

**UNIVERSITE DE LIMOGES**  
**ECOLE DOCTORALE Science – Technologie – Santé**  
**FACULTE DES SCIENCES ET TECHNIQUES**

**Année : 2003**

**Thèse N° [ ]**

**Thèse**  
Pour obtenir le grade de  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LIMOGES**

**Discipline : Électronique des Hautes Fréquences et Optoélectronique**  
**Spécialité : Télécommunications**

Présentée et soutenue par

**Francisco Javier Casas Reinares**

Le 28 Novembre 2003

<b>Techniques de réduction d'Ordre des Modèles de Circuits Haute Fréquence Faiblement non Linéaires</b>
---

**Thèse dirigée par Joaquín Portilla et Raymond Quéré**

**JURY :**

M J. OBREGON	Professeur à l'Université de Limoges	Président
M Y. DEVAL	Maître de Conférences à l'Université de Bordeaux	Rapporteur
M L. PRADELL	Professeur à l'Universitat Politècnica de Catalunya	Rapporteur
M A. MALLET	Ingénieur au C.N.E.S.	Examineur
M Y. ROLAIN	Professeur à la Vrije Universiteit Brussel	Examineur
M J.C. VAREILLE	Professeur à l'Université de Limoges	Examineur
M J. F. VILLEMAZET	Ingénieur à Alcatel Space	Examineur
M J. PORTILLA	Professeur à l'Université du Pays Basque	Examineur
M R. QUERE	Professeur à l'Université de Limoges	Examineur



# Remerciements

Ce travail a été effectué à l'Institut de Recherche en Communications Optiques et Micro-ondes de l'Université de Limoges (I.R.C.O.M.), Unité Mixte de Recherche n° 6615 du Centre National de Recherche Scientifique (C.N.R.S.), au sein de l'équipe "Circuits et sous-ensembles électroniques non linéaires hautes fréquences", et au Département d'Électricité et Électronique de la Faculté de Sciences de la Université du Pays Basque (D.E.E.). Je remercie Monsieur le Professeur P.Y. GUILLON, Directeur de l'I.R.C.O.M., ainsi qu'à Monsieur le Professeur J.M. BARANDIARÁN, Directeur du Département d'Électricité et Électronique, de m'avoir accueilli dans l'I.R.C.O.M. et le D.E.E. respectivement.

Je remercie également Monsieur le Professeur J. OBREGON, anciennement responsable de l'équipe "Circuits et sous-ensembles électroniques non linéaires hautes fréquences" pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de présider le jury de cette thèse.

Je tiens tout particulièrement à adresser mes remerciements à Monsieur le Professeur R. QUERE, responsable de l'équipe "Circuits et sous-ensembles électroniques non linéaires hautes fréquences" pour la confiance et le soutien apporté tout au long de cette thèse, pour ses compétences et sa disponibilité dont il a fait preuve en dirigeant ce travail.

J'exprime mes sincères remerciements à Monsieur J. PORTILLA Professeur à l'Université du Pays Basque pour ses compétences et la très grande disponibilité dont il a fait preuve en co-dirigeant cette thèse. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour le soutien apporté qui m'a permis de concrétiser ce travail.

Je tiens également à exprimer toute ma gratitude à Monsieur L. PRADELL Professeur à l'Université Polytechnique de Catalogne et à Monsieur Y. DEVAL Professeur à l'Université de Bordeaux, d'avoir accepté de juger ce travail en qualité de rapporteurs.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur A. MALLET Ingénieur au Centre National d'Etudes Spatiales (C.N.E.S.) et Monsieur J. F. VILLEMAZET Ingénieur à Alcatel Space pour avoir bien voulu examiner ce travail et participer à ce jury et pour le support économique qui a permis la réalisation de cette thèse.

J'adresse également mes remerciements à J.C. VAREILLE Professeur à l'Université de Limoges et Directeur de l'Ecole Doctorale STS et à Y. ROLAIN Professeur à la Vrije Universiteit Brussel pour avoir bien voulu examiner ce travail et participer à ce jury.

J'exprime également toute ma gratitude à Monsieur J. JUGO Professeur à l'Université du Pays Basque, par son aide et appui dans toute ce qui concerne à la vision de l'électronique du point de vue de la automatique.

Je remercie Monsieur J. M. COLLANTES, Professeur à l'Université du Pays Basque, pour son appui et son aide dans tout le concernant au développement de cette thèse pendant ces dernières années.

J'adresse également mes remerciements à D. LOPEZ, Docteur de l'Université de Limoges pour son aide les premiers mois à Brive, à S. FORESTIER, Docteur de l'Université de Limoges, à A. ANAKABE et à L. LEON, Doctorants au D.E.E. à Leioa, pour son aide et pour les échanges enrichissants que nous avons pu avoir au cours de cette thèse.

Enfin, je remercie tous les membres de l'équipe "Circuits et sous-ensembles électroniques non linéaires hautes fréquences" et "antennes" des sites de Limoges et de Brive que j'ai côtoyés pendant mon stage de deux années dans une excellente ambiance de la même façon qu'à tous les membres du l'équipe de RF et Micro-ondes du Département d'Électricité et Électronique de l'Université du Pays Basque.

# Résumé

## **Techniques de Réduction d'Ordre des Modèles de Circuits Haute Fréquence Faiblement non Linéaires.**

Le travail présenté dans ce mémoire concerne la modélisation système des circuits conformant têtes d'émission et réception de télécommunications. Le premier chapitre sert à mettre en évidence le besoin des modèles réduits, capables de caractériser de forme précise le comportement des circuits et systèmes, ainsi qu'à réviser l'état de l'art de ce domaine. Le deuxième chapitre est consacré aux méthodes de réduction de modèles pour des circuits pompés et non pompés, qui présentent un comportement entrée-sortie linéaire avec mémoire. Ensuite, une technique de réduction pour des circuits pompés, faiblement non linéaires avec mémoire est proposée dans le troisième chapitre. Dans le quatrième chapitre, les méthodes développées sont appliquées à la modélisation d'une chaîne d'émission et de réception. Finalement, les conclusions et perspectives de ce travail sont présentées au dernier chapitre.

**Mots-clefs:** Simulation des systèmes, RF et micro-ondes, translation de fréquence, modèles réduits, têtes d'émission et réception, circuits pompés, comportement linéaire et faiblement non linéaire, équivalent en bande de base.

# Abstract

## **Model-Order Reduction Techniques for Weakly non Linear High Frequency Circuits.**

The work reported deals with system-level modelling techniques of microwave circuits commonly employed in emission and reception telecommunications channels. The need of reduced models for simulation of communication systems is discussed, and the state of the art of this activity is summarized in the first chapter. The second chapter focus on model reduction methods for pumped and non-pumped circuits exhibiting a linear input-output behaviour. Then, in the third chapter, a model reduction technique for pumped weakly non linear circuits with memory is presented. In the fourth chapter, the proposed methods are applied to the modelling and simulation of a transmitter and receiver. Finally, the conclusions and perspectives of this work are summarised.

**Keywords:** System simulation, RF and Microwaves, frequency translation, model reduction, emission and reception channels, pumped circuits, linear and weakly non linear behaviour, low-pass equivalent.

# Table des matières

<b>Introduction Générale.....</b>	<b>19</b>
<b>Chapitre 1</b>	<b>MODÉLISATION ET SIMULATION DES</b>
<b>SYSTÈMES DE COMMUNICATION : INTRODUCTION ET FONDEMENTS .....</b>	<b>21</b>
1.I. Introduction.....	23
1.I.1. Méthodes d'Évaluation de Systèmes de Communication.....	24
1.II. Simulation de Systèmes de Communications.....	26
1.II.1. Application de la Simulation à la Conception des Systèmes de Communications ...	26
1.II.2. Techniques de Simulation .....	28
1.II.2.1. La Simulation Temporelle .....	29
1.II.2.2. L'Équilibrage Harmonique.....	30
1.II.2.3. La Simulation d'Enveloppe .....	32
1.II.2.3.1. Principe Théorique .....	32
1.II.2.3.2. Dimensionnement de l'analyse.....	34
1.II.2.3.3. Résultats.....	34
1.III. Concepts de base de la Modélisation des Systèmes.....	36
1.III.1. Modélisation des Systèmes .....	37
1.III.2. Modélisation des Composants.....	38
1.III.3. Erreurs et Validation des Modèles .....	38
1.IV. Techniques de Modélisation Pour la Simulation des Systèmes.....	40
1.IV.1. Modèles Boîte Noire .....	40
1.IV.2. Techniques de Réduction d'Ordre des Modèles .....	41
1.IV.2.1. Techniques de Réduction pour des Systèmes Passifs .....	41
1.IV.2.2. Techniques de Réduction des Systèmes Non Linéaires.....	42
1.IV.2.2.1. Techniques Basées sur le Développements en Séries de Puissance et Volterra.....	42
1.IV.2.2.2. Divers Techniques de Réduction, Modélisation et Analyse .....	43
1.V. Conclusions .....	44
<b>Chapitre 2</b>	<b>TECHNIQUES DE REDUCTION DE MODELES</b>
<b>APPLIQUEES A DES CIRCUITS « LIT » ET « LVT ».....</b>	<b>49</b>
2.I. Introduction.....	51
2.II. Systèmes Linéaires et Invariants dans le Temps (LIT) .....	52

2.II.1. Réponse Harmonique et Fonction de Transfert.....	53
2.II.2. Réponse Impulsionnelle et Produit de Convolution .....	55
2.II.2.1. Interprétation de la Relation de Convolution .....	55
2.II.3. Causalité et Stabilité des Filtres.....	56
2.II.4. Exemple de Filtre : Equation Différentielle Linéaire à Coefficients Constants .....	57
2.III. Systèmes Linéaires et Variants dans le Temps (LVT).....	59
2.III.1. Description des Systèmes LVT dans le Domaine du Temps .....	59
2.III.2. Description des Systèmes LVT dans le Domaine de la Fréquence.....	60
2.III.3. Modélisation des Systèmes LVT.....	61
2.IV. Signaux et Systèmes Équivalents en Bande de Base .....	63
2.IV.1. Transformée de Hilbert .....	64
2.IV.2. Signaux Modulés Équivalents en Bande de Base .....	65
2.IV.3. La Transformée de Hilbert dans l'Analyse des Systèmes.....	67
2.IV.3.1. Équivalent en Bande de Base d'un Filtre Passe-bande .....	68
2.IV.3.2. Équivalence en Bande de Base de Filtres Passe-bande Représentés par la Fonction de Transfert de Laplace.....	72
2.V. Techniques de Réduction de Modèles pour des Circuits LIT .....	74
2.V.1. Identification de Systèmes dans le Domaine de la Fréquence .....	74
2.V.1.1. Exemple de Réduction de Modèles au Moyen de Techniques d'Identification. 77	
2.V.2. Réduction des Systèmes par Techniques de Groupement de Pôles .....	78
2.V.2.1. Introduction à la Reconnaissance de Formes .....	79
2.V.2.2. Exemple d'Application des Techniques de Groupement de Pôles.....	81
2.VI. Techniques de Réduction de Modèles pour des Circuits LVT .....	84
2.VI.1. Modélisation de la Partie Linéaire .....	85
2.VI.2. Modélisation de la Partie Non Linéaire .....	86
2.VI.3. Adaptation du Modèle à des Simulations dans le Domaine du Temps.....	87
2.VI.3.1. Implémentation des Circuits Equivalents .....	88
2.VI.3.2. Caractéristiques du Modèle Obtenu.....	91
2.VI.4. Réduction du Temps de Simulation. Equivalents en Bande de Base (EEB) de Circuits .....	91
2.VII. Application des Techniques de Réduction à la Modélisation d'un Modulateur I-Q en Bande K.....	94
2.VII.1. Modèle Défini dans le Domaine de la Fréquence.....	95



2.VII.2. Adaptation à des Simulations dans le Domaine du Temps.....	102
2.VII.3. Équivalent en Bande de Base du Modèle .....	106
2.VII.3.1. Application de l'Équivalent en Bande de Base .....	109
2.VIII. Conclusions et Perspectives .....	111
<b>Chapitre 3</b>	
<b>TECHNIQUES DE REDUCTION D'ORDRE DE</b>	
<b>MODELES APPLIQUEES A DES CIRCUITS FAIBLEMENT NON LINEAIRES ..</b>	<b>115</b>
3.I. Introduction.....	117
3.II. Effets et Modélisation des Phénomènes non Linéaires .....	119
3.II.1. Effets des non-linéarités .....	121
3.II.1.1. Compression de Gain.....	121
3.II.1.2. Distorsion par Intermodulation .....	122
3.II.1.3. Distorsion Non Linéaire et Caractérisation des Effets de l'Intermodulation dans les Éléments Radiofréquences.....	126
3.II.1.3.1. L'ACPR : Adjacent Channel Power Ratio .....	127
3.II.1.3.2. L'EVM : Error Vector Measurement .....	127
3.II.1.3.3. Le NPR : Noise Power Ratio .....	130
3.II.2. Modélisation de Systèmes Non Linéaires .....	131
3.II.2.1. Modèles Passe-Bande Sans Mémoire.....	132
3.II.2.2. Modèles Avec Mémoire .....	135
3.III. Modélisation de Circuits Non Linéaires Haute Fréquence par Réduction d'ordre des Sous-Circuits Linéaires .....	139
3.IV. Application de la Technique de Réduction d'ordre du Sous-Circuit Linéaire à la Modélisation d'un Amplificateur et un Modulateur .....	141
3.IV.1. Modélisation d'un Amplificateur de Puissance à 1 GHz.....	141
3.IV.1.1. Validation du Modèle.....	143
3.IV.1.2. Application du Modèle.....	143
3.IV.2. Modélisation du Modulateur I-Q en Bande K .....	147
3.V. Technique de Réduction de Modèles pour des Circuits Faiblement Non Linéaires [11]	
.....	150
3.V.1. Modélisation du Sous-Circuit Linéaire .....	151
3.V.2. Modélisation du Sous-Circuit Non Linéaire .....	151
3.V.2.1. Equivalent en Bande de Base des Parasites du Sous-Circuit Non Linéaire .....	151
3.V.2.2. Obtention de l'EBB des Non Linéarités Pures.....	153



## Liste des tableaux

<i>Table 2.1 : Comparaison des temps de simulation des modèles complets et réduits sur un PC avec un microprocesseur à 700 MHz. ....</i>	100
--	-----



## Liste des figures

<i>Figure 1.1 : Décomposition utilisée dans l'analyse par équilibrage harmonique. ....</i>	30
<i>Figure 1.2 : Structure en forme de diagramme de blocs correspondant à un système de communications. ....</i>	37
<i>Figure 1.3 : Représentation boîte noire d'un système. ....</i>	40
<i>Figure 2.1 : Représentation bidimensionnelle d'une réponse variant dans le temps. ....</i>	60
<i>Figure 2.2 : Définition du spectre du signal analytique de <math>x(t)</math>. (a) <math>X(f)</math>, Transformée de Fourier de <math>x(t)</math>. (b) <math>Z_x(f)</math>, Transformée de Fourier du signal analytique de <math>x(t)</math>. (c) <math>Z_x(f+f_0)</math>, Transformée de Fourier du signal équivalent en bande de base de <math>x(t)</math>. ....</i>	64
<i>Figure 2.3 : Obtention des composantes en quadrature <math>p(t)</math> et <math>q(t)</math> par démodulation cohérente de <math>x(t)</math>. ....</i>	67
<i>Figure 2.4 : Définition du filtre équivalent en bande de base. (a) Spectre du filtre passe-bande <math>H(f)</math>. (b) Spectre du filtre équivalent en bande de base <math>H_b(f)</math>. (c) Spectre du composant en phase <math>H_p(f)</math>. (d) Spectre du composant en quadrature <math>H_q(f)</math>. ....</i>	69
<i>Figure 2.5 : Relation entrée-sortie des composants en quadrature des signaux porteurs d'information. ....</i>	72
<i>Figure 2.6 : Pôles et zéros du filtre passe-bande avec une largeur de bande étroite. (a) Filtre passe-bande. (b) filtre équivalent en bande de base. ....</i>	73
<i>Figure 2.7 : Schéma du processus d'identification pour l'obtention d'un fonction de transfert stable et avec le nombre minimum de pôles. ....</i>	76
<i>Figure 2.8 : Réseau RLC proposé comme exemple de réduction de modèles. ....</i>	77
<i>Figure 2.9 : Superposition des réponses fréquentielles originales (<math>Y_{21}(f)</math>) et celle obtenue par identification (<math>Y_{21}(s)</math>) sous forme de diagramme polaire. ....</i>	78
<i>Figure 2.10 : Nuage de pôles du système. Axe <math>x</math> : Partie Réel. Axe <math>y</math> : Partie Imaginaire. ....</i>	80
<i>Figure 2.11 : Superposition des réponses fréquentielles <math>Y_{25}</math> correspondant au système original et au système réduit obtenu par techniques de groupement de pôles cumulatives. ....</i>	82
<i>Figure 2.12 : Superposition des réponses fréquentielles <math>Y_{77}</math> correspondants au système original et au système réduit obtenu par techniques de groupement de pôles dissociatives. ....</i>	83

<i>Figure 2.13 : Schème du modèle simplifié pour des circuits LVT tels que les circuits pompées (mélangeurs et modulateurs).</i>	84
<i>Figure 2.14 : Division du circuit dans une partie linéaire et une partie non linéaire.</i>	85
<i>Figure 2.15 : Extraction de "l'admittance de conversion" correspondant au sous circuit non linéaire.</i>	86
<i>Figure 2.16 : Circuits équivalents à des fonctions de transfert d'ordre 1 et 2.</i>	89
<i>Figure 2.17 : Mise en oeuvre du circuit équivalent d'une fonction de transfert quelconque.</i>	90
<i>Figure 2.18 : Circuit équivalent d'une fonction de transfert avec deux pôles et sans zéros.</i>	93
<i>Figure 2.19 : Schéma simplifié du modulateur en bande K.</i>	94
<i>Figure 2.20 : Schéma de simulation pour l'obtention des admittances de conversion.</i>	96
<i>Figure 2.21 : calcul de l'admittance de conversion.</i>	96
<i>Figure 2.22 : Admittances de conversion obtenues.</i>	97
<i>Figure 2.23 : Schéma de simulation du modèle obtenu pour le cas du modulateur.</i>	98
<i>Figure 2.24 : Comparaison de résultats. Flèches : Modèle non linéaire complet. Points : Modèle réduit.</i>	99
<i>Figure 2.25 : Comparaison de résultats. Flèches : Modèle non linéaire complet. Points : Modèle réduit.</i>	99
<i>Figure 2.26 : Limite de validité du modèle réduit par rapport à l'amplitude du signal d'entrée.</i>	101
<i>Figure 2.27 : Superposition des paramètres <math>S_{ij}</math> des nœuds d'entrée et sortie du modulateur. <math>S_{11}</math> : Adaptation de sortie (RF). <math>S_{22}</math> et <math>S_{33}</math> : Adaptations d'entrée (<math>IF_i</math> et <math>IF_q</math>).</i>	102
<i>Figure 2.28 : Obtention de la matrice de paramètres admittance dans le domaine de la fréquence.</i>	103
<i>Figure 2.29 : Mise en oeuvre du modèle du modulateur valable pour tout type de simulations.</i>	104
<i>Figure 2.30 : Comparaison de résultats. Flèches : modèle complet. Points : Modèle réduit.</i>	105
<i>Figure 2.31 : Exemple de simulation du modèle passe-bande. (a) : Signal d'entrée <math>V_{if_i}</math>. (b) : Signal d'entrée <math>V_{if_q}</math>. (c) Signal de sortie <math>I_{RF}</math>. (d) Partie en quadrature de l'enveloppe complexe du signal de sortie, superposée à <math>V_{if_q}</math>. (e) Partie en phase de l'enveloppe complexe du signal de sortie, superposée à <math>V_{if_i}</math>.</i>	107
<i>Figure 2.32 : Schéma de la simulation du modèle équivalent en bande de base, au moyen de techniques dans le domaine du temps.</i>	108

<i>Figure 2.33 : Comparaison des résultats des modèles réduits passe-bande (ligne épaisse) et en bande de base (ligne fine).</i> .....	109
<i>Figure 2.34 : Diagrammes d'oeil correspondant à des signaux d'entrée dont la fréquence fondamentale va de 0.1 jusqu'à 0.4 GHz.</i> .....	110
<i>Figure 2.35 : Trajectoires correspondant aux signaux de sortie du modulateur avec des signaux d'entrée dont la fréquence fondamentale varie entre 0.1 et 0.4 GHz.</i> .....	110
<i>Figure 3.1 : Caractéristique de transfert d'un circuit non linéaire sans mémoire.</i> .....	119
<i>Figure 3.2 : Représentation du point à 1 dB de compression (<math>P_e</math> et <math>P_s</math> en dBm).</i> .....	122
<i>Figure 3.3 : Représentation simplifiée d'un phénomène non linéaire d'ordre trois pour un signal deux tons.</i> .....	123
<i>Figure 3.4 : Spectre de sortie pour un signal d'entrée deux tons et une non-linéarité d'ordre 5</i> .....	125
<i>Figure 3.5 : Représentation du point d'interception d'ordre 3.</i> .....	125
<i>Figure 3.6 : Compression AM-AM et conversion AM-PM.</i> .....	126
<i>Figure 3.7 : Perturbations sur le spectre.</i> .....	127
<i>Figure 3.8 : Représentation des signaux pour le calcul d'EVM.</i> .....	128
<i>Figure 3.9 : Représentation d'un point de la constellation.</i> .....	128
<i>Figure 3.10 : Points émis et reçus sur une constellation.</i> .....	129
<i>Figure 3.11 : Représentation du NPR.</i> .....	130
<i>Figure 3.12 : Modèle de blocs pour une non linéarité d'enveloppe AM-AM et AM-PM. <math>A</math> et <math>\theta</math> sont fonctions du temps. (a) Modèle symbolique à niveau de la fréquence porteuse. (b) Modèle explicite de simulation à niveau de l'enveloppe complexe.</i> .....	133
<i>Figure 3.13 : Modèle en quadrature pour une non-linéarité d'enveloppe. (a) Modèle symbolique à niveau de la fréquence porteuse. (b) Modèle explicite de simulation à niveau de l'enveloppe complexe.</i> .....	134
<i>Figure 3.14 : Modèle PSB d'un circuit non linéaire avec mémoire.</i> .....	135
<i>Figure 3.15 : Modèles type « filtre - non-linéarité » sans mémoire. (a) Filtre suivi de une non-linéarité sans mémoire. (b) Non-linéarité sans mémoire suivi d'un filtre. (c) Configuration de trois blocs.</i> .....	136
<i>Figure 3.16 : Interprétation sous la forme de diagrammes de blocs de la représentation en séries de Volterra.</i> .....	137
<i>Figure 3.17 : Division du circuit dans un sous-circuit linéaire et un sous-circuit non linéaire.</i> .....	139

<i>Figure 3.18 : Schéma du modèle original de l'amplificateur obtenu de la dernière actualisation de ADS.</i> .....	142
<i>Figure 3.19 : Superposition des résultats des modèles. Triangles : Circuit complet en EH. Cercles : Modèle réduit en EH. Ligne continue : Modèle réduit au moyen de techniques d'intégration temporelle.</i> .....	143
<i>Figure 3.20 : Schéma de simulation d'un tête d'émission de signaux.</i> .....	144
<i>Figure 3.21 : Signal d'entrée à l'émetteur avant de passer par le filtre (ligne claire) et après avoir passé par le filtre (ligne obscure).</i> .....	145
<i>Figure 3.22 : Superposition des signaux d'entrée multipliée par le gain (ligne avec des cercles) et sortie (ligne avec carrés) de l'amplificateur.</i> .....	145
<i>Figure 3.23 : Superposition des signaux d'entrée. Analyse de d'Enveloppe (Ligne avec des Cercles), Intégration temporelle (Ligne).</i> .....	146
<i>Figure 3.24 : Superposition des signaux de sortie. Analyse d'Enveloppe (Ligne noire), Intégration temporelle (Ligne claire).</i> .....	146
<i>Figure 3.25 : Schéma de simulation du modèle en transitoire d'enveloppe.</i> .....	147
<i>Figure 3.26 : Implémentation du modèle du modulateur dans ADS.</i> .....	148
<i>Figure 3.27 : Comparaison des résultats données par les modèles linearisé équivalent en bande de base du Chapitre 2 et par le modèle non linéaire complet.</i> .....	149
<i>Figure 3.28 : Implémentation de l' EBB d'une résistance sur ADS.</i> .....	152
<i>Figure 3.29 : Implémentation de l'EBB d'une capacitance sur ADS.</i> .....	152
<i>Figure 3.30 : Implémentation de l'EBB d'une inductance sur ADS.</i> .....	153
<i>Figure 3.31 : Schéma simplifié du modulateur en montrant les accès au sous-circuit linéaire.</i> .....	158
<i>Figure 3.32 : Schéma de simulation pour la obtention de la matrice <math>[Y]_{N \times N}</math> correspondant au sous-circuit linéaire.</i> .....	158
<i>Figure 3.33 : Système d'équations MIMO correspondant au sous-circuit linéaire du modulateur.</i> .....	159
<i>Figure 3.34 : Implémentation de l'EBB du sous-circuit linéaire sur ADS.</i> .....	160
<i>Figure 3.35 : Parasites du modèle d'une diode Schottky typique.</i> .....	161
<i>Figure 3.36 : Implémentation sur ADS de l'EBB des parasites du modèle d'une diode Schottky typique.</i> .....	161
<i>Figure 3.37 : Schéma de simulation dans le domaine du temps de l'EBB faiblement non linéaire en petit signal.</i> .....	162



<i>Figure 3.38 : Superposition des résultats de la simulation temporelle des modèles EBB linearisé et faiblement non linéaire.</i>	162
<i>Figure 3.39 : Limite de validité des modèles ; Linearisé : Carrés ; Faiblement non linéaire : Triangles ; Non linéaire : Cercles.</i>	163
<i>Figure 3.40 : Comparaison des résultats de la simulation en temporelle (points) et en Equilibrage Harmonique (flèches) du modèle faiblement non linéaire.</i>	164
<i>Figure 3.41 : Comparaison des résultats de la simulation en Equilibrage Harmonique du circuit non linéaire complet (points) avec celles du modèle faiblement non linéaire (flèches).</i>	164
<i>Figure 3.43 : Diagrammes d'oeil obtenus par simulation avec des signaux d'entrée avec de fréquences qui varient entre 0.1 et 0.4 GHz.</i>	166
<i>Figure 3.44 : Superposition des résultats de la simulation des EBB avec des signaux d'entrée d'amplitude égal à 0.2 V.</i>	167
<i>Figure 3.45 : Diagramme des trajectoires I-Q pour une fréquence fondamental égal à 0.1 GHz. Gauche : Amplitude d'entrée = 15 mV. Droite : Amplitude d'entrée = 250 mV.</i>	167
<i>Figure 3.46 : Diagramme des trajectoires I-Q pour une fréquence fondamental égal à 0.3 GHz. Gauche : Amplitude d'entrée = 15 mV. Droite : Amplitude d'entrée = 250 mV.</i>	168
<i>Figure 4.1 : Structure fonctionnelle d'un récepteur.</i>	175
<i>Figure 4.2: Environnement de fonctionnement d'un récepteur.</i>	176
<i>Figure 4.3 : Émissions parasites du récepteur.</i>	177
<i>Figure 4.4 : Récepteur hétérodyne (LNA : Low Noise Amplifier).</i>	178
<i>Figure 4.5 : Structure de récepteur en conversion directe.</i>	179
<i>Figure 4.6 : Structure fonctionnelle des émetteurs.</i>	180
<i>Figure 4.7 : Schème du récepteur d'exemple.</i>	184
<i>Figure 4.8 : Schème de l'amplificateur faible bruit implémenté sur ADS.</i>	185
<i>Figure 4.9 : Paramètres [S] (en dB) et facteur de Bruit de l'amplificateur.</i>	185
<i>Figure 4.10 : Superposition des paramètres admittance du circuit original (pour la bande de 1.019 GHz – 1.161 GHz) et du modèle réduit en bande de base (pour la bande DC – 142 MHz).</i>	186
<i>Figure 4.11 : Signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) du modèle réduit en bande de base, dans le domaine du temps.</i>	187
<i>Figure 4.12 : Schème du mélangeur à diodes.</i>	187

<i>Figure 4.13 : Comparaison des Gains de Conversion obtenues par simulation du modèle électrique équivalent (ligne claire) et par mesure (ligne noire), avec un ton à l'entrée de fréquence 1,09 GHz.</i>	188
<i>Figure 4.14 : Comparaison de puissances mesurés (ligne claire) et obtenus par simulation (ligne noire) en sortie, avec deux tons à l'entrée de fréquences 1,089 GHz et 1,091 GHz (<math>f_{OL} = 1.161</math> GHz).</i>	188
<i>Figure 4.15 : Superposition des courbes <math>P_{in} - P_{out}</math> des modèles original et réduit.</i>	189
<i>Figure 4.16 : Superposition des signaux de sortie du modèle original (cercles) et du modèle réduit (flèches), pour un ton d'entrée de -10 dBm à 1,09 GHz.</i>	190
<i>Figure 4.17 : Superposition des signaux de sortie du modèle original (flèches) et du modèle réduit (cercles), pour deux tons d'entrée de -10 dBm à 1,089 GHz et 1,091.</i>	190
<i>Figure 4.18 : Superposition du signal de sortie <math>V_{IF\_Q}</math> du modèle réduit, obtenu en simulation temporelle et EH, pour deux tons d'entrée de -10 dBm à 70 MHz et 72 MHz.</i>	191
<i>Figure 4.19 : Signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) de la chaîne de réception de signaux, obtenus par simulation dans le domaine du temps.</i>	192
<i>Figure 4.20 : Superposition des signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) de l'amplificateur faible bruit, en simulant l'amplificateur seule (ligne claire) et avec le mélangeur à la sortie (ligne noire).</i>	192
<i>Figure 4.21 : Schème de l'émetteur d'exemple.</i>	194
<i>Figure 4.22 : Schème utilisée pour la simulation de la chaîne d'émission de signaux.</i>	195
<i>Figure 4.23 : Superposition des paramètres <math>[S]</math> du circuit original et du modèle réduit en diagramme polar. Portes 1 et 2 : Circuit original. Portes 3 et 4 Modèle réduit.</i>	196
<i>Figure 4.24 : Superposition des caractéristiques non linéaires AM/AM obtenues par mesure du circuit et par simulation du modèle réduit (<math>f_{RF} = 19.5</math> GHz).</i>	196
<i>Figure 4.25 : Enveloppes complexes des signaux de test d'entrée (gauche) et sortie (droite) de l'amplificateur de puissance.</i>	197
<i>Figure 4.26 : Résultats de la simulation en transitoire d'enveloppe de la chaîne d'émission complète. Gauche : signaux d'entrée au modulateur. Droite : Enveloppe complexe de le signal de sortie de l'amplificateur de puissance.</i>	198
<i>Figure 4.27 : Superposition des signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) du modulateur, en simulant le modulateur seule (ligne claire) et avec la chaîne complète (ligne noire).</i>	198

## Liste des annexes

Annexes .....	205
Annexe 2.1 Transformée de Laplace.....	207
Annexe 2.2 Propriétés de la Transformée de Hilbert .....	210
Annexe 2.3 Méthodes de Groupement de Pôles Utilisés .....	212
Annexe 2.4 Identification du Filtre Linearisé Equivalent .....	218
Annexe 2.5 Fonctions Implémentés en SCILAB .....	219
Annexe 3.1 Identification du Sous-Circuit Linéaire du Modulateur d'Exemple .....	224



# Introduction Générale

La simulation des systèmes de communication RF et micro-ondes rencontre un intérêt croissant ces derniers temps. La complexité de ce type de systèmes est un obstacle important à leur analyse. Plus particulièrement, l'analyse des circuits micro-ondes effectuant un changement de fréquence excités par des signaux complexes peut s'avérer difficile et demander des temps de calcul très longs, à cause des grandes différences dans les échelles de temps des signaux appliqués d'une part, et des effets de la mémoire du circuit d'autre part. Il est donc nécessaire de développer des modèles d'ordre réduit capables de caractériser précisément le comportement des circuits et systèmes.

L'objectif de cette thèse est de mettre au point des modèles réduits de circuits pour la simulation système des éléments linéaires et faiblement non linéaires des têtes d'émission et réception de télécommunications. Ces éléments sont notamment constitués par les mélangeurs de réception et d'émission, par les modulateurs à plusieurs états de phase et d'amplitude et par les amplificateurs de réception (LNA).

Dans ce travail, des techniques de modélisation pour des circuits pompés tels que les modulateurs et les mélangeurs présentant un comportement linéaire et faiblement non linéaire, ont été développés. Ces techniques, sont aussi valables pour des circuits non pompés, qui constituent cas particulier de la méthode. Celle-ci a été appliquée à un modulateur monolithique I-Q en bande K conçu à Alcatel Space, et à un mélangeur réalisé en technologie hybride. Afin de réduire le temps de calcul, des modèles équivalents en bande de base sont aussi proposés. Ces modèles sont appropriés aussi bien pour des simulations en Equilibrage Harmonique (EH) que dans le domaine temporel, avec des temps de calcul très réduits, permettant la simulation d'un système complet de communications.

Le mémoire de thèse est organisé en quatre chapitres. Le premier chapitre sert à introduire les définitions, idées et concepts fondamentaux utilisés dans le développement de ce travail. De même, le besoin des modèles réduits, capables de caractériser précisément le comportement des circuits et systèmes est discuté et l'état de l'art de ce domaine est parcouru.

Le deuxième chapitre est consacré à la description des techniques de réduction de modèles pour des circuits qui présentent un comportement entrée-sortie linéaire (circuits dits "LIT") et pour des circuits qui présentent aussi une translation de fréquence (circuits dits "LVT"). L'application de ces techniques est illustrée grâce à différents cas pratiques, notamment à un modulateur monolithique I-Q fonctionnant en bande K.

La généralisation des méthodes présentées dans le chapitre précédent au cas des circuits avec un comportement entrée-sortie faiblement non linéaire est décrite dans le troisième chapitre.

Dans le quatrième chapitre, les méthodes de réduction de modèles sont illustrées à travers leur application à la modélisation et à la simulation de deux cas pratiques de têtes d'émission et réception de télécommunications.

Enfin, la conclusion présente le résumé des différents résultats obtenus dans cette thèse et les perspectives et développement futur de ce travail.

# Chapitre 1

## MODÉLISATION ET SIMULATION DES SYSTÈMES DE COMMUNICATION : INTRODUCTION ET FONDEMENTS





## 1.I. Introduction [1] [2]

Cette thèse est dédiée au développement et application des techniques de modélisation de circuits haute-fréquence adaptées à la simulation des systèmes complets de communication. En particulier, des techniques dites de réduction d'ordre vont être employées afin d'obtenir des modèles réduits des circuits. La réduction de l'ordre d'un modèle permet d'aboutir à des modèles souples et précis pour la simulation au niveau du système et, à la différence des approches boîte-noire, offrent un lien entre les niveaux de description du circuit et du système qui peut être très utile lors de la conception et vérification des circuits et systèmes.

Le terme système, en lui-même, n'a pas une définition rigide et dans la pratique est appliqué pour représenter des niveaux très différents d'intégration, de complexité et d'interaction des circuits. Dans un sens simple, le système consiste en l'interconnexion et l'interaction de plusieurs circuits électriques. Dans un sens plus général, comme dans les systèmes de communication, le terme système peut se référer à un niveau de complexité plus important : circuits de basse et haute fréquence de l'équipement portable, de la station base et le modèle du lien entre les deux. D'autres exemples de systèmes de communications peuvent être:

- Réseau global de communications.
- Satellite de communications géosynchrone.
- Système terrestre de transmission de micro-ondes.
- Modem intégré dans un PC.

L'évaluation de la qualité d'un système générique de communications comporte le calcul de diverses figures de mérite, comme le TEB (Taux d'Erreur Binaire) ou le RSB (Rapport Signal Bruit), gain du système, distorsion générée par l'intermodulation et les harmoniques du signal, etc. La valeur de ces figures de mérite est déterminée par la distorsion linéaire et non linéaire introduite par les filtres, les amplificateurs, mélangeurs, etc., ainsi que

par l'effet des sources de bruit. On peut caractériser le système par mesure du système physique ou à l'aide d'outils de simulation. La simulation du système requiert normalement des modèles simplifiés des blocs fonctionnels capables de reproduire le comportement des circuits modulateurs, mélangeurs, amplificateurs, filtres, etc. Un exemple de modèle comportemental peut être la fonction de transfert d'un filtre. L'utilisation des modèles simplifiés est impérative à cause de la complexité de l'analyse du système. Le résultat de la simulation est une estimation du comportement du système, dont la précision dépend de la méthode d'analyse et de la qualité des modèles. Souvent cette estimation n'est pas suffisamment concluante, due à la simplification excessive des modèles, mais ces résultats sont néanmoins acceptés du fait de la difficulté de simuler des systèmes complets à partir de la description de chaque circuit, qui donnerait des résultats de simulation plus précis.

### 1.I.1. Méthodes d'Évaluation de Systèmes de Communication

En général, on peut classifier les méthodes d'évaluation des systèmes de communication de la façon suivante :

- Calculs analytiques à l'aide d'expressions mathématiques [3].
- Simulation au niveau de la forme d'onde [3] [4] [5].
- Implémentation de prototypes et mesure du hardware.

Cette classification n'implique pas que les trois méthodes soient exclusives l'une de l'autre. En fait, la meilleure approche pour aboutir à un système est généralement une combinaison des trois.

Les techniques analytiques utilisent modèles simplifiés et fournissent, de façon très directe, diverses relations entre la qualité de fonctionnement du système et les paramètres de conception. Elles sont utiles aux premières phases de la conception, mais il est extrêmement difficile d'évaluer la qualité des systèmes de communications complexes en utilisant seulement des techniques analytiques, excepté pour quelques cas idéalisés et généralement trop simplifiés.

Les techniques d'évaluation basées sur la mesure de prototypes sont des méthodes très précises mais, généralement, très coûteuses en termes de temps et d'équipement nécessaire. Elles sont utiles dans les dernières phases de la conception, quand les choix de conception sont limités à un petit sous-ensemble de possibilités.

Dans les approches basées sur la simulation, les systèmes peuvent être modélisés au niveau de détail que l'on souhaite et il est possible d'explorer de façon plus fine l'espace de conception (les diverses possibilités). Avec ce type d'approche on peut combiner des modèles mathématiques et empiriques et incorporer, dans l'analyse et la conception, les signaux et caractéristiques mesurées des dispositifs. Les formes d'ondes simulées peuvent être utilisées aussi comme signaux de test pour vérifier la fonctionnalité du circuit fabriqué.

Ainsi une approche basée sur la simulation peut être utilisée pour créer un environnement de prototypage rapide pour analyser et concevoir systèmes de communication et traitement du signal. Dans cet environnement les modèles de type logiciels peuvent être combinés avec des données du matériel et de signaux réels afin de réaliser, de façon précise, les conceptions au meilleur coût de développement.

Le principal inconvénient de l'approche basée sur la simulation est qu'elle peut avoir un coût de calcul très élevé. C'est pour cela que la mise au point de modèles réduits et à la fois précis, est nécessaire et constitue l'objectif de cette thèse.

## 1.II. Simulation de Systèmes de Communications [2]

On peut définir la simulation comme une méthodologie d'évaluation des propriétés d'un système. On a déjà remarqué dans la section précédente, que la simulation des systèmes est un outil très important et nécessaire pour réduire le coût de conception et développement. Grâce à la simulation, il est possible de connaître le comportement, caractéristiques et qualité du système, sans la nécessité de l'implémenter physiquement au préalable. En conclusion, comme nous allons le montrer en § 1.II.1., la simulation est un outil d'aide au cours du processus de conception.

Le problème de la simulation des systèmes est, comme on l'a déjà dit, que les modèles utilisés sont, en général, trop simplifiés à cause du coût de calcul associé à la simulation de modèles précis des divers circuits qui forment le système. Il faut tenir compte que la caractérisation du TEB ou du RSB, requièrent des temps de calcul très longs, car le degré d'exactitude des résultats est proportionnel au temps simulé. Il faut alors implémenter des modèles simplifiés pour réduire au maximum ce temps de simulation. Cette simplification peut altérer la qualité des résultats obtenus. Alors l'objectif s'est récemment focalisé sur l'obtention de modèles qui donnent lieu à des temps de calcul faibles et à des résultats suffisamment réalistes. Cependant, il faut considérer qu'il ne sera pas possible d'obtenir un modèle qui reproduit exactement le comportement d'un système réel. On trouvera toujours des effets qui ne sont pas directement caractérisables comme par exemple le comportement non stationnaire au cours du temps.

### 1.II.1. Application de la Simulation à la Conception des Systèmes de Communications

La simulation peut jouer un rôle important dans toutes les phases du développement des systèmes de communications, depuis les premières étapes conceptuelles, jusqu'aux dernières étapes de réalisation de test et de mise en oeuvre du système.

Le processus de conception commence généralement par la phase de spécifications au plus haut niveau. Ces spécifications peuvent être, par exemple, le RSB ou la distorsion de signal accumulée. Normalement il y a des facteurs, comme la largeur de bande, le gain, l'adaptation, la distorsion par intermodulation ou le bruit des différents circuits qui influencent de manière différente les performances du système. En général, il faudra établir un certain type de compromis entre spécifications et performances aussi bien au niveau des circuits que du système. Le concepteur de systèmes partira d'un système candidat ainsi que d'une liste de paramètres de conception. Pendant les premières étapes de la conception des estimations préliminaires de la dégradation et du RSB, etc. seront obtenues à partir de modèles simplifiés des sous-systèmes mis en jeu dans cette première conception du système. Si les résultats de cette analyse sont satisfaisants, on peut passer à la phase suivante du développement. Si ce n'est pas le cas, on peut changer la topologie du système candidat ou les paramètres de distorsion.

La phase suivante consiste à concrétiser les spécifications pour les sous-systèmes et composants, et à vérifier la distorsion des signaux. Les simulations jouent un rôle très important dans cette étape. Par exemple, il est possible de vérifier la distorsion introduite par un élément du système ou estimer les marges qui permettraient de relâcher les contraintes sur un autre composant. La simulation est flexible et constitue souvent la seule méthode pratique pour faire ce type d'analyse et établir des spécifications détaillées pour le développement de l'équipement.

L'étape initiale dans le développement *matériel* consiste à réaliser et tester les composants ou le sous-systèmes. Les caractéristiques mesurées des prototypes obtenus sont utilisées pour vérifier la qualité du système. Dans ce cas, la simulation du système est faite en utilisant les modèles des circuits réalisés physiquement couplés à ceux restant encore à développer. Si les résultats de simulation sont satisfaisants on peut construire les circuits qui restent à implémenter afin de tester le premier prototype *matériel* du système intégré complet. En fonction des résultats du prototype, les spécifications ou certains éléments pourront être réajustés.

Le modèle complet du système obtenu est validé par comparaison des résultats de la simulation avec celles de la mesure du prototype matériel implémenté. Si le modèle est

suffisamment précis, il pourra être utilisé postérieurement afin de tester ou d'évaluer le comportement du système dans différentes conditions.

## 1.II.2. Techniques de Simulation [6] [7]

Les différents sous-ensembles d'une chaîne d'émission/réception correspondant à une liaison de communication numérique, peuvent être analysés et conçus à l'aide de logiciels de simulation différents, selon les fonctionnalités et régimes de fonctionnement de ces circuits. Il est facile de distinguer trois types de sous-ensembles :

- Les circuits fonctionnant en bande de base.
- Les circuits radiofréquences ou micro-ondes fonctionnant en régime linéaire.
- Les circuits radiofréquences ou micro-ondes fonctionnant en régime non linéaire.

À cette classification, il faut ajouter les simulations permettant d'étudier simultanément le sous-ensemble en bande de base et la chaîne d'émission/réception hautes fréquences. Les moteurs de simulation utilisés en général dans les simulateurs commerciaux et particulièrement dans le cas du simulateur utilisé dans cette thèse (ADS de Agilent Technologies), permettent d'analyser tous les circuits décrits précédemment. Ces moteurs sont les suivantes :

- Analyse en régime continu (DC).
- Analyse en régime alternatif (AC).
- Calcul des paramètres  $S$ .
- Équilibrage Harmonique (HB).
- Analyse en régime transitoire.
- Simulateur d'enveloppe.
- Analyse flots de données. (*data flow*).

Les outils mathématiques classiquement utilisés pour l'analyse des circuits fonctionnant en régime non linéaire peuvent être analytiques, à partir de fonctions non-linéaires quelconques, les séries de puissances, séries de Volterra [8] (principalement utilisées pour les circuits faiblement non linéaires et fonctionnant avec plusieurs porteuses), etc. Les méthodes numériques de résolution du système sont, en général, des algorithmes de résolution des équations différentielles du système dans le domaine du temps. L'utilisation de l'équilibrage harmonique est très spécifique aux circuits RF et micro-ondes. Finalement, les méthodes de transitoire d'enveloppe peuvent être adaptées, sous certaines conditions sur les signaux de modulation par rapport aux signaux porteuses, aussi bien aux circuits haute-fréquence qu'aux systèmes.

De façon synthétique, on peut dire que l'analyse temporelle donne les résultats les plus complets en terme de grandeurs calculables, puisqu'elle permet d'étudier les réponses d'un circuit en régime transitoire et en régime établi. L'équilibrage harmonique utilise, dans la même analyse, le domaine temporel et le domaine fréquentiel, et ne permettra donc d'obtenir que des mesures du circuit fonctionnant en régime établi sous excitation d'un nombre limité de tons. Par contre, cette dernière méthode de simulation est beaucoup plus rapide.

### 1.II.2.1. La Simulation Temporelle

En général, les non-linéarités caractérisant un élément non linéaire sont définies dans le domaine temporel. La simulation temporelle permet donc, à partir de la connaissance de ces équations, de déterminer les réponses du circuit en fonction du temps.

Il s'agit d'une méthode très performante, dans la mesure où les circuits sont à transitoire court. En hautes fréquences, et particulièrement en hyperfréquences, le régime transitoire est long devant la période des signaux, et particulièrement devant le signal de la fréquence porteuse, ce qui induit des temps de calcul importants pour obtenir des résultats suffisamment précis. Cependant le fait que l'intégration temporelle directe doive toujours passer par le régime transitoire avant d'atteindre le régime établi est un inconvénient lorsque l'on ne s'intéresse qu'à ce dernier, surtout lorsque le transitoire est long devant la période du signal [9]. En revanche, la simulation temporelle permet de déterminer la réponse d'un circuit à une excitation complexe.

Cette simulation débute par une analyse DC permettant de connaître les conditions initiales, puis repose sur la résolution des lois de Kirchhoff dans le circuit à étudier.

### 1.II.2.2. L'Équilibrage Harmonique

Pour comprendre l'intérêt de l'équilibrage harmonique, il faut donner quelques remarques préliminaires. La représentation des éléments linéaires, comme par exemple les réseaux linéaires de filtrage, adaptation, etc. qui sont formés par éléments à paramètres concentrés et distribués (lignes de transmission), se fait très facilement dans le domaine fréquentiel [10]. Les signaux d'excitation sont souvent périodiques ou quasi-périodiques, ce qui permet d'envisager une décomposition sur une base de fréquences, l'état électrique du circuit étant alors une superposition des états électriques considérés sur chacune des fréquences de base.

Le principe de base de l'équilibrage harmonique est de décomposer le circuit à étudier en sous-circuits linéaires et sous-circuits non linéaires (Figure 1.1). Un sous-circuit linéaire ne comprendra que des éléments pouvant être considérés comme linéaires et sera étudié dans le domaine fréquentiel. Un sous-circuit non linéaire ne comprendra que des éléments non linéaires et sera étudié dans le domaine temporel.

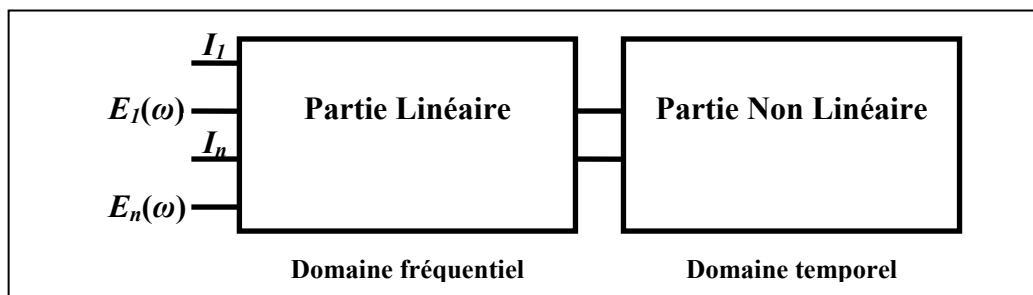


Figure 1.1 : Décomposition utilisée dans l'analyse par équilibrage harmonique.

Il sera donc nécessaire d'utiliser, dans l'équilibrage harmonique, une transformée de Fourier harmonique. À l'interface entre les deux parties linéaire et non linéaire du circuit, et après transformation de Fourier, les lois de Kirchhoff doivent être satisfaites pour que la solution soit valable. Une représentation fréquentielle des courants de tous les nœuds du circuit est calculée. Selon la loi de Kirchhoff, la somme des courants doit être nulle. Une fonction d'erreur est calculée à partir de la somme des courants, permettant d'ajuster les tensions si besoin est. Si l'algorithme converge (c'est-à-dire si la fonction d'erreur conduit à une valeur



prédéfinie), l'amplitude et la phase de la tension correspondante seront une approximation du régime établi. Un processus itératif permet de modifier les conditions initiales, jusqu'à l'obtention de la solution.

Contrairement à l'analyse temporelle, l'équilibrage harmonique fait appel à un processus de convergence, dont on peut modifier les paramètres. La conséquence de cela est que l'obtention de la solution, même si elle existe, n'est pas assurée. D'autre part, il est possible d'obtenir des solutions mathématiques qui n'ont pas une réalité physique. Il est donc nécessaire de réaliser l'analyse de stabilité des solutions obtenues afin de garantir sa validité [11] [12] [13] [14].

Les étapes de l'analyse par équilibrage harmonique sont les suivantes :

- Une analyse DC préliminaire permet d'avoir une valeur initiale pour les potentiels aux différents nœuds du circuit.
- Les courants entrant dans les éléments linéaires sont calculés dans le domaine fréquentiel.
- Les courants entrant dans les éléments non linéaires sont calculés dans le domaine temporel.
- Une transformée de Fourier rapide (FFT) permet de comparer les courants au point de raccordement des sous-circuits linéaires et des sous-circuits non linéaires.
- En fonction de l'erreur générée, les potentiels aux nœuds sont modifiés (rebouclage de l'algorithme au point 2).

Cette méthode de simulation, à l'inverse de la méthode de l'intégration temporelle conduisant à une suite d'équations faiblement couplées les unes aux autres, donne un système d'équations fortement couplées, dépendant du nombre de raies considérées dans le signal. La limitation de cette méthode réside dans le nombre de raies représentant le signal d'entrée. L'équilibrage harmonique permet donc une analyse fréquentielle en régime établi pour des circuits non linéaires, le signal d'excitation ne pouvant être qu'un signal multi-tons.

### 1.II.2.3. La Simulation d'Enveloppe [15]

La simulation de type équilibrage harmonique permet de prendre en compte les phénomènes non linéaires mais avec plusieurs contraintes :

- Le résultat est obtenu en régime établi.
- Le résultat provient d'une convergence plutôt que d'un calcul exact, et cette convergence dépend de nombreux paramètres fixés.
- L'excitation est limitée à un ensemble de sources sinusoïdales décrites dans le domaine fréquentiel.

La simulation temporelle de type *Spice* permet d'introduire des signaux complexes comme sources d'excitation, puisque la description se fait directement dans le domaine temporel. La solution est obtenue par résolution numérique des équations intégro-différentielles classiques. L'inconvénient majeur de ce type de simulation est que le pas temporel nécessaire à la simulation doit permettre d'échantillonner correctement le signal de plus haute fréquence présent dans le circuit, ce qui conduit à des temps de simulation rédhibitoires.

La simulation d'enveloppe apporte une solution aux problèmes difficilement solvables par d'autres méthodes, et en particulier la simulation des systèmes de communications sans fil, qui présentent la double caractéristique de posséder des signaux modulants complexes et des fréquences porteuses élevées.

#### 1.II.2.3.1. Principe Théorique

Le principe de base de la simulation d'enveloppe consiste à dissocier les techniques d'analyse utilisées pour les fréquences porteuses et les signaux modulants. De façon générale, tout signal modulé peut s'écrire sous la forme suivante :

$$v(t) = \Re \left( \sum_{K=0}^N V_K(t) e^{j\omega_K t} \right) \quad [\text{I.1}]$$

où  $V_k(t)$  est le grandeur complexe, que l'on décompose en deux termes en quadrature :

$$V_k(t) = V_{ik}(t) + jV_{qk}(t) \quad [\text{I.2}]$$

avec  $V_{ik}(t)$  et  $V_{qk}(t)$  deux signaux temporels réels.

La principale limitation de l'équilibrage harmonique est que le terme  $V_k(t)$  est une constante et ne possède plus aucune dépendance temporelle. L'expression du signal modulé  $v(t)$  met clairement en évidence la forme temporelle de l'enveloppe de chacune des porteuses élémentaires. L'information, qui est un signal bande étroite, sera ainsi traitée dans le domaine temporel. Les fréquences porteuses seront traitées avec une méthode d'équilibrage harmonique dans le domaine fréquentiel.

Pour illustrer ce principe, considérons le cas d'une simple capacité. La relation différentielle entre le courant traversant la capacité et la tension à ses bornes s'écrit :

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad [I.3]$$

Appliquons aux bornes de cette capacité un signal d'excitation complexe  $v(t)$  comme la montrée dans l'équation [I.1] et le courant se met alors sous la forme :

$$i(t) = C \sum_{K=0}^N \left[ \frac{dV_K(t)}{dt} + j\omega_K V_K(t) \right] e^{j\omega_K t} = \sum_{K=0}^N I_K(t) e^{j\omega_K t} \quad [I.4]$$

ce qui fait clairement apparaître que chaque terme  $I_k(t)$  est composé d'un terme en régime établi analysé dans le domaine fréquentiel ( $j\omega_k V_k(t)$ ) et d'un terme transitoire analysé dans le domaine temporel :  $\frac{dV_k(t)}{dt}$ .

Le résultat de l'analyse est un spectre composé des fréquences élémentaires d'analyse dont l'amplitude et la phase varient au cours du temps.

Deux types d'interprétations sont alors possibles :

- On peut connaître à un instant  $t_0$  l'amplitude et la phase de chaque composante du spectre.
- On peut également, pour une fréquence  $f_0$  fixée, connaître la variation temporelle de l'amplitude et de la phase et, par transformation de Fourier, obtenir l'occupation spectrale autour de  $f_0$ .

### 1.II.2.3.2. Dimensionnement de l'analyse

L'analyse d'enveloppe étant une simulation mixte temps/fréquence, les paramètres devront préciser :

- L'instant de début ( $t_{\text{debut}}$ ) et l'instant de fin ( $t_{\text{fin}}$ ) d'analyse, ainsi que l'incrément de temps  $\Delta t$  pour ce qui concerne l'analyse temporelle. Le fait que  $\Delta t$  soit choisi pour échantillonner le signal modulant plutôt que la porteuse permet de gagner plusieurs ordres de grandeurs (en termes de temps de calcul) par rapport à une simulation de type Spice.
- Les fréquences porteuses, ainsi que le nombre d'harmoniques pour chacune d'entre-elles pour ce qui concerne l'analyse fréquentielle.

L'impact de ces paramètres sur les résultats de simulation est le suivant :

- La bande de fréquence d'analyse  $B$  autour de chaque fréquence porteuse élémentaire est fixée par le pas temporel de la simulation  $\Delta t$ . Elle vaut  $B = \pm \frac{1}{2\Delta t}$ .
- L'écart entre deux points d'analyse en fréquence  $R$  de la densité spectrale autour de  $f_0$  est inversement proportionnel à la longueur temporelle du signal d'excitation.

$$\text{On a : } R = \frac{1}{t_{\text{fin}} - t_{\text{debut}}} .$$

### 1.II.2.3.3. Résultats

Les résultats fournis par l'analyse d'enveloppe sont, de façon générale, la réponse du circuit ou du système à l'excitation, avec ceci de particulier que l'on dispose d'informations à la fois dans le domaine du temps et de la fréquence :

- Dans le domaine du temps, on peut tracer des signaux transitoires (temps d'accrochage d'une PLL, etc.) ou des signaux en bande de base (diagramme de l'œil, trajectoire, constellation, etc.) permettant des mesures simples de taux d'erreur.

- Dans le domaine de la fréquence, on observe essentiellement des spectres, sur lesquels on peut faire des mesures de puissance intégrée, permettant d'obtenir par exemple les niveaux de réjection des canaux adjacents.

## 1.III. Concepts de base de la Modélisation des Systèmes [2]

Conceptuellement il n'y a pas différence entre modélisation dans le but de l'analyse analytique ou la simulation numérique. Dans la pratique, la plus grande différence réside dans le niveau de complexité et la précision des modèles employés. Dans les approches analytiques, généralement, des modèles idéalisés sont utilisés afin de simplifier les calculs. Dans le cas des simulations numériques il est possible de s'appuyer sur de modèles plus complexes et réalistes, mais au prix d'un coût de calcul plus important. Il faudra alors réaliser un compromis entre la précision du modèle et le coût de calcul.

La notion d'exactitude de la modélisation n'est pas restreinte aux boîtes ou aux fonctions individuelles. Cette notion existe à tous les niveaux de description du système. En effet un système en lui-même n'est pas uniquement défini. Il peut être constitué de sous systèmes différents. Chaque sous-système est généralement représenté graphiquement par un ensemble d'autres sous-systèmes interconnectés, typiquement appelé schémas blocs. Conceptuellement, chaque bloc peut être considéré un sous-système et représenté par son schéma bloc. Cette processus peut être itéré jusqu'à trouver des blocs irréductibles.

La conséquence de l'expansion de blocs est que la description d'un système complet peut être visualisée comme un diagramme en forme d'arbre. Dans notre cas nous supposons que les arbres se développent depuis leurs racines dans le sens « haut vers bas ». Ainsi les modèles près de la racine sont des modèles de haut niveau alors que ceux loin de la racine sont des modèles de bas niveau. L'implémentation d'un modèle de haut niveau est peu (ou pas) reliée à la modélisation physique détaillée. Ce type de modèles est appelé typiquement *comportemental*. Le modèle classique de haut niveau est la fonction de transfert correspondant à un filtre qui prend compte le comportement entrée-sortie du circuit, sans faire référence explicite à sa forme physique. Typiquement ce type de modèles est appelé « modèles boîte-noire ». Toutefois, un modèle « bas niveau » est formé par la description détaillée des éléments physiques qui forment le système. La Figure 1.2 montre un exemple d'expansion en forme d'arbre d'un système.

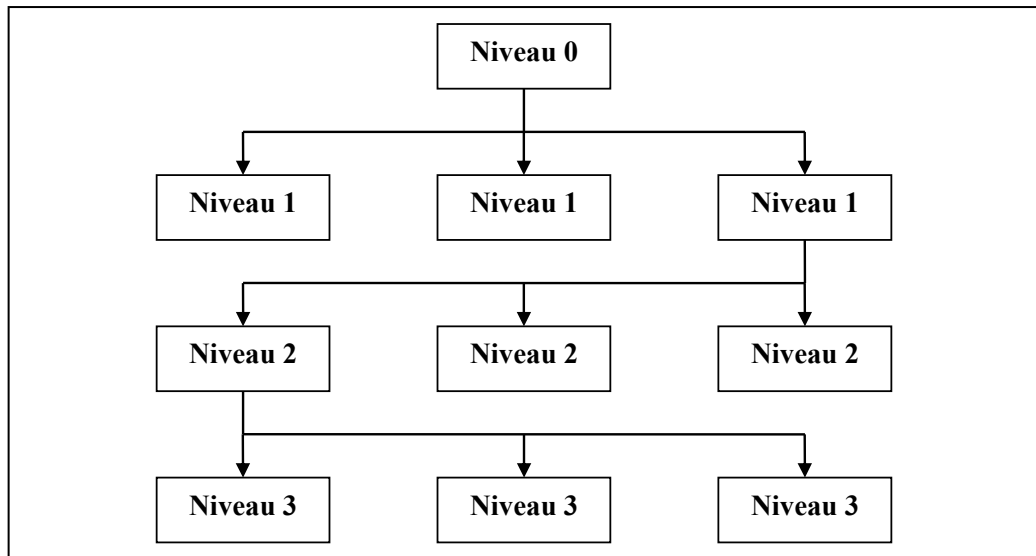


Figure 1.2 : Structure en forme de diagramme de blocs correspondant à un système de communications.

La boîte du niveau 0 correspond au système complet. Les boîtes du niveau 1, correspondent, en général, aux modèles de type comportemental. Chaque boîte de ce niveau peut représenter, par exemple, un amplificateur, un modulateur etc. Les boîtes du niveau 2 peuvent correspondre aux modèles électriques équivalents de chaque boîte du niveau 1. Finalement, les boîtes du niveau 3 peuvent correspondre aux modèles basés en équations qui donnent le comportement physique (équations de conservation de la charge, de Poisson, etc.) de chaque composant (comme les résistances, capacitances, inductances, diodes, transistors...). Cette classification n'est pas fixée et peut être différente par rapport au degré de description des modèles de chaque niveau, par rapport au nombre de niveaux, etc. Il est important de remarquer ici, que le coût de calcul des modèles augmente avec le nombre de niveaux à cause de leur complexité croissante.

### 1.III.1. Modélisation des Systèmes

Dans le cas de ce travail, nous appelons système à un lien de transmission. C'est en réalité un sous-système. Ce lien, au niveau plus haut de description, peut être représenté par un diagramme de blocs de sous-systèmes. Le modèle sera plus exact si, déjà au niveau topologique, le diagramme de simulation est similaire au système physique en lui-même. Nous avons noté l'intérêt d'utiliser modèles de haut niveau, à cause de leur coût de calcul réduit. Toutefois, il est possible de réduire ce coût de calcul si à chaque différent niveau on

utilise seulement un sous-ensemble des blocs des sous-systèmes. De cette façon, en simplifiant le modèle au niveau topologique, on peut réduire nettement le coût de calcul. Des exemples de ce type de simplification sont l'omission des blocs qui correspondent aux fonctions de synchronisation, ou des blocs convertisseurs de signaux analogiques à signaux numériques (A/D) etc. Il faut tenir compte de qu'un certain degré de approximation est toujours présent. Alors la réduction de la complexité du système peut s'avérer très appropriée.

### 1.III.2. Modélisation des Composants

En suivant les idées présentées précédemment, au niveau de système nous appelons composant les blocs individuels qui définissent la configuration du système. De ce point de vue le modèle idéal d'un composant est le modèle de type «fonction de transfert», qui caractérise à chaque moment la sortie du composant en fonction de son entrée, sans donner information sur les signaux présentes dans l'intérieur du composant.

L'implémentation de ce type de modèles peut être réalisée de façons très diverses. Normalement on commence en supposant que le comportement du sous-système est idéal et plus tard, on incrémente le degré d'exactitude jusqu'à arriver au niveau désiré. Le modèle peut être basée sur des mesures ou pas, et le degré d'exactitude sera, en général, le plus approprié pour chaque cas particulier (normalement on arrive a avoir un compromis entre la précision du modèle et le temps de simulation).

### 1.III.3. Erreurs et Validation des Modèles

L'utilité d'un modèle est directement reliée à son exactitude. Une mesure de cette exactitude peut être le degré de similitude entre les résultats de simulation du modèle et les résultats provenant de la mesure du système physique. L'exactitude est limitée par les erreurs commises dans le processus de modélisation au niveau du système ou du composant.

Les erreurs au niveau du système peuvent être occasionnées par divers facteurs. Un d'entre eux peut être que la topologie du diagramme de simulation ne corresponde pas exactement au système physique (par exemple, pour simplifier et réduire le temps de simulation). Une autre source de erreurs consiste à supposer que certains facteurs dégradants des signaux, comme par exemple le bruit de phase des oscillateurs, est négligeable. Cette



erreur provenant (par exemple) des oscillateurs d'une chaîne de communications, peut être important dans la caractérisation des effets de distorsion du signal du système. Autres facteurs dégradants sont le bruit généré par les amplificateurs ou le fait de considérer négligeables les effets de mémoire ou des non-linéarités etc.

Au niveau de la modélisation des composants, les erreurs sont normalement associées à la simplification des modèles déterminés par les équations correspondants à leur comportement physique. La règle à suivre est généralement la simplification du modèle jusqu'à arriver au degré désiré de précision.

Il faut souligner que la validation des composants n'assure pas la validation du système complet, à cause des erreurs précédemment mentionnées provoquées par les simplifications faites à niveau du système ou pour les différences de topologie du système simulé. Alors, premièrement, il est nécessaire de faire la validation au niveau des sous-systèmes et finalement au niveau du système en reliant tous les éléments ou composants. Dans ce cas l'obtention de modèles réduits est très importante à cause du grand coût de simulation d'un système complet en utilisant modèles de bas niveau pour chaque composant.

# 1.IV. Techniques de Modélisation Pour la Simulation des Systèmes

Dans cette section nous allons présenter quelques techniques de modélisation et de réduction de modèles qui ont constitué le point de départ de notre travail. Dans § 1.IV.1. Nous expliquons brièvement la modélisation *boîte noire* et dans § 1.IV.2. On traite les techniques de réduction d'ordre des modèles des circuits micro-ondes.

## 1.IV.1. Modèles Boîte Noire [6]

La modélisation *boîte noire*, aussi appelée modélisation comportemental, est une approche mathématique qui relie les entrées et sorties du système à modéliser en faisant abstraction des connaissances physiques sur la dynamique interne du système.

