valeur de la fonction d'erreur multipliée par 1000.

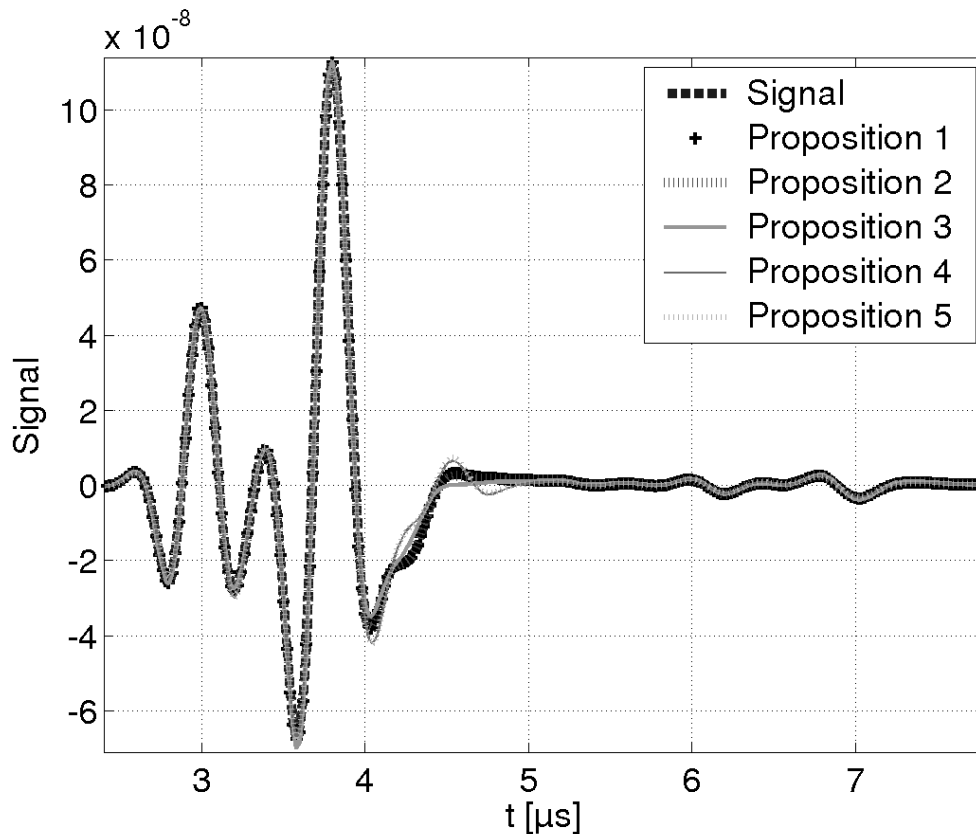


Figure 150 : Signal transitoire correspondant au sol recherché et aux 5 propositions (voir tableau 10).

➤ Conclusions :

- L'algorithme génétique offre des performances intéressantes dans la mesure où il permet de sélectionner relativement rapidement des solutions potentielles proches d'un minimum local.
- Si il n'a pas été fait mention plus haut des différents paramètres de l'algorithme génétique (paramètres de la reproduction, mutation...), c'est qu'apparemment le résultat final ne semble pas en dépendre. Les valeurs par défaut ou issues du tutorial fonctionnent correctement. Il faut toutefois veiller à utiliser une population importante, 100 individus constituant une valeur raisonnable, et effectuer au moins une quarantaine de générations. En fait, il s'agit surtout d'un compromis entre la qualité des solutions que l'on souhaite obtenir et le temps de calcul que l'on est prêt à dépenser. Plus il y a d'individus et plus l'algorithme a de chances de converger vers le minimum global mais plus le calcul est lent.
- Loin d'être une configuration favorable (4 milieux), cet exemple montre la délicatesse du problème inverse. Dans le cas où aucun bruit ne vient perturber le signal, c'est le cas ici, il semblerait que la fonction d'erreur n'admette qu'une solution X telle que $\varepsilon(X)=0$. En revanche, cette solution est extrêmement difficile à trouver en raison de la multitude de minima locaux. Pour corser la difficulté, certains de ces minima aboutissent à des erreurs presque nulles. Par ailleurs, Il a été montré par Lazaro-Mancilla [90] que la solution à ce problème n'était pas unique : la réponse d'un contraste de permittivité peut être approchée

en utilisant des milieux de conductivité électrique différente ou des matériaux magnétiques. Toutefois, la plupart des solutions mathématiques ne correspondent pas à des matériaux connus.

- Une valeur quasi-nulle de la fonction d'erreur ne constituant pas une preuve formelle de l'obtention de la solution. Il faudra toujours au final une personne physique pour juger du réalisme des différentes solutions potentielles proposées par l'algorithme. En effet, seul un opérateur spécialiste à la fois de la géologie martienne et de la caractérisation électromagnétique des sols pourra juger le réalisme de telle ou telle proposition.

3.3.b.ii Recherche de trois milieux au lieu de deux

A priori, on ne connaît pas le nombre de couches géologiques qu'il faut chercher. Pour observer le comportement de l'algorithme lorsque l'on cherche plus de strates qu'il n'y en a réellement, on se propose de tester le cas suivant. Soit la configuration vue précédemment à laquelle la quatrième couche est supprimée et la troisième est prolongée à l'infini.

Étant donné que le même type d'analyse sera effectué plus loin avec un exemple plus réaliste puisque faisant intervenir des surfaces rugueuses, les résultats ne sont pas présentés ici. Toutefois, on constate :

- Une augmentation du nombre de minima locaux.
- Que certaines propositions correspondent en réalité à des configurations faisant intervenir moins d'interfaces. C'est-à-dire que l'algorithme trouve spontanément plusieurs couches successives identiques.

3.3.b.iii Conclusions

Pour affiner les solutions proposées par l'algorithme génétique, il convient de minimiser la fonction d'erreur via une méthode basée sur les gradients conjugués initialisés à partir de l'une des solutions.

Le signal supposé mesuré provenant du modèle direct constitue la configuration idéale. Si le problème inverse était bien posé, l'algorithme n'aurait aucun problème pour converger vers la solution. Au contraire, dans l'exemple étudié précédemment, il existe des minima locaux très proches du minimum global. Notons qu'aucun artifice mathématique ne peut rendre bien posé un problème physiquement mal posé. Par exemple, il se pose le même type de problème quelque soit le choix de la fonction d'erreur.

3.3.c Signal FDTD ne répondant pas au modèle

Dans les différentes configurations qui suivent, nous allons tenter de faussement interpréter des signaux engendrés par un modèle différent du modèle stratifié utilisé par l'algorithme. Rappelons que d'après la théorie, la solution à un problème inverse n'est en général pas unique.

Toutes les configurations qui feront intervenir des surfaces rugueuses, des milieux hétérogènes ou des gradients d'indice ont été simulées par FDTD. Afin que l'influence des surfaces rugueuses et milieux hétérogènes soit correctement prise en compte, les surfaces font au moins 90 000 m² (300x300 cellules de 1 m de côté). Ainsi, des échos peuvent venir de directions relativement éloignées du nadir. Nous avons vu figures 139 et 140 qu'il y avait un léger écart entre le calcul analytique et le calcul FDTD en raison des PML. Pour s'affranchir de ce problème, les PML ont été redimensionnées à 15 mailles et éloignées de l'antenne (au moins 50 mailles). De plus, les domaines de calcul étant plus grands, il y a moins de problèmes causés par les ondes en incidence rasante.

3.3.c.i Mise en jambe

Les trois premiers cas font intervenir une seule interface rugueuse et l'algorithme cherche à approcher les signaux avec un modèle comportant 4 milieux. Le 4^{ème} cas met en scène un plan réflecteur sous une interface rugueuse pour savoir si une nappe d'eau pourra être détectée dans de telles conditions.

Pour simplifier la résolution, on supposera à chaque fois que l'indice et la conductivité de la première couche sont connus. En effet, il est tout à fait concevable d'imaginer un système permettant de mesurer ces paramètres.

Les surfaces rugueuses, largement étudiées lors de la première partie, seront caractérisées par leur hauteur moyenne quadratique h_{rms} et leur longueur de corrélation L_c . Dans les exemples qui suivront tout au long de ce chapitre, les surfaces rugueuses seront générées par la méthode stochastique avec une fonction d'autocorrélation exponentielle.

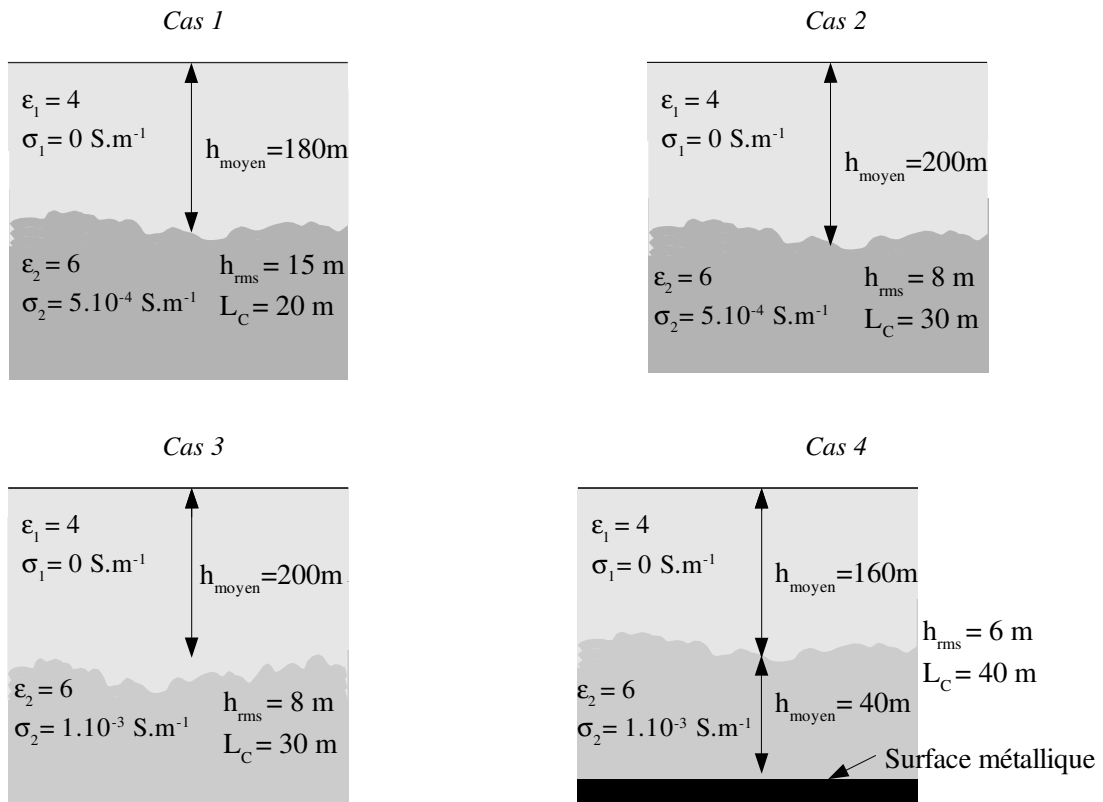


Figure 151 : Les trois premiers cas à inverser ne contiennent qu'une interface rugueuse et se différencient par la rugosité ou le type de milieu situé sous l'interface. Le quatrième cas fait intervenir en plus de l'interface rugueuse un plan de réflexion total (plus simple à simuler qu'une nappe d'eau mais au comportement analogue)

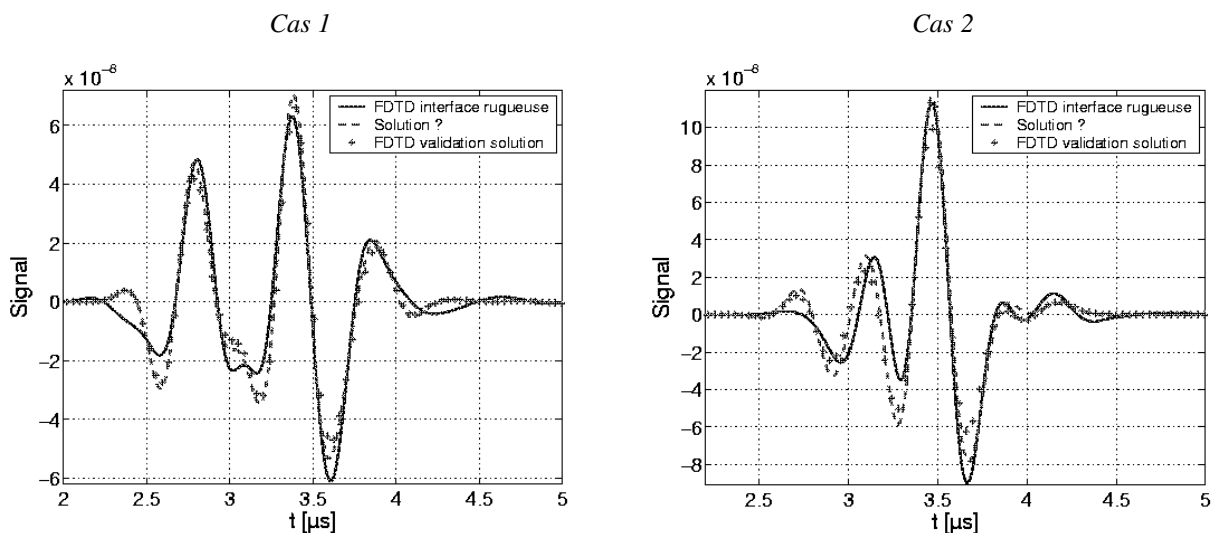


Figure 152 : Signaux transitoires correspondant aux cas présentés figure 151. On y voit : le signal correspondant à une interface rugueuse calculé par FDTD, le signal analytique provenant du modèle direct associé à la solution proposée par l'algorithme d'inversion, le signal FDTD correspondant à la solution proposée.

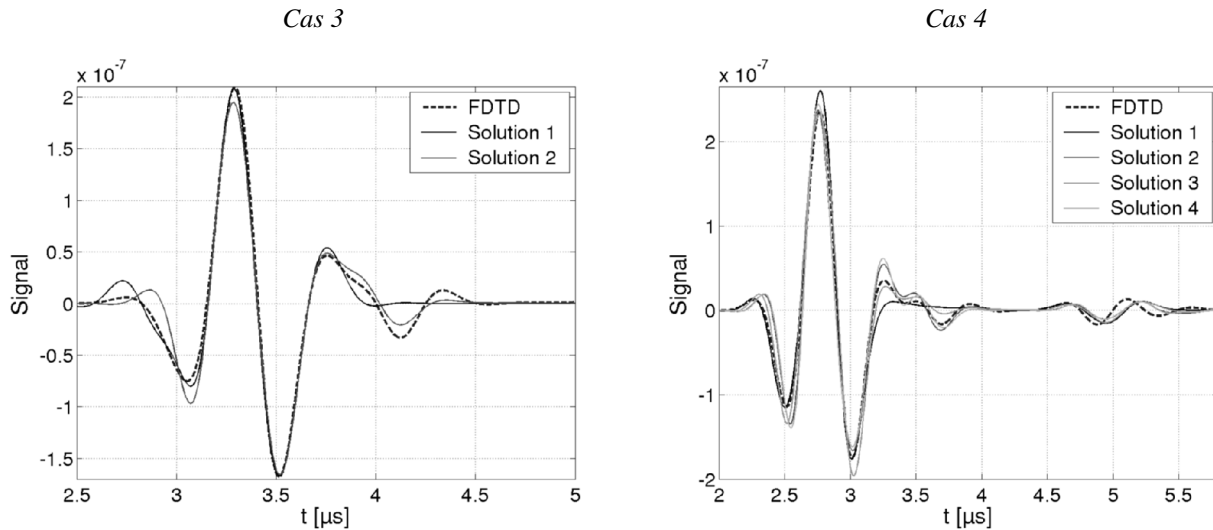


Figure 153 : Signal transitoire correspondant aux cas 3 et 4 (voir figure 151). Le signal calculé par FDTD peut être approché avec différentes solutions potentielles déterminées par l'algorithme (voir tableau 11).

		$h_1 n_1$	$h_2 n_2$	$h_3 n_3$	n_2	n_3	n_4	$\log(\sigma_2)$	$\log(\sigma_3)$	$\log(\sigma_4)$	erreur
Cas 1	Solution 1	327	94	71	2.2	2.8	3	-4.4	-6.0	-4.4	0.0584
Cas 2	Solution 1	351	81	80	1.8	2.8	2.7	-4.8	-6.4	-4.8	0.0979
Cas 3	Solution 1	350	54	41	1.8	3.1	2.5	-6.1	-6.1	-5.2	0.0261
	Solution 2	400	42	61	2.9	1.9	2.3	-3.7	-4.4	-1.2	0.0289
Cas 4	Solution 1	300	33	18	1.9	9.2	9.7	-3.5	-2.6	-7	0.0317
	Solution 2	321	50	66	3.1	1.8	3.2	-3.5	-3.8	-5.6	0.0425
	Solution 3	317	23	99	3.6	6.5	6.6	-7.7	-7.3	-7.5	0.0252
	Solution 4	322	52	61	3.2	1.9	10	-3.5	-3.5	-5.4	0.0549

Tableau 11 : Principaux résultats ($n_1=2$, $\sigma_1=0 \text{ S.m}^{-1}$).

Ces quelques exemples permettent de faire quelques remarques sur les effets de la rugosité sur le signal transitoire. Plus la surface est rugueuse, plus le signal est étalé dans le temps et plus l'amplitude de la réflexion diminue. A l'extrême, une surface rugueuse peut s'approcher par une surface composée de quelques plans principaux. Cette affirmation doit être confirmée au cas par cas mais d'une manière générale elle est d'autant plus vraie que la longueur de corrélation est grande. Le signal reçu se compose alors d'une somme d'échos dont l'amplitude et le retard dépendent de la taille et de la distance des différentes facettes. En ce qui concerne le modèle 1D, nous avons déjà vu qu'en règle générale les échos directs (sans considérer les aller-retours) ont les amplitudes les plus

fortes. En conséquence, l'algorithme interprète les différents échos de la surface rugueuse comme une succession d'interfaces planes. Evidemment, les valeurs de permittivité et de conductivité ne correspondent plus du tout à celles attendues et pourtant les signaux du modèle 1D approchent raisonnablement le signal recherché. Parfois la combinaison (ϵ_i, σ_i) ne correspond à aucun matériau plausible et l'on peut se douter de la supercherie, mais elle est quelquefois fort réaliste et il est difficile d'imaginer la configuration réelle du sol.

L'analyse du 4^{ème} cas est particulièrement intéressante et instructive. Cette configuration représente une surface plane à fort coefficient de réflexion située sous une interface rugueuse. En simulation FDTD la surface plane est assimilée à un plan métallique mais dans la réalité cette surface pourrait correspondre à une nappe d'eau souterraine. Les 4 solutions proposées dans le tableau 11 et la figure 153 ont été obtenues avec le concours d'un algorithme génétique intégrant le principe des sous-populations. Une minimisation par gradient conjugué est ensuite appliquée au meilleur individu de chaque sous-population. Chaque solution potentielle permet d'approcher le signal recherché et pourtant elles sont de nature très différente :

- La solution 3 a la plus petite erreur mais correspond à des matériaux farfelus : le milieu 2 est sans pertes tout en aillant un fort indice !?
- La solution 1 est plus réaliste. Elle correspond en fait à un modèle à deux interfaces. En effet, le contraste entre les milieux 3 et 4 est très faible donc l'écho engendré par cette transition est négligeable. Rappelons ici que plus le modèle est simple et plus il a de chances de correspondre à la réalité. En d'autres termes, si plusieurs choix s'offrent à nous alors il faut toujours préférer la solution faisant intervenir le moins de matériaux. Evidemment, la rugosité diminue l'amplitude du premier écho d'où une sous évaluation du coefficient de réflexion impliquant les sous évaluations de la permittivité et de la conductivité du milieu 2. En revanche, le fort indice du troisième milieu trahit la présence potentielle d'eau.
- La solution 4 conduit elle aussi à la présence d'eau mais par une configuration plus compliquée que la solution 1, l'indice augmente puis diminue avec la profondeur. Il ne faut pas prêter attention à la faible conductivité du milieu 4 (censé être de l'eau) car c'est le coefficient de réflexion entre les milieux 3 et 4 qui compte. Avec de tels indices, il varie entre 0,7 et 1 quelque soit la conductivité.
- Enfin, la solution 2 propose une configuration possible mais sans eau.

Remarque : En FDTD, l'eau a été simulée avec une interface métallique car sa permittivité relative réelle de 81 entraîne trop de dispersion numérique : elle est si forte sur une maille FDTD que même l'onde réfléchie est déformée.

3.3.c.ii Combien d'interfaces faut-il chercher ?

Continuons les investigations avec le cas 5 de la figure 154 et tentons d'inverser les données en cherchant 2, 3 puis 4 interfaces.

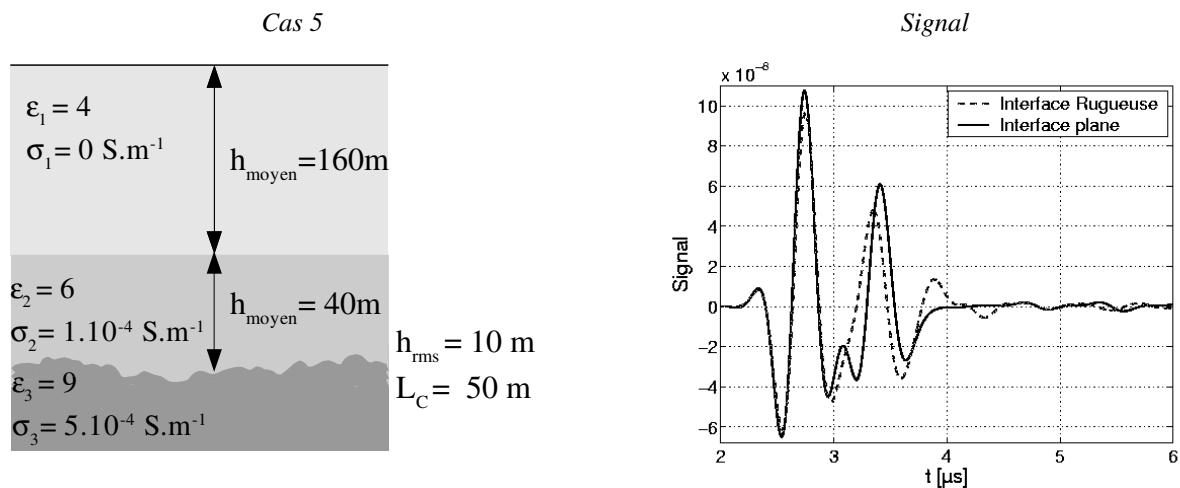


Figure 154 : Configuration 5 à gauche. La figure de droite compare la réponse de la configuration avec et sans interface rugueuse (FDTD et calcul analytique).

	$h_1 n_1$	$h_2 n_2$	$h_3 n_3$	$h_4 n_4$	n_2	n_3	n_4	n_5	$\log(\sigma_2)$	$\log(\sigma_3)$	$\log(\sigma_4)$	$\log(\sigma_5)$	1000. ϵ
Sans rugosité	320	98			2.45	3.00			-4.00	-3.30			0
Proposition 1-1	323	95			2.45	2.95			-4.21	-18			32
Proposition 1-2	321	78			2.40	2.38			-4.03	-3.43			47
Proposition 2-1	321	73.5	33.6		2.41	2.43	2.82		-4.07	-3.66	-12.4		9
Proposition 2-2	322	89.0	45.1		2.44	2.87	2.56		-4.17	-4.04	-16.4		10
Proposition 3-1	323	94.1	71.3	134	2.45	2.91	2.98	2.98	-4.23	-10.7	-4.01	-4.10	18
Proposition 3-2	322	89.6	45.7	104	2.44	2.88	2.58	2.51	-4.17	-4.11	-17.0	-16.6	8
Proposition 3-3	321	75.2	47.4	310	2.41	2.43	2.13	2.19	-4.09	-3.64	-15.9	-15.9	9.1
Proposition 3-4	222	99.4	77.5	86.5	2.0	2.42	2.40	3.03	-5.48	-4.03	-3.44	-2.75	25

Tableau 12 : Ensemble des propositions faites par l'algorithme pour le cas 5 (la première ligne rappelle ce que sont les paramètres dans le cas où la surface est plane).

➤ Discussion sur le cas 5

Globalement, en surestimant le nombre de couches géologiques, l'algorithme converge naturellement vers des configurations faisant intervenir moins de strates. La proposition la plus proche des données de départ est la 3-4 et pourtant elle ne correspond pas à l'erreur minimale. Les milieux 1 et 2 peuvent être regroupés et les milieux 3 et 4 ont des caractéristiques très proches... Bien que simpliste avec 2 interfaces, la proposition 1-1 est très intéressante. Les indices et les épaisseurs électriques des strates ont été correctement évalués. Même si la valeur de σ_3 est loin de la donnée d'entrée, elle n'engendre qu'une faible variation sur le coefficient de réflexion ($R_{2/3} = -0.092 - j0.023$ au lieu de $-0.127 + j0.077$). Il n'est donc pas surprenant que la rugosité empêche une bonne évaluation de σ_3 .

En conclusion, si les signaux sont bruités, il est inutile de chercher trop d'interfaces. De plus, les meilleurs modèles sont en général les plus simples. Ici, on entend par signal bruité un signal issu d'un sol ne correspondant pas tout à fait au modèle (interfaces rugueuses au lieu d'être planes). Le bruit intrinsèque à la mesure n'a pas été envisagé dans cette étude. Pourtant, le bruit des amplificateurs, le bruit de quantification... ont certainement une incidence négative sur l'inversion du problème. Mais il s'agit là d'une voie de recherche à la philosophie très différente qui nécessiterait beaucoup de temps et de travaux.

3.3.c.iii Configuration très réaliste

Le cas 6 reprend à peu de choses près un modèle de sol martien décrit par Paillou [84]. Par commodité, la première couche a été considérée jusqu'à maintenant sans pertes mais il est tout à fait possible d'y ajouter une conductivité.

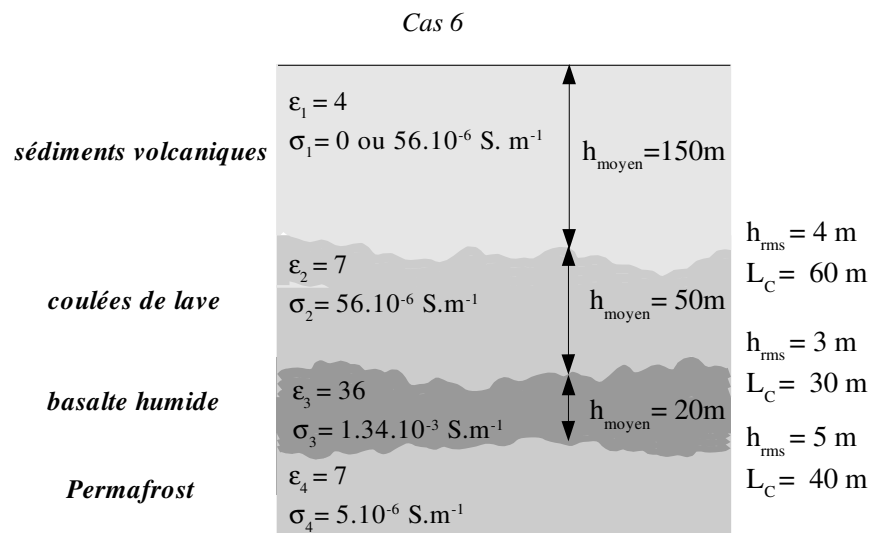


Figure 155 : Configuration réaliste de sol Martien. En particulier, toutes les interfaces sont faiblement rugueuses.

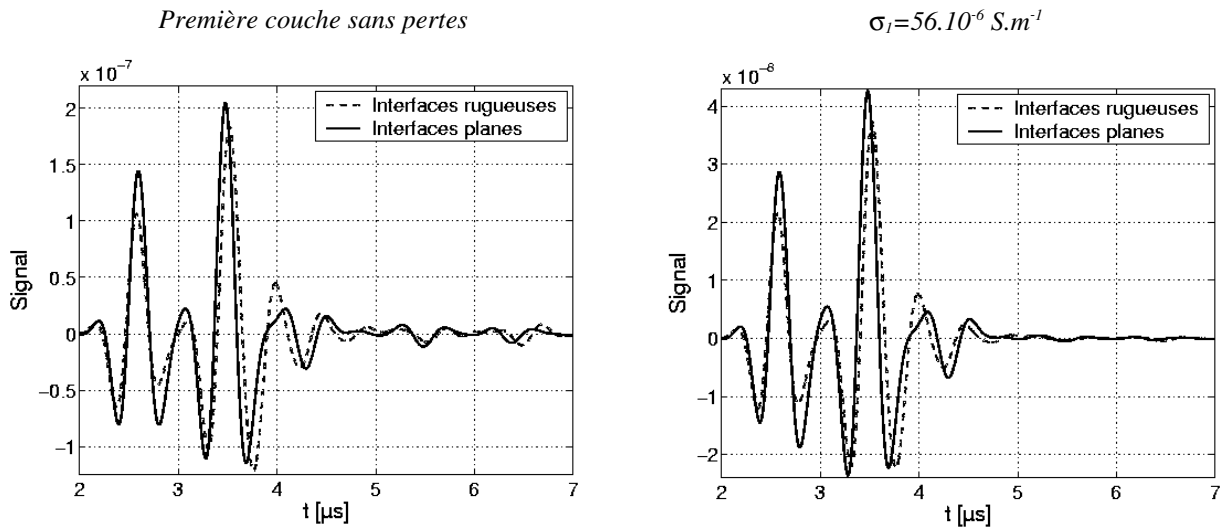


Figure 156 : Signal transitoire correspondant au cas 6 (figure 155) lorsque la première couche est sans pertes (à gauche) et avec des pertes (à droite). Lorsque $\sigma=56.10^6 S.m^{-1}$, l'épaisseur de peau (200m) et les coefficients de réception et de transmission ne dépendent que très peu de la fréquence donc la forme des signaux est environ la même dans les deux cas. En revanche, l'amplitude des signaux est 5 fois plus faible pour les échos correspondant à un aller-retour et 10 fois plus faible pour ceux correspondant à 2 aller-retours. Ces signaux interviennent à partir de $4\mu s$ mais ils ne sont visibles qu'à partir de $5\mu s$ car avant ils se superposent au signal d'un chemin direct.

	h_1n_1	h_2n_2	h_3n_3	n_2	n_3	n_4	$\log(\sigma_2)$	$\log(\sigma_3)$	$\log(\sigma_4)$	1000.ε
Sans rugosité	300	132	120	2.65	6.00	2.65	-4.25	-2.87	-5.30	362
Proposition 1-a	297	141	105	2.43	5.62	0.00	-4.26	-2.75	-23.6	31.7
Proposition 1-b	297	141	105	2.43	5.62	2.60	-4.26	-2.75	-5.30	44.3
Proposition 2	296	140	117	2.40	3.20	0.00	-4.09	-2.31	-29.3	55.0
Proposition 3	296	38.0	100	2.45	2.53	3.04	-4.11	-4.09	-2.40	55.4
Proposition 4	290	12.7	132	1.75	1.53	2.26	-3.50	-5.01	-2.61	45.9
Proposition 5	296	140	88.8	2.40	3.22	-7.38	-4.09	-2.31	19.72	55.0
Proposition 6-a	299	136	55.0	2.42	3.56	-0.046	-5.16	-3.13	-2.94	20.8
Proposition 6-b	299	136	55.0	2.42	3.56	2.60	-5.16	-3.13	-2.94	43.7

Tableau 13 : Récapitulatif des principaux minima locaux correspondant au cas n°6 (figure 155). Les propositions indexées par "-b" ne correspondent pas à des minima locaux mais permettent de ramener les variables des propositions indexées "-a" dans le domaine des matériaux possibles. La valeur de σ_1 (0 ou $56 S.m^{-1}$) n'a pas d'influence significative sur le résultat de l'inversion : le tous étant de la connaître.

➤ Discussion

- P1 : Cette proposition P1-a est impossible car le coefficient de réflexion entre M3 (milieu 3) et M4 (milieu 4) est de 1. Cependant, une légère modification des paramètres de P1-b rend la configuration plausible sans pour autant aboutir à une erreur trop importante. Comme M4 se situe sous une couche à fortes pertes, son influence est faible et la détermination de ses paramètres est très sensible au bruit engendré par la rugosité.
- P2 : Bien que l'indice de M3 soit sous évalué, sa forte conductivité engendre un coefficient de réflexion entre M2 et M3 plus fort qu'avec la proposition P1 (à 2MHz, $R_{2/3} = -0.51 + j0.24$ au lieu de $-0.42 + j0.08$ pour P1). L'algorithme tente de compenser cette erreur avec un coefficient de réflexion de 1 entre M3 et M4 ($n_4=0$) ce qui est physiquement impossible. Comme dans la proposition précédente, l'influence de M4 est noyée dans le bruit.
- P3 : Bien que cette proposition conduise à un modèle erroné de sol (les indices mis en jeu sont loin de 6), elle conclue bien à la présence d'une surface très réfléchissante à une profondeur électrique de 434m.
- P4 : Même remarque que pour P3 sauf que les paramètres électromagnétiques correspondent à des matériaux plus réalistes.
- P5 : Les paramètres ($h_1 n_1, h_2 n_2, n_2, n_3, \sigma_2, \sigma_3$) correspondent à P2 mais le dernier jeu de paramètres ($h_3 n_3, n_4, \sigma_4$) correspond à un autre minima local. Il ne faut pas se laisser surprendre par l'indice n_4 car il n'a aucune incidence sur le coefficient de réflexion qui vaut toujours $R_{3/4} = -1$ en raison de la forte valeur de σ_4 .
- P6 : Cette proposition correspond au plus petit minimum local trouvé par l'algorithme. Ce qui ne veut pas dire que c'est le minimum global. La valeur de n_4 n'a pas de sens physique mais en la remplaçant par une valeur plus logique, l'erreur reste acceptable tout en augmentant plus rapidement que lors du passage de P1-a à P1-b. Cette proposition demeure une configuration possible.

3.3.c.iv Configuration avec un milieu hétérogène

Le cas n°7 met en scène un milieu hétérogène défini par la méthode "Diamond-Square4D" vue lors de la première partie page 40. Ses caractéristiques sont les suivantes : $\epsilon_{\text{moyen}}=5$, $\epsilon_{\text{r min}}=4$, $\epsilon_{\text{r max}}=6$ (algorithme de saturation), $h=0.6$, $N_{\text{it}}=3$, la conductivité est constante fixée à $1.10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$.