Pour obtenir la représentation *boîte noire* d'un système donné (Figure 1.3), il faut déterminer la sortie  $y(t)$  en fonction du signal d'entrée  $x(t)$  sans le passage par des représentations topologiques intermédiaires.

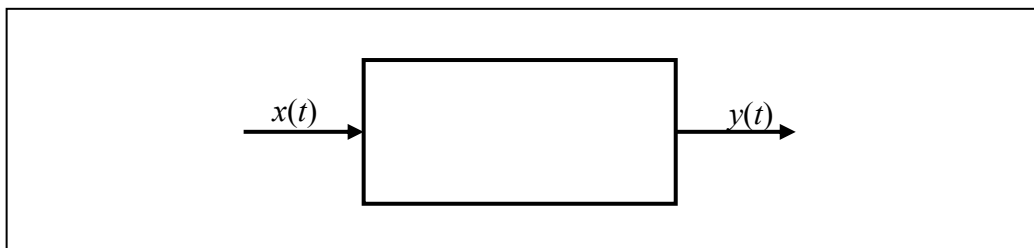


Figure 1.3 : Représentation boîte noire d'un système.

Cette caractérisation du système fait ensuite l'objet d'une introduction dans les simulateurs dans le but d'analyser le fonctionnement du système soumis à des excitations plus ou moins arbitraires.

Des modèles comportementaux pour des chaînes de communication I-Q peuvent être obtenus à partir des mesures, comme il est montré dans [16]. Le modèle est implémenté en caractérisant les filtres équivalents en entrée I-Q et en faisant la translation de fréquence de

façon idéale. Ce technique de modélisation donne des modèles adaptés à la simulation des systèmes, mais sont limités par le type de mesure dans lesquels sont basés.

Normalement, afin de caractériser à la fois la mémoire et la non-linéarité des circuits faiblement non linéaires, on peut utiliser les séries de Volterra. Strictement elles conduisent à un modèle *boîte noire*, mais à cause de la difficulté d'obtention des termes d'ordre supérieur, ce type de techniques peuvent être aussi employées dans le cadre de la réduction de modèles d'ordre réduit, comme nous allons voir dans § 1.IV.2.2.1.

Une activité importante se déroule dans les dernières années pour aboutir à des modèles boîte-noire d'amplificateurs de puissance. Le comportement fortement non linéaire de ces circuits et les effets importantes de mémoire font de ce type de modélisation un important sujet d'étude, encore très ouvert [17] [18].

## 1.IV.2. Techniques de Réduction d'Ordre des Modèles

Notre travail repose sur le développement des modèles d'ordre réduit. La perspective de produire des modèles réduits à partir de l'analyse détaillée des blocs composants est attrayante parce que de cette façon, peut être évaluée l'influence des effets de second ordre des dispositifs ou des composants parasites sur le fonctionnement du système global. C'est alors nécessaire de produire des modèles de complexité réduite en incorporant effets au niveau du transistor, mais valables pour la simulation au niveau système. Ces simulations caractérisent le comportement correspondant aux designs qui sont trop compliquées pour être analysés au niveau des composants.

Les modèles réduits sont obtenus à partir du système original et à cause de ça, la réduction peut obtenir et exploiter des informations sur la structure interne du système et par conséquent, les modèles résultants peuvent inclure l'influence des effets compliqués de deuxième ordre [19].

### 1.IV.2.1. Techniques de Réduction pour des Systèmes Passifs

Les techniques de réduction de modèles pour des systèmes passifs sont très importantes du fait des dimensions et de la complexité très importante des systèmes d'équations mis en œuvre dans les circuits à constantes distribuées. D'autre part, les sous-

circuits linéaires des systèmes de communications sont responsables de la plus grande partie du temps de simulation consommé. C'est pour cela que la réduction d'ordre permet d'obtenir une description des parties linéaires d'un circuit non linéaire compatible avec des simulations temporelles efficaces. Dans [20] l'auteur expose les idées principales des techniques de réduction de modèles pour des systèmes dynamiques linéaires. Elles sont basées sur les sous-espaces de Krylov (processus de Lanczos) et l'utilisation de ces techniques est mise en œuvre dans la simulation de circuits linéaires de type RLC et linéarisés. La possibilité d'assurer la stabilité et passivité des modèles est décrite dans la technique appelée PRIMA [21]. Cette méthode est utilisée pour obtenir macro-modèles d'ordre réduit et passifs de systèmes linéaires de type RLC et a été utilisée dans [22] pour obtenir modèles de petite taille de systèmes électromagnétiques comme des antennes, des interconnexions de haute vitesse, des guides d'ondes, etc.

Finalement il faut remarquer que dans notre cas nous avons utilisé des techniques d'identification des systèmes dans le domaine de la fréquence [23] pour obtenir des modèles réduits de circuits linéaires ou linéarisés.

#### 1.IV.2.2. Techniques de Réduction des Systèmes Non Linéaires

Dans cette sous-section nous citons quelques méthodes d'analyse et de modélisation des systèmes non linéaires. Nous allons diviser ces techniques en deux parties. Dans la première nous présentons les techniques basées sur les séries de puissance généralisées et les séries de Volterra pour les circuits faiblement non-linéaires. Dans la deuxième nous présentons diverses techniques de réduction de modèles, sur lesquelles nous avons basé notre travail.

##### 1.IV.2.2.1. Techniques Basées sur le Développement en Séries de Puissance et Volterra

Une technique basée dans le développement en séries généralisées de puissance des non-linéarités a été présentée dans [24]. Cette technique est valable pour des circuits analogiques non linéaires comme lesquels, par rapport au signal d'oscillateur local, travaillent en régime de grand signal (mélangeurs...) et opère complètement dans le domaine de la fréquence.

D'autre part les séries de Volterra peuvent être utilisées pour modéliser des effets des non-linéarités à mémoire comme dans [25] par exemple, où on montre un modèle non linéaire pour un diode PIN basée dans la représentation en séries de Volterra des équations du diode.

Dans le cas des circuits non linéaires qui effectuent une translation de fréquence comme les mélangeurs ou modulateurs, on retrouve des méthodes basées sur les séries de Volterra à noyaux variants avec le temps [26] [27] [28]. Grâce à ces méthodes on peut caractériser divers effets des non linéarités, comme la distorsion d'intermodulation, etc. généralement à niveau faiblement non linéaire, à cause de la complexité d'extraction des noyaux de Volterra d'ordre supérieur.

#### 1.IV.2.2.2. Divers Techniques de Réduction, Modélisation et Analyse

Dans [29] on retrouve une technique d'analyse des circuits avec des signaux qui présentent des échelles de temps très séparées en utilisant méthodes numériques de résolution de EDPs (Équations Différentielles Partielles). Cette technique est très intéressante à l'heure d'analyser des circuits comme les mélangeurs, dans lesquels les fréquences des signaux de travail sont très différentes. Dans ce cas on peut utiliser plusieurs variables de temps, correspondants aux diverses fréquences pour obtenir un système d'EDPs qui sont résolues par des méthodes numériques. L'article montre des méthodes pour obtenir solutions quasi-périodiques et d'enveloppe avec un coût de calcul réduit.

Dans [30] on retrouve une méthode de réduction pour obtenir la solution en régime établi des circuits non linéaires. Cette technique diminue le nombre d'équations de l'équilibrage harmonique en réduisant la taille de la matrice Jacobienne, de façon à obtenir un modèle réduit plus simple.

Finalement, dans [31] des techniques de réduction de modèles pour des systèmes variants dans le temps sont analysés. On montre l'utilisation de la technique TVP (*Time-Varying Padé*) pour modéliser mathématiquement des circuits LVT (Linéaires et Variants dans le Temps). La formulation TVP est généralisée au cas des systèmes faiblement non linéaires. Quelques idées présentes dans cette dernière formulation ont été utilisées dans notre travail pour développer une technique de modélisation des circuits faiblement non linéaires et variant dans le temps.

## 1.V. Conclusions

Dans ce premier chapitre d'introduction nous avons commencé par la définition des systèmes et pour classer ensuite les types de systèmes et leurs différentes méthodes de caractérisation et évaluation.

Nous avons montré la nécessité et l'application de la simulation dans la conception des systèmes de communication et comme méthode de vérification des systèmes. De manière brève, les techniques de simulation utilisées généralement dans l'analyse des liens de communications, ont été révisées.

Dans § 1.III. on explique quelques concepts basiques sur la modélisation des systèmes, comme leur description en digrammes de blocs pour faciliter l'implémentation des modèles pour leur simulation. On traite particulièrement quelques remarques sur les différences de la modélisation des systèmes et composants et la forme de valider les modèles obtenus par la quantification des erreurs résultants de la comparaison des résultats de la simulation et la mesure du système physique.

Nous avons fait une révision bibliographique sur des différentes techniques de modélisation et de réduction de modèles développées dans les derniers années et qui ont constitué le point de départ de notre travail. Ce type de techniques sont nécessaires afin d'obtenir modèles de taille réduite mais qui donnent des résultats suffisamment semblables au fonctionnement réel des systèmes.

## Bibliographie

- [1] M. Golio et Al., *The RF and Microwave Handbook*, CRC Press LLC, 2001.
- [2] K M. C. Jeruchim, P. Balaban, K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2000.
- [3] *Release 7.70 PDF-documentation of APLAC Editor, APLAC Simulator, and APLAC Language*. <http://www.aplac.hut.fi/aplac/manual/main.html>.
- [4] *ADS Documentation*. <http://eesof.tm.agilent.com/docs/adsd2001/doc.html>.
- [5] *Simulink Roadmap*.  
[http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/simulink/simulink\\_product\\_page.shtml](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/simulink/simulink_product_page.shtml).
- [6] H. Chehade, *Modélisation des Composants Microélectroniques non linéaires par séries de Volterra à Noyaux Dynamiques, pour la CAO des Circuits RF et Micro-Ondes*, THESE présentée à l'université de Limoges. N° d'ordre : 62-1998.
- [7] Collectif d'auteurs sous la direction de G. Baudoin, *Radiocommunications Numériques / I*, Dunod, Paris. 2002.
- [8] M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, John Wiley & Sons, 1980.
- [9] K. Kundert, and al., *Steady State Methods for Simulating Analog and Microwave Circuits*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- [10] V. Rizzoli, A. Neri, *State of the Art and Present Trends in non Linear Microwave CAD Techniques*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol CAS 27 n° 3, pp. 161-175, March 1980.

- [11] V. Rizzoli, A. Lipparini, *General Stability Analysis of Periodic Steady State Regimes in Nonlinear Microwave Circuits*, IEEE Trans. Microwave Theory & Tech, vol.33 no. 1, Jan. 1985, pp. 30-37.
- [12] S. Mons, M. A. Pérez, R. Quéré, J. Obregon, *A Unified Approach for the Nonlinear Stability Analysis of Microwave Circuits, Using Commercially Available Tools*, IEE MTT-S naheim Jun. 1999, pp. 993-996.
- [13] J. Portilla, J. Jugo, A. Anakabe, F. J. Casas, J. P. Pascual, J. M. Collantes, *Analysis of Non-linear RF and Microwave Circuits Using Harmonic Balance and System Identification Methods*, RF and Microwave Computer-Aided Engineering (Wiley), Vol. 12, NO. 5, Sept. 2002. pp. 448-459.
- [14] A. Anakabe, S. Mons, T. Gasseling, P. Casas, R. Quéré, J.M. Collantes, A. Mallet, *Efficient nonlinear Stability Analysis of Microwave Circuits using Commercially Available Tools*, European Microwave Conference, Milan, 2002. pp. 1017-1020.
- [15] E. Ngoya, R. Larchevêque, *Envelope transient analysis : a new method for the transient and steady state analysis of microwave communication circuits and systems*, Microwave symposium digest 1996, IEEE MTT S International, Volume 3, 17-21 june 1996 pp. 1365-1368.
- [16] J. Dunsmore, G. Jue, J. Kikuchi, P. Nayler, *A Measurements-Based Behavioral Model for I/Q RF Modulators : Implementation and Verification*, European Microwave Conference, Milan 2002.
- [17] M. S. Muha, C. J. Clark, A. A. Moulthrop, C. P. Silva, *Validation of Power Amplifier Nonlinear Block Models*, MTT-S Conference 1999.
- [18] A. Soury, E. Ngoya, J. M. Nebus, *A New Behavioral Model taking into Account Nonlinear Memory Effects and Transient Behaviours in Wideband SSPAs*, MTT-S Conference 2002. pp. 853-856.



- [19] J. R. Phillips, *Projection-Based Approaches for Model Reduction of Weakly Nonlinear, Time-Varying Systems*, IEEE Trans. On Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 22, NO 2, February 2003. pp. 171-187.
- [20] R. W. Freund, *Reduced-Order Modeling Techniques Based on Krylov Subspaces and Their Use in Circuit Simulation*, Numerical Analysis Manuscript No. 98-3-02, Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey, February 1998. Available at <http://cm.bell-labs.com/cs/doc/98>.
- [21] A. Odabasioglu, M. Celik, L. T. Pileggi, *PRIMA : Passive Reduced-Order Interconnect Macromodeling Algorithm*, IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 17, NO. 8, August 1998. pp. 645-654.
- [22] A. C. Cangellaris, M. Celik, S. Pasha, L. Zhao, *Electromagnetic Model Order Reduction for System-Level Modeling*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 47, NO. 6, June 1999. pp. 840-850.
- [23] R. Pintelton, J. Schoukens, *System Identification. A Frequency Domain Approach*, IEEE Press. 2001.
- [24] G. W. Rhyne, M. B. Steer, B. D. Bates, *Frequency-Domain Nonlinear Circuit Analysis Using Generalized Power Series*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 36, NO. 2, February 1988. pp. 379-387.
- [25] W. Reiss, *Volterra Series Representation of a Forward-Biased p-i-n Diode*, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. ED-28, NO. 12, December 1981. pp. 1495-1500.
- [26] R. B. Swerdlow, *Analysis of Intermodulation Noise in Frequency Converters by Volterra Series*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-26, NO. 4, April 1978. pp. 305-313.

- [27] F. Yuan, A. Opal, *Distortion Analysis of Periodically Switched Nonlinear Circuits Using Time-Varying Volterra Series*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-I : Fundamental Theory and Applications, Vol. 48, NO. 6, June 2001. pp. 726-738.
- [28] I. Vassiliou, A. Sangiovanni-Vincentelli, *A Frequency-Domain Volterra Series-Based Behavioral Simulation Tool for RF Systems*, IEEE Custom Integrated Circuits Conference, 1999. pp. 21-24.
- [29] J. Roychowdhury, *Analyzing Circuits with Widely Separated Time Scales Using Numerical PDE Methods*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-I : Fundamental Theory and Applications, Vol. 48, NO. 5, May 2001. pp. 578-594.
- [30] E. Gad, R. Khazaka, M. S. Nakhla, R. Griffith, *A Circuit Reduction Technique for Finding the Steady-State Solution of Nonlinear Circuits*, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 48, NO. 12, December 2000. pp. 2389-2396.
- [31] J. Roychowdhury, *Reduced-Order Modeling of Time-Varying Systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-II : Analog and Digital Signal Processing, Vol. 46, NO. 10, October 1999. pp. 1273-1288.

## Chapitre 2

# TECHNIQUES DE REDUCTION DE MODELES APPLIQUEES A DES CIRCUITS « LIT » ET « LVT »



## 2.I. Introduction

La modélisation et simulation des circuits et sous-ensembles linéaires micro-ondes sont parmi les sujets clés pour l'évaluation des performances des systèmes de radiocommunication actuels. Ceci est dû, non pas uniquement à leur rôle important vis à vis de l'étude du comportement global de ces systèmes, mais aussi à cause des importants coûts de simulation précisés. En effet, la présence d'éléments à paramètres distribués entraîne qu'une grande partie du temps de simulation soit associé à la résolution de la dynamique linéaire du circuit ou système.

Dans ce chapitre, des techniques de réduction des modèles pour des circuits dits LIT ("Linéaires et Invariants dans le Temps") et LVT ("Linéaires et Variants dans le Temps") sont proposés. Les circuits LIT peuvent être représentés sous la forme d'un filtre. De la même façon, les circuits LVT peuvent être représentés par un filtre équivalent qui correspond à la linéarisation du système autour d'un certain état déterminé par un signal de pompe.

Comme on le vérifiera par la suite, ces techniques permettent une réduction importante du temps de simulation. Les modèles résultants sont donc particulièrement appropriés à l'analyse efficace des systèmes complets de communications. La réduction du temps de calcul résulte, d'une part des techniques de réduction et, d'autre part, de l'obtention des modèles équivalents en bande de base, grâce à l'aide de la transformée de Hilbert du filtre équivalent.

Dans ce travail on va considérer que tous les circuits et systèmes LTI et LTV sont continus. Le cas des systèmes discrets n'apporte pas une complication excessive [1]. Tout d'abord, la théorie des systèmes continus LIT et LVT va être rappelée. Ensuite, le traitement des signaux et systèmes en bande basse sera abordé. Des techniques de réduction de modèles pour des systèmes des types LIT et LVT vont être exposées et illustrées. À la fin du chapitre l'application des méthodes de réduction à la modélisation d'un modulateur monolithique I-Q en bande K, conçu à Alcatel Space, sera présentée en détail.

## 2.II. Systèmes Linéaires et Invariants dans le Temps (LIT) [1]

En général un système est un dispositif qui transforme un signal d'entrée  $x(t)$  en un signal de sortie  $y(t)$ . Soit "L" la fonctionnelle correspondante, nous avons donc :  $y(t) = L[x(t)]$ .

Un système est dit *linéaire* si la fonctionnelle  $L$  est linéaire au sens des applications : si le système associe les sorties  $y_1(t)$  et  $y_2(t)$  aux entrées respectives  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$ , il associe la sortie  $y(t) = a_1y_1(t) + a_2y_2(t)$  à l'entrée  $x(t) = a_1x_1(t) + a_2x_2(t)$  ;  $\forall (a_1, a_2) \in \mathbf{C}^2$ .

Cette propriété est difficilement réalisable en pratique à cause de divers phénomènes de non linéarité (saturations, hystérésis, offset...), elle constitue donc une idéalisation de nombreux systèmes mais peut être considérée valable pour des signaux de faible dynamique.

Le système est dit *invariant dans le temps* (ou stationnaire) si son comportement se reproduit de façon identique au cours du temps. Autrement dit, celui-ci ne dépend pas de l'origine des temps : si le système associe la sortie  $y(t)$  à l'entrée  $x(t)$ , il associe la sortie  $y(t-t_0)$  à l'entrée  $x(t-t_0)$ .

Cette propriété est aussi une idéalisation de nombreux systèmes car ceux-ci sont en général constitués de composants électroniques sujets à des phénomènes de vieillissement et de variations avec la température qui peuvent entraîner des variations de comportement avec le temps.

Il est aussi intéressant de définir le concept de systèmes *instantanés* ou *sans mémoire*. Ces systèmes présentent une relation entrée-sortie du type  $y(t) = g[x(t)]$ . Les systèmes instantanés sont invariants dans le temps et en général non linéaires. Par contre, dans ce chapitre on va traiter avec des systèmes linéaires avec mémoire puisque la propriété d'instantanéité est généralement une simplification du comportement du système autour d'une certaine fréquence.

## 2.II.1. Réponse Harmonique et Fonction de Transfert

On définit la *réponse harmonique* d'un filtre comme la réponse aux signaux exponentiels complexes. La simplicité de cette réponse va justifier l'importance accordée par la suite aux signaux exponentiels complexes et l'intérêt de la notion de fréquence pour la représentation des signaux lorsqu'on s'intéresse à des traitements linéaires.

En appelant " $p$ " la variable temporelle (" $\tau$ " jouant le rôle de paramètre), on obtient :

$$L[e^{i2\pi f_0(p-\tau)}] = L[e^{-i2\pi f_0\tau} e^{i2\pi f_0 p}] = e^{-i2\pi f_0\tau} L[e^{i2\pi f_0 p}] ; \forall (p, \tau) \in \mathfrak{R}^2 ,$$

d'où, en particulier, pour  $p = 0$  et  $\tau = -t$  :

$$L[e^{i2\pi f_0 t}] = e^{i2\pi f_0 t} \left\{ L[e^{i2\pi f_0 p}] \right\}_{p=0}$$

Les signaux  $e^{i2\pi f_0 t}$  sont donc des signaux propres du filtre LIT dont la valeur propre associée est la sortie à l'instant  $t = 0$  du filtre LIT correspondant à l'excitation  $e^{i2\pi f_0 t}$ .

Nous donnerons à cette valeur propre le nom de *fonction de transfert* du filtre LIT. C'est une fonction de la fréquence  $f_0$  que nous noterons  $H(f_0)$ ,

$$\text{d'où : } \boxed{L[e^{i2\pi f_0 t}] = H(f_0)e^{i2\pi f_0 t}} \quad [\text{II.1}]$$

Dans le cas particulier d'un filtre réel, on peut associer tel filtre à des signaux complexes à l'aide d'un filtre complexe associé. Si  $y(t)$  est la sortie associée à  $x(t)$ , celui-ci associe  $y^*(t)$  à  $x^*(t)$ . En particulier pour  $x(t) = e^{i2\pi f_0 t}$  :

$$L[e^{-i2\pi f_0 t}] = H^*(f_0)e^{-i2\pi f_0 t}$$

Et par application de [II.1] à la fréquence  $-f_0$  :

$$L[e^{-i2\pi f_0 t}] = H(-f_0)e^{-i2\pi f_0 t}$$

D'où :

$$H(-f_0) = H^*(f_0)$$

Nous pouvons déduire de la relation [II.1], la réponse d'un filtre réel au signal sinusoïdal  $x(t) = a\cos(2\pi f_0 t + \theta)$ . En effet puisque :

$$x(t) = \frac{a}{2} e^{i\theta} e^{i2\pi f_0 t} + \frac{a}{2} e^{-i\theta} e^{-i2\pi f_0 t};$$

la réponse du filtre complexe associé à ce filtre réel est :

$$\begin{aligned} y(t) &= H(f_0) \frac{a}{2} e^{i\theta} e^{i2\pi f_0 t} + H(-f_0) \frac{a}{2} e^{-i\theta} e^{-i2\pi f_0 t} = 2 \operatorname{Re} \left[ H(f_0) \frac{a}{2} e^{i\theta} e^{i2\pi f_0 t} \right] \\ &= a |H(f_0)| \cos(2\pi f_0 t + \theta + \operatorname{Arg}[H(f_0)]) \end{aligned}$$

Donc :

$$\boxed{L[a \cos(2\pi f_0 t + \theta)] = a |H(f_0)| \cos(2\pi f_0 t + \theta + \operatorname{Arg}[H(f_0)])} \quad [\text{II.2}]$$

Nous pouvons également déduire de la relation [II.1] la réponse d'un filtre à un signal périodique quelconque  $x(t)$ . En effet, puisque  $x(t)$  se décompose en série de Fourier :

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k e^{i2\pi k \frac{t}{T}}; \text{ la réponse est } y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} H\left(\frac{k}{T}\right) X_k e^{i2\pi k \frac{t}{T}}$$

$$L \left[ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} X_k e^{i2\pi k \frac{t}{T}} \right] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} H\left(\frac{k}{T}\right) X_k e^{i2\pi k \frac{t}{T}} \quad [\text{II.3a}]$$

ou, en appelant  $Y_k$  les coefficients de série de Fourier de  $y(t)$ ,

$$\boxed{Y_k = H\left(\frac{k}{T}\right) X_k} \quad [\text{II.3b}]$$

Plus généralement pour des signaux à spectre continu les filtres LIT sont décrits par la relation suivante entre les transformées de Fourier des signaux d'entrée  $x(t)$  et de sortie  $y(t)$  :

$$\boxed{Y(f) = H(f)X(f)} \quad [\text{II.4}]$$

La fonction de transfert  $H(f)$  caractérise un filtre LIT continu puisque celle-ci permet de connaître la sortie associée à toute entrée. Ce fonction de transfert porte le nom de **fonction de transfert fréquentielle** ou **réponse en fréquence** du filtre.



La relation [II.4] donne un moyen indirect de calcul de la fonction de transfert d'un filtre, par calcul du quotient des transformées de Fourier des signaux de sortie et d'entrée et montre qu'un filtre ne peut créer de "fréquences nouvelles", car le support de  $Y(f)$  est inclus dans celui de  $X(f)$ . Nous verrons dans le chapitre suivant que les systèmes non linéaires sont eux caractérisés par un élargissement du support de la transformée de Fourier des signaux traités.

## 2.II.2. Réponse Impulsionnelle et Produit de Convolution

On définit *réponse impulsionnelle*  $h(t)$  d'un filtre, la transformée de Fourier inverse de sa fonction de transfert  $H(f)$ .

$$h(t) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) e^{i2\pi ft} df \quad \text{et} \quad H(f) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-i2\pi ft} dt$$

Par transformation de Fourier inverse de la relation [II.4], nous avons dans l'espace des signaux précédemment défini :

$$y(t) = x(t) * h(t) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) h(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad \text{[II.5]}$$

Par suite, les seuls systèmes LIT et continus qui agissent sur l'espace des signaux constitué par les distributions tempérées sont les systèmes décrits par une convolution.

La réponse impulsionnelle  $h(t)$  d'un tel filtre est souvent une distribution régulière, c'est-à-dire une simple fonction. Mais il existe des filtres dont la réponse impulsionnelle n'est pas une fonction, mais une distribution singulière. Ainsi la transformation identité :  $y(t) = x(t)$  définit un filtre dont la fonction de transfert est évidemment  $H(f) = 1$ , par suite  $h(t) = \delta(t)$  (distribution de Dirac).

### 2.II.2.1. Interprétation de la Relation de Convolution

Le produit de convolution [II.5] signifie que, pour calculer la sortie  $y(t)$  d'un filtre à l'instant  $t$ , nous multiplions toutes les valeurs du signal d'entrée à tous les instants  $t - \tau$  par le facteur  $h(\tau)$ , qui est la valeur de la réponse impulsionnelle du filtre. Cette réponse

impulsionnelle produit un effet de mémoire dans le système de telle manière que la valeur de la sortie à l'instant  $t$  dépend des valeurs de l'entrée à tous les instants  $t - \tau$ .

### 2.II.3. Causalité et Stabilité des Filtres

Un filtre est dit *réalisable* s'il accomplit deux restrictions. La première est la *causalité* et la seconde la *stabilité* qui permet de contrôler la dynamique des signaux de sortie.

La caractéristique essentielle des systèmes physiques à variable temporelle est que l'effet ne peut précéder la cause qui le produit, c'est-à-dire, la réponse  $y(t)$  d'un tel système à l'instant  $t = \tau$  ne dépend que des valeurs de l'excitation  $x(t)$  pour  $t \leq \tau$ . Cette condition de causalité est nécessaire pour que le système soit réalisable physiquement.

Pour un filtre *causal*, la relation entrée sortie devient :

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau)h(t - \tau)d\tau = \int_0^{+\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad [\text{II.6}]$$

On dit aussi qu'un filtre est causal si et seulement si sa réponse impulsionnelle  $h(t)$  vérifie :

$h(t) = h(t) u(t) \leftrightarrow h(t) = h(t) \text{sign}(t)$  ; en appelant  $\text{sign}(t)$  la fonction signe. Maintenant, par transformée de Fourier des deux membres de cette dernière relation, on obtient :

$$H(f) = H(f) * \text{vp}\left(\frac{-i}{\pi f}\right) \quad [\text{II.7}]$$

La relation [II.7] correspond à la caractérisation de la causalité à l'aide de sa fonction de transfert.

Nous pouvons caractériser la causalité d'un filtre en utilisant la transformée de Laplace  $H(s)$  de la réponse impulsionnelle  $h(t)$  que l'on appelle *fonction de transfert de Laplace* du filtre [2] [3]. L'annexe II.1 montre la définition et propriétés de la transformation de Laplace. Lorsque  $H(s)$  est une fraction rationnelle en  $s$ , le filtre est causal si l'ordre du polynôme dans le numérateur est mineur ou égal à l'ordre du polynôme dans le dénominateur.

La stabilité est un critère de non saturation de la sortie d'un filtre. Il existe plusieurs définitions de la stabilité. Ensuite nous montrons deux d'entre elles :

Un filtre est stable (*stabilité BIBO* ; bounded input-bounded output) si et seulement si à toute entrée bornée correspond une sortie bornée. Une condition nécessaire et suffisante de stabilité BIBO est :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |h(t)| dt < \infty \quad [\text{II.8}]$$

Un autre critère de stabilité est *la stabilité asymptotique*. Celle-ci est assurée si à toute entrée transitoire (signal  $x(t)$  pour lequel  $\exists (t_1, t_2)$  tel que  $x(t) = 0$  pour  $t \notin [t_1, t_2]$ ) correspond une sortie  $y(t)$  telle que  $\lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = 0$ .

Pour des filtres causaux, il est intéressant de comparer ces deux critères de stabilité à l'aide de la fonction de transfert de Laplace  $H(s)$  lorsque celle-ci est une fraction rationnelle en  $s$ . Grâce au développement en éléments simples :

$$H(s) = \sum_{k=0}^{+Q} a_k s^k + \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{r=1}^{R_i} \frac{a_{i,r}}{(s - s_i)^r} \right] \quad [\text{II.9}]$$

où  $R_i$  est l'ordre des pôles  $s_i$  de  $H(s)$  (le premier terme n'existant que si le degré du numérateur de  $H(s)$  est supérieur ou égal à celui de son dénominateur). Le critère de stabilité BIBO est équivalent à ce que  $Q = 0$  et  $\text{Re}(s_i) < 0$ , c'est-à-dire, que **les pôles de  $H(s)$  soient à partie réelle strictement négative et le degré du numérateur de  $H(s)$  inférieur ou égal à celui de son dénominateur.**

Le critère de stabilité asymptotique est dans ce cas caractérisé seulement par les pôles de  $H(s)$  à partie réelle strictement négative.

## 2.II.4. Exemple de Filtre : Equation Différentielle Linéaire à Coefficients Constants

En appliquant la transformation de Laplace à l'équation différentielle

$$\sum_{k=0}^P a_k \frac{d^k [y(t)]}{dt^k} = \sum_{j=0}^N b_j \frac{d^j [x(t)]}{dt^j} \text{ avec } a_P \neq 0 \quad [\text{II.10}]$$

on obtient :

$$\sum_{k=0}^P a_k s^k Y(s) = \sum_{j=0}^N b_j s^j X(s) \quad [\text{II.11}]$$

Puisque la relation [II.4] implique que  $Y(s) = H(s)X(s)$ , les filtres définis par [II.10] ont pour fonction de transfert de Laplace :

$$H(s) = \frac{\sum_{j=0}^N b_j s^j}{\sum_{k=0}^P a_k s^k} \quad [\text{II.12}]$$

Il n'existe qu'un filtre causal correspondant à la bande de convergence formée du demi-plan situé à droite de la parallèle à l'axe imaginaire d'abscisse associée au pôle de  $H(s)$  de plus grande partie réelle.

***En pratique lorsque l'on a une équation de la forme [II.10], on ne s'intéresse qu'à sa solution causale et stable. Elle n'existe que si tous les pôles de  $H(s)$  sont strictement situés à gauche de l'axe imaginaire et si  $N \leq P$ .***

## 2.III. Systèmes Linéaires et Variants dans le Temps (LVT) [3]

Les éléments linéaires dans un système de communications peuvent être invariants ou variants dans le temps. Dans la section précédente, nous avons décrit les systèmes *linéaires et invariants* dans le temps (*LIT*). Cette section décrit brièvement les *systèmes variants dans le temps (LVT)*.

L'acceptation de l'invariance de temps implique que les propriétés des systèmes modélisés ne changent pas avec temps. Si nous modélisons un système par une fonction de transfert invariante dans le temps, nous admettons que la fonction de transfert reste fixée et qu'elle ne change pas en fonction du temps.

Un système physique est toujours LVT à cause des variations des éléments du système due à la dégradation produite au cours du temps. Toutefois nous admettrons que ce type de variation est trop lent, et négligeable dans une période de temps raisonnable.

Dans ce travail, nous traiterons seulement un cas particulier des systèmes LVT, dans lesquels la variation des paramètres est due à la présence d'un signal de fort niveau variant dans le temps. Nous traiterons ce cas dans § 2.III.3.

### 2.III.1. Description des Systèmes LVT dans le Domaine du Temps

Pour les systèmes LVT la fonction impulsionnelle peut être décrite par  $h(t, \tau)$ . On peut donc dire que les systèmes invariants sont des cas particuliers avec  $h(t, \tau) = h(t - \tau)$ . Comme le système est variant dans le temps, la réponse impulsionnelle est aussi fonction du temps auquel l'impulsion est appliquée et du temps auquel la sortie est mesurée. Par conséquent  $h(t, \tau)$  est une surface dans un espace tridimensionnel. La Figure 2.1 montre des coupes de ces types de surface.

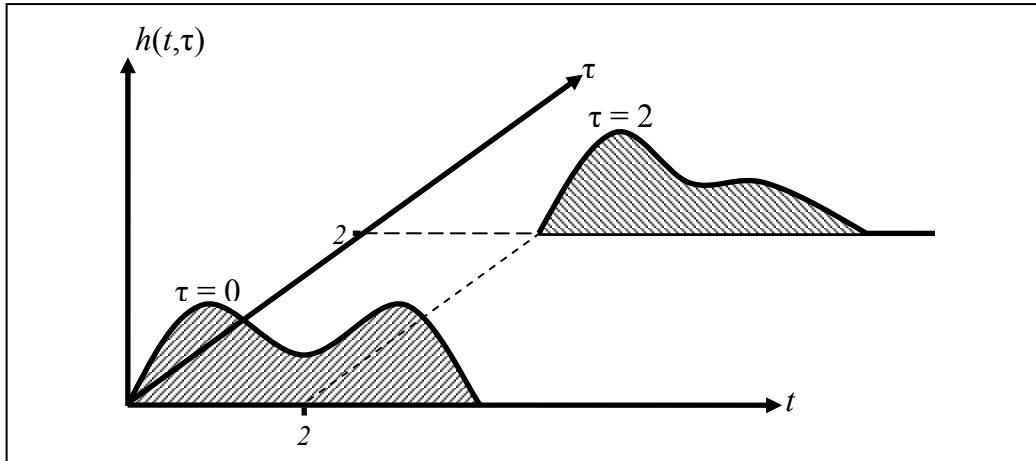


Figure 2.1 : Représentation bidimensionnelle d'une réponse variant dans le temps.

La réponse temporelle du système à une entrée arbitraire est alors donnée par un intégrale de superposition (intégrale de Fredholm). En utilisant la réponse impulsionnelle, l'intégrale de superposition est :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) x(\tau) d\tau \quad [\text{II.13}]$$

où

$$y(t) = h(t, \tau) * x(\tau) \quad [\text{II.14}]$$

Par des systèmes causaux l'intégrale peut être écrite comme :

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(t, \tau) x(\tau) d\tau \quad [\text{II.15}]$$

## 2.III.2. Description des Systèmes LVT dans le Domaine de la Fréquence

Il est possible de développer la notion de fonction de transfert variant dans le temps pour des systèmes LVT, en prenant la transformée de Fourier de  $h(t, \tau)$  par rapport à  $\tau$  :

$$H_{\tau}(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad [\text{II.16}]$$

Si le système est lentement variable dans le temps, les concepts de réponse en fréquence et largeur de bande peuvent être appliqués à  $H_{\tau}(f, t)$ . Dans ce cas, les systèmes LVT

sont caractérisés par une famille de réponses impulsionnelles et de fonctions de transfert, une fonction pour chaque valeur de  $t$  (Figure 2.1).

La transformée inverse est donnée par :

$$h(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\tau}(f, t) e^{j2\pi f\tau} df \quad [\text{II.17}]$$

La sortie  $y(t)$  d'un système  $h(t, \tau)$  avec l'entrée  $x(t)$  peut être déterminée par :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_{\tau}(f, t) X(f) e^{j2\pi ft} df \quad [\text{II.18}]$$

où  $X(f)$  est la transformée de Fourier de  $x(t)$ . La réponse fréquentielle variant dans le temps décrit complètement le système, de la même façon que la réponse impulsionnelle  $h(t, \tau)$ .

### 2.III.3. Modélisation des Systèmes LVT

La variable  $t$  dans  $h(t, \tau)$  et  $H_{\tau}(f, t)$  décrit la variation dans le temps du système. Une forte dépendance en  $t$  et de rapides changements associés à  $t$  indiquent un système rapidement variable dans le temps. Habituellement, la variation naturelle du système au cours du temps est modélisée comme un phénomène aléatoire et est traitée comme un processus aléatoire en  $t$ . Si le processus est stationnaire les variations temporelles peuvent être modélisées par une fonction d'autocorrélation appropriée dans le domaine du temps, ou par la densité spectrale de puissance correspondante dans le domaine de la fréquence.

Dans § 2.VI., on donnera une technique de modélisation pour des circuits et systèmes LVT, présentant un comportement stationnaire dans le temps, comme dans le cas des circuits mélangeurs ou modulateurs. Nous verrons que cette caractéristique simplifie notamment la modélisation du système. Dans ce cas on peut considérer la fonction de transfert de Laplace correspondant à  $H_{\tau}(f, t)$ , comme le rapport de deux polynômes en  $s$ , avec de coefficients qui varient dans le temps.

$$H(s, t) = \frac{\sum_{j=0}^N b_j(t) s^j}{\sum_{k=0}^P a_k(t) s^k} \quad [\text{II.19}]$$

Si le comportement du système est stationnaire ou périodique avec une fréquence fondamentale  $f_0$ , on peut développer chaque coefficient de la fonction de transfert en série de Fourier :

$$\begin{aligned} b_j &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_{jn} e^{in2\pi f_0 t} \\ a_k &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_{kn} e^{in2\pi f_0 t} \end{aligned} \quad [\text{II.20}]$$

Ceci veut dire que l'on peut obtenir une fonction de transfert avec des coefficients constants qui caractérisent le comportement du système autour de chaque harmonique  $nf_0$ . Dans § 2.VI., nous allons utiliser cette propriété caractéristique pour la modélisation de circuits linéaires pompés par un signal périodique.



## 2.IV. Signaux et Systèmes Équivalents en Bande de Base [1] [3]

Les *signaux à porteuse modulée*, trouvés dans la simulation des systèmes de communication, sont normalement traités comme des *systèmes passe-bande*. Puisque nous devons finalement échantillonner ces signaux, nous souhaitons le faire de la manière la plus efficace possible.

Un signal continu peut être représentée par un modèle discret, seulement si la fréquence d'échantillonnage est au moins deux fois la plus grande fréquence dans le spectre du signal. Si ce spectre est contenu dans la bande  $f_c - B/2 \leq f \leq f_c + B/2$ , l'interprétation stricte du théorème d'échantillonnage indique que la fréquence d'échantillonnage est de l'ordre de  $2f_c + B$ , mais en réalité il est uniquement nécessaire d'avoir une *fréquence d'échantillonnage de l'ordre de B*, c'est-à-dire, deux fois *la plus grande fréquence de la signal d'information*.

Les signaux et systèmes à porteuse modulée peuvent être analysés comme s'ils étaient en bande de base. La technique utilisée pour implémenter cette idée est la *méthode d'enveloppe complexe*. Cette technique utilise les concepts de *signaux et systèmes équivalents en bande de base*.

L'idée est assez intuitive. Pour un signal à porteuse modulée  $x(t)$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} x(t) &= a_x(t) \cos[2\pi f_c t + \phi(t)] \\ &= \operatorname{Re} \left[ a_x(t) e^{j(2\pi f_c t + \phi(t))} \right] \\ &= \operatorname{Re} \left[ a_x(t) e^{j\phi(t)} e^{j2\pi f_c t} \right] \end{aligned} \quad [\text{II.21}]$$

où  $a_x(t)$  est la modulation d'amplitude,  $\phi(t)$  est la modulation de phase du signal, et  $f_c$  est la fréquence de la porteuse. Le signal :

$$\alpha_x(t) = a_x(t) e^{j\phi(t)} \quad [\text{II.22}]$$

est appelé *amplitude complexe*. Afin d'introduire ce concept il faut définir la *transformée de Hilbert* d'un signal et le *signal analytique associé à un signal réel*.

## 2.IV.1. Transformée de Hilbert

À partir de un signal réel  $x(t)$  avec une transformée de Fourier  $X(f)$ , on peut obtenir la fonction (voir Figure 2.2) :

$$Z_x(f) = 2X(f)u(f) \quad [\text{II.23}]$$

et la transformée inverse :

$$z_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Z_x(f) e^{j2\pi ft} df = 2 \int_0^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \quad [\text{II.24}]$$

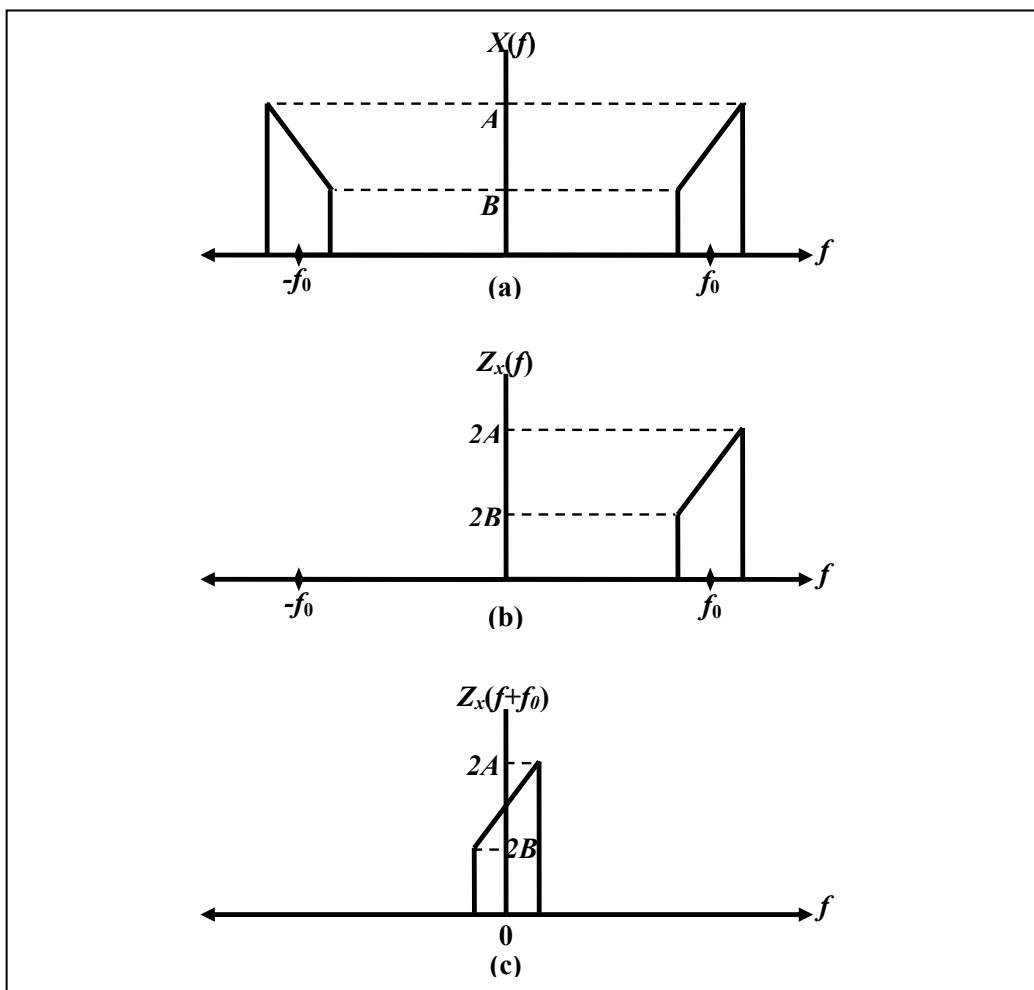


Figure 2.2 : Définition du spectre du signal analytique de  $x(t)$ . (a)  $X(f)$ , Transformée de Fourier de  $x(t)$ . (b)  $Z_x(f)$ , Transformée de Fourier du signal analytique de  $x(t)$ . (c)  $Z_x(f+f_0)$ , Transformée de Fourier du signal équivalent en bande de base de  $x(t)$ .

La fonction  $z_x(t)$  est complexe. Il est possible d'obtenir les composantes réel et imaginaire, de la façon suivante.

On a :

$$2u(f) = 1 + \text{sign}(f) \quad [\text{II.25}]$$

donc :

$$Z_x(f) = X(f)[1 + \text{sign}(f)] = X(f) + X(f)\text{sign}(f) \quad [\text{II.26}]$$

L'inverse  $F^{-1}[X(f)] = x(t)$ . Alors on peut écrire l'inverse de  $X(f)\text{sign}(f)$  comme :

$$F^{-1}[X(f)\text{sign}(f)] = j\hat{x}(t) \quad [\text{II.27}]$$

où  $\hat{x}(t) = H[x(t)]$  est la transformée de Hilbert de  $x(t)$ .

On a :

$$F^{-1}[\text{sign}(f)] = \frac{j}{\pi t} \quad [\text{II.28}]$$

on peut représenter la transformée de Hilbert comme la convolution suivante :

$$\hat{x}(t) = -jF^{-1}[X(f)\text{sign}(f)] = x(t) * \frac{1}{\pi t} \quad [\text{II.29}]$$

ou :

$$\hat{x}(t) = H[x(t)] = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad [\text{II.30}]$$

La fonction complexe dans [II.24] :

$$z_x(t) = x(t) + j\hat{x}(t) \quad [\text{II.31}]$$

est appelée le *signal analytique* de  $x(t)$ .

L'annexe II.2 montre les propriétés de la transformée de Hilbert.

## 2.IV.2. Signaux Modulés Équivalents en Bande de Base

Un signal modulé en amplitude et phase peut toujours être représenté comme :

$$x(t) = p(t)\cos(2\pi f_0 t) - q(t)\sin(2\pi f_0 t) \quad [\text{II.32a}]$$

avec le spectre :

$$X(f) = \frac{1}{2} [P(f - f_0) + jQ(f - f_0) + P(f + f_0) - jQ(f + f_0)] \quad [\text{II.32b}]$$

où  $P(f)$  et  $Q(f)$  sont les spectres de  $p(t)$  et  $q(t)$  respectivement. Si la largeur de bande de ces deux termes  $p(t)$  et  $q(t)$  respectent  $B \leq f_0$ ,

$$P(f) = 0 \wedge Q(f) = 0, |f| > f_0 \quad [\text{II.33}]$$

alors à partir des équations [AII.2.6] et [AII.2.7] (Annexe II.2), la transformée de Hilbert de  $x(t)$  est :

$$\hat{x}(t) = p(t)\sin(2\pi f_0 t) + q(t)\cos(2\pi f_0 t) \quad [\text{II.34}]$$

Par conséquent le signal analytique est :

$$z_x(t) = x(t) + j\hat{x}(t) = [p(t) + jq(t)]e^{j2\pi f_0 t}$$

avec :

$$Z_x(f) = 2X(f)u(f) = P(f - f_0) + jQ(f - f_0)$$

Le signal modulé est alors :

$$x(t) = \text{Re}[z_x(t)] = \text{Re}[\alpha_x(t)e^{j2\pi f_0 t}]$$

Le signal équivalent en bande de base ou l'enveloppe complexe est alors défini comme :

$$\alpha_x(t) = z_x(t)e^{-j2\pi f_0 t} = p(t) + jq(t) \quad [\text{II.35a}]$$

avec le spectre :

$$A_x(f) = Z_x(f + f_0) = P(f) + jQ(f) \quad [\text{II.35b}]$$

Dans la simulation des systèmes linéaires le signal  $x(t)$  peut être également bien représenté par l'enveloppe complexe  $\alpha_x(t)$ . Souvent l'enveloppe complexe est représentée comme dans l'équation [II.22], ou  $a(t) = \sqrt{p^2(t) + q^2(t)}$  est la modulation d'amplitude et  $\phi(t) = \tan^{-1}[q(t)/p(t)]$  est la modulation de phase du signal.

Les composantes en quadrature  $p(t)$  et  $q(t)$  peuvent s'obtenir par filtrage passe-bas des signaux  $2x(t)\cos(2\pi f_0 t)$  et  $-2x(t)\sin(2\pi f_0 t)$ . De cette façon on peut dire que  $p(t)$  et  $q(t)$  sont obtenues par **démodulation cohérente** (Figure 2.3).

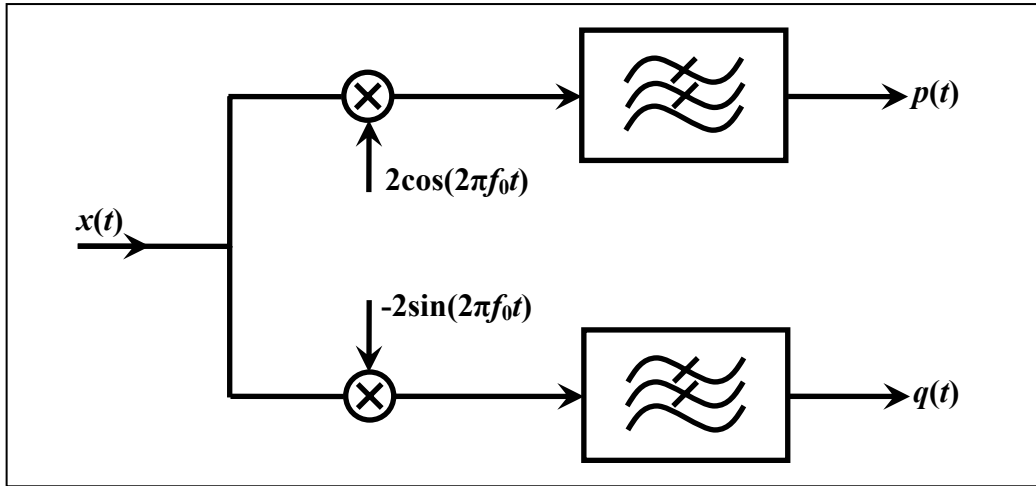


Figure 2.3 : Obtention des composantes en quadrature  $p(t)$  et  $q(t)$  par démodulation cohérente de  $x(t)$ .

### 2.IV.3. La Transformée de Hilbert dans l'Analyse des Systèmes

Si l'on a un système réel  $h(t)$  avec un signal d'entrée réel  $x(t)$ , la sortie est donnée par l'intégrale de convolution :

$$y(t) = h(t) * x(t) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau \quad [\text{II.36}]$$

avec :

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \quad [\text{II.37}]$$

Nous définissons les fonctions :

$$\begin{aligned} Z_x(f) &= 2X(f)u(f) \\ Z_h(f) &= 2H(f)u(f) \\ Z_y(f) &= 2Y(f)u(f) \end{aligned} \quad [\text{II.38}]$$

À partir des équations précédentes on a :

$$Z_y(f) = \frac{1}{2} Z_h(f) Z_x(f) \quad [\text{II.39}]$$

Maintenant, si l'on appelle aux fonctions analytiques de  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $h(t)$   $z_x(t)$ ,  $z_y(t)$  et  $z_h(t)$  respectivement, avec [II.39] on obtient :

$$z_y(t) = \frac{1}{2} z_h(t) * z_x(t) \quad [\text{II.40}]$$

et avec [II.31] :

$$y(t) = \text{Re}[z_y(t)] \quad [\text{II.41}]$$

### 2.IV.3.1. Équivalent en Bande de Base d'un Filtre Passe-bande

Nous considérons maintenant un signal d'entrée limité en bande, comme dans [II.33], transmise à travers d'un système passe-bande  $h(t)$  avec une fonction de transfert  $H(f)$  comme montré dans la Figure 2.4.

Le système passe-bande a une sortie :

$$y(t) = h(t) * x(t) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau \quad [\text{II.42}]$$

Nous représentons les signaux d'entrée et de sortie par leur équivalents en bande de base ou enveloppes complexes  $\alpha_x(t)$  et  $\alpha_y(t)$  comme dans [II.35]. Il est alors possible d'obtenir un filtre hypothétique  $h_b(t)$  tel que :

$$\alpha_y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_b(t - \tau) \alpha_x(\tau) d\tau \quad [\text{II.43}]$$

Il est alors intéressant d'obtenir les signaux et filtres équivalents en bande de base en faisant explicitement référence à la fréquence  $f_0$  dans [II.38]. De cette façon les spectres des signaux analytiques et des filtres seront déplacés à l'origine. Le choix de  $f_0$  est arbitraire, en tenant compte que  $B \leq f_0$  où  $B$  est donné par le plus grand des deux intervalles  $B_1$  et  $B_2$  dans la Figure 2.4a.

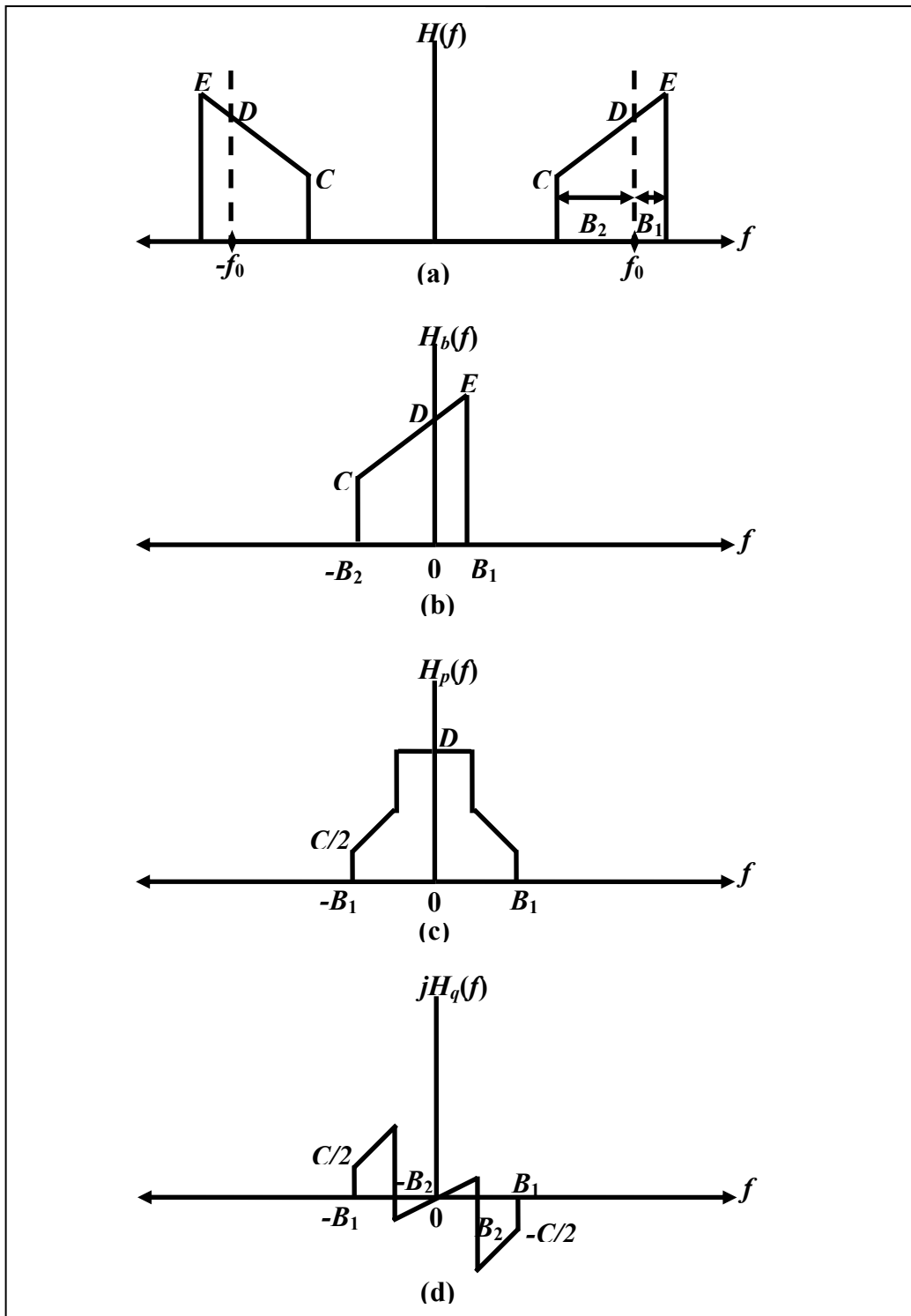


Figure 2.4 : Définition du filtre équivalent en bande de base. (a) Spectre du filtre passe-bande  $H(f)$ . (b) Spectre du filtre équivalent en bande de base  $H_b(f)$ . (c) Spectre du composant en phase  $H_p(f)$ . (d) Spectre du composant en quadrature  $H_q(f)$ .

Nous avons :

$$\begin{aligned}
A_x(f) &= Z_x(f + f_0) = 2X(f + f_0)u(f + f_0) \\
H_b(f) &= \frac{1}{2}Z_h(f + f_0) = H(f + f_0)u(f + f_0) \\
A_y(f) &= Z_y(f + f_0) = 2Y(f + f_0)u(f + f_0)
\end{aligned}
\tag{II.44}$$

Le spectre du filtre équivalent en bande de base  $H_b(f)$  est montré dans la Figure 2.4b. Le facteur 1/2 dans l'expression de  $H_b(f)$  a été introduit pour simplifier l'expression de la convolution équivalente en bande de base.

Les enveloppes complexes de l'entrée et la sortie sont  $\alpha_x(t)$  et  $\alpha_y(t)$ , respectivement, et  $h_b(t)$  est la réponse impulsionnelle équivalente en bande de base :

$$\begin{aligned}
\alpha_x(t) &= z_x(t)e^{-j2\pi f_0 t} \\
\alpha_y(t) &= z_y(t)e^{-j2\pi f_0 t} \\
h_b(t) &= \frac{1}{2}z_h(t)e^{-j2\pi f_0 t}
\end{aligned}
\tag{II.45}$$

En introduisant [II.44] dans [II.39] nous obtenons :

$$A_y(f - f_0) = H_b(f - f_0)A_x(f - f_0) \tag{II.46}$$

Le signal analytique de  $y(t)$  est alors :

$$z_y(t) = \alpha_y(t)e^{j2\pi f_0 t} = \int_{-\infty}^{\infty} H_b(f - f_0)A_x(f - f_0)e^{j2\pi f t} df \tag{II.47}$$

En remplaçant  $f - f_0 = \zeta$ , nous obtenons :

$$\alpha_y(t)e^{j2\pi f_0 t} = e^{j2\pi f_0 t} \int_{-\infty}^{\infty} H_b(\zeta)A_x(\zeta)e^{j2\pi \zeta t} d\zeta$$

La réponse équivalente en bande de base du filtre est alors :

$$\alpha_y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_b(t - \tau)\alpha_x(\tau)d\tau = h_b(t) * \alpha_x(t) \tag{II.48}$$

La sortie du système passe-bande peut être calculée à partir de la sortie équivalente en bande de base en utilisant :

$$y(t) = \text{Re}[\alpha_y(t)e^{j2\pi f_0 t}] \tag{II.49}$$



La fonction de transfert équivalent en bande de base  $H_b(f)$  peut être décomposée pour obtenir leur composants en phase et en quadrature :

$$\begin{aligned} H_b(f) &= H_p(f) + jH_q(f) \\ H_p(f) &= \frac{H_b(f) + H_b^*(-f)}{2} \\ H_q(f) &= \frac{H_b(f) - H_b^*(-f)}{2j} \end{aligned} \quad [\text{II.50}]$$

L'amplitude du composant en phase  $H_p(f)$  est une fonction paire et l'amplitude de  $H_q(f)$  est une fonction impaire (voir Figures 2.4c et 2.4d). La réponse impulsionnelle équivalente en bande de base est alors :

$$h_b(t) = h_p(t) + jh_q(t) \quad [\text{II.51}]$$

et la réponse impulsionnelle est :

$$h(t) = \text{Re}\{[h_p(t) + jh_q(t)]e^{j2\pi f_0 t}\}$$

Le filtre  $h_b(t)$  est en général complexe et non réalisable. Toutefois si  $Z_h(f)$  est symétrique autour  $f_0$ , alors  $H_b(f)$  est symétrique autour zéro et  $h_b(t)$  est réel.

Si les composantes en quadrature de  $x(t)$  sont porteuses d'information, il est important d'exprimer les composantes en quadrature du signal filtré  $y(t)$  à l'aide de celles de  $x(t)$ . De l'équation [II.48] on déduit :

$$\begin{aligned} p_y(t) &= p_x(t) * \left[ \frac{1}{2} h_p(t) \right] - q_x(t) * \left[ \frac{1}{2} h_q(t) \right] \\ q_y(t) &= p_x(t) * \left[ \frac{1}{2} h_q(t) \right] + q_x(t) * \left[ \frac{1}{2} h_p(t) \right] \end{aligned} \quad [\text{II.52}]$$

Le filtrage passe-bande crée en général un mélange entre les composantes en quadrature appelée *interférence inter-composantes en quadrature*. Cette interférence est égal à zéro seulement si  $h_b(t)$  est réel (voir Figure 2.5).

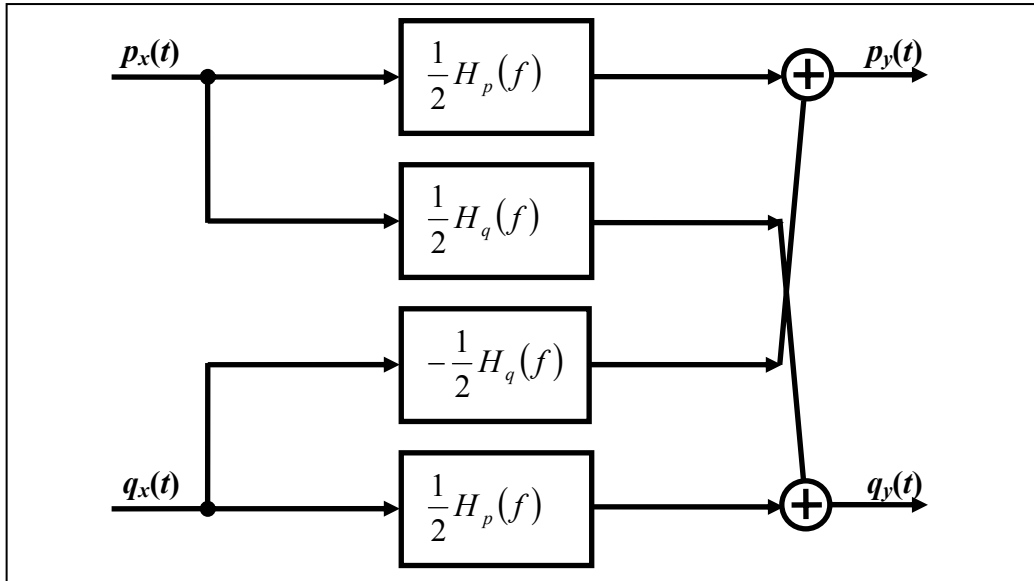


Figure 2.5 : Relation entrée-sortie des composants en quadrature des signaux porteurs d'information.

### 2.IV.3.2. Équivalence en Bande de Base de Filtres Passe-bande Représentés par la Fonction de Transfert de Laplace

Dans cette sous-section on va adapter la technique expliquée précédemment pour le cas dans lequel le filtre est déterminé par une fonction de transfert définie dans le domaine de Laplace  $H(s)$ .

Si on suppose que la largeur de bande du filtre est étroite autour  $f_0$ , les pôles et zéros de la fonction de transfert sont concentrés autour cette même fréquence. Dans ce cas on obtient l'équivalent en bande de base en faisant le changement de variable  $s \rightarrow s + j\omega_0$  :

$$H_b(s) = H(s + j\omega_0) = H_p(s) + jH_q(s) \quad [\text{II.53}]$$

Les fonctions de transfert en quadrature  $H_p(s)$  et  $H_q(s)$  ont des pôles et zéros autour de la fréquence égale à zéro et  $2f_0$  (voir Figure 2.6), alors il ne reste qu'à enlever les pôles et zéros autour  $2f_0$ , pour obtenir l'expression la plus appropriée de l'équivalent en bande de base.

Finalement, l'implémentation du filtre en quadrature est faite en suivant le schéma de la Figure 2.5.

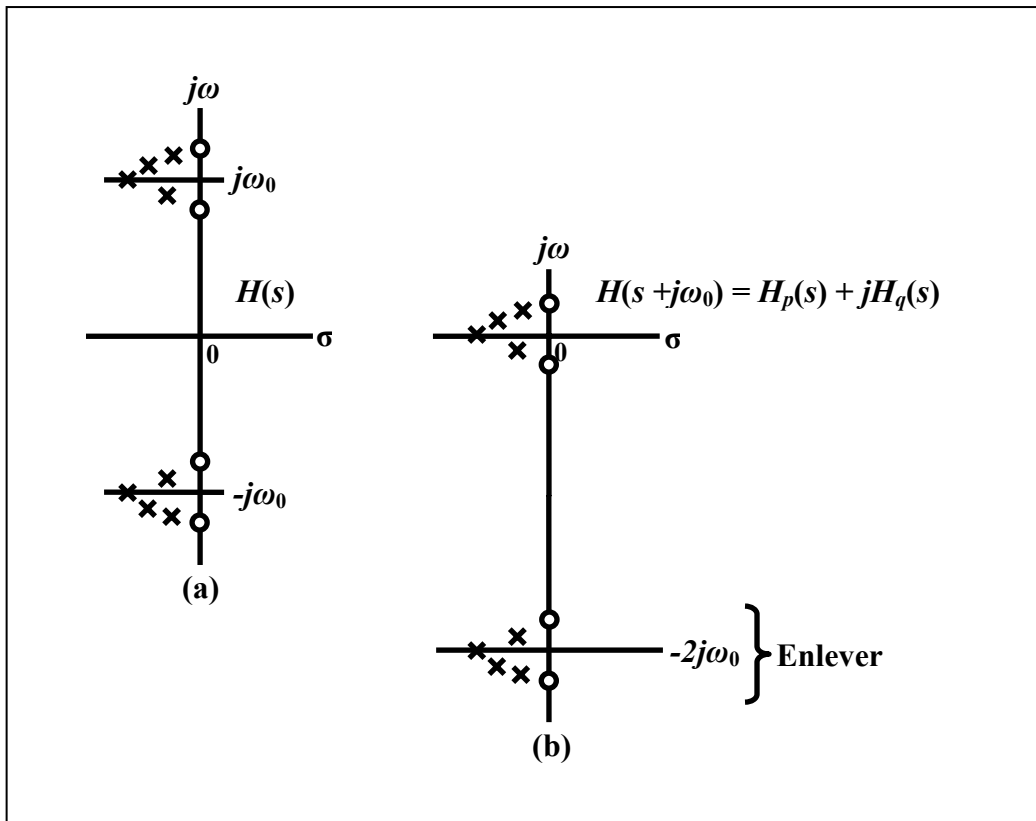


Figure 2.6 : Pôles et zéros du filtre passe-bande avec une largeur de bande étroite. (a) Filtre passe-bande. (b) filtre équivalent en bande de base.