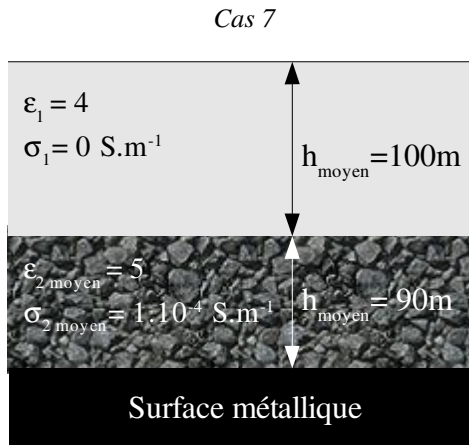


Figure 157 : Surface fortement réfléchissante sous un milieu hétérogène.

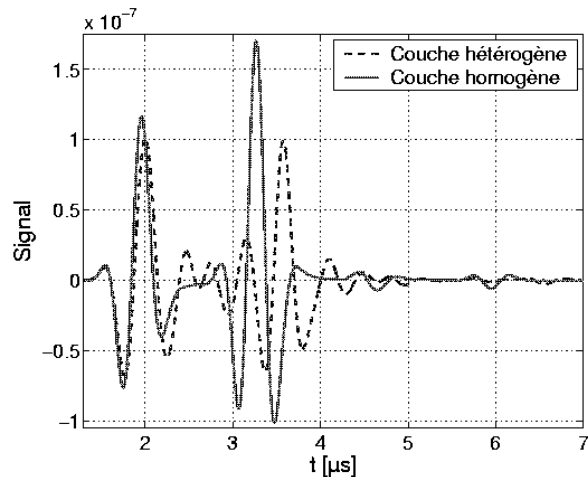


Figure 158 : Signal transitoire correspondant au cas n°7.

L'algorithme n'a convergé que vers un seul minimum local avec les caractéristiques suivantes : $h_1.n_1=207$, $h_2.n_2=239$, $n_2=2.26$, $n_3=4.98$, $\log(\sigma_2)=-4.09$, $\log(\sigma_3)=-2.24$ ce qui équivaut encore à : $h_1=103$ m, $h_2=106$ m, $\epsilon_{r2}=6.3$, $\epsilon_{r3}=25$, $\sigma_2=0.08$ mS.m⁻¹, $\sigma_3=5.7$ mS.m⁻¹.

La valeur de $\epsilon_{r\text{moyen}}$ suppose que l'algorithme générant le milieu hétérogène soit centré ce qui n'est pas toujours le cas. La longueur électrique réelle est certainement plus proche de la valeur donnée par le processus d'inversion que celle attendue...

Là aussi, le bruit du signal rend l'inversion difficile mais si l'hétérogénéité n'est pas trop importante, elle ne devrait pas masquer la réponse d'une nappe d'eau. Le cas traité ici présente un milieu à variations rapides et relativement importantes. On peut espérer que les hétérogénéités rencontrées dans la nature soient moins défavorables mais nous ne disposons d'aucunes données à ce sujet.

3.4- Conclusions relatives au problème inverse

Dans 3.3.b, nous avons admis les hypothèses suivantes :

- La première couche est connue et est homogène.
- La première interface se situe à mi-distance du champ lointain.
- Les interfaces sont toutes planes.
- Le gain de l'antenne est connu.

Si l'antenne adhère parfaitement au sol, la mesure de l'impédance permet de déduire les propriétés électromagnétiques de la première couche. Mais nous avons vu en fin de deuxième partie que l'impédance d'une antenne filaire est extrêmement sensible à sa hauteur par rapport au sol. De

sorte que si l'antenne est décollée par endroit du sol, il n'y a plus de lien direct entre impédance et propriétés électromagnétiques de la première couche. Il faut donc prévoir un système pour mesurer l'impédance. Le problème est plus délicat en ce qui concerne le gain. S'il s'avère impossible de le déduire, il faudra alors introduire dans l'algorithme des variables permettant de décrire le gain ou imaginer un procédé pour faire adhérer l'antenne au sol ! De plus, la mesure d'impédance de surface à l'aide d'une sonde de permittivité ou à l'aide de l'antenne utilisée à la fréquence de quelques kHz n'a pas encore été validée. Si cette expérience s'avère impossible, il faudra ajouter les propriétés de la première couche aux inconnues dans l'algorithme génétique. Cela augmente le nombre de solutions potentielles, le temps de calcul, mais ne remet pas en cause la méthode.

Au cas où la (ou les) première(s) interface(s) ne se situera(en)t pas en champ lointain à 2MHz ou si elle(s) se situe(nt) dans la zone aveugle du radar, il faudrait faire une pré-étude en utilisant l'antenne plus haut en fréquence afin d'augmenter la résolution et réduire la zone d'ombre. Cette pré-étude permettrait de déduire une couche équivalente définie par sa fonction de transfert autour de 2MHz.

La troisième hypothèse supposant les interfaces planes est une hypothèse forte difficile à valider or cette condition est indispensable pour inverser le problème correctement. La validation de cette hypothèse nécessite des données supplémentaires. Pour cela, il faudrait par exemple :

- Avoir la possibilité de déplacer le radar. Il n'y aurait plus qu'à chercher une zone où le signal ne dépende plus de la position du radar. On identifierait ainsi des objets diffractant et les zones rugueuses à éviter.
- Mesurer une autre composante de champ (électrique ou magnétique) pour pouvoir déterminer la direction d'arrivée des ondes. Une des configurations de la sonde Netlander prévoyait l'utilisation de sondes magnétiques. Malheureusement, leur sensibilité est bien inférieure à celle des antennes électriques et en plus elles mesurent sans discernement le champ provenant des strates (champ lointain) et la partie diffractée par le module (champ proche). En plus, comme la mesure est faite dans l'air, il faut tenir compte de la réflexion avec le sol. Pour toutes ces raisons, les signaux mesurés par les sondes magnétiques sont extrêmement compliqués à interpréter.

Suivant les paramètres du sol, l'inversion a plus ou moins de chance d'être menée avec succès :

- Si les matériaux sont à faibles pertes, le bilan de liaison dépend indépendamment des permittivités et des conductivités. Les coefficients de réflexion et de transmission ne dépendent que des permittivités et sont constants par rapport à la fréquence. L'épaisseur de peau (non infinie) dépend uniquement de la conductivité et ne dépend pas de la fréquence. En conséquence, la fonction d'erreur aura beaucoup de minima locaux. Une surestimation de la conductivité entraîne une surestimation du contraste de permittivité. Seuls les multiples trajets permettent de lever l'indétermination mais ces signaux sont de faible amplitude et peuvent être interprétés comme la réponse de nouvelles strates.

- Si les matériaux ont des conductivités intermédiaires, les coefficients de réflexion et de transmission dépendent à la fois des permittivités et des conductivités. De plus, l'épaisseur de peau dépend de la fréquence donc la dispersion induite sur le signal permet de dissocier l'effet d'une réflexion de l'effet de l'atténuation lors de la propagation. Paradoxalement, il vaut mieux du point de vue de l'inversion que des milieux soient situés dans la zone où aucune approximation n'est permise plutôt que dans la zone des matériaux à faibles pertes (voir page 130).
- Il est impossible de déterminer les caractéristiques électromagnétiques d'un milieu situé sous un matériau à fortes pertes en raison de la faiblesse du signal rétrodiffusé.

Pour finir, lorsque les signaux sont bruités (bruit de "speckle"), le minimum global de la fonction d'erreur ne correspond pas forcément au cas le plus proche de la réalité alors que des propositions plus plausibles ont une erreur qui les rend moins attractives. En conséquence, il faut toujours une personne physique pour juger la validité des différentes propositions données par l'algorithme. Malgré toutes les précautions, il est parfois possible de faussement inverser le problème avec un modèle inverse différent du modèle direct.

4- Décomposition d'un signal en signaux élémentaires

Lorsque les conductivités des différentes couches géologiques sont très faibles, le signal ne subit aucune déformation durant la propagation. Dans ce cas particulier, le signal reçu peut s'écrire comme une somme de diracs convoluée par un signal de référence :

$$s(t) = s_{ref}(t) * \sum_{i=1}^N A_i \delta(t - t_i) \quad (79)$$

Une partie du processus d'inversion consiste à déterminer des amplitudes A_i et des retards t_i .

Dans le cas d'un sol stratifié, τ_i est directement lié à l'épaisseur électrique des couches géologiques alors que le lien entre les amplitudes et les valeurs (ϵ_i , σ_i) est plus subtil. La décomposition du signal en signaux élémentaires réduit le nombre de variables de la fonction d'erreur utilisée par l'algorithme génétique et accélère la minimisation par gradient conjugué.

Les paragraphes suivants explorent différentes approches pour identifier les inconnues (A_i , τ_i). La première méthode utilise les transformées de Fourier tandis que la seconde s'appuie sur une résolution par la méthode de Prony.

4.1- Méthode par TF et TF⁻¹

Dans le domaine fréquentiel, l'équation (79) devient :

$$G(f) = \frac{S(f)}{S_{ref}(f)} = \sum_{i=1}^N A_i e^{-j2\pi f t_i} \quad (80)$$

En raison de la limitation en bande passante, la relation précédente ne se vérifie que sur un certain intervalle de fréquence. Il faut donc faire intervenir une fonction porte $W(f)$ qui limite la relation à la bande utile du radar. La fonction porte peut être une simple fenêtre rectangulaire, une fenêtre de Hanning ou autre ...

$$G_{bande}(f) = W_{bande}(f) \cdot \sum_{i=1}^N A_i e^{-j2\pi f t_i} \quad (81)$$

Si le spectre du signal s'étendait à l'infini alors $g(t)$, la transformée de Fourier inverse de $G(f)$, serait une simple somme de diracs. Malheureusement, la transformée inverse de la fenêtre étale et mélange les signaux. L'importance du choix de la fenêtre est ici clairement mis en évidence et les contraintes sont analogues à celles des appareils du type analyseur de spectre (en remplaçant retard t_i par fréquence f_i). La fenêtre rectangulaire offre la meilleure résolution en temps mais a une moindre sensibilité sur l'amplitude.

$$g_{bande}(t) = TF^{-1}(W_{bande}(f)) * \sum_{i=1}^{IV} A_i e^{-j2\pi f t_i} \tag{82}$$

La suite de la méthode permet de réduire les effets de la porteuse et augmente la résolution à la fois en temps et en amplitude. Elle est basée sur le principe que le maximum de $g_{bande}(t)$ et la position temporelle de ce maximum correspondent précisément à l'amplitude et au retard de l'un des diracs. On suppose ainsi que le maximum de $g_{bande}(t)$ dépend uniquement du dirac le plus puissant et n'est pas perturbé par les autres. Pour compenser l'effet de la porteuse sur ce premier dirac, il suffit d'effectuer la soustraction (83) avec (A_1, t_1) représentant le maximum et la position temporelle du maximum de $g_{bande}(t)$.

$$g_1(t) = g_{bande}(t) - A_1 \cdot w_{bande}(t - t_1) \tag{83}$$

L'algorithme doit être répété autant de fois que nécessaire jusqu'à la minimisation de la fonction d'erreur définie à partir du signal à décomposer et du signal reconstitué à partir de la référence s_{ref} et des couples (A_i, t_i) . La $i^{ème}$ itération permet de définir g_i à l'aide de g_{i-1} et du $i^{ème}$ maximum de g_{i-1} .

$$g_i(t) = g_{i-1}(t) - A_i \cdot w_{bande}(t - t_i) \tag{84}$$

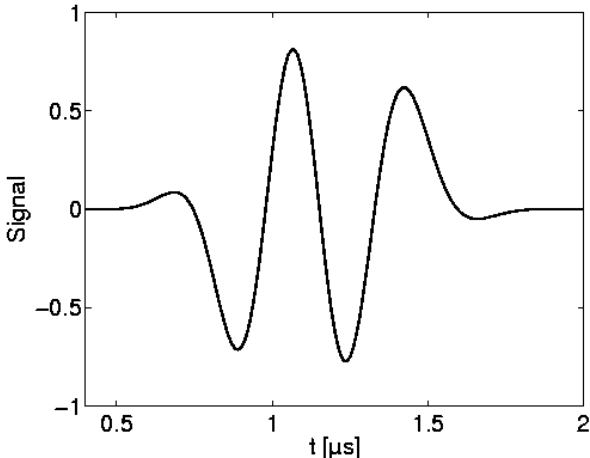


Figure 159 : Signal $s(t)$ résultant de la combinaison des 4 signaux aux caractéristiques suivantes : $(A_i=1; t_i=1\mu s)$, $(-0.3; 1.12\mu s)$, $(0.8; 1.3\mu s)$, $(0.18; 1.4\mu s)$.

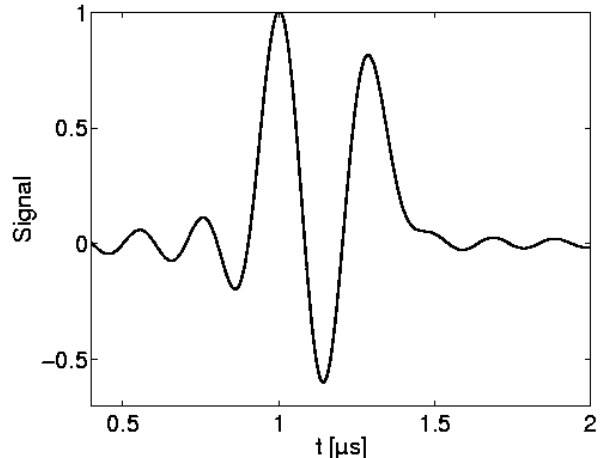


Figure 160 : Signal $g_{bande}(t)$ obtenu avec une fenêtre rectangulaire allant de 0 à 5MHz et avec $s(t)$ de la figure 159.

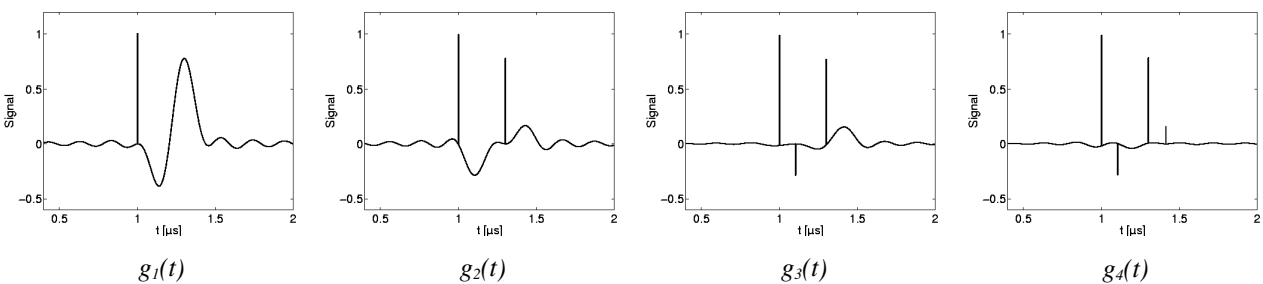


Figure 161 : Différents signaux g_i obtenus tout au long du processus.

Les figures 159, 160 et 161 montrent les performances intéressantes de l'algorithme. Il est difficile d'imaginer que le signal figure 159 résulte en réalité de la combinaison de quatre signaux élémentaires et pourtant la méthode permet de retrouver précisément les différentes amplitudes et les différents retards. Notons que dans cet exemple, le signal de référence est un sinus de fréquence fondamentale 2MHz modulé par une gaussienne d'une microseconde de large.

D'autres exemples où $s(t)$ est composé de deux impulsions de plus en plus proches permettent de dire que cette méthode a une résolution temporelle liée à la fréquence maximale du signal. Ici, la résolution de $0.1\mu\text{s}$ correspond à une demi période de la fréquence la plus haute (5MHz) : cette propriété est une conséquence du théorème de Shannon.

➤ Conclusion

- Cette méthode est stable et offre une bonne résolution. La principale contrainte concerne ses conditions d'applications. Tout phénomène entraînant une dispersion du signal rend caduque son utilisation : conductivité, rugosité, hétérogénéité... Par ailleurs, il faut connaître le signal de référence $s_{\text{ref}}(t)$ mais cela ne constitue en rien une contrainte supplémentaire par rapport à la méthode d'inversion vue précédemment. En effet, connaître s_{ref} revient à connaître le plus précisément possible l'impédance et le gain de l'antenne au moins dans la direction du nadir.
- En l'absence de dispersion fréquentielle, cette méthode pourrait être utilisée en préambule à l'algorithme génétique pour définir ou initialiser les épaisseurs électriques des couches géologiques. Pour inverser le problème avec un modèle stratifié, il est inconcevable d'interpréter les amplitudes A_i comme des coefficients de réflexion ou des contrastes entre couches. En effet, d'après les hypothèses, les conductivités correspondent à l'approximation des milieux à faibles pertes donc il est impossible de faire la différence entre l'atténuation due aux pertes lors de la propagation et l'effet de la réflexion entre deux strates.

4.2- Méthode de Prony

La méthode de Prony consiste à développer un signal réel sous la forme d'une somme de sinusoides amorties. Cette technique est couramment utilisée pour retrouver les modes de résonance propre d'une antenne avec leur coefficient de qualité respectif.

Pour notre problème, la méthode de Prony doit être appliquée à la partie réelle ou à la partie imaginaire de $G(f)$ de l'équation (80).

La méthode de Prony est non linéaire. Elle fournit dans certains cas de meilleurs résultats que la méthode précédente ; en revanche elle est beaucoup moins stable notamment lorsque le signal contient deux signaux très proches l'un de l'autre. Ceci est lié au côté mal posé du problème.

Si deux signaux sont très proches, cela va se traduire dans le domaine fréquentiel par un battement de la partie réelle (ou imaginaire) de $G(f)$. La méthode de Prony, et c'est normal, ne permet pas de faire la différence entre deux cosinus aux fréquences très proches qui forment un battement ou un seul cosinus atténué (enveloppe exponentielle). Pour pallier à ce problème, il existe des méthodes qui forcent les racines du polynôme caractéristique à être sur le cercle trigonométrique [93] et donc à approcher la courbe uniquement avec des cosinus sans enveloppe... De plus, le système matriciel peut être résolu via la méthode des moindres carrés ou une variante plus performante dite LTS (Least Trimmed Square) qui élimine les points les plus défavorables du calcul [94][95].

Tout comme la méthode précédente, son utilisation est limitée à la validité de l'équation (79).

Pour finir, notons que les algorithmes habituellement employés pour augmenter la résolution des radars GPR sont : MUSIC (Multiple Signal Classification), MEM (Minimum Entropy Method), MLM (Maximum Likelihood Method)... [97]

5- Radars mobiles

Les radars mobiles font partie des activités de l'équipe depuis l'achat d'un RAMAC. Ce radar GPR de la société ABEM peut être équipé de différentes antennes suivant l'impulsion désirée. Il oeuvre dans le domaine du génie civil pour la recherche de tuyaux, de fuites dans les canalisations...

Pour compléter l'aspect expérimental et confronter les résultats des mesures avec des simulations, les radars mobiles peuvent également faire l'objet d'une étude théorique. Ce chapitre est consacré aux différentes méthodes utilisées pour représenter les données du radar ainsi qu'aux signatures caractéristiques d'objets communs. La prise en compte de milieux hétérogènes et d'interfaces rugueuses constitue l'une des originalités de ce travail.

5.1- Représentation des données radar

Contrairement au radar fixe qui ne recueille des informations qu'à une position (x_1, y_1) , les radars mobiles se déplacent dans tout le plan (x, y) défini par la surface du sol. Ces données sont disponibles soit directement dans le domaine temporel, soit retranscrites en temps pour les radars à saut de fréquence. Les données sont de la forme $A(x, y, t)$ avec t lié à la profondeur z par l'intermédiaire de la vitesse de propagation. Il y a trois principales manières de présenter les résultats :

- Le A-scan est défini à la position (x_1, y_1) par $f(t)=A(x_1, y_1, t)$. Les résultats que nous avons déjà rencontré figures 139 ou 140 étaient des A-scans.
- Le B-scan est défini sur une ligne de mesure par $f(x, t)=A(x, y_1, t)$: c'est un ensemble de A-scans.
- Le C-scan est défini par $f(x, y)=A(x, y, t_i)$. Cette représentation nécessite beaucoup de mesures ou de simulations et la visualisation doit être faite pour plusieurs instants t_i . C'est une méthode qui maximise la quantité de données mais elle est complexe et peu employée. En général, on préfère effectuer plusieurs B-scan sur des lignes parallèles.

Remarque : Le B-Scan est aussi appelé radargramme.

5.1.a Objet diffractant dans un milieu homogène

Soit un radar monostatique qui émet une impulsion dans un sol contenant un objet diffractant. L'écho revient d'autant plus rapidement que l'objet se trouve proche du radar. Par conséquent : en déplaçant le radar au dessus d'un tuyau, l'ensemble des échos se répartit selon une hyperbole caractéristique d'équation :

$$z_i = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + z_0^2} \quad (85)$$

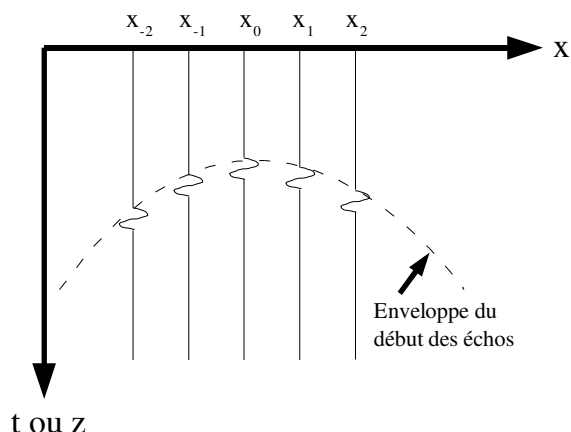


Figure 162 : Illustration de la construction d'une hyperbole

La détermination d'une hyperbole permet de déduire un certain nombre d'informations sur la position de l'objet et la permittivité du sol. En particulier :

- La position de l'objet correspond au sommet de l'hyperbole.
- La direction des branches d'une hyperbole dépend de la vitesse de l'onde dans le milieu donc de la permittivité.

Les figures 164, 165 et 166 donnent respectivement des exemple de A-scan, B-scan, C-scan pour une scène mettant en oeuvre une sphère maillée par des cubes (figure 163).

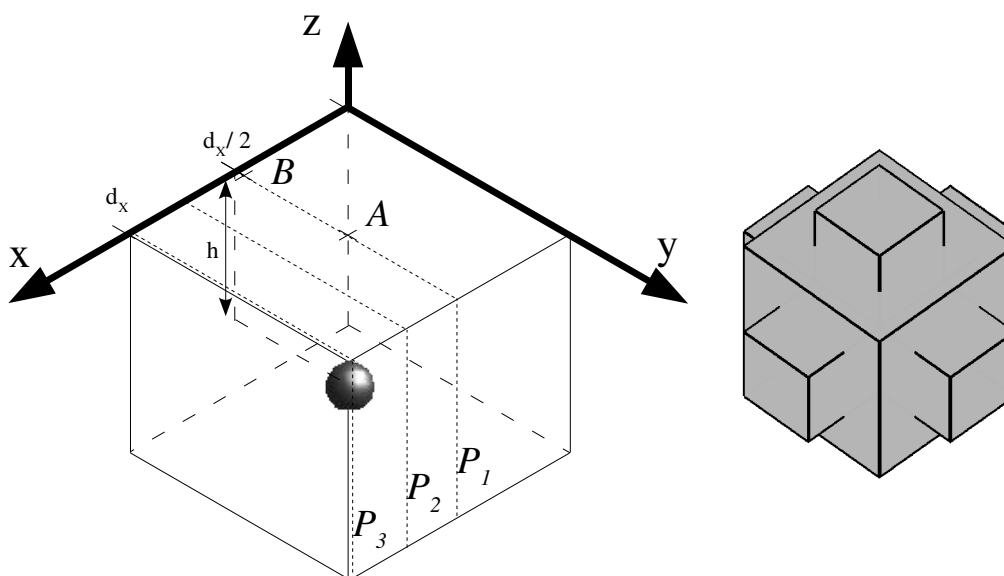


Figure 163 : La scène représente une "sphère" métallique de rayon 6mm à la profondeur $-h$. En raison du maillage FDTD, l'objet métallique ressemble plus à la structure de droite qu'à une véritable sphère. Le radar se déplace dans tout le plan (x, y) , le plan H de l'antenne est parallèle à $(0, x, z)$ et le plan E à $(0, y, z)$.

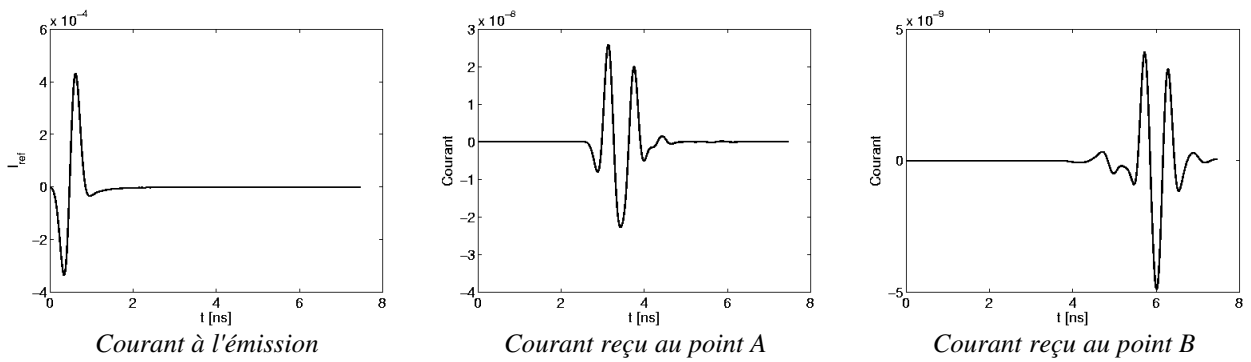


Figure 164 : A-scans à différentes positions. Le signal dépend de la position du radar essentiellement parce que la structure numérisée ne répond pas de façon isotrope.

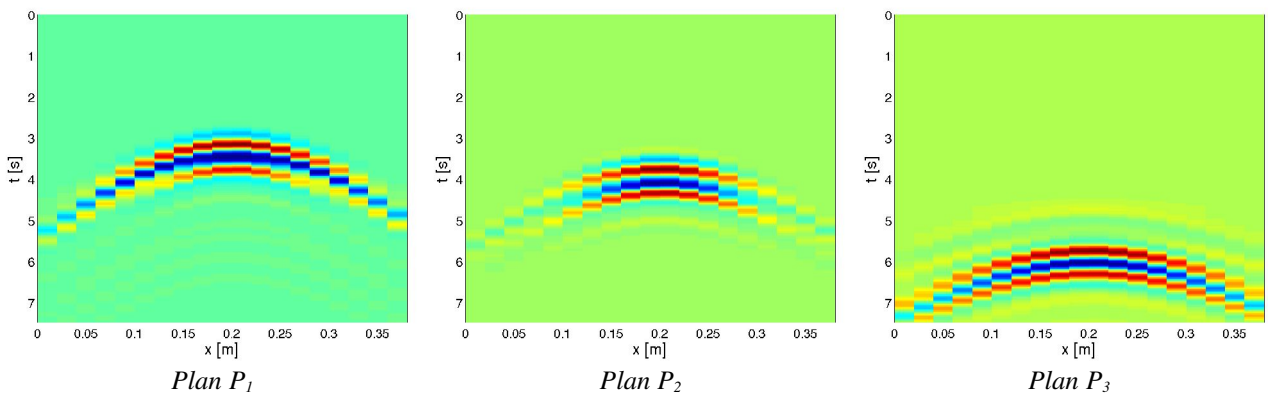


Figure 165 : B-scans pour différentes lignes de mesures. Le sommet des hyperboles donne l'abscisse de l'objet diffractant. Pour déduire son ordonnée, il faudrait tracer un B-scan dans un plan orthogonal à l'axe y .

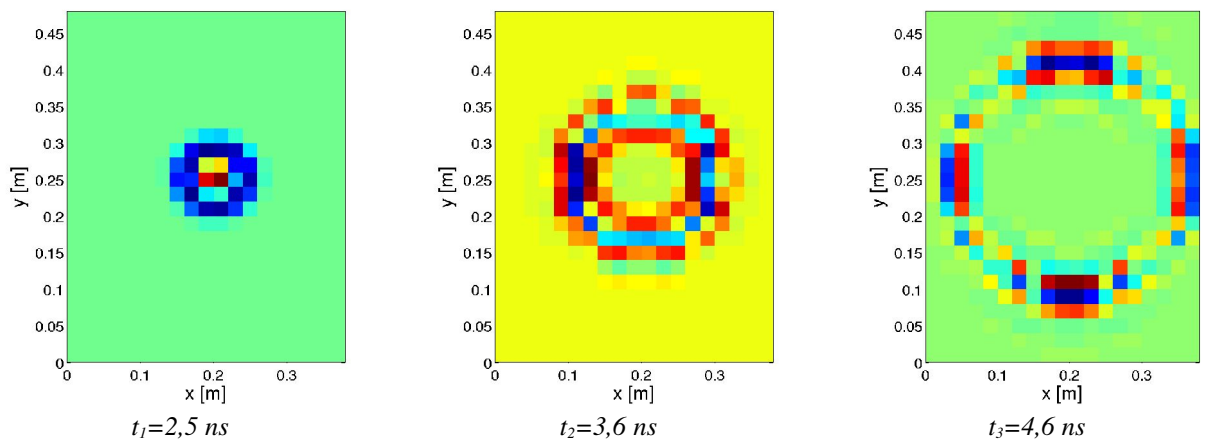


Figure 166 : C-scans pour différents instants. Si la modélisation de la sphère était correcte et si le rayonnement de l'antenne était isotrope alors ces C-scans représenteraient des cercles.

Le signal rétrodiffusé dépend de la position du radar pour deux raisons :

- D'une part, la structure simulée n'admet pas de symétrie de rotation autour de son centre donc sa réponse dépend à la fois de la direction de l'onde incidente et de la direction d'observation (c'est le phénomène majoritaire dans ce cas particulier).
- D'autre part, le gain de l'antenne dépend de la direction donc même avec une vraie sphère, les C-scans seraient dissymétriques. Notons que ces résultats ont été obtenus avec un dipôle de Wu-King parallèle à l'axe y optimisé pour 1 GHz fonctionnant en monostatique.

Nous verrons à l'occasion des exemples qui suivent les traces engendrées par des tuyaux, des arêtes, des interfaces rugueuses, des milieux hétérogènes...

Maintenant que nous avons fait connaissance avec les principales représentations des signaux radars, voyons quels sont les traitements les plus communément appliqués sur ces données.

5.1.b La migration de données

Le but de la migration de données [58][98 p. 174-183] est de retrouver la position des points diffractant. Le principe est basé sur la transformation de la variable temps en profondeur. La migration de données ne fait pas vraiment partie des méthodes inverses dans la mesure où elle n'apporte aucune information sur les propriétés électromagnétiques du sol.

L'intérêt est de générer une image interprétable par les personnes non initiées à la lecture de B-scans. Mais ces techniques de traitement n'ajoutent pas d'informations donc si la signature d'un objet est absente des données brutes, aucun traitement ne pourra la faire apparaître. Les professionnels préfèrent généralement travailler directement sur les B-scans auxquels ils appliquent des traitements simples : gain variable dans le temps, retranchement de la valeur moyenne, filtre fréquentiel...

Pour tester l'efficacité des méthodes de migration sur les données simulées, il faut les mettre au format "RAMAC". Ensuite, le logiciel "REFLEX" [99] livré avec le radar permet d'appliquer tout type de traitements : migration de Kirchhoff, migration f-k, migration F-D...

5.2- Polarisation rectiligne ou circulaire ?

En polarisation rectiligne, si les antennes d'émissions et de réceptions sont parallèles, il existe un fort couplage. Pour diminuer cette capacité de couplage, les deux antennes peuvent être orientées orthogonalement. En contrepartie, le niveau de signal rétrodiffusé par les objets enfouis est lui aussi très faible. En effet, le signal rétrodiffusé peut se décomposer en une somme de deux composantes, l'une de même polarisation et l'autre de polarisation croisée. Même si des objets aux formes compliquées dépolarisent l'onde, la composante croisée est en général bien inférieure à la

composante de même polarisation. De plus, l'hétérogénéité du sol et surtout la rugosité dépolarisent fortement les signaux et masquent ainsi facilement la réponse des objets recherchés. En résumé, si l'on place orthogonalement les deux antennes, on diminue le niveau de signal reçu sans améliorer le rapport signal à bruit (bruit de clutter), c'est donc inutile. Cela a d'ailleurs été vérifié expérimentalement notamment par l'équipe du LCPC [36] lors de leur campagne de mesure où ils ont comparé les résultats avec tous les Kamasutra des antennes .

Les antennes à polarisation circulaire ont des avantages certains par rapport aux antennes à polarisation rectiligne. Le signal réfléchi par la surface du sol a un sens de polarisation opposé au champ incident. En effet, le rapport entre les permittivités du sol et de l'air est toujours supérieur à un. Ainsi, l'antenne de réception ne détecte pas l'écho du sol. En revanche, le champ diffracté par un objet de permittivité inférieure à celle du sol a la même polarisation que l'onde incidente. Pour résumer : les objets creux (non métalliques) ou d'indice faible génèrent les signaux les plus forts. Cette propriété est intéressante pour détecter les mines anti-personnelles en plastique.

5.3- Méthode de simulation

Le tracé de B-scans correspond davantage aux applications génie civil qu'à Netlander d'où le choix des paramètres qui suivent. Le radar de type monostatique est alimenté par un générateur de tension qui émet une sinusoïde modulée par une gaussienne à la fréquence centrale de 1GHz. La durée du signal correspond environ à une période soit 1ns.

Pour la plupart des radars, une antenne émet alors qu'une autre reçoit. Cela traduit un fonctionnement bistatique, mais en général les antennes sont suffisamment proches l'une de l'autre pour que ce mode de fonctionnement puisse être assimilé à une configuration monostatique. Le seul cas considéré comme bistatique correspond au cas où l'on fait varier la distance entre les deux antennes [90].

Le signal au niveau de l'antenne d'émission se décompose en un signal émis et un signal diffracté par le sol. Ces deux composantes ont une dynamique très différente d'où l'intérêt d'utiliser une seconde antenne pour recevoir. Cela permet de simplifier l'électronique en évitant les problèmes de saturation des composants (emploi d'un amplificateur faible bruit, amplificateur grand gain, dynamique du convertisseur analogique numérique...). L'antenne de réception mesure le couplage entre les antennes plus le signal diffracté par le sol. Si les antennes ont été correctement blindées alors ces deux composantes sont du même ordre de grandeur donc il n'y a pas de problème de destruction des composants.