## 2.V. Techniques de Réduction de Modèles pour des Circuits LIT

Dans cette section on présente des *techniques de réduction* de modèles applicables à des systèmes, circuits ou sous-circuits LIT. Ces techniques sont très utiles pour obtenir des représentations réduites des circuits LIT, qui permettent de *diminuer le temps de simulation*.

D'autre part, la partie linéaire des circuits non linéaires est responsable d'une portion importante du temps de simulation, cela dû au fait de la présence de nombreux éléments à paramètres distribués, donc la réduction du modèle de la partie linéaire est une des clés pour aboutir à un modèle complet efficace en termes de temps de simulation associé.

Nous allons utiliser deux techniques complémentaires : La *technique d'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence* et la technique dite "*clustering*".

### 2.V.1. Identification de Systèmes dans le Domaine de la Fréquence [4]

L'identification est une technique puissante qui permet de construire des modèles précis de systèmes complexes à partir de données bruyantes. En général, la procédure d'identification est composée d'une série d'étapes de base :

1. Obtention de l'information nécessaire au sujet du système.
2. Choix d'une structure pour le modèle qui représente au système.
3. Calcul des paramètres du modèle pour l'adapter aux mesures le mieux possible.
4. Validation du modèle obtenu.

Dans notre cas particulier, dans la première étape, la réponse fréquentielle  $H(f)$  du système est obtenue pour une bande de fréquences déterminée par mesure du circuit physique ou bien par simulation d'un modèle électrique équivalent de départ. Il faut remarquer ici, que

$H(f)$  est un modèle non paramétrique du circuit, et par le processus d'identification on obtient un modèle paramétrique équivalent à  $H(f)$ .

Le modèle paramétrique choisi dans la deuxième étape, consiste en une fonction de transfert dans le domaine de Laplace  $H(s)$  qui a la réponse fréquentielle  $H(f)$  dans la bande de fréquence spécifiée.

Dans la troisième étape, les coefficients de  $H(s)$  sont calculés par optimisation à travers la minimisation de l'erreur, définie comme la différence entre la réponse en fréquence originale  $H(f)$  et celle correspondant à  $H(s)$ . Le détail du processus d'optimisation ne sera pas détaillé ici puisqu'il existe une bibliographie importante sur ce sujet en particulier (voir [4], par exemple) ainsi que des logiciels de calcul qui offrent la possibilité d'effectuer ce type d'optimisation. Dans le cas de ce travail, on a utilisé le logiciel en libre distribution SCILAB développé à l'INRIA. Ce logiciel est orienté spécialement à l'automatique et le contrôle, et il est semblable en performances et utilisation au logiciel commercial MATLAB. Tout comme ce dernier, il possède des routines déjà mises en oeuvre qui, à condition de que l'ordre de la fonction de transfert a été bien choisi et de que les données ne soient pas trop bruyantes ou influencées par distorsion non linéaire, calculent la fonction de transfert dans le domaine de Laplace, dont sa réponse fréquentielle coïncide avec celle qui a été introduite en entrée. Finalement, le modèle obtenu par identification doit être validé par comparaison de la réponses en fréquence  $H(f)$  et de celle correspondant à  $H(s)$ .

Les techniques d'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence peuvent être utilisées comme une méthode efficace de réduction de modèles. L'objectif est la recherche de la fonction de transfert  $H(s)$  capable de reproduire la réponse  $H(f)$  dans la bande de fréquences d'intérêt, tout en ayant le minimum numéro de pôles et zéros. Pour cela il faut définir le vecteur de données avec la réponse en fréquence à identifier et le vecteur de fréquences associé, ainsi qu'un facteur de normalisation de la fréquence qui sert à rendre plus souple la convergence de l'algorithme d'optimisation. Finalement, il faut choisir le nombre de pôles et zéros que doit avoir la fonction de transfert pour modéliser correctement la réponse en fréquence.

Le processus de recherche de cet objectif consiste à varier le nombre de pôles et/ou le facteur de normalisation itérativement (Figure 2.7) jusqu'à que l'on trouve la fonction de

transfert avec le nombre minimum de pôles qui présente une réponse en fréquence égale à celle fixée par les données d'entrée et qui soit stable (tous les pôles présentant une partie réelle négative).

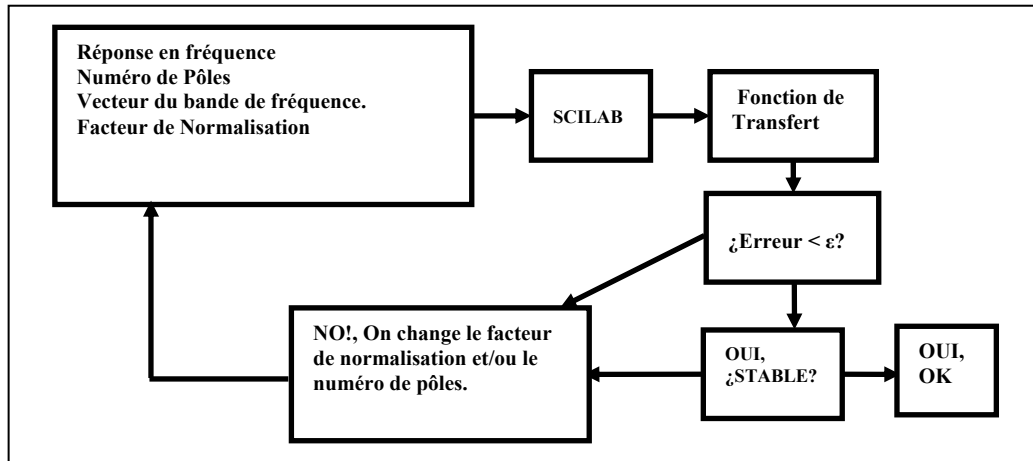


Figure 2.7 : Schéma du processus d'identification pour l'obtention d'une fonction de transfert stable et avec le nombre minimum de pôles.

Il est à noter que dans le cas des circuits micro-ondes à réseaux distribués, qui ont, théoriquement, une infinité de pôles, la technique d'identification est particulièrement efficace dans la réduction de la taille du modèle et donc, du temps de simulation nécessaire pour reproduire la dynamique du circuit. De même, comme on l'illustrera dans le suivant paragraphe, les performances de cette méthode sont semblables à celles que l'on peut obtenir à l'aide d'algorithmes spécifiques de réduction de modèles. D'autre part, divers travaux réalisés au sein de l'équipe RF et micro-ondes de l'Université du Pays Basque ont démontré les possibilités de l'identification dans les cas de différents circuits non linéaires micro-ondes pour l'étude de la stabilité ou le tracé des zones de fonctionnement d'amplificateurs, diviseurs de fréquence ou oscillateurs [5] [6]. Il faut remarquer que les techniques d'identification sont appliquées dans notre cas à des données qui ne sont pas influencées par de bruit ou distorsions non linéaires. Dans ces conditions les méthodes d'identification dans le domaine de la fréquence s'avèrent particulièrement efficaces.

### 2.V.1.1. Exemple de Réduction de Modèles au Moyen de Techniques d'Identification

Dans ce paragraphe on va illustrer le choix des techniques d'identification de systèmes comme méthode de réduction de modèles. Pour cela nous allons comparer les résultats de la technique d'identification avec ceux donnés par un algorithme spécifique de réduction de modèles présenté récemment [7] en utilisant comme motif de test le circuit de la Figure 2.8, proposé dans [7] pour valider sa méthode.

Dans l'article cité on montre une réduction du 64%, par l'application de l'algorithme proposé au circuit de la Figure 2.8. Pour cela, ils partent d'un modèle de 25 pôles que l'algorithme proposé arrive à réduire jusqu'à un modèle de 9 pôles valable pour une bande de fréquence de 5 GHz.

On a appliqué la technique d'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence [4] à la matrice de paramètres admittance  $[Y(f)]$  du circuit, définie pour une bande de 10 GHz.

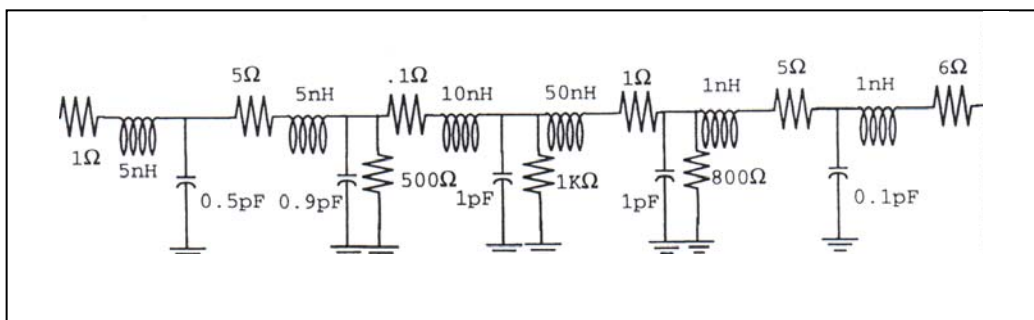


Figure 2.8 : Réseau RLC proposé comme exemple de réduction de modèles.

La matrice  $[Y(f)]$  a été obtenue par simulation du circuit de la Figure 2.8. Les fonctions de transfert résultantes à partir de l'identification ont neuf pôles tous à partie réelle négative, de sorte qu'on assure la stabilité du modèle. La Figure 2.9 montre la superposition de la réponse fréquentielle correspondant à  $Y_{21}(f)$  et celle correspondant à la fonction de transfert  $Y_{21}(s)$  sous la forme de diagramme polaire et pour la bande de 10 GHz.

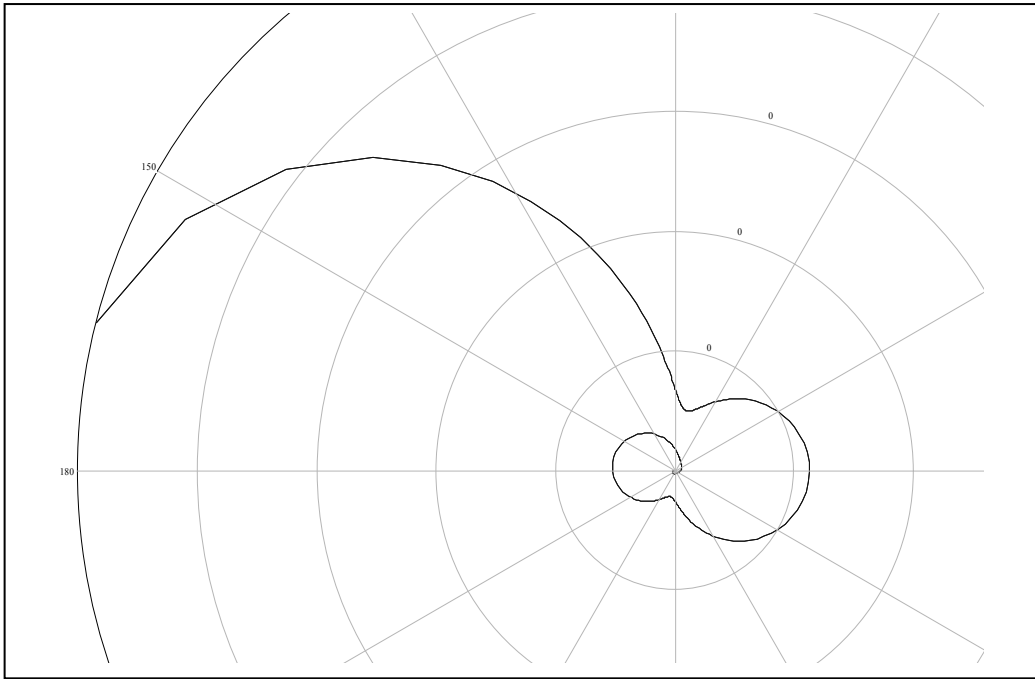


Figure 2.9 : Superposition des réponses fréquentielles originales ( $Y_{21}(f)$ ) et celle obtenue par identification ( $Y_{21}(s)$ ) sous forme de diagramme polaire.

Le fait qu'il n'est pratiquement pas possible de distinguer les deux réponses fréquentielles donne une idée de la qualité de l'identification. D'autre part, l'identification a permis d'aboutir à un modèle aussi réduit que la technique proposée dans [7].

## 2.V.2. Réduction des Systèmes par Techniques de Groupement de Pôles

Dans le § 2.V.1. nous avons vu qu'il est possible d'utiliser techniques d'identification de systèmes pour obtenir un modèle réduit d'un circuit LIT. L'application de ce type de techniques n'est pas triviale dans le cas de circuits à plusieurs portes et si l'on veut obtenir résultats optimaux il est nécessaire d'avoir une certaine expérience ou bien d'implémenter un algorithme automatisé de recherche du modèle minimale. Par contre, si le processus d'identification n'est pas au point on obtiendra, généralement, une modèle non optimal avec de pôles et zéros redondants. Le bruit des données ou des problèmes d'isolation qui peuvent masquer des pôles du circuit dans les circuits complexes, peuvent aussi conduire à un nombre de pôles non optimal. Dans ce cas, il est possible d'utiliser des techniques de groupement de pôles, afin d'obtenir la fonction de transfert avec le nombre minimum de pôles et de zéros qui



représente le système. C'est la raison pour laquelle, l'identification et le groupement de pôles peuvent être considérées comme complémentaires.

Les méthodes de groupement de pôles sont généralement employées dans des problèmes de reconnaissance de formes [8] [9]. Alors, dans la sous-section suivante on va introduire ce type de techniques.

### 2.V.2.1. Introduction à la Reconnaissance de Formes

L'objectif général d'un processus consacré à la reconnaissance de formes est celui de classer ou caractériser des objets ou des choses. Cette caractérisation donnera lieu à une série de classes différenciées de ces objets. On pourrait diviser le processus général en deux phases. Une première consacrée à l'apprentissage et une deuxième à la classification des objets.

La première phase du processus à laquelle nous avons fait référence précédemment est abordée à l'aide d'algorithmes qui servent à séparer ou à grouper les objets pour former nuages (ou "clusters") de données. À la seconde phase correspondra par conséquent, le choix d'un représentant pour le groupe de données ou objets que l'on veut classer. Le groupement des objets en différentes classes et l'élection d'un représentant de chaque classe permet de réduire la complexité et la taille du problème.

La définition du modèle peut être effectuée au moyen de techniques paramétriques et non paramétriques. Les premières partent de l'hypothèse d'une distribution gaussienne des données ou des objets à classer. Les dernières utilisent uniquement des considérations de type géométrique (comme le calcul de distances entre des points, par exemple) et c'est le cas que nous allons considérer pour notre problème de réduction du nombre de pôles.

Dans notre cas, les objets que l'on veut classer sont les pôles d'un système. Notre problème consiste à réduire un nuage de pôles représentés dans le plan complexe qui est équivalent au  $\mathbf{R}^2$ . Les différents pôles vont être classés dans des groupes ou clusters qui seront représentés à l'aide d'un "pôle moyen" par cluster. La Figure 2.10 montre un cas pratique trouvé dans un circuit modulateur qui sera abordé plus loin, dans ce chapitre.

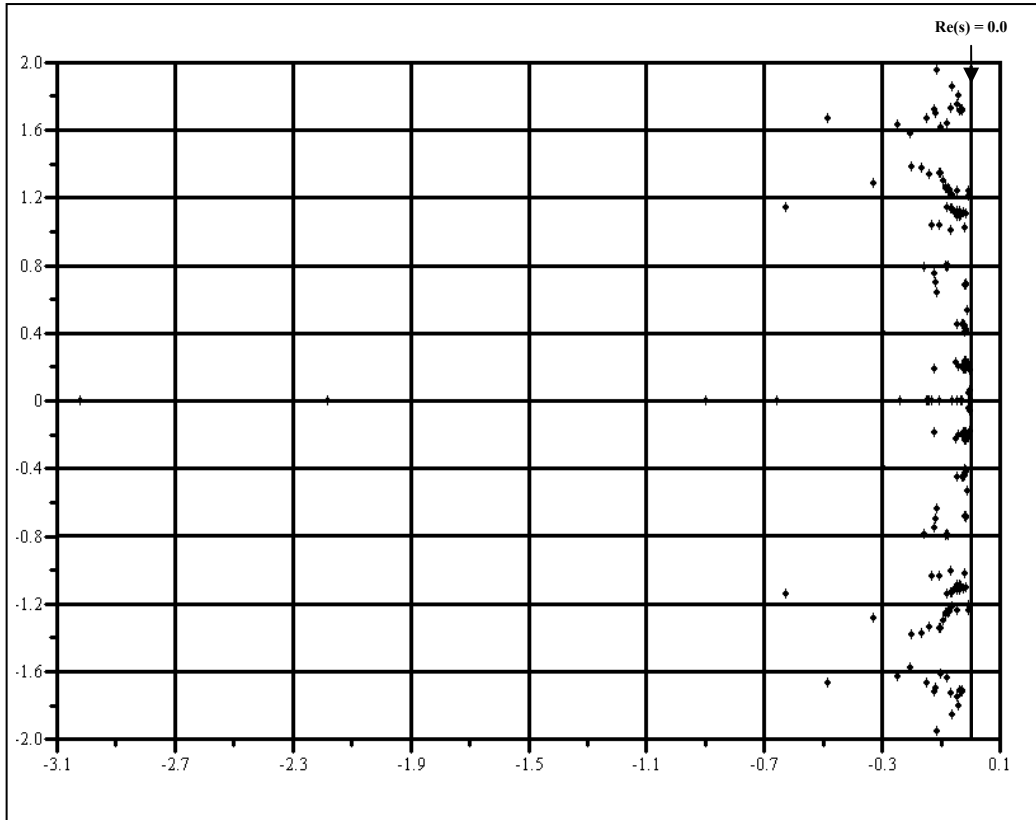


Figure 2.10 : Nuage de pôles du système. Axe x : Partie Réel. Axe y : Partie Imaginaire.

Supposons que le système est composé de  $c$  clusters  $P_i$  avec  $i = 1..c$ . le nombre de pôles du cluster  $P_i$  est  $n_i$ . Nous allons toujours résoudre le problème du représentant de chaque cluster de façon à que les coordonnées du représentant du cluster soit la valeur moyenne des coordonnées des pôles qui appartiennent à ce cluster. Si l'on appelle  $\bar{p}_i$  au représentant de  $P_i$  on obtient :

$$\bar{p}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\bar{p} \in P_i} \bar{p} \quad [\text{II.54}]$$

ou  $\bar{p}$  est le vecteur de coordonnées de chaque pôle de  $P_i$ .

Ensuite il faut définir une mesure de l'erreur qui se produit en représentant le système avec les équivalents des clusters au lieu des pôles originaux. Nous appelons  $J_e$  cette erreur et nous la définissons comme :

$$J_e = \sum_{i=1}^c \sum_{\bar{p} \in P_i} \|\bar{p} - \bar{p}_i\|^2 \quad [\text{II.55}]$$

Une fois définie l'erreur, le critère à suivre sera toujours de minimiser  $J_e$ .

Un point important à prendre en compte est la façon de définir la distance entre deux clusters. De la même manière qu'il y a plusieurs définitions possibles pour  $J_e$ , il existe aussi diverses définitions de cette distance. Celle-ci a une grande importance dans les méthodes où l'on accumule les clusters, puisqu'elles sont basées en considérant un seul cluster composé des deux qui sont plus proches entre eux. Nous pouvons avoir les définitions suivantes de la distance :

$$\text{Relié Simple :} \quad D(X_i, X_j) = \min_{x \in X_i, x' \in X_j} d(x, x') \quad [\text{II.56}]$$

$$\text{Relié Complet :} \quad D(X_i, X_j) = \max_{x \in X_i, x' \in X_j} d(x, x') \quad [\text{II.57}]$$

$$\text{Relié Moyenne :} \quad D(X_i, X_j) = \frac{1}{|X_i||X_j|} \sum_{x \in X_i} \sum_{x' \in X_j} d(x, x') \quad [\text{II.58}]$$

On a vérifié expérimentalement par les diverses simulations réalisées, que la méthode qui procure des meilleurs résultats pour notre problème est celui du Relié Simple, donc on a retenu cette option dans les algorithmes définitifs de groupement de pôles.

Dans ce travail nous avons utilisé deux méthodes pour le groupement des pôles d'un système. La première d'entre elles est une méthode déjà utilisée dans le domaine de la réduction de modèles [10] [11]. Cette méthode peut être comprise dans celles appelées "cumulatives", puisqu'on groupe les pôles les plus proches entre eux pour former les clusters.

La seconde méthode toutefois, peut être comprise dans celles "dissociatives", puisque on part d'un seul cluster formé par tous les pôles et le divise successivement pour former les différents clusters. Dans l'annexe II.3 on explique plus en détail les méthodes et les algorithmes utilisés.

Ensuite on va montrer une exemple d'application de ces techniques.

## 2.V.2.2. Exemple d'Application des Techniques de Groupement de Pôles

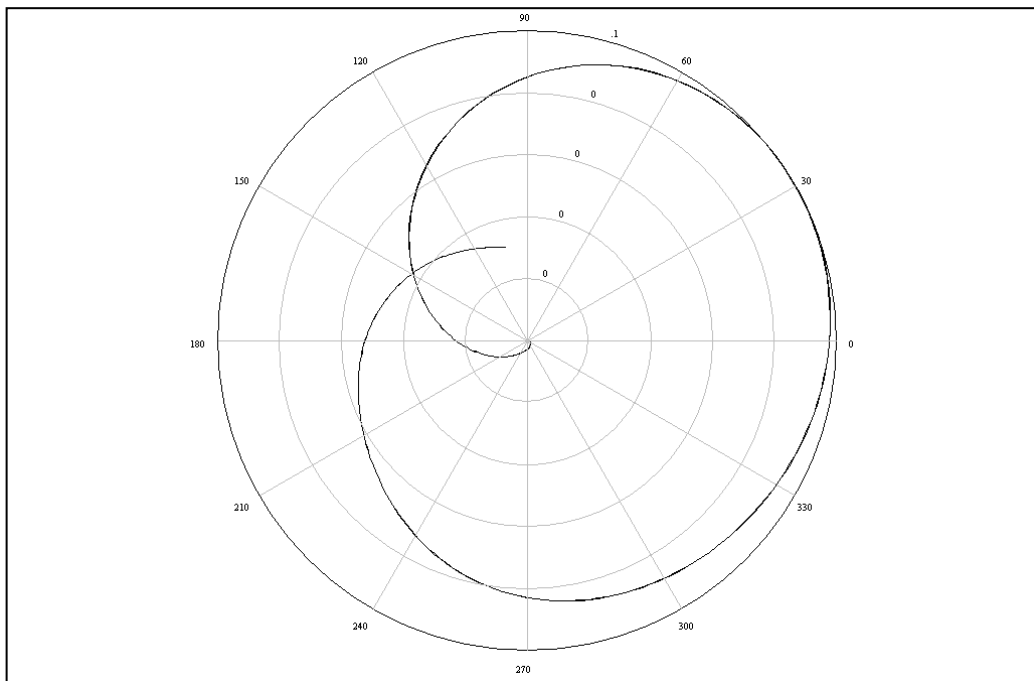
Nous avons appliqué les techniques de groupement de pôles au sous-circuit linéaire d'un modulateur (voir paragraphe VII dans ce chapitre). Dans ce cas, la taille du sous-circuit linéaire est très élevée et le circuit a 12 portes d'accès. D'autre part la bande de fonctionnement du circuit est très large puisque il faut tenir compte d'au moins cinq harmoniques du signal de l'oscillateur local (OL) dus au fort niveau de ce signal. La

fréquence d'OL est dans ce cas particulier 9.75 GHz, alors le largeur de bande pour ce circuit est d'au moins, 50 GHz. Ceci est une des causes du nombre énorme de pôles obtenu à l'issue du processus d'identification de la matrice d'admittance du système  $[Y(f)]$ .

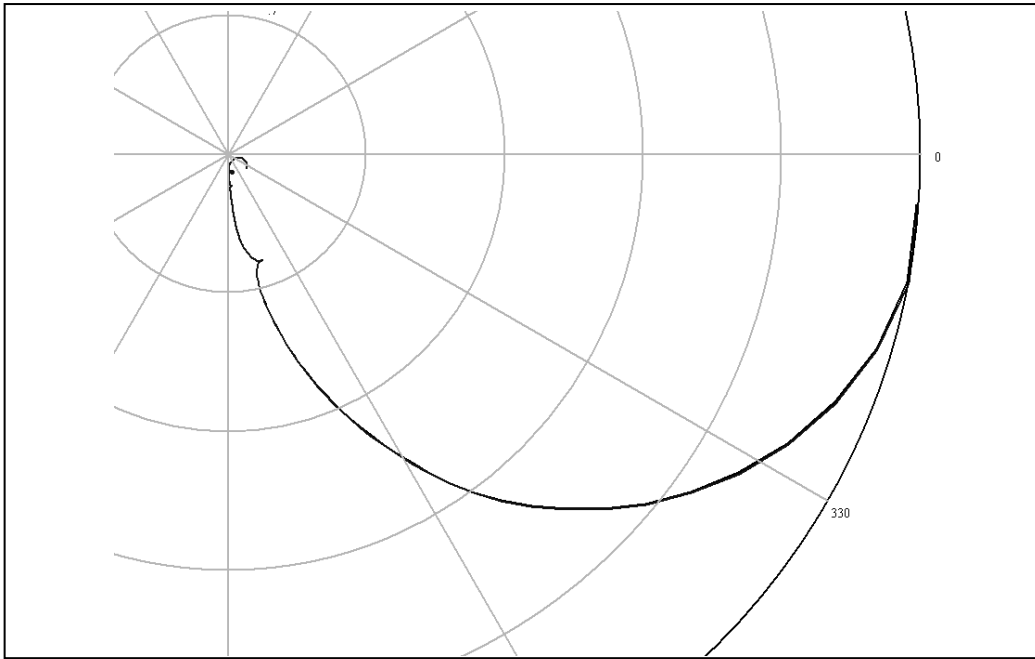
En principe on est parti de plus de 600 pôles différents, obtenus par identification des différents éléments de la matrice  $[Y(f)]$ . Après un long processus d'optimisation de la procédure d'identification, on est arrivé à réduire ce nombre de pôles à 317. Par conséquent nous avons appliqué les techniques de groupement à cet ensemble de 317 pôles différents.

À partir de l'application des techniques "cumulatives" et "dissociatives" on est parvenu à réduire le nombre de pôles à 214. Ceci correspond à un degré de réduction du 30% en ce qui concerne aux 317 pôles initiaux et une réduction du 70% par rapport aux 600 pôles obtenues initialement par identification "non-experte".

Comme exemple, les Figures 2.11 et 2.12 montrent la superposition des réponses fréquentielles (diagrammes polaires) originales et celles obtenues avec les modèles réduits de 214 pôles, correspondant aux éléments  $Y_{25}$  et  $Y_{77}$  respectivement de la matrice d'admittance  $[Y]$  du sous-circuit linéaire.



*Figure 2.11 : Superposition des réponses fréquentielles  $Y_{25}$  correspondant au système original et au système réduit obtenu par techniques de groupement de pôles cumulatives.*



*Figure 2.12 : Superposition des réponses fréquentielles  $Y_{77}$  correspondants au système original et au système réduit obtenu par techniques de groupement de pôles dissociatives.*

## 2.VI. Techniques de Réduction de Modèles pour des Circuits LVT

Une technique de réduction de modèles pour des circuits du type LVT, comme des modulateurs de signal ou des mélangeurs, va être présentée. Le comportement de ces circuits est non linéaire vis à vis du signal de pompe (généralement le signal de l'oscillateur local ou OL), mais linéaire vis à vis des faibles signaux d'entrée. Du point de vue du signal de faible amplitude, le comportement du circuit peut être représenté au moyen d'une fonction de transfert dont les coefficients varient périodiquement avec le signal de pompe. Il a été déjà indiqué (§ 2.III.3.) que dans ce cas particulier il est possible d'obtenir une fonction de transfert à coefficients constants qui modélise correctement le comportement entrée-sortie passe-bande du circuit.

La topologie générique du modèle proposée ici est du type Wiener et consiste en un filtre passe-bas suivi par un mélangeur idéal [12]. La particularité du modèle est que le filtre est obtenu à partir de la linéarisation du circuit autour du signal de pompe et modélise le comportement fréquentiel de la sortie du circuit par rapport à son entrée. Le mélangeur réalise la translation en fréquence (Figure 2.13).

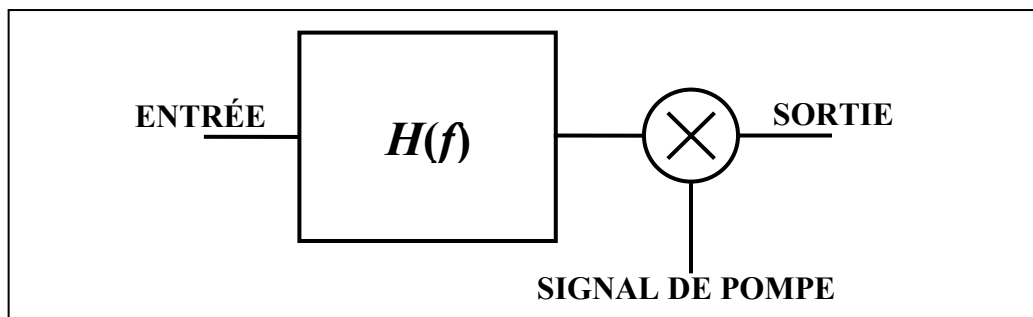


Figure 2.13 : Schème du modèle simplifié pour des circuits LVT tels que les circuits pompées (mélangeurs et modulateurs).

Il est à noter que le modèle linearisé résultant est uniquement valable pour l'état non linéaire nominal imposé par le signal de pompe. Le modèle résultant est approprié pour des simulations de type fréquentiel (Simulations du type EH [13]) mais, comme on le verra plus

loin, il est possible d'obtenir une version adaptée à des simulations de tout type, en utilisant des techniques d'identification de systèmes [4].

La première étape de la méthode de réduction du modèle, consiste à séparer le circuit en les parties linéaire et non linéaire (Figure 2.14). Le sous-circuit non linéaire sera composé par l'élément ou groupe d'éléments non linéaires qui sont forcés par l'état de pompe nominal. La partie linéaire est formée par des éléments linéaires, mais aussi des éléments et sous-circuits non linéaires qui présentent un comportement linéaire du fait que leur fonctionnement n'est pas forcé par le signal de pompe. Par exemple, ce peut être le cas des amplificateurs faible niveau, déphaseurs, filtres actifs, etc., qui présentent un comportement quasiment linéaire.

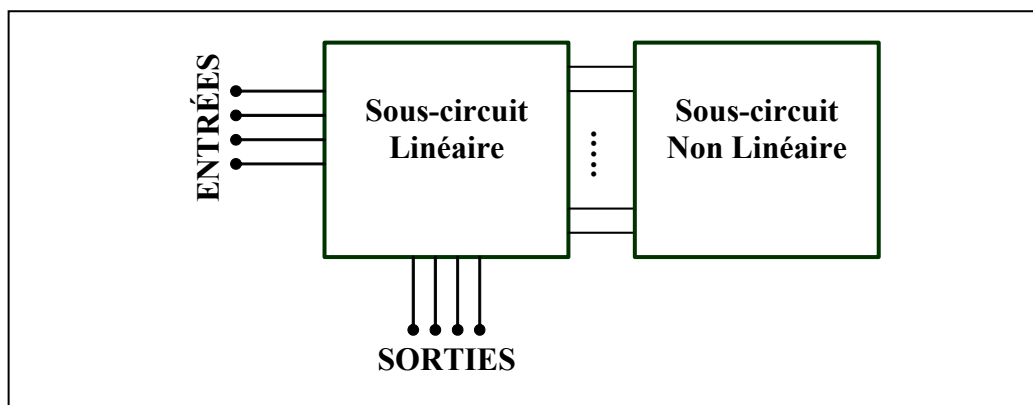


Figure 2.14 : Division du circuit dans une partie linéaire et une partie non linéaire.

## 2.VI.1. Modélisation de la Partie Linéaire

La modélisation du sous-circuit linéaire est réalisée à l'aide de la matrice de paramètres  $[S]$  associé. Cette matrice peut être obtenue à partir de la simulation du modèle original du circuit sur la bande de fréquences d'intérêt : passe-bande autour les harmoniques comprenant les produits d'intermodulation non négligeables des différents signaux présents dans le circuit.

L'étape suivante consiste à modifier la matrice  $[S]$  de telle sorte qu'elle représente le filtrage linéaire du circuit de la bande du signal d'entrée à la bande de sortie. Une translation en fréquence des données est réalisée pour les éléments de la matrice correspondants aux sorties (sous indice 'O') et aux connections avec le sous-circuit non linéaire (sous indice 'NL'). La translation part de la bande de fréquence de sortie vers la bande d'entrée. Et seule

l'information associée au passe-bande entrée-sortie est retenue. Si l'on appelle  $S'$  les éléments modifiés de la matrice  $[S]$ , la translation des données peut être représentée par:

$$-S'_{00} = S_{00} (\Delta f = \text{bande de sortie})$$

$$-S'_{0NL} = S_{0NL} (\Delta f = \text{bande de sortie})$$

et pour le reste de paramètres :

$$-S'_{ij} = S_{ij} (\Delta f = \text{bande d'entrée}).$$

## 2.VI.2. Modélisation de la Partie Non Linéaire

Afin de compléter la modélisation du filtre linearisé équivalent du circuit, une fois que le filtrage du sous-circuit linéaire a été obtenu, on va linéariser le sous-circuit non linéaire à l'aide de ce que l'on a appelé *admittance de conversion*. L'admittance de conversion associée à un nœud de connexion entre les sous-circuit non linéaire et le sous-circuit linéaire, est définie comme le rapport  $I(f_{out})/V(f_{in})$  dans ce nœud, mesuré sous l'état non linéaire nominal forcé par le signal de pompe (Figure 2.15). Un balayage de la fréquence d'entrée est réalisé afin de caractériser le filtre équivalent de la partie non linéaire dans le domaine de la fréquence.

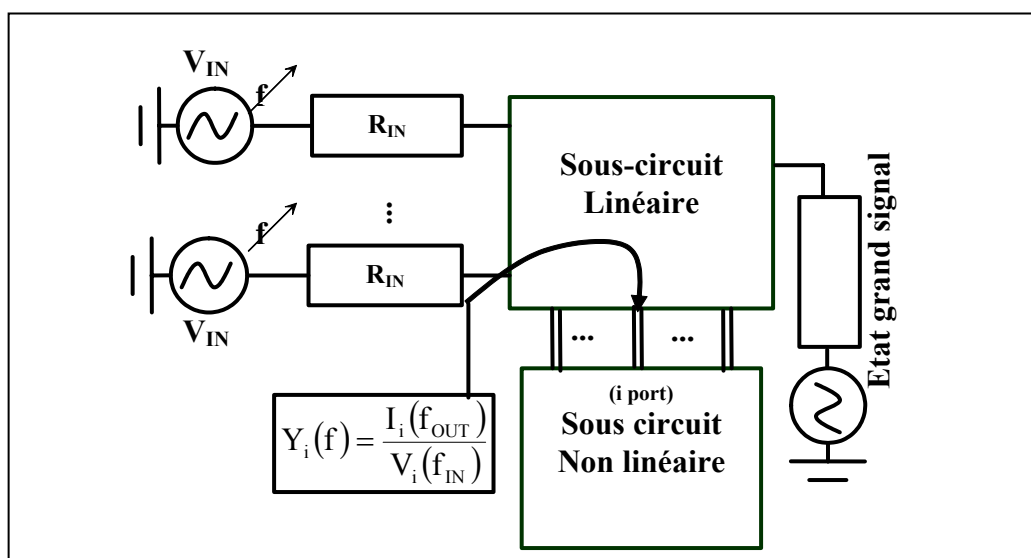


Figure 2.15 : Extraction de "l'admittance de conversion" correspondant au sous circuit non linéaire.



L'admittance de conversion peut être associée au concept de la matrice de conversion [14] appliqué au sous-circuit non linéaire. Tout comme la matrice de conversion, l'admittance de conversion est calculée pour l'état établi forcé par le signal de pompe et, donc, tous les harmoniques et tous les produits de mélange sont considérés lors de la linéarisation du circuit. On peut vérifier que cette admittance correspond à l'élément de la matrice de conversion qui est responsable de la relation entre les bandes de fréquence d'entrée et de sortie du circuit.

Une fois que l'admittance de conversion  $[Y(f)]$  a été calculée, le filtre équivalent global peut être facilement implémenté à travers des matrices  $[Y(f)]$  et  $[S(f)]$  dans le simulateur utilisé. La connexion adéquate des matrices qui modélisent le filtrage des sous-circuits linéaire et non linéaire, donnera lieu au filtre  $[H(f)]$  de la Figure 2.13.

L'implémentation du modèle final est directe en suivant le schéma de la Figure 2.13. Nous avons vu que tous les éléments du modèle sont définis dans le domaine de la fréquence et il est particulièrement bien adapté à des simulations du type Equilibrage Harmonique. Par contre, l'utilisation du modèle réduit dans le domaine du temps nécessite l'obtention de la réponse impulsionnelle du modèle afin de pouvoir calculer la convolution temporelle. Cette étape est loin d'être bien résolue et, dans la plupart des cas, les résultats de simulation ne sont pas corrects. D'autre part, la simulation dans le domaine du temps est primordiale si l'on veut analyser le comportement du circuit en présence de signaux d'entrée complexes, comme ceux qui sont utilisés dans les systèmes actuels de communications. Ces raisons nous ont amenés à adapter le modèle réduit au domaine temporel. Ceci fait l'objet de la sous-section suivante.

### 2.VI.3. Adaptation du Modèle à des Simulations dans le Domaine du Temps.

L'intérêt d'adapter le modèle réduit à des simulations dans le domaine du temps repose sur le besoin d'analyser le comportement des circuits pour des conditions d'excitation réalistes, avec des signaux numériques. Il est nécessaire d'adapter le filtre décrit par  $H(f)$  dans le domaine de la fréquence à une forme mieux adaptée aux simulations temporelles.

En principe, le filtre  $H(f)$  est représenté sous la forme d'une matrice de paramètres  $[S(f)]$ , comme il est habituel pour les simulations dans le domaine de la fréquence. On va transformer la matrice  $[S(f)]$  en une matrice admittance  $[Y(f)]$  afin de faciliter la mise en

oeuvre du circuit équivalent, comme on le verra plus loin. L'obtention de la matrice  $[Y(f)]$  à partir de  $[S(f)]$  n'entraîne qu'une série d'opérations matricielles simples.

Une fois que  $[Y(f)]$  a été calculée, la matrice de fonctions de transfert dans le domaine de Laplace  $[Y(s)]$  associée à  $[Y(f)]$  est obtenue à l'aide des techniques d'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence expliquées dans § 2.V.1.

Finalement, il est possible d'implémenter des circuits équivalents qui correspondent à ces fonctions de transfert, comme une combinaison d'éléments passifs (R, L et C) et de sources idéales et, donc, qui représentent le filtre  $[H(f)]$  sur une forme mieux adaptée aux simulations dans le domaine du temps. Il est à noter, que le circuit équivalent résultant, est capable de reproduire le comportement entrée-sortie du circuit, mais aussi les adaptations d'entrée et de sortie caractéristiques du circuit pour l'état de pompe sur lequel le filtre linearisé  $[H(f)]$  avait été calculé.

### 2.VI.3.1. Implémentation des Circuits Equivalents

Une fois obtenues les fonctions de transfert associées aux éléments de la matrice  $[Y(s)]$  par identification des réponses fréquentielles de chaque élément de la matrice  $[Y(f)]$ , des circuits équivalents sont calculés et implémentés afin de réaliser les simulations temporelles efficaces. En général, les fonctions de transfert auront un nombre suffisamment élevé de pôles pour que l'implémentation directe du circuit équivalent soit assez complexe. Pour cela, il a été décidé de décomposer chaque fonction de transfert en un produit de plusieurs fonctions plus simples, dont le circuit équivalent soit immédiat à obtenir. Les circuits résultants seront ensuite connectés en chaîne à l'aide de "buffers" (sources idéales de tension commandées par tension, de gain égal à l'unité).

La Figure 2.16 montre deux de ces circuits équivalents simples et la fonction de transfert associée. On peut observer que le premier circuit inclut un pôle et un zéro et le deuxième a deux pôles et deux zéros.

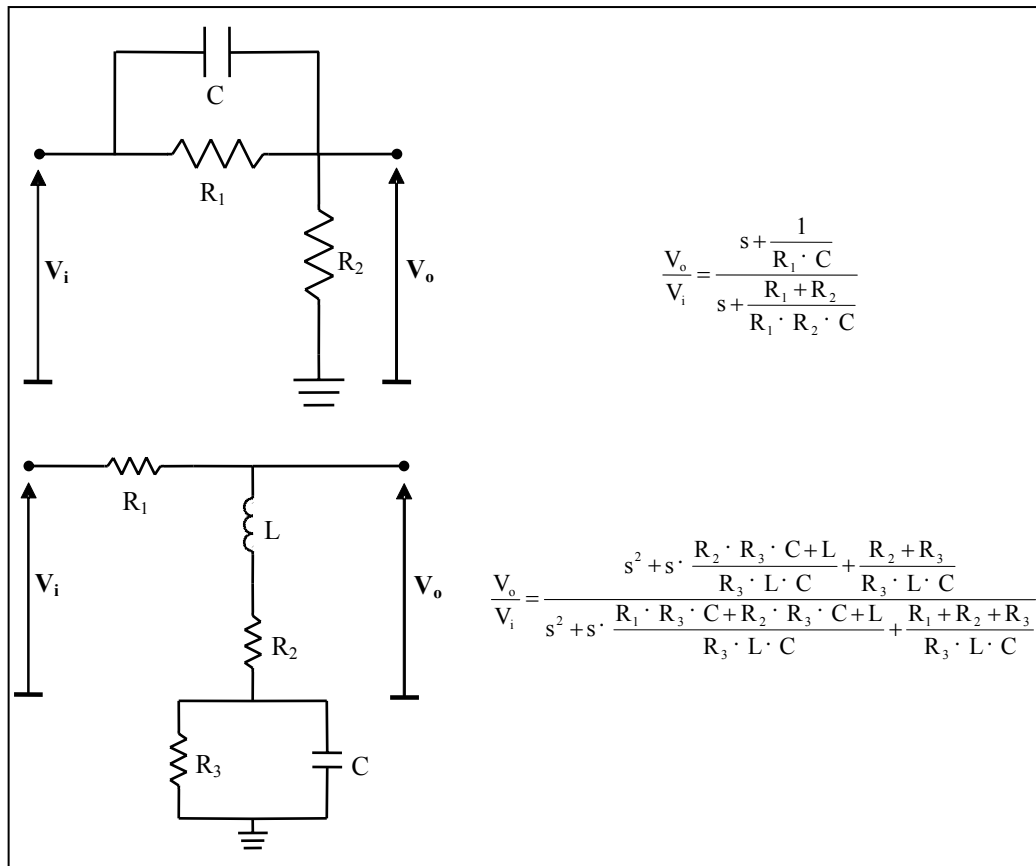


Figure 2.16 : Circuits équivalents à des fonctions de transfert d'ordre 1 et 2.

La Figure 2.17 montre un exemple illustratif de la mise en oeuvre d'une fonction de transfert à trois pôles au moyen des circuits simples montrés précédemment. La fonction de transfert original peut être décomposée comme le produit d'un gain, une fonction de transfert avec un pôle et un zéro et une autre fonction de transfert avec deux pôles et deux zéros. Le gain est implémenté sous forme d'un amplificateur idéal. Les circuits correspondant aux fonctions de transfert simples d'ordre 1 et 2 sont connectés à l'aide d'amplificateurs de tension idéaux de gain unité, qui font la fonction de buffers de tension.

Comme il a été décidé de représenter le filtre équivalent sous la forme d'une matrice admittance  $[Y(s)]$ , chaque élément de la matrice prend la forme d'une source de courant commandée par la tension d'entrée.

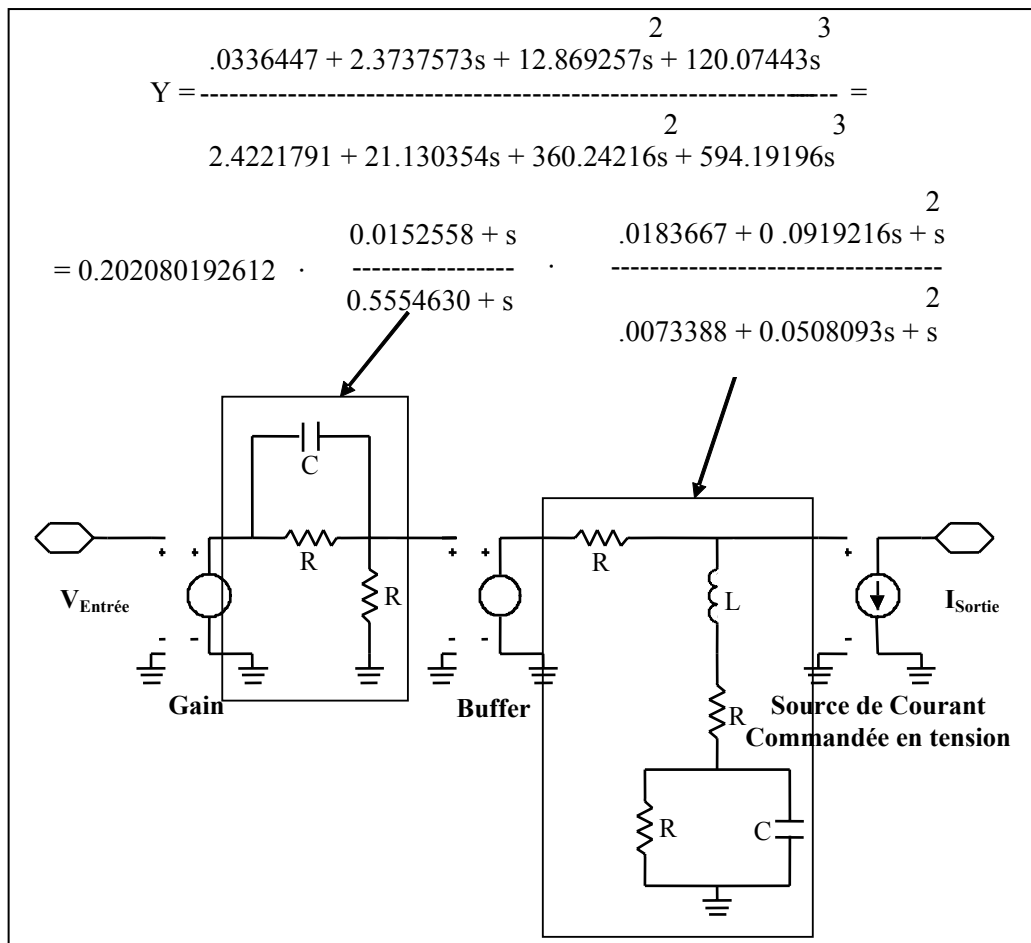


Figure 2.17 : Mise en oeuvre du circuit équivalent d'une fonction de transfert quelconque.

La connexion des divers circuits équivalents résultants associés aux différents éléments de la matrice  $[Y(s)]$ , sera faite de sorte qu'il soit vérifié :

$$I_i = \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j \quad [\text{II.59}]$$

où les sous-indices "i" et "j" prennent les valeurs dès 1 jusqu'à N, étant N la dimension de la matrice  $[Y(s)]$ .

Il est à noter que les diverses fonctions de transfert peuvent être identifiées dans des différentes bandes de fréquences. Il est possible qu'il soit nécessaire de placer le mélangeur idéal entre les circuits équivalents des fonctions de transfert d'entrée et ceux de sortie. La topologie du modèle réduit résultant n'est pas exactement celle indiquée dans la Figure 2.13, mais ceci n'est pas important au niveau pratique. D'autre part, le circuit global réduit est

capable de modéliser aussi bien le transfert entrée-sortie que l'adaptation aux accès du circuit au circuit.

### 2.VI.3.2. Caractéristiques du Modèle Obtenu

La méthode de réduction de modèles expliquée précédemment permet de reproduire le comportement entrée-sortie linearisé, la translation de fréquence entre les bandes d'entrée et sortie et les adaptations d'entrée et sortie. Les modèles à circuit équivalent sont valables aussi bien pour des simulations fréquentielles, en Equilibrage Harmonique ou dans le domaine du temps.

Le principal avantage que présente la simulation temporelle face à l'Equilibrage Harmonique est la possibilité de simuler des signaux complexes, comme des signaux modulés, des signaux numériques, du bruit, etc., à spectre continu.

Si les signaux mis en jeu dans le circuit impliquent des fréquences très différentes, la simulation dans le domaine du temps peut s'avérer lourde, lente et inefficace. Divers travaux ont été publiés sur cette problématique [15]. Le calcul de l'équivalent en bande de base (EBB) du modèle réduit permettra de diminuer encore plus le temps de simulation.

D'autre part, une caractéristique très importante de ce modèle est qu'il prend compte l'adaptation en entrée et sortie du circuit en fonction de la fréquence des signaux. On remarque ceci car les modèles typiques pour la simulation des systèmes présentent des impédances d'entrée et sortie idéaux de 50 Ohm et ne prennent pas compte les effets de la désadaptation des divers circuits formant le système.

### 2.VI.4. Réduction du Temps de Simulation. Equivalents en Bande de Base (EEB) de Circuits

La simulation à l'aide de l'équivalent passe bas du modèle réduit du circuit permettra réaliser plus efficacement des simulations dans le domaine du temps. Pratiquement, cela consiste à éliminer le mélangeur idéal dans le schéma de la Figure 2.13, et à ne considérer que le filtrage du circuit linearisé. Cette étape n'est pas si évidente qu'il pourrait paraître.

Ici, nous proposons d'obtenir les EEB de chaque élément de la matrice  $[Y(s)]$ , comme il a été expliqué dans le § 2.IV.3.2. En réalité, il ne sera pas nécessaire d'obtenir l'EEB de tous les éléments, parce qu'il y aura des éléments de cette matrice qui sont déjà définis dans la bande de base et il s'agit, donc, de calculer les EEB du reste des fonctions de transfert.

Une fois calculés les EEB pour chaque élément de  $[Y(s)]$ , le modèle du circuit complet sera déterminé par :

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{I}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_{11} & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \bar{Y}_{n1} & \cdot & \cdot & \bar{Y}_{nn} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} \quad [\text{II.60}]$$

avec :

$$\bar{I}_i = \begin{bmatrix} I_{iP} \\ I_{iQ} \end{bmatrix}; \bar{V}_i = \begin{bmatrix} V_{iP} \\ V_{iQ} \end{bmatrix}; \bar{Y}_{ij} = \begin{bmatrix} P_{ij} & -Q_{ij} \\ Q_{ij} & P_{ij} \end{bmatrix} \quad [\text{II.61}]$$

Il est possible d'implémenter la matrice résultante en forme d'un circuit équivalent, comme il a été expliqué précédemment pour le modèle réduit passe bande. Le coût à payer en utilisant le modèle équivalent en bande de base, est que l'ordre du système est multiplié par deux. Cependant, l'augmentation de la taille du modèle ne va pas avoir d'effet en pratique car le pas de simulation sera beaucoup plus grand et, par conséquent, le nombre de points à simuler sera très fortement réduit.

Arrivés à ce point, il reste seulement à indiquer qu'au moment de mettre en oeuvre le circuit équivalent des fonctions de transfert  $Q_{ij}$  il faut utiliser un circuit équivalent simple avec deux pôles et aucun zéro, puisque d'après le calcul analytique des  $Q_{ij}$ , elles résultent avec un ordre du numérateur deux fois plus réduit que celui du dénominateur. Le circuit équivalent utilisé sera maintenant :

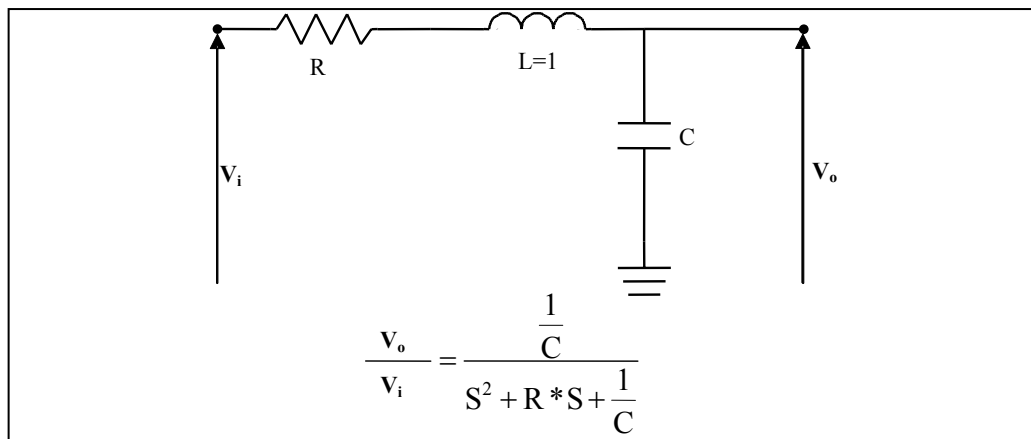


Figure 2.18 : Circuit équivalent d'une fonction de transfert avec deux pôles et sans zéros.

## 2.VII. Application des Techniques de Réduction à la Modélisation d'un Modulateur I-Q en Bande K

Les techniques de réduction de modèles qui ont été présentés dans ce chapitre vont être appliqués ici à un modulateur conçu à Alcatel Space (Toulouse) et fabriqué en technologie monolithique. Il s'agit d'un modulateur I-Q, c'est-à-dire, il a deux entrées d'IF, une pour la partie du signal d'entrée en phase et l'autre pour la partie en quadrature. La bande de fréquence d'entrée considérée par les concepteurs du circuit va dès le DC jusqu'à 300 MHz. Les signaux d'entrée sont mélangés dans deux paires de diodes avec le deuxième harmonique du signal d'OL, dont la fréquence centrale est 9.75 GHz, avec une puissance de 10 dBm. La sortie est en bande K, puisque la partie du signal retenu est due au mélange avec le deuxième harmonique du signal d'OL.

La Figure 2.19 montre la topologie simplifiée du modulateur I-Q. Le sous-circuit linéaire inclut les réseaux de division et combinaison de puissance, de polarisation et d'adaptation, les filtres d'IF, d'OL et de RF, ainsi que deux amplificateurs faible niveau et deux déphaseurs. Ces dernières fonctions sont en réalité non linéaires, mais comme ils fonctionnent en régime quasi-linéaire, on a choisi de les considérer comme faisant partie du sous-circuit linéaire.

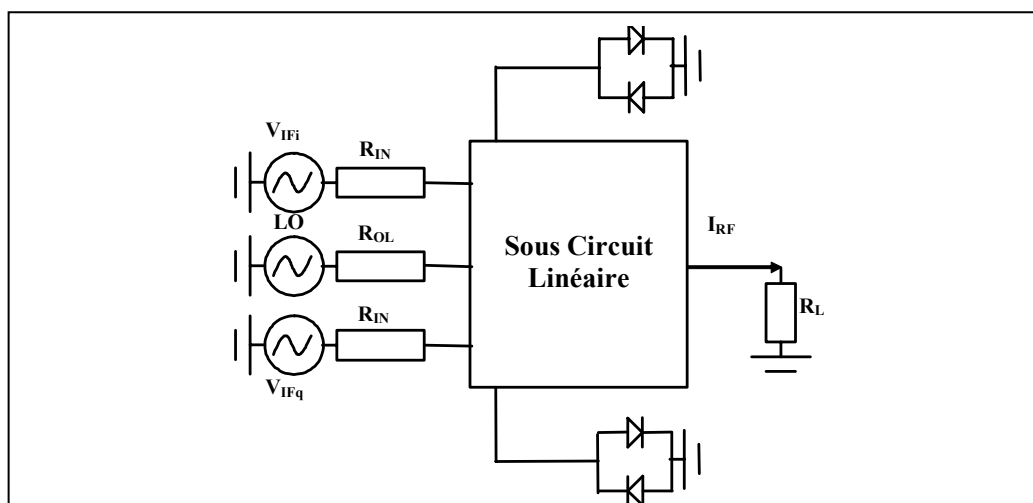


Figure 2.19 : Schéma simplifié du modulateur en bande K.



Le sous-circuit non linéaire est composé par les deux paires des diodes en parallèle, ainsi que les lignes de transmission qui servent à connecter les diodes entre elles et avec le reste du circuit.

Le modèle réduit complet de départ est composé, d'une part, des fichiers de paramètres  $[S]$  définis pour une bande de fréquence qui va de 0 jusqu'à 50 GHz, et qui servent à caractériser la partie linéaire du modulateur, et d'autre part, des modèles électriques équivalents des diodes et des lignes de transmission de interconnexion. Ce premier modèle réduit complet a été obtenu à partir de simulations du modèle électrique équivalent original, propriété d'Alcatel Space. On peut noter que le modèle original et la première version du modèle réduit sont uniquement appropriés pour des simulations en Equilibrage Harmonique car le simulateur n'a pas été à même de calculer de manière adéquate les réponses impulsionnelles des éléments du circuit qui sont définis dans le domaine de la fréquence. Le logiciel utilisé pour l'application de la technique et la mise en oeuvre des modèles est le simulateur commercial ADS (Advanced Design System) d'Agilent Technologies.

Dans les paragraphes suivants, la mise en oeuvre des modèles sera illustrée pas à pas, comme il a été expliqué dans le § 2.VI.

### 2.VII.1. Modèle Défini dans le Domaine de la Fréquence

La matrice de paramètres  $[S]$ , définie pour la bande de 0 jusqu'à 50 GHz, que caractérise la partie linéaire a été obtenue par simulation du sous-circuit linéaire. Après, les données ont été modifiées pour aboutir à l'équivalent en bande de base du sous circuit, définie cette fois pour une bande de fréquences qui va de 0 jusqu'à 1 GHz. Ce premier pas suppose déjà une grande réduction de la taille du modèle du circuit.

L'étape suivante consiste à calculer les admittances de conversion correspondantes au sous-circuit non linéaire. La Figure 2.20 montre le schéma de simulation d'ADS qui nous a permis de faire cette opération.



linéaire. De cette façon, on obtient le filtre linearisé équivalent du modulateur complet en connectant les deux sous-circuits.

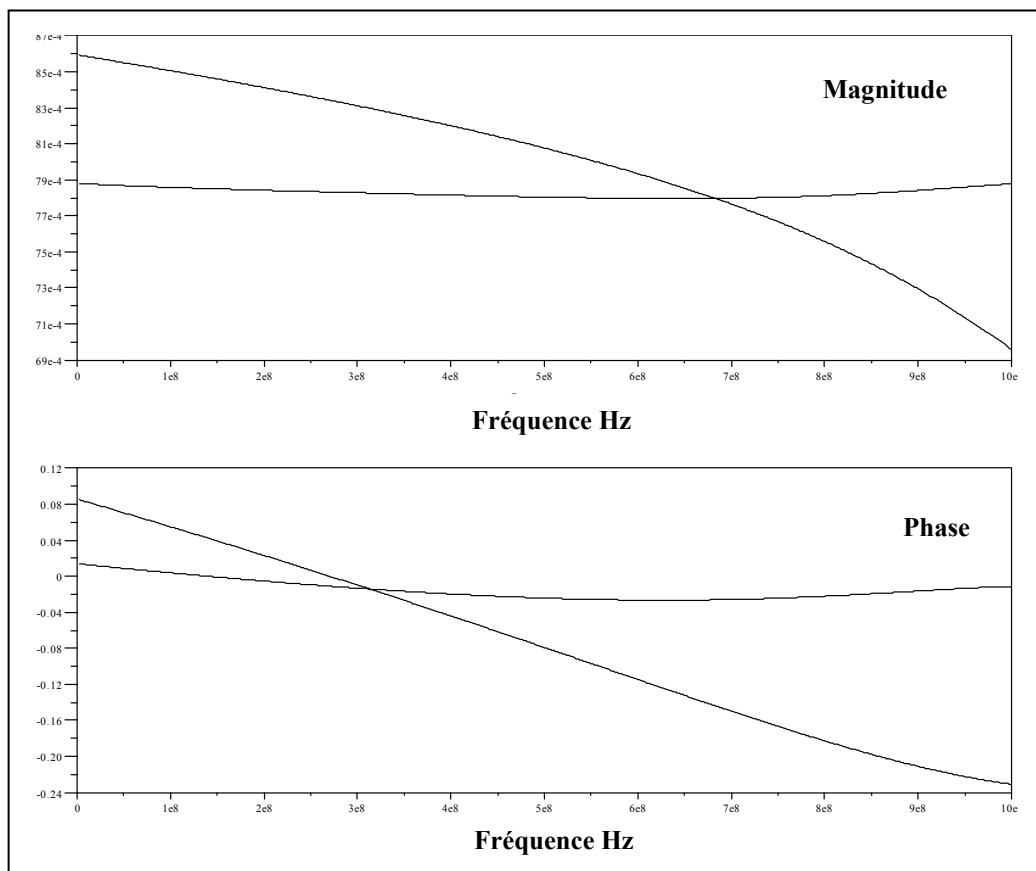


Figure 2.22 : Admittances de conversion obtenues.

La Figure 2.23 montre le schéma de simulation sur ADS du modèle réduit. Dans la partie supérieure, on peut voir le design de simulation (dans ce cas correspond à une simulation en Equilibrage Harmonique) et dans la partie inférieure le modèle du modulateur, qui suit fidèlement la forme de la Figure 2.13. Le filtre équivalent en bande de base est formé par le sous-circuit linéaire réduit (boîte centrale), relié aux admittances de conversion de la Figure 2.22 (boîtes latérales).

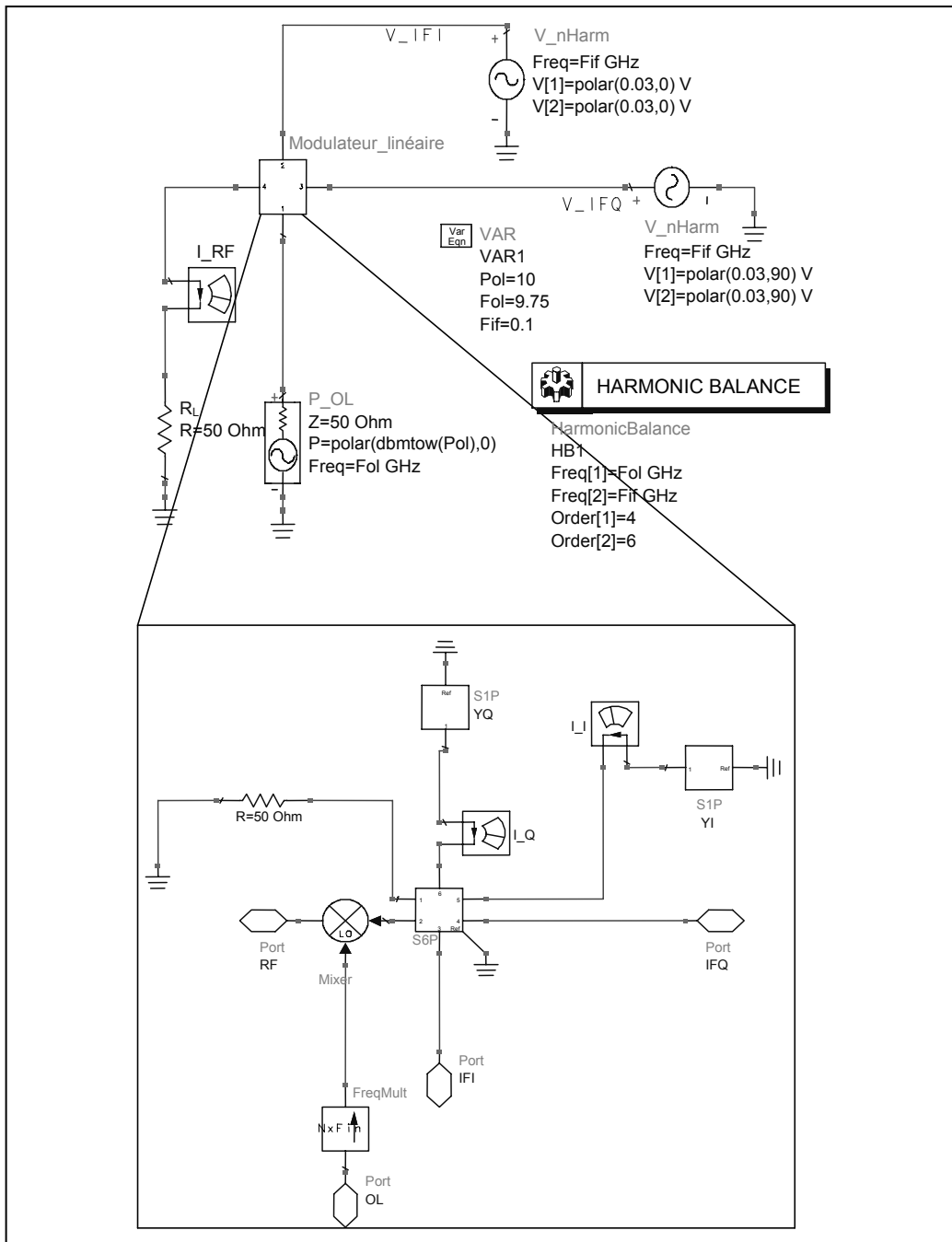


Figure 2.23 : Schéma de simulation du modèle obtenu pour le cas du modulateur.