En simulation numérique, il n'y a pas tous ces problèmes liés à la pratique. Le signal émis peut être retranché au signal total sans rencontrer de problème. Il est donc possible de déterminer la diffraction en co-polarisation avec une seule antenne. Une seconde antenne facultative pourra être employée pour mesurer la polarisation croisée.

Pour obtenir des B-scans sur des profils de plusieurs mètres à la fréquence de 1 GHz, il est inconcevable de mailler l'ensemble du domaine de calcul, cela prendrait bien trop de taille mémoire et de temps de calcul, de plus c'est inutile. En effet, les objets loin du radar interviennent peu sur le signal radar et ce, d'autant moins que le sol a beaucoup de pertes (i.e. conductivité élevée). La méthode retenue est celle du volume de calcul glissant plus petit que le volume total. L'antenne se trouve à chaque fois au centre du plan (x, y) appartenant au volume glissant. Entre deux mesures, le sous volume glisse de 5 à 10 mailles FDTD.

Des B-scans peuvent être obtenus avec tout type d'antenne mais pour bien décorrélérer les deux polarisations, l'idéal est d'utiliser une antenne filaire amortie selon le modèle de Wu-King. Cette antenne a l'avantage de ne pas dépolariser et est adaptée aux simulations FDTD. Les résultats de la suite de ce chapitre utilisent une antenne optimisée pour 1 GHz.

L'antenne peut être orientée selon les deux configurations figure 167. La réception de la co-polarisation et de la polarisation croisée permet d'obtenir 4 B-scans (plan E, plan H, plan EH, il est alors possible d'en déduire le plan HE sans avoir à le mesurer). Or, toutes les polarisations sont la somme de deux polarisations rectilignes. Donc à partir des 3 B-scans obtenus avec l'antenne de Wu-King, il est possible de synthétiser le B-scan correspondant à une antenne de polarisation quelconque sans avoir besoin de la simuler. Attention à ne pas lire entre les lignes, n'importe quelle antenne ne peut pas être définie comme la somme de deux antennes de Wu-King car les diagrammes de rayonnement ne sont pas proportionnels dans toutes les directions... Mais on peut supposer que la réponse d'une antenne spirale à polarisation circulaire est semblable à la réponse d'une antenne constituée de deux dipôles de Wu-King orthogonaux à polarisation circulaire : d'où l'intérêt de la méthode.

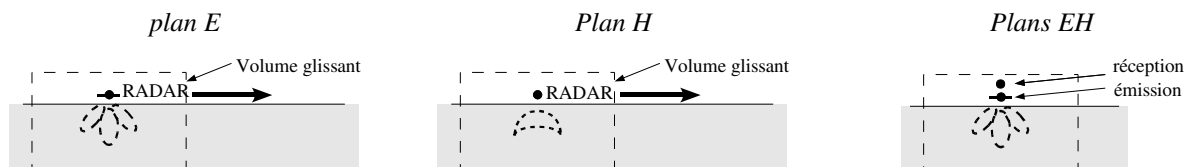


Figure 167 : L'antenne de Wu-King permet de réaliser des B-scans en dissociant les polarisations E et H

5.4- Traces d'objets usuels et interprétation des B-scans

La première partie de ce mémoire avait été l'occasion de décrire quelques méthodes pour générer des milieux hétérogènes. Nous allons maintenant voir l'influence de la longueur de corrélation des hétérogénéités et l'influence de la loi de répartition des permittivités sur la signature de tuyaux enfouis. D'autres exemples mettront en scène des tuyaux inclinés et des objets sous une interface rugueuse.

5.4.a Tuyau dans un milieu hétérogène

La méthode "Diamond-Square4D" vue lors de la première partie page 40 permet de générer des milieux hétérogènes caractérisés par la longueur de corrélation d'un défaut et l'amplitude des variations. Une étude précédente a montré que la longueur de corrélation L_C est de l'ordre de grandeur d'un motif élémentaire (voir tableau 14 ci-après). Or, L_C dépend du nombre d'itérations N_{it} ainsi que de la dimension d'une cellule FDTD. Par commodité : il est préférable de faire varier uniquement N_{it} .

Plusieurs configurations ont été testées figures 168 et 169 afin de déterminer l'influence de l'hétérogénéité sur la réponse d'un tube. Le tube métallique fait toujours 2cm de diamètre et l'algorithme de saturation est appliqué sur le milieu hétérogène. Le paramètre fractal est fixé à 0,7. Le milieu se compose donc de deux matériaux entremêlés selon des formes aléatoires. Les caractéristiques électromagnétiques de ces matériaux sont précisées dans les légendes des figures 168 et 169.

N_{it}	2	3	4	5	6	7
$2^{N_{it}+1}$	5	9	17	33	65	129
L_C [cm] #	1	1,8	3,4	6,6	13	26

Tableau 14 : Relation entre le nombre d'itérations utilisé par la méthode de génération de l'hétérogénéité "Diamond-Square4D" et la longueur de corrélation d'un défaut lorsque la taille d'une cellule FDTD est de 2mm.

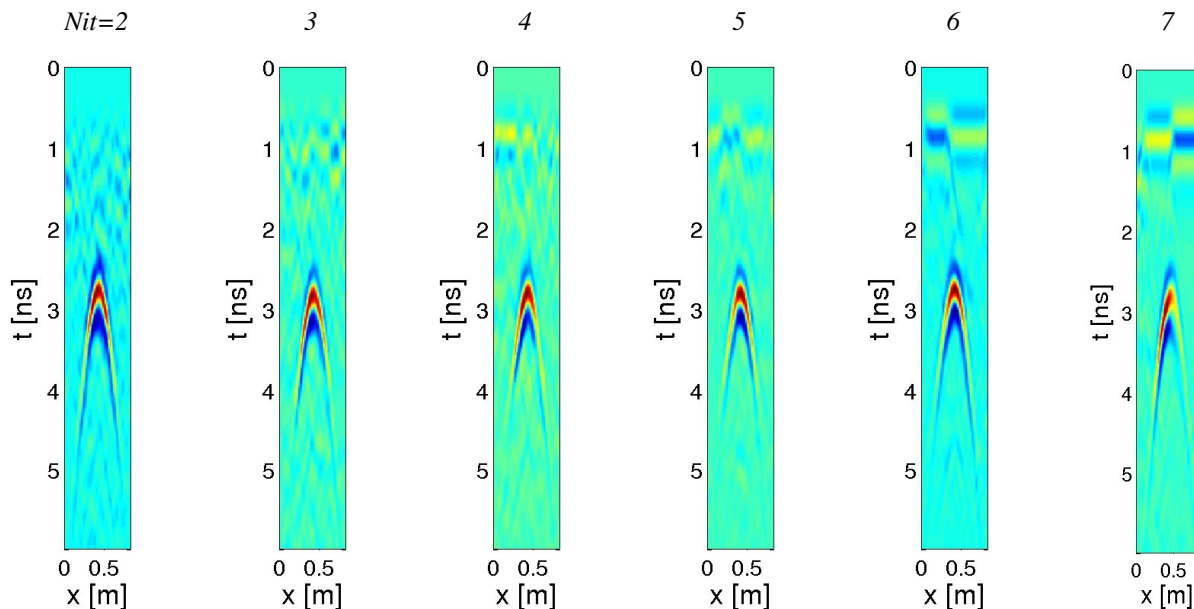


Figure 168 : Trace d'un tuyau métallique orthogonal au plan H de l'antenne pour différentes longueurs de corrélation. Le milieu hétérogène contient deux matériaux dans des proportions identiques : l'un avec une permittivité relative de 4 et une conductivité de $4 \cdot 10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$ et l'autre avec une permittivité relative de 6 et une conductivité de $6 \cdot 10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$.

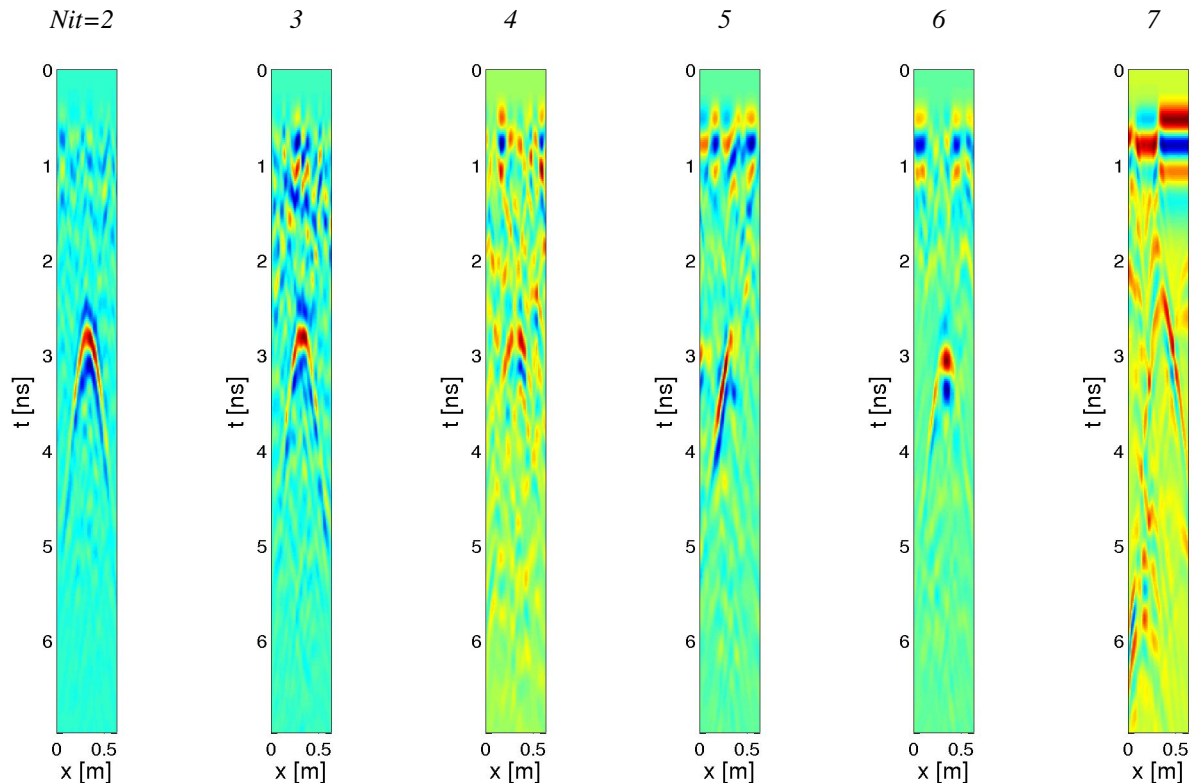


Figure 169 : Trace d'un tuyau métallique orthogonal au plan H de l'antenne pour différentes longueurs de corrélation. Le milieu hétérogène contient deux matériaux dans des proportions identiques. Ils ont respectivement une permittivité relative de 3 et 7 et une conductivité de $3 \cdot 10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$ et $7 \cdot 10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$.

La longueur d'onde dans le milieu varie autour de 15cm. Les hétérogénéités d'une longueur de corrélation de l'ordre du cm ajoutent du bruit sur les B-scans mais n'empêchent pas de localiser le tuyau. Comme les hétérogénéités sont petites, l'onde se propage presque comme dans un milieu moyen équivalent. Pour des défauts d'une taille de l'ordre de $\lambda/5$ à $\lambda/2$, les B-scans sont très perturbés. Enfin, pour des défauts de grande taille (supérieurs à quelques longueurs d'ondes), le radar permet de distinguer la limite entre les deux matériaux en plus de la signature du tuyau. Evidemment, la facilité avec laquelle un objet peut être détecté dépend de son coefficient de diffraction ainsi que du contraste entre les indices des deux matériaux constituant le milieu hétérogène.

5.4.b Tuyaux inclinés

Sur un B-scan, un tuyau parallèle au déplacement du radar ou faiblement incliné signe presque comme une interface horizontale ou faiblement inclinée (figures 170 et 171). Pour faire la différence entre ces deux structures, il faut : soit effectuer un B-scan dans un plan orthogonal, soit utiliser l'autre polarisation.

Par exemple, en effectuant la différence entre les mesures faites pour les deux polarisations, des différences apparaissent clairement entre la réponse de la plaque métallique et la réponse des tuyaux.

On peut également noter qu'en raison de la forme du diagramme de l'antenne, les hyperboles sont davantage visibles dans le plan H.

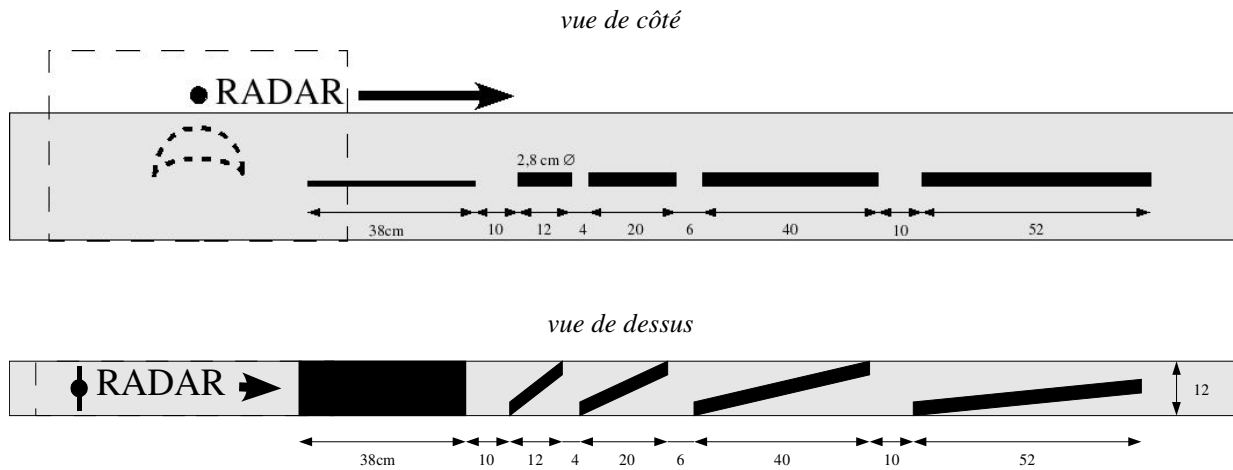


Figure 170 : Schéma à l'échelle de la scène étudiée. La scène présente : une plaque métallique de 1cm d'épaisseur située à 17cm de profondeur, quatre tuyaux métalliques de 2,8cm de diamètre plus ou moins inclinés. Le radar peut être orienté selon plusieurs polarisations et simulé dans une fenêtre glissante.

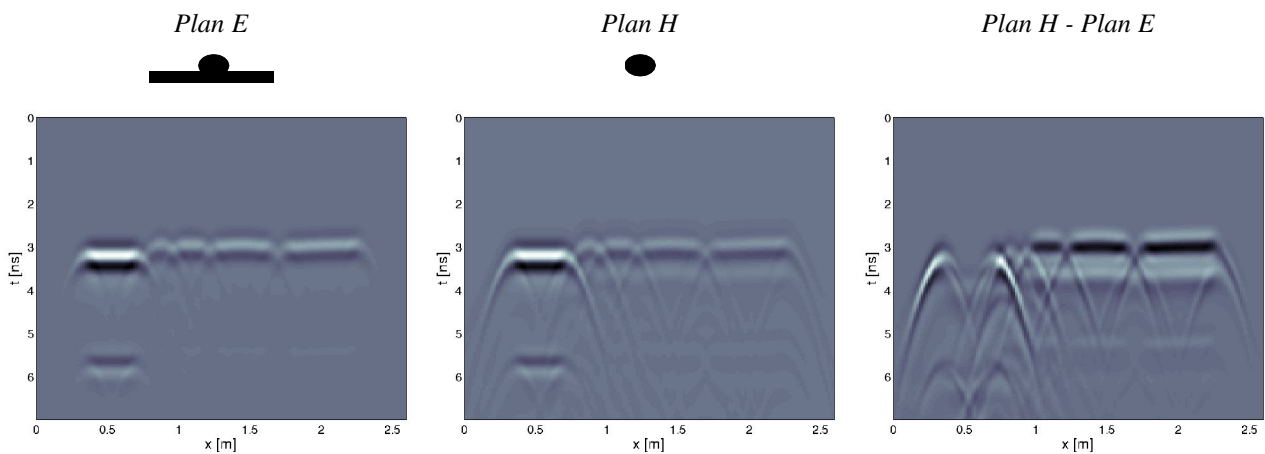


Figure 171 : B-scans pour deux orientations d'antenne et différence entre les deux (à droite)

5.4.c Scènes diverses

5.4.c.i Premier exemple

Le sol est constitué d'une dalle hétérogène en permittivité mais de conductivité constante égale à $\sigma=5.10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$. Cette dalle contient trois tuyaux métalliques, une plaque métallique et un évidement taillé en biseau. Les B-scans suivants ont été obtenus lorsque le plan de prospection coïncide avec le plan H de l'antenne (voir figure 172).

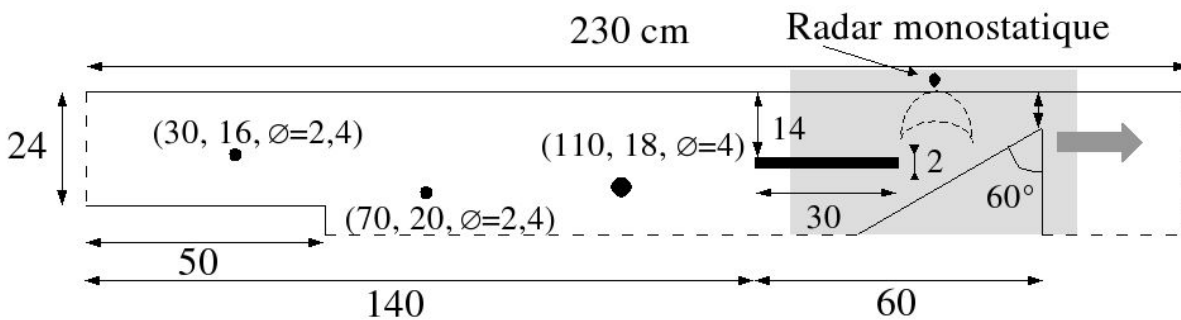


Figure 172 : Schéma à l'échelle des éléments simulés avec le volume de calcul glissant représenté en gris. Toutes les cotes sont en cm, les tuyaux sont définis par leur position et leur diamètre. La dalle peut se prolonger à l'infini partout où il y a des pointillés (en simulation : les PML se trouvent en bordure du volume glissant). Elle a une permittivité moyenne de 6 et une conductivité constante de $5.10^{-4} \text{ S.m}^{-1}$.

Deux dalles hétérogènes ont été testées. A chaque fois, l'amplitude de variation de ϵ_r vaut deux et la principale différence entre les deux cas réside dans l'application ou non d'un algorithme de saturation. En d'autres termes, la loi de répartition des permittivités change. La méthode "Diamond-Square4D" employée seule engendre des milieux hétérogènes aux transitions douces : le B-scans est alors peu perturbé car les gradients d'indice réduisent les coefficients de réflexion. Au contraire, l'application d'un algorithme de saturation sur ce milieu hétérogène entraîne des transitions brutales qui perturbent beaucoup les signaux des objets enfouis.

En conclusion, la rapidité de la transition a plus d'importance que l'amplitude des variations.

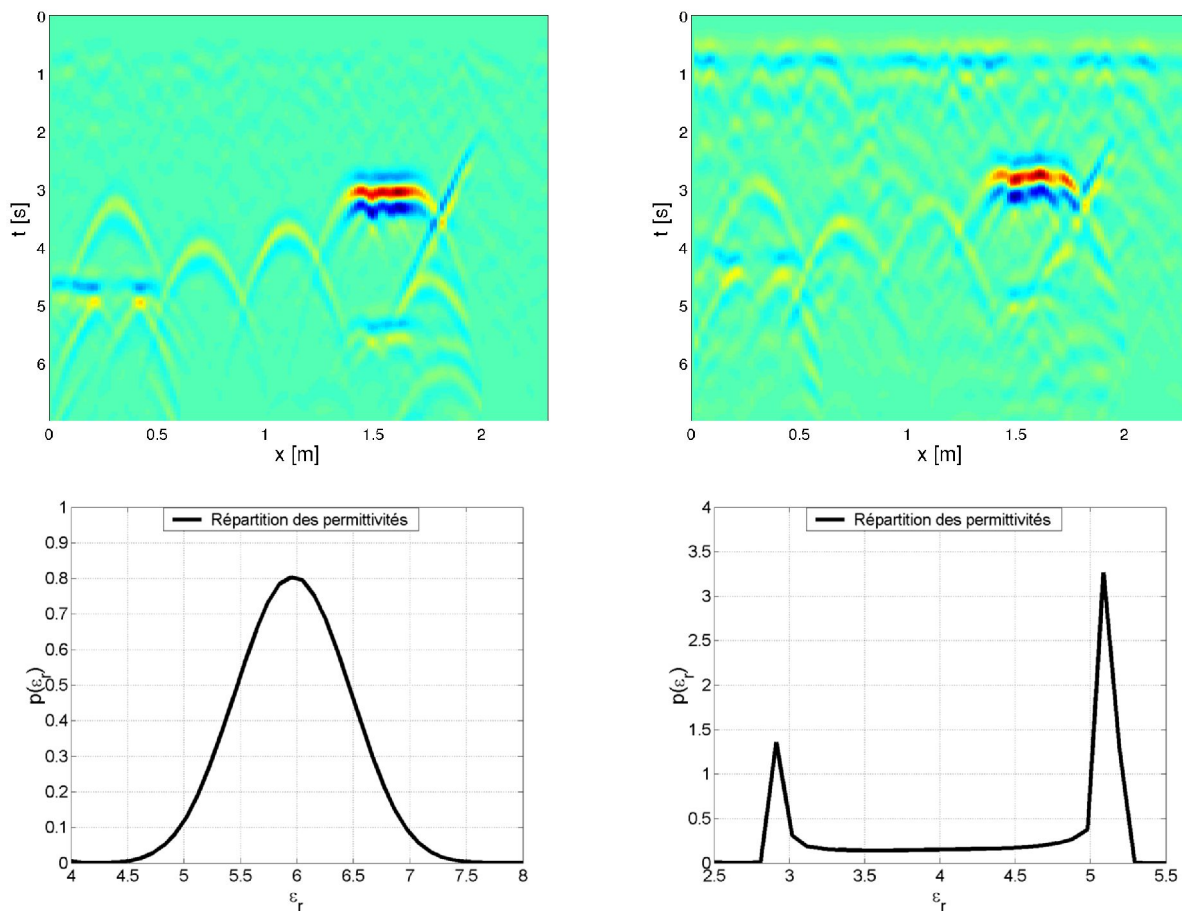


Figure 173 : B-scans (en haut) obtenus pour deux dalles hétérogènes caractérisées par la répartition de leur permittivité (en bas). A gauche, le milieu a été généré avec l'algorithme "Diamond-Square4D" seul alors qu'à droite un algorithme de saturation a été appliqué en supplément.

5.4.c.ii Deuxième exemple

La détection d'objets sous une interface rugueuse constitue un problème d'actualité [103] [104]. La scène suivante comprend justement deux tubes en diélectrique remplis d'air de 2,4 cm de diamètre et un objet métallique sous une interface rugueuse. On suppose que la paroi des tuyaux est suffisamment fine pour pouvoir être négligée ou qu'elle est constituée d'une matière aux mêmes propriétés électromagnétiques que le sol environnant. Il y a deux milieux homogènes différents et un milieu hétérogène décrit à partir de la méthode "Diamond-Square4D" suivie d'un algorithme de saturation avec les paramètres suivants : ϵ_r admet équitablement les valeurs 4 et 6 et σ varie entre 3.10^{-4} et 7.10^{-4} S.m⁻¹, $h=0.7$ et $N_{it}=4$.

Cet exemple montre à quel point un milieu suffisamment hétérogène rend difficile la détection d'objets enfouis. Alors que la signature du tuyau situé dans le milieu homogène est largement visible, la signature de ce même tuyau plongé dans un sol hétérogène est complètement masquée par la réponse du sol. L'objet sous l'interface rugueuse se voit bien car, d'un part il est métallique, et d'autre part le contraste entre les deux diélectriques est faible.

Le procédé de migration f-k nécessite la connaissance de la vitesse de propagation dans le sol. Comme cette vitesse n'est pas constante cela entraîne l'apparition de certaines hyperboles : cf. la trace de l'objet métallique. En revanche, la migration permet de remonter assez correctement à l'interface rugueuse.

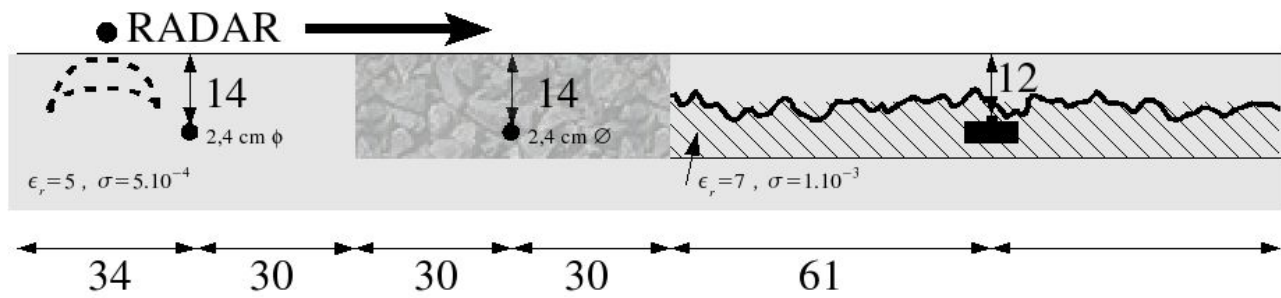


Figure 174 : Scène à l'échelle. Toutes les cotes sont données en cm

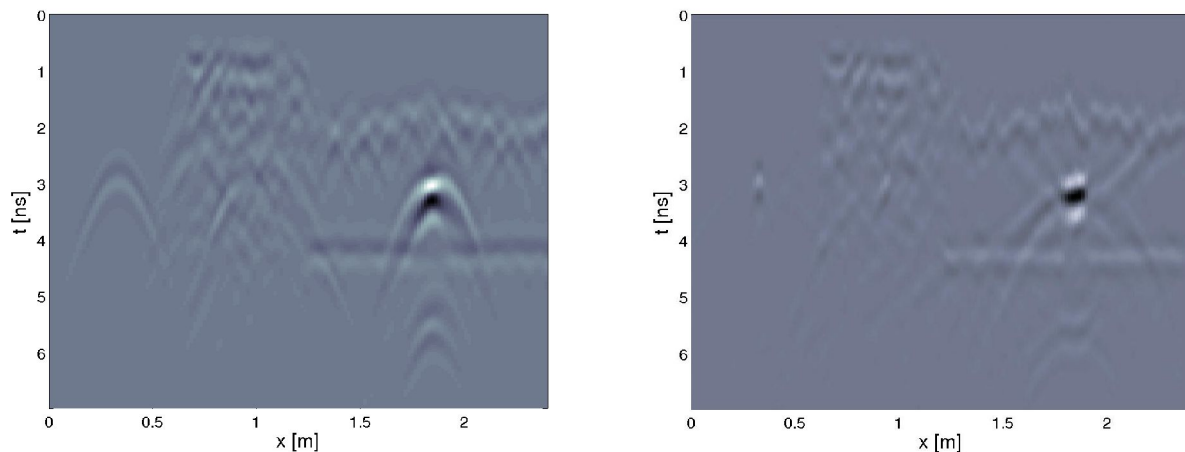


Figure 175 : B-scan dans le plan H (à gauche) et résultat obtenu avec une migration f-k (logiciel REFLEX).

5.5- Conclusion sur les radars mobiles

La montée en puissance des ordinateurs rend possible le tracé de B-scans avec des machines de type PC. Malgré l'utilisation d'astuces comme celle du volume de calcul glissant, des B-scans comme ceux des figures 173 ou 175 nécessitent une nuit de calcul sur une machine scalaire monoprocesseur cadencée à 2GHz. Le tracé de B-scans reste donc pour l'instant réservé à de petites séries pour tester la détectabilité d'une cible ou valider des idées comme celles concernant l'intérêt de mesurer la polarisation croisée.

Les simulations rigoureuses permettent de recueillir des données sans bruit d'origine instrumentale. La FDTD est la seule méthode capable de simuler à la fois : des matériaux dispersifs, des surfaces rugueuses et des milieux hétérogènes.

L'ensemble de ces facteurs crée des conditions idéales pour tester les algorithmes de migration de données ou d'inversion. Comme le laboratoire n'a pas pour objectif actuel le développement de tels traitements pour les radars mobiles, les résultats de simulation sont traduits en données interprétables par le logiciel REFLEX. Ce même logiciel sert également pour les données expérimentales effectuées avec le RAMAC. Il devient alors possible de comparer les simulations avec les données de terrain comme cela a été fait par l'équipe après une campagne de mesures sur le site du LCPC.

6- Conclusions relatives à la troisième partie

Dans cette partie, nous avons vu une méthode analytique permettant de calculer rapidement le signal reçu lorsque le sol se compose d'une succession d'interfaces planes. Ce modèle a ensuite été utilisé pour définir une fonction d'erreur à minimiser et inverser des signaux obtenus par simulations FDTD. Pour se rapprocher au maximum de conditions réalistes, les signaux ont été "bruités" par l'introduction de sols ne répondant pas tout à fait au modèle analytique : surfaces rugueuses, milieux hétérogènes... Ces réalisations nous ont permis de constater que le procédé d'inversion ne pouvait pas être entièrement automatisé. Parmi la multitude de minima locaux figurent beaucoup de propositions physiquement impossibles et quelques propositions réalistes. C'est donc à une personne physique de sélectionner les meilleures propositions. La présence de nombreux minima locaux n'a rien de surprenant au vu de l'étude sur les coefficients de réflexion et de transmission ainsi qu'au vu de l'étude sur l'épaisseur de peau. En particulier, lorsque les sols ont de faibles pertes, un bilan de liaison peut être interprété par différents jeux de paramètres (ϵ_r , σ). Par ailleurs, il serait tout à fait possible de concevoir un modèle direct comprenant un sol homogène dans lequel serait disposé des objets diffractants. Un tel modèle serait certainement capable d'interpréter des signaux provenant d'interfaces planes ou rugueuses. En raison de la non-unicité de la solution au problème inverse, tout modèle raisonnable aura de bonnes chances de proposer des solutions réalistes donc le choix du modèle direct détermine la solution, d'où l'importance de vérifier les hypothèses du modèle. Un certain nombre de problèmes pourraient être évités en validant l'hypothèse des interfaces planes. Pour cela, il faudrait avoir la possibilité de déplacer le radar. Ainsi, l'observation des B-scans permettrait de repérer facilement les zones rugueuses à éviter pour l'application de l'algorithme d'inversion. Justement, la fin de cette partie montre que la réalisation de B-scans par simulation commence à être possible grâce au développement rapide des calculateurs. On peut donc envisager une étude qui déterminerait à partir de quand un milieu peut être considéré homogène ou à partir de quelle rugosité (cf. h_{rms} , $L_C...$) une interface peut être considérée comme plane.

Lorsque le sol ne contient ni interfaces rugueuses ni milieux hétérogènes, il serait intéressant de mettre au point une méthode hybride qui permettrait de tracer rapidement des B-scans et C-scans. Auquel cas, cette méthode doit être basée sur le principe de la sommation de différents parcours possibles comme cela a été fait pour le modèle à une dimension. Sauf qu'il faut en plus prendre en compte les interactions entre objets, entre interfaces planes et entre objets et interfaces planes. Notons que le gain de l'antenne doit être connu en module et en phase dans toute la bande de fréquence utile et pour toutes les directions de l'espace. Il faut également calculer la matrice de diffraction des objets dans le milieu considéré. Pour toutes ces raisons, la méthode devra combiner une méthodes de tracé de rayon et une méthode rigoureuse telle que la FDTD.

CONCLUSION

Cette étude a permis de mettre au point différents algorithmes qui génèrent des surfaces rugueuses et des milieux hétérogènes aléatoires. Implantés dans notre logiciel d'électromagnétisme Tridimo fondé sur la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD), ces outils permettent d'étudier la signature d'un objet dans un environnement réaliste et de tester les algorithmes de traitement des données et d'inversion.

L'étude bibliographique a montré que les surfaces naturelles sont caractérisées par leur hauteur quadratique moyenne, leur longueur de corrélation et leur spectre spatial lui-même intimement lié à la dimension fractale de la surface. Les modèles numériques élaborées permettent de générer des surfaces ayant les mêmes valeurs caractéristiques que les surfaces naturelles. En général, l'utilisation d'un seul modèle stochastique ou d'un seul algorithme basé sur les fractales suffit. Toutefois, la diversité géométrique de la surface nécessite parfois la combinaison de plusieurs méthodes : la surface finale est alors une superposition de surfaces élémentaires. Enfin, tous les concepts vus au sujet des surfaces rugueuses peuvent se généraliser aux milieux hétérogènes.

Les avantages et inconvénients des différentes méthodes de calcul de la rétrodiffusion laissent penser que la méthode FDTD n'est pas la meilleure pour prendre en compte les surfaces rugueuses. En effet, le maillage triangulaire associé à la MoM altère beaucoup moins les surfaces et les méthodes asymptotiques sont bien plus rapides. Toutefois, la méthode FDTD a été choisie pour deux raisons : d'une part, le laboratoire développe son propre outil de modélisation fondé sur cette méthode, d'autre part, sa polyvalence la rend seule capable de déterminer la diffraction des milieux hétérogènes.