Une fois implémenté le modèle linearisé, on peut vérifier sa validité au moyen de simulations en Equilibrage Harmonique du modèle réduit ainsi que du circuit complet.

Les résultats présentés correspondent à des simulations avec des signaux de 1, 2, 4 et 6 tons à l'entrée du modulateur. L'amplitude de chaque tonne est de 0.015 V afin d'assurer que le modulateur fonctionne en régime faible niveau. Par la suite, on vérifiera le niveau d'amplitude maximale que l'on peut utiliser de sorte que le modèle réduit reste valable.

La Figure 2.24 montre la comparaison des résultats du modèle linearisé (flèches) avec ceux du modèle complet (points) pour simulations de 1 et 2 tons à l'entrée des fréquences de 0.5 GHz (cas "a") et 0.2 et 0.4 GHz (cas "b").

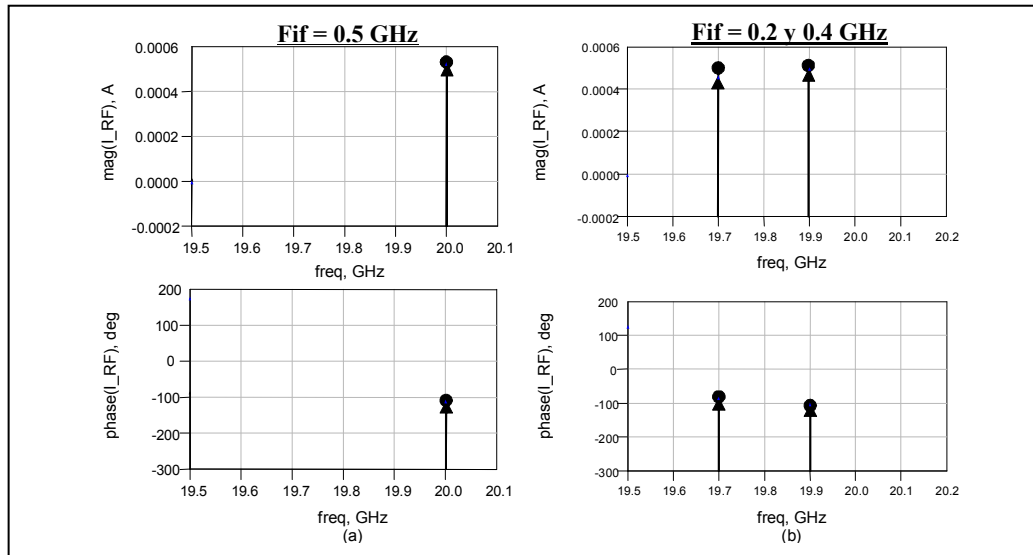


Figure 2.24 : Comparaison de résultats. Flèches : Modèle non linéaire complet. Points : Modèle réduit.

La Figure 2.25 montre la comparaison des modèles avec des signaux à plusieurs tons. En particulier les cas de 4 et 6 tons d'entrée des fréquences qui vont de 0.1 à 0.4 GHz dans le cas "a" et de 0.1 à 0.6 GHz dans le cas "b" sont illustrés.

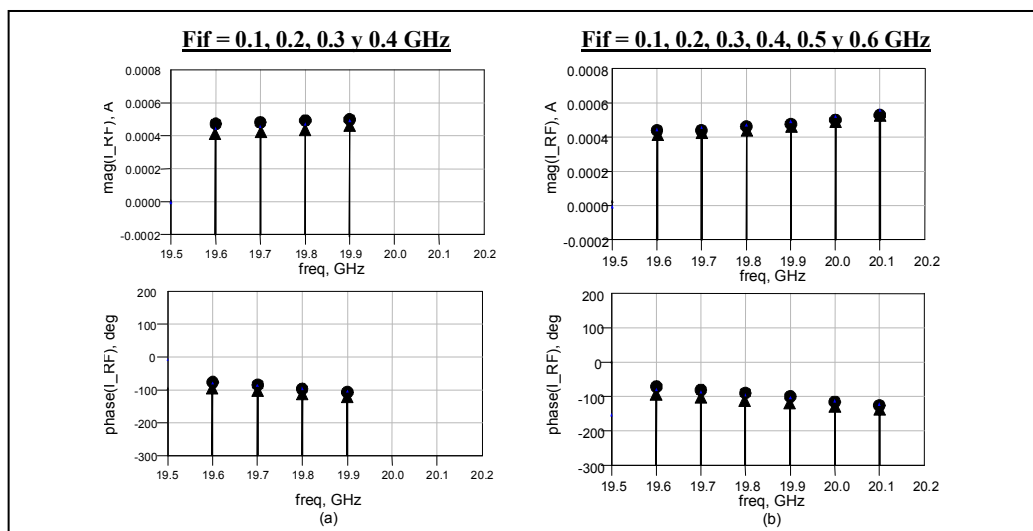


Figure 2.25 : Comparaison de résultats. Flèches : Modèle non linéaire complet. Points : Modèle réduit.

On peut observer la bonne concordance dans les résultats fournis par les deux modèles, ce qu'indique le bon fonctionnement du modèle réduit.

Une façon de vérifier le niveau de réduction du nouveau modèle peut consister en comparer les temps de simulation des deux modèles (Table 2.1).

N° tons d'IF	Modèle Réduit	Modèle Non Linéaire Complet
1	2 Sec < t < 3 Sec	22 Sec
2	2 Sec < t < 3 Sec	36 Sec
3	2 Sec < t < 3 Sec	1 Min 10 Sec
4	2 Sec < t < 3 Sec	1 Min 59 Sec
5	2 Sec < t < 3 Sec	3 Min 7 Sec
6	2 Sec < t < 3 Sec	4 Min 57 Sec

*Table 2.1 : Comparaison des temps de simulation des modèles complet et réduit sur un PC avec un microprocesseur à 700 MHz.*

On peut remarquer qu'avec l'augmentation du nombre de tons à l'entrée le taux de croissance du temps de simulation du circuit non linéaire complet est proportionnel à  $2^{N-1}$  étant N le nombre de tons, tandis que pour le modèle linearisé le temps de simulation est toujours pratiquement le même. Ceci s'explique parce que dans le cas du modèle réduit présenté uniquement un filtre linéaire connecté à un mélangeur idéal est simulé, dont la simulation dans le domaine de la fréquence est très efficace.

Pour démontrer la limite de validité du modèle en ce qui concerne l'amplitude des signaux d'entrée, on a comparé à nouveau le modèle linearisé et le circuit complet. Les deux modèles ont été simulés avec un ton à l'entrée de fréquence 0.3 GHz et avec une amplitude qui augmente dès la valeur initiale de 1 mV jusqu'à la valeur finale de 0.3 V. Si l'on représente l'amplitude du ton du courant de sortie, qui dans ce cas correspond à une fréquence de 19.8 GHz, on obtient la Figure 2.26. On peut noter que les résultats des deux modèles coïncident jusqu'à une amplitude de 150 mV approximativement. Celle-ci était la valeur limite d'amplitude considéré par Alcatel Space pour ce modulateur et par conséquent le modèle est valable dans la gamme d'amplitude des signaux d'entrée appropriées pour le circuit.

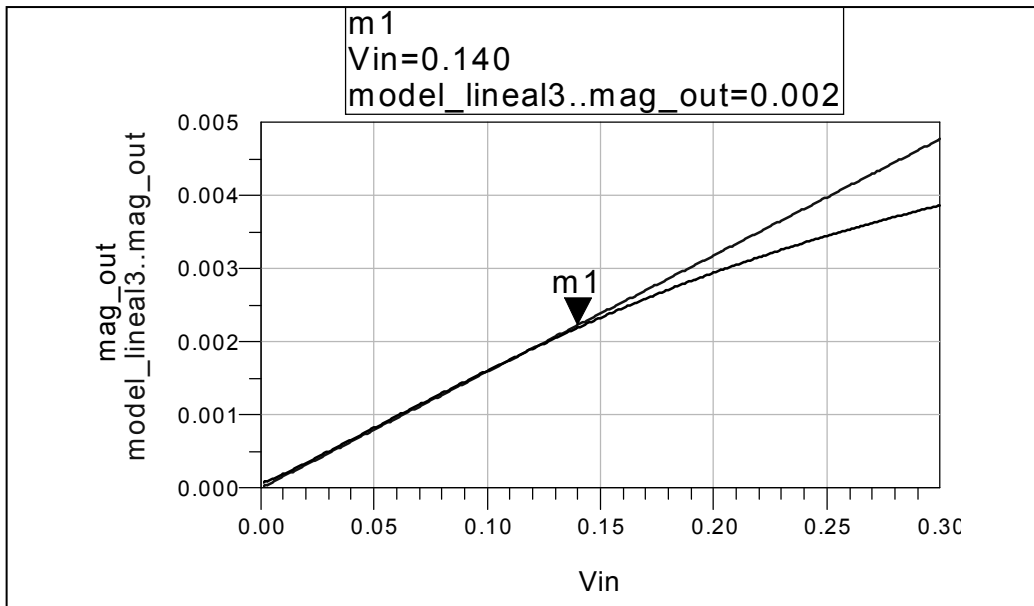


Figure 2.26 : Limite de validité du modèle réduit par rapport à l'amplitude du signal d'entrée.

Comme on a remarqué précédemment le modèle obtenu caractérise l'adaptation en entrée et sortie du circuit original. La Figure 2.27 montre la superposition des paramètres  $S_{ii}$  correspondants aux entrées et la sortie du modulateur, représentés sous la forme de diagramme polaire. Les paramètres du modèle réduit ont été obtenus par simulation typique de paramètres  $S$ , et les correspondants au circuit original par simulation des paramètres  $S$  en grand signal (il faut tenir compte de l'état grand signal déterminé par le signal d'OL). Les bandes de fréquence pour lesquelles nous avons obtenu les paramètres sont 0-1 GHz pour les nœuds d'entrée et 19.5-20.5 GHz pour les nœuds de sortie.

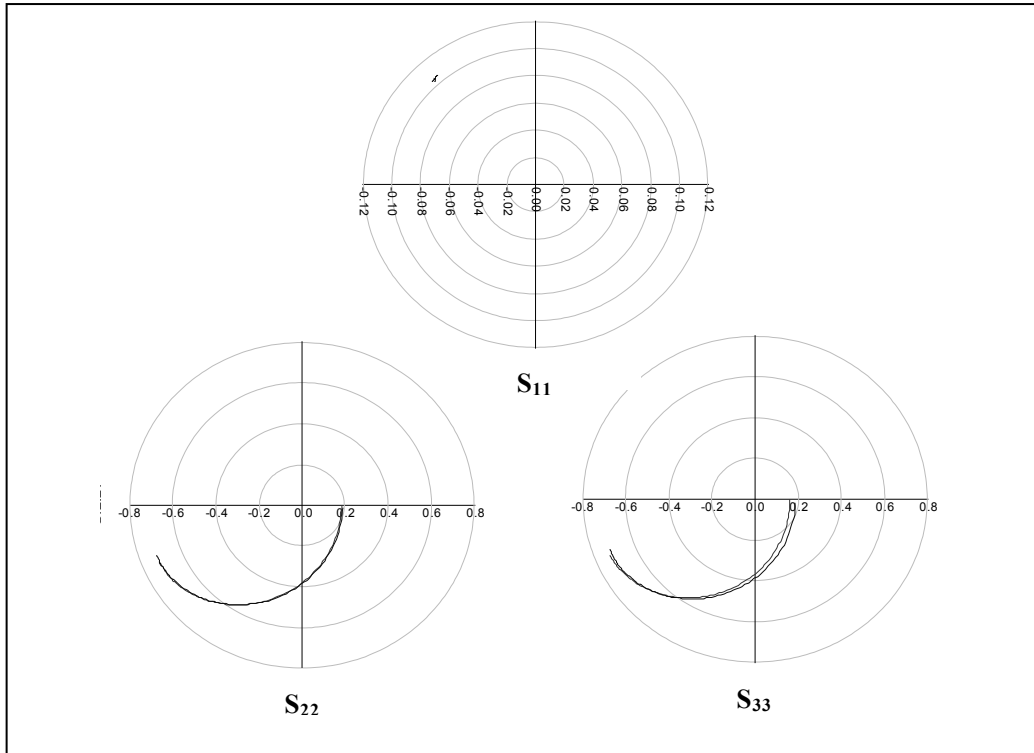


Figure 2.27 : Superposition des paramètres  $S_{ii}$  des nœuds d'entrée et sortie du modulateur.  $S_{11}$  : Adaptation de sortie (RF).  $S_{22}$  et  $S_{33}$  : Adaptations d'entrée ( $IF_i$  et  $IF_q$ ).

On observe un bon accord entre les résultats et que l'adaptation en sortie ( $S_{11}$ ) est pratiquement indépendante de la fréquence.

Jusqu'ici les techniques de réduction de modèles proposés ont démontré des performances intéressantes mais toujours restreintes à des simulations dans le domaine de la fréquence. Dans la section suivante un modèle réduit équivalent valable pour tout type de simulations va être développé.

## 2.VII.2. Adaptation à des Simulations dans le Domaine du Temps

Arrivés à ce point, on cherche à obtenir la matrice de paramètres admittance  $[Y(f)]$  à partir du filtre équivalent en bande de base qui avait été calculé dans la section précédente. La Figure 2.28 montre le schématique de simulation qui permet de calculer cette matrice. La plage de fréquences d'analyse va de 0 jusqu'à 1 GHz, puisque le filtre équivalent avait été défini pour cette bande. On peut observer dans la figure, les boîtes qui servent à caractériser le sous-circuit linéaire et les admittances de conversion. Il peut aussi être observé que les portes





La Figure 2.29 montre la mise en oeuvre sur ADS du modèle résultant. En tenant compte du fait que chaque élément de la matrice  $[Y(s)]$  est implémenté à l'aide d'une source de courant contrôlé par tension, il pourrait paraître que le modèle de la figure est incomplet, puisque n'ont pas été utilisées que 5 éléments, au lieu de  $3 \times 3 = 9$ . Les boîtes qui manquent correspondent à des paramètres admittance dont l'amplitude est pratiquement nulle et par conséquent ne contribuent pas à la réponse du filtre. Il faut toujours essayer de tenir compte de ce type de circonstances afin de réduire au maximum la taille du modèle résultant. Finalement, la réduction de modèles se base sur la suppression de toute information redondante ou qui ne contribue pas significativement au comportement entrée sortie du système.

Pour tous les calculs nécessaires à l'identification on a utilisé des fonctions exécutées en SCILAB. Dans l'annexe II.5, tous les outils utilisés dans le processus d'identification et de calcul des circuits équivalents en SCILAB, sauf ceux qui sont déjà implémentés dans le logiciel lui-même, sont rapportés. En tout cas, il s'agit toujours des fonctions simples à mettre en oeuvre non seulement sur SCILAB, mais aussi sur MATLAB et, en général, sur n'importe quel logiciel de calcul avec des caractéristiques semblables.

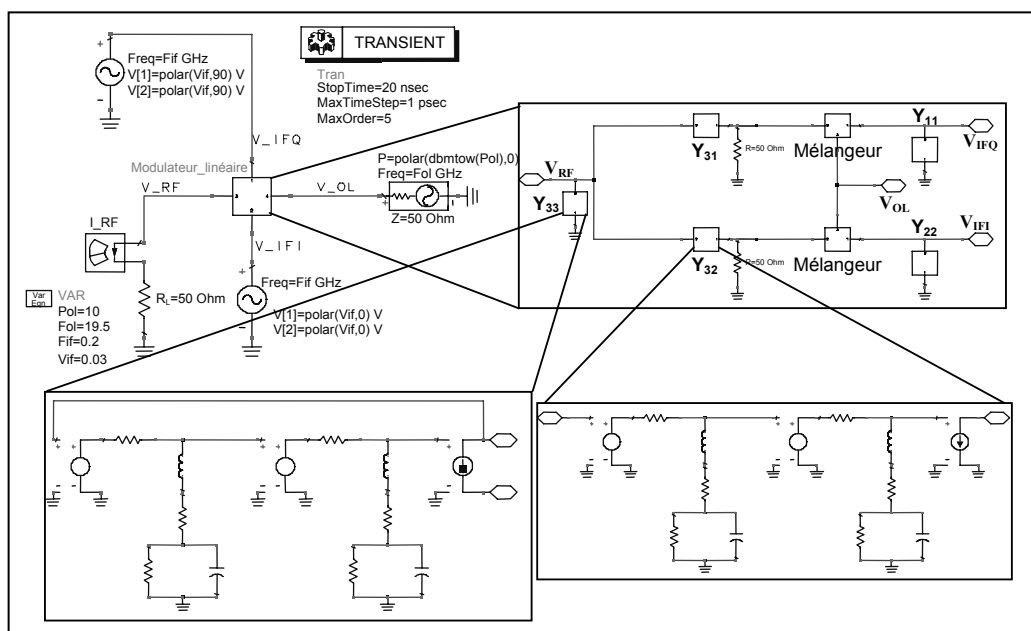


Figure 2.29 : Mise en oeuvre du modèle du modulateur valable pour tout type de simulations.

Les résultats de la simulation du modèle réduit superposés à ceux du modèle non linéaire complet (circuit complet) sont présentés dans la figure 2.30. Les simulations réalisées

sont semblables à celles utilisés dans les Figures 2.24 et 2.25. L'amplitude des tons d'entrée est toujours 15 mV et sa fréquence est toujours dans la bande pour laquelle nous avons défini le filtre équivalent. Il faut indiquer dans ce point, que le modèle réduit linearisé a été simulé au moyen de techniques temporelles, tandis que celui non linéaire complet a été analysé avec la méthode d'Equilibrage Harmonique. De plus le modèle réduit a été aussi testé en Equilibrage Harmonique avec des résultats coïncidents. La comparaison des résultats de simulation du circuit et du modèle proposé montre bien la validité de l'approche développée.

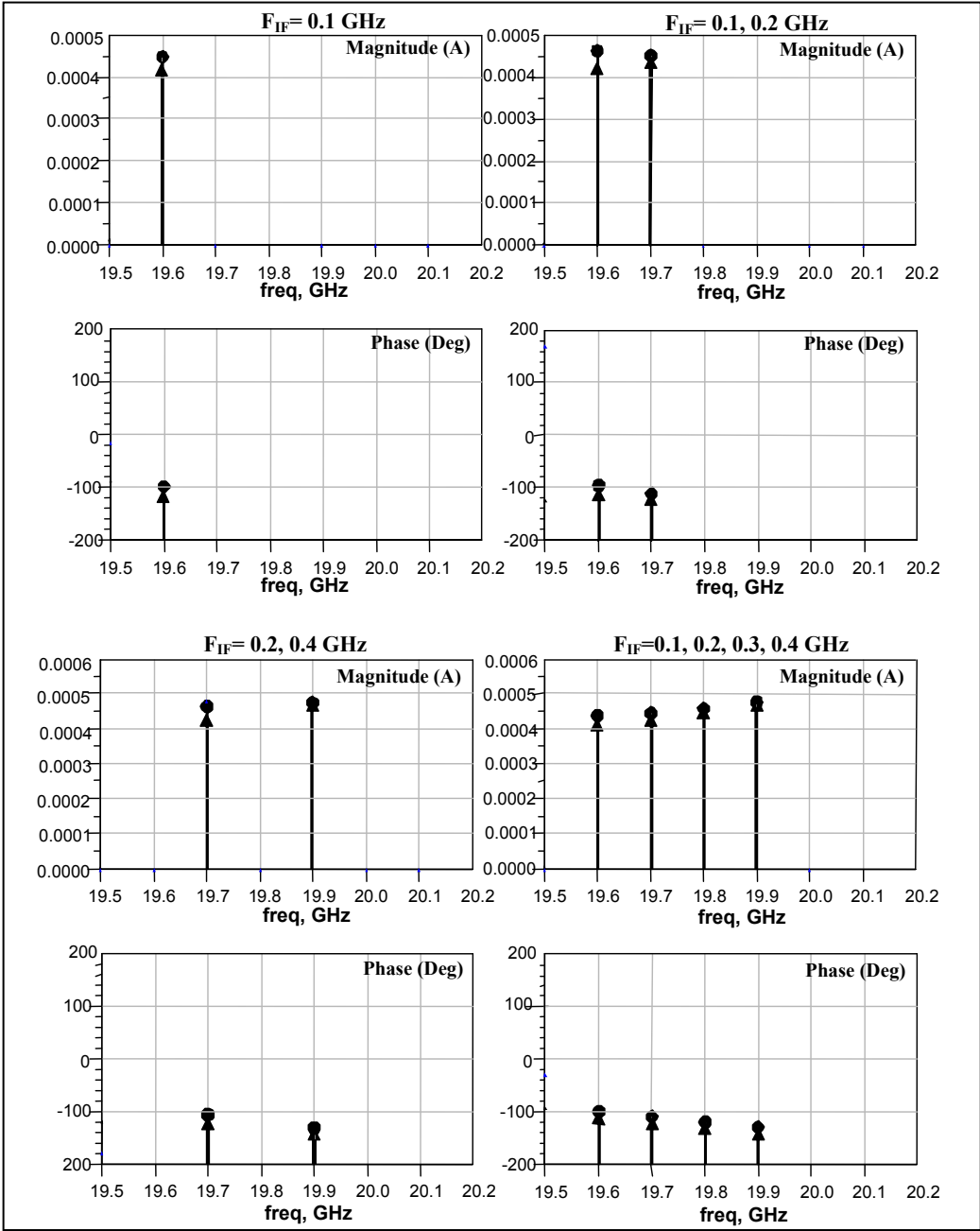


Figure 2.30 : Comparaison de résultats. Flèches : modèle complet. Points : Modèle réduit.

Concernant le temps de calcul, on peut signaler que la simulation du modèle réduit sur un PC pour 20 nS de temps total de simulation et 20.000 points nécessite d'une paire de minutes. Il est à noter que dans ces simulations les fréquences d'entrée sont de l'ordre de MHz et que la fréquence de sortie est autour 19.5 GHz. En tout cas, le fait de simuler le signal d'OL produit un ralentissement de l'analyse, inutile du point de vue pratique, puisque l'information réellement importante est dans l'enveloppe du signal. C'est pour cela que l'utilisation du modèle équivalent en bande de base dans la section suivante va démontrer des performances semblables avec des réductions du temps de calcul très significatives.

### 2.VII.3. Équivalent en Bande de Base du Modèle

Dans cette section la théorie du paragraphe § 2.VI.4. est appliqué afin de réduire le temps de simulation. Afin d'illustrer ce point, pour l'exemple du modulateur considéré ici, la simulation consiste à calculer 200 points au lieu des 20000 points de la méthode précédente. Il faut remarquer que la réduction du temps de calcul n'est pas associée maintenant à une nouvelle réduction de la taille du modèle sinon uniquement à l'utilisation de son équivalent en bande de base et donc à la réduction du pas de la simulation. Bien au contraire, l'équivalent en bande de base fait apparaître un nombre de pôles et zéros plus élevé que le modèle réduit passe bande.

Afin de valider le modèle équivalent en bande de base, des résultats de simulation temporelle avec des signaux d'entrée numériques QPSK avec filtrage Gaussien sont présentés. On va comparer les résultats du modèle passe-bande du paragraphe VII.2 avec ceux donnés par l'équivalent en bande de base. Nous avons deux options pour pouvoir comparer les résultats des deux modèles étant donné que le modèle en bande de base produit l'enveloppe complexe du signal de sortie et que le modèle passe bande procure une sortie en bande K. La première consiste à faire une démodulation cohérente de la sortie du modèle passe-bande de sorte que l'on obtient l'enveloppe complexe (Figure 2.3). La deuxième est de simuler le modèle passe bande par la technique appelée Transitoire de d'Enveloppe [13] qui procure directement comme résultat l'enveloppe complexe. Dans ce cas, nous avons décidé d'implémenter la première option.

La Figure 2.31 montre un exemple de simulation du modèle passe-bande. On montre les signaux d'entrée au modulateur en bande de base, la sortie du modulateur à la fréquence

de RF, et le résultat de la démodulation cohérente du signal de sortie superposé aux signaux d'entrée. On observe qu'on peut récupérer les signaux d'entrée sauf une petite erreur.

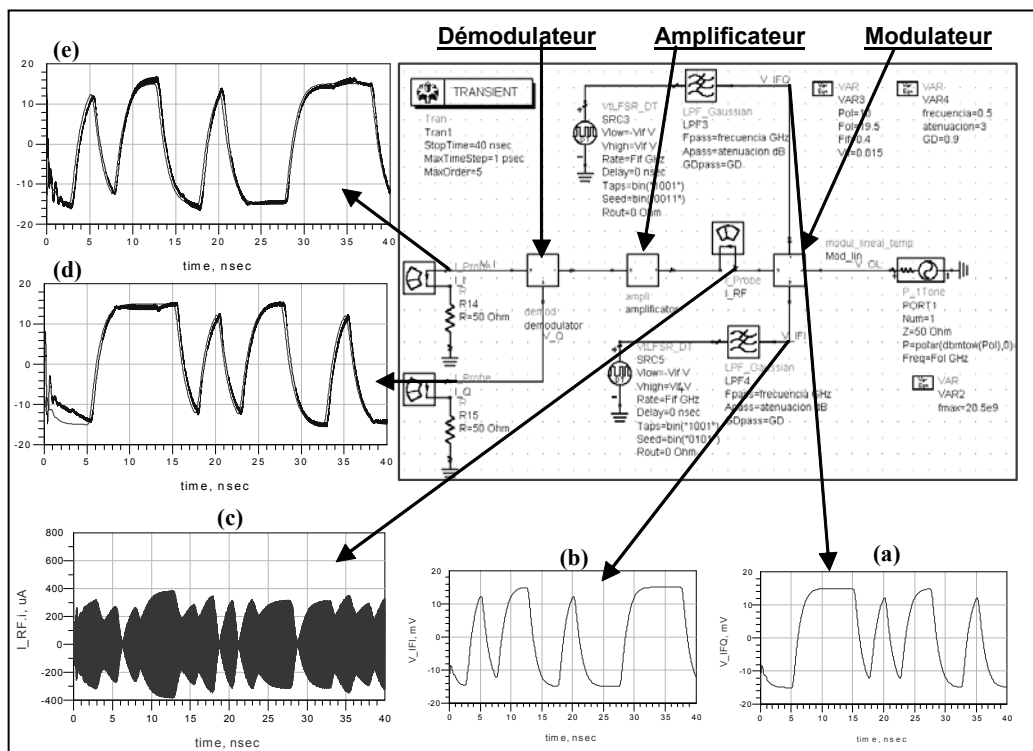


Figure 2.31 : Exemple de simulation du modèle passe-bande. (a) : Signal d'entrée  $V_{if_i}$ . (b) : Signal d'entrée  $V_{if_q}$ . (c) Signal de sortie  $I_{RF}$ . (d) Partie en quadrature de l'enveloppe complexe du signal de sortie, superposée à  $V_{if_q}$ . (e) Partie en phase de l'enveloppe complexe du signal de sortie, superposée à  $V_{if_i}$ .

La Figure 2.32 montre le schéma de simulation du modèle équivalent en bande de base. Dans la boîte centrale on peut trouver le modèle équivalent en bande de base du modulateur. On peut voir les deux entrées d'IF, qui sont deux générateurs de signaux QPSK suivis d'un filtre Gaussien. Le modèle produit deux sorties ( $V_I$  et  $V_Q$ ) qui sont les enveloppes complexes du signal de sortie en bande de base.

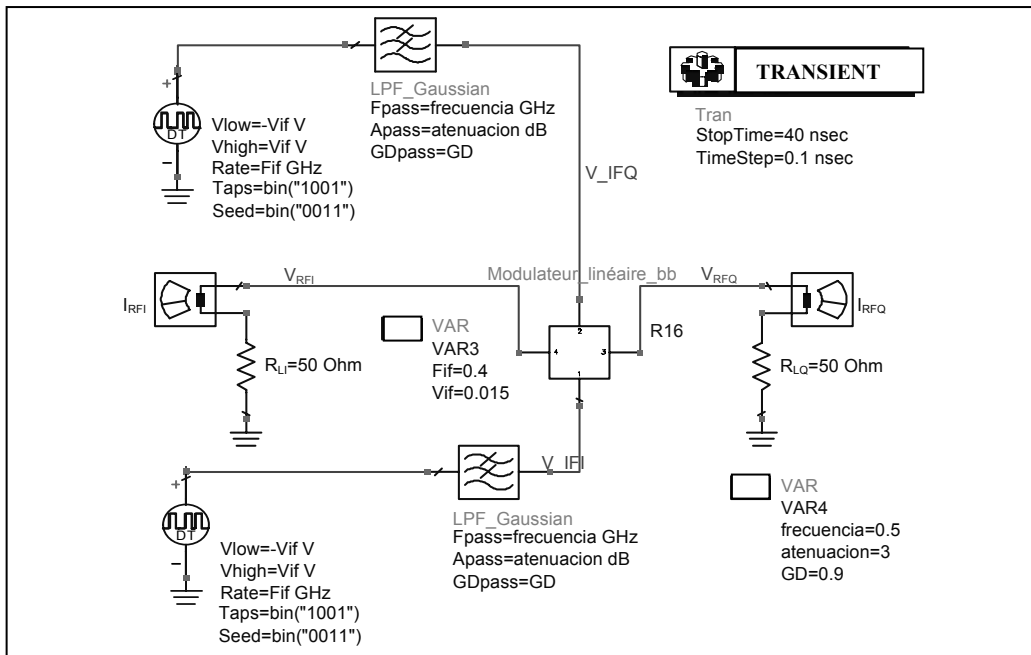


Figure 2.32 : Schéma de la simulation du modèle équivalent en bande de base, au moyen de techniques dans le domaine du temps.

Dans la Figure 2.33, les résultats du modèle passe-bande (ligne épaisse) sont comparés auxquels du modèle équivalent en bande de base (ligne fine). Il est à noter dans le modèle passe-bande qu'après la démodulation il reste un petit "bruit" de haute fréquence dû au filtrage non parfait des composants haute fréquence. La potentialité des deux modèles (passe-bande et équivalente en bande de base) est mise en évidence en ce qui concerne la simulation temporelle, bien qu'il y ait une différence significative en termes du temps de simulation nécessaire. Tandis que la simulation sur un PC du modèle passe-bande a nécessité 106,9 secondes pour cet exemple, la simulation de l'équivalent en bande de base a uniquement eu besoin de 1,55 secondes.

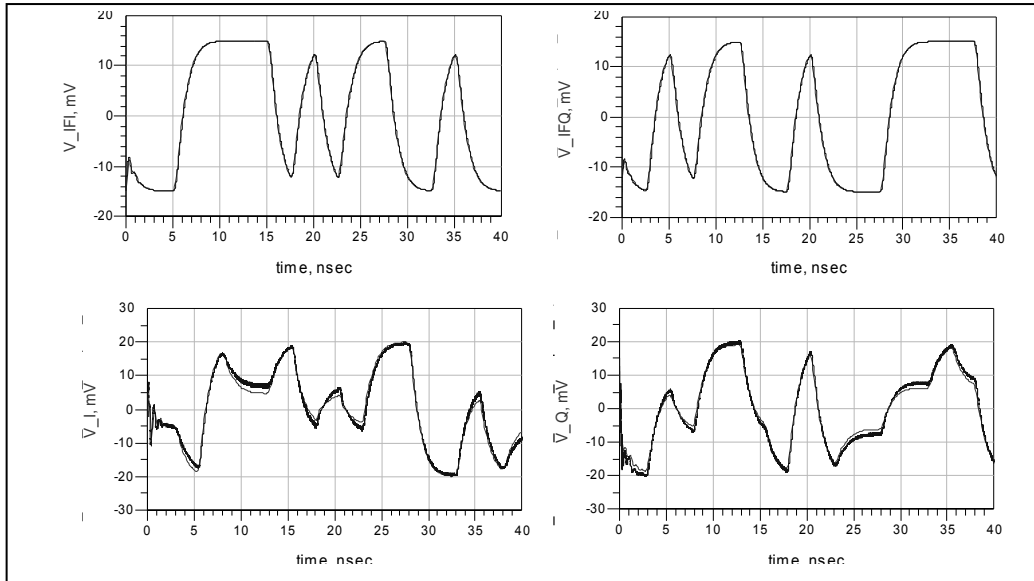


Figure 2.33 : Comparaison des résultats des modèles réduits passe-bande (ligne épaisse) et en bande de base (ligne fine).

### 2.VII.3.1. Application de l'Équivalent en Bande de Base

Le modèle réduit équivalent en bande base a démontré ses qualités pour reproduire le comportement linearisé avec mémoire du circuit modulateur. D'autre part, grâce au faible temps de simulation associé, permet d'envisager d'analyses qui sont prohibitifs ou, même, impossibles à partir de la description détaillée du circuit. A titre d'exemple, la dégradation du signal de sortie en fonction de la fréquence du signal d'entrée va être étudié pour des signaux d'excitation numériques QPSK filtrés à l'aide d'un filtre Gaussien.

La Figure 2.34 montre les diagrammes d'œil du signal  $V_Q$ , en fonction de la fréquence fondamentale du signal d'entrée. Pour les premiers cas ( $f_{IF} = 0.1$  et  $0.2$  GHz), on apprécie que les différents états du signal sont atteints avec une faible erreur. Toutefois, pour les autres cas montrés ( $f_{IF} = 0.3$  et  $0.4$  GHz) l'erreur de définition des différents états augmente significativement. Par conséquent, on apprécie ici l'effet mémoire du circuit, qui limite la bande de fréquence utile des signaux d'entrée à DC - 0.3 GHz, puisque pour 0.4 GHz on apprécie une erreur trop grande qui fait que certains états sont pratiquement indiscernables.

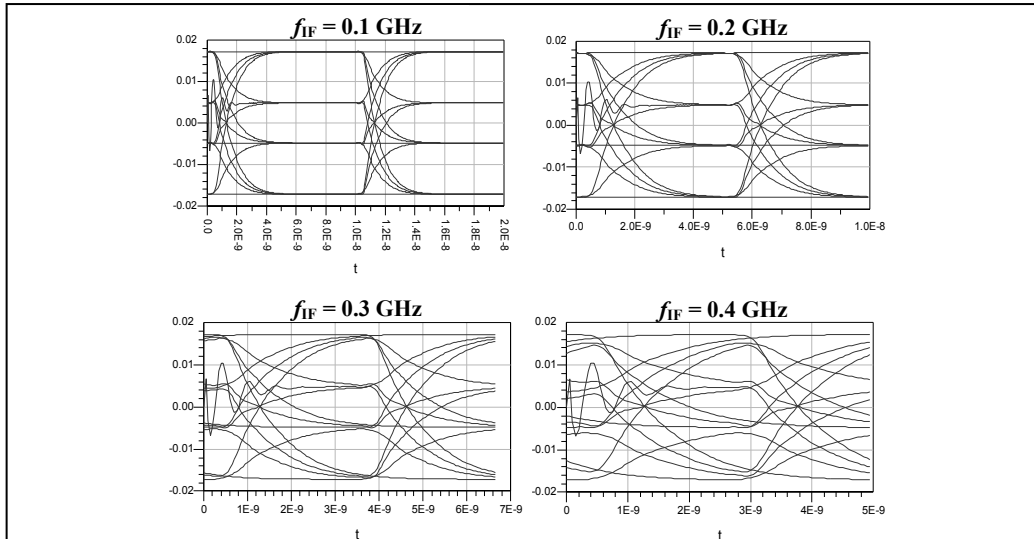


Figure 2.34 : Diagrammes d'oeil correspondant à des signaux d'entrée dont la fréquence fondamentale va de 0.1 jusqu'à 0.4 GHz.

Un autre type de représentation pratique consiste à tracer les trajectoires dans le plan I-Q. Sur la Figure 2.35 on montre les signaux de sortie  $V_Q$  face à  $V_I$ , ou on peut apprécier les quatre états déterminés dans le plan I-Q et la dégradation des états en augmentant la fréquence fondamentale du signal. Ici, comme dans les courbes de la figure 2.34 on peut remarquer qu'une partie de la courbe suit une trajectoire anormale qui est associée au transitoire initial provoqué par la dynamique du modèle.

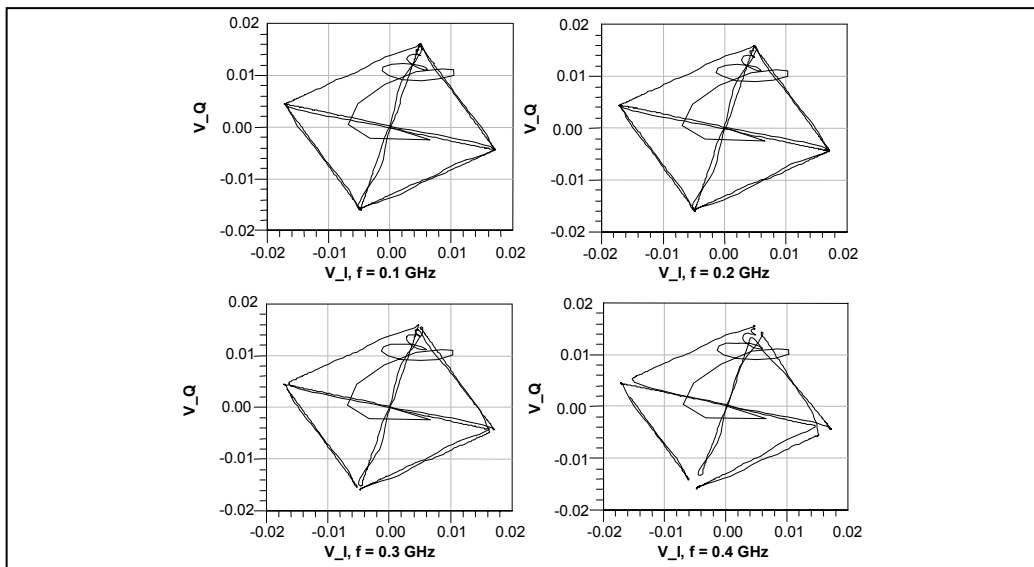


Figure 2.35 : Trajectoires correspondant aux signaux de sortie du modulateur avec des signaux d'entrée dont la fréquence fondamentale varie entre 0.1 et 0.4 GHz.



## 2.VIII. Conclusions et Perspectives

Dans ce chapitre, des différentes méthodes et techniques pour la réduction des modèles des circuits micro-ondes qui ont un comportement entrée-sortie du type LIT et LVT ont été décrites. Tout d'abord, les caractéristiques et concepts théoriques pour le traitement des systèmes LIT et LVT ont été exposés. Cette introduction nous a servi comme point de départ de notre démarche pour la réduction des modèles des circuits micro-ondes.

De nombreuses fonctions électroniques implémentées dans les systèmes micro-ondes montrent un comportement du type LIT. C'est le cas des sous-circuits linéaires (réseaux de polarisation, d'adaptation, filtres, hybrides, coupleurs, diviseurs et combineurs de puissance, etc.) et des circuits actifs faible niveau (amplificateurs, déphaseurs, etc.). Tous ces circuits peuvent être modélisés au moyen d'un filtre linéaire équivalent. D'autre part, les circuits modulateurs du signal ou mélangeurs, vis à vis du fort niveau du signal de pompe et de relativement faible niveau du signal d'entrée, peuvent être considérés comme systèmes LVT. Ce type de circuits présente un comportement entrée-sortie linéaire avec transfert de fréquence. Ils peuvent être caractérisés à l'aide d'un filtre linearisé équivalent du circuit autour de l'état non linéaire déterminé par le signal de pompe.

Lors de ce chapitre, différentes topologies et techniques ont été utilisés pour la réduction des modèles et du temps de simulation, comme l'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence, le regroupement de pôles et le calcul de l'équivalent en bande de base. L'identification de systèmes nous a servi à obtenir les fonctions de transfert dans le domaine de Laplace avec le nombre de pôles minimum qui caractérisent le comportement du circuit sur la plage de fréquences d'intérêt. Des techniques de groupement de pôles ont été utilisés afin d'éliminer les pôles redondants ou négligeables des fonctions de transfert obtenues par identification. Le calcul des équivalents en bande de base des modèles réduits est d'un grand intérêt aussi pour aboutir à des très faibles temps de simulation dans le domaine du temps. Les modèles réduits obtenus sont valables aussi bien pour des simulations dans le domaine de la fréquence que dans le domaine du temps.

Il est à remarquer que, dans le cas des circuits LVT, le modèle réduit est déduit par linéarisation de l'état établi déterminé par le signal de pompe et, donc, il n'est valable que pour ce signal de pompe. On pourrait compléter le modèle en incluant la dépendance du modèle avec ce signal à travers l'utilisation de réseaux de neurones qui ajustent la variation des paramètres du filtre linéarisé en fonction de la pompe. Une autre possible amélioration pourrait être la caractérisation du comportement entrée-sortie non linéaire du circuit (au moins en régime faiblement non linéaire) afin de pouvoir mesurer l'effet de l'intermodulation, compression du gain, etc. Celui-ci sera un des objectifs du suivant chapitre.

## Bibliographie

- [1] J-P. Delmas, *Eléments de Théorie du Signal : Les Signaux Déterministes*, Ellipses, 1991.
- [2] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, Prentice Hall, 1993.
- [3] M. C. Jeruchim, P. Balaban, K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*, Kluwer Academic/Plenum Publishers, 2000.
- [4] R. Pintelton, J. Schoukens, *System Identification. A Frequency Domain Approach*, IEEE Press. 2001.
- [5] J. Portilla, J. Jugo, A. Anakabe, F. J. Casas, J. P. Pascual, J. M. Collantes, *Analysis of Non-linear RF and Microwave Circuits Using Harmonic Balance and System Identification Methods*, RF and Microwave Computer-Aided Engineering (Wiley), Vol. 12, NO. 5, Sept. 2002. pp. 448-459.
- [6] A. Anakabe, S. Mons, T. Gasseling, P. Casas, R. Quéré, J.M. Collantes, A. Mallet, *Efficient nonlinear Stability Analysis of Microwave Circuits using Commercially Available Tools*, European Microwave Conference, Milan, 2002. pp. 1017-1020.
- [7] R. Achar, P. K. Gunupudi, M. S. Nakhla, E. Chiprout, *Passive Interconnect Reduction Algorithm for Distributed/Measured Networks*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, Vol. 47, NO. 4, April 2000. pp. 287-301.
- [8] R. O. Duda, P.E. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis*, Wiley, 1972.
- [9] Keinosuke Fukunaga, *Statistical Pattern Recognition*, Academic Press, 1989.
- [10] W. T. Beyene, *Pole-Clustering and Rational-Interpolation Techniques For Simplifying Distributed Systems*. IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and applications, Vol. 46, NO. 12, December 1999. pp. 1468-1472.

- [11] M. Elzinga, K. L. Virga, J. L. Prince, *Improved Global Rational Approximation Macromodeling Algorithm for Networks Characterized by Frequency-Sampled Data*. IEEE Transactions on Microwaves Theory and Techniques, Vol. 48, NO. 9, September 2000. pp. 1461-1468.
- [12] F.J. Casas, J. Portilla, R. Quéré, S. Mons, J. Jugo, A. Mallet, J.F. Villemazet, *LTV Circuit Modelling Techniques for System Simulation. Application to a MMIC K-Band I-Q Signal-Modulator*, European Microwave Conference, Milan 2002. pp. 195-198.
- [13] H. Chehade, *Modélisation des Composants Microélectroniques non linéaires par séries de Volterra à Noyaux Dynamiques, pour la CAO des Circuits RF et Micro-Ondes*, THESE présentée à l'université de Limoges. N° d'ordre : 62-1998.
- [14] S. A. Maas, *Microwave Mixers*, Deham MA, Artech House, 1986.
- [15] J. Roychowdhury, *Analyzing Circuits with Widely Separated Time Scales Using Numerical PDE Methods*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-I:Fundamental Theory and Applications, vol. 48,NO. 5, May 2001. pp. 578-594.
- [16] Q. J. Zhang, K. C. Gupta, *Neural Networks For RF and Microwave Design*, Artech House, 2000.

## Chapitre 3

# TECHNIQUES DE REDUCTION D'ORDRE DE MODELES APPLIQUEES A DES CIRCUITS FAIBLEMENT NON LINEAIRES



## 3.I. Introduction [1]

Tous les circuits électroniques sont fondamentalement non-linéaires. L'hypothèse de linéarité est dans la pratique, seulement une approximation. Quelques circuits, comme les amplificateurs petit signal, sont faiblement non linéaires et c'est pour cela qu'ils sont utilisés dans les systèmes comme s'ils étaient linéaires. Dans ce cas, les non-linéarités sont responsables des phénomènes de deuxième ordre qui dégradent le fonctionnement du système. Dans d'autres cas, comme pour les mélangeurs et les multiplicateurs de fréquence, on exploite le comportement non linéaire pour produire des fréquences non présentes dans le signal d'excitation. Cela représente la plus grande différence entre eux. En tout cas, il est clair que pour comprendre complètement le fonctionnement des circuits et systèmes, il est impératif de tenir compte des non-linéarités et ses effets.

Les circuits non linéaires peuvent être divisés en deux catégories : les **fortement non linéaires** et les **faiblement non linéaires**. Un circuit faiblement non linéaire peut être décrit par l'expansion en série de puissances de ses non-linéarités caractéristiques ( $I/V$ ,  $Q/V$  ou  $\Phi/I$ ). Cette définition implique que les caractéristiques sont continues, avec des dérivées continues et que seuls quelques termes dans le développement de la série sont nécessaires. Un circuit faiblement non linéaire peut être donc analysé en utilisant développements avec un nombre réduit de termes en séries de puissances, sans mémoire, ou de Volterra, pour des modèles prenant compte les effets de mémoire. Les circuits non linéaires qui ne respectent pas la définition de faible non-linéarité, sont fortement non linéaires.

La modélisation des systèmes non linéaires se heurte à des grandes difficultés. Il n'existe pas de représentation générale permettant, comme dans le cas linéaire, de déterminer simplement la relation liant la sortie à l'entrée de ces systèmes.

Dans ce chapitre, on va faire une révision des techniques de modélisation pour des circuits faiblement et fortement non linéaires. Nous montrerons dans § 3.III. une technique de réduction d'ordre du modèle valable pour tout type des circuits non linéaires et dans § 3.V. une autre technique valable pour des circuits pompés faiblement non linéaires, comme les

modulateurs ou mélangeurs, qui peut être utilisée comme cas particulier pour des circuits non pompés, comme des amplificateurs de faible niveau.



## 3.II. Effets et Modélisation des Phénomènes non Linéaires

En général, dans un système de communications, en raison de la bande passante de valeur finie, on peut rencontrer, à la traversée d'un dispositif linéaire, des distorsions du signal liées à des variations d'amplitude et de phase en fonction de la fréquence :

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| \exp[j\phi(\omega)] \quad [\text{III.1}]$$

D'autres distorsions, liées à la présence d'éléments non linéaires peuvent apparaître dans un système. Dans ce cas, il ne peut être décrit par une simple fonction de transfert. On représente alors le signal de sortie  $v_s(t)$  comme une fonction  $g$  du signal d'entrée  $v_e(t)$ . Lorsque la sortie à l'instant  $t$  ne dépend que de l'entrée au même instant, on dit que le système est sans mémoire et on peut écrire :

$$v_s(t) = g[v_e(t)] \quad [\text{III.2}]$$

La Figure 3.1 représente un exemple de caractéristique de transfert  $g$ .

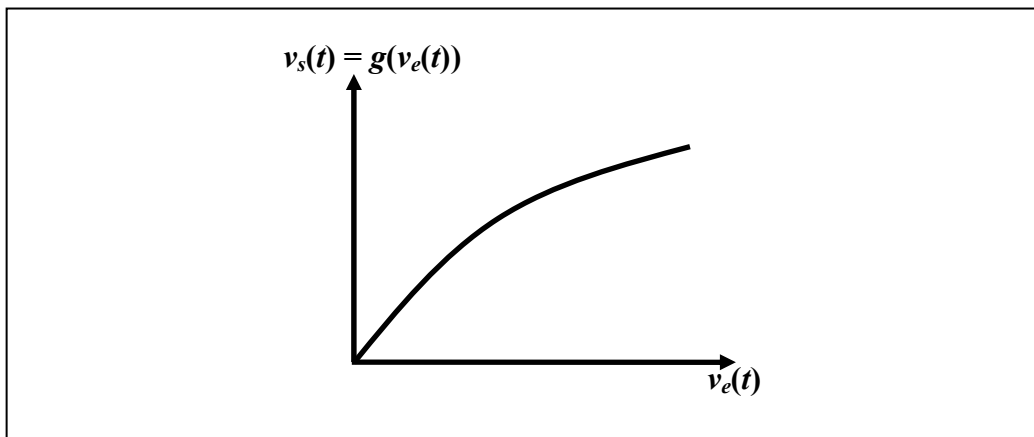


Figure 3.1 : Caractéristique de transfert d'un circuit non linéaire sans mémoire.

Dans ce cas, la caractéristique de transfert  $g$  n'inclut pas d'intégrales, de dérivées ou de différences finies du temps.  $g$  peut être exprimée dans la forme d'une série de puissances comme :

$$g(v) = g_0 + g_1 v + g_2 v^2 + g_3 v^3 + \dots \quad [\text{III.3}]$$

ou  $g_n$  sont coefficients réels et invariants dans le temps. Maintenant, si le signal de sortie  $v_s(t)$  est développé en série de Fourier et le signal d'entrée  $v_e(t)$  est supposé une fonction sinusoïdal de fréquence  $f_c$  et avec une amplitude de  $V_e$ , on obtient les coefficients  $G_n$  qui déterminent le signal de sortie :

$$v_s(t) = G_0 + G_1 V_e \cos(2\pi f_c t) + G_2 V_e^2 \cos(4\pi f_c t) + G_3 V_e^3 \cos(6\pi f_c t) + \dots \quad [\text{III.4}]$$

Les coefficients  $G_n$  sont fonctions des coefficients  $g_n$  et sont tous réels. L'ordre de la non-linéarité est donné par l'indice  $n$  du plus grand harmonique du signal de sortie non négligeable. C'est pour cela qu'un système d'ordre  $n$  produit des harmoniques du même ordre, avec une amplitude  $G_n V_e^n$ .

Si le circuit possède de la mémoire, la caractéristique de transfert  $g$  sera différente pour chaque valeur de fréquence du signal d'entrée et alors, on aura une famille des caractéristiques, une pour chaque valeur de fréquence. Dans ce cas, le signal de sortie dépend du signal d'entrée à l'instant  $t$  et aux instants précédents. Une fonction non linéaire avec mémoire finie, peut être décrite comme :

$$v_s(t) = g[v_e(t), v_e(t - \tau_1), v_e(t - \tau_2), \dots, v_e(t - \tau_n)] \quad [\text{III.5}]$$

Le plus grand retard  $\tau_n$  détermine la longueur de la mémoire du circuit ou système. Le signal de sortie des systèmes non linéaires avec mémoire infinie est fonction des intégrales et dérivées du signal d'entrée :

$$v_s(t) = g \left[ v_e(t), \int_{-\infty}^t v_e(\tau) d\tau, \frac{\partial^n v_e}{\partial t^n} \right] \quad [\text{III.6}]$$

La caractérisation la plus générale d'un système non linéaire au moyen d'un développement en série est une *Série de Volterra* [2]. On dit que ces séries sont des séries de puissances avec mémoire :

$$v_s(t) = g_0 + \int_{-\infty}^{\infty} v_e(\tau) g_1(t - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v_e(t - \tau_1) v_e(t - \tau_2) g_2(\tau_1, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad [\text{III.7}]$$

On peut obtenir une expression équivalente à [III.7] valable pour le domaine de la fréquence [2] [3]. Le problème est que l'extraction des termes de Volterra d'ordre supérieur devient de

plus en plus complexe, alors généralement on utilise ces séries seulement pour caractériser systèmes faiblement non linéaires lesquels sont décrits en utilisant deux ou trois termes.

### 3.II.1. Effets des non-linéarités [4] [5]

Dans cette sous-section on va traiter les divers effets des non-linéarités sur le signal qu'il faut considérer lors de la caractérisation d'un système. On va considérer ici les non linéarités sans mémoire. On verra plus loin dans ce travail que la distorsion produite par la mémoire du système peut être caractérisée en utilisant des filtres équivalents, ou modèles linéaires correspondants à la partie linéaire du circuit. Pour cela il faut supposer que les non-linéarités sont statiques, comme il est le cas dans la plupart des non-linéarités des circuits micro-ondes. Les temps de retard associés aux non-linéarités de ces circuits peuvent être implémentés comme partie du sous-circuit linéaire. En tout cas, les non-linéarités à mémoire pour les circuits faiblement non-linéaires peuvent être traitées à l'aide des séries de Volterra.

#### 3.II.1.1. Compression de Gain

L'une des caractéristiques essentielles dans un circuit non linéaire est représentée par la distorsion d'amplitude, qui résulte de la caractéristique de transfert non linéaire.

Dans le cas d'un circuit sans mémoire, on considère que la tension de sortie est une fonction instantanée de la tension d'entrée et que la non-linéarité est assez faible pour qu'elle puisse être représentée sous forme d'une série :

$$v_s = a_1 v_e + a_2 v_e^2 + a_3 v_e^3 + \dots \quad \text{[III.8]}$$

Si le signal d'entrée est sinusoïdal et le circuit non linéaire est supposé d'ordre 3 :

$$\begin{aligned} v_e &= A \cos(\omega_1 t) \\ v_s &= a_1 v_e + a_2 v_e^2 + a_3 v_e^3 \end{aligned} \quad \text{[III.9]}$$

le signal de sortie peut alors s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} v_s &= a_1 A \cos(\omega_1 t) + a_2 A^2 \cos^2(\omega_1 t) + a_3 A^3 \cos^3(\omega_1 t) \\ v_s &= \frac{1}{2} a_2 A^2 + \left( a_1 A + \frac{3}{4} a_3 A^3 \right) \cos(\omega_1 t) + \frac{1}{2} a_2 A^2 \cos(2\omega_1 t) + \frac{1}{4} a_3 A^3 \cos(3\omega_1 t) \end{aligned} \quad \text{[III.10]}$$

On remarque que la composante fondamentale du signal de sortie a une amplitude égale à  $a_1 A \left[ 1 + \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} A^2 \right]$ .

Cette grandeur est inférieure à  $a_1 A$  (gain linéaire) si  $a_3 < 0$ , et est supérieure à  $a_1 A$  si  $a_3 > 0$ . Ce phénomène est appelé la **compression de gain** ou **expansion de gain**. La plupart des composants fonctionnent dans le cas compressif, c'est-à-dire avec  $a_3 < 0$  ; on définit alors la puissance de sortie à 1 dB de compression. Le gain à la fréquence fondamentale est donné par :

$$G = 20 \log \left( \frac{a_1 A + \frac{3}{4} a_3 A^3}{A} \right) = 20 \log \left( a_1 + \frac{3}{4} a_3 A^2 \right) \quad [\text{III.11}]$$

Le gain linéaire  $G_0$  est défini en décibels par:

$$G_0 = 20 \log \left( \frac{a_1 A}{A} \right) = 20 \log(a_1) \quad [\text{III.12}]$$

Le gain à 1 dB de compression est défini par :

$$G_{1\text{dB}} = G_0 - 1\text{dB} \quad [\text{III.13}]$$

La figure suivante illustre la notion de point de compression à 1 dB.

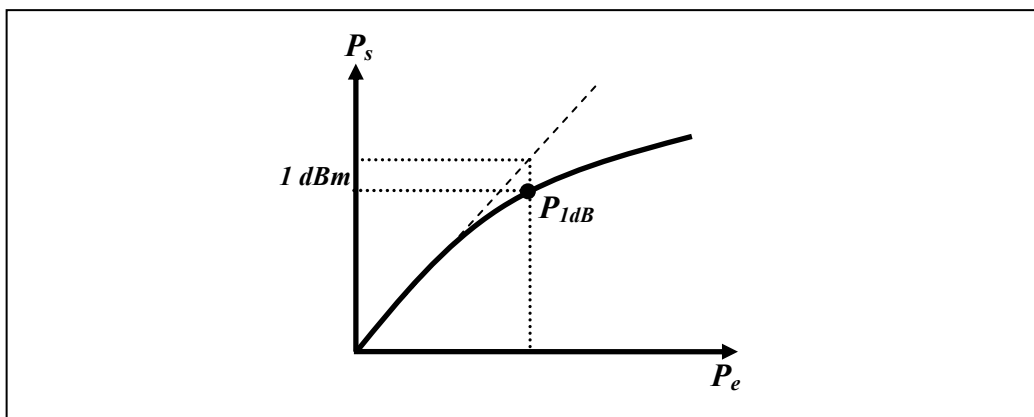


Figure 3.2 : Représentation du point à 1 dB de compression ( $P_e$  et  $P_s$  en dBm).

### 3.II.1.2. Distortion par Intermodulation

Considérons maintenant une représentation du signal de sortie  $v_s$  comme une fonction non linéaire du signal d'entrée  $v_e$ , modélisée par un développement en série à l'ordre  $n$  :

$$v_s = a_0 + a_1 v_e + a_2 v_e^2 + a_3 v_e^3 + \dots + a_n v_e^n \quad [\text{III.14}]$$

La Figure 3.3 montre le signal de sortie pour un signal d'entrée constitué de deux fréquences, dans le cas d'un circuit linéaire et dans le cas d'un circuit non linéaire.

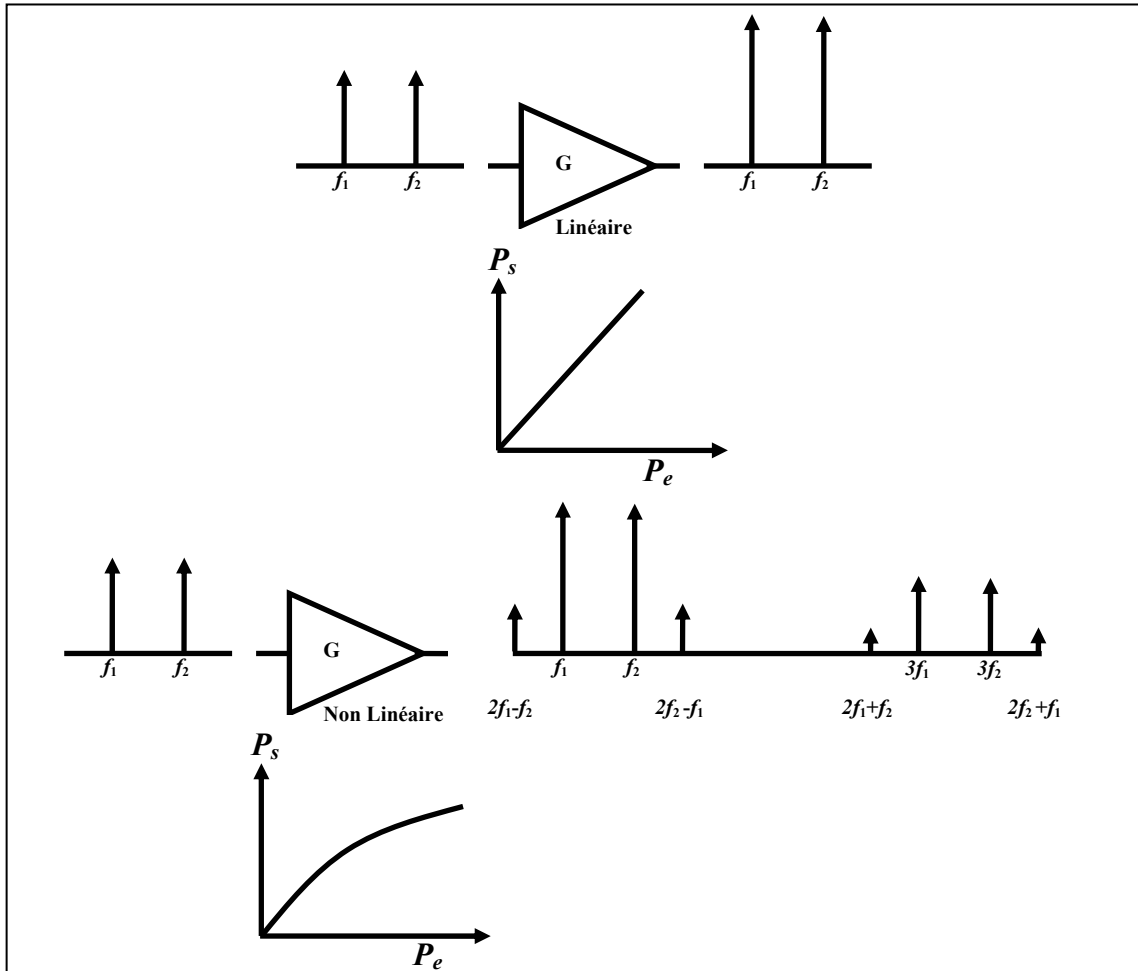


Figure 3.3 : Représentation simplifiée d'un phénomène non linéaire d'ordre trois pour un signal deux tons.

Les courbes montrent la variation de la puissance mesurée en sortie en fonction de la puissance d'entrée, sur la fréquence fondamentale. Considérons le cas où le signal d'entrée est composé de deux signaux sinusoïdaux de même amplitude et de fréquences différentes :

$$v_e = v[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t + \varphi)] \quad [\text{III.15}]$$

Pour une non linéarité représentée par une équation polynomiale à l'ordre 3 comme l'équation [III.9], on obtient le signal de sortie :

$$v_s = a_0 + a_1 v [\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t + \varphi)] + a_2 v^2 [\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t + \varphi)]^2 + a_3 v^3 [\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t + \varphi)]^3 \quad [\text{III.16}]$$

En développant, on obtient :

$$v_s = a_0 + a_1 v \cos(\omega_1 t) + a_1 v \cos(\omega_2 t + \varphi) + a_2 v^2 \left[ \frac{1}{2} \cos(2\omega_1 t) + \cos((\omega_1 + \omega_2)t + \varphi) + \cos((\omega_1 - \omega_2)t + \varphi) + \frac{1}{2} \cos(2\omega_2 t + 2\varphi) \right] + \frac{a_3 v^3}{4} \left[ \cos(3\omega_1 t) + 3 \cos((2\omega_1 + \omega_2)t + \varphi) + 3 \cos((2\omega_1 - \omega_2)t - \varphi) + 3 \cos((\omega_1 + 2\omega_2)t + 2\varphi) + 3 \cos((2\omega_2 - \omega_1)t + 2\varphi) + 9 \cos(\omega_1 t) + \cos(3\omega_2 t + 3\varphi) + 9 \cos(\omega_2 t + \varphi) \right] + \dots \quad [\text{III.17}]$$

Ces distorsions en sortie peuvent produire dans les systèmes de communications des effets indésirables, tels que des interférences entre les différents systèmes. On peut distinguer différents types de distorsion : les harmoniques, les produits d'intermodulation ou les échanges de puissance entre les porteuses, appelés *distorsion croisée*.

Les harmoniques sont les multiples des fréquences fondamentales. Ces distorsions sont moins gênantes, car elles se trouvent en général hors bande. Si on note  $H_i$  la  $i^{\text{e}}$  harmonique de  $f_0$ ,  $H_i = i \cdot f_0$ .

Les produits d'intermodulation correspondent à une combinaison linéaire des fréquences fondamentales. Ces distorsions sont beaucoup plus gênantes dans les systèmes de communication car, selon leur ordre, elles peuvent créer des signaux parasites dans la bande du signal utile ou dans la bande adjacente. Si on considère, comme dans la Figure 3.3, le cas d'un signal deux tons  $f_1$  et  $f_2$ , avec  $f_2 > f_1$  on aura les suivantes produits d'intermodulation :

- les produits du second ordre :  $f_1 + f_2$  et  $f_2 - f_1$  ;
- les produits du troisième ordre :  $2f_1 + f_2$ ,  $2f_1 - f_2$ ,  $2f_2 + f_1$  et  $2f_2 - f_1$  ;
- les produits d'ordre impair, tels que  $2f_1 - f_2$ , sont gênants car ils se trouvent dans la bande utile et l'adjacente. La Figure 3.4 montre le spectre de sortie pour un signal d'entrée 2 tons et une non-linéarité d'ordre 5.

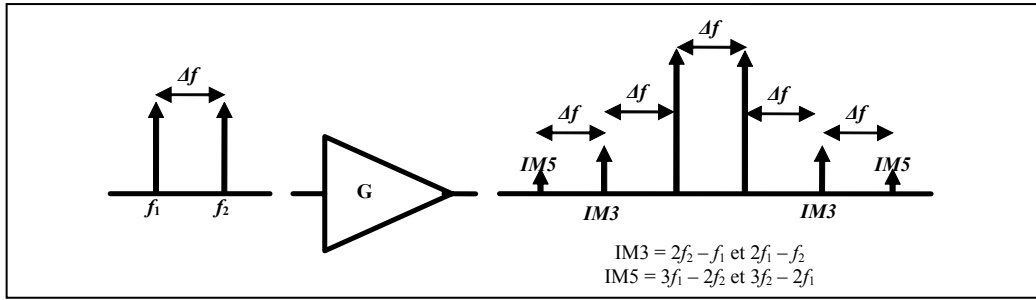


Figure 3.4 : Spectre de sortie pour un signal d'entrée deux tons et une non-linéarité d'ordre 5

On a montré que les produits d'intermodulation d'ordre  $n$  ( $IM_n$ ) sont générés par les non-linéarités du circuit. L'ordre de ces produits dépend directement de l'ordre de l'équation polynomiale représentant cette non-linéarité.

Le point d'interception d'ordre  $n$  est un point fictif qui sert à caractériser les non-linéarités d'ordre  $n$ . Ce point est l'intersection de 2 droites : une première obtenue en prolongeant la droite exprimant la puissance de sortie (en dBm) sur la fondamentale (ordre 1) en fonction de la puissance d'entrée (petit niveau en dBm) et la deuxième obtenue en prolongeant la droite donnant la puissance de sortie sur les produits d'intermodulation à l'ordre  $n$  en fonction de la puissance d'entrée (petit niveau en dBm). Les 2 coordonnées du point d'intersection correspondent respectivement à une puissance d'entrée et à une puissance de sortie, ces coordonnées sont appelées point d'interception en entrée et en sortie.

La Figure 3.5 illustre la notion de point d'interception ;  $P_S$  et  $P_E$  ont  $n$  coordonnées logarithmiques. Le point d'interception est indépendant du niveau de puissance en entrée, il est donc très souvent utilisé pour caractériser les non-linéarités d'un circuit.

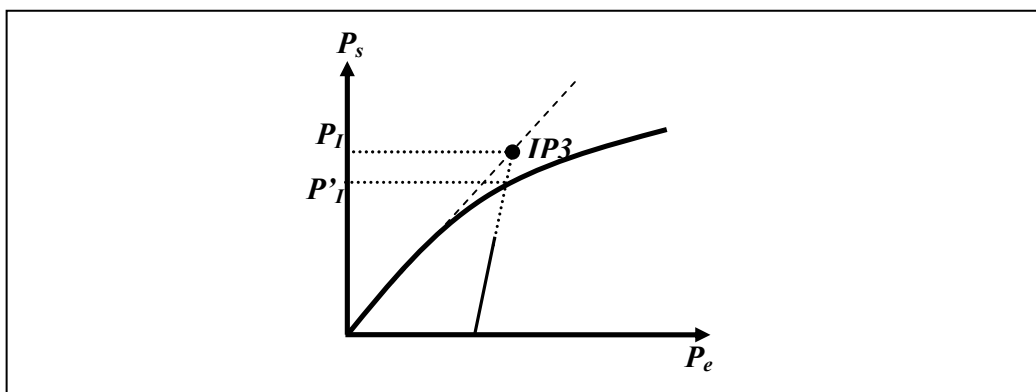


Figure 3.5 : Représentation du point d'interception d'ordre 3.

### 3.II.1.3. Distorsion Non Linéaire et Caractérisation des Effets de l'Intermodulation dans les Éléments Radiofréquences

Ces distorsions sont créées par des éléments non linéaires qui subissent une variation dynamique du niveau de puissance en entrée. L'élément le plus critique pouvant engendrer ce type de distorsions est l'amplificateur de puissance.

Ces effets non linéaires sont caractérisés par deux grandeurs appelées compression AM-AM et conversion AM-PM. La figure suivante montre un exemple de caractéristiques AM-AM et AM-PM.

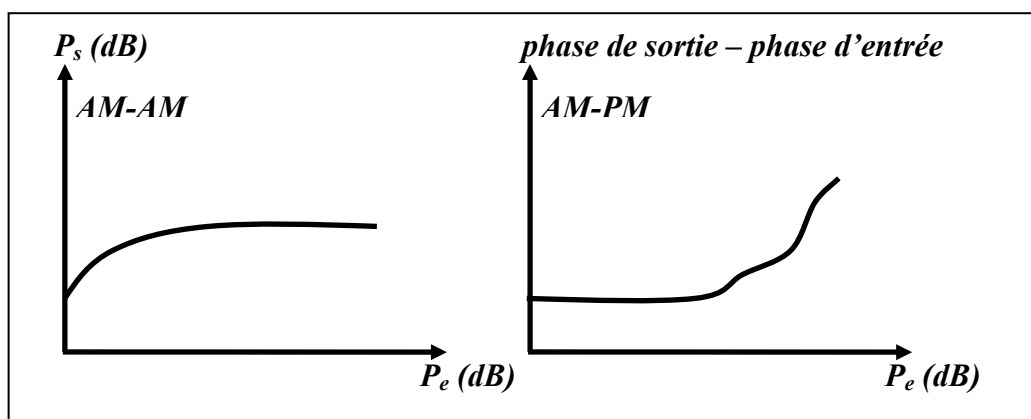


Figure 3.6 : Compression AM-AM et conversion AM-PM.

Ces caractéristiques sont en général données à la fréquence centrale de fonctionnement du dispositif. L'amplificateur est alors décrit en terme du gain complexe sans mémoire, dans la mesure où l'on suppose que le gain ne varie pas avec la fréquence dans la bande considérée. Dans § 3.II.2. nous montrerons comment modéliser un circuit non linéaire, en utilisant les caractéristiques AM-AM et AM-PM.

Nous avons vu que le comportement des circuits non linéaires peut être représenté à l'aide de grandeurs telles que le point à 1 dB de compression, ou par le point d'interception d'ordre 3, ou plus précisément par les courbes de compression et de conversion. Cependant, dans le cas des circuits utilisés dans les systèmes de communication utilisant des modulations numériques à enveloppe non constante, on caractérisera les effets des non-linéarités du circuit sur les performances du système par des grandeurs telles que l'*ACPR (Adjacent Channel Power Ratio)*, le *NPR (Noise Power Ratio)* ou l'*EVM (Error Vector Measurement)*. Dans les sections suivantes on traite ces grandeurs.



### 3.II.1.3.1. L'ACPR : Adjacent Channel Power Ratio

Un circuit non linéaire radiofréquences ou micro-ondes placé dans une chaîne de transmission numérique génère des distorsions, lesquelles se traduisent sur le spectre par des remontées de lobes dans les canaux adjacents. La Figure 3.7 présente les perturbations introduites sur un spectre par un système non linéaire.

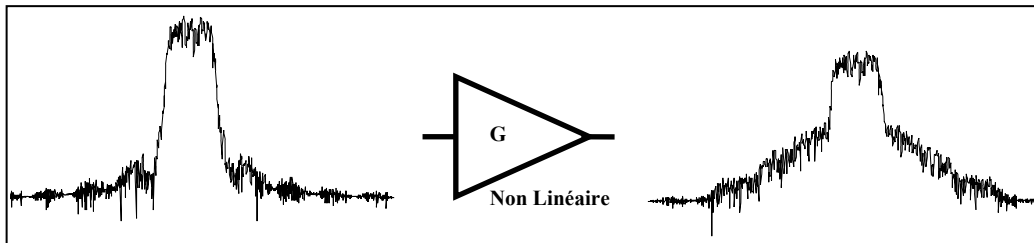


Figure 3.7 : Perturbations sur le spectre.

L'importance des déformations des lobes adjacents par les non-linéarités du circuit est caractérisée par l'ACPR. L'ACPR est défini comme étant le rapport de la puissance dans le canal adjacent sur la puissance dans le canal principal. On peut donc définir un ACPR droit, rapport du canal adjacent droit sur la puissance dans le canal principal, ainsi qu'un ACPR gauche, rapport du canal adjacent gauche sur la puissance dans le canal principal. On définit également l'ACPR *alternate*, comme étant le rapport entre le canal *alternate* et le canal principal. La canal *alternate* est défini comme étant le canal adjacent au canal adjacent.

Suivant les normes, l'ACPR est défini après le filtre de réception ou après le filtre d'émission d'une tête de communications :

- dans le premier cas, il permet de mesurer l'influence des non-linéarités liées au canal de propagation. On appellera cette mesure l'ACPR reçu ;
- dans le second cas, on visualise alors les effets liés uniquement aux non-linéarités de l'amplificateur, que l'on appellera l'ACPR transmis.

### 3.II.1.3.2. L'EVM : Error Vector Measurement

L'EVM représente les distorsions d'amplitude et de phase sur le diagramme de constellation des états, caractérisant une modulation numérique. La Figure 3.8 donne une représentation des signaux pour le calcul de l'EVM.

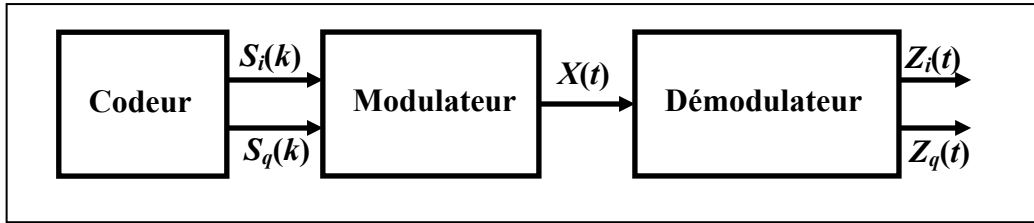


Figure 3.8 : Représentation des signaux pour le calcul d'EVM.

Le signal généré par le modulateur est de la forme :

$$x(t) = S_i(t)\cos(\omega t) - S_q(t)\sin(\omega t) \quad [\text{III.18}]$$

avec :  $S_i(k)$ , signal en phase :

$$S_i(k) = A_k \cos \varphi_k \quad [\text{III.19}]$$

$S_q(k)$  signal en quadrature :

$$S_q(k) = A_k \sin \varphi_k \quad [\text{III.20}]$$

Ces deux signaux  $S_i(k)$  et  $S_q(k)$  se représentent dans un diagramme polaire sous la forme d'une constellation :

$$S(k) = S_i(k) + jS_q(k) = A_k e^{j\varphi_k} \quad [\text{III.21}]$$

La figure suivante montre une représentation d'un point de la constellation :

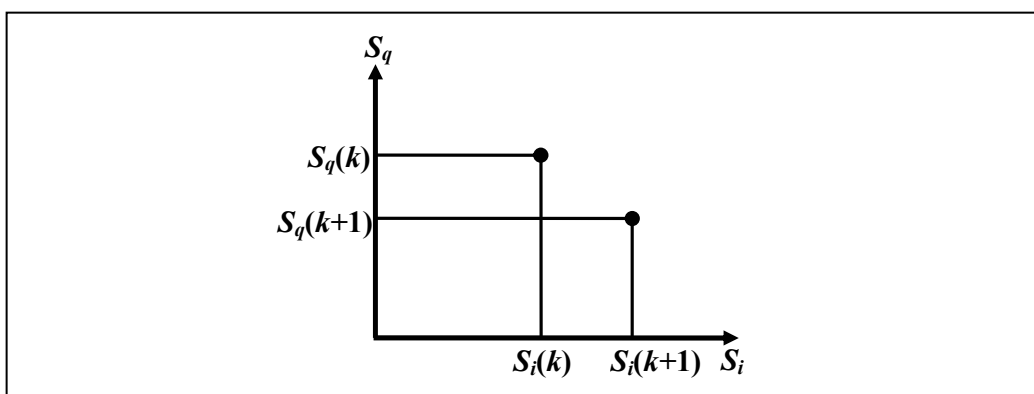


Figure 3.9 : Représentation d'un point de la constellation.

Certaines perturbations, dues par exemple à l'utilisation d'un modulateur non parfait dans la chaîne, ou à une non-linéarité, vont modifier l'expression du signal généré  $x(t)$  ainsi

que celle du signal démodulé. Ainsi, sur une même constellation les vecteurs émis  $S(k)$  et reçus  $Z(k)$  peuvent être très différents (voir la figure 3.10).

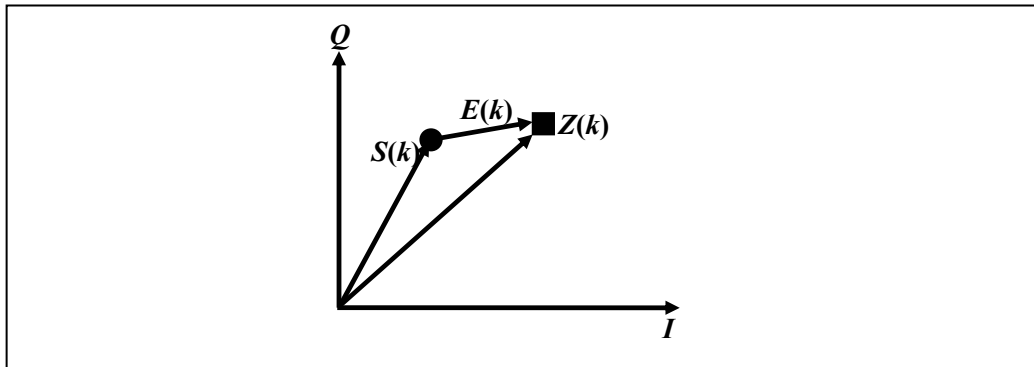


Figure 3.10 : Points émis et reçus sur une constellation.

On définit le vecteur erreur  $E(k)$ , représentant l'erreur sur le signal par :  $Z(k) = S(k) + E(k)$ . On s'intéresse généralement à sa valeur moyenne calculée sur un nombre de symboles précisé dans les normes. Plus précisément, une définition de l'EVM est obtenue en minimisant la valeur du vecteur d'erreurs sur tous les symboles émis (ce nombre étant défini dans la norme), en optimisant des constantes  $C_0$ ,  $C_1$  et  $W$  :

$$Z(k) = [C_0 + C_1(S(k) + E(k))]W^k \quad \text{[III.22]}$$

$C_0$  est un nombre complexe représentant le déplacement du barycentre de la constellation dû au modulateur en quadrature.  $C_1$  est un nombre complexe représentant le gain de sortie de l'émetteur (module et phase). La variable complexe  $W$  représente le décalage en amplitude et en rotation de phase. Elle tient compte à la fois de l'offset en fréquence (déphasage  $\Delta a$  en radians·symbole<sup>-1</sup>) et en amplitude ( $\Delta r$  en nepers·symbole<sup>-1</sup>) :

$$W = e^{\Delta r + j\Delta a} \quad \text{[III.23]}$$

On détermine l'EVM comme la valeur moyenne des vecteurs d'erreurs  $E(k)$  sur tous les symboles émis :

$$\sum_{k=MIN}^{MAX} |E(k)|^2 = \sum_{k=MIN}^{MAX} \left| \frac{(Z(k)W^{-k} - C_0)}{C_1} - S(k) \right|^2 \quad \text{[III.24]}$$

MIN et MAX correspondent aux indices du premier et du dernier symbole dans une trame de type *Burst*. Le vecteur d'erreur est donné sous la forme de la moyenne au carré *root mean square* :

$$\text{EVM}(\text{rms}) = \sqrt{\frac{1}{\text{MAX} - \text{MIN} + 1} \sum_{k=\text{MIN}}^{\text{MAX}} |E(k)|^2} \quad [\text{III.25}]$$

### 3.II.1.3.3. Le NPR : Noise Power Ratio

Dès que le signal appliqué à un amplificateur de puissance comporte un grand nombre de porteuses, normalement indépendantes et régulièrement espacées dans la bande considérée, les critères de linéarité se compliquent. Ce n'est pas uniquement la puissance moyenne du signal d'entrée qui va influencer sur le degré de linéarité du dispositif, mais également l'allure temporelle du signal.

Si on considère un signal d'entrée comportant trois porteuses différentes de même amplitude et de phases différentes, l'allure des raies d'intermodulation en sortie, donc le degré de non-linéarité du dispositif, est différente selon les phases choisies. Des signaux ayant la même puissance moyenne, mais n'ayant pas la même forme de puissance en fonction du temps, peuvent générer des signaux de sortie différents.

Il est donc nécessaire de déterminer un critère permettant de caractériser la linéarité des amplificateurs multi-porteuses. Il s'agit d'une approche statistique. En effet, dès lors que le signal est composé d'un nombre important de porteuses indépendantes, il est possible d'assimiler ce signal à un bruit gaussien à bande limitée. Pour la caractérisation en puissance, en rendement et en linéarité des amplificateurs, il est possible de générer un grand nombre de fréquences, régulièrement espacées dans une bande de fréquences, de même amplitude et de phases aléatoires et d'analyser la réponse du dispositif.

Le principe de mesure du NPR est représenté sur la Figure 3.11 :

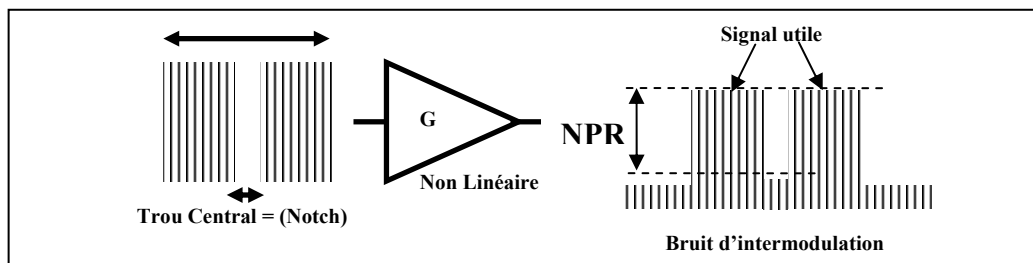


Figure 3.11 : Représentation du NPR.

On synthétise un signal en enlevant volontairement un certain nombre de porteuses centrales et en créant ainsi un trou central appelé *notch*. Si le dispositif à tester est non linéaire, le signal

de sortie comprendra des produits d'intermodulation qui viennent combler le trou. Le rapport entre la puissance moyenne du signal utile et celle du bruit d'intermodulation qui remplit le trou dans le spectre de sortie s'appelle le NPR.

Le bruit d'intermodulation quantifié par le NPR vient directement affecter le rapport signal à bruit d'une liaison numérique.

### 3.II.2. Modélisation de Systèmes Non Linéaires [6]

Habituellement les dispositifs utilisés dans les systèmes de communications sont décrits par modèles analytiques et impliquent typiquement de résoudre un ensemble d'équations différentielles partielles non linéaires, par des méthodes numériques. La simulation de ce type de modèles exige un coût de calcul important. C'est pour cela qu'il est utile de développer des modèles du type entrée-sortie, comme les fonctions de transfert pour le cas des circuits linéaires, ou des modèles d'ordre réduit. Il est à noter que la réduction d'ordre des modèles de circuits non-linéaires est un sujet nouveau et qu'il existe un nombre très limité de travaux sur la réduction de modèles faiblement non-linéaires. Ici on va réviser des techniques boîte-noire et de réduction d'ordre de modèles.

Principalement on peut distinguer différents types de modèles en fonction des besoins dans la simulation au niveau système :

- Modèles sans et avec mémoire.
- Modèles passe-bande et en bande de base.
- Modèles entrée-sortie (blocs boîte-noire).
- Modèles analytiques et d'équations différentielles non linéaires.

Un certain modèle peut présenter plusieurs de ces caractéristiques simultanément. Par exemple, il est possible un modèle passe-bande, avec mémoire et analytique.

Les modèles sans mémoire présentent une caractéristique entrée-sortie indépendante de la fréquence du signal d'entrée du système. Ceci est une idéalisation, parce que le fonctionnement de tous les systèmes physiques dépend de la fréquence du signal d'entrée.

Normalement, ces modèles sont développés en supposant que la fréquence de fonctionnement ne change pas de manière appréciable, en tenant compte du plus grand coût de calcul de la simulation des modèles avec mémoire.

Nous appelons modèles passe-bande ceux qui ne s'occupent que des effets sur les signaux occupant une bande limitée autour d'une certaine fréquence  $f_c$ . La simulation de ce type de modèles, et particulièrement dans le cas des circuits hyperfréquences, a un coût de calcul plus important, et c'est pour cela que nous avons opté dans cette thèse par le calcul des modèles équivalents en bande de base, qui ne considèrent que des signaux à bande limitée autour de la fréquence nulle.

La division en un modèle entrée-sortie (boite-noire), et analytique, basé sur des équations différentielles non linéaires, est liée à la structure du modèle. Un modèle boite-noire peut consister en un ensemble de blocs reliés entre eux. Un modèle analytique peut être représenté sous la forme de blocs, mais la différence entre eux est que les modèles de blocs consistent en éléments conventionnels des systèmes comme filtres et non-linéarités sans mémoire. Les modèles analytiques ont, normalement, la forme d'une fonctionnelle qui donne la relation entrée-sortie du système ou circuit. Les modèles analytiques peuvent être sans mémoire (séries de puissances, par exemple), ou à mémoire (séries de Volterra, par exemple). Les équations différentielles non linéaires sont une description analytique et impliquent mémoire.

Ensuite on va traiter des modèles typiquement utilisés dans la simulation des systèmes de communication.

### 3.II.2.1. Modèles Passe-Bande Sans Mémoire

On suppose dans ce cas que seulement les entrées passe-bande peuvent produire des sorties mesurables. Néanmoins, le signal de sortie intéressant est le signal passe-bande ; cependant des signaux non souhaités comme les harmoniques peuvent apparaître. Puisque les circuits non-linéaires passe-bande les plus utilisés sont les amplificateurs, nous allons centrer notre attention sur eux.

Si l'on a un signal d'entrée :

$$x(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta) \quad [\text{III.26}]$$

le signal de sortie d'un amplificateur passe-bande a la forme :

$$y(t) = g(A) \cos(2\pi f_c t + \theta + \Phi(A)) \quad [\text{III.27}]$$

où  $g(A)$  et  $\Phi(A)$  sont les caractéristiques AM-AM et AM-PM respectivement.

Pour le cas dans lequel  $A$  et  $\theta$  varient avec le temps, les équations [III.26] et [III.27] sont valides seulement pour signaux en bande étroite. Dans ce cas on aura :

$$x(t) = A(t) \cos[2\pi f_c t + \theta(t)] \quad [\text{III.28}]$$

et :

$$y(t) = g[A(t)] \cos(2\pi f_c t + \theta(t) + \Phi[A(t)]) \quad [\text{III.29}]$$

Les équations précédentes forment un modèle de blocs, comme celui présenté dans la Figure 3.12. La Figure 3.12a est un diagramme symbolique de blocs et la Figure 3.12b est un diagramme de simulation qui montre explicitement la façon dans laquelle on peut implémenter le modèle.

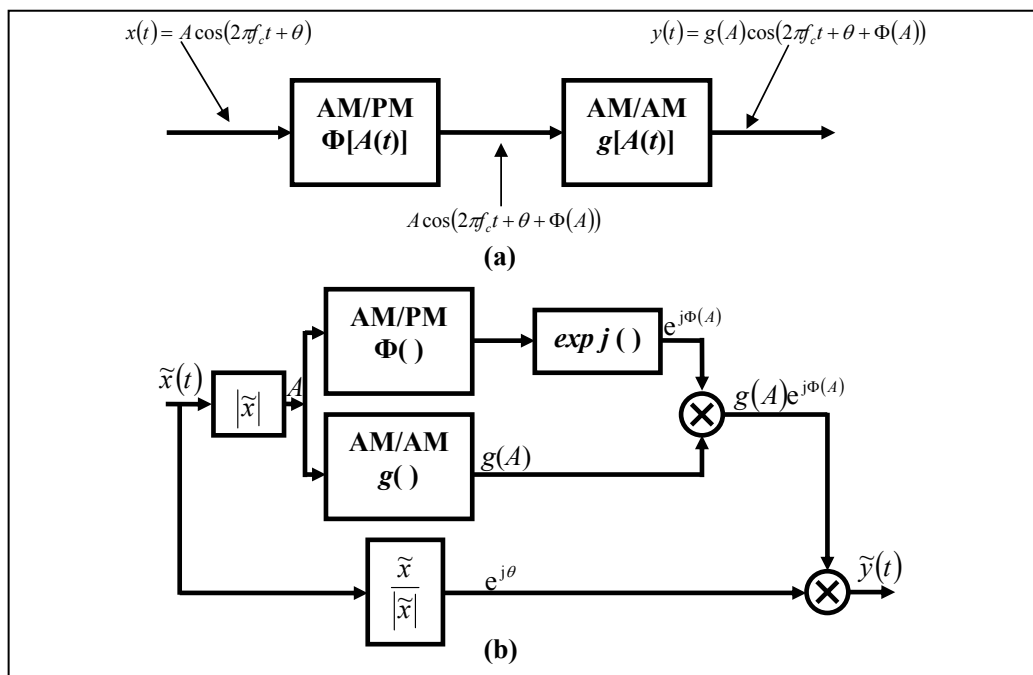


Figure 3.12 : Modèle de blocs pour une non linéarité d'enveloppe AM-AM et AM-PM.  $A$  et  $\theta$  sont fonctions du temps. (a) Modèle symbolique à niveau de la fréquence porteuse. (b) Modèle explicite de simulation à niveau de l'enveloppe complexe.

Étant donné la structure de la Figure 3.12a, cette forme particulière est appelée modèle série ou polaire.

Par identité trigonométrique, on peut développer [III.29] dans la forme équivalente :

$$y(t) = S_p(t)\cos[2\pi f_c t + \theta(t)] - S_q(t)\sin[2\pi f_c t + \theta(t)] \quad \text{[III.30]}$$

où :

$$S_p(t) = g[A(t)]\cos(\Phi[A(t)]) \quad \text{[III.31]}$$

et :

$$S_q(t) = g[A(t)]\sin(\Phi[A(t)]) \quad \text{[III.32]}$$

Le modèle de blocs correspondant à ces équations est présenté dans la Figure 3.13. La Figure 3.13a est, encore une fois, un diagramme symbolique et la Figure 3.13b montre explicitement la façon dans laquelle on peut implémenter le modèle.

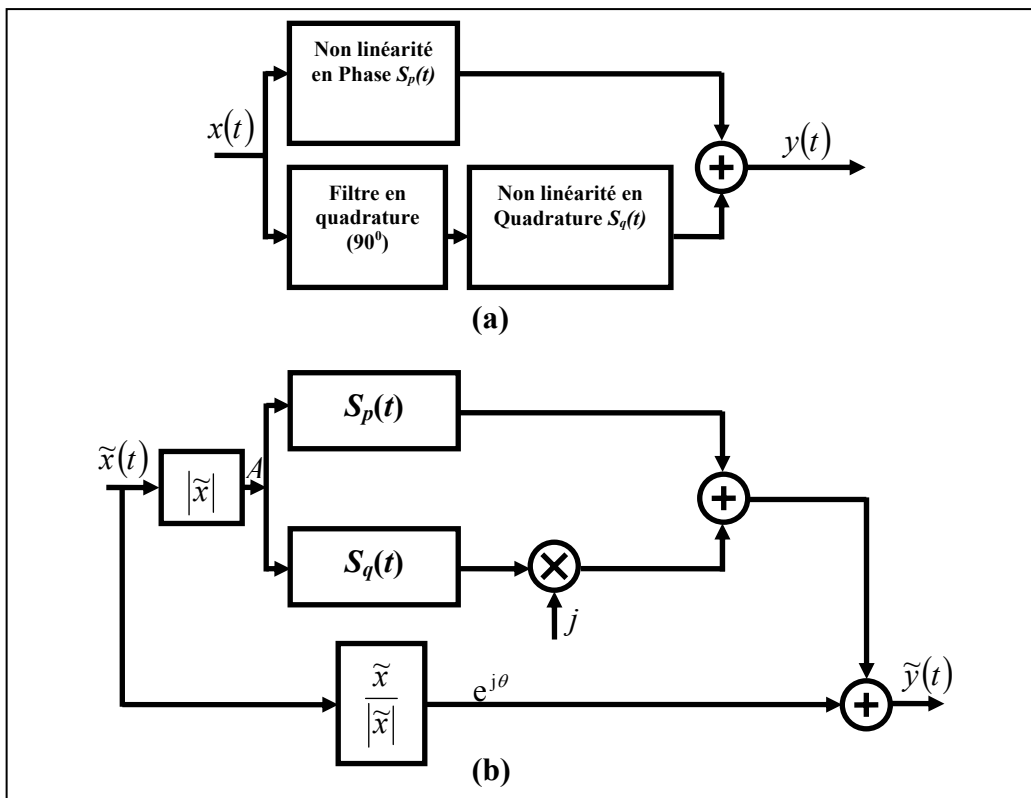


Figure 3.13 : Modèle en quadrature pour une non-linéarité d'enveloppe. (a) Modèle symbolique à niveau de la fréquence porteuse. (b) Modèle explicite de simulation à niveau de l'enveloppe complexe.



Nous appelons cette structure modèle en parallèle ou en quadrature. Il est complètement équivalent au modèle en série.

### 3.II.2.2. Modèles Avec Mémoire

A cause de la diversité des modèles, nous ne citerons pas que quelques types de modèles de non-linéarités à mémoire en résumant ses caractéristiques. Il faut souligner que ce type de modèles est toujours approximé, et normalement il est seulement valide pour un type de circuit et de signal d'entrée déterminé.

Ils existent des modèles de blocs qui consistent en non-linéarités du type des caractéristiques AM-AM et AM-PM corrigées en introduisant, à l'entrée et sortie des non-linéarités, des filtres en caractérisant les changements dans les caractéristiques dues à la mémoire. Les Modèles de *Poza-Sarkozy-Berger* [7] et de *Saleh* [8] correspondent à ce type. La figure suivante montre un schéma du type de modèles de *Poza-Sarkozy-Berger*.

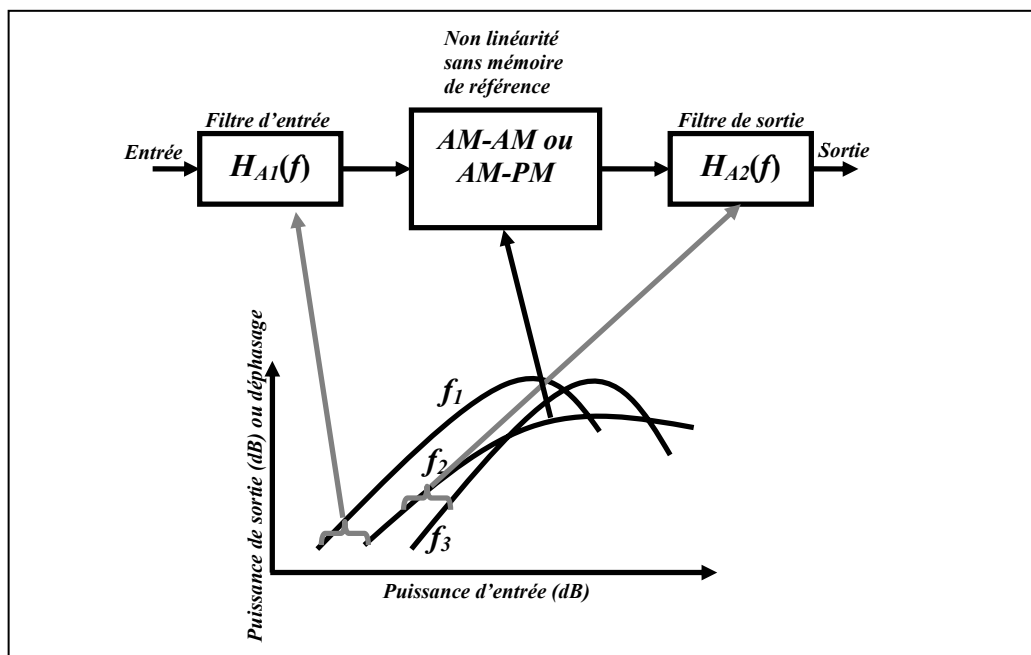


Figure 3.14 : Modèle PSB d'un circuit non linéaire avec mémoire.

Dans un modèle du type du PSB, on obtient les filtres en fonction de la variation des caractéristiques par rapport à la fréquence. Ils existent aussi d'autres types de modèles, dans lesquelles on trouve des blocs représentant des non-linéarités sans mémoire et des filtres. Dans ce cas, nous pouvons trouver un schéma formé par un filtre (en entrée ou en sortie), qui

représente la mémoire petit signal, et un bloc correspondant aux caractéristiques AM-AM et AM-PM, obtenues pour une fréquence déterminée. On peut améliorer le modèle en utilisant une structure semblable à celle montrée dans la Figure 3.14. Dans ce cas le filtre d'entrée peut correspondre au filtre petit signal divisé par la valeur absolue du filtre correspondant à la saturation du circuit ou système. Le filtre de sortie peut être, dans ce cas, la valeur absolue du filtre correspondant à la saturation. La Figure 3.15 montre ces structures.

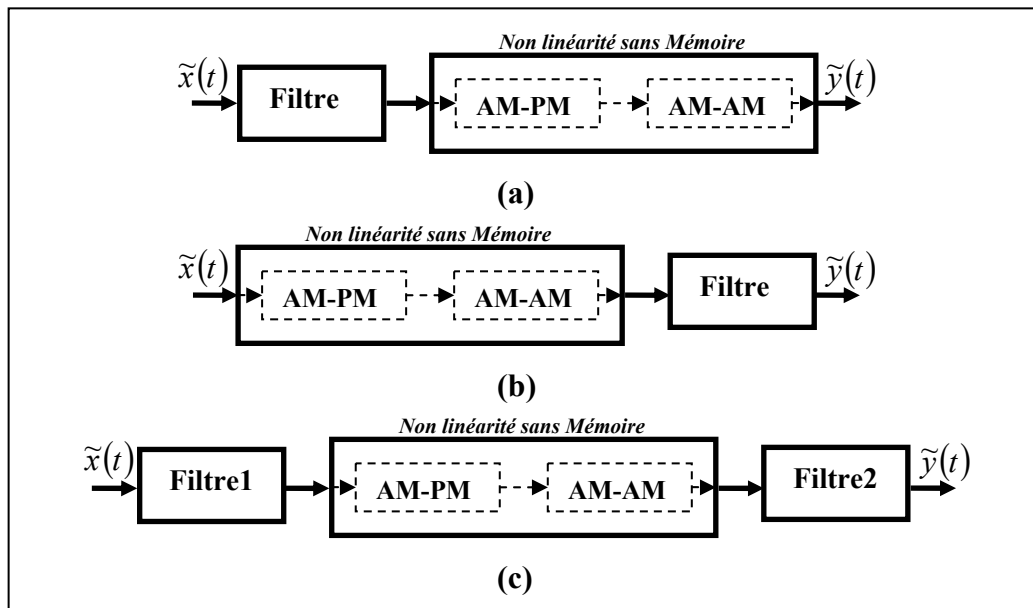


Figure 3.15 : Modèles type « filtre - non-linéarité sans mémoire ». (a) Filtre suivi de une non-linéarité sans mémoire. (b) Non-linéarité sans mémoire suivi d'un filtre. (c) Configuration de trois blocs.

Un autre type de modèles généralement utilisés sont les *modèles analytiques*. Ces modèles sont définis par une formulation analytique. Cette formulation peut être mise en forme en utilisant une structure de blocs. Le modèle analytique classique est basé sur les séries de Volterra. En utilisant ces séries, on décompose la réponse d'un système non linéaire dans un terme correspondant au filtre linéaire équivalent du système et plusieurs termes additionnels produits par le comportement non linéaire. Une série de Volterra est décrite par :

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n(t) \quad [\text{III.33}]$$

où le terme d'ordre  $n$  est donné par la convolution :

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) x(t - \tau_1) \cdots x(t - \tau_n) d\tau_1 \cdots d\tau_n \quad [\text{III.34}]$$

Les équations [III.33] et [III.34] donnent une relation entrée-sortie pour systèmes continus non linéaires et invariants dans le temps. Les fonctions  $h_0, h_1(t), h_2(t_1, t_2), \dots$  sont appelées *Noyaux de Volterra* du système. Le système est donc complètement caractérisé par leurs noyaux de Volterra. Le terme d'ordre zéro correspond à la réponse du système à une entrée DC. Le noyau d'ordre 1 est la réponse impulsionnelle d'un système linéaire. Les noyaux d'ordre supérieur peuvent être appelés réponses impulsionnelles d'ordre supérieur et ils sont la manifestation du comportement non linéaire du système. La Figure 3.16 montre une interprétation sous la forme de diagramme de blocs du modèle.

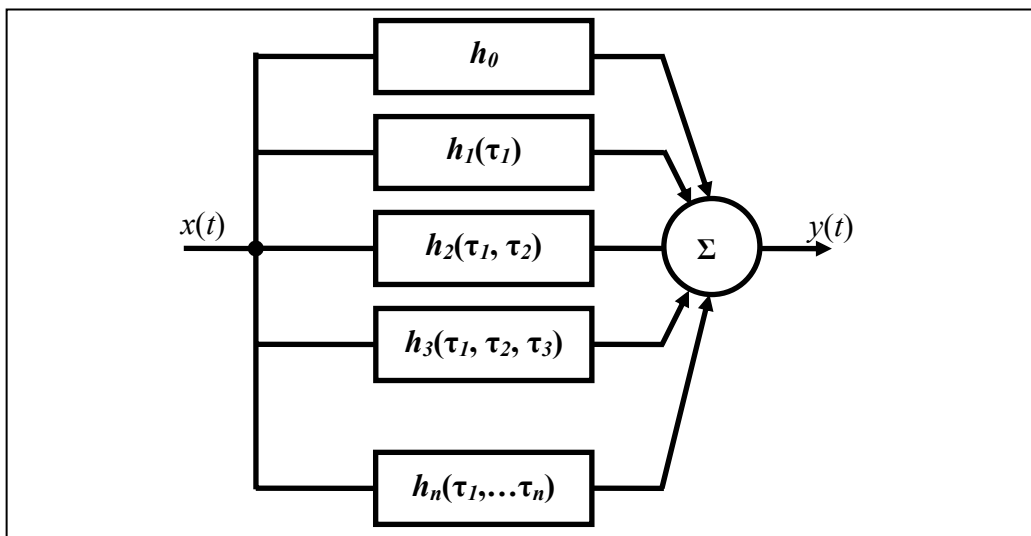


Figure 3.16 : Interprétation sous la forme de diagrammes de blocs de la représentation en séries de Volterra.

Il est facile à voir que la charge de calcul nécessaire pour produire la sortie du noyau d'ordre  $n$  est de l'ordre de celle du calcul de  $h_1$  élevé à la puissance  $n$ . C'est pour cela que cette représentation est utile seulement pour les cas dans lesquels le système peut être représenté par une série avec un nombre réduit de termes (typiquement entre trois et cinq).

On peut citer aussi les modèles basés sur des équations différentielles non linéaires. Ces équations peuvent correspondre à un sous-circuit ou à un système complet. La résolution des équations non linéaires précise l'utilisation de méthodes numériques puisque généralement il n'est pas possible d'obtenir une solution sous forme compacte. Normalement, ces méthodes produisent des échantillons de la solution à intervalles irréguliers ou réguliers.

Dans la bibliographie (par exemple [6]) on peut trouver des différentes méthodes de résolution d'équations non linéaires, comme *les méthodes de Euler, Heun, Runge-Kutta, Adams-Bashforth, Adams-Moulton, Milne*, etc.

La modélisation des circuits non-linéaires à mémoire, soit sur la forme de boîte noire qu'à l'aide de techniques de réduction d'ordre, reste un sujet ouvert. En particulier, il n'existe pas des travaux sur la réduction des modèles que pour des circuits faiblement non-linéaires. Par exemple, dans [9] on retrouve une technique d'analyse des circuits avec des signaux qui présentent des échelles de temps très séparées en utilisant méthodes numériques de résolution d'EDPs (Équations Différentielles Partielles). Cette technique est très intéressante à l'heure d'analyser des circuits comme les mélangeurs, dans lesquels les fréquences des signaux de travail sont très différentes. Dans ce cas on peut utiliser plusieurs variables de temps, correspondants aux diverses fréquences pour obtenir un système d'EDPs qui sont résolues par des méthodes numériques. L'article montre des méthodes pour obtenir solutions quasi-périodiques et d'enveloppe avec un coût de calcul réduit. Une autre technique valable pour les circuits faiblement non linéaires pompés a été présentée récemment [10]. Tout comme en [9], une approche de perturbation du circuit, développé autour du signal fort de pompe, est utilisé afin d'aboutir à un modèle réduit faiblement non linéaire. Il faut remarquer que les modèles réduits sont obtenus à partir du circuit original [9][10]. C'est grâce à ça, que la réduction peut exploiter des informations sur la structure interne du système et que les modèles résultants peuvent inclure l'influence des effets compliqués de deuxième ordre, sans perdre la liaison à son origine dans le circuit. Finalement, dans le cas des circuits non linéaires qui effectuent une translation de fréquence comme les mélangeurs ou modulateurs, on retrouve aussi des méthodes basées sur les séries de Volterra à noyaux variants avec le temps [11], bien que dans ce cas particulier, il s'agit plus d'une approche boîte noire que d'une véritable technique de réduction d'ordre du modèle.

La technique de réduction d'ordre de modèles qui sera présentée dans § 3.V. est valable pour tout type de circuits faiblement non-linéaires et s'avère particulièrement adaptée au cas des circuit micro-ondes, incluant des éléments aussi bien à paramètres localisés que distribués (lignes de transmission).

### 3.III. Modélisation de Circuits Non Linéaires Haute Fréquence par Réduction d'ordre des Sous-Circuits Linéaires

Dans ce paragraphe une technique de réduction de modèles des circuits non linéaires avec mémoire va être présentée. La technique est simple et les modèles obtenus sont d'ordre réduit et appropriés pour la simulation des systèmes de communication. Une autre caractéristique intéressante de ces modèles est qu'ils sont valables pour l'analyse en utilisant toute technique de simulation, même dans le domaine de la fréquence que dans le domaine du temps. Les modèles obtenus prennent compte des caractéristiques de transmission non linéaires et des adaptations entre les portes.

La première étape consiste à séparer la partie passive ou linéaire du circuit de celle non linéaire (Voir Figure 3.17).

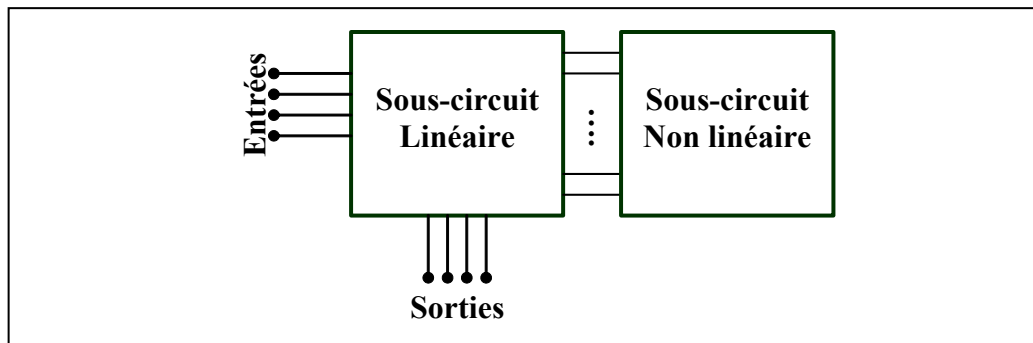


Figure 3.17 : Division du circuit dans un sous-circuit linéaire et un sous-circuit non linéaire.

Dans ce cas la partie non linéaire est formée par tous les éléments actifs qui fonctionnent en régime non linéaire. Ces éléments n'admettent aucun type de modification. Le reste est considéré sous-circuit linéaire.

Dans des circuits de haute fréquence, une grande partie de la dynamique du circuit est déterminée par les réseaux linéaires d'adaptation et polarisation, éléments parasites, etc. qui utilisent des éléments à paramètres localisés et distribués. C'est pour cela qu'une portion très

significative du temps de simulation dans le domaine du temps est lié à la complexité du réseau linéaire. Par conséquent, l'application d'une technique de réduction appropriée à ce sous-circuit obtiendra une réduction appréciable du temps de simulation.

Dans ce cas nous proposons la technique détaillée dans le Chapitre 2, pour modéliser des circuits LIT, cette à dire, utiliser des techniques d'identification de systèmes [12] pour obtenir la matrice de fonctions de transfert admittance  $[Y(s)]$  correspondant au sous-circuit linéaire  $[Y(f)]$ , et implémenter leurs circuits équivalents dans un simulateur. Une fois implémenté le sous-circuit linéaire, il ne reste qu'à le connecter au sous-circuit non linéaire dans la même configuration que dans le circuit original. Le modèle réduit résultant est apte à tout type de simulations.

Il faut remarquer que la simulation dans le domaine du temps de ce type de modèles peut donner lieu à des temps de calcul longs à cause de la coexistence de signaux de fréquence très différentes, dans le cas des circuits pompés (modulateurs ou mélangeurs), et à cause des circuits de polarisation qui donnent lieu à des transitoires très longs, dans le cas des circuits non pompés (amplificateurs). Dans ce cas, le problème n'est pas le modèle mais la technique de simulation utilisée. Dans les derniers temps, des techniques d'analyse d'enveloppe ont été développées. Elles peuvent être utilisées pour réduire nettement le temps de calcul. C'est pour cela que ces techniques deviennent les plus appropriées pour la simulation du type du modèle proposé.

### 3.IV. Application de la Technique de Réduction d'ordre du Sous-Circuit Linéaire à la Modélisation d'un Amplificateur et un Modulateur

Dans cette section, l'application de la technique montrée dans § 3.III. va être illustrée au moyen de son application à un amplificateur de puissance à 1 GHz et au modulateur I-Q en bande K cité et modélisé dans le Chapitre 2. Les deux exemples montrent les possibilités que la réduction de l'ordre du sous-circuit linéaire offre à la modélisation des circuits pour la simulation des systèmes.

Les modèles originaux à partir de lesquels nous avons obtenu les modèles réduits, sont de type "circuit électrique équivalent" et ils sont seulement valides pour sa simulation dans le domaine de la fréquence (simulation en Equilibrage Harmonique), due à la complexité de calcul des réponses impulsionnelles correspondants aux éléments définis dans le domaine de la fréquence.

#### 3.IV.1. Modélisation d'un Amplificateur de Puissance à 1 GHz [13]

Le circuit de l'amplificateur a été obtenu d'un des exemples qui sont fournis avec la version *ADS2002C* du logiciel commercial ADS (Advanced Design System). On peut localiser le circuit de départ dans le dossier "*ADS2002C\examples\MW\_Ckts\LargeSigAmp\_prj*".

La Figure 3.18 montre le schéma de simulation du circuit amplificateur, qui est implémenté à l'aide des résistances, condensateurs, inductances et lignes de transmission, et un transistor bipolaire comme dispositif actif. Le modèle complet du transistor sera considéré ici comme le sous-circuit non linéaire et le reste d'éléments conformera le sous-circuit linéaire.

Le modèle original est valide pour des simulations en EH mais si on utilise un autre type de techniques comme l'intégration temporelle ou le transitoire d'enveloppe, on n'obtient

pas, dans ce cas pratique, de résultats satisfaisants étant donné la complexité du réseau linéaire qui rend très difficile le calcul de la réponse impulsionnelle du sous-circuit linéaire. Le modèle réduit a été obtenu et il a été validé à travers des différentes simulations. Ce modèle a donné des résultats appropriés en utilisant toutes les techniques de simulation citées. Le degré de réduction est considérable si on prend compte le fait que le circuit initial a un nombre infini de pôles dus à la présence des lignes de transmission (d'où vient la complexité du calcul de la réponse impulsionnelle), et par contre, le modèle réduit a 24 pôles qui suffisent pour représenter la réponse fréquentielle du circuit dans la bande d'intérêt.

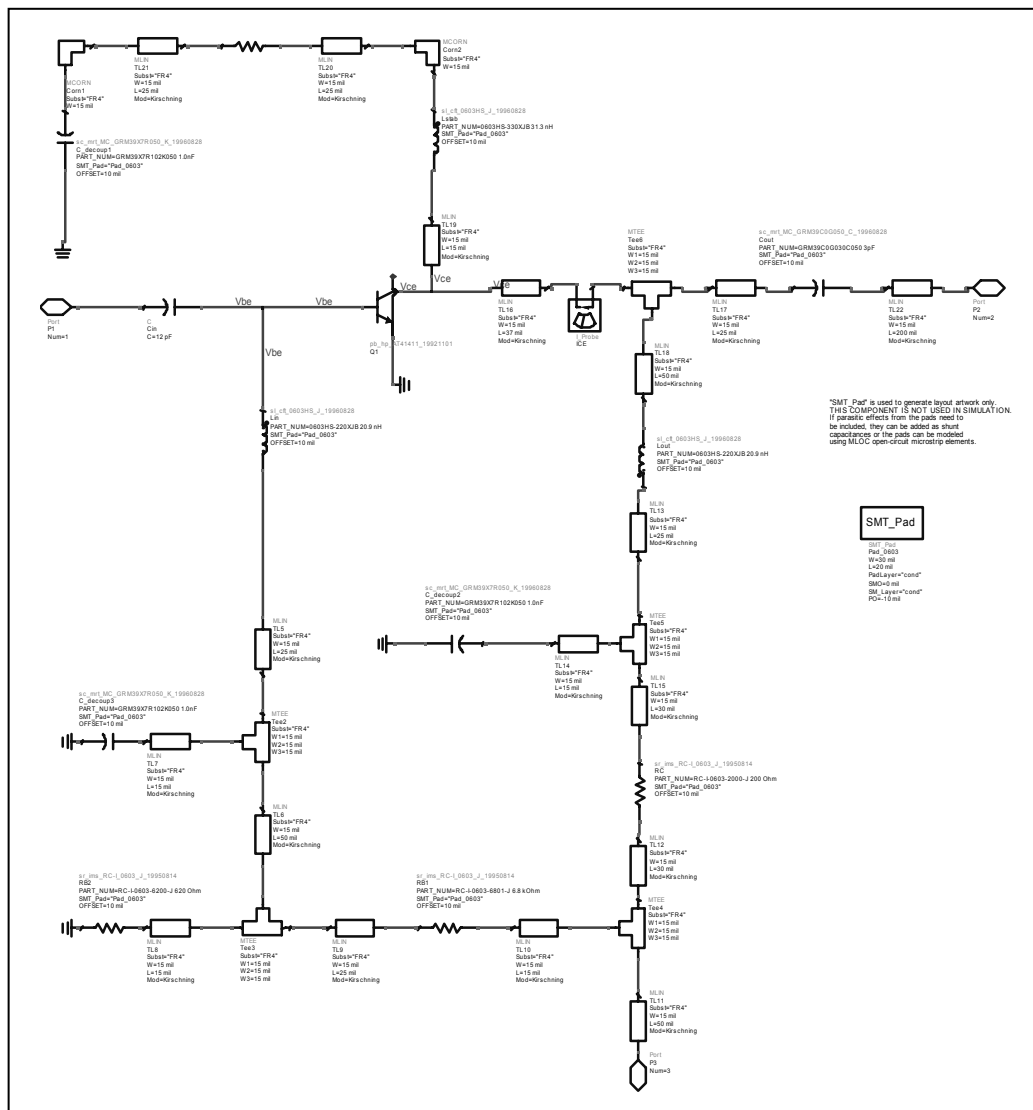


Figure 3.18 : Schéma du modèle original de l'amplificateur obtenu de la dernière actualisation du logiciel ADS.



### 3.IV.1.1. Validation du Modèle

Afin de valider la technique on a simulé le modèle original (par EH) et le modèle réduit (par EH et intégration temporelle) sous un même signal d'excitation et on a comparé les résultats. Le signal d'entrée est un ton avec -10 dBm de puissance à la fréquence de 1 GHz. La Figure 3.19 montre la comparaison des signaux d'entrée et de sortie. Le résultat du modèle réduit est équivalent à celui du modèle original, avec l'avantage de pouvoir être utilisé dans tout type de simulations comme il est aussi montré dans la section suivante.

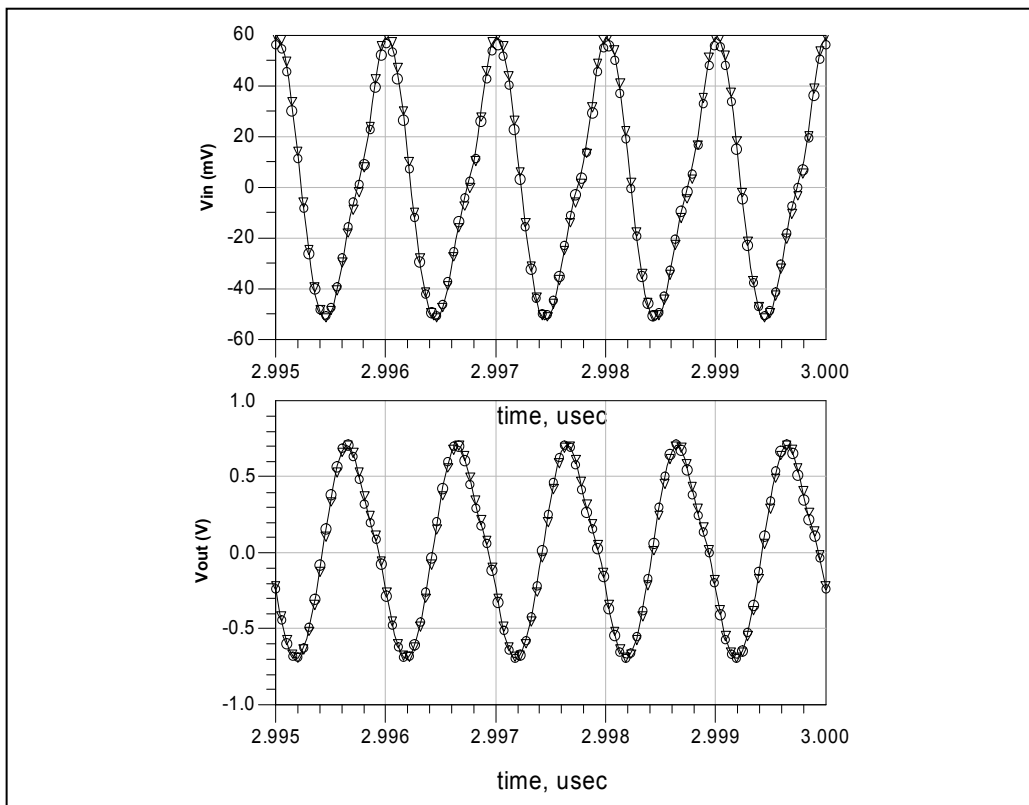


Figure 3.19 : Superposition des résultats des modèles. Triangles : Circuit complet en EH. Cercles : Modèle réduit en EH. Ligne continue : Modèle réduit au moyen de techniques d'intégration temporelle.

### 3.IV.1.2. Application du Modèle

Grâce à la possibilité de la simulation dans le domaine du temps, il est possible d'analyser le comportement du circuit sous des signaux d'entrée à spectre continu, comme c'est le cas des signaux numériques typiques des systèmes de communication. On a simulé le système formé par deux filtres, un mélangeur et un amplificateur comme il est indiqué à la

Figure 3.20. Le signal d'entrée est un signal numérique en bande de base avec une fréquence fondamentale égal à 10 MHz et une amplitude de 50 mV. On mélange ce signal avec l'oscillateur local (OL) qui a une fréquence de 1GHz. La sortie du mélangeur est un signal modulé qui est introduit dans un filtre passe-bande et amplifié avant d'arriver à l'antenne.

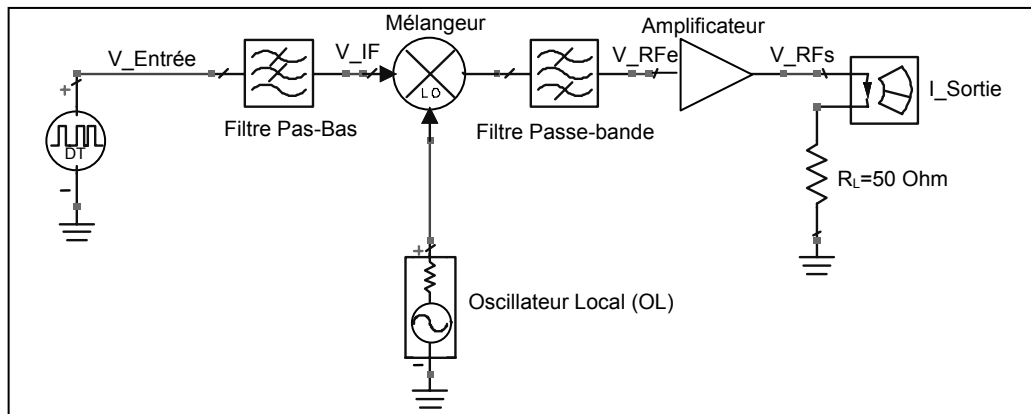


Figure 3.20 : Schéma de simulation d'un tête d'émission de signaux.

Arrivés à ce point il y a deux façons de simuler le système de la Figure 3.20. Un d'entre eux est l'intégration temporelle directe. Le problème de cette méthode est que le pas de simulation est calculé en fonction des signaux de haute fréquence, tandis que le temps final est calculé en fonction des signaux de basse fréquence. Le résultat est une simulation qui précise le calcul de milliers de points, ce qui ralentit nettement l'analyse du circuit.

Une solution à cette problématique consiste en l'utilisation de techniques d'analyse de l'enveloppe. Ce type d'analyse fournit la forme de l'enveloppe du signal autour de chaque harmonique de l'OL. Comme l'enveloppe varie à la fréquence du signal d'entrée (en bande de base), le temps de calcul est nettement réduit. Les simulations dans le domaine du temps qui sont montrées par la suite ont requis 6 minutes approximativement, tandis que celles effectuées dans transitoire de l'enveloppe ont consommé autour de 7 secondes sur un PC typique. Il faut souligner ici que le circuit initial n'est pas capable d'aborder ce type de simulations.

On montre d'abord les résultats de l'analyse temporelle du système. La Figure 3.21 montre le signal d'entrée avant et après avoir passé par le filtre gaussien.

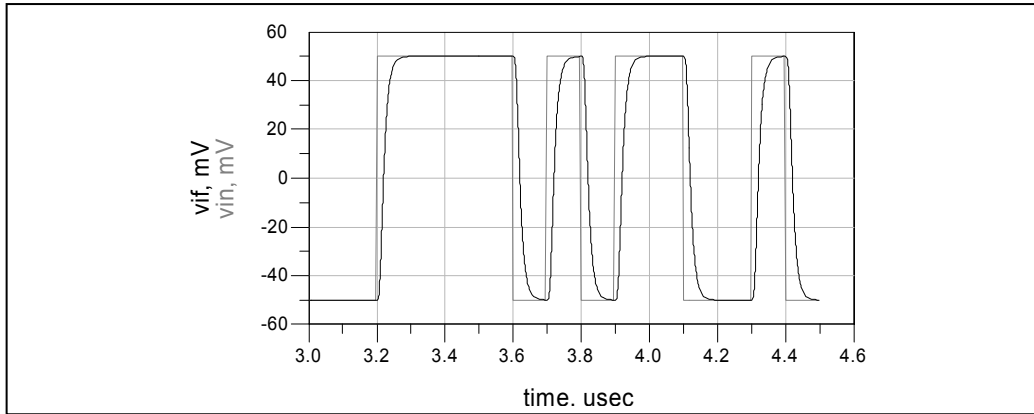


Figure 3.21 : Signal d'entrée à l'émetteur avant de passer par le filtre (ligne claire) et après avoir passé par le filtre (ligne obscure).

Dans la Figure 3.22 on montre les signaux d'entrée et sortie de l'amplificateur superposés. Le signal d'entrée a été multiplié par le gain de l'amplificateur, qui dans ce cas est de 13.17. Dans la partie inférieure de la figure on montre une ampliation qui permet d'apprécier en détail la superposition des signaux et sa variation à la fréquence de la porteuse (1 GHz).

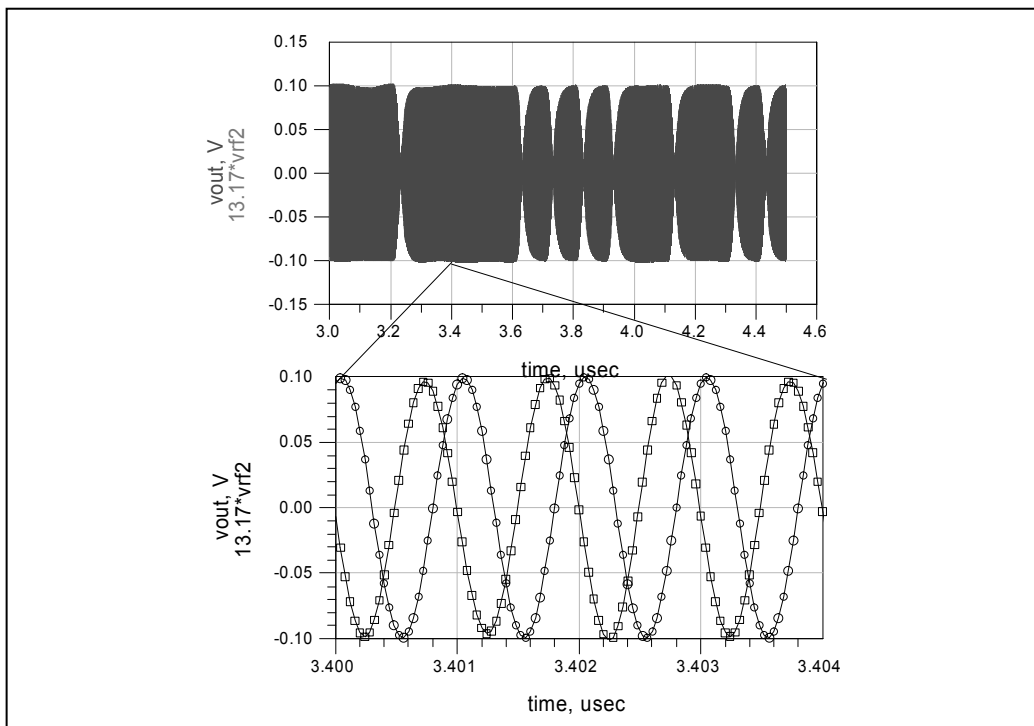


Figure 3.22 : Superposition des signaux d'entrée multipliée par le gain (ligne avec des cercles) et sortie (ligne avec carrés) de l'amplificateur.

La partie inférieure de la Figure montre comme l'amplificateur en plus d'amplifier le signal, introduit un déphasage. On ne relève pas une distorsion significative pour les niveaux de puissance d'entrée employés.

Ensuite les résultats d'analyse au moyen de techniques de transitoire de d'enveloppe, démontrent que le résultat des deux types d'analyse est équivalent, bien qu'avec une grande différence en coût de calcul. Dans les Figures 3.23 et 3.24 on montre la superposition des signaux d'entrée et sortie de la chaîne qui résultent des deux types d'analyse. On observe un très bon accord entre les deux résultats.

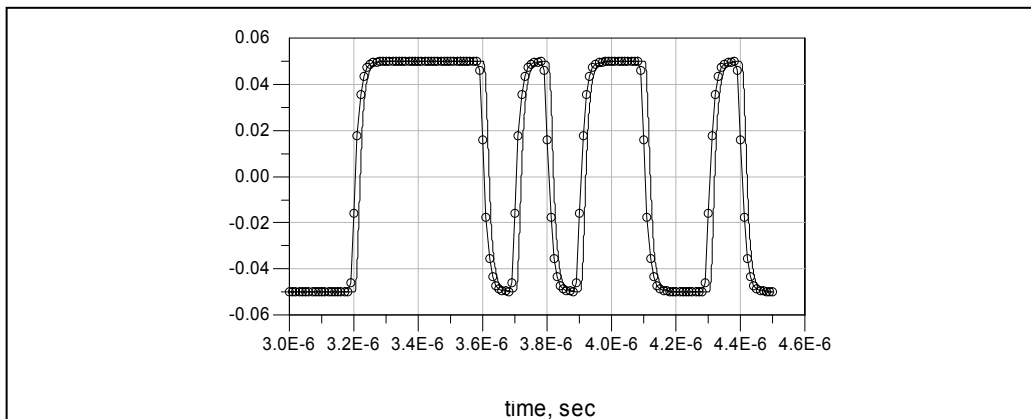


Figure 3.23 : Superposition des signaux d'entrée. Analyse de d'Enveloppe (Ligne avec des Cercles), Intégration temporelle (Ligne).

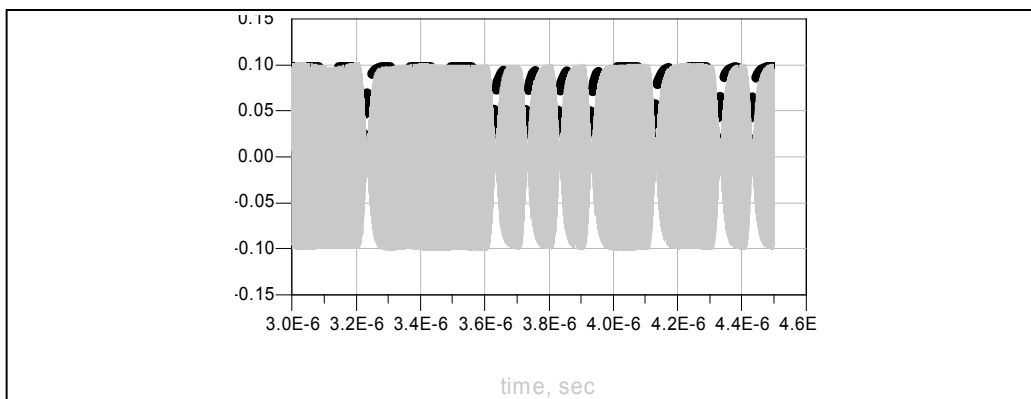


Figure 3.24 : Superposition des signaux de sortie. Analyse d'Enveloppe (Ligne noire), Intégration temporelle (Ligne claire).

D'après les résultats présentés, les deux types de simulation procurent des résultats équivalents, mais avec l'avantage pour l'analyse en transitoire d'enveloppe d'un temps de

simulation réduit par rapport à l'intégration temporelle directe. D'autre part, rappelons que la complexité du réseau linéaire du circuit original ne permettait pas de réaliser ce type d'analyse avec des signaux numériques.

### 3.IV.2. Modélisation du Modulateur I-Q en Bande K

Nous allons utiliser dans ce paragraphe le modulateur d'Alcatel Space qui avait été modélisé à niveau linéaire dans le Chapitre 2. Maintenant, la technique de réduction d'ordre est appliquée à la partie linéaire du modulateur, mais la partie non linéaire n'est plus linearisée, comme dans le cas du modèle du Chapitre 2.

Le modèle réduit, comme dans le cas de l'amplificateur, est applicable à tout type de techniques de simulation. Concrètement, la méthode de simulation la plus appropriée pour simuler avec des signaux d'entrée numériques, est le transitoire d'enveloppe, car l'intégration temporelle est très coûteuse en tenant compte de la différence des fréquences de l'oscillateur local et l'entrée en bande de base. La figure suivante montre le schéma de simulation du modulateur.