Concernant l'antenne de Wu-King susceptible d'équiper une future mission martienne : son rendement, son gain et sa directivité sont très faibles. En revanche, son caractère extrêmement large bande autorise une utilisation au moins jusqu'à 50MHz soit dix fois plus que la fréquence prévue au départ. Quant on sait à quel point la conception d'une antenne large est délicate, il est vraiment dommage de ne pas l'utiliser au maximum de ces capacités, mais pour cela, il faudra revoir l'ensemble de l'électronique actuellement conçu. Toutefois, le jeu en vaut la chandelle. En effet, plus l'antenne fonctionne haut en fréquence et plus la zone aveugle du radar diminue. Bien sur, la profondeur de prospection diminue également. Néanmoins, une impulsion d'une durée de 0,1 μ s permet à la fois de réduire la zone aveugle à seulement 7,5 m (en considérant un sol d'indice moyen de 2) et de sonder le sol sans problème jusqu'à une profondeur de 75 m, distance correspondant à la zone aveugle avec une impulsion d'une durée de 1 μ s. Or pour sonder le sol jusqu'à une profondeur de 2500 m, il faut justement utiliser une impulsion de 1 μ s (fréquence centrale à 2MHz) et il a été démontré au cours de la troisième partie que si le sol situé dans la zone aveugle du radar est stratifié, alors l'interprétation des données a toute les chances d'être erronée. Le seul moyen de

surmonté le problème est donc bien d'utiliser une impulsion plus courte. Cela permettrait de déduire la fonction de transfert du sol sur une épaisseur correspondant à la zone aveugle du radar dans son fonctionnement bas en fréquence. Évidemment, pour que la méthode fonctionne, le sol doit être homogène sur les 7 premiers mètres mais cette hypothèse est bien plus raisonnable qu'une homogénéité sur 75 m !

Afin de réduire le poids du dispositif, une idée consistait à remplacer l'antenne dipolaire par un monopole. Malheureusement, on vérifie aisément qu'une capacité, dont la valeur est liée à la géométrie du châssis (taille & forme), s'instaure entre la borne négative du générateur et la masse. Il en résulte que l'impédance équivalente présentée aux bornes du générateur est très importante et limite le courant entrant dans l'antenne et par conséquent la puissance rayonnée. Le châssis de la sonde spatiale étant trop petit pour jouer le rôle de masse, la seule configuration raisonnablement envisageable est donc le dipôle.

En vue du problème inverse, nous avons tenté de relier l'impédance de l'antenne aux propriétés électromagnétiques de la surface du sol. Même si en théorie l'impédance de l'antenne varie dans le même sens que l'impédance du sol, le lien entre les deux semble difficile à établir en raison de l'extrême sensibilité de l'impédance de l'antenne face à la distance antenne-sol. De la même manière, le gain de l'antenne dépend fortement de la qualité du contact entre l'antenne et l'interface. Dans la pratique, il faudra impérativement prévoir une mesure de l'impédance de l'antenne ainsi qu'une mesure de la permittivité de surface. Une étude complémentaire devrait permettre d'établir si il est possible à partir de ces deux mesures, de déduire une hauteur équivalente et ainsi de proposer une évaluation numérique du gain.

Dans la troisième partie, nous avons établi une méthode analytique permettant de calculer rapidement le signal reçu lorsque le sol se compose d'une succession d'interfaces planes. Les tentatives d'inversion à partir de signaux réalistes nous ont permis de constater que le procédé d'inversion ne pouvait pas être entièrement automatisé. Parmi la multitude de minima locaux figurent beaucoup de propositions physiquement improbables et seulement quelques propositions réalistes. C'est donc à une personne spécialisée dans la détection radar de sélectionner les meilleures propositions. En outre, la présence de nombreux minima locaux n'a rien de surprenant au vu de l'étude sur les coefficients de réflexion et de transmission ainsi qu'au vu de l'étude sur l'épaisseur de peau. En particulier, lorsque les sols ont de faibles pertes, un même signal peut être interprété par différents jeux de paramètres (ϵ_r , σ). Par ailleurs, il serait intéressant de concevoir un nouveau modèle direct comprenant un sol homogène dans lequel serait disposé des objets diffractants. Un tel modèle serait certainement également capable d'interpréter des signaux provenant d'interfaces planes ou rugueuses. En raison de la non-unicité de la solution au problème inverse, tout modèle raisonnable aura de bonnes chances de proposer des solutions réalistes. Ainsi, le choix du modèle direct détermine la solution, d'où l'importance de vérifier les hypothèses du modèle. En effet, un grand nombre de problèmes pourraient être évités en validant l'hypothèse des interfaces planes. Pour cela, il faudrait avoir la possibilité de déplacer le radar. L'observation des B-scans permettrait de repérer facilement les zones rugueuses à éviter pour l'application de l'algorithme d'inversion. En outre, la méthode reste extrêmement sensible aux conditions aux limites, les caractéristique du sol

en surface doivent donc être déterminées avec le plus grand soin. En particulier, les recherches sur les sondes de permittivité doivent se poursuivre et la faisabilité de déduire la permittivité grâce à l'effet capacité de l'antenne reste à démontrer.

Enfin, la réalisation de B-scans par simulation commence à être possible grâce au développement rapide des calculateurs. On peut donc envisager une étude qui testerait les différents algorithmes de migration de données et d'inversion et qui déterminerait à partir de quand un milieu peut être considéré homogène ou à partir de quelle rugosité (cf. h_{rms} , L_C ...) une interface peut être considérée comme plane. Lorsque le sol ne contient ni interfaces rugueuses ni milieux hétérogènes, il serait également intéressant de développer un algorithme combinant tracé de rayon et méthode rigoureuse pour permettre un tracé rapide des B-scans et C-scans.

Finalement, les compétences acquises lors de ces recherches financées en grande partie par le conseil régional du Limousin¹ ont contribué à l'obtention par le laboratoire de nouveaux contrats et de communiquer à de nombreux congrès.

1 Bourse Régionale FSE (objectif 2 - développement de zone).

ANNEXE 1 - Calcul de la rétrodiffusion par la méthode des équations intégrales (IEM)

Soit une surface rugueuse définie par sa hauteur quadratique moyenne σ et sa fonction d'autocorrélation p .

La valeur approchée du coefficient de rétrodiffusion s'exprime de la façon suivante :

$$\sigma_{pp}^0 = (A+B+C) k^2 \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(4\sigma^2 k^2 \cos^2 \theta)^n}{n!} \cdot W^{(n)}(2k \sin \theta, 0) \quad (86.a)$$

$$A = \frac{1}{2} |f_{pp}|^2 \exp(-4\sigma^2 k^2 \cos^2 \theta) \quad (86.b)$$

$$B = \frac{1}{2} \Re(f_{pp}^* F_{pp}) \exp(-3\sigma^2 k^2 \cos^2 \theta) \quad (86.c)$$

$$C = \frac{1}{8} |F_{pp}|^2 \exp(-2\sigma^2 k^2 \cos^2 \theta) \quad (86.d)$$

avec :

$$f_{vv} = \frac{2R_{//}}{\cos \theta} \quad (86.e)$$

$$f_{hh} = -\frac{2R_{\perp}}{\cos \theta} \quad (86.f)$$

$$F_{vv} = 2 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \left[\left(1 - \frac{\epsilon_r \cos^2 \theta}{\mu_r \epsilon_r - \sin^2 \theta} \right) (1 - R_{//})^2 + \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) (1 + R_{//})^2 \right] \quad (86.g)$$

$$F_{hh} = 2 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} \left[4 R_{\perp} - \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r} \right) (1 + R_{\perp})^2 \right] \quad (86.h)$$

$$W^{(n)}(u, v) = \frac{1}{2\pi} \iint p^n(x, y) e^{-i(ux+vy)} dx dy \quad (86.i)$$

où k la norme du vecteur d'onde, θ l'angle d'incidence, ϵ_r et μ_r la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du sol, et $R_{//}$, R_{\perp} les coefficients de réflexion de Fresnel.

ANNEXE 2 - Calcul analytiquement de la fréquence de résonance d'un dipôle

Dans la première simulation de Holland ($a/l=57.10^{-6}$), le fil simulé a une longueur de 72 mètres (71 mailles de 1m plus 2x0,5m car la condition $I=0$ est appliquée au milieu de la maille) et un rayon de 2 mm. On entre alors dans le cadre de l'approximation des dipôles fins.

➤ fil mince

Pour un dipôle fin ($2a < \lambda/1000$), l'impédance d'entrée autour de la première résonance série peut être déterminée de façon approchée par [78 page 208] :

$$Z_e = 73,2 + j \left(42,5 - Z_c \cot \left(\frac{\pi L}{\lambda} \right) \right) \quad (87.a)$$

$$\text{avec } Z_c = 120 \left[\ln \left(\frac{\lambda}{2a} - 1 \right) \right] \quad (87.b)$$

Pour annuler la partie réactive, il faut :

$$\lambda_0 = \frac{\pi L}{\arctan \left(\frac{Z_c}{42,5} \right)} \quad (88)$$

Dans le cas de la simulation avec le formalisme de Holland, ($a=2$ mm et $L=72$ m), la satisfaction simultanée de (87.b) et (88) implique : $Z_c=1140 \Omega$ et $\lambda_0=147$ m soit $f_0=2,04$ MHz. L'antenne ne résonne pas exactement à $L/2$ mais plutôt à $L/2,05$.

Lorsque le fils a un rayon de 0.3 m, l'approximation des fils épais fournit de meilleurs résultats que l'approximation des fil minces.

➤ fil épais

Toujours d'après [78], l'impédance d'entrée du dipôle épais ($2a > \lambda/100$) peut s'approcher autour de la fréquence de résonance par :

$$Z_e = \left(73,2 - \frac{5400}{Z_c} \right) + j \left(43,5 - \frac{9700}{Z_c} \right) \quad (89)$$

$$\lambda_0 = \frac{2L}{1 - \frac{27}{Z_c} + \frac{2300}{Z_c^2}} \quad (90)$$

Pour un rayon grand et $L=71,7$, l'équation (89) impose à la résonance $Z_c=223 \Omega$ ce qui conduit à $\lambda_0=155$ m soit $f_0=1,94$ MHz.

BIBLIOGRAPHIE

Partie I

- [1] *"Traitement des données de télédétection"* - Michel Claude Girard, Colette M. Girard - ISBN : 2 10 004185 1, édition Dunod 1999
- [2] *"Introduction to surface roughness and scattering"* - J.M Bennet & Lars Mattson - Optical society of america, Washington D.C. 1989
- [3] *"Conception et optimisation d'une base compacte millimétrique de mesures d'antennes"* - Yannick Poupin - Thèse de doctorat, électronique des hautes fréquences et optoélectronique, Limoges 2002
- [4] *"Modélisation électromagnétique des effets de diffusion de surface et de volume des sols par la méthode des différences finies"* - Elodie Bachelier - Thèse 1999
- [5] *"Fractal Geometry of Nature"* - Benoît B. Mandelbrot 1982
- [6] *"Les objets fractals"* - Benoît B. Mandelbrot 1984
- [7] *"Physique et structures fractales"* - Jean-François Gouyet 1992 - ISBN : 2-225-82777-X
- [8] "Universalités et fractales" - Bernard Sapoval - 1997 - ISBN : 2-08-211207-1
- [9] *"The fractal geometry of some stylolites from the Calcare Massiccio Formation, Italy"* - Zvi Karcz, Christopher H. Scholz - Journal of structural geology 25 (2003) 1301-1316
- [10] *"Fractal characterisation of complexity in temporal physiological signals"* - A. Eke, P. Herman, L. Kocsis, L.R. Kozak - Physiological measurements 23 (2002), R1-R38
- [11] *"The control of stress history and flaw distribution on the evolution of polygonal fracture networks"* - G. W. Tuckwell, L. Lonergan, R.J.H. Jolly - Journal of structural geology 25 (2003) 1241-1250
- [12] *"The definition and rendering of terrain maps"* - Gavin S.P. Miller - Siggraph conference proceeding - Computer graphics, vol 20, number 4, 1986
- [13] *"Modélisation de surfaces rugueuses fractales et caractérisation"* - Samuel Besse, Alain Reineix - XIII^{èmes} Journées Nationales Microondes, mai 2003
- [14] *"Modélisation de milieux granuleux à l'aide de la méthode dite "Diamond-Square4D" - Application à la simulation de radars GPR par FDTD"* - Samuel Besse, Christophe Guiffaut, Alain Reineix - Numelec, octobre 2003

-
- [15] "*Application des fractales à la représentation de surfaces rugueuses*" - Alain Reineix, Patric Vaudon, S. Besse - 17ème Colloque International Optique Hertzienne et Diélectrique, septembre 2003
- [16] "Response of realistic soil for GPR applications with 2-D FDTD" - Bo Yang and Carey Rappaport - IEEE Transaction on Geoscience and remote sensing, vol. 39, n°6, juin 2001
- [17] "*Multiscale surface roughness and backscattering*" - A.T. Manninen - Progress in electromagnetics research, PIER 16, p175-203, 1997
- [18] "*On the effect of multi scale surface roughness on SAR data*" - Francesco Mattia, Thuy Le Toan, Malcolm Davidson, Pierre Borderies, Elodie Bachelier, Maurice Borgeaud - CEOS SAR - Toulouse 26-29 Octobre 1999
- [19] "*On the characterisation of Agricultural soil roughness for Radar Remote sensing studies*" - M. Davidson, T. Le Toan, F. Mattia, G. Satalino, T. Manninen, and M. Borgeaud. , IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 38, no 2, 630-640, March 2000
- [20] "*Validation of a rough surface model based on fractional Brownian geometry with SIRC and ERASME radar data over Orgeval*" - M. Zribi, V. Ciarletti, O. Taconet - Remote Sensing of environment 73:65-72 (2000)
- [21] "*Characterisation of the soil structure and microwave backscattering based on numerical three-dimensional surface representation : Analysis with a fractional brownian model*" - M. Zribi, V. Ciarletti, O. Taconet, J. Paillé and P. Boissard - Remote Sensing of environment 72:159-169 (2000)
- [22] "*Couplage de méthodes asymptotiques et de la technique du lancer de rayons pour le calcul du champ rayonné par des objets métalliques 3D complexes*" - Grégory Ramière - Thèse soutenue en septembre 2000 à l'ONERA
- [23] "*A study of rough surface scattering phenomena in LMDS Band (28GHz)*" - Cindy Lin Dillard (Chin-Yau Lin) - thèse soutenue le 27 février 2003 à "the faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State university"
- [24] "*Scattering of electromagnetic waves volume I, Theories and applications*" - Leung Tsang, Jin Au Kong & Kung-Hau Ding - 2000 - ISBN : 0-471-38799-1
- [25] "*Scattering of electromagnetic waves volume II, Numerical simulations*" - Leung Tsang, Jin Au Kong, Kung-Hau Ding, Chi On Ao - Juin 2001 - ISBN : 0-471-38800-9
- [26] "*Scattering of electromagnetic waves volume III, Advanced topics*" - Leung Tsang, Jin Au Kong - mai 2001 - ISBN : 0-471-38801-7
- [27] "*Computational electrodynamics : The Finite-Difference Time-Domain Method*" - Allen Taflove - ISBN : 0-89006-792-9
- [28] "*Scattering properties of a statistically rough interface inside a piecewise homogeneous stratified medium*" - A.G. Yarovoy, R.V. de Jongh and L.P. Ligthart - Proc. URSI International Symposium on Electromagnetic Theory, Thessaloniki, Greece, May 25-28, 1998, pp. 680-682
- [29] "*Radar images of rough surface scattering : Comparaison of numerical and analytical models*" - Hyunjun Kim, Joel T. Johnson - IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. 50, n° 7, july 2002

-
- [30] *"Forward-Backward Method for Scattering From Dielectric Rough Surfaces"* - Antonio Iodice - IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. 50, n° 2, february 2002
- [31] *"Forward-Backward : A new method for computing low-grazing angle scattering"* - D. Holliday, L. L. DeRaad, and G. C. St-Cyr - IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. 44, May 1996
- [32] *"Weighted curvature approximation : numerical tests for 2D dielectric surfaces"* - Charles-Antoine Guérin, Gabriel Soriano, Tanos Elfouhaily, Institut Fresnel de Marseille en France - Waves in Random Media 14 (mai 2004) 349-363
- [33] *"Local and non-local curvature approximation : A new asymptotic theory for wave scattering"* - Tanos Elfouhaily, Stephan Guignard, Ra'id Awadallah, Donald R Thompson - Waves in Random Media 13 (septembre 2003) 321-337
- [34] *"Méthode de Kirchhoff avec ombre appliquée à la diffusion électromagnétique par une couche rugueuse diélectrique 1D"* - N. Dechamps, C. Bourlier, N. de Beaucoudrey, S. Toutain - Numelec2003

Partie II

- [35] *"Conception et réalisation d'un radar subsurface à saut de fréquence"* - Nicolas Verneuil - Thèse soutenue à l'université de Rennes 1 en juin 2000, N° d'ordre 2349
- [36] *"Radar subsurface ultra large bande a impulsion synthétique : application à la détection de canalisations"* - J.Y. Dauvignac, X. Dérobert, E. Le Brusq, L. Laguerre, Ch. Pichot - XIII^{èmes} Journées Nationales Microondes, mai 2003
- [37] *"Analyse des signatures de cibles à l'aide du radar HF-VHF multifréquence et multipolarisation MOSAR"* - Arnaud David - Thèse soutenue le 29 octobre 1999 à l'université de Rennes 1 mention traitement du signal et télécommunications, n°ordre 2235
- [38] *"Ground-Penetrating radar applications in paleolimnology"* - Brian J. Moorman - W.M. Last & J.P. Smol (eds), 2001. Tracking environmental change using lake sediments : Physical and Chemical Techniques. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands
- [39] *"Les antennes - Calcul et conception des dispositifs en ondes centimétriques et millimétrique tome 2"* - Léo Thourel - 1990 - ISBN : 2-85428-235-3
- [40] *"A logarithmic spiral antenna for 0,4 to 3,8 GHz"* - Jesper Thaysen, Kaj B. Jakobsen and Jorgen Appel-Hansen - Applied Microwave & Wireless magazine p. 32-45, vol. 11, n°5, février 2001
- [41] *"The radiation pattern of a logarithmic spiral antenna"* - J. Thaysen, J. Appel-Hansen, and K. B. Jakobsen - 2001 URSI International Symposium on Electromagnetic Theory, Victoria, British Columbia, Canada, pp. 25-28, May 2001
- [42] *"Resonance Phenomena of Log-Periodic Antennas : Characteristic-Mode Analysis"* - Martin Hilbert, Mark A. Tilston and Keith G. Balmain - IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. 37, n°10, october 1989