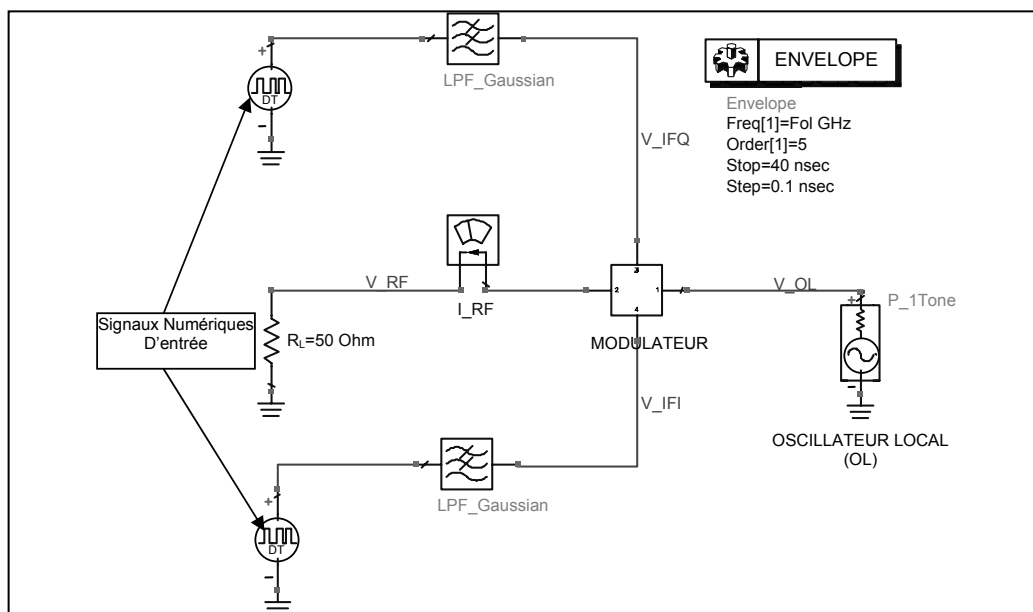


Figure 3.25 : Schéma de simulation du modèle en transitoire d'enveloppe.

La fréquence fondamentale des signaux numériques d'entrée est 0.4 GHz avec une amplitude égal à 15 mV (voir Figure 3.25) pour assurer le régime linéaire de fonctionnement.

Dans ce cas, on a considéré comme sous-circuit non linéaire du modulateur les quatre diodes qui servent à mélanger les signaux d'entrée avec le signal de pompe. Le schéma du modèle du modulateur implémenté sur ADS est montré dans la Figure 3.26.

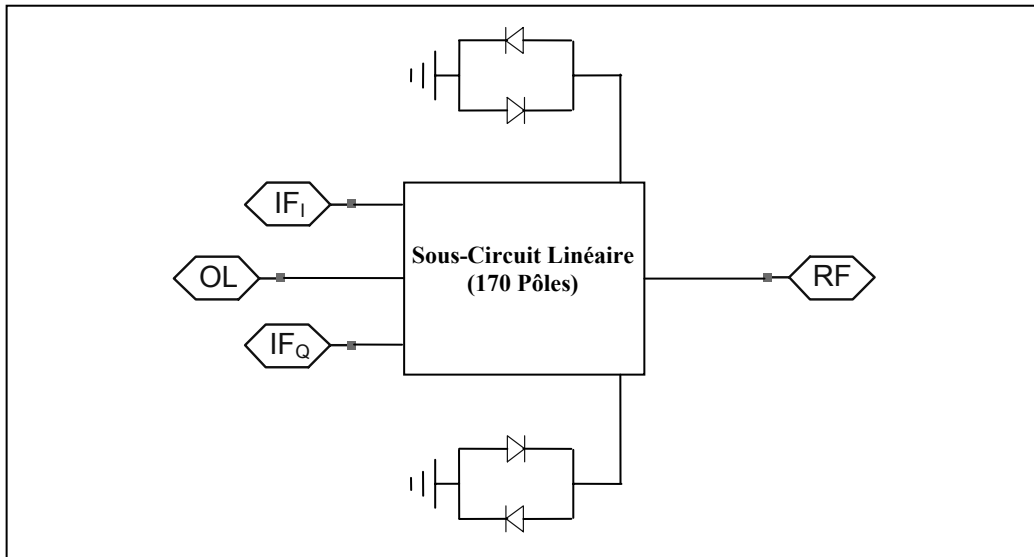


Figure 3.26 : Implémentation du modèle du modulateur dans ADS.

On peut observer les diodes et la boîte correspondant au sous-circuit linéaire. Due à la complexité de ce sous-circuit, le modèle obtenu par identification experte a plus de 170 pôles différents. Il faut remarquer que ce sous-circuit a été utilisé dans le Chapitre 2, comme exemple pour montrer la réduction de modèles en utilisant techniques de groupement de pôles.

La Figure 3.27 montre la comparaison des résultats du modèle linearisé équivalent en bande de base du Chapitre 2 et du modèle réduit non linéaire (Figures 3.25 et 3.26). On peut comparer directement les résultats des modèles puisque dans les deux cas les enveloppes complexes des signaux de sortie (RF) sont obtenues. On superpose les signaux d'entrée et sortie en phase ( $V_{IF1}$  et  $V_I$ ) et on vérifie le bon accord entre les résultats.

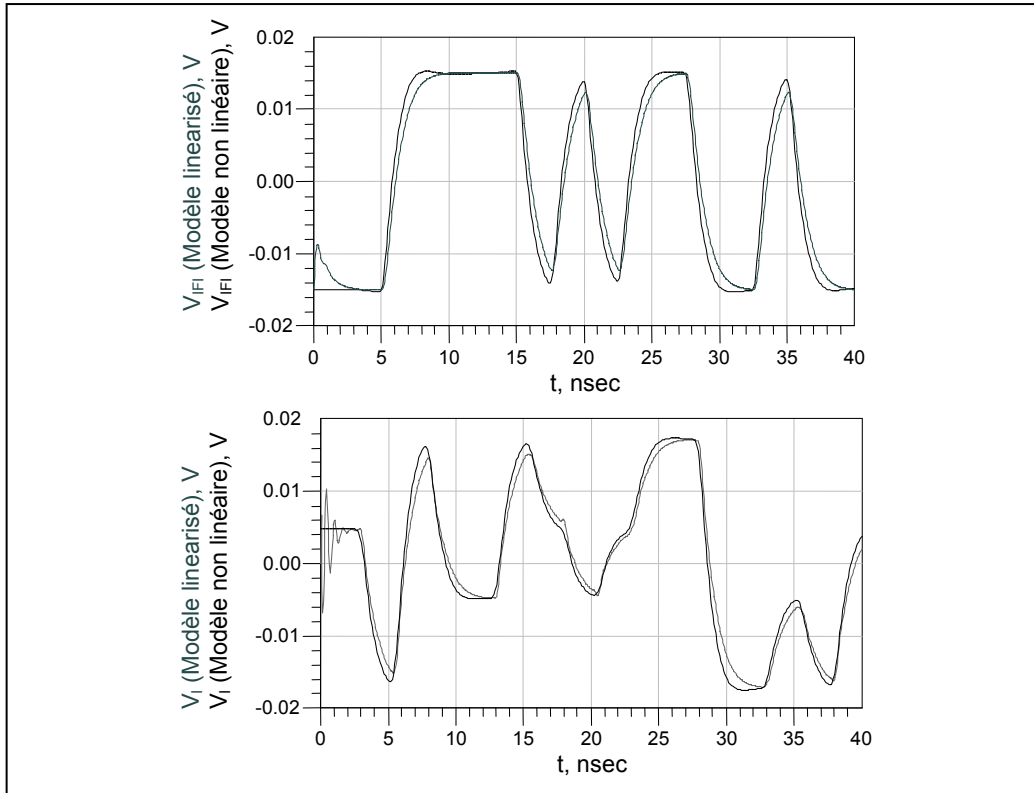


Figure 3.27 : Comparaison des résultats données par les modèles linearisé équivalent en bande de base du Chapitre 2 et par le modèle non linéaire complet.

Les signaux utilisés sont à faible amplitude afin de pouvoir comparer le modèle linearisé et le non linéaire. Nous trouvons des différences dès l'entrée, sans doute dues aux différences dans l'identification du sous-circuit linéaire. Il faut dire que la bande d'identification dans ce cas est très large, afin de couvrir tout la bande de fonctionnement du circuit ce qui augmente l'erreur d'identification. En fait, dans le modèle réduit LVT du Chapitre II l'identification a été réalisé sur les bandes d'intérêt, mais ici il faut identifier toute la bande des DC jusqu'à  $N \cdot f_{OL}$ . Le temps de simulation du modèle non linéaire est de 40 secondes pour la simulation réalisée. Ce temps de calcul est de l'ordre de 10 fois plus grand que le temps de calcul du modèle linearisé, mais en contrepartie le modèle non linéaire donne des résultats appropriés pour divers signaux de pompe (OL) et prend en compte les effets des non linéarités. Dans la dernière partie de ce chapitre on reviendra sur ces effets en simulant un modèle faiblement non linéaire du modulateur.

### 3.V. Technique de Réduction de Modèles pour des Circuits Faiblement Non Linéaires [14]

Afin de pouvoir modéliser les phénomènes dus à la non-linéarité et à la mémoire des circuits haute fréquence nous proposons ici l'extraction de modèles réduits faiblement non linéaires et équivalents en bande de base qui permettant de réduire le temps de calcul. Il faut remarquer que la technique développée est orientée vers des circuits pompés comme les mélangeurs ou modulateurs, mais une version simplifiée de la méthode peut être appliquée à des circuits non pompés comme les amplificateurs faible niveau.

La réduction de l'ordre du sous-circuit linéaire est réalisée à l'aide des méthodes d'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence, comme dans le chapitre 2. L'identification de la matrice d'admittances  $[Y(f)]$  est faite non pas sur toute la bande du circuit mais sur les bandes de fréquences d'entrée et de sortie, tel comme l'on fait dans le Chapitre II pour le modèle LVT. L'équivalent en bande de base de la partie linéaire est obtenu comme il a été déjà expliqué dans le Chapitre 2.

En ce qui concerne le sous-circuit non linéaire, les équivalents en bande de base des parasites seront modélisés séparément des non-linéarités pures. Ils pourraient être considérés aussi comme partie du sous-circuit linéaire. Les non-linéarités seront développées en série de Taylor autour l'état non linéaire nominal donné pour le signal de pompe. C'est pour cela que les fonctions de transfert correspondant au nœud d'entrée de la pompe (OL) dans le sous-circuit linéaire peuvent être éliminées.

Finalement le modèle réduit du sous-circuit non linéaire est connecté au modèle de la partie linéaire afin d'obtenir le modèle en bande de base et faiblement non linéaire du circuit complet.



### 3.V.1. Modélisation du Sous-Circuit Linéaire

L'obtention et implémentation du sous-circuit linéaire équivalent en bande de base ont été déjà expliquées dans le Chapitre 2. Le processus consiste en obtenir la matrice  $[Y(f)]$  du sous-circuit, identifier la matrice  $[Y(s)]$  dans le domaine de Laplace correspondant à  $[Y(f)]$ , calculer l'équivalent en bande de base  $[Y'(s)]$  en faisant le changement de variable  $s \rightarrow s + j\omega_0$  et finalement, implémenter les circuits équivalents de chaque élément de cette dernière matrice comme sources de courant commandées par tension.

### 3.V.2. Modélisation du Sous-Circuit Non Linéaire

L'objectif est d'obtenir un circuit équivalent en bande de base qui modélise le comportement faiblement non linéaire du réseau non linéaire. Le modèle électrique des composants non linéaires haute fréquence généralement est formé par des sources de courant et des charges non linéaires, connectées aux parasites des composants. Il en résulte une modélisation séparée, en bande de base, des parasites et des non-linéarités pures.

#### 3.V.2.1. Equivalent en Bande de Base des Parasites du Sous-Circuit Non Linéaire

Les parasites des composants non linéaires ou actifs comme les diodes ou transistors, normalement sont formés par éléments à paramètres localisés, comme des résistances, des inductances et des capacités. On pourrait modéliser ces sous-circuits avec la même technique que le sous-circuit linéaire, mais dans ce cas on a utilisé une méthode différente puisque dans le cas de circuits passifs formés par des éléments à paramètres distribués, les circuits équivalents des fonctions de transfert sont, en général, plus complexes que les circuits de départ. La méthode consiste à implémenter directement le circuit équivalent en bande de base de chaque élément des parasites. Ensuite on explique comment obtenir les équivalents en bande de base d'une résistance, d'une inductance et d'une capacité.

L'équation caractéristique d'une résistance est  $V = R \cdot I$ . Si l'on calcule l'équivalent en bande de base on a  $V_{bb} = R \cdot I_{bb}$ , puisque le comportement des résistances ne dépend pas de la fréquence. Alors nous avons  $P=R$  et  $Q=0$  (voir section VI.4 du Chapitre 2), donc :

$$\begin{bmatrix} V_p \\ V_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & -Q \\ Q & P \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_p \\ I_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I_p \\ I_Q \end{bmatrix} \quad [III.35]$$

On conclut  $V_p=RI_p$  et  $V_Q=RI_Q$ , donc l'équivalent en bande de base d'une résistance peut être implémenté de la façon montrée dans la Figure suivante :

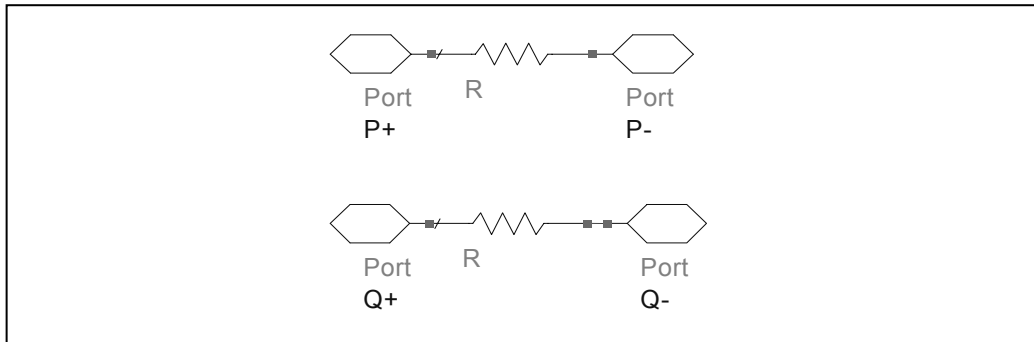


Figure 3.28 : Implémentation de l' EBB d'une résistance sur ADS.

L'équation caractéristique d'une capacitance est  $I = [Y(\omega)]V = [j\omega C]V$ . Si l'on calcul leur EBB on a  $I_{bb} = [j(\omega+\omega_0)C]V_{bb} = [(j\omega C)+j(\omega_0 C)]V_{bb} = [(sC)+j(\omega_0 C)]V_{bb}$ , où  $s=j\omega$  est la variable de Laplace. Dans ce cas on a  $P=sC$  et  $Q=\omega_0 C$ , alors :

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P & -Q \\ Q & P \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_p \\ V_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} sC & -\omega_0 C \\ \omega_0 C & sC \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_p \\ V_Q \end{bmatrix} \quad [III.36]$$

On conclut  $I_p = CsV_p - C\omega_0 V_Q$  et  $I_Q = C\omega_0 V_p + CsV_Q$ , donc l'EBB de une capacitance peut être représenté par le circuit suivant (Figure 3.29):

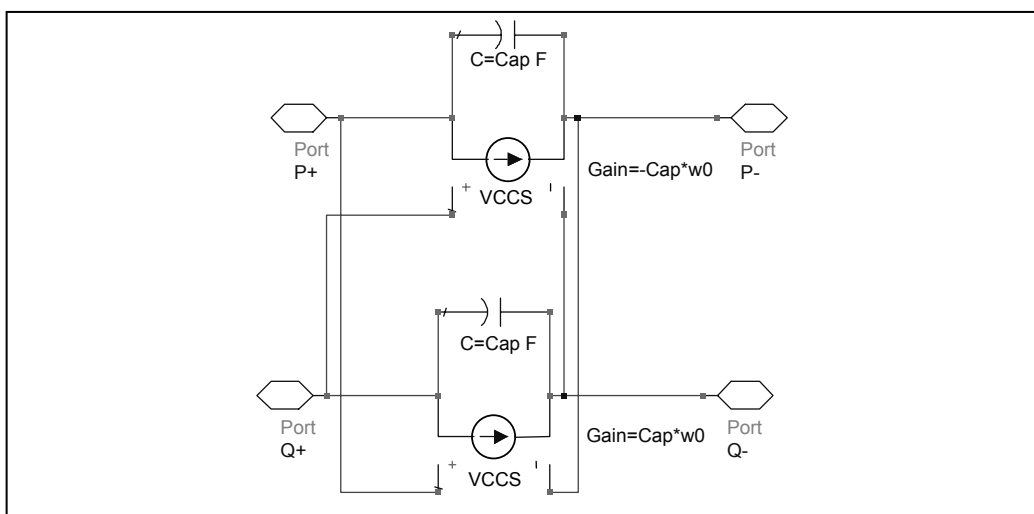


Figure 3.29 : Implémentation de l'EBB d'une capacitance sur ADS.

De la même façon on peut obtenir l'équivalent en bande de base d'une inductance (voir Figure 3.30).

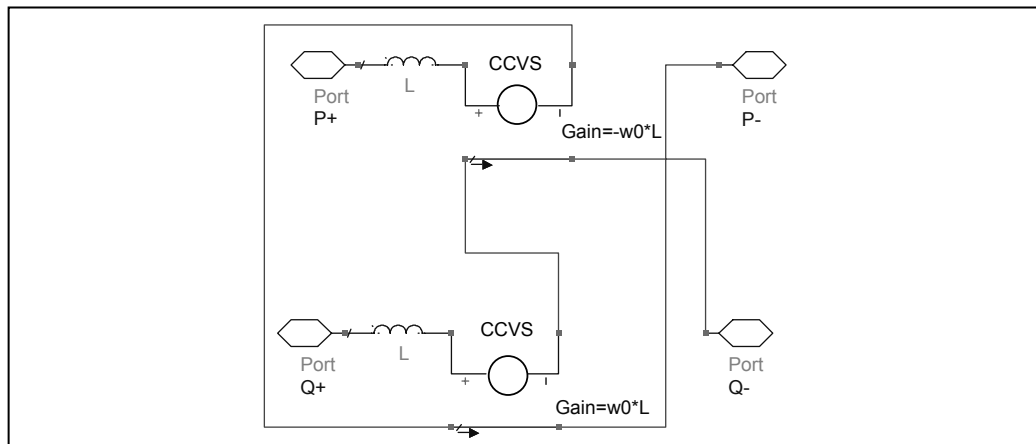


Figure 3.30 : Implémentation de l'EBB d'une inductance sur ADS.

A partir de ces éléments on peut obtenir automatiquement l'équivalent en bande de base de n'importe quel circuit passif sans éléments distribués (lignes de transmission).

### 3.V.2.2. Obtention de l'EBB des Non Linéarités Pures

L'approche de modélisation des non-linéarités est très importante par rapport à la modélisation globale puisqu'elle détermine le type de modèle résultant. L'objectif est d'obtenir un modèle EBB faiblement non linéaire, alors le modèle des non-linéarités doit avoir ces mêmes caractéristiques. On va développer les non-linéarités en série de Taylor jusqu'au troisième ordre, autour de la solution du circuit en présence d'un signal de pompe. On considère ici le développement au troisième terme puisque on ne s'intéresse qu'à l'approximation de comportement faiblement non linéaire. L'étape suivante est le calcul de l'EBB de la série obtenue.

En générale, on peut trouver deux types de non-linéarités : résistives ( $i=f(v)$ ) et capacitives ( $q=f(v)$ ). On expliquera séparément chacune d'entre elles. L'extension de la méthode aux non-linéarités contrôlées par plus d'une tension de commande est directe. Pour le cas d'une non-linéarité à réponse non-instantanée, on peut inclure l'effet de retard dans le sous-circuit linéaire. Pour d'autres cas plus généraux de non-linéarités à mémoire on pourrait utiliser le développement à l'aide des séries de Volterra autour de l'état de pompe.

### 3.V.2.2.1. Non-linéarités Résistives

Les non-linéarités résistives  $i=f(v)$  peuvent être développées autour de la solution de pompe  $V_0$  de la façon suivante :

$$i = f(V_0) + g_1 \cdot (v - V_0) + g_2 \cdot (v - V_0)^2 + g_3 \cdot (v - V_0)^3 \quad [\text{III.37}]$$

Où :

$$g_i(V_0) = \frac{1}{i!} \cdot \left. \frac{d^i f}{dv^i} \right|_{v=V_0} \quad [\text{III.38}]$$

De la même façon que dans [9] on suppose que la solution peut être exprimée comme l'addition d'une partie déterminée par le signal de fort niveau (OL) et d'une autre partie à faible amplitude:

$$\begin{aligned} i &= I(t_1) + \tilde{i}(t_1, t_2) \\ v &= V(t_1) + \tilde{v}(t_1, t_2) \end{aligned} \quad [\text{III.39}]$$

Où  $t_1$  est l'échelle de temps associé au signal de pompe, et  $t_2$  l'échelle associé au signal d'entrée faible niveau. Maintenant si l'on appelle :

$$\begin{aligned} I(t_1) &= f(V_0) \\ V(t_1) &= V_0 \end{aligned} \quad [\text{III.40}]$$

On obtiendra :

$$\tilde{i} = g_1(t_1) \cdot \tilde{v} + g_2(t_1) \cdot \tilde{v}^2 + g_3(t_1) \cdot \tilde{v}^3 \quad [\text{III.41}]$$

Où  $g_i$  sont coefficients variables périodiquement avec le signal de pompe. C'est pour cela qu'on peut développer chaque coefficient en série de Fourier :

$$g_i = \sum_{k=1}^{\infty} g_{ik} \cos(k\omega_0 t_1 + \varphi_{ik}) \quad [\text{III.42}]$$

Où  $\omega_0$  est la fréquence du signal de pompe. C'est important de remarquer que dans le cas linéaire ( $i=1$ ), les valeurs  $g_{1k} e^{j\varphi_{1k}}$  sont les éléments de la matrice de conversion associé à la non-linéarité. Maintenant, afin de simplifier le modèle on prend seulement les coefficients de la forme  $g_{ik} e^{j\varphi_{ik}}$  où  $K \cdot f_0$  correspond à la bande de sortie du circuit, puisque ces éléments donnent la conversion entre la bande de fréquences d'entrée et la bande de sortie. Alors on obtient :

$$\tilde{i} = g_{1k}(t_1) \cdot \tilde{v} + g_{2k}(t_1) \cdot \tilde{v}^2 + g_{3k}(t_1) \cdot \tilde{v}^3 \quad [\text{III.43}]$$

Avec :

$$g_{ik}(t_1) = g_{ik} \cos(k\omega_0 t_1 + \varphi_{ik}) = \bar{g}_{ik} e^{jk\omega_0 t} \quad [\text{III.44}]$$

Dans ce cas on peut considérer à  $g_{ik} e^{jk\omega_0 t} = \bar{g}_{ik}$  comme les équivalents en bande de base des coefficients de la série. Maintenant si on appelle  $Rg_i$  à la partie réelle de  $g_{ik} e^{jk\omega_0 t}$  et  $Ig_i$  à la partie imaginaire, l'EBB d'ordre  $l$  sera :

$$\begin{aligned} i_{lp} &= Rg_l(v^l)_p - Ig_l(v^l)_q \\ i_{lq} &= Ig_l(v^l)_p + Rg_l(v^l)_q \end{aligned} \quad [\text{III.45}]$$

Alors les courants EBB seront :

$$\begin{aligned} i_p &= i_{1p} + i_{2p} + i_{3p} \\ i_q &= i_{1q} + i_{2q} + i_{3q} \end{aligned} \quad [\text{III.46}]$$

À ce point il faut remarquer que si la non-linéarité est impaire le terme de deuxième ordre est négligeable par rapport aux termes de premier et troisième ordre, alors afin de simplifier les équations on peut éliminer ce terme de deuxième ordre.

Maintenant si on prend compte que :

$$\tilde{v} = \frac{1}{2}(v_p + j \cdot v_q) \quad [\text{III.47}]$$

On aura les expressions suivantes pour les courants équivalents en bande de base :

$$\begin{aligned} i_p &= Rg_1 v_p - Ig_1 v_q - \frac{3}{4} Rg_3 v_q^2 v_p - \frac{3}{4} Ig_3 v_p^2 v_q + \frac{1}{4} Rg_3 v_p^3 + \frac{1}{4} Ig_3 v_q^3 \\ i_q &= Ig_1 v_p + Rg_1 v_q - \frac{3}{4} Ig_3 v_q^2 v_p + \frac{3}{4} Rg_3 v_p^2 v_q + \frac{1}{4} Ig_3 v_p^3 - \frac{1}{4} Rg_3 v_q^3 \end{aligned} \quad [\text{III.48}]$$

Ce type d'expressions peuvent être implémentés sous la forme de sources de courant non linéaires commandées par tension.

### 3.V.2.2.2. Non-linéarités Capacitives

Les non-linéarités capacitives ( $i = d/dt(q)$  ;  $q = q(v)$ ) peuvent être développés jusqu'à troisième ordre (comportement faiblement non linéaire) comme suit :

$$\tilde{q} = q_{1k}(t_1) \cdot \tilde{v} + q_{2k}(t_1) \cdot \tilde{v}^2 + q_{3k}(t_1) \cdot \tilde{v}^3 \quad [\text{III.49}]$$

Alors le courant équivalent en bande de base sera :

$$\tilde{i} = \left[ \frac{d}{dt} + F^{-1}[j\omega_0] \right] (q_{1k}(t_1) \cdot \tilde{v} + q_{2k}(t_1) \cdot \tilde{v}^2 + q_{3k}(t_1) \cdot \tilde{v}^3) \quad [\text{III.50}]$$

Si nous appelons :

$$\begin{aligned} \tilde{i}_1 &= \frac{d}{dt} (q_{1k}(t_1) \cdot \tilde{v} + q_{2k}(t_1) \cdot \tilde{v}^2 + q_{3k}(t_1) \cdot \tilde{v}^3) \\ \tilde{i}_2 &= F^{-1}[j\omega_0] (q_{1k}(t_1) \cdot \tilde{v} + q_{2k}(t_1) \cdot \tilde{v}^2 + q_{3k}(t_1) \cdot \tilde{v}^3) \end{aligned} \quad [\text{III.51}]$$

En développant comme précédemment on obtient :

$$\begin{aligned} i_{1p} &= \frac{d}{dt} \left( Rq_1 v_p - Iq_1 v_q - \frac{3}{4} Rq_3 v_q^2 v_p - \frac{3}{4} Iq_3 v_p^2 v_q + \frac{1}{4} Rq_3 v_p^3 + \frac{1}{4} Iq_3 v_q^3 \right) \\ i_{1q} &= \frac{d}{dt} \left( Iq_1 v_p + Rq_1 v_q - \frac{3}{4} Iq_3 v_q^2 v_p + \frac{3}{4} Rq_3 v_p^2 v_q + \frac{1}{4} Iq_3 v_p^3 - \frac{1}{4} Rq_3 v_q^3 \right) \end{aligned} \quad [\text{III.52}]$$

Et :

$$\begin{aligned} i_{2p} &= -\omega_0 \left( Iq_1 v_p + Rq_1 v_q - \frac{3}{4} Iq_3 v_q^2 v_p + \frac{3}{4} Rq_3 v_p^2 v_q + \frac{1}{4} Iq_3 v_p^3 - \frac{1}{4} Rq_3 v_q^3 \right) \\ i_{2q} &= \omega_0 \left( Rq_1 v_p - Iq_1 v_q - \frac{3}{4} Rq_3 v_q^2 v_p - \frac{3}{4} Iq_3 v_p^2 v_q + \frac{1}{4} Rq_3 v_p^3 + \frac{1}{4} Iq_3 v_q^3 \right) \end{aligned} \quad [\text{III.53}]$$

Comme on a déjà précisé, l'implémentation sur un simulateur peut être réalisé sous la forme de sources de courant non linéaires commandées par tension. Il est à noter que l'extension au cas de non-linéarités à plusieurs tensions de commande est directe.

La modélisation de circuits non pompés, comme les amplificateurs, en utilisant ce même technique est assez simple. Dans ce cas il faut développer les non-linéarités autour du point de polarisation  $V_0$ . De cette façon on obtient des séries de Taylor comme [III.41] et [III.49] mais avec des coefficients réels. C'est pour cela que l'implémentation des équivalents en bande de base est plus simple. La modélisation du sous-circuit linéaire et des parasites des composants non linéaires peut être réalisée comme il a été expliqué précédemment.

Finalement remarquer que, comme on a déjà cité, pour modéliser non-linéarités dynamiques c'est possible d'utiliser séries de Volterra autour de l'état de pompe.

## 3.VI. Application de la Technique au Modulateur I-Q en Bande K

Dans cette dernière section du chapitre nous allons montrer l'application de la technique de réduction du modèle des circuits faiblement non linéaires au modulateur déjà utilisé dans le Chapitre 2 et la section IV.2 de cette même chapitre. Nous rappelons que ce modulateur a été conçu à Alcatel Space. La bande de fréquence des signaux d'entrée est DC - 300 MHz et la bande de sortie est donnée par la fréquence de l'oscillateur local (9.75 GHz) multipliée par deux (on mélange le signal d'entrée avec le deuxième harmonique de l'OL). Le maximum nominal en amplitude des signaux d'entrée est 0.15 V, pour assurer un comportement quasiment linéaire. Le modèle développé dans le Chapitre 2, est valable jusqu'à cette amplitude mais, comme nous allons montrer ensuite, le modèle faiblement non linéaire tient compte de la distorsion par intermodulation du signal d'entrée et il est aussi valable pour une plage d'amplitude plus large. L'implémentation du modèle sur ADS et différentes simulations réalisées afin de caractériser les effets des non-linéarités et de la mémoire du circuit vont être présentées.

### 3.VI.1. Implémentation du Sous-Circuit Linéaire

La modélisation de la partie linéaire du circuit est effectuée à partir des paramètres  $S$ , obtenus par simulation du circuit original. Nous avons généré des fichiers de paramètres  $S$ , à partir des simulations du sous-circuit linéaire, pour une bande passante de 0 à 50 GHz. La Figure 3.31 montre les accès correspondants au sous-circuit linéaire du modulateur de test :

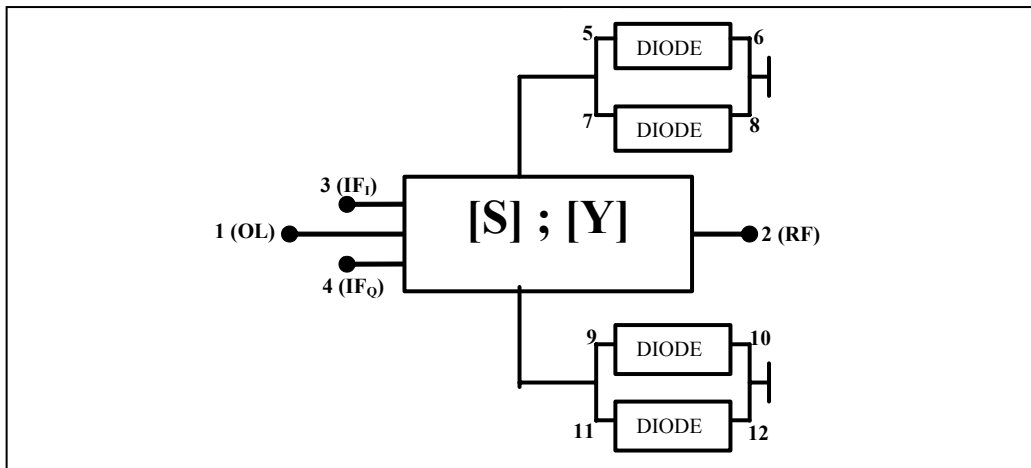


Figure 3.31 : Schéma simplifié du modulateur en montrant les accès au sous-circuit linéaire.

La matrice  $[Y]_{N \times N}$  ( $N=12$  pour le modulateur) est obtenue à partir de la simulation de l'ensemble des fichiers de paramètres  $[S]$  (Figure 3.32).

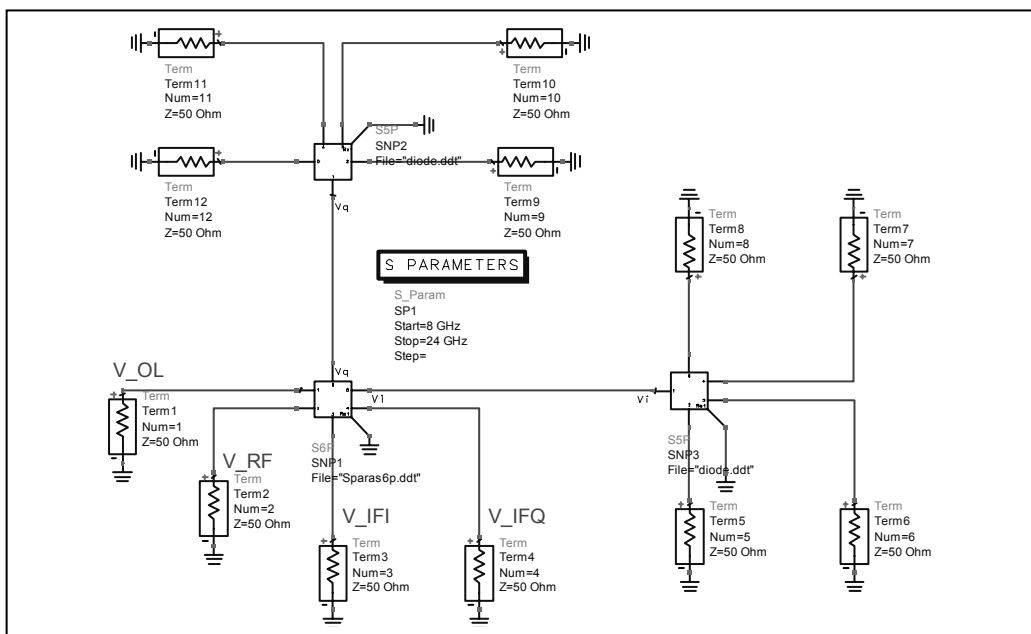


Figure 3.32 : Schéma de simulation pour la obtention de la matrice  $[Y]_{N \times N}$  correspondant au sous-circuit linéaire.

La bande passante ne sera pas la bande globale (de 0 à 50 GHz) déterminée par les signaux de basse fréquence (IF) et par l'OL et ses harmoniques. Il sera plus intéressant de considérer seulement les bandes de fréquence des signaux d'entrée et de sortie afin de réduire la taille du modèle. On peut éliminer les fonctions de transfert du nœud d'entrée du signal de pompe puisque l'état donné pour ce signal sera pris en compte dans le sous-circuit non



linéaire. Une fois que nous avons la matrice  $[Y(f)]$ , il reste à obtenir la matrice de fonctions de transfert dans le domaine de Laplace  $[Y(s)]$  en utilisant les techniques d'identification de systèmes expliquées dans le chapitre précédent. Dans l'Annexe III.1 on montre le résultat des identifications, pour les fonctions de transfert du sous-circuit linéaire. Toutes sont stables et l'identification a été réalisée dans les bandes de fréquence appropriées (bande d'entrée pour les filtres IF et bande de sortie pour le reste). La matrice  $[Y(s)]$  représente le système MIMO (Multiple-Input, Multiple-Output) du sous-circuit linéaire (Figure 3.33).

$$\begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \\ I_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{2,2} & 0 & 0 & Y_{2,5} & 0 & Y_{2,7} & 0 & Y_{2,9} & 0 & Y_{2,11} & 0 \\ 0 & Y_{3,3} & 0 & Y_{3,5} & 0 & Y_{3,7} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y_{3,3} & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{3,5} & 0 & Y_{3,7} & 0 \\ Y_{5,2} & Y_{3,5} & 0 & Y_{5,5} & 0 & Y_{5,7} & 0 & Y_{5,9} & 0 & Y_{5,11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{6,6} & 0 & Y_{6,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{7,2} & Y_{3,7} & 0 & Y_{5,7} & 0 & Y_{5,5} & 0 & Y_{5,11} & 0 & Y_{7,11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{6,8} & 0 & Y_{8,8} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Y_{9,2} & 0 & Y_{3,5} & Y_{5,9} & 0 & Y_{5,11} & 0 & Y_{5,5} & 0 & Y_{5,7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{6,6} & 0 & Y_{6,8} \\ Y_{11,2} & 0 & Y_{3,7} & Y_{5,11} & 0 & Y_{7,11} & 0 & Y_{5,7} & 0 & Y_{5,5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{6,8} & 0 & Y_{8,8} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \\ V_9 \\ V_{10} \\ V_{11} \\ V_{12} \end{bmatrix}$$

Figure 3.33 : Système d'équations MIMO correspondant au sous-circuit linéaire du modulateur.

Les sous-indices correspondent aux portes du sous-circuit (voir le schéma de la figure 20). Les fonctions de transfert qui présentent une amplitude très faible ont été mises à zéro. Il y a aussi des fonctions de transfert avec des indices qui ne correspondent pas à leur position dans la matrice parce qu'on a exploité le fait de la symétrie du modulateur.

Après l'obtention des fonctions de transfert, leurs EBB ont été obtenus et implémentés dans ADS. Dans la Figure 3.34 nous montrons le schéma correspondant au sous-circuit linéaire du modulateur d'exemple, implémenté sur ADS.

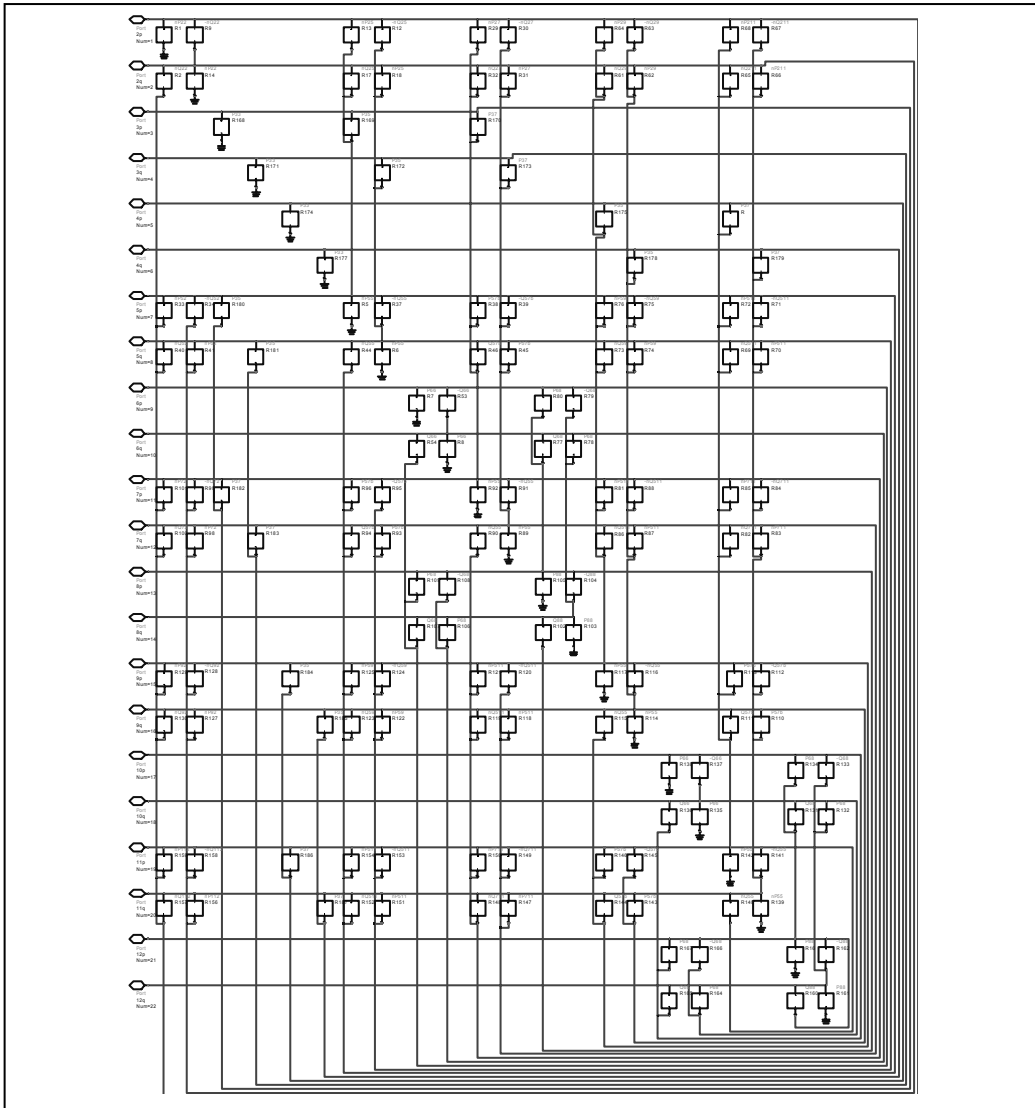


Figure 3.34 : Implémentation de l'EBB du sous-circuit linéaire sur ADS.

Chacune des boîtes du schéma correspond à un élément  $(Y_{ij})_P$ ,  $(Y_{ij})_Q$  ou  $(-Y_{ij})_Q$  de la matrice équivalente en bande de base  $[Y'(s)]$ , implémenté sous la forme de une source de courant commandée par tension.

### 3.VI.2. Implémentation du Sous-Circuit Non Linéaire

Le sous-circuit non linéaire consiste en deux paires de diodes mélangeurs (voir Figure 2.19). La Figure 3.35 montre le circuit de parasites correspondant à une diode Schottky typique [5].

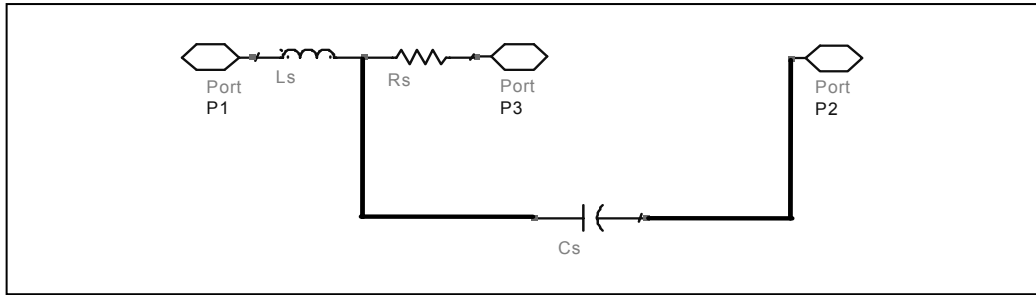


Figure 3.35 : Parasites du modèle d'une diode Schottky typique.

En utilisant la méthode qu'on a expliquée dans § 3.V.2.1., on obtient un équivalent en bande de base comme celui représenté dans la Figure 3.36. Il faut remarquer que chaque boîte sur cette figure correspond à un des éléments montrés dans les Figures 3.28, 3.29 et 3.30.

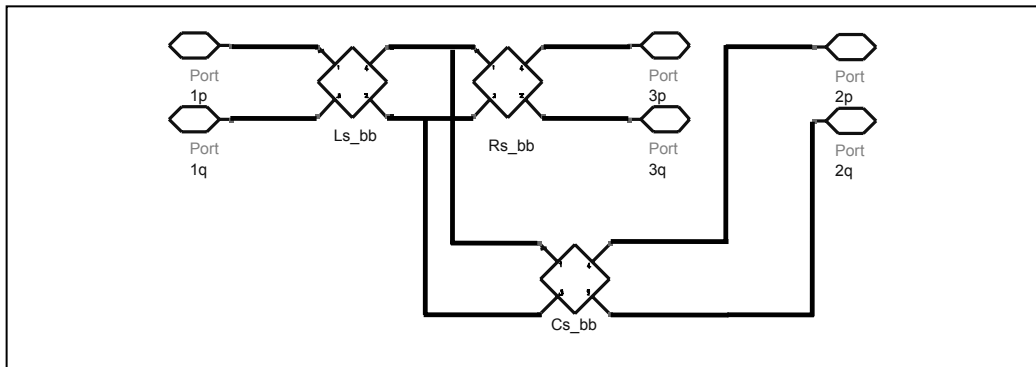


Figure 3.36 : Implémentation sur ADS de l'EBB des parasites du modèle d'une diode Schottky typique.

Finalement l'implémentation de l'EBB des non-linéarités pures a été réalisé, comme on a déjà expliqué, sous la forme des sources de courant non linéaires commandées par tension.

### 3.VI.3. Validation du Modèle Réduit Faiblement Non Linéaire du Modulateur

Dans cette section, l'implémentation sur ADS du modèle faiblement non linéaire EBB et la comparaison des résultats obtenues avec le modèle du circuit complet aussi que de l'EBB linearisé du Chapitre 2 vont être rapportés.

La figure suivante montre le schéma de simulation typique du modèle réduit faiblement non-linéaire:

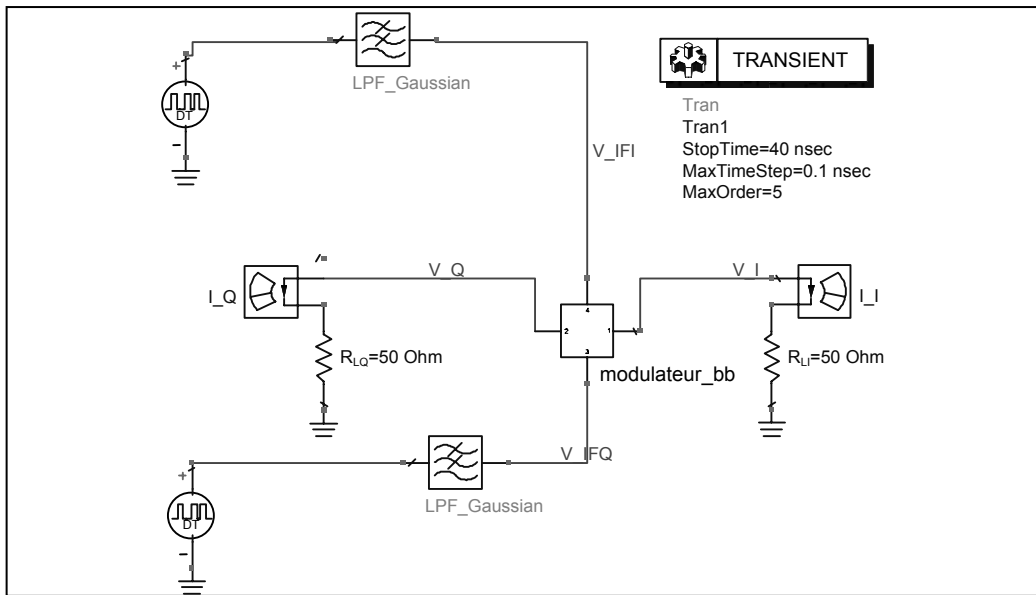


Figure 3.37 : Schéma de simulation dans le domaine du temps de l'EBB faiblement non linéaire en petit signal.

Dans la Figure 3.38 nous présentons les résultats typiques des simulations des modèles EBBs superposés (linearisé et faiblement non linéaire). On observe un bon accord entre les résultats. Le temps de calcul du modèle linearisé a été de 1.55 seconds et le temps de calcul du modèle faiblement non linéaire de 16 seconds. La méthode de simulation est temporelle, alors les modèles EBB sont clairement appropriés pour des simulations de type système.

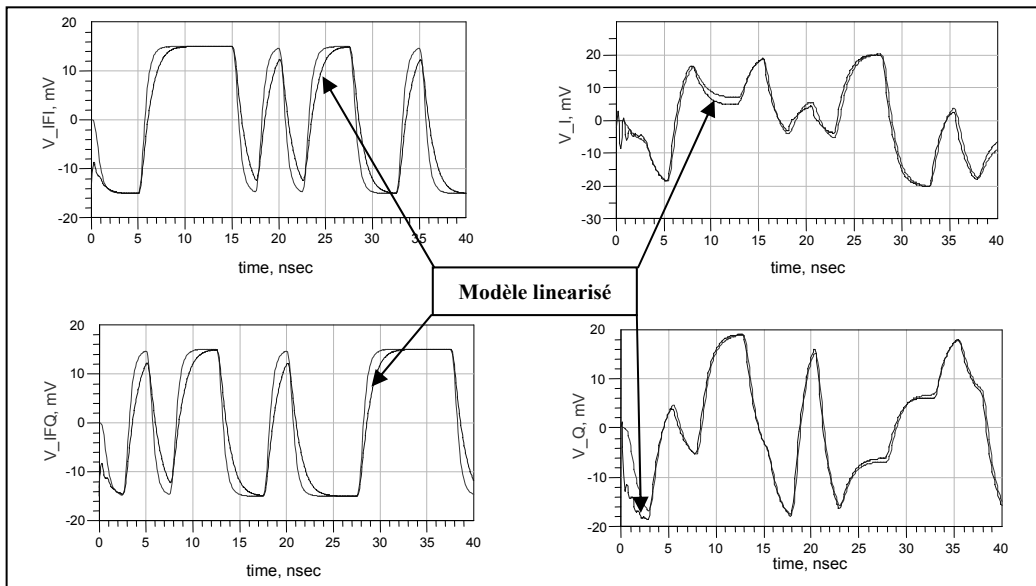


Figure 3.38 : Superposition des résultats de la simulation temporelle des modèles EBB linearisé et faiblement non linéaire.

On peut mesurer aussi la limite de validité des modèles par rapport au circuit complet pour des excitations sinusoïdales. Pour cela, on a réalisé un balayage d'amplitude des tensions d'IF (0.001 V - 0.3 V). Ces signaux ont un seul ton à 0.3 GHz. On a simulé le modèle linearisé (carrés), le modèle faiblement non linéaire (triangles) et le modèle du circuit complet (cercles). On montre (Figure 3.39) l'amplitude du ton d' $I_{RF}$  ( $f_{RF} = 2:f_{OL} + f_{IF}$ ).

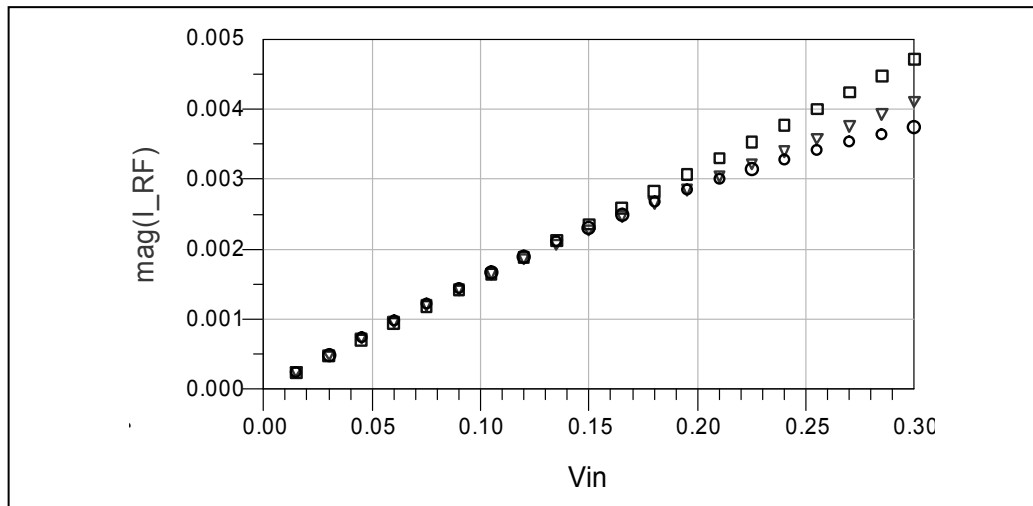


Figure 3.39 : Limite de validité des modèles ; Linearisé : Carrés ; Faiblement non linéaire : Triangles ; Non linéaire : Cercles.

Comme l'on peut observer la limite du modèle linearisé correspond à l'amplitude plus grande envisagée pour le concepteur (0.15 V) mais la limite du modèle faiblement non linéaire est de 0.21 V, mais ce qui est plus important est la possibilité d'analyse du distorsion du signal offert par le modèle faiblement non-linéaire.

Autre façon de valider le modèle consiste en analyser l'effet de la non-linéarité par rapport à l'apparition des harmoniques et produits de intermodulation et comparer les résultats du modèle réduit avec les fournis par le modèle original complet.

Les Figures 3.40 et 3.41 montrent les résultats de la simulation avec un ton à la fréquence de 0.1 GHz et 0.2 V d'amplitude à l'entrée. Dans la Figure 3.40 on compare les résultats de la simulation en temporelle (points) et en Equilibrage Harmonique (flèches) du modèle faiblement non linéaire et dans la Figure 3.41 on compare le comportement du circuit non linéaire complet (points) avec celui du modèle faiblement non linéaire (flèches). On observe un bon accord entre les résultats.

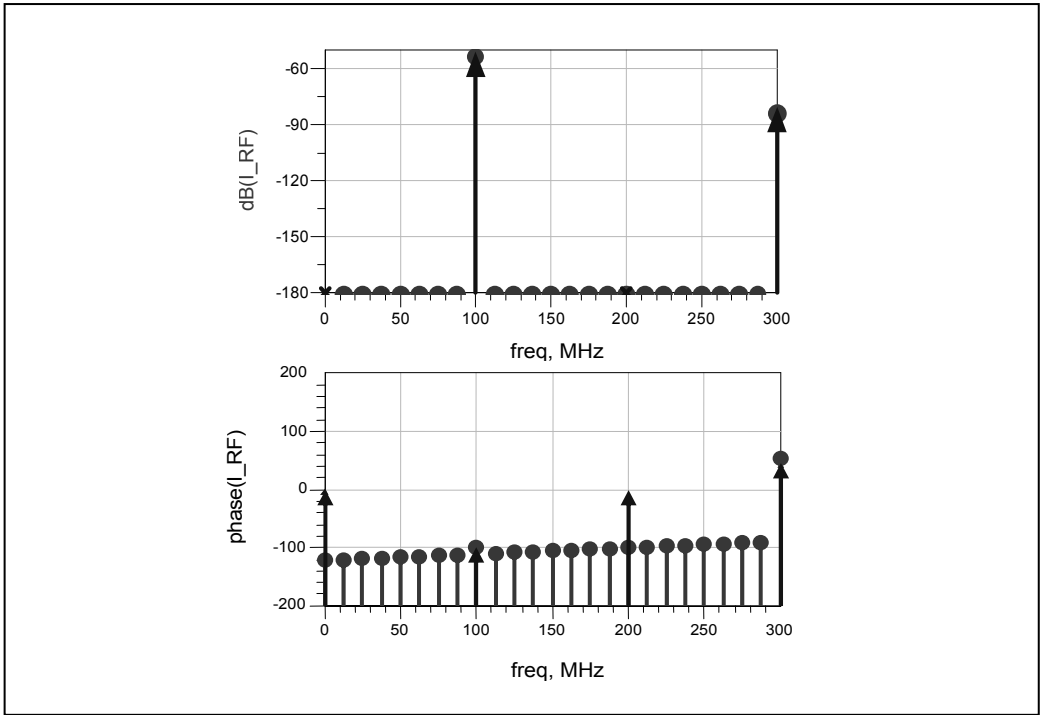


Figure 3.40 : Comparaison des résultats de la simulation en temporelle (points) et en Equilibrage Harmonique (flèches) du modèle faiblement non linéaire.

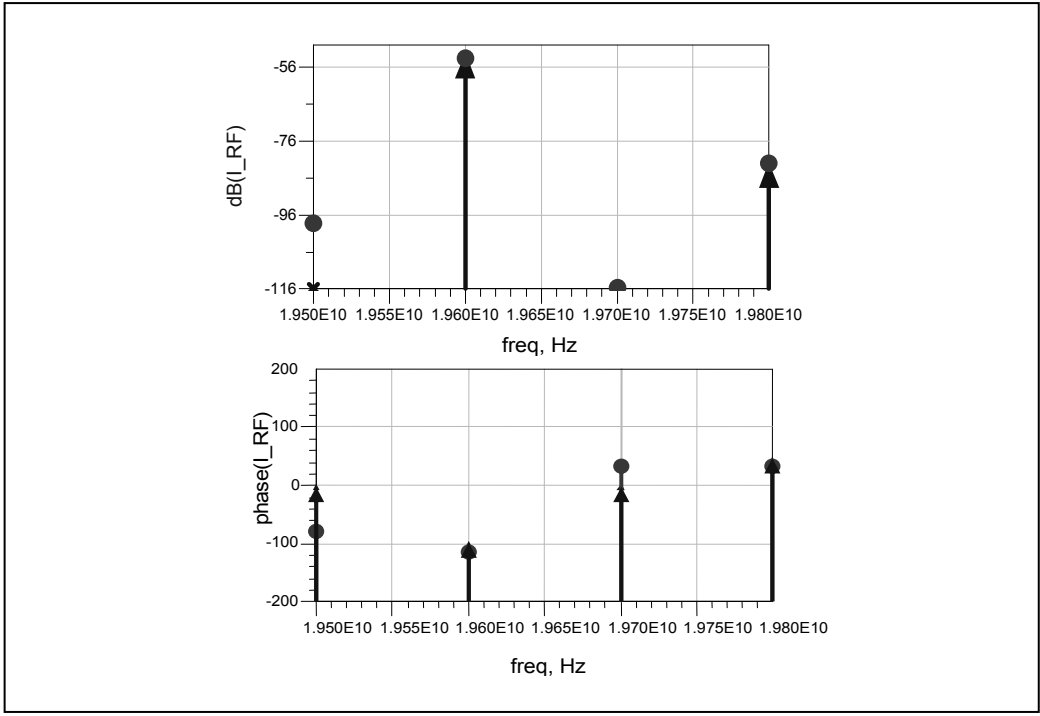


Figure 3.41 : Comparaison des résultats de la simulation en Equilibrage Harmonique du circuit non linéaire complet (points) avec celles du modèle faiblement non linéaire (flèches).

D'autre part, on peut simuler le modèle pour obtenir la caractérisation de l'intermodulation. Dans la figure 3.42 les signaux d'entrée sont constitués de deux tons de 0.2 V d'amplitude, mais avec des fréquences différentes (0.1 et 0.13 GHz). Le modèle faiblement non linéaire donne les résultats en flèches et le circuit original les résultats en points. On observe un bon accord entre les résultats en amplitude. La phase des termes d'intermodulation présente des différences importantes dues aux problèmes numériques liés à la faible amplitude des termes, ce qui fait que les différences en phase ne soient pas significatives.

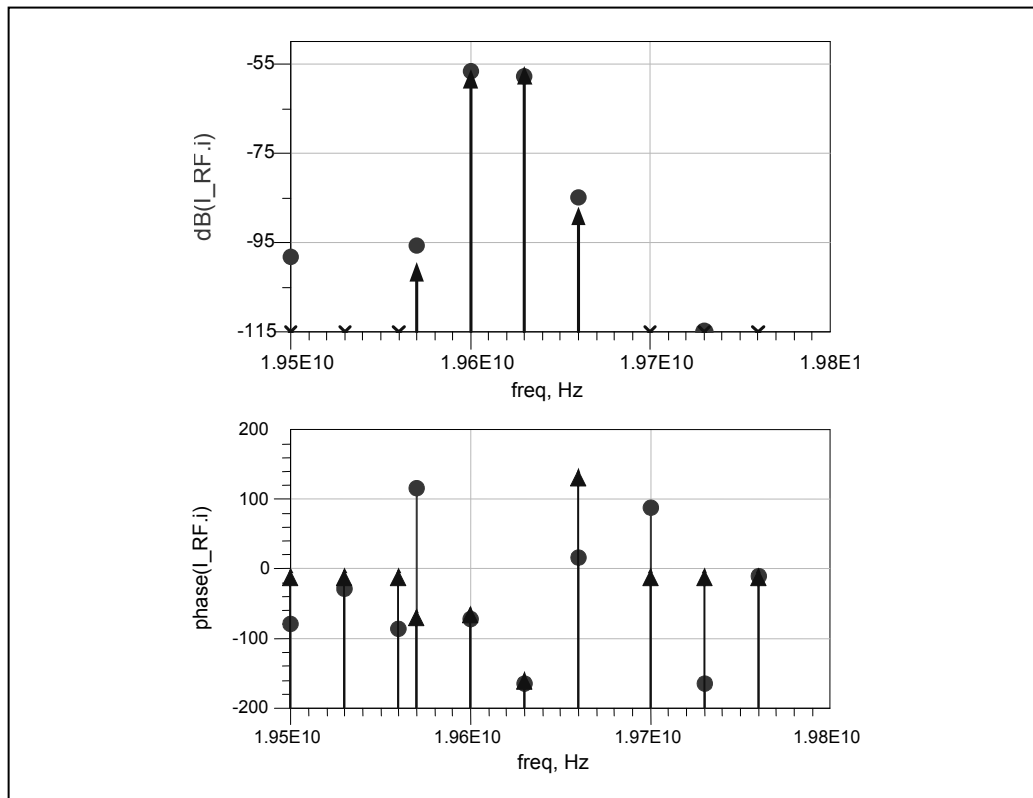


Figure 3.42 : Comparaison des résultats de la simulation du circuit non linéaire complet (points) et du faiblement non linéaire (flèches), pour caractériser l'intermodulation.

### 3.VI.4. Applications du Modèle

Le modèle obtenu, faiblement non linéaire et dynamique, peut être employé afin de mesurer la dégradation du signal dans le canal émetteur à cause des non linéarités et de la mémoire. La vitesse de calcul permet de faire les simulations dans un temps très faible. La Figure 3.43 montre les diagrammes d'oeil pour des fréquences d'entrée qui varient entre 0.1 et 0.4 GHz.

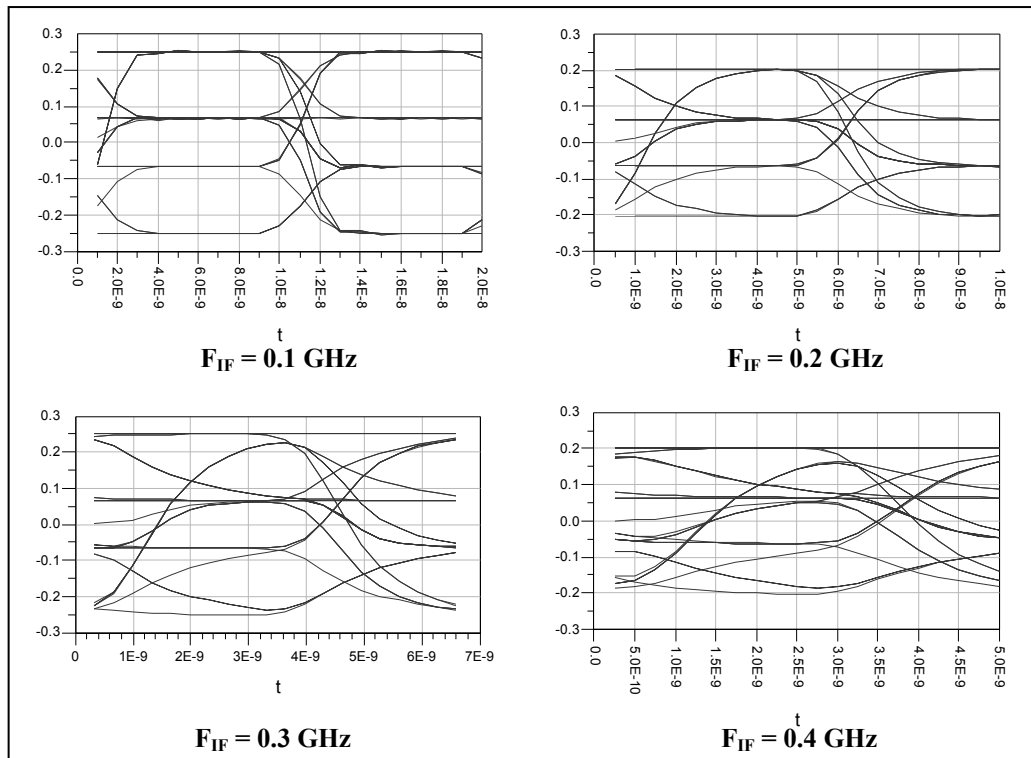


Figure 3.43 : Diagrammes d'oeil obtenus par simulation avec des signaux d'entrée avec de fréquences qui varient entre 0.1 et 0.4 GHz.

On peut voir qu'effectivement, si l'on augmente la fréquence des signaux, la détection des états est plus difficile. La fréquence des signaux d'entrée du modulateur couvre la bande DC-300 MHz, et on observe que jusqu'à 0.3 GHz la détection des états peut être réalisé sans difficulté, mais pour fréquences plus élevées (0.4 GHz) les états sont très dispersés.

D'autre part, la compression du signal peut être observée en simulation de signaux complexes comme dans la Figure 3.44. Si l'on simule le modulateur en utilisant un signal d'entrée avec 0.2 V d'amplitude et l'on compare les résultats des modèles EBB (LVT du Chapitre II et faiblement non-linéaire), la compression du signal peut être appréciée pour le cas du modèle faiblement non-linéaire.



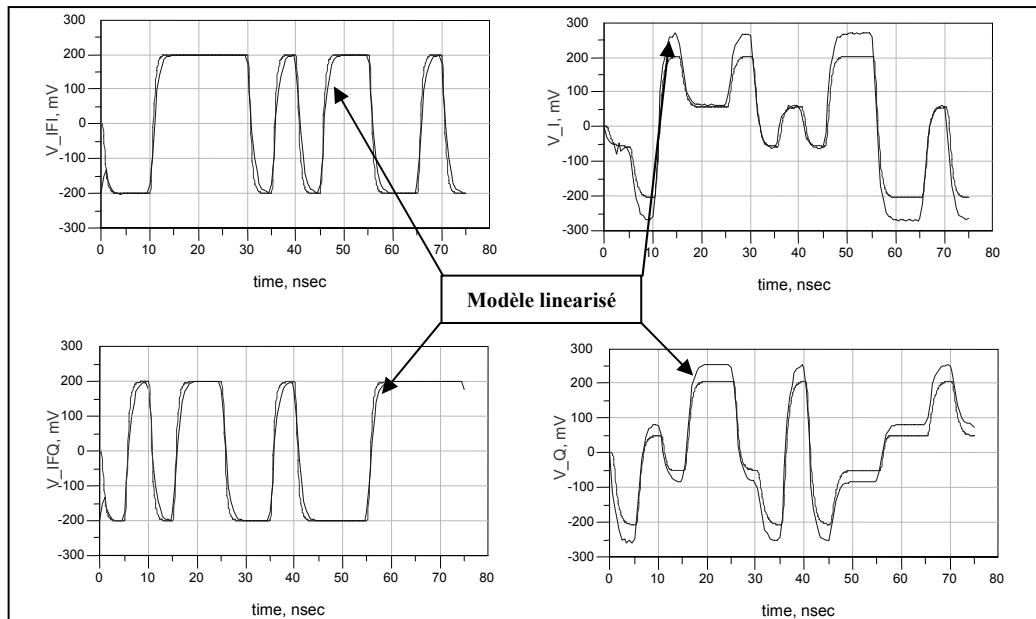


Figure 3.44 : Superposition des résultats de la simulation des EBB avec des signaux d'entrée d'amplitude égal à 0.2 V.

Les Figures 3.45 et 3.46 montrent les trajectoires des signaux dans le plan I-Q associés aux signaux de sortie avec une fréquence fondamentale égal à 0.1 et 0.3 GHz respectivement, et pour deux amplitudes d'entrée. Il faut souligner ici que, grâce à que le modèle est un EBB, il fournit directement les trajectoires de sortie, sans avoir besoin d'un processus de démodulation. Encore une fois, la mémoire du modèle permet déterminer la dégradation des signaux de sortie du modulateur en augmentant la fréquence fondamental du signal d'entrée. Il peut être observé les effets de mémoire par comparaison des Figures 3.45 et 3.46.

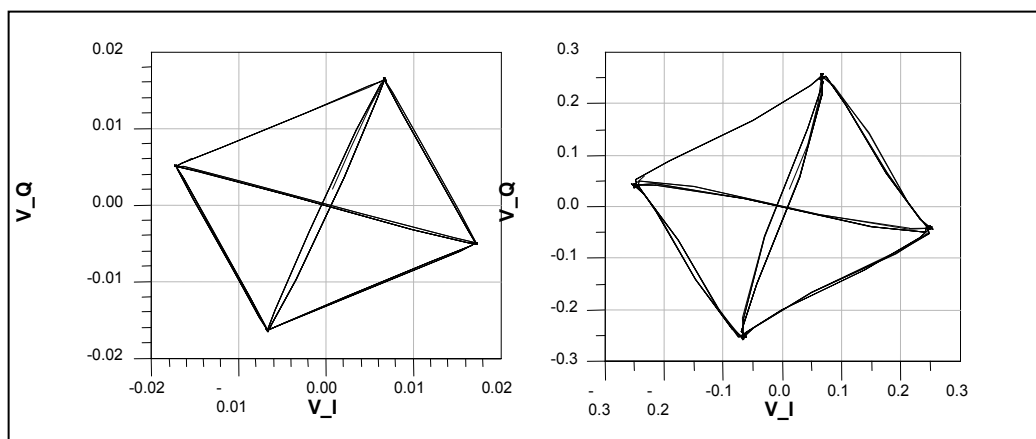


Figure 3.45 : Diagramme des trajectoires I-Q pour une fréquence fondamental égal à 0.1 GHz. Gauche : Amplitude d'entrée = 15 mV. Droite : Amplitude d'entrée = 250 mV.

Pour une fréquence égale à 0.3 GHz – la limite nominale de fréquence pour ce modulateur – (Figure 3.46), les erreurs d’amplitude et de phase sont plus importantes par rapport aux résultats de la Figure 3.45. D’autre part, il est possible de constater la distorsion du signal générée par les effets non-linéaires. Ainsi, la plus forte distorsion du signal peut être observé aussi bien dans la Figure 3.45 que dans la Figure 3.46.

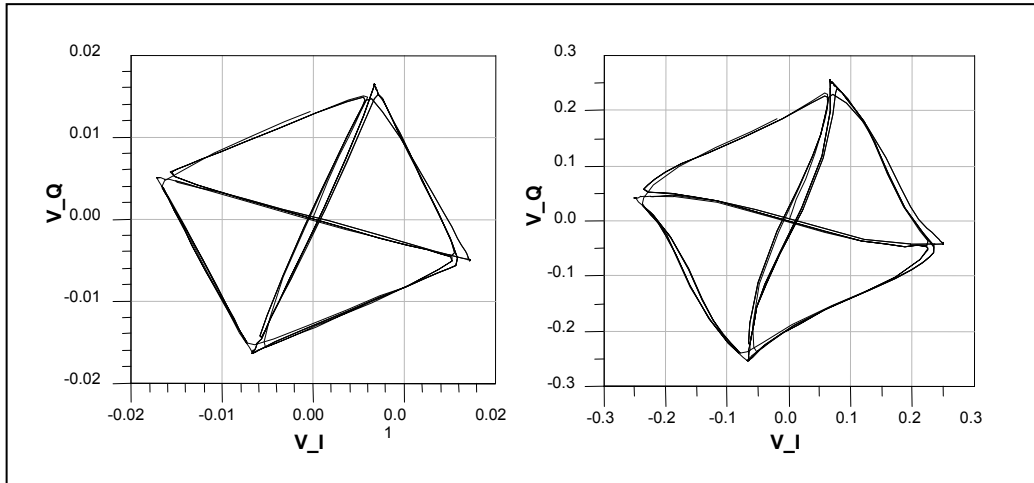


Figure 3.46 : Diagramme des trajectoires I-Q pour une fréquence fondamentale égal à 0.3 GHz. Gauche : Amplitude d’entrée = 15 mV. Droite : Amplitude d’entrée = 250 mV.

Encore un fois, le temps de calcul a été très faible. Il faut remarquer de même la versatilité du modèle par rapport au type de simulation.

## 3.VII. Conclusions et Perspectives

On a commencé le chapitre en expliquant une méthode de modélisation par réduction d'ordre de la partie linéaire des circuits. La méthode de réduction appliquée est basée sur l'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence. En utilisant cette technique on obtient des modèles réduits de la partie linéaire et ils sont valables pour leur simulation aussi bien dans le domaine de la fréquence que dans le domaine du temps. Les modèles des éléments distribués (lignes de transmission) définies dans le domaine fréquentiel ne donnent pas des résultats corrects dans la simulation temporelle à cause de la complexité de la réponse impulsionnelle d'un élément comportant un nombre infini de pôles. L'identification de systèmes fournit une représentation de ces éléments avec un nombre fini de pôles pour une bande de fréquences déterminée et c'est pour cela qu'il est possible de réaliser la simulation dans le domaine du temps.

Ensuite nous avons montré une méthode de modélisation pour obtenir des modèles équivalents en bande de base et faiblement non linéaires de circuits pompés comme les modulateurs et mélangeurs. On a réalisé la réduction des parties linéaires et non linéaires séparément. Le modèle obtenue est valable pour simulations dans le domaine du temps et de la fréquence avec un temps de calcul très faible. Il est capable de caractériser phénomènes dues à la mémoire du circuit (comportement dynamique) et à la non-linéarité (intermodulation, compression de gain, génération des harmoniques...).

En utilisant la méthode décrite pour des circuits pompés, on peut développer des modèles réduits pour circuits amplificateurs faible niveau, en faisant des modifications (les amplificateurs ne sont pas des circuits pompés, donc la méthode de modélisation est plus simple à mettre en oeuvre). Il faut remarquer que les modèles obtenus caractérisent d'une façon précise la caractéristique de transmission faiblement non linéaire du circuit mais aussi l'adaptation du circuit en entrée et en sortie.

La plus grande difficulté dans la mise en oeuvre des techniques de réduction présentées vient toujours des problèmes numériques liés aux différents processus de la modélisation (identification, réalisation des équivalents pas bas, développements en série de Taylor...) ce

qui fait que l'automatisation de la technique n'est pas encore au point, et constitue l'un des prochains activités à réaliser sur ces techniques de modélisation.

## Bibliographie

- [1] S. A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, IEEE Press, 1997.
- [2] M. Schetzen, *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, John Wiley & Sons, 1980.
- [3] H. Chehade, *Modélisation des Composants Microélectroniques non linéaires par séries de Volterra à Noyaux Dynamiques, pour la CAO des Circuits RF et Micro-Ondes*, THESE présentée à l'université de Limoges. N° d'ordre : 62-1998.
- [4] Collectif d'auteurs sous la direction de G. Baudoin, *Radiocommunications Numériques / I*, Dunod, Paris. 2002.
- [5] M. Golio et Al., *The RF and Microwave Handbook*, CRC Press LLC, 2001.
- [6] M. C. Jeruchim, P. Balaban, K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*. Kluwer Academic/Plenum Publishers. 2000.
- [7] R. Blum, M. C. Jeruchim, *Modeling Nonlinear Amplifiers for Communication Simulation*, Conference Record, IEEE International Conference on Communications, ICC '89 Boston (June 1989).
- [8] A. Saleh, *Frequency-independent and frequency-dependent non-linear models of TWT amplifiers*, IEEE Trans. Comm., Vol. 29, pp 1715-1720, Nov., 1981.
- [9] J. Roychowdhury, *Reduced-Order Modeling of Time-Varying Systems*, IEEE Transactions on Circuits and Systems-II : Analog and Digital Signal Processing, Vol. 46, NO. 10, October 1999. pp. 1273-1288.
- [10] J. R. Phillips, *Projection-Based Approaches for Model Reduction of Weakly Nonlinear, Time-Varying Systems*, IEEE Trans. On Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, Vol. 22, NO 2, February 2003. pp. 171-187.

- [11] I. Vassiliou, A. Sangiovanni-Vincentelli, *A Frequency-Domain Volterra Series-Based Behavioral Simulation Tool for RF Systems*, IEEE Custom Integrated Circuits Conference, 1999. pp. 21-24.
- [12] F.J. Casas, J. Portilla, R. Quéré, S. Mons, J. Jugo, A. Mallet, J.F. Villemazet, *LTV Circuit Modelling Techniques for System Simulation. Application to a MMIC K-Band I-Q Signal-Modulator*, European Microwave Conference, Milan 2002. pp. 195-198.
- [13] F.J. Casas, J. Portilla, R. Quéré, J. Jugo, A. Mallet, J.F. Villemazet, *Reducción de Modelos de Circuitos Microondas Mediante Técnicas de Identificación de Sistemas Lineales en el Dominio de la Frecuencia*, Symposium du chapitre espagnol de l'Union Scientifique Internationale de Radio –URSI 2003-, Coruña (Espagne), 2003.
- [14] F. J. Casas, J. Portilla, R. Quéré, A. Mallet, J.F. Villemazet, *Reduced-Order Modeling Technique for Weakly Non-Linear Time-Varying Circuits with Memory*, European Microwave Conference, Munich, 2003. pp. 1023-1026.

Chapitre 4

MODÉLISATION ET SIMULATION DE  
TÊTES D'ÉMISSION ET RÉCEPTION DES  
SIGNAUX





## 4.I. Introduction [1]

Dans ce dernier chapitre, nous appliquerons les techniques détaillées précédemment à la modélisation et simulation des chaînes d'émission et réception des signaux. Plus précisément, dans cette section nous allons expliquer certaines généralités sur les émetteurs et récepteurs et leurs différentes architectures, pour passer, dans la section suivante, à l'application pratique des méthodes expliquées dans les chapitres précédents.

### 4.I.1. Récepteurs

La fonction d'un récepteur est de recevoir à l'antenne un signal modulé radiofréquence et de le transposer en fréquence, en le filtrant, pour le présenter au démodulateur (voir Figure 4.1).

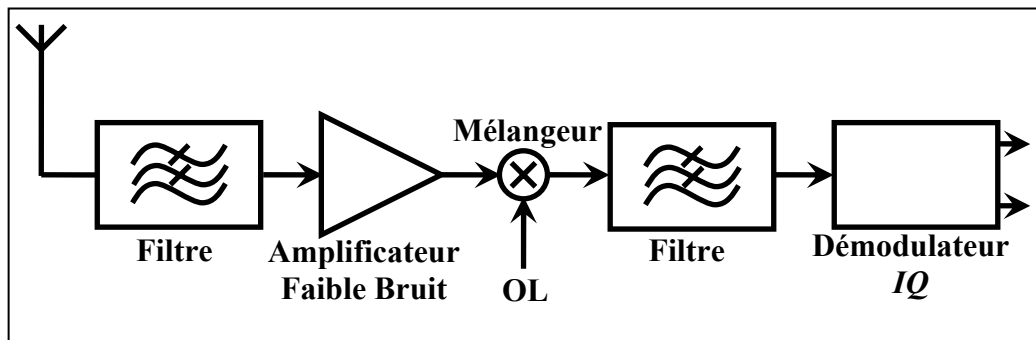


Figure 4.1 : Structure fonctionnelle d'un récepteur.

Suivant le système étudié et les performances demandées, la démodulation peut être réalisée de manière analogique ou numérique, nécessitant alors la génération des voies en phase ( $I$ ) et en quadrature ( $Q$ ). Par exemple, les systèmes GSM et DECT utilisent le même type de modulation (GMSK) [1] [2] mais, dans le cas du GSM, la démodulation est numérique, tandis que pour le DECT elle est analogique.

Les performances du récepteur numérique sont évaluées en terme de taux d'erreurs suivant plusieurs configurations de fonctionnement. Le récepteur capte non seulement le signal utile, mais également des signaux interférents produits par le système de

radiocommunication pour lequel il a été conçu ou par les autres systèmes existants (Figure 4.2).

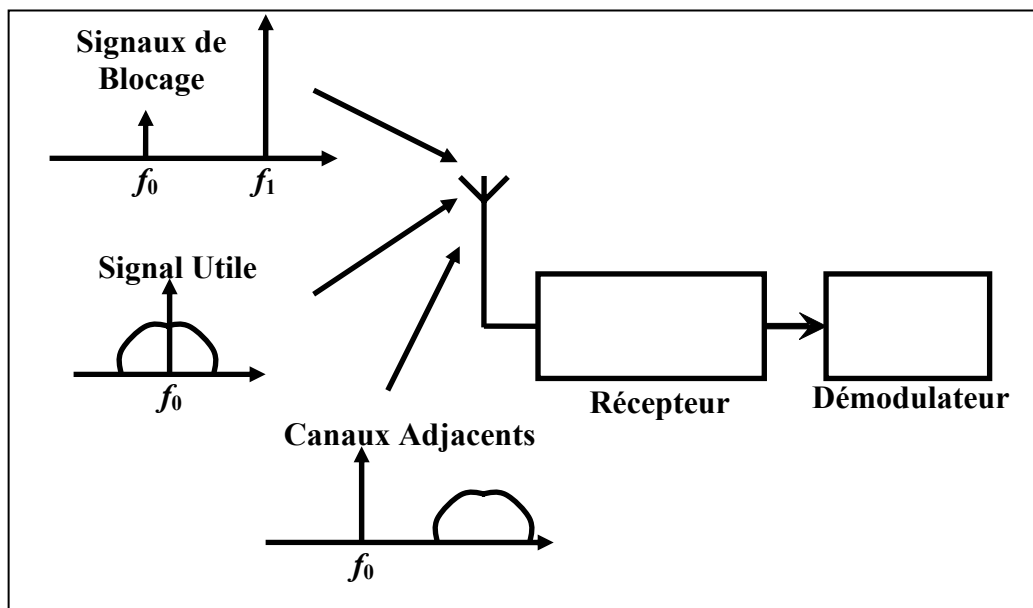


Figure 4.2: Environnement de fonctionnement d'un récepteur.

Nous pouvons trouver plusieurs types de signaux :

- Les signaux de forte puissance ou signaux de blocage. Dans les systèmes de radiocommunication, ils sont généralement sinusoïdaux, et sont présents soit dans la bande de réception du système étudié, soit en dehors.
- Les canaux adjacents. Ce sont des signaux modulés appartenant au système étudié, mais correspondant aux autres canaux fréquentiels utilisés.
- Le co-canal. Il s'agit d'un signal modulé, provenant du système étudié, mais venant se superposer au signal utile.

Le récepteur devra donc filtrer suffisamment ces signaux pour que le démodulateur puisse aboutir les performances demandées. Quelle que soit l'architecture du récepteur, le premier filtre, filtre d'antenne, est appelé filtre de présélection ; son rôle est de limiter la bande passante, à l'entrée du récepteur, à la largeur de bande réception du système (par exemple, en GSM, 925-960 MHz). Le gabarit de ce filtre sera déterminé par le niveau de filtrage des signaux interférents hors bande.

Les autres filtres seront dimensionnés en fonction du filtrage de canal nécessaire et du niveau des signaux interférents dans la bande de fréquence réception.

Lorsque le récepteur fonctionne, il émet « involontairement » des signaux parasites, qui se retrouvent à l'antenne :

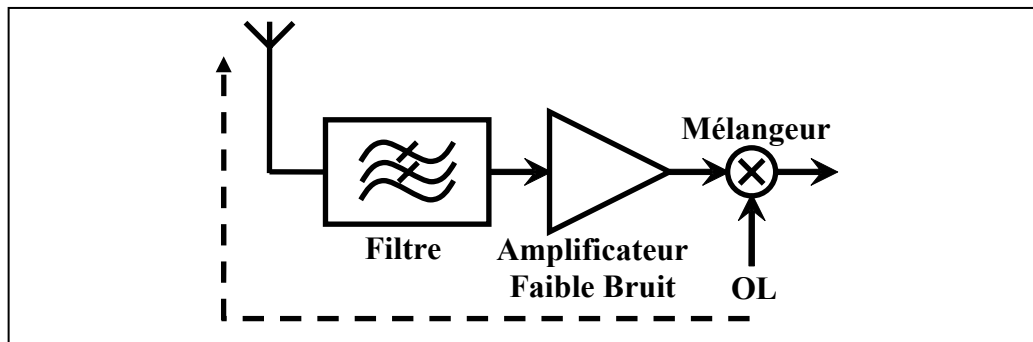


Figure 4.3 : Émissions parasites du récepteur.

Dans toutes les normes de systèmes de radiocommunications, ces émissions parasites sont contrôlées, afin que ces dernières ne viennent pas perturber les autres systèmes. La source principale des émissions parasites est le signal provenant de l'oscillateur local, qui, par isolation inverse, se retrouve à l'antenne. Les autres signaux parasites que l'on retrouve sont les fréquences multiples des horloges utilisées, qui typiquement peuvent créer des phénomènes de canaux bouches (fréquence multiple d'une horloge qui se retrouve à la même fréquence que le signal utile, et de ce fait dégrade la sensibilité du récepteur).

#### 4.I.1.1. Récepteur Hétérodyne

Le principe du récepteur hétérodyne consiste à transposer le signal reçu à l'antenne à une fréquence intermédiaire, fréquence  $FI$ , pour être filtré. Il est ensuite transposé en fréquence de base (fréquence  $BF$ ) pour être envoyé au démodulateur (Figure 4.4). Dans le cas de récepteur numérique, le deuxième mélangeur génère les voies  $I$  et  $Q$ . Les deux transpositions de fréquence sont réalisées avec deux synthétiseurs de fréquence. Le premier permet de choisir le canal de réception, tandis que le second présente une fréquence fixe.

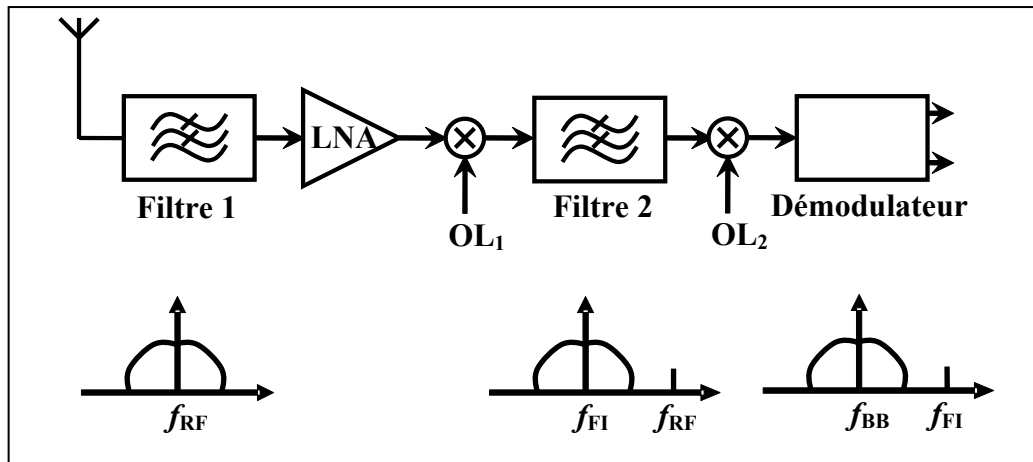


Figure 4.4 : Récepteur hétérodyne (LNA : Low Noise Amplifier).

Cette architecture est très utilisée parce qu'elle présente des avantages techniques. Le filtrage progressif des signaux interférents de forts niveaux permet de mieux gérer les contraintes de linéarité du récepteur. Par contre, cette architecture pose le problème de la réjection d'image. La fréquence image est une fréquence présente à l'entrée du mélangeur telle que son mélange avec la fréquence d'OL donne également la fréquence intermédiaire.

Il est nécessaire de filtrer cette fréquence avant le mélangeur, filtrage qui vient s'ajouter au filtre d'antenne. Afin de ne pas trop dégrader les performances en bruit du récepteur, les filtres de présélection et d'image peuvent être répartis avant et après l'amplificateur faible bruit.

Ces filtres ne peuvent pas être intégrés et, de ce fait, augmentent le prix du produit ainsi que la surface occupée. Ils n'ont pas forcément non plus la même impédance d'entrée que l'impédance de sortie de l'amplificateur. Il faut donc rajouter des éléments passifs pour faire les adaptations.

Il est alors intéressant de chercher des structures de mélangeurs permettant la réjection d'image sans nécessiter l'utilisation de filtres externes.

#### 4.I.1.2. Récepteur Homodyne

Le récepteur homodyne ou récepteur à fréquence intermédiaire nulle, consiste à transposer le signal radiofréquence directement en bande de base sans passer par une fréquence intermédiaire (Figure 4.5).

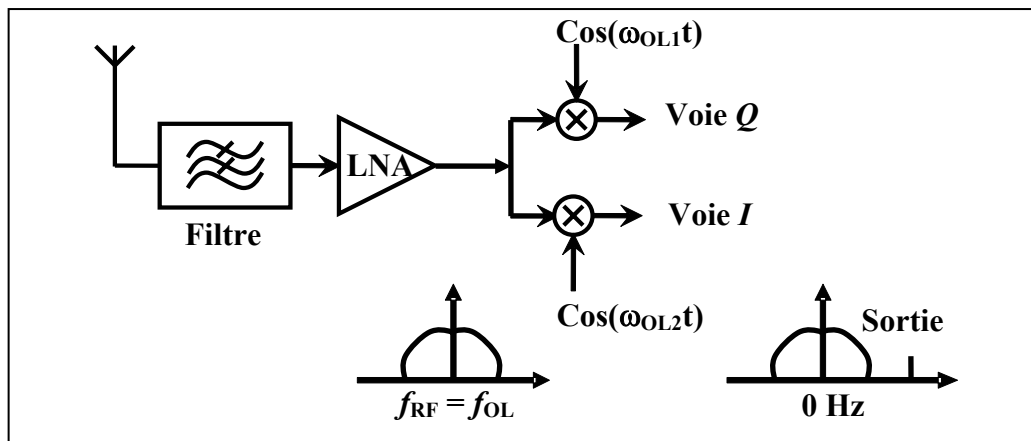


Figure 4.5 : Structure de récepteur en conversion directe.

Le problème de la réjection d'image ne se pose plus, puisque qu'il n'existe pas d'autres fréquences telle que  $f_{RF} - f_{OL} = 0$ . Cette architecture est extrêmement attractive, puisqu'elle permet d'éliminer les filtres à réjection d'image. D'autre part, par rapport aux structures hétérodynes, cette dernière ne nécessite qu'un seul oscillateur pour la transposition de fréquence.

Le principal inconvénient de cette architecture réside dans sa sensibilité vis-à-vis de la présence d'une tension continue générée au niveau du mélangeur. Pour les architectures à transposition directe, cette tension va être amplifié par les étages bande de base. L'amplification de ce signal continu va alors provoquer une saturation des étages d'amplification et des convertisseurs analogique/numérique.

La solution la plus simple est de placer une capacité de couplage ou un filtre passe-bas très raide. Cette solution pose en fait de réels problèmes techniques dans le cas où la modulation utilise un spectre qui contient de l'énergie au point DC. Un filtrage viendra détériorer l'information si celui-ci n'est pas suffisamment raide [3].

Une autre solution consiste à compenser la tension continue avant chaque réception (« offset statique »), en venant ajouter une tension de signal apposée pour l'annuler. Cette solution ne permet toutefois pas d'éviter les remontées de la tension continue si un signal de forte puissance arrive à l'antenne au milieu d'une réception (« offset dynamique »). Il faut alors mettre en œuvre des algorithmes bande de base permettant de l'évaluer et de le compenser [4].

Finalement, il est aussi possible de réaliser une transposition de fréquence, mais non pas vers une fréquence nulle, mais quasi nulle. Celle-ci doit être relativement basse, afin de ne pas trop impacter les performances du convertisseur analogique/numérique. Quelle que soit la modulation, il est alors possible de filtrer le signal par un filtre passe-haut sans détériorer son spectre. D'autre part, le choix de fréquence doit être réalisé de telle sorte que les canaux adjacents ne deviennent pas la fréquence image du signal.

#### 4.I.2. Émetteurs

Le rôle de l'émetteur est de transposer en fréquence le signal modulé et de l'amplifier, avant de le transmettre à l'antenne, sans trop le détériorer (Figure 4.6).

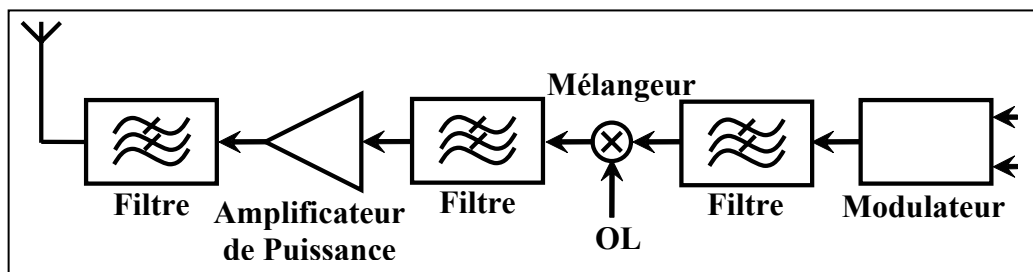


Figure 4.6 : Structure fonctionnelle des émetteurs.

La qualité du signal émis est vérifiée sur plusieurs points :

- Le premier point concerne la qualité de la modulation. Celle-ci est estimée en phase et/ou en amplitude. Les estimateurs diffèrent selon les normes. En GSM seule l'erreur de phase est contrôlée, alors que sur le système Edge/GSM, le contrôle est effectué sur les deux paramètres, via la mesure de l'EVM.
- Le second paramètre contrôlé sur un émetteur concerne le spectre du signal émis. (spectre de la modulation). Celui-ci est soit défini par un gabarit, soit contrôlé par des valeurs d'ACPR (Adjacent Channel Power Ratio) ou ACLR (Adjacent Channel Leakage Power Ratio).
- Comme pour le récepteur, il faut également veiller aux émissions parasites. Celles-ci sont généralement spécifiées de 9 KHz à 12,75 GHz. Généralement ces émissions parasites sont fortement réduites dans les bandes de fréquences réception des systèmes.

- Enfin, pour les systèmes utilisant un accès à répartition dans le temps, le gabarit de la montée et descente en puissance du paquet émis, et les fréquences transitoires liées à la commutation sont également précisés.

Le rendement de l'émetteur est également un point fondamental dans le choix de l'architecture. Si la modulation utilisée présente des variations de son enveloppe, il peut être indispensable d'utiliser au niveau de l'étage d'amplification soit un système de linéarisation, soit un amplificateur très linéaire. Pour les systèmes utilisant des modulations à enveloppe constante, il sera préférable d'utiliser si possible des amplificateurs ayant le meilleur rendement possible.

#### 4.I.2.1. Émetteurs Avec ou Sans Fréquence Intermédiaire

Les architectures classiques d'émetteur sont semblables aux structures des récepteurs hétérodynes et homodynes [5]. Si nous comparons les deux architectures, il apparaît clairement que la solution sans fréquence intermédiaire, dite *FIO*, nécessite moins de composants. Cette solution est avantageuse pour des applications grand public, puisqu'elle permet d'économiser un mélangeur, une synthèse de fréquence, ce qui implique également une consommation réduite. Par contre, cette solution « cache » des problèmes liés au couplage entre l'amplificateur de puissance et l'oscillateur local, ainsi que des problèmes de bruits parasites émis.

D'autre part, dans toutes les architectures, l'amplificateur de puissance vient perturber, par couplage, la fréquence en sortie de l'oscillateur local. Le principe de ce phénomène réside dans le fait que lorsqu'un VCO, fonctionnant à la pulsation  $\omega_0$ , est perturbé par un signal à la pulsation  $\omega_i$ , celui-ci tend à faire varier sa fréquence vers  $\omega_i$ . Ce problème est spécialement important dans le cas des architectures *FIO*, parce que dans le cas des architectures avec fréquence intermédiaire, *FI*, l'oscillateur et l'amplificateur de puissance fonctionnent dans deux gammes de fréquence différentes.

Sur les modulateurs *IQ* (que ce soit *FI* ou *FIO*), les problèmes de réjection d'image et d'OL ne sont pas évités, et sont même très contraignants. Dans le cas d'une structure avec fréquence intermédiaire, ces raies sont contenues dans le spectre de la modulation. En sortie du modulateur, le spectre obtenu est constitué de la raie RF, de l'image et de la raie de

l'oscillateur local. Ces raies provoquent une remontée de l'erreur de phase du signal émis ou de l'EVM, ce qui est important pour les systèmes utilisant des modulations de phase ou des modulations QAM.

#### 4.I.2.1.1. Effet des Non-Linéarités de l'Amplificateur de Puissance sur la distorsion du signal

L'amplificateur de puissance est la partie d'un émetteur la plus difficile à concevoir. Dans le cas de modulation de phase, telle que le GSM, la conversion AM/AM de l'amplificateur n'a pas d'influence sur l'information de phase. Par contre, la conversion AM/PM est importante (variation de la phase en fonction du niveau de la puissance d'entrée).

Pour les modulations à enveloppe non constante l'amplificateur va provoquer une remontée des lobes du spectre. Pour les systèmes nécessitant une grande linéarité, il est nécessaire d'adopter des systèmes de linéarisation ou d'utiliser l'amplificateur avec un grand recul (*back-off*).

Au niveau de systèmes à enveloppe constante, il y a une symétrisation du spectre de raies (image, oscillateur local) en sortie de l'amplificateur de puissance. Cette symétrisation se retrouve également sur le niveau de bruit.

Dans tous les systèmes de communication, il existe des spécifications sévères au niveau des émissions parasites. La solution, afin de ne pas perdre en rendement, serait de filtrer le signal avant l'amplificateur (passe-bas). Cependant, ce filtrage n'est pas efficace puisque l'amplificateur par sa compression, replie le signal de la bande émission dans la bande réception. La seule solution est donc de filtrer le signal en sortie de l'amplificateur de puissance, ce qui implique une diminution du rendement puisque l'amplificateur doit émettre à un niveau plus fort pour compenser les pertes du filtre d'antenne. D'autre part ce filtrage sélectif est très difficile à réaliser.

En terme de bruit parasite émis, la solution avec fréquence intermédiaire est certainement meilleure. Le bruit en sortie d'un mélangeur simple est inférieur à celui d'un modulateur *IQ*. Le bruit présenté à l'entrée de l'amplificateur de puissance est alors plus bas (si l'on prend la précaution de filtrer le signal à la fréquence *FI* avant le second mélangeur), ce qui va permettre en sortie de ce dernier de relâcher les contraintes du filtre d'antenne.



Afin de résoudre ce problème, les architectures actuelles que l'on trouve sur les émetteurs utilisant une modulation à enveloppe constante sont basées sur l'utilisation des boucles de synthèse de fréquence modulées.

## 4.II. Application Des Techniques Proposées à la Modélisation d'une Tête de Réception de Signaux

Ce paragraphe traite l'application des techniques de modélisation proposées dans les chapitres précédentes à l'analyse du comportement d'une tête de réception de signaux. Nous avons simplifié la structure du récepteur au maximum pour cet exemple. En fait, la chaîne d'exemple est composée par un amplificateur faible bruit à l'entrée suivi d'un mélangeur. Le filtre passe-bas de sortie va être intégré dans le mélangeur (Figure 4.7).

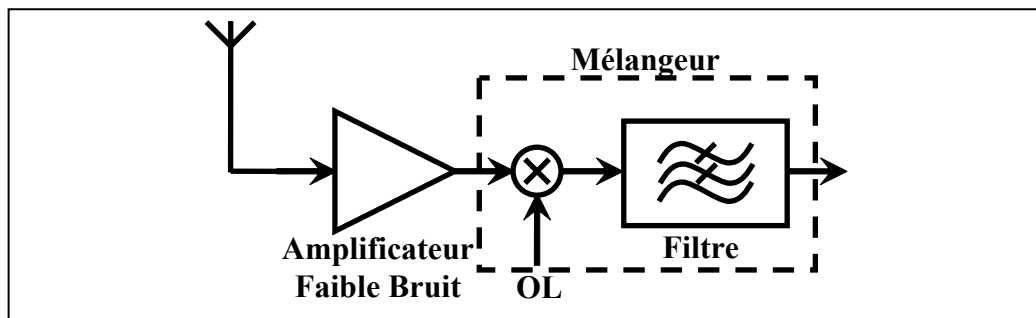


Figure 4.7 : Schème du récepteur d'exemple.

La bande de fréquence d'entrée à l'amplificateur (LNA) est centrée en  $f_{RF} = 1.09$  GHz avec une largeur de bande de 142 MHz. L'oscillateur local à une fréquence  $f_{OL} = 1.161$  GHz, une puissance  $P_{OL} = 7$  dBm et la bande de sortie du mélangeur est alors centré en 71 MHz.

Typiquement le comportement des chaînes de réception de signaux est quasiment linéaire. C'est pour cela que nous avons modélisé le LNA à niveau linéaire, en suivant la méthode expliquée dans le Chapitre 2 (modèle linearisé autour du point de polarisation), et le mélangeur à niveau faiblement non linéaire, en suivant la méthode expliquée dans le Chapitre 3.

### 4.II.1. Amplificateur Faible Bruit (LNA)

Nous sommes parti du modèle électrique équivalent de l'amplificateur implémenté sur ADS et montré dans la Figure 4.8. Le transistor est polarisé dans le point  $V_{CE} = 2 \text{ V}$ ,  $I_C = 10 \text{ mA}$ .

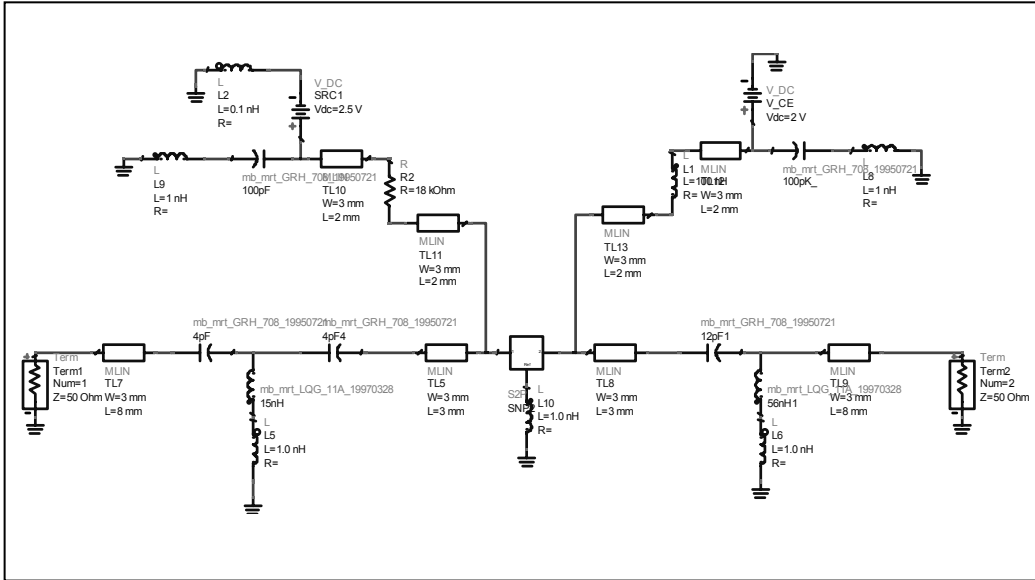


Figure 4.8 : Schème de l'amplificateur faible bruit implémenté sur ADS.

La Figure 4.9 montre les paramètres  $[S]$  et le facteur de bruit pour notre bande d'intérêt.

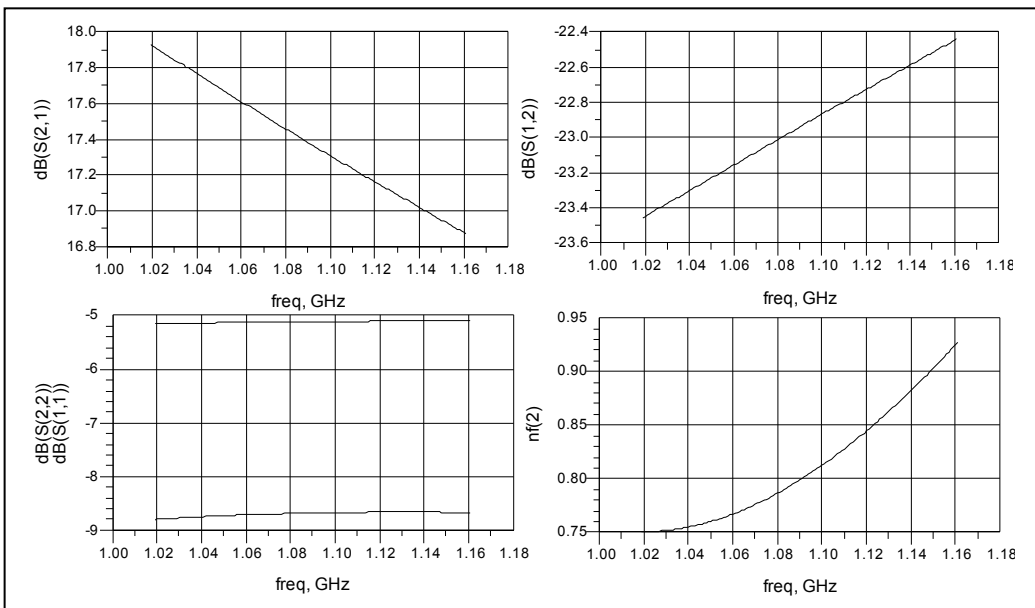


Figure 4.9 : Paramètres  $[S]$  (en dB) et facteur de Bruit de l'amplificateur.

L'étape suivante a consisté à obtenir le modèle réduit équivalent en bande de base pour cet amplificateur en utilisant la méthode présentée dans le Chapitre 2. La fréquence de translation de l'équivalent en bande de base a été  $f_0 = 1.019$  GHz et le modèle résultant a 17 pôles. Afin de valider ce modèle, la Figure 4.10 montre la superposition des paramètres admittance du circuit original et du modèle réduit, sous la forme de diagramme polaire.

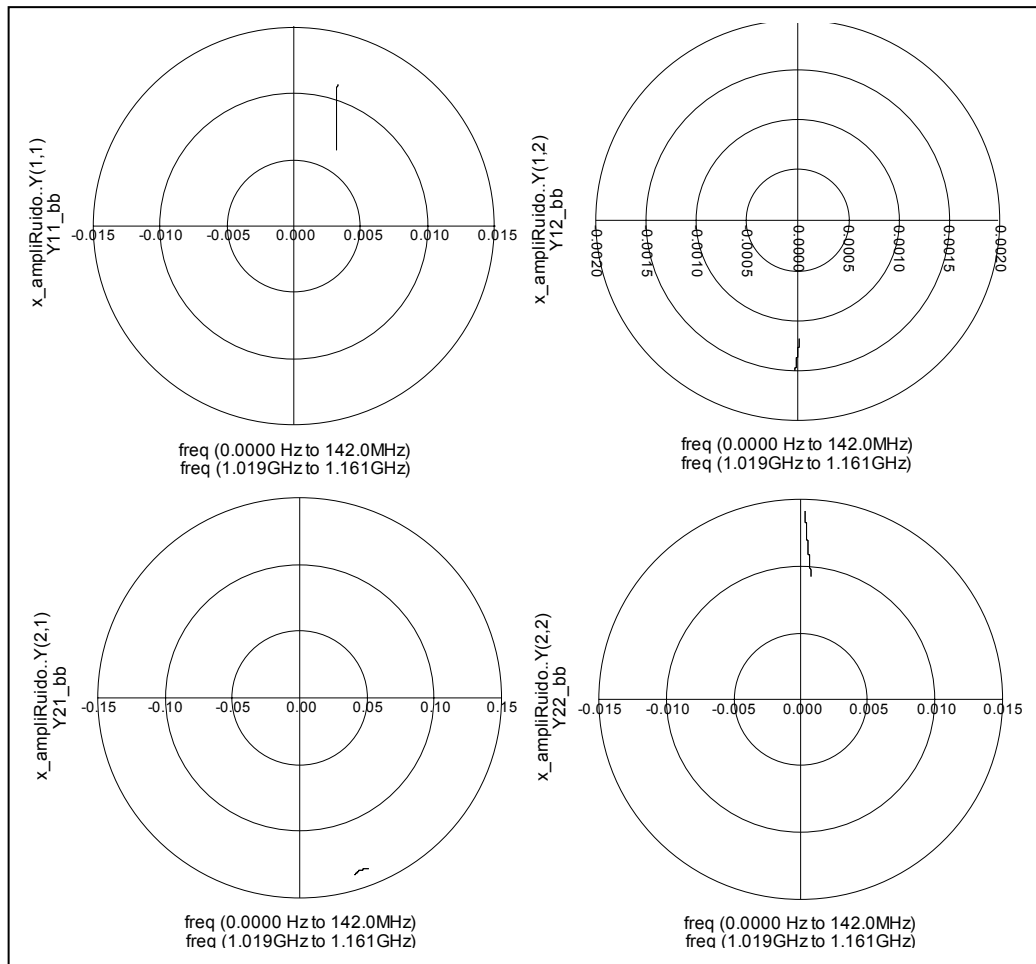


Figure 4.10 : Superposition des paramètres admittance du circuit original (pour la bande de 1.019 GHz – 1.161 GHz) et du modèle réduit en bande de base (pour la bande DC – 142 MHz).

Comme l'on peut observer dans la Figure l'erreur du modèle obtenue est pratiquement inappréciable.

Après nous avons testé le fonctionnement du modèle réduit par rapport à la simulation dans le domaine temporel. La Figure suivante montre les signaux d'entrée et de sortie, en

phase et en quadrature. Le signal d'entrée est un signal numérique filtré, afin de limiter la largeur de bande du signal à la bande d'entrée d'intérêt.

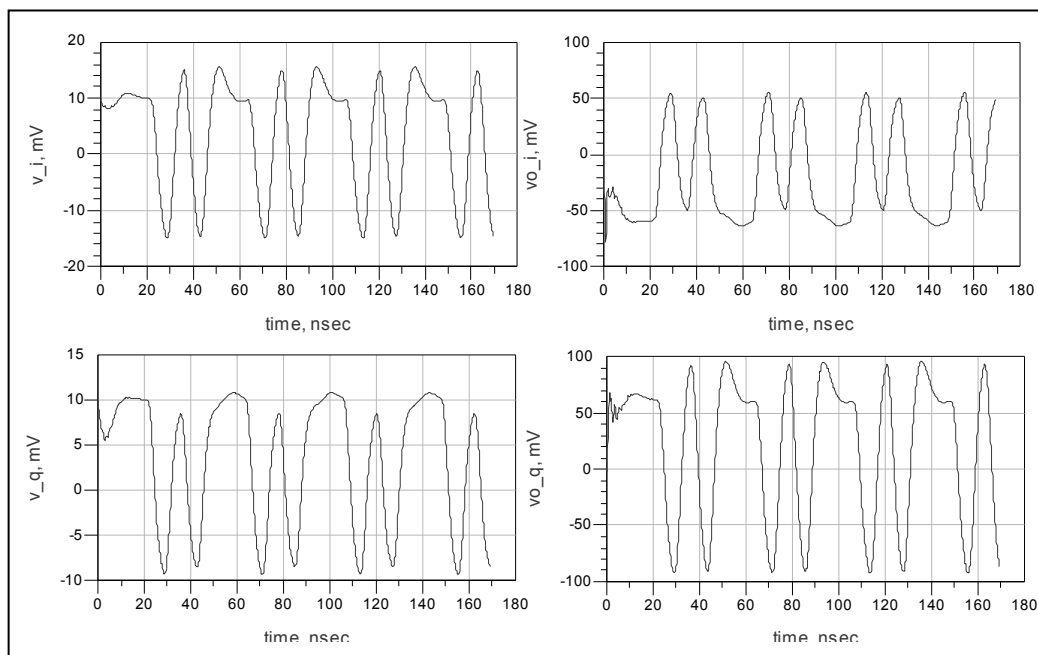


Figure 4.11 : Signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) du modèle réduit en bande de base, dans le domaine du temps.

Les signaux numériques d'entrée avant filtrage ont une amplitude de 10 mV et la simulation correspondant à cette dernière Figure a nécessité 16.28 secondes sur PC.

## 4.II.2 Mélangeur

Le mélangeur a été conçu en technologie hybride, à partir d'une configuration équilibrée en utilisant diodes Schottky [6]. La Figure 4.12 montre le schème du mélangeur. Les diodes ne sont pas polarisées pour simplifier le design au maximum. Le hybride d'entrée a été modélisé à partir de la mesure de ses paramètres [S] dans la bande DC - 9 GHz.

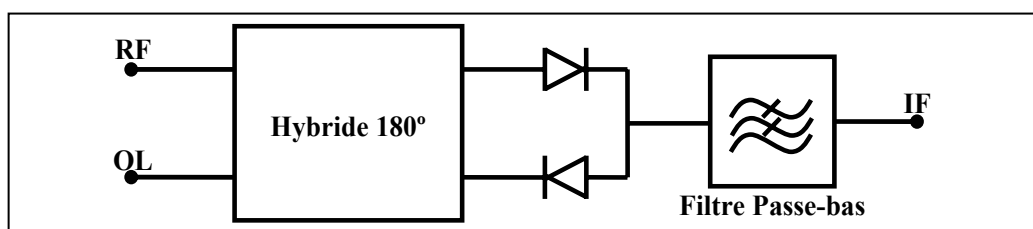


Figure 4.12 : Schème du mélangeur à diodes.

Une fois implémenté le circuit, nous avons mesuré la gain de conversion en simulant avec un ton à l'entrée, pour comparer avec les résultats obtenus par simulation en Équilibrage Harmonique (EH) du modèle électrique équivalent (Figure 4.13).

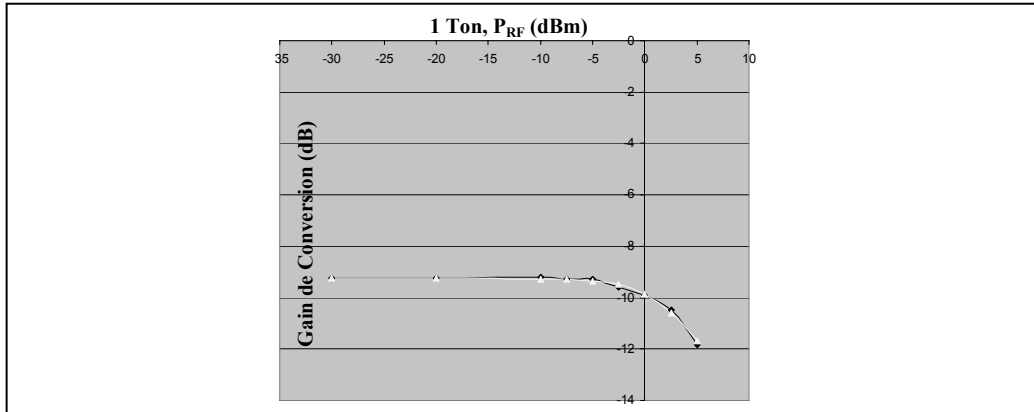


Figure 4.13 : Comparaison des Gains de Conversion obtenues par simulation du modèle électrique équivalent (ligne claire) et par mesure (ligne noire), avec un ton à l'entrée de fréquence 1,09 GHz.

On observe un bon accord entre les résultats, de la même manière que si on utilise deux tons à l'entrée afin de mesurer les effets d'intermodulation (Figure 4.14).

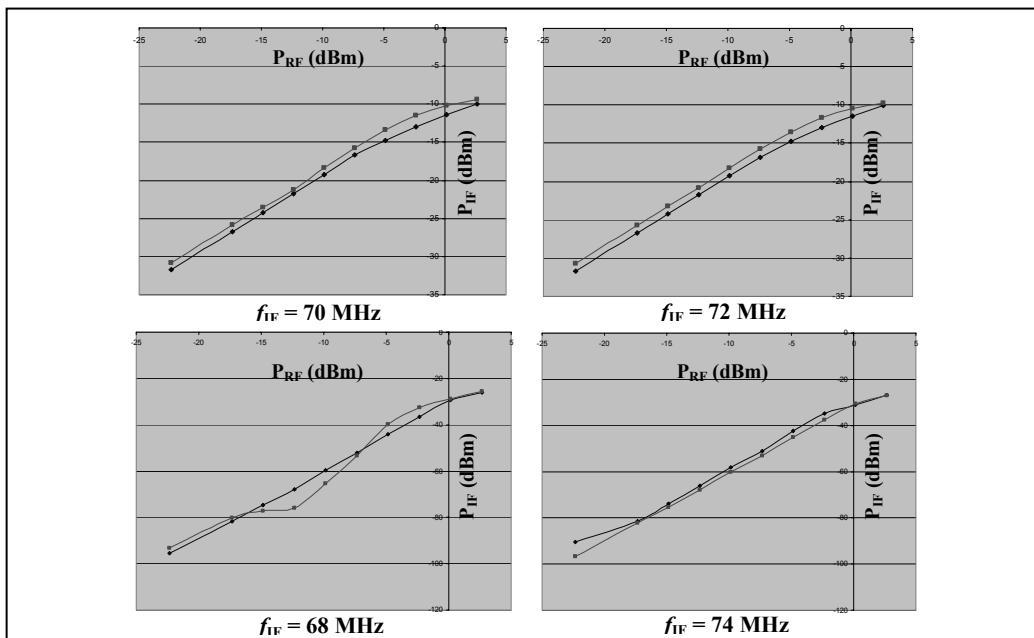


Figure 4.14 : Comparaison de puissances mesurés (ligne claire) et obtenus par simulation (ligne noire) en sortie, avec deux tons à l'entrée de fréquences 1,089 GHz et 1,091 GHz ( $f_{OL} = 1.161$  GHz).

Une fois validé le modèle électrique équivalent, nous avons obtenu, à partir de ce dernier, un modèle réduit faiblement non linéaire et équivalent en bande de base, en suivant la méthode détaillée dans le Chapitre 3. Le modèle réduit caractérise le comportement du mélangeur dans la bande de sortie et pour l'état non linéaire nominal déterminé par le signal de pompe. L'étape suivante consiste alors à valider le modèle réduit par simulations en EH.

Afin de valider le modèle obtenu, la Figure 4.15 montre la superposition des courbes  $P_{IN}$ - $P_{OUT}$  correspondants aux modèles électrique équivalent et réduit pour une fréquence d'entrée de 1,09 GHz (71 MHz pour le ton d'entrée du modèle équivalent en bande de base).

Dans la Figure 4.15 on observe un accord quasi parfait en amplitude des signaux puisque, en fait, le comportement au niveau du premier harmonique est linéaire pour la gamme de puissances d'entrée utilisé (-30 – 0 dBm), mais les effets de la non linéarité se manifestent dans la Figure 4.16 par l'apparition des harmoniques.

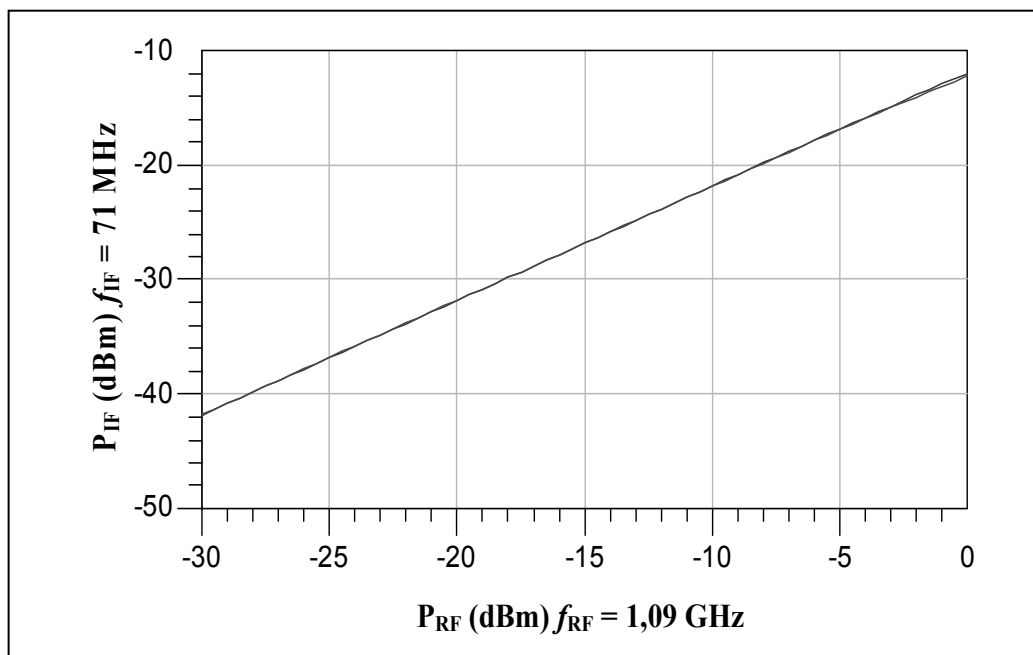


Figure 4.15 : Superposition des courbes  $P_{in} - P_{out}$  des modèles original et réduit.

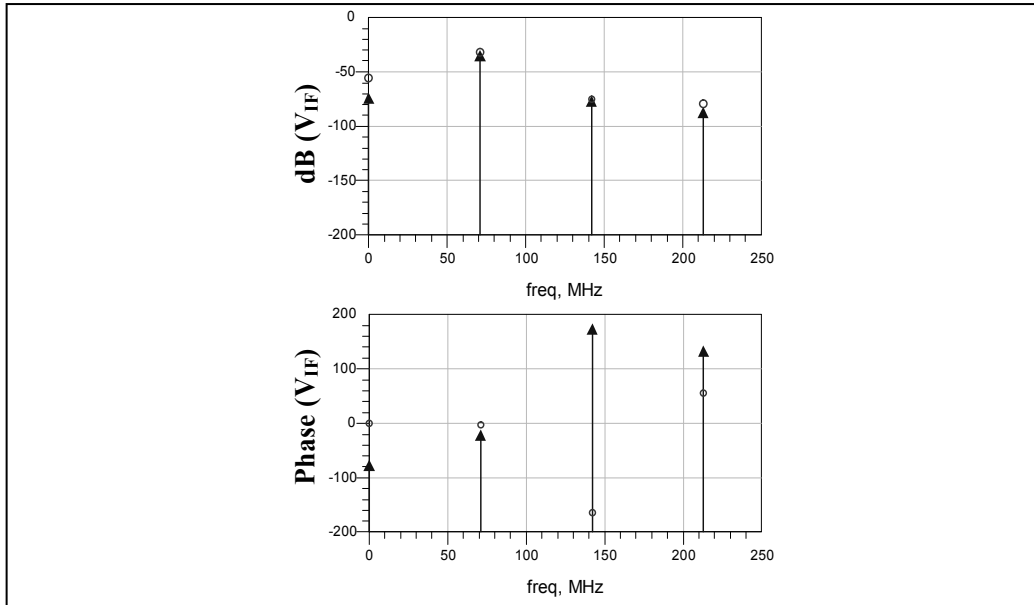


Figure 4.16 : Superposition des signaux de sortie du modèle original (cercles) et du modèle réduit (flèches), pour un ton d'entrée de  $-10$  dBm à  $1,09$  GHz.

Le modèle réduit ne caractérise pas trop bien la phase du troisième harmonique, mais il faut tenir compte de que ce troisième harmonique est à la limite de la bande du modèle, et que son amplitude est bien en dessous du fondamentale. D'autre part le modèle réduit caractérise assez bien, les effets d'intermodulation, tel comme nous pouvons le voir dans la Figure 4.17.

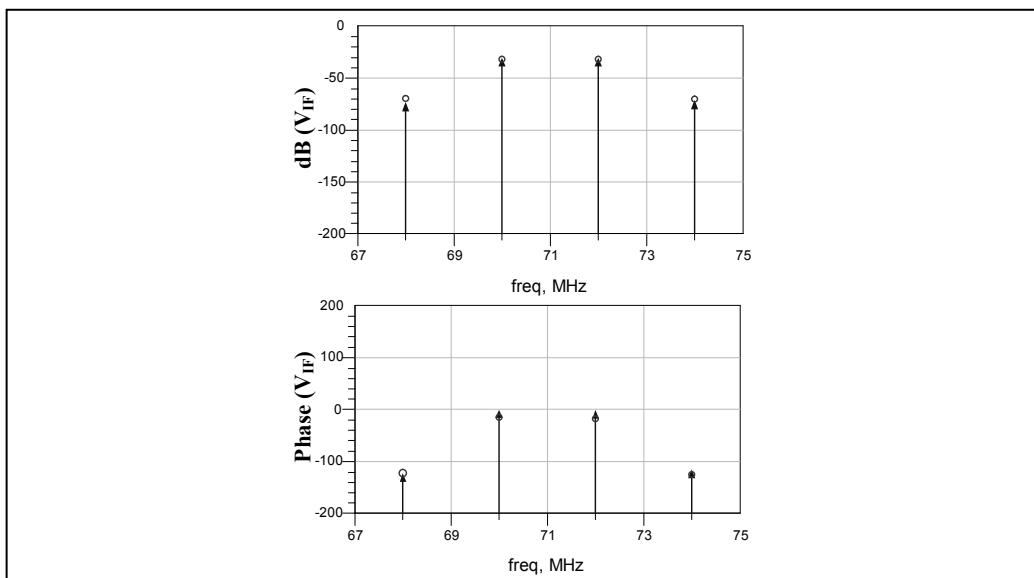


Figure 4.17 : Superposition des signaux de sortie du modèle original (flèches) et du modèle réduit (cercles), pour deux tons d'entrée de  $-10$  dBm à  $1,089$  GHz et  $1,091$ .



Finalement, nous avons testé le comportement du modèle réduit en simulant dans le domaine du temps avec les deux fréquences d'entrée de la Figure 4.17 et les résultats sont équivalents à ceux obtenus en équilibrage harmonique, comme indiqué à la Figure 4.18.

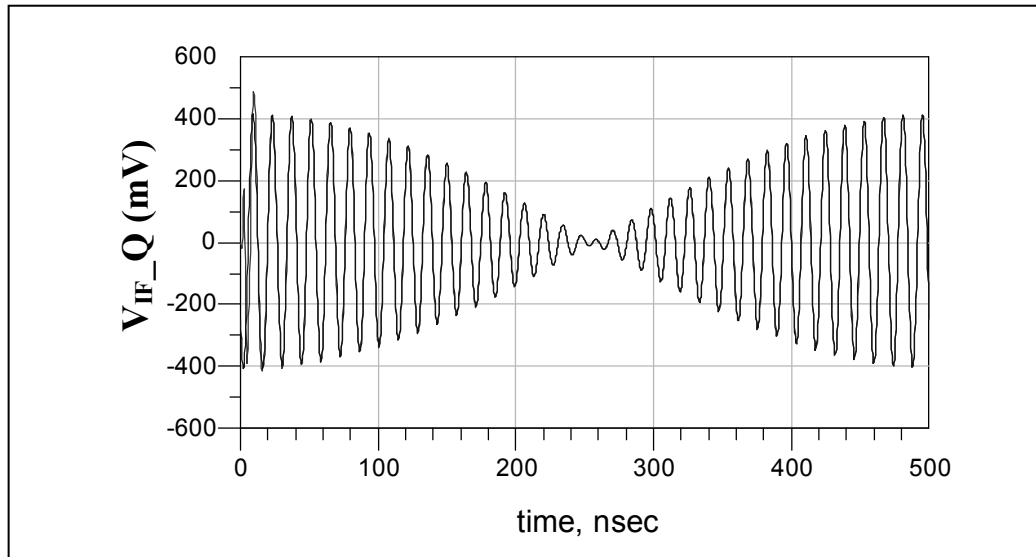


Figure 4.18 : Superposition du signal de sortie  $V_{IF\_Q}$  du modèle réduit, obtenu en simulation temporelle et EH, pour deux tons d'entrée de  $-10$  dBm à  $70$  MHz et  $72$  MHz.

### 4.II.3. Chaîne de réception des Signaux

En reliant les modèles réduits obtenus, il est possible de simuler la chaîne complète (simplifiée) de réception des signaux. Il faut tenir compte que le modèle de la chaîne est un modèle équivalent en bande de base et c'est pour cela que la bande de fréquence des signaux d'entrée et sortie est la même.

Nous avons simulé la chaîne complète dans le domaine du temps, en utilisant les signaux d'entrée montrés dans la Figure 4.11. Dans ce cas, la simulation a consommé 30 secondes de temps de simulation sur PC. La Figure 4.19 montre les signaux d'entrée et sortie de la chaîne.

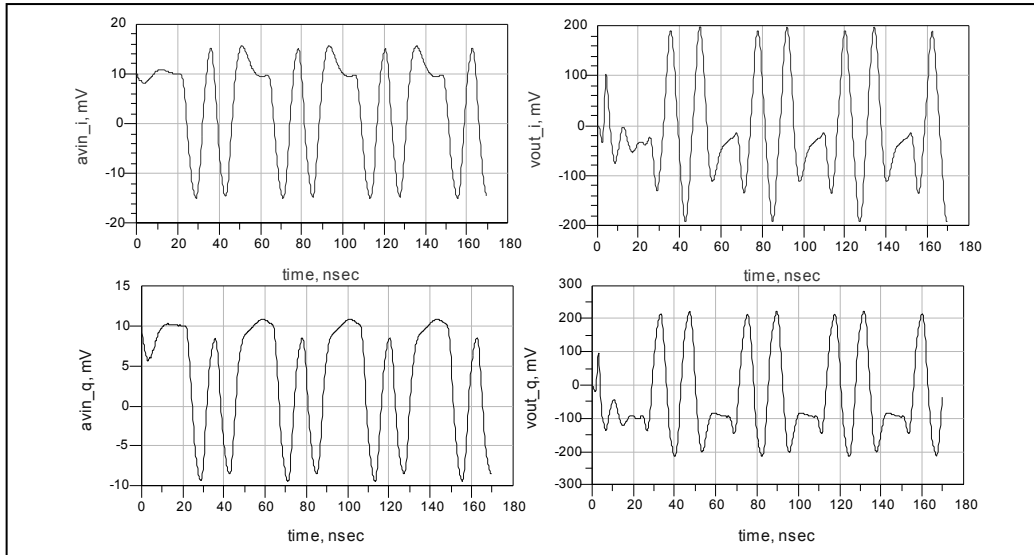


Figure 4.19 : Signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) de la chaîne de réception de signaux, obtenus par simulation dans le domaine du temps.

Il faut remarquer ici, que l'un des avantages des modèles réduits, est qu'ils prennent compte les effets de désadaptation entre les différents circuits de la chaîne. Afin de le démontrer, nous présentons dans la Figure 4.20, la superposition des signaux d'entrée et sortie de l'amplificateur faible bruit, obtenus en simulant l'amplificateur seule ( $R_L = 50 \Omega$ ), et la chaîne complète.

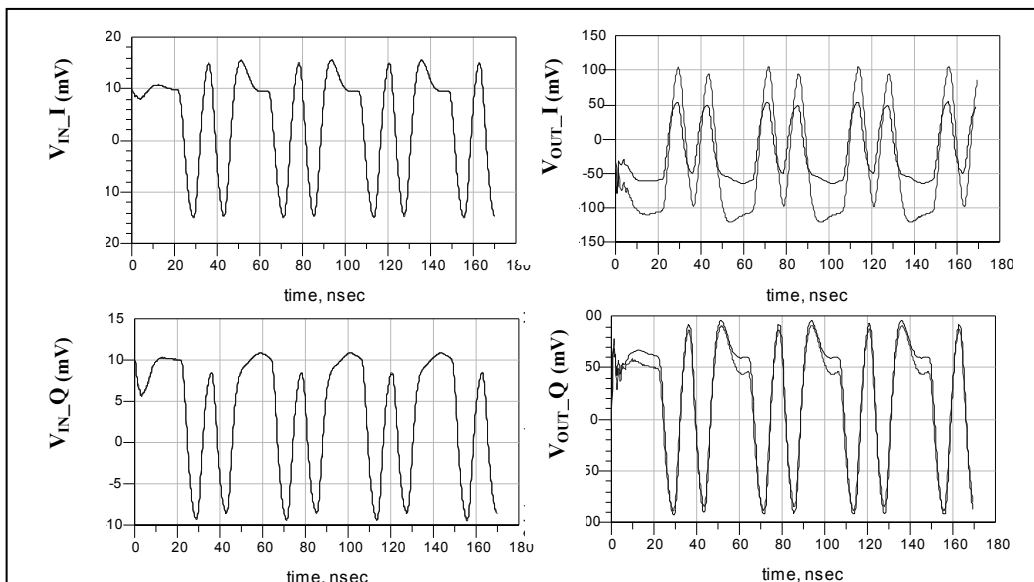


Figure 4.20 : Superposition des signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) de l'amplificateur faible bruit, en simulant l'amplificateur seule (ligne claire) et avec le mélangeur à la sortie (ligne noire).