-
- [43] "*Antenne planaire log-périodique très large bande (4 - 160 GHz)*" - C. Ulysse, A. Meraj, A. Gaugue, C. Letrou, A. Kreisler - OHD 2001
- [44] "*Génération et détection de rayonnement térahertz à l'aide d'antennes photoconductrices*" - S. Matton, G. Mouret, R. Bocquet - 17ème Colloque International Optique Hertzienne et Diélectrique, septembre 2003
- [45] "*An efficient ultra-wideband bow-tie antenna*" - A.A. Lestari, A.G. Yarovoy and L.P. Ligthart - Proc. of the 31st European Microwave Conference, London, UK, Sept. 25-27, 2001
- [46] "*Non-planar log-periodic antenna feed for integration with a cryogenic microwave amplifier*" - G. Angargiola, University of California, Radio astronomy lab, Berkeley, CA - 2002 IEEE AP-S/URSI National radio science Meeting San Antonio, TX
- [47] "*Wide Band Scissors Antenna*" - J. Andrieu, B. Beillard, Y. Imbs - French patent - n°99 14940, november 1999. International patent - FR 0002905, october 2000
- [48] "*A dual-band dual-polarized nested Vivaldi slot array with multilevel ground plane*" - H. Loui, J. Peeters Weem, Z. Popovic - IEEE Trans. Antennas and Propagation, pp.2168-2175, 2003
- [49] "*Twin Vivaldi antenna fed by coplanar waveguide*" - Linardou, Migliaccio, Laheurte, Papiernik - CNRS, université de Nice - Electronics Letters vol 33 n°22 pp 1825-1837, 23 octobre 1997, ISSN : 0013-5194
- [50] "*Balanced antipodal Vivaldi antenna for wide bandwidth phased arrays*" - J.D.S. Lanley, P.S. Hall, P. Newham - Proceeding on Microwave Antennas Propagation, vol. 143 n°2, 1996
- [51] "*Antennes pré-fractales compactes à polarisation circulaire*" - M. Ben Abdillah, H. Aubert, O. Pascal - 17ème Colloque International Optique Hertzienne et Diélectrique, septembre 2003
- [52] "*Generalised Sierpinski fractal multi-band Antenna*" - Jordi Romeu and Jordi Soler - IEEE Transaction antennas and propagation, vol. 49, n°8, août 2001
- [53] "*The Koch monopole : A small fractal antenna*" - C. Puente Baliarda, J. Romeu and A. Cardama - IEEE Transaction antennas and propagation, vol. 48, n°11, novembre 2000
- [54] "*Fractal Antenna Elements and Arrays*" - X. Yang, J. Chiochetti, D. Papadopoulos, L. Susman - Applied Microwave & Wireless magazine p. 34-46, vol. 11, n°5, mai 1999
- [55] "*Numerical studies of the radiation patterns of resistively loaded dipoles*" - Steven A. Arcone - Journal of applied Geophysics 33 (1995) p39-52
- [56] "*Directive properties of antennas for transmission into a material half-space*" - Glenn S. Smith - IEEE transactions on antennas and propagation, vol. AP-32, n°3, march 1984
- [57] "*GPR H-Plane antenna patterns for a horizontal dipole on a half space interface*" - Stanley J. Radzevicius, Jeffrey J. Daniels - Eighth international conference on ground penetrating radar GPR 2000

-
- [58] *"Determination of the ice dielectric permittivity using the data of the test in antarctica of the ground-penetrating radar for Mars'98 Mission"* - Alain Herique and Wlodek Kofman - IEEE Transactions on geoscience and remote sensing, vol 35, number 5, septembre 1997
- [59] *"Comportement du rayonnement d'une antenne posée sur un sol à faibles pertes - Application à Netlander"* - Samuel Besse, Alain Reineix, J.J. Berthelie - XIII^{èmes} Journées Nationales Microondes, mai 2003
- [60] *"The GPR experiment on Netlander"* - J.J. Berthelie, A. Reineix, P. Paillou, et al. - Planetary and space science 48 (2000) p1161-1180
- [61] *"A rover deployed ground penetrating radar on Mars"* - J.A. Grant, B.A. Campbell and A.E. Schutz - Conference on the geophysical detection of subsurface water on Mars (2001)
- [62] *"Orbital SAR and ground-penetrating radar for Mars : complementary tools in the search for water"* - B.A. Campbell, J.A. Grant - Concepts and approaches for Mars exploration 2000
- [63] *"The Cylindrical Antenna with Nonreflecting Resistive Loading"* - T.T Wu and R.W.P. King - Fellow, IEEE, 1964 (plus correctif de L.C. Shen and R.W.P. King, 1965)
- [64] *"Improved Impedance Loading for Wideband Antennas"* - Richard A Formato, K1POO - VHF Communication magazine 1996/1 p.20-29
- [65] *"A study of transient radiation from the Wu-King resistive monopole - FDTD analysis and experimental measurement"* - James G. Maloney and Glenn S. Smith - IEEE transactions on antennas and propagation, vol. 41, n°5, mai 1993
- [66] *"Etude électromagnétique du Ground Penetrating Radar de Netlander destiné au sondage du sous-sol martien"* - Benoît Martinat - Thèse soutenue le 27 septembre 2001 à l'université de Limoges faculté des sciences
- [67] *"An improved near to far zone transformation for the finite-difference time-domain method"* - T. Martin - IEEE transactions on antennas and propagation, vol. 46, n°9, septembre 1998
- [68] *"An FDTD Near to Far Zone Transformation for Scatterers Buried in Stratified Ground"* - Kenneth Demarest, member IEEE, Zhubo Huang, Student member, IEEE, and Richard Plumb, senior member, IEEE - IEEE transactions on antennas and propagation, vol. 44, n°8, septembre 1996
- [69] *"A finite-difference time-domain near zone to far zone transformation"* - R. Luebbers, K. Kunz, M. Schneider, F. Hunsberger - IEEE transactions on antennas and propagation, vol. 39, n°4, avril 1991
- [70] *"Finite difference analysis of EMP coupling to thin struts and wires"* - R. Holland, L. Simpson - IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, vol. 23, n°3, pp 88-89, Mai 1981
- [71] *"Fils et méthodes d'éléments finis pour les équations de Maxwell. Le modèle de Holland revisité"* - Francis Collino et Florence Millot - INRIA, rapport de recherche n°3472, Août 1998, 78 pages
- [72] *"FDTD-SPICE Analysis of High-Speed Cells in Silicon Integrated Circuits"* - Neven Orhanovic, and Norio Matsui - IEEE ECTC, Mai 2002

-
- [73] "*Contribution à la simulation électromagnétique dans le domaine temporel*" - Cyril Giraudon - Thèse soutenue en septembre 2002 à l'université de Limoges, n° d'ordre : 29-2002
- [74] "*FDTD-SPICE Analysis of EMI and SSO of LSI ICs Using a Full Chip Macro Model*" - Neven Orhanovic, Norio Matsui, and Hiroshi Wabuka - IEEE EMC, Avril 2002
- [75] "*Electromagnetic subsurface radar using the transient field radiated by a wire antenna*" - Pierre Degauque and Jean-Pierre They - IEEE transactions on geoscience and remote sensing, vol. GE-24, n°6, novembre 1986
- [76] "*Micro-ondes, Circuits passifs, propagation, antennes*" - Paul F. Combes - ISBN : 2 10 002753 0
- [77] "*Bases de l'ingénierie Micro-Onde*" - André Vander Vost, Danielle Vanhoenacker-Janvier - année 1996 - ISBN : 2-8041-2126-7
- [78] "*Transmission, Propagation et Rayonnement*" - André Vander Vost - année 1995 - ISBN : 2-8041-2066-X
- Partie III*
- [79] "*Problèmes Inverses*" - Michel Kern - Formation scientifique et technique, école supérieure d'ingénieurs Léonard De Vinci - Septembre 2001, CS 305
- [80] "*Inverse problems*" - J.B. Keller - Amer. Math. Monthly, 73 : 2-23, 1996
- [81] "*Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations*" - J. Hadamard - Yale University Press, 1923
- [82] "*Time-Frequency Toolbox for use with matlab*" - François Auger, Patrick Flandrin, Paulo Gonçalves, Olivier Lemoine (CNRS et Rice University) - Tutorial 1995-1996
- [83] "*The application of ground-penetrating radar to the study of glacial hydrology*" - Brian J. Moorman, Frederick A. Michel - GPR'98 (International Conference on Ground Penetrating Radar), Lawrence (Kansas), 27-30 May 1998
- [84] "*Local geoelectrical models of the Martian subsurface for shallow groundwater detection using sounding radars*" - E. Heggy, P. Paillou, F. Costard and N. Mangold, G. Ruffie and F. Demontoux, G. Grandjean, J. M. Malzieux - Journal of geophysical research, vol. 108, n°. E4, 8030, doi : 10.1029/2002JE001871, 2003
- [85] "*On water detection in the martian subsurface using sounding radar*" - E. Heggy, P. Paillou, G. Ruffie, J. M. Malezieux, F. Costard, and G. Grandjean - ICARUS (International Journal of Solar System Studies) Vol. 154, Number 2, December 2001, paper 244
- [86] "*Predictive Models for the Breeder genetic algorithm : I. continuous parameter optimisation*" - H. Mühlenbein and D. Schlierkamp-Voosen - Evolutionary computation, 1993, vol. 1, n°1, 25-49
- [87] "*Inversion for seismic anisotropy using genetic algorithms*" - Steve Horn, Colin MacBeth - Geophysical prospecting, 1994, 42, 953-974

-
- [88] "*Genetic algorithm optimization applied to electromagnetics : A review*" - Daniel S. Weile, Eric Michielssen - IEEE transactions on antennas and propagation - vol. 45, n°3, march 1997
- [89] "*An Image Reconstitution Method Using GPR Data*" - Zhixiong Wu and Liu, senior Memner, IEEE - IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing, vol. 37, n°1, january 1999
- [90] "*Ground penetrating radar inversion in 1-D : an approach for the estimation of electrical conductivity, dielectric permittivity and magnetic permeability*" - O. Lazaro-Mancilla, E. Gomez-Trevino - Journal of Applied Geophysics 43 (2000) 199-213
- [91] "*Genetic Algorithm Toolbox, User's guide*" - Andrew Chipperfiel, Peter Fleming, Hartmut Pohlheim and Carlos Fonseca - Department of automatic control and systems engineering, university of Sheffield (UK)
- [92] "*Radar penetration in soils : towards a new system for subsurface Earth observation*" - G. Grandjean, P. Paillou, P. Dreuillet, P. Dubois, J.C. Souyris, N. Baghdadi and J. Achache - CEOS SAR - Toulouse 26-29 Octobre 1999
- [93] "*Robust frequency estimation using elemental sets*" - Gordon. K. Smyth, departement of mathematics, university of Queensland, and Douglas. M. Hawkins, department of applied statistics, university of Minnesota - Journal of Computational and Graphical Statistics 9, 196-214 (2000)
- [94] "*Positive-Breakdown Robust Methods in Computer Vision*" - Peter .J. Rousseeuw, and Stephan Van Aelst, departement of mathematics and computer science, university of Antwerp - Computing Science and Statistics vol. 31, pp 451-460 (1999)
- [95] "*The Least Trimmed Squares Estimate in Nonlinear Regression*" - Yeh-ling Chen, Arnold Stromberg, and Mai Zhou, departement of statistics, university of Kentucky - Rapport technique, September 1997
- [96] "*Signal processing of ground penetrating radar using spectral estimation techniques to estimate the position of buried targets*" - Shanker Man Shrestha and Ikuo Arai - Eurasip Journal of Applied Signal Processing, 2003 p.1198-1209
- [97] "*Signal Processing of Ground Penetrating Radar Using Super Resolution Technique*" - Shanker Man Shrestha, Ikuo Arai, Takashi Miwa and Yoshiyuki Tomizawa (The University of Electro-Communications, Tokyo) - 2001 IEEE Radar Conference Papers
- [98] "*Surface-Penetrating Radar*" - D.J. Daniels - IEE Radar, sonar, navigation and avionics series 6, (1996), ISBN : 0 085296 862 0
- [99] "*REFLEX, program for processing and interpretation of reflection and transmission data*" - K. J. Sandmeier, Karlsruhe - Guide de l'utilisateur 2003
- [100] "*Dielectric Properties of Snow in the 3 to 37 GHz Range*" - M. Hallikainen, F.T. Ulaby, M. Abdelrazik - IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-34, No. 11, November 1986, pp.1329-1339
- [101] "*Microwave permittivity of dry snow*" - C. Mätzler - IEEE transactions geosciences remote sensing n°34, pp.573-581 (1996)

-
- [102] "*Tomographic imaging of a snowpack*" - Richard Fortin, Richard Fortier - 58th Eastern swon conference, Ottawa, Ontario, Canada, 2001
- [103] "*Radar Sensing of thin surface layers and near-surface buried objects*" - Kevin O'Neill - IEEE transactions on antennas and propagation - vol. 31, n°1, janvier 2000
- [104] "*Simulations of ground-penetrating radars over lossy and heterogeneous grounds*" - Levent Gürel, senior member IEEE, and Ugur Oguz - IEEE transactions on geoscience and remote sensing, vol. 39, n°6, juin 2001
- [105] "*Dielectric constant determination using ground-penetrating radar reflection coefficients*" - Philip M. Reppert, F. Dale Morgan, M. Nafi Toksöz - Journal of applied Geophysics 43 (2000) 189-197
- [106] "*Radar Response Approximations for Buried Plastic Landmines*" - F. Roth, P. van Genderen and M. Verhaegen - Proc. GPR 2002, SPIE vol. 4758, 9th International Conference on Ground Penetrating Radar, Santa Barbara, USA, 29 April-2 May, 2002, pp. 234-239
- [107] "*Host Medium Transformation of the Early-Time Radar Response of a Buried Dielectric Target*" - F. Roth, P. van Genderen and M. Verhaegen - Proc. IGARSS 2003, IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Toulouse, France, 21-25 July, 2003, Vol. 2, pp. 1356-1358
- [108] "*Inversion Scheme for ground penetrating radar that takes into account the planar air-soil interface*" - Thorkild B. Hansen and Peter Johansen - IEEE transactions on geoscience and remote sensing vol. 38, n°1, janvier 2000
- [109] "*An imaging algorithm of objets in a lossy-dispersive medium for subsurface radar-data processing*" - Toru Sato, Toshio Wakayama, and Kazuhisa Takemura - IEEE transactions on geoscience and remote sensing, vol. 38, n°1, janvier 2000
- [110] "*Characterization of local 3D rough surface using UWB near-range phase-based GPR signatures from wide-beamwidth antennas*" - B. Sai and L.P. Ligthart - 0-7803-7537-8/02 - 2002 IEEE

Étude théorique de radars géologiques : analyses de sols, d'antennes et interprétation des signaux

➤ Résumé :

Les radars géologiques jouent un grand rôle pour la prospection non destructive dans des domaines aussi variés que le génie civil ou la recherche spatiale : détection d'objets enfouis, recherche d'eau liquide dans le sol de Mars... Leur évolution nécessite études théoriques et simulations rigoureuses afin de se focaliser sur les phénomènes physiques.

La 1^{ère} partie de ce mémoire porte sur la génération de sols réalistes et sur le calcul du champ diffracté.

La 2^{ème} partie rappelle le principe des antennes large bande et détaille le fonctionnement de l'antenne amortie selon le modèle de Wu-King.

La 3^{ème} partie relative à l'interprétation des échos radars propose un modèle analytique déterminant le signal reçu lorsque le sol se compose d'une succession d'interfaces planes. Combiné à un algorithme génétique, ce modèle permet d'inverser des résultats de simulations. Enfin, une méthodologie permettant l'obtention de B-scans est développée pour visualiser la signature d'objets.

Mots clés : radar GPR, surface rugueuse, milieu hétérogène, fractal, rétrodiffusion, antenne large bande, Wu-King, FDTD, problème inverse, algorithme génétique, B-scan

Theoretical studies of GPR : soils, antennas and signal interpretation analysis

➤ Abstract :

Ground Penetrating Radars (GPR) contribute in non-destructive survey in various domains as engineering or spatial research : buried objects detection, liquid water in the ground of Mars prospecting... Their evolution requires theoretical studies and rigorous simulations to focus on the physical phenomena.

The 1st part of this manuscript deals with realistic soils generation and scattered field estimation.

The 2nd part recalls the principle of wide bandwidth antennas and describes the functioning of Wu-King loaded dipole.

The 3rd part related to echo interpretation proposes an analytical model which determine the received signal when the soil is composed of a succession of smooth interface. Coupled to genetic algorithm, this model inverts simulated datas. Finally, a methodology allowing the drawing of B-scans is developed for the visualization of objet's response.

Key words : GPR radar, rough surface, heterogeneous layer, fractal, back-scattering, large bandwidth antennas, Wu-King, FDTD, inverse problem, genetic algorithm, B-scan