Clairement les effets de désadaptation sont responsables de la différence des signaux de sortie de l'amplificateur, car le signal d'entrée est le même.

## 4.III. Application Des Techniques Proposées à la Modélisation d'une Tête d'Émission de Signaux

Nous allons montrer maintenant l'application des techniques de modélisation détaillées dans les Chapitres 2 et 3, pour modéliser et simuler une chaîne d'émission de signaux. La chaîne, pour cet exemple, va être composée par un modulateur suivi d'un driver et d'un amplificateur de puissance (voir Figure 4.21).

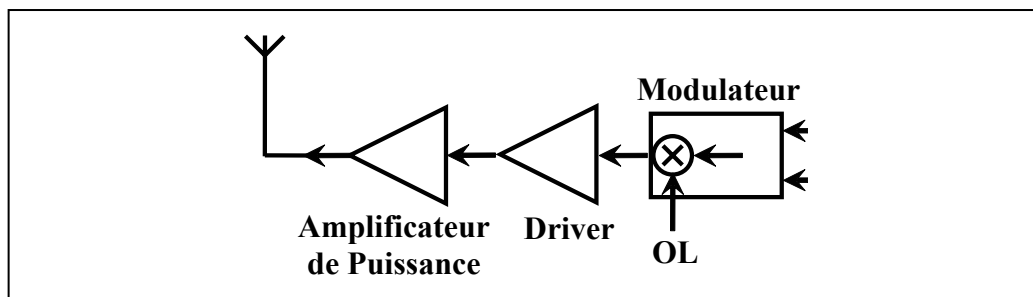


Figure 4.21 : Schème de l'émetteur d'exemple.

Le modulateur est le même qui a été déjà présenté dans chapitres précédentes, alors les bandes de fréquence d'entrée et sortie de l'émetteur sont respectivement DC – 300 MHz (entrée) et 19.5 GHz – 19.8 GHz (sortie). La fréquence de l'oscillateur local est  $f_{OL} = 9.75$  GHz, et sa puissance  $P_{OL} = 10$  dBm. On utilisera le modèle réduit faiblement non linéaire développé dans le Chapitre 3 afin de simuler la chaîne complète.

L'amplificateur de puissance a été conçu par S. Forestier, au cours de sa thèse à l'IRCOM [7], et a été conçu en technologie hybride. Le driver correspond à la linéarisation de l'amplificateur autour de la polarisation  $V_{gs} = -0.5$  V,  $V_{ds} = 2$  V. Le modèle réduit de l'amplificateur de puissance va consister en un filtre qui donne la mémoire petit signal (comme dans le cas du driver), suivi de la caractéristique AM/AM de l'amplificateur mesurée pour le même point de polarisation [8].

A cause de l'impossibilité d'obtenir le modèle équivalent en bande de base d'une non-linéarité pure de forme analytique (le résultat d'appliquer une non-linéarité à un signal d'une bande de fréquence déterminée n'est pas le même que si on applique la non-linéarité au signal

équivalente en bande de base), nous avons développé un modèle passe-bande de l'amplificateur. Le modèle du driver a été fait en bande de base, de la même façon que pour le modulateur (voir Chapitre 3). C'est pour cela que pour simuler la chaîne complète, nous avons suivi le schéma de la Figure 4.22.

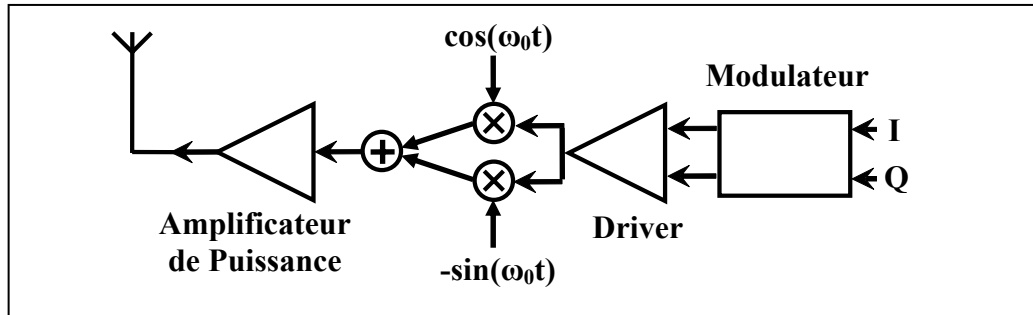


Figure 4.22 : Schème utilisée pour la simulation de la chaîne d'émission de signaux.

#### 4.III.1. Amplificateur de Puissance

La première étape pour obtenir le modèle de l'amplificateur a été de modéliser le filtre petit signal correspondant à la linéarisation du circuit. Nous avons utilisé la méthode expliquée dans le Chapitre 2 pour obtenir le modèle passe-bande (pour le modèle de l'amplificateur de puissance) et équivalente en bande de base (pour le modèle du driver). La Figure 4.23 montre la superposition des paramètres [S] correspondants au circuit original et au modèle réduit, pour la bande de 18.5 GHz – 21.5 GHz. Les paramètres [S] du circuit original ont été obtenus par la mesure en polarisant le circuit comme nous avons déjà cité précédemment ( $V_{gs} = -0.5 \text{ V}$ ,  $V_{ds} = 2 \text{ V}$ ).

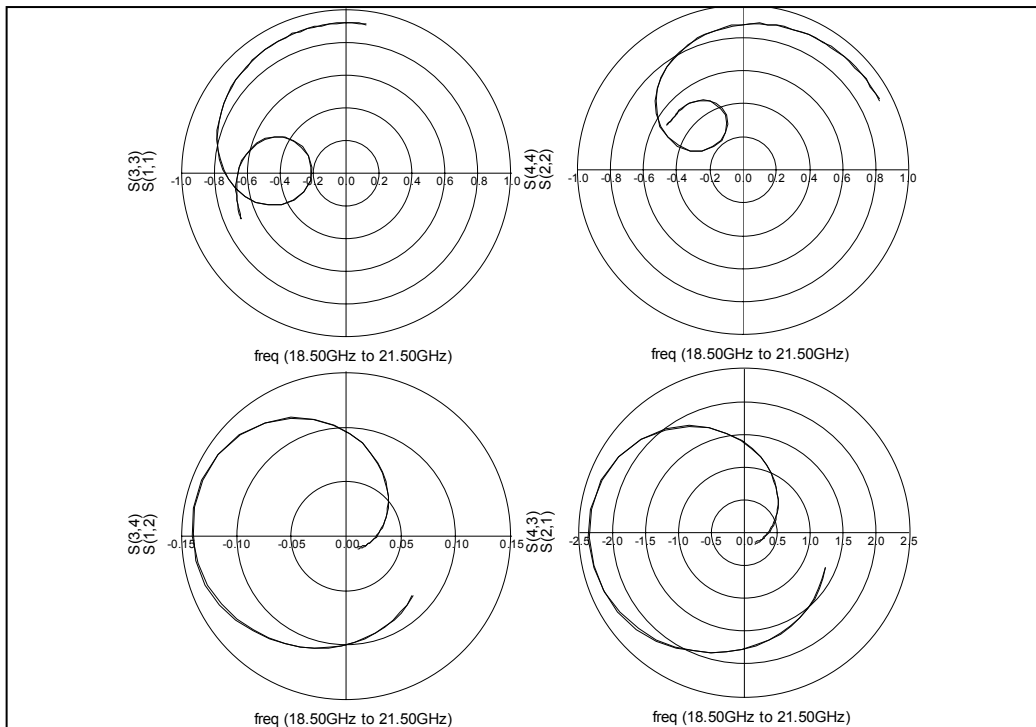


Figure 4.23 : Superposition des paramètres  $[S]$  du circuit original et du modèle réduit en diagramme polar. Portes 1 et 2 : Circuit original. Portes 3 et 4 Modèle réduit.

Ensuite nous introduisons la caractéristique non linéaire de l'amplificateur, mesurée au même point de polarisation et pour une fréquence d'entrée de 19.5 GHz, pour obtenir le modèle réduit passe-bande. La Figure suivante montre la superposition de la caractéristique AM/AM mesurée et l'obtenue par simulation du modèle réduit.

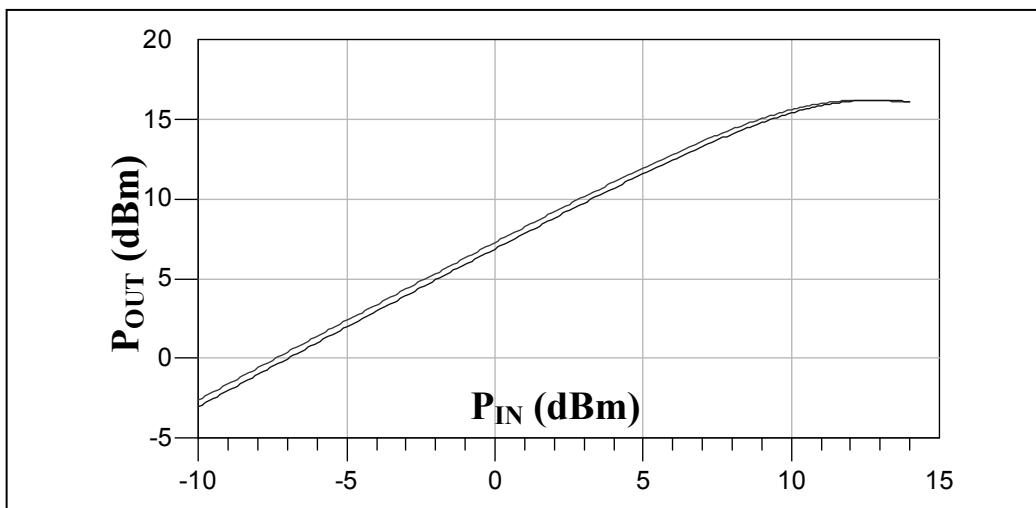


Figure 4.24 : Superposition des caractéristiques non linéaires AM/AM obtenues par mesure du circuit et par simulation du modèle réduit ( $f_{RF} = 19.5$  GHz).

La Figure 4.24 montre un petite erreur dans la gain petit signal (0.4 dB). Ces différences peuvent être dues à des petites erreurs dans la mesure du circuit.

Finalement, on a testé le fonctionnement du modèle obtenu en simulation temporelle. Pour cela nous avons utilisé la simulation d'enveloppe. La Figure 4.25 montre les résultats obtenus en utilisant comme entrée un signal numérique filtré.

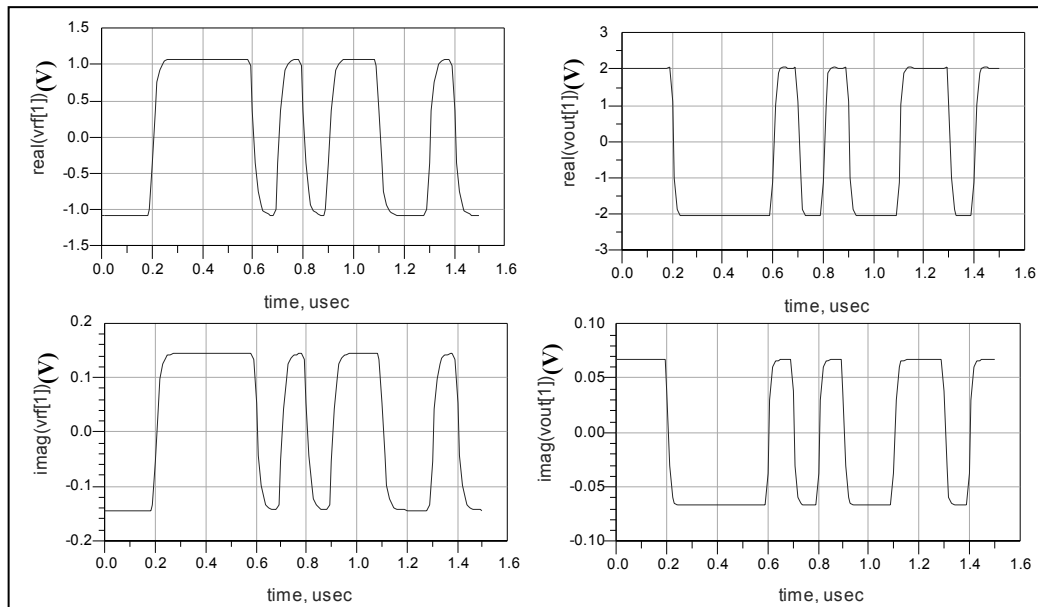


Figure 4.25 : Enveloppes complexes des signaux de test d'entrée (gauche) et sortie (droite) de l'amplificateur de puissance.

#### 4.III.2. Chaîne d'émission de signaux

Dans cette section on montre les résultats de la simulation de la chaîne d'émission de signaux complète. On a simulé l'émetteur en suivant le schéma de la Figure 4.22. La technique de simulation la plus appropriée pour ce schéma est le transitoire d'enveloppe, à cause de la présence des signaux avec des fréquences très différentes.

La Figure 4.26 montre les signaux d'entrée et les enveloppes complexes du signal de sortie obtenues par simulation en transitoire d'enveloppe de la chaîne complète. Le temps de calcul de cette simulation est de 167 secondes. L'augmentation du temps de calcul par rapport à la chaîne de réception est due à la plus grande complexité des modèles utilisées et au fait que la simulation temporelle pure en bande de base est moins coûteuse que la simulation en transitoire d'enveloppe.

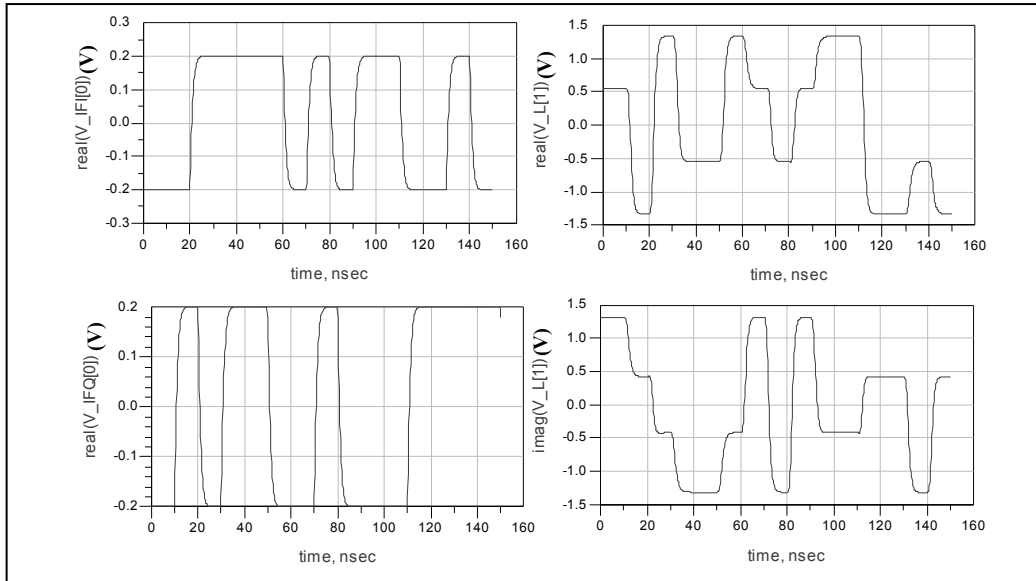


Figure 4.26 : Résultats de la simulation en transitoire d'enveloppe de la chaîne d'émission complète. Gauche : signaux d'entrée au modulateur. Droite : Enveloppe complexe de le signal de sortie de l'amplificateur de puissance.

De la même façon que dans la section précédente, nous allons montrer que les modèles réduits prennent compte des effets de désadaptation des circuits de la chaîne. Pour montrer celui, nous présentons dans la Figure 4.27, la superposition des signaux d'entrée et sortie du modulateur, obtenus en simulant le modulateur seul ( $R_L = 50 \Omega$ ), et la chaîne complète.

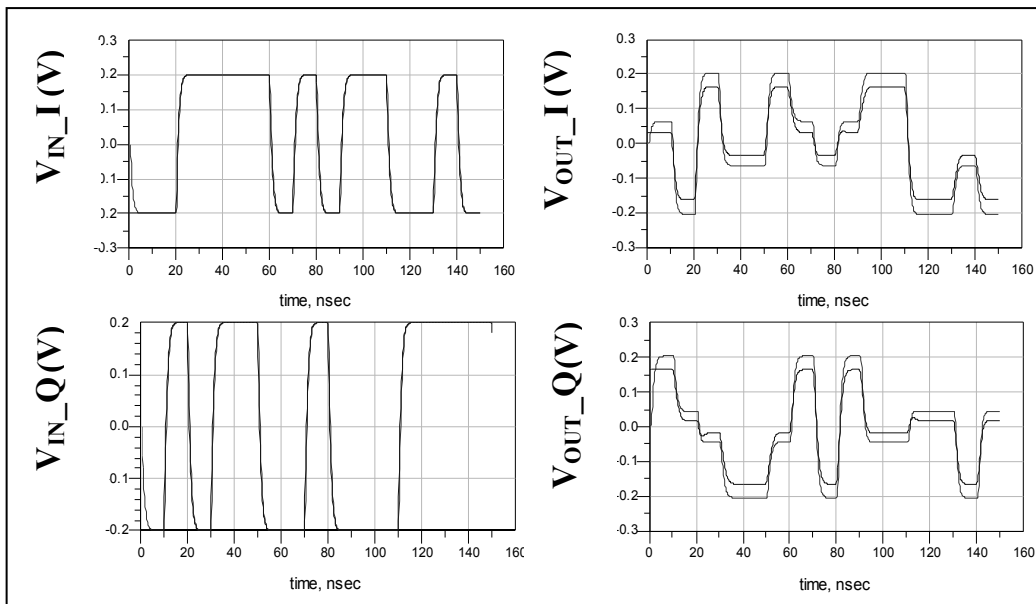


Figure 4.27 : Superposition des signaux d'entrée (gauche) et sortie (droite) du modulateur, en simulant le modulateur seule (ligne claire) et avec la chaîne complète (ligne noire).



Encore une fois, les effets de désadaptation sont responsables de la différence entre les signaux de sortie du modulateur, puisque les signaux d'entrée sont égaux.

## 4.IV. Conclusions

L'objectif de ce dernier chapitre a consisté à montrer comment les techniques de modélisation développées au cours de cette thèse, sont utiles non seulement pour la simulation des circuits particuliers, mais aussi pour la simulation des systèmes complets comportant des chaînes d'émission et réception de signaux.

Nous avons pu constater les performances des modèles réduits tant au niveau de la simulation temporelle que fréquentielle. D'autre part, par rapport à la simulation temporelle le temps de calcul des chaînes complètes est du même ordre de grandeur que le temps de calcul des modèles réduits formant la chaîne.

Finalement nous avons remarqué l'avantage que présentent les modèles réduits, par rapport à la caractérisation des effets de désadaptation. Il faut tenir compte que les modèles comportementaux typiques ne prennent pas compte de ce type des effets, du à que normalement tous les blocs du système de communications sont supposés parfaitement adaptés à une charge de référence identique.

## Bibliographie

- [1] Collectif d'auteurs sous la direction de G. Baudoin, *Radiocommunications Numériques / 1*, Dunod, Paris. 2002.
- [2] M. C. Jeruchim, P. Balaban, K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*. Kluwer Academic/Plenum Publishers. 2000.
- [3] B. Razabi, *Design Considerations for Direct-Conversion Receivers* , IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Analog and Digital Signal Processing, pp. 428-435, June 1997.
- [4] C. D. Hull, J. Leong, *A Direct-Conversion Receiver for 900 MHz (ISM Band) Spread-Spectrum Digital Cordless Telephone*, IEEE Journal of Solid State Circuits, vol.31, N° 12, pp.1955-1963, Dec. 1996.
- [5] A. A. Adibi, *Direct-Conversion Radio Transceivers for Digital Communications*, IEEE Journal of Solid State Circuits, vol. 30, N° 12, pp.1399-1410, Dec. 1995.
- [6] S. A. Maas, *Nonlinear Microwave Circuits*, IEEE Press, 1997.
- [7] S. Forestier, *Gestion dynamique de la génération de puissance en hyperfréquence pour des modulations numériques: application à l'optimisation des performances d'un amplificateur millimétrique*, THESE présentée à l'université de Limoges. 16/10/2003.
- [8] F. J. Casas, J. Portilla, *Modelado de Amplificadores Mediante Redes Neuronales para Simulación de Sistemas de Comunicación*, Symposium du chapitre espagnol de l'Union Scientifique Internationale de Radio –URSI 2000- , Zaragoza (Espagne), 2000.



## Conclusion Générale

Le sujet de cette thèse a consisté à développer des techniques de modélisation pour obtenir modèles réduits de circuits complexes, qui présentent un comportement entrée-sortie linéaire ou faiblement non linéaire et une translation de fréquence, comme, par exemple, c'est le cas des mélangeurs et modulateurs.

Pour le cas des circuits pompés mais quasi linéaires par rapport au signal d'entrée (Chapitre 2), nous avons opté pour linéariser les circuits autour l'état grand signal, déterminé par le signal de pompe nominal. L'étape suivante a consisté à réduire le modèle résultant, en utilisant des techniques d'identification de systèmes dans le domaine de la fréquence. De cette façon, on obtient la matrice de paramètres admittance du circuit linearisé dans le domaine de Laplace.

Il est possible d'implémenter les circuits équivalents des fonctions de transfert des modèles réduits, mais afin de diminuer, encore plus, le temps de calcul en simulation temporelle, nous avons implémenté des modèles équivalents en bande de base. De cette façon les modèles obtenus donnent directement les enveloppes complexes des signaux, de façon similaire à l'analyse du transitoire d'enveloppe. Les modèles ainsi obtenus, caractérisent la mémoire linéaire entrée-sortie des circuits.

De même, il est aussi possible d'utiliser la technique de réduction de circuits linéaires par identification, pour modéliser les sous-circuits linéaires de circuits complexes, comme il a été montré dans le Chapitre 3. Ainsi, une fois obtenu le modèle réduit de la partie linéaire des circuits, on peut faire le développement en série de Taylor des non-linéarités autour l'état non linéaire nominal, déterminé par le signal de pompe et ses harmoniques, pour obtenir des coefficients variants dans le temps. Ces coefficients peuvent être développés en série de Fourier. En prenant les coefficients de Fourier adéquats (les coefficients qui donnent le comportement dans la bande de fréquences de sortie, par rapport à la bande de fréquences d'entrée), il est facile d'obtenir l'expression de l'équivalent en bande de base des non-linéarités développées en série.

En utilisant cette dernière méthode, on obtient des modèles faiblement non linéaires et équivalents en bande de base, avec mémoire.

Les méthodes développées dans cette thèse peuvent être utilisées pour modéliser circuits non pompés, comme amplificateurs faible niveau ou de puissance de la façon démontrée dans le Chapitre 4. De plus, à cause de la petite taille des modèles et à l'obtention des équivalents en bande de base, la simulation temporelle est possible avec un temps de calcul très réduit. Un autre avantage des modèles ainsi obtenus est qu'ils caractérisent les effets des désadaptations entre les divers circuits d'un système de communications.

Finalement, il faut remarquer que la méthode est encore sujette à amélioration. En particulier par rapport à l'automatisation du processus de réduction du modèle.

# Annexes





# Annexe 2.1 Transformée de Laplace

## Définition

La transformée de Laplace de un signal  $x(t)$  est définie par :

$$L[x(t)] = X(s) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-st} dt \quad \text{avec } s \in \mathbb{C} \quad [\text{AII.1.1}]$$

## Région de Convergence

Nous admettrons que l'intégrale [AII.1.1] est absolument convergente dans le domaine  $D = \{\sigma_1 < \text{Re}(s) < \sigma_2\}$  que nous appellerons domaine de convergence de  $X(s)$ .

Une transformée de Laplace n'est complètement spécifiée que si l'on se donne à la fois une fonction de  $s$  et son domaine de convergence. Deux signaux différents peuvent avoir une transformée de Laplace avec la même fonction  $X(s)$  mais des régions de convergence différentes.

## Transformée Inverse de Laplace : formule de Mellin-Fourier

La formule d'inversion peut être obtenue de la façon suivante. Pour  $s = \alpha + j\omega$  avec  $\sigma_1 < \alpha < \sigma_2$ , nous obtenons :

$$X(\alpha + j\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-\alpha t} e^{-j\omega t} dt$$

Par transformée inverse de Fourier :  $x(t)e^{-\alpha t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\alpha + j\omega)e^{j\omega t} d\omega$ . Soit :

$$x(t) = \frac{1}{j2\pi} \int_{\Delta} X(s)e^{st} ds, \quad \Delta \text{ étant une droite parallèle à l'axe imaginaire située dans le}$$

domaine de convergence de  $X(s)$ .

## Propriétés de la Transformée de Laplace

Les propriétés de la Transformée de Laplace sont semblables à ceux de la transformée de Fourier, en faisant la substitution  $j\omega \rightarrow s$  (on suppose  $\alpha = 0$ ).

### 1. *Linéarité*

$$L(a_1x_1(t) + a_2x_2(t)) = a_1L(x_1(t)) + a_2L(x_2(t)) \quad [\text{AII.1.2}]$$

### 2. *Décalage de temps*

$$L[x(t - t_0)] = e^{-st_0} X(s) \quad [\text{AII.1.3}]$$

### 3. *Décalage dans le domaine "s"*

$$L[e^{s_0t} x(t)] = X(s - s_0) \quad [\text{AII.1.4}]$$

### 4. *Graduation de temps*

$$L[x(at)] = \frac{1}{|a|} X\left[\frac{s}{a}\right] \quad [\text{AII.1.5}]$$

### 5. *Propriété de convolution*

$$L[x_1(t) * x_2(t)] = X_1(s)X_2(s) \quad [\text{AII.1.6}]$$

### 6. *Différentiation dans le domaine de temps*

$$L\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = sX(s) - x(0) \quad [\text{AII.1.7}]$$

### 7. *Intégration dans le domaine de temps*

$$L\left[\int_{-\infty}^t x(\tau)d\tau\right] = \frac{1}{s} X(s) \quad [\text{AII.1.8}]$$

## Fonction de Transfert de Laplace

Le concept de *fonction de transfert* fournit une méthode pour spécifier complètement le comportement des systèmes linéaires excités par entrées arbitraires.

La fonction de transfert de Laplace d'un système correspond à la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle du système :

$$H(s) = L[h(t)] \quad [\text{AII.1.9}]$$

La réponse de un système à une entrée arbitraire est :

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

A partir de la propriété de convolution :

$$Y(s) = L[y(t)] = L[x(t) * h(t)] = X(s)H(s) \quad [\text{AII.1.10}]$$

d'où :

$$\boxed{H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}} \quad [\text{AII.1.11}]$$

# Annexe 2.2 Propriétés de la Transformée de Hilbert

1. Si  $X(f)$  est la transformée de Fourier de  $x(t)$ , la transformée de Fourier de la transformée de Hilbert est :

$$F[\hat{x}(t)] = \hat{X}(f) = -jX(f)\text{sign}(f) \quad [\text{AII.2.1}]$$

Un filtre avec une fonction de transfert  $-j\text{sign}(f)$  produit un déphasage de  $\pi/2$ , et est appelé *transformateur de Hilbert*.

2. La transformée de Hilbert de

$$x(t) = \cos(2\pi f_0 t) \quad [\text{AII.2.2a}]$$

est :

$$\hat{x}(t) = \sin(2\pi f_0 t) \quad [\text{AII.2.2b}]$$

À cause de cette propriété, le transformateur de Hilbert, vu comme un filtre avec une réponse impulsionnelle  $h(t) = (\pi t)^{-1}$ , est aussi appelé *filtre en quadrature*.

3. La transformée de Hilbert de la transformée de Hilbert est la fonction originale multipliée par (-1) :

$$H[\hat{x}(t)] = \hat{\hat{x}}(t) = -x(t) \quad [\text{AII.2.3}]$$

À cause de la dernière équation et [AII.2.2] on a :

$$\text{Si } x(t) = \sin(2\pi f_0 t), \text{ alors } \hat{x}(t) = -\cos(2\pi f_0 t) \quad [\text{AII.2.4}]$$

4. Si un signal  $a(t)$  a un spectre limité en bande :

$$|A(f)| = 0 \text{ pour } |f| \geq B \quad [\text{AII.2.5}]$$

alors la transformée de Hilbert de  $x(t) = a(t)\cos(2\pi f_0 t)$  est donnée par :

$$\hat{x}(t) = H[a(t)\cos(2\pi f_0 t)] = a(t)\sin(2\pi f_0 t) \quad [\text{AII.2.6}]$$

et la transformée de Hilbert de  $x(t) = a(t)\sin(2\pi f_0 t)$  par :

$$\hat{x}(t) = H[a(t)\sin(2\pi f_0 t)] = -a(t)\cos(2\pi f_0 t) \quad [\text{AII.2.7}]$$

en supposant que  $f_0 \geq B$ .

# Annexe 2.3 Méthodes de Groupement de Pôles Utilisés

## Méthode Cumulative

Dans cette technique on part d'une liste avec tous les pôles du système. Dans cet état initial, nous pourrions dire que chaque pôle formerait un cluster. Ensuite on choisit le premier pôle de la liste comme premier élément du premier cluster et on mesure la distance géométrique du reste de pôles à l'initiale. Ces pôles qui se trouvent à une distance plus petite d'un rayon déterminé a priori, feront partie de ce cluster. Une fois qu'on ait parcouru toute la liste, on élimine de celle-ci les pôles qui conforment le cluster et on effectue à nouveau le processus avec la nouvelle liste. Tout ceci sera répété tant qu'ils ne restent déjà pas des pôles qui ne font pas partie d'un certain cluster.

Le représentant sera, comme il a été mentionné dans le Chapitre 2, la valeur moyenne des pôles du cluster (équation II.54). Une fois qu'on a fini ce processus, nous pourrions calculer l'erreur commise par le calcul du  $J_e$  (équation II.55).

Nous pouvons changer deux paramètres : le rayon des clusters et le pôle initial. Logiquement à plus petite valeur du rayon, mineur sera l'erreur commise ( $J_e$  plus petite), mais le degré de réduction du système sera aussi plus petite. Il est clair aussi, que si on change de pôle initial les clusters obtenus seront différents et ils donneront lieu à une autre valeur de  $J_e$ . C'est pour cela que nous avons répété le processus en prenant comme pôle initial chacun des pôles du système. Nous calculons le  $J_e$  dans chaque itération et à la fin nous resterons avec ce groupe de clusters qui donnent lieu à un  $J_e$  plus petit.

Une fois que nous avons l'ensemble de représentants optimal (mineur  $J_e$ ) pour une certaine valeur de rayon mentionnée précédemment, on teste le résultat. On refait le système de fonctions de transfert avec le nouvel ensemble de pôles (les représentants) et on calcule la réponse fréquentielle de chaque fonction de transfert du nouveau système, pour la comparer avec ce qui est original. Si l'erreur qui est commise n'est pas suffisamment petite on répétera tout le processus expliqué précédemment avec une valeur du rayon plus réduit, jusqu'à atteindre notre objectif.

Ensuite on montre l'algorithme de tout le processus précédemment expliqué :

**Algorithme 'Clustering Cumulative'**

**Données d'Entrée:** Rayon\_initial, Liste\_pôles.

**Données de Sortie:** min\_Je, Ensemble\_clusters, Ensemble\_représentants.

Erreur\_satisfaisante=0;

Rayon=Rayon\_initial;

**Cependant** (Erreur\_satisfaisante=0) **faire**

Ensemble\_clusters=0;

Ensemble\_représentants=0;

min\_Je=infini;

**Pour** i=1 **jusqu'à** longueur(Liste\_pôles)

    Ensemble\_clusters=0;

    Liste=Liste\_pôles;

**Cependant** (longueur(Liste))>0 **faire**

        Cluster=Liste(1);

**Pour** j=2 **jusqu'à** longueur(Liste)

            D=distance(Liste(1),Liste(j));

**Si** (D<Rayon) **faire**

                Cluster=Cluster U Liste(j);

**Fin\_si**

**Fin\_pour**

        Ensemble\_clusters=Ensemble\_clusters U Cluster;

        Liste=Liste - Cluster;

**Fin\_cependant**

    Ensemble\_représentants=calcul\_représentants(Ensemble\_clusters);

    Je=calcul\_Je(Ensemble\_représentants,Ensemble\_clusters);

**Si** (Je<min\_Je) **faire**

        Ensemble\_clusters=Ensemble\_clusters;

        Ensemble\_représentants=Ensemble\_représentants;

        min\_Je=Je;

**Fin\_si**

Liste\_pôles=change\_pôle\_initial(Liste\_pôles);

***Fin\_pour***

Erreur\_satisfaisante=test(Ensemble\_représentants);

Rayon=diminuer(Rayon);

***Fin\_ependant***

### **Fin\_Clustering\_Cumulative**

L'algorithme que nous présentons inclut le processus complet jusqu'à obtenir l'ensemble de représentants qui donne lieu à une valeur minimale de  $J_e$  et à un système réduit dont la réponse fréquentielle coïncide avec ce qui est originale. Le lien "ependant" extérieur en réalité n'est pas automatisé, mais ce que nous avons est un programme qui exécute les liens intérieurs et avec le résultat qui nous donne nous effectuons le test de manière extérieure au logiciel de groupement.

### **Méthode Dissociative**

Cette méthode, contrairement au précédent, part d'une situation initiale où on considère que l'ensemble de tous les pôles du système forme un seul cluster. On calcule le représentant de ce cluster et une fois obtenue ce, on trouve le pôle le plus éloigné à ce représentant. Dans ce moment on observe l'importance de la définition de distance d'un point à un ensemble de points, puisque bien que dans cette première itération nous avons un seul représentant, dans les suivantes nous aurons plusieurs, correspondants à certains clusters. On a implémenté différentes définitions de cette distance dans la fonction "pôle\_plus\_éloigné" (voir algorithme) et finalement nous restons avec laquelle qui donne de meilleurs résultats (Relié Simple).

En suivant avec le pôle le plus éloigné, une fois obtenue ce, on formerait un second cluster avec ces pôles qui sont plus près de ce pôle plus éloigné, que du représentant que nous avons déjà sélectionné. Une fois obtenu le nouveau cluster, on calculerait son représentant et on modifierait le cluster déjà existant en éliminant de lui, ces pôles qui appartiennent au nouveau cluster, pour calculer de même leur nouveau représentant (fonction "regroupement" de l'algorithme).

Il est à ce moment dans lequel nous avons déjà un certain nombre de clusters (2 dans cette première itération), quand nous pourrons appliquer l'algorithme appelé *c\_moyennes*



pour optimiser ces clusters. Cet algorithme change de clusters les pôles, en calculant le nouveau  $J_e$  obtenu avec ces changements ; si il est plus petit il les considère bons les changements et si l'erreur n'est pas plus petite on retourne à la situation précédente. Ainsi après l'exécution de cet algorithme nous obtiendrons une nouvelle disposition qui fait que le  $J_e$  est minimal pour le nombre de clusters que nous avons dans cette itération.

Une fois que on a fait tout ceci, on calcule à nouveau le pôle le plus éloigné des représentants que nous avons et on répète tout le processus. Évidemment on peut continuer en répétant le processus jusqu'à avoir un pôle par chaque cluster. C'est pour cela que dans chaque itération il faut inclure quelque mesure de l'erreur du nouveau système par rapport à l'original, pour ainsi finir le processus quand cette erreur est suffisamment petite. Nous introduisons une valeur que nous appelons nombre\_d'itérations, dont la signification est évidente. On exécute une première fois tout le processus avec un nombre d'itérations égal au nombre de pôles et, en visualisant l'erreur de chaque itération, il est arrêté ensuite dans lequel nous considérons que l'erreur est suffisamment petite.

Ensuite on montre l'algorithme de tout le processus précédemment expliqué :

### **Algorithme 'Clustering Dissociatif'**

**Données de Entrée:** Ensemble\_pôles, nombre\_d'iterations, Y (fonction de transfert représentative du système)

**Données de Sortie:** Ensemble\_clusters, Ensemble\_représentants

Erreur\_satisfaisante =0;

Vecteur\_erreur=[];

Vecteur\_Je=[];

***Cependant*** (Erreur\_satisfaisante =0) ***faire***

//première itération

Ensemble\_clusters=(Ensemble\_pôles);

Centroïde=calcul\_centroïde(Ensemble\_pôles);

Ensemble\_représentants = Centroïde;

P\_éloigné= pôle\_plus\_éloigné(Ensemble\_pôles, Centroïde);

[Ensemble\_clusters,Ensemble\_représentants]=regroupement(P\_éloigné,Ensemble\_clusters);

```

    [Ensemble_clusters,Ensemble_représentants]=c_moyennes(Ensemble_clusters,Ensemble_représentants);
    Vecteur_Je=[Vecteur_Je;calcul_Je(Ensemble_représentants, Ensemble_clusters)];
    Vecteur_erreur=[Vecteur_erreur;calcul_erreur(Ensemble_représentants,Y)];
//reste d'itérations
    Pour i=2 jusqu'à nombre_d'iterations faire
    P_éloigné = pôle_plus_éloigné(Ensemble_pôles, Ensemble_représentants);
    [Ensemble_clusters,Ensemble_représentants]=regroupement(P_alejado,Ensemble_clusters);
    [Ensemble_clusters,Ensemble_représentants]=c_moyennes(Ensemble_clusters,Ensemble_représentants);
    Vecteur_Je=[Vecteur_Je;calcul_Je(Ensemble_représentants, Ensemble_clusters)];
    Vecteur_erreur=[Vecteur_erreur;calcul_erreur(Ensemble_représentants,Y)];
    Fin_pour
    Erreur_satisfaisante =test(Ensemble_représentants);

```

**Fin\_ependant**

### **Fin Clustering Dissociatif**

Le problème d'exécuter l'algorithme *c\_moyennes* dans chaque itération est son grand coût computationnel, qui dans la pratique a rendu impossible l'exécution de cet algorithme. Par conséquent on a exécuté l'algorithme sans appeler à *c\_moyennes*, jusqu'à une certaine itération et on applique l'algorithme *c\_moyennes* aux clusters et aux représentants obtenus.

Ensuite on montre l'algorithme correspondant à la fonction "c\_moyennes" typique, c'est-à-dire, celle-là dont l'objectif est de réduire le  $J_e$ .

### **Algorithme C moyennes:**

**Données de Entrée:**  $V$ =ensemble d'éléments;  $c$ =Nombre de clusters;  
 $\Pi_0=\{V_1 \dots V_c\}$ =Ensemble de clusters

**Données de Sortie:**  $\Pi^*$ =Ensemble de clusters optimisé;  $J_e$ =Mesure de l'erreur;  
 $m_i$ =Représentants des clusters.

$J_e=0$

**Pour**  $i=1$  jusqu'à  $c$  faire

$$\bar{m}_i = \frac{1}{|V_i|} \sum_{\bar{x} \in V_i} \bar{x}$$

$$Je = Je + \sum_{\bar{x} \in V_i} \|\bar{x} - \bar{m}_i\|^2$$

**Fin\_pour**

**Répéter**

Changement=faux

**Pour**  $i=1$  jusqu'à  $c$  faire

**Si**  $|V_i| > 1$  alors

$\forall \bar{y}_i \in V_i$  faire

$$j = \underset{l=1..c, l \neq i}{\operatorname{argmin}} \left( \frac{|V_l|}{|V_l| + 1} \|\bar{y} - \bar{m}_l\|^2 \right)$$

$$\Delta Je = \frac{|V_j|}{|V_j| + 1} \|\bar{y} - \bar{m}_j\|^2 - \frac{|V_i|}{|V_i| + 1} \|\bar{y} - \bar{m}_i\|^2$$

**si**  $\Delta Je < 0$  alors

$$\bar{m}_i = \bar{m}_i - \frac{\bar{y} - \bar{m}_i}{|V_i| - 1}$$

$$\bar{m}_j = \bar{m}_j - \frac{\bar{y} - \bar{m}_j}{|V_j| - 1}$$

$$V_i = V_i - \{\bar{y}\}$$

$$V_j = V_j \cup \{\bar{y}\}$$

$$Je = Je + \Delta Je$$

Changement=vérité

**Fin\_si**

**Fin\_**  $\forall$

**Fin\_si**

**Fin\_pour**

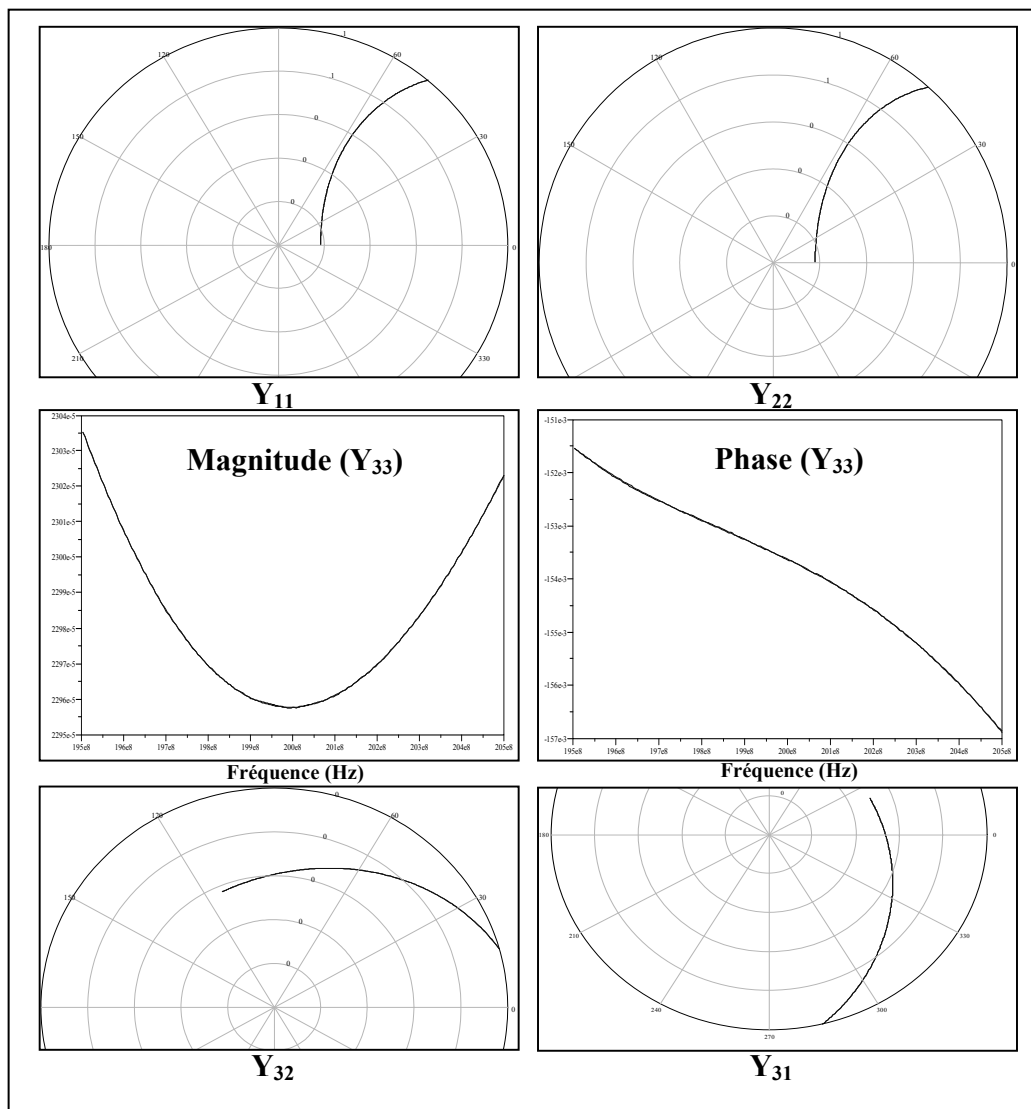
**Jusqu'à**  $\lceil$  changement

$$\Pi^* = \{V_1, \dots, V_c\}; Je = Je / |V|$$

**Fin C moyennes**

# Annexe 2.4 Identification du Filtre Linearisé Equivalent

Dans cette annexe on montre la superposition des réponses fréquentielles correspondants à la matrice  $[Y(f)]$  du modèle linearisé du modulateur obtenues par simulation en utilisant ADS avec les réponses fréquentielles des fonctions de transfert obtenues par l'identification. On représente les réponses sous la forme d'un diagramme polaire (sauf  $Y_{33}$  qui est représenté en amplitude et phase). La bande d'identification va depuis DC jusqu'à 1 GHz pour  $Y_{11}$  et  $Y_{22}$  avec un pas d'échantillonnage de 4 MHz. La bande d'identification pour le reste des fonctions de transfert va de 19.5 jusqu'à 20.5 GHz, avec le même pas d'échantillonnage.



# Annexe 2.5 Fonctions Implémentés en SCILAB

Dans cette annexe on inclut les fonctions mises en oeuvre et exécutées en SCILAB qui ont été utilisées dans le processus de modélisation. On montre les fonctions utilisées dans l'identification et celles correspondant au calcul de d'équivalents en bande de base et de circuits équivalents.

```
function
[best_h,best_err,best_np,best_fact,best_it]=optim_frep2tf(frq,repf,np_i,np_
f,fact_i,fact_f,nit)

dom='c';
best_np=10;
best_fact=1;
tol=[1e-10,1e-10,nit];
best_h=1;
best_err=1;
best_it=1;
if np_i==np_f
    if fact_i==fact_f

        [best_h,best_err,best_it]=frep2tf1(frq*fact_i,repf,np_i,dom,tol);
    end
end

for np=np_i:np_f
    for fact=fact_i:fact_f
        [h,err,it]=frep2tf1(frq*fact,repf,np,dom,tol);
        if err < best_err then
            best_err=err;
            best_fact=fact;
            best_np=np;
            best_h=h;
            best_it=it;
        end
    end
end
best_h=syslin('c',best_h);
repfY=repfreq(best_h,frq*best_fact);
polarplot([atan(imag(rep_f),real(rep_f))';atan(imag(rep_fY),real(rep_fY))'],'',[ab
s(rep_f)';abs(rep_fY)']');
//plot2d([frq';frq'],'',[abs(rep_f)';abs(rep_fY)']');
```

Cette fonction est utilisée pour identifier les réponses fréquentielles (*repf*) dans la bande de fréquences correspondante normalisée (*frq*). Il effectue un balayé d'identifications depuis le nombre de pôles initial (*np\_i*) jusqu'à le nombre de pôles final (*np\_f*) et à la fois balaye le facteur de normalisation depuis *fact\_i* jusqu'à *fact\_f*. Il restitue la fonction de

transfert (*best\_h*) qui présente l'erreur plus petite (*best\_err*) avec le nombre de pôles *best\_np* le facteur de normalisation *best\_fact* et l'itération dans laquelle il s'a arrêté (*best\_it*).

Cette fonction seulement effectue un balayé. L'identification proprement dite est effectuée par la fonction "*frep2tf1*" qui peut ensuite être vue :

```
function [best_h,best_err,best_it]=frep2tf1(frq,repf,dg,dom,tols,weight)
rtol=tols(1);atol=tols(2);N=tols(3);

[h,err]=frep2tf_b(frq,repf,dg,dom);

best_w = [];

best_h = h ;

best_err=err;

best_it=2;

for k=1:N
    // weight=(1)./abs(freq(h('den'),1,%i*frq*2*pi));
    weight=(1)./horner(h('den'),%i*frq*2*pi);
    [h,err1]=frep2tf_b(frq,repf,dg,dom,weight);
    if ( (abs(err-err1) < rtol *err & err > err1 ) | err1 < atol) then
break;end;
    if err1<best_err then best_err=err1 ; best_h=h; best_it=k; end
    err=err1;
end
```

```
function [h,err]=frep2tf_b(frq,repf,dg,dom,weight)
// steer, jpc, fd 1997 (Nov)
//=====
[lhs,rhs]=argn(0);
// test the system type 'c' 'd' or dt
if rhs <= 3 then dom='c' ; end
if rhs <= 4 then weight=[];end
if dom==[] then dom='c';end
if dom=='d' then dom=1;end
n=size(frq,'*');
if dom=='c' then
    w=2*i*pi*matrix(frq,n,1);
else
    w=exp(2*i*pi*dom*matrix(frq,n,1));
end
//initialization
m=2*dg
//We compute the linear system to be solved:
//w(k)=i* frq(k)*2pi
//for k=1,n sum(a_i*(w(k))^i,i=1,dg)
// -repf(k)*sum(b_i*(w(k))^i,i=1,dg) = 0
//with sum x_i = 1
//building Van der monde matrix ( w_i^j ) i=1,n j=0:dg-1
a1=w.*[ones(1,dg)];
//0.^0 is not accepted in Scilab....
```

```

a1=[ones(n,1),a1.^(ones(n,1).*.[1:(dg)])];
a2=a1; for k=1:n; a2(k,:)= -repf(k)*a2(k,:);end
a=[a1,a2];
// Computing constraints
// We impose  $N(i \text{ wk}) - \text{repfk} D(i \text{ wk}) = 0$  for  $k=\text{imax}$ 
// as follows:
//  $N(i \text{ wk}) = \text{repfk}*(1+\%i*b)$ 
//  $D(i \text{ wk}) = 1+\%i*b$ 
//  $L*[x;b]=[\text{repfk};1]$ 
// Least squ. pb is min norm of  $[A,0] [x;b]$ 
// under constraint  $L*[x;b]=[\text{repfk};1]$ 
[rmax,imax]=maxi(abs(repf))
L2=a(imax,1:dg+1);
L=[zeros(L2),L2,%i;
   L2,zeros(L2),repf(imax)*%i];
BigL=[real(L);imag(L)]
c=[1;repf(imax)];
Bigc=[real(c);imag(c)];
[ww,dim]=rowcomp(BigL);
BigL=ww*BigL;Bigc=ww*Bigc;
BigL=BigL(1:dim,:);Bigc=Bigc(1:dim,:);

a=[a,zeros(size(a,1),1)];
// auto renormalization : if weight is not given
if dom == 'c' then
    if weight==[] then
        nn= sqrt(sum(abs(a).^2,'c'))+ones(n,1);
        a=a./(nn*ones(1,size(a,2)));
    end
end
// user given renormalization
if weight<>[] then
    if size(frq,'*')<>size(weight,'*') then
        error('frq and weight must have same size');
        return;
    end
    w1=weight(:)*ones(1,size(a,2));
    a= w1.*a;
end
BigA=[real(a);imag(a)];
// Constraints BigL x =Bigc
//
x=LSC(BigA,BigL,Bigc);
x=x(1:$-1);

h=syslin(dom,poly(x(1:dg+1),'s','c'),poly([x((dg+2):$)],'s','c'))
if lhs==2 then
    repf1=repfreq(h,frq);
    err = sum(abs(repf1(:)-repf(:)))/n;
end

function [x]=LSC(A,L,c)
// Ax=0 Least sq. + Lx = c
[W,rk]=colcomp(L);
LW=L*W;
Anew=A*W
A1=Anew(:,1:($-rk))
A2=Anew(:,($-rk+1:$));

```

```
x2=inv(LW(:, $-rk+1:$))*c
b= -A2*x2
x1=A1\b
x=W*[x1;x2]
```

Cette fonction appelle à beaucoup d'autres, incluses dans la librairie propre de SCILAB. Pour plus d'information sur elles on recommande l'utilité d'aide (Help) de SCILAB ou la page web "[www-rocq.inria.fr/scilab/](http://www-rocq.inria.fr/scilab/)".

Ensuite on peut voir la fonction avec laquelle on obtient les équivalents en bande de base :

```
function [P,Q]=equiv_pb(Y,w0)
format(20);
s=poly(0,"s");
nY=horner(Y,s+%i*w0);

Rn=real( numer(nY) );
In=imag( numer(nY) );

Rd=real( denom(nY) );
Id=imag( denom(nY) );
nump=(Rn*Rd+In*Id);
numq=(In*Rd-Rn*Id);
den=(Rd^2+Id^2);

P=syslin('c', nump, den);
Q=syslin('c', numq, den);
```

**Y** c'est la fonction de transfert original dont nous voulons obtenir l'équivalent en bande de base. On suppose que sa réponse fréquentielle a la forme de un filtre passe-bande centrée en  $\omega_0$ . La fonction restitue les fonctionnes de transfert **P** et **Q** qui forment l'équivalent en bande de base.

On montre maintenant les fonctions qui calculent les circuits équivalents de certaines fonctions de transfert :

```
function [R1,R2]=calcul1(Y)

num=coeff( numer(Y) );
den=coeff( denom(Y) );
format(20);
x=num(1);
y=den(1);
R1=1/x;
R2=1/(y-x);
```

La fonction précédente restitue la valeur des résistances R1 et R2 du circuit équivalent d'une fonction de transfert avec un pôle et un zéro (voir Figure 2.16).



```

function [R1,R2,R3,C]=calcul2(Y)

num=coeff( numer(Y) );
den=coeff( denom(Y) );
format(20);
x=num(2);
y=num(1);
z=den(2);
w=den(1);
a=(z-x)/(w-y);
R1=z-x;
R2=x-(1/a);
R3=(a*y)-x+(1/a);
C=a^2/(((a^2)*y)-(a*x)+1);

```

La fonction précédente restitue la valeur des résistances R1, R2 et R3 et de la capacité C correspondant au circuit équivalent à une fonction de transfert avec deux pôles et deux zéros (voir Figure 2.16).

```

function [R,G1,C]=calcul3(Y)

den=coeff( denom(Y) );
format(20);
b=den(1);
a=den(2);
G=numer(Y);

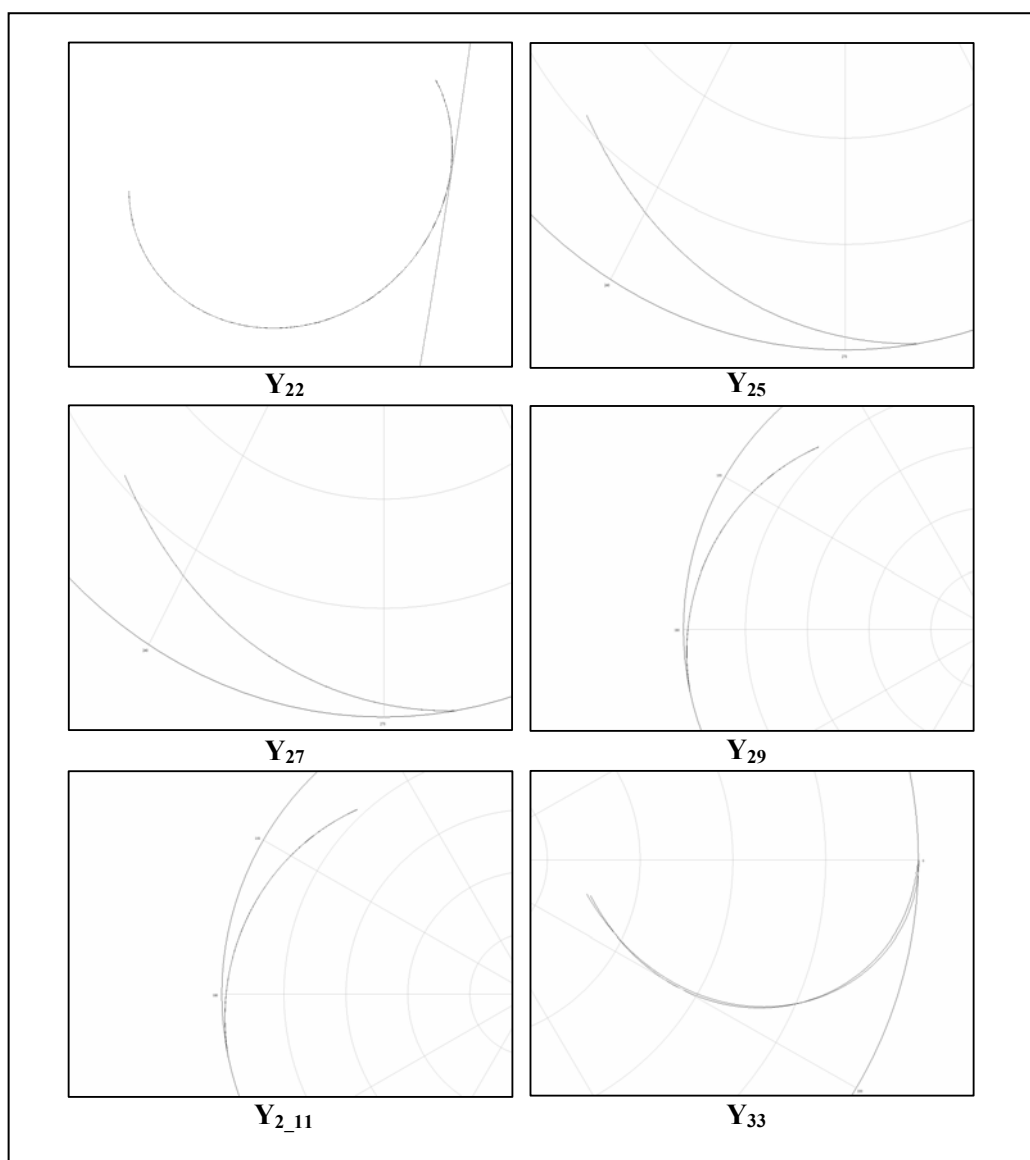
C=1/b;
R=a;
G1=G/b;

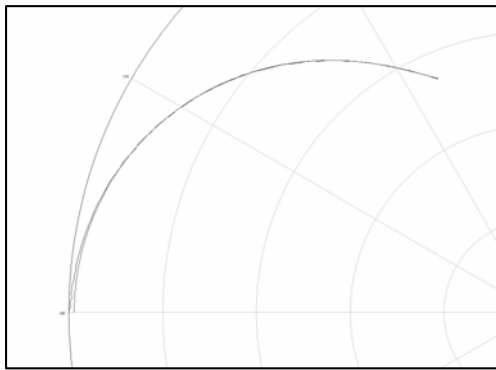
```

Finalement cette fonction restitue les valeurs de la résistance R la capacité C et le gain G1 correspondant à une fonction de transfert avec deux pôles et aucun zéro (voir Figure 2.18).

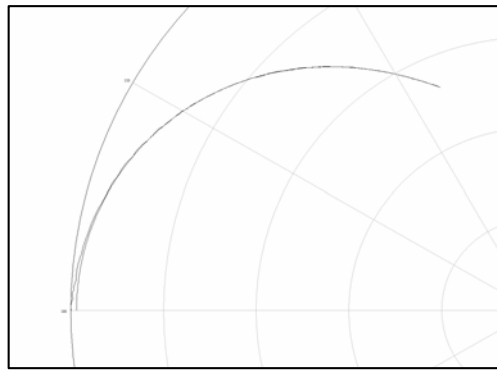
## Annexe 3.1 Identification du Sous-Circuit Linéaire du Modulateur d'Exemple

Dans cette annexe nous montrons la superposition des réponses fréquentielles  $[Y(f)]$  du sous-circuit linéaire du modèle faiblement non linéaire du modulateur, obtenus en utilisant ADS et des réponses fréquentielles correspondants aux fonctions de transfert obtenus par identification. On représentera ces réponses sous la forme d'un diagramme polar. La bande passante correspondant à  $Y_{33}$ ,  $Y_{35}$  et  $Y_{37}$  est de 0 à 1 GHz avec un pas d'échantillonnage de 4 MHz. La bande pour le reste des fonctions de transfert est de 19.5 GHz à 20.5 GHz.

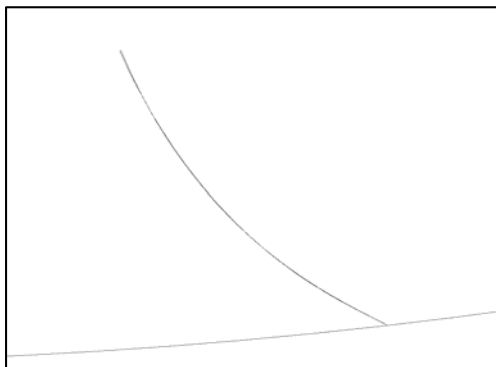




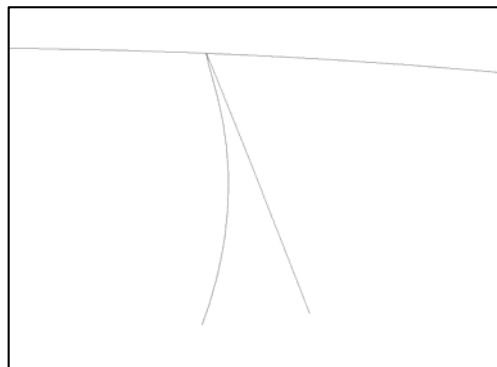
**Y<sub>35</sub>**



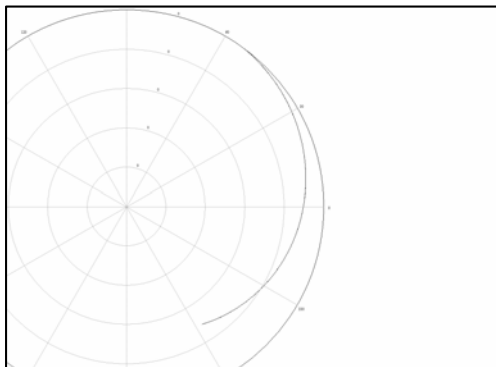
**Y<sub>37</sub>**



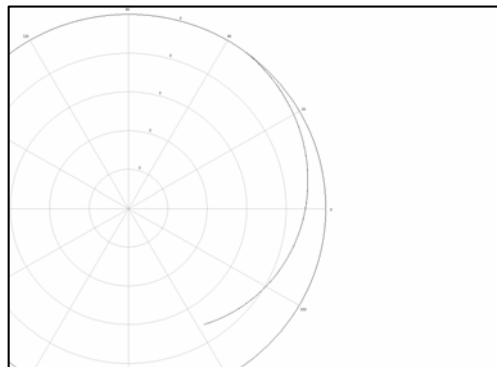
**Y<sub>55</sub>**



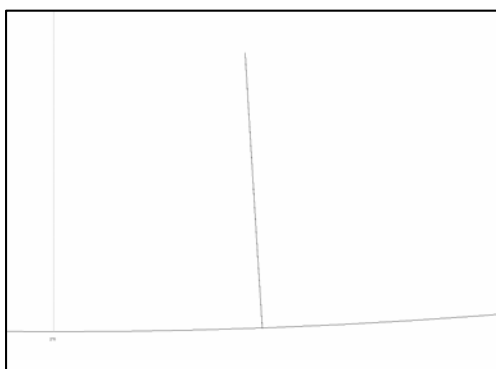
**Y<sub>57</sub>**



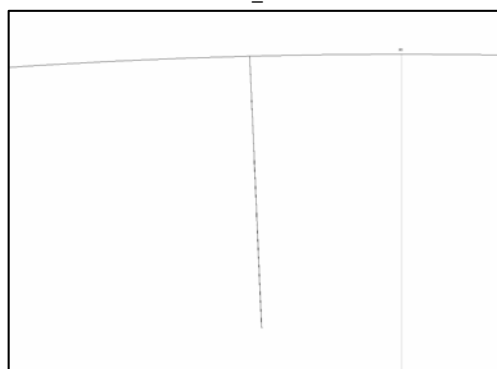
**Y<sub>59</sub>**



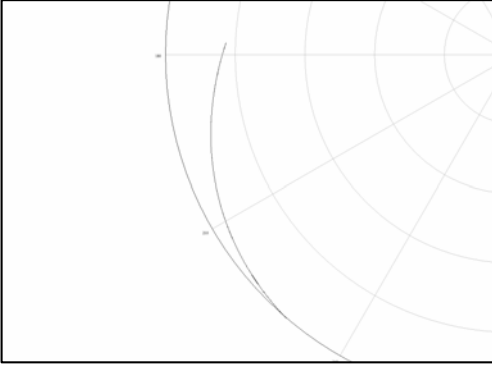
**Y<sub>5\_11</sub>**



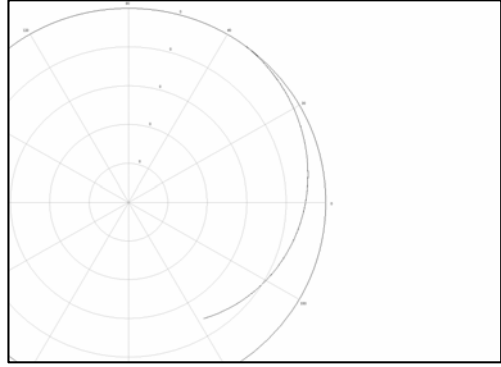
**Y<sub>66</sub>**



**Y<sub>68</sub>**



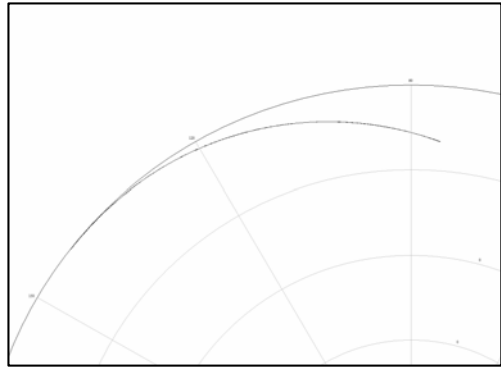
**Y<sub>72</sub>**



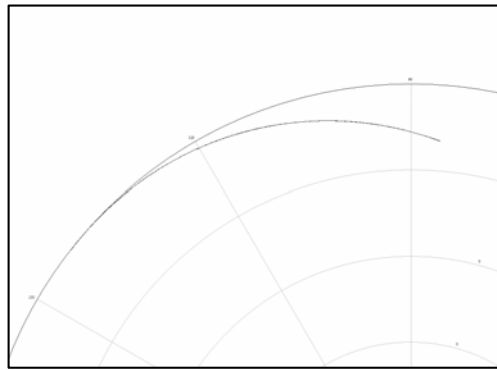
**Y<sub>7\_11</sub>**



**Y<sub>88</sub>**



**Y<sub>92</sub>**



**Y<sub>11\_2</sub>